

## CZĘŚĆ TRZECIA.

# MIERNICTWO.

### TREŚĆ.

	Strona		Strona
Miernictwo, część I. Napisał inż. Władysław Wojtan, profesor politechniki, Lwów . . . . .	339	Miernictwo, część II. Napisał inż. dr. Kasper Weigel, profesor politechniki, Lwów . . . . .	400
I. Miary . . . . .	339	I. Rachunek współrzędnych . . . . .	400
II. Zaznaczenie punktów na te- renie . . . . .	341	II. Triangulacja . . . . .	408
III. Pomiar długości prostej . . . . .	341	III. Zdjęcia poligonowe . . . . .	428
IV. Tycozenie kątów $90^\circ$ i $180^\circ$ . . . . .	343	IV. Trygonometryczny pomiar wy- sokości . . . . .	431
V. Zdjęcia poziome . . . . .	347	V. Barometryczny pomiar wyso- kości . . . . .	433
VI. Obliczanie powierzchni . . . . .	352	VI. Tyczenie tras . . . . .	437
VII. Libela . . . . .	359	VII. Fotogrammetria . . . . .	448
VIII. Luneta . . . . .	361	Rachunek wyrównawczy. Na- pisał inż. dr. Kasper Weigel, profesor politechniki, Lwów . . . . .	457
IX. Niwelacja . . . . .	363	Zarys fotografii. Napisał dr. fl. Henr. Mikolasch, Lwów . . . . .	471
X. Instrument uniwersalny . . . . .	378		
XI. Pomiar kątów poziomych . . . . .	384		
XII. Tachymetria . . . . .	386		
XIII. Zdjęcia busolowe . . . . .	397		



# Miernictwo.

## CZĘŚĆ I.

Napisał

Inż. Władysław Wojtan

profesor politechniki lwowskiej.

### I. Miary.

#### Miary długości i powierzchni.

##### 1. Miary metryczne.

Metr,  $m$ ,

decymetr,  $dm = 0,1 m$ ,

centymetr,  $cm = 0,01 m$ ,

milimetr,  $mm = 0,001 m$ ,

mikron,  $\mu = 0,001 mm$ ,

hektometr,  $hm = 100 m$ ,

kilometr,  $km = 1000 m$ ,

metr kwadratowy,  $m^2$ ,

centymetr kwadratowy,  $cm^2 = 100 mm^2$ ,

ar,  $a = 100 m^2$ ,

hektar,  $ha = 10.000 m^2 = 100 a$ ,

kilometr kwadratowy,  $km^2 = 1.000.000 m^2 = 10.000 a = 100 ha$ .

##### 2. Miary nowe polskie (z r. 1818).

Sażen = 3 łokciom = 6 stopom = 12 ćwierciom = 72 calom = 864 linjom = 1,728  $m$ ,

Łokieć = 2 stopom = 4 ćwierciom = 24 calom = 288 linjom = 0,576  $m$ ,

stopa = 2 ćwierciom = 12 calom = 144 linjom = 0,288  $m$ ,

ćwierć = 6 calom = 72 linjom = 0,144  $m$ ,

cal = 12 linjom = 0,024  $m$ ,

linja = 0,002  $m$ ,

(Metr = 0,578704 sażnia = 3,472222 stopy.)

##### Miary używane w miernictwie:

Pręt = 7,5 łokcia = 10 stopom dziesiątym czyli pręcikom = 100 calom dzies. czyli ławkom = 1000 linjom dzies. czyli ławczkom = 4,32  $m$ ,

sznur mierniczy = 10 prętom = 75 łokciom = 150 stopom = 43,2  $m$ ,

pręt kw. = 18,6624  $m^2$ ,

łokieć kw. = 0,331776  $m^2$ ,

morg = 300 prętom kw. = 55 a 98,72  $m^2$ ,

wióka = 30 morgom = 9000 prętom kw. = 16,79616  $ha$ ,

(Metr = 0,231481 pręta, metr kw. = 0,053584 pręta kw., ar = 5,358368 pręta kw., hektar = 1,786123 morga.)

##### 3. Dawne miary austriackie, używane częściowo w Małopolsce.

Sażen wiedeński = 1,896484  $m$ , cal wied. = 0,02634  $m$ , mila austriacka = 4000 sażniom = 7,585636  $km$ . Sażen kw. = 3,596652  $m^2$ , morg austr. =

1600 sążniom kw. = 57 a 54,642 m<sup>2</sup>. (Metr = 0,527292 sążnia, metr kw. = 0,278036 sążnia kw., ar = 27,803639 sążnia kw., hektar = 1,737727 morga.)

4. Miary rosyjskie. Sażeń = 3 arszynom = 7 stopom = 2,1336 m, arszyn = 28 calom = 16 werszkom = 0,7112 m, stopa = stopie angielskiej = 12 calom = 0,3048 m, cal = 10 linjom = 0,0254 m, wiorsta = 500 sażeniom = 1,0668 km. Sażeń kw. = 4,552249 m<sup>2</sup>, dziesięcina = 2400 sażeniom kw. = 1,092540 ha, wiorsta kw. = 1,138062 km<sup>2</sup>.

5. Dawne francuskie miary długości. Toise = 6 stopom paryskim = 1,949036 m, stopa parys. = 12 calom parys. = 0,324839 m, cal parys. = 12 linjom parys. = 0,027070 m, linja parys. = 2,255829 mm. (Metr = 0,513074 toise'om = 3,078444 stopom parys. = 443,296 linjom parys.)

6. Miary angielskie. Yard = 3 stopom = 0,914399 m, stopa = 12 calom = 0,304800 m, cal = 0,025400 m, fathom = 2 yardom = 1,828798 m, chain = 22 yardom = 20,116778 m, statute mile = 1760 yardom = 1,609342 km, yard kw. = 0,836126 m<sup>2</sup>, akr = 4840 yardom kw. = 40 a 46,850 m<sup>2</sup>, yard of land = 30 akrom = 12,1405 ha, hide of land = 100 akrom = 40,468 ha, mile of land = 640 akrom = 2,59 km<sup>2</sup>.

Miary używane w miernictwie są: standard chain = 66 stopom = 100 links, acre = 100.000 links kw., rood = 25.000 links kw., pole albo perche = 625 links kw.

7. Międzynarodowe miary milowe. Mila geograficzna =  $\frac{1}{16}$  stopnia równika elipsoidy ziemskiej = 7,420439 km, mila morska = 1 minucie równika =  $\frac{1}{4}$  mili geograf. = 1,855110 km.

Miary kątowe. 1. Miary stopniowe: a) Podział sześćdziesiątkowy. Kąt pełny podzielony na 360 stopni (°), stopień = 60 minutom (′), minuta = 60 sekundom (″). b) Podział setkowy. Kąt pełny podzielony na 400 stopni (°), stopień = 100 minutom (′), minuta = 100 sekundom (″). U nas używany jest podział sześćdziesiątkowy.

2. Miary łukowe (dla podziału sześćdziesiątkowego). Między długością łuku  $l$ , o promieniu  $r$ , a wielkością odpowiedniego kąta  $\alpha$  istnieje następujący związek:

$$l = \frac{\alpha^{\circ}}{\rho^{\circ}} r = \frac{\alpha'}{\rho'} r = \frac{\alpha''}{\rho''} r,$$

$$\alpha^{\circ} = \frac{l \rho^{\circ}}{r}, \quad \alpha' = \frac{l \rho'}{r}, \quad \alpha'' = \frac{l \rho''}{r}, \quad \text{przyczem}$$

$$\rho^{\circ} = \frac{180^{\circ}}{\pi} = 57,2957795^{\circ}, \quad \rho' = \frac{180 \cdot 60'}{\pi} = 3437,74677,$$

$$\rho'' = \frac{180 \cdot 60 \cdot 60''}{\pi} = 206264,806''.$$

Miary rysunkowe: skale i podziałki. Wielkość skali zależy od celu zdjęcia, wielkości obszaru zdejmowanego i ilości szczegółów. W miernictwie używane są skale 1:100, 1:200, 1:250, 1:500, 1:1000, 1:2000, 1:2500, 1:5000, 1:10.000 i inne. W Państwie Polskiem przepisane są następujące skale dla nowych zdjęć poligonowych: Skala zasadnicza 1:2000; dla miast skale 1:1000, 1:500, 1:250; dla wielkich obszarów, o przeciętnej powierzchni parcel ponad 10 ha, skala 1:4000. Mapy katastralne Małopolski (zdjęcia stolikowe) wykonane są w skali 1:2880 (1 cal = 40 sążniom).

Rysunek skali nazywamy podziałką. Odróżniamy podziałki linijne i transwersalne (poprzeczne). Ostatnie oparte są na proporcjonalności odcinków.

Nonjusze. Służą do dokładnego mierzenia krótkich długości prostych i łuków kołowych (kątów). Są to osobne podziałki, przesuwalne wzdłuż po-

działki głównej. Podziałka nonjusza jest zwykle tak wykonana, że  $(n - 1)$  działkom podziałki głównej odpowiada  $n$  działek podziałki nonjuszowej. Oznaczmy działkę podziałki głównej przez  $a$ , działkę podziałki nonjuszowej przez  $b$ , to  $b = a - \frac{a}{n}$ . Wartość nonjusza  $\delta = a - b = \frac{a}{n}$ . Liczbowanie nonjusza odpowiada wielokrotnościom jego wartości, kierunek liczbowania zgadza się z kierunkiem liczbowania podziałki głównej. Rysunki nonjuszów kątowych podano na str. 382. Na fig. 64  $a = 20'$ ,  $n = 20$ ,  $\delta = 1'$ ; na fig. 65  $a = 10'$ ,  $n = 30$ ,  $\delta = 20''$ .

## II. Zaznaczenie punktów na terenie.

Do tego celu służą: 1. Tyczki miernicze. 2. Paliki z twardego drewna, z gwoździem wbitym w głowę palika. 3. Pale długości 80 cm lub 1 m, grubości 10 do 15 cm, z gwoździem. 4. Słupki kamienne, lub betonowe, długości 50 do 70 cm, o przekroju poprzecznym 15 cm  $\times$  15 cm lub 20 cm  $\times$  20 cm, z krzyżem wykutym na wierzchni, lub z wpuszczonym prętem żelaznym. 5. Słupki kamienne z płytą podziemną z krzyżem, zaznaczającą położenie punktu w razie zniszczenia słupka. 6. Rury żelazne, długości 50 do 70 cm, o średnicy wewnętrznej 2 do 4 cm, zakończone stożkowo. Rury żelazne mogą być obetonowane i przykryte pokrywą żelazną. 7. Rurki drenowe. 8. Gwoździe z dużymi głowami, które wbija się na ulicach.

## III. Pomiar długości prostej.

Pomiar długości prostej ma podać poziomą odległość dwóch punktów terenu. Może być: a) bezpośredni, gdy przyrząd do pomiaru długości układamy w kierunku prostej mierzonej; b) pośredni, gdy żądana długość obliczamy z innych długości, ewentualnie z długości i kątów. Tu zaliczamy także optyczny pomiar długości.

Przyrządy do pomiaru długości: Łaty miernicze. Drażki drewniane, długości 3, 4, lub 5 m, o przekroju owalnym, lub prostokątnym, na końcach okute (okucie płaskie, lub klinowe) i opatrzone podziałem decymetrowym. Łatę układa się poziomo zapomocą pionu (powinna ze sznurkiem pionu tworzyć równe kąty), albo zapomocą libeli stolikowej. Mierzy się zwykle dwiema łatami. Łat używa się do najdokładniejszych pomiarów, oraz do pomiaru na terenie pochylonym i nierównym.

Taśma stalowa, do prac mierniczych używana najczęściej. Wstęga stalowa, 20, lub 50 m długa, opatrzona rękojeściami kółkowymi i dwoma podziałami decymetrowymi, liczbowanymi w przeciwne strony. Do naciągania taśmy używa się kosturów. Poziomo układa się taśmę zapomocą pionu. Do znaczenia na terenie poszczególnych przyłożeń taśmy służą szpilki miernicze.

Do pomiaru długości używa się także taśmy płóciennej i linewki mierniczej. Taśma płócienna, długości 10, lub 20 m, przetkana w kierunku długości kilkoma drucikami brązowymi, opatrzona z obu stron podziałem centymetrowym. Ulega znacznie wpływom wilgoci. Używa się jej do mierzenia długości krótkich. Linewka miernicza, z drutów stalowych, długości 20, 50 do 100 m, z poznaczonymi odstępami metrowymi, używana do zdejmowania przekrojów poprzecznych rzek.

Przyrządy do pomiaru długości powinno się sprawdzać co pewien okres czasu, przedewszystkiem zaś przed rozpoczęciem i po skończeniu większego pomiaru, przez porównanie z długością odmierzoną dokładnie zapomocą dwóch metrów normalnych. Metr normalny jest to pręt stalowy, o przekroju kwadratowym, wielkości 1 cm<sup>2</sup>, zakończony klinowato. Metry normalne sprawdza urząd cechowniczy i podaje dla każdego metra równanie długości,

obejmujące stały błąd metra i wpływ temperatury. Według przepisów katastru pruskiego błędy stałe lat, wzgl. taśm stalowych, porównywalnych z miarą normalną, nie powinny przekraczać granic następujących:

lata 5 m . . . 1,6 mm, taśma stalowa 20 m . . . 3,5 mm  
 „ 3 m . . . 1,3 mm, „ „ 10 m . . . 2,4 mm.

**Wykonanie pomiaru.** Prostą mierzoną należy wytyczyć. Na terenie poziomym mierzy się wprost po terenie. Na terenie pochyłym i równym np. wzdłuż drogi, można mierzyć także po terenie, lecz trzeba zaniwelować prostą mierzoną, celem obliczenia długości poziomej, albo mierzy się schodkami, układając miarę poziomo. Na terenie pochyłym i nierównym mierzy się wogóle schodkami; mierząc latami można także układaćłaty na terenie i odczytywać na pochylomierzu dla każdego położeniałaty poprawkę długości, albo wykonać redukcję na poziom przez odsuwaniełaty, używając pochylomierza automatycznego (por. „Zeitschrift für Vermessungswesen“ 1910 str. 553, 1914 str. 429 i 473, 1922 str. 673). Podczas pomiaru schodkami należy: 1. dokładnie przyłożyć miarę, 2. skierować ją w prostą mierzoną, 3. ułożyć miarę poziomo, 4. koniec miary dokładnie odpionować na terenie. Długość mierzy się wogóle dwa razy: na terenie poziomym w przeciwnych kierunkach, na terenie spadającym oba razy od punktu wyższego do niższego (pomiar z góry jest dokładniejszy). Notując wymiar, powinno się zapisać liczbę całych lat (taśm) i resztę długości, a potem całą długość prostej. Różnica dwóch pomiarów nie powinna przekraczać błędu dozwolonego. Wedle „Przepisów obowiązujących przy pomiarach metodą trygon. i poligon.“ granice błędu dozwolonego oblicza się z równania

$$\Delta l = 0,0002 \sqrt{l^2 + 1000 l}.$$

Wartości  $\Delta l$  można odczytać z tablicy 1.

Tablica 1.

Granice błędów dozwolonych  $\Delta l$  przy pomiarze długości  $l$  na terenie średnim.

Długość $l$	$\Delta l$	Długość $l$	$\Delta l$	Długość $l$	$\Delta l$	Długość $l$	$\Delta l$
m	cm	m	cm	m	cm	m	cm
1	1	156	9	465	17	823	25
6	2	190	10	508	18	870	26
16	3	225	11	551	19	916	27
30	4	262	12	596	20	963	28
49	5	300	13	640	21	1010	29
71	6	340	14	686	22	1057	30
97	7	381	15	731	23	1105	
125	8	422	16	777	24		
156		465		823			

Dla terenu korzystnego zmniejsza się granice błędów o 20%.

Dla terenu niekorzystnego zwiększa się granice błędów o 20%.

Jeżeli długość mierzymy po terenie równym a pochyłym, między punktami  $A$  i  $B$ , których różnica wysokości wynosi  $h$  (fig. 1), to długość pozioma  $l' = \sqrt{l^2 - h^2} \approx l - \frac{h^2}{2l} - \frac{h^4}{8l^3}$ . Przy pochyleniach mniejszych od 10% wystarczy uwzględnić dwa wyrazy, przy pochyleniach większych od 10% trzeba uwzględnić trzy wyrazy wzoru przybliżonego.

Długość można mierzyć także krokiem, wyznaczwszy w pierw długość kroku. Średnia długość kroku, według Jordana, wynosi 80,9 cm. Do liczenia ilości kroków służy krokomierz. Tego sposobu pomiaru używa się przy szkicowaniu. Przy pobieżnych orientacjach co do długości można użyć jako miary czasu.

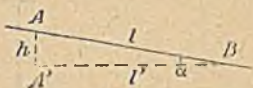


Fig. 1.

#### IV. Tyczenie kątów 90° i 180°.

Do tyczenia kątów 90° i 180° służą węgielnice: a) przeziernikowe, b) zwierciadlane, c) pryzmatowe.

Węgielnice przeziernikowe składają się z celowników, umieszczonych na powierzchni graniastostupa, walca (w. graniaste, walcowe), stożka (w. stożkowe), lub kuli (w. kuliste), których płaszczyzny celowe tworzą ze sobą kąty 90° i 180°. Węgielnice stożkowe i kuliste posiadają większe pole widzenia w płaszczyźnie pionowej, niż węgielnice graniaste i walcowe, nadają się więc w szczególności do tyczenia prostopadłych na terenie pochyłym.

Węgielnica zwierciadlana do tyczenia kątów 90° składa się z dwóch zwierciadeł, tworzących ze sobą kąt 45°, umieszczonych w odpowiedniej oprawie. Jedno zwierciadło jest osadzone stale, drugie zawieszono, aby można zmieniać kąt nachylenia zwierciadeł, za pomocą śrubek rektyfikacyjnych. Droga promienia światła naryskowana jest na fig. 2. Kąt, zawarty między promieniem padania a promieniem wyjścia, wynosi 90°. Aby wytyczyć kąt prosty, należy na kierunku obrazu tyczki  $M$ , widzianego w zwierciadle  $\Pi$ , ustawić tyczkę  $N$ , patrząc ponad zwierciadłem  $\Pi$ . Zastosowanie tego przyrządu do tyczenia prostopadłych a) w punkcie pośrednim prostej i b) z punktu leżącego zewnątrz prostej, przedstawiają fig. 3 i 4.

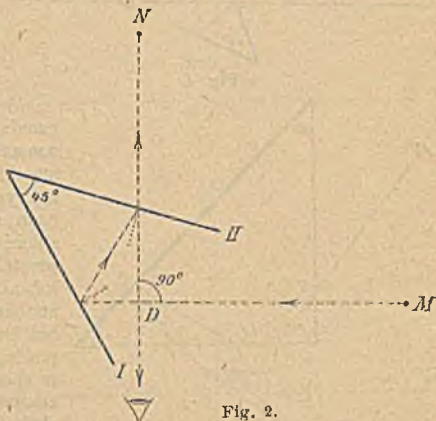


Fig. 2.

Węgielnice pryzmatowe: a) Węgielnica pryzmatowa pojedyncza, pryzmat Bauernfeinda jest to pryzmat szklany, prosty, o przekroju poprzecznym w kształcie trójkąta prostokątnego, równoramiennego. Ściana przeciwprostokątna pryzmatu jest posrebrzona. Pryzmat jest osadzony w odpowiedniej oprawie. Droge promienia światła, służącego do tyczenia prostopadłych, przedstawia fig. 5. Promień światła od tyczki  $M$  przebiega w pryzmacie drogą  $NPQR$  i wychodzi w powietrze w kierunku  $RS$ , prostopadłym do kierunku  $MN$ . Obraz tyczki  $M$  nie zmienia swego położenia

przy obrocie pryzmatu koło osi. Zastosowanie przyrządu do tyczenia prostopadłych uwidoczniają fig. 6, 7 i 8. Mając wytyczyć prostopadłą w punkcie pośrednim  $C(L)$  prostej  $AB$  (fig. 6), ustawiamy nad nim pryzmat zapomocą

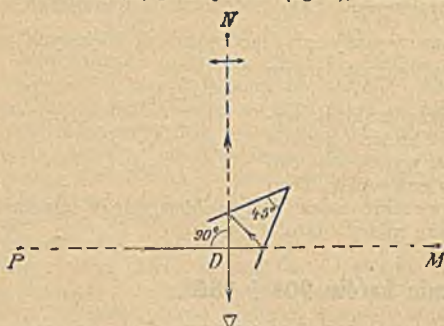


Fig. 3.

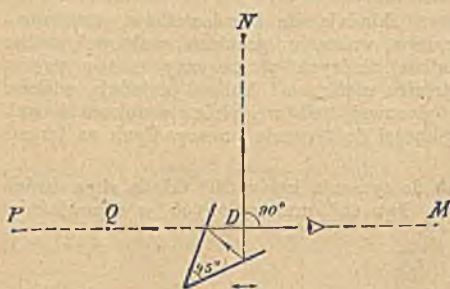


Fig. 4.

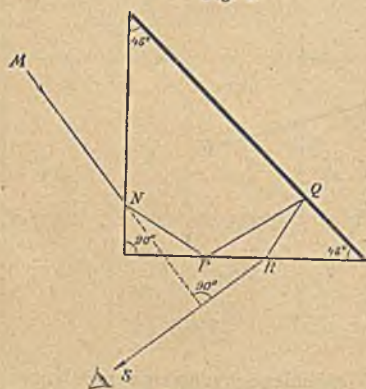


Fig. 6.

w przypuszczalnym punkcie pośrednim prostej tak, by promienie od obu tyczek padały na przeciwległe ściany przyprostokątne pryzmatów, a ściany przyprostokątne, leżące w jednej płaszczyźnie, były zwrócone do twarzy tyczącego. Szukamy obrazów ruchomych, lub stałych obu tyczek w pryzmatach i poruszamy się wpoprzek prostej, dopóki te obrazy nie

pionu tak, by ściana przeciwprostokątna była w przybliżeniu równoległa (prostopadła) do prostej  $AB$ , szukamy stałego obrazu tyczki  $A(B)$  w pobliżu wierzchołka kąta ostrego (prostego) i ustawiamy tyczkę  $D(F)$ , widzianą ponad, lub pod pryzmatem, na kierunku obrazu tyczki  $A(B)$ . Tycząc prostopadłą z punktu  $D$ , leżącego zewnątrz prostej  $AB$  (fig. 7 i 8), ustawiamy pryzmat na prostej  $AB$ , przy pomocy tyczek  $A$  i  $C$ , w przypuszczalnym spodku prostopadłej, w ten sposób, by ściana przeciwprostokątna była w przybliżeniu prostopadła (równoległa) do prostej  $AB$  i szukamy stałego obrazu tyczki  $D$  w pobliżu wierzchołka kąta ostrego (prostego). Następnie poruszamy się po prostej  $AB$ , dopóki obraz tyczki  $D$  nie wpadnie w jedną pionową z tyczką  $C$ , widzianą ponad, lub pod pryzmatem. Wtedy należy odpionować położenie pryzmatu na terenie.

b) Węgielnica pryzmatowa do tyczenia kątów  $90^\circ$  i  $180^\circ$ , krzyż pryzmatowy Bauernfeinda, jest zestawieniem dwóch pryzmatów prostokątnych, równoramiennych, umieszczonych tak nad sobą, że ich osi są do siebie równoległe, a ściany przeciwprostokątne prostopadłe. Wzajemne położenie pryzmatów można zmieniać nieznacznie zapomocą odpowiednich śrubek rektyfikacyjnych. Tycząc prostopadłe, używamy jednego z pryzmatów, w sposób opisany poprzednio. Do wyznaczania punktów pośrednich prostej służyć mogą albo obrazy ruchome (fig. 9), albo obrazy stałe (fig. 10), dwóch tyczek, zaznaczających położenie prostej. Sposób użycia przyrządu jest następujący. Ustawiamy przyrząd



padną na jedną pionową. Wreszcie odpionowujemy położenie przyrządu na terenie.

c) Pryzmat pięciocienny Goulier'a. Przekrój poprzeczny pryzmatu (fig. 11) ma kształt pięcioboku symetrycznego  $ABCDE$ , w którym

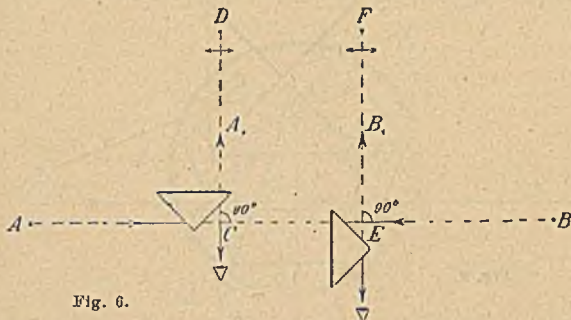


Fig. 6.

kąt przy wierzchołku  $A$  wynosi  $90^\circ$ , kąt między bokami  $ED$  i  $CB$  wynosi  $45^\circ$ , kąty zaś przy wierzchołkach  $B$  i  $E$  wynoszą po  $112^\circ 30'$ . Boki  $AB$  i  $AE$  są sobie równe. Ściany  $BC$  i  $DE$  są posrebrzone. Promień światła  $MN$ , padający na pryzmat w punkcie  $N$ , przebiega w nim drogą  $NPQR$  i wychodzi w powietrze w punkcie  $R$ , w kierunku  $RS$ , prostopadłym do promienia padania  $MN$ . Pryzmat Goulier'a daje jaśniejsze obrazy i ma większe pole widzenia niż pryzmat Bauernfeinda. Wierzchołek kąta prostego znajduje się wewnątrz pryzmatu.

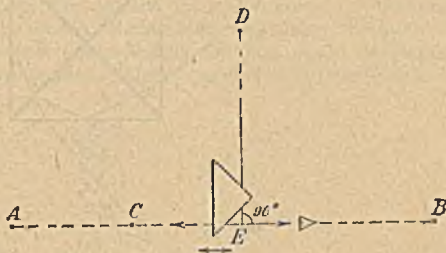


Fig. 7.

d) Pryzmat pięciocienny podwójny do tyczenia kątów  $90^\circ$  i  $180^\circ$  (fig. 12) jest zestawieniem dwóch pryzmatów pojedynczych, obróconych względem siebie o kąt  $90^\circ$  i umieszczonych tak, że jeden znajduje się nad drugim, a dwie ściany przyprostokątne wpadają na siebie. Pryzmaty osadzone są w oprawie metalowej, która posiada wycięcia naprzeciw ścian przyprostokątnych.

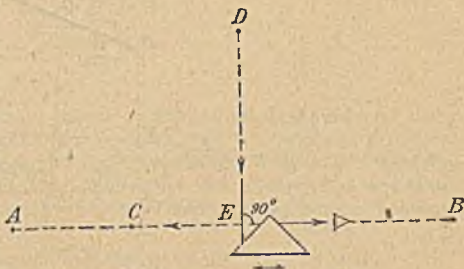


Fig. 8.

(Na przestrzeni  $AB$  znajduje się w oprawie wycięcie naprzeciw pryzmatu dolnego  $I$ .) Ustawmy przyrząd na prostej  $MN$ ; promień światła od tyczki  $M$  przebiega w pryzmacie  $I$  drogą  $PQRS$  i wychodzi z pryzmatu w kierunku  $SM_1$ ; promień światła od tyczki  $N$  przebiega w pryzmacie  $II$  drogą  $TURS$  i wychodzi w kierunku  $SN_1$ . Oba promienie wychodzące znajdują się w jednej płaszczyźnie pionowej, prostopadłej do prostej  $MN$ , w której ustawiona tyczka wyznacza prostopadłą do  $MN$ . Pryzmat

pięciocienny podwójny nie posiada śrubek rektyfikacyjnych, gdyż warunek: „dwie ściany przyprostokątne wpadają na siebie“ nie jest konieczny, a kąt  $180^\circ$  otrzymamy także wtedy, gdy te ściany tworzą ze sobą mały kąt.

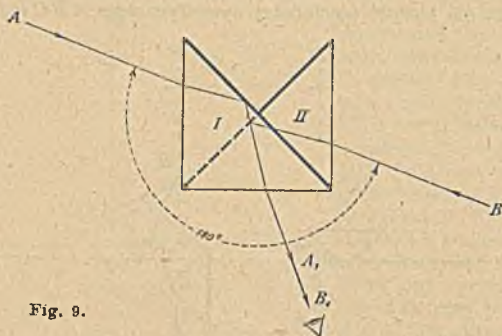


Fig. 9.

Węgielnice pryzmatowe są bardzo wygodne w użyciu, pracuje się nimi szybko i pewnie; nie można ich jednak używać na terenie pochyłym, podobnie jak węgielnice zwierciadlanych.

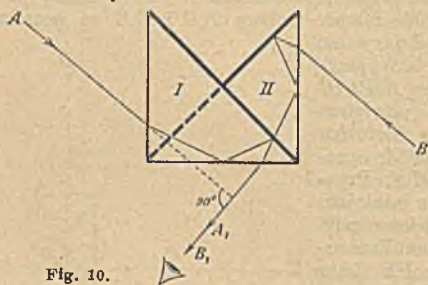


Fig. 10.

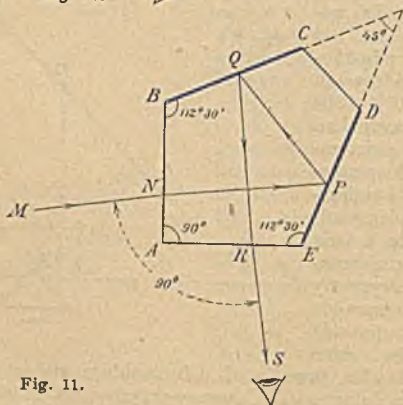


Fig. 11.

**Sprawdzanie i rektyfikacja węgielnicy.** Węgielnicy do tyczenia kątów prostych sprawdza się przez dwukrotne wytyczenie kąta przy tej samej prostej, w jej punkcie pośrednim, przyczem węgielnicy używamy zawsze w jednakowy sposób. Z obu wytyczeń powinniśmy dostać tę samą prostą.

Jeżeli raz otrzymamy prostą  $CD_1$ , a drugi raz prostą  $CD_2$  (fig. 13), to kąt  $D_1CD_2$  jest podwójnym błędem w wytyczeniu kąta prostego. Prostopadłą do  $AB$  będzie prosta  $CD$ , przyczem punkt  $D$  leży w środku między punktami  $D_1$  i  $D_2$ . Węgielnicę należy tak poprawić, by dawała prostą  $CD$ , bez względu na to, od której części prostej  $AB$  tyczymy kąt. Węgielnicę do

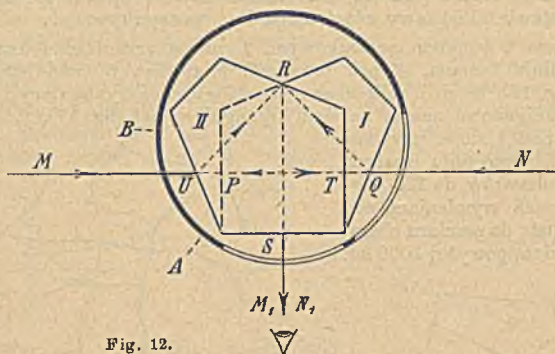


Fig. 12.

tyczenia linii prostych sprawdza się wogóle przez dwukrotne wyznaczenie punktu pośredniego prostej, w dwóch położeniach węgielnicy, różnych od siebie o  $180^\circ$ . Jeżeli każdym razem otrzymamy ten sam punkt, węgielnica jest dobra. Gdy wypadną dwa punkty, należy węgielnicę poprawić tak, by

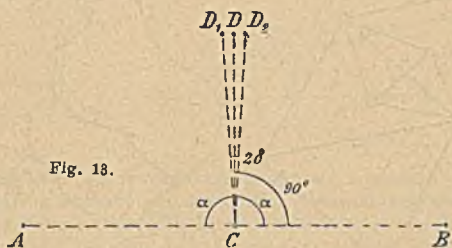


Fig. 13.

w obu położeniach dawała punkt leżący w środku między punktami otrzymanymi. Poprawienie (rektyfikacja) możliwe jest u węgielnic przeziernikowych z przeziernikami włosowymi (przez przesunięcie włosa), u węgielnic zwierciadlanych (przez zmianę kąta nachylenia zwierciadeł) i u węgielnicy pryzmatowej do tyczenia kątów  $180^\circ$  (przez zmianę wzajemnego położenia pryzmatów).

Średni błąd kąta wytyczonego węgielnicą wynosi  $\pm 1'$  do  $\pm 3'$ .

Długość prostopadłych, tyczonych węgielnicami, nie powinna przekraczać na terenie poziomym 50 m, na terenie pochyłym 30 m.

## V. Zdjęcia poziome.

Zdjęciem poziomem nazywamy plan, przedstawiający obraz poziomy zdejmowanego obszaru. Przedmiotem zdejmowania są granice własności

i uprawy, budynki, środki komunikacyjne, rzeki itd. Zadaniem zdejmowania jest wyznaczenie wzajemnego położenia pewnej ilości punktów, które połączone ze sobą w odpowiedni sposób dają plan zdejmowanego obszaru. Położenie punktów wyznaczyć możemy *a*) przez pomiar pewnych długości, lub pomiar długości i kątów, *b*) przez narysowanie tych punktów.

**Podstawy zdjęć poziomych.** Każde zdjęcie opierać się musi na pewnej podstawie. Podstawy zdjęć mogą być następujące:

1. Prosta z punktem początkowym, 2. prosta ograniczona dwoma punktami, 3. linja łamana, 4. pęk promieni, 5. trójkąt, 6. wielobok, 7. siatka linijna (fig. 14), 8. sieć poligonowa (fig. 15), 9. sieć tryangulacyjna (fig. 16), 10. sieć poligonowa oparta na sieci tryangulacyjnej (fig. 17). Podstawy wymienione pod 1. do 8. używane są przy zdejmowaniu małych i średnich obszarów, do 1000 *ha*; podstawy zaś wymienione pod 9. i 10. służą do pomiaru obszarów wielkich, powyżej 1000 *ha*.



Fig. 14.

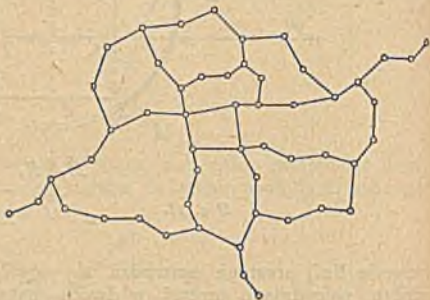


Fig. 15.

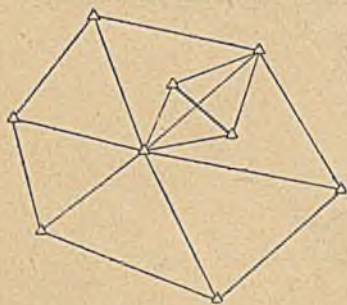


Fig. 16.



Fig. 17.

Podstawę zdjęcia należy odpowiednio założyć i pomierzyć najdokładniej. stanowi ona bowiem szkielet, na którym opiera się całe zdjęcie. Gdy podstawa składa się z  $n$  wierzchołków, to do wyznaczenia wzajemnych ich położenia trzeba pomierzyć  $(2n - 3)$  niezależnych ilości. Zwykle jednak mierzymy więcej ilości, by mieć możliwość sprawdzenia pomiaru, ewentualnie wyrównania. Przy zdejmowaniu małych obszarów, np. parcel, lub niewielkich zbiorów parcel, wykonywa się pomiar podstawy równocześnie ze zdejmowaniem granic, budynków itd. Przy zdejmowaniu średnich i wielkich obszarów pomiar podstawy wykonywa się oddzielnie od wykonania zdjęcia szczegółów, w sposób opisany w rozdziałach o tryangulacji i zdjęciach poligonowych.

**Metody wykonywania zdjęć poziomych:** 1. Metoda rzutowania, 2. m. trójkątów, 3. m. poprzeczek, 4. m. biegunowa, 5. m. wcinania wprzód, 6. m. zdejmowania z obwodu bez omijania punktów, 7. m. zdejmowania

wania z obwołu z omijaniem punktów. Pierwszemi trzema metodami wykonać można zdjęcia przy użyciu taśmy, węgielnicy i tyczek, przy czterech dalszych metodach potrzeba prócz tych przyrządów użyć jeszcze instrumentu do pomiaru kątów poziomych, wzgl. azymutów magnetycznych.

Metoda rzutowania. Położenie punktów zdejmowanych wyznaczamy tu zapomocą spólrzędnych prostokątnych, odniesionych do boków podstawy (fig. 18). Ze zdejmowanych punktów tyczymy prostopadłe do tych boków i mierzymy długości odciętych i rzędnych, zwykle równocześnie, używając dwóch taśm, z których jedna, taśma stalowa, leży w kierunku boku podstawy i służy do pomiaru odciętych, a druga, taśma płócienna, służy do pomiaru rzędnych. Krótkie rzędne tyczy się na oko, lub zapomocą taśmy płóciennej, układając ją w ten sposób, by z taśmą stalową tworzyła równie kąty. Dłuższe rzędne tyczy się węgielnicą. Dla sprawdzenia pomiaru

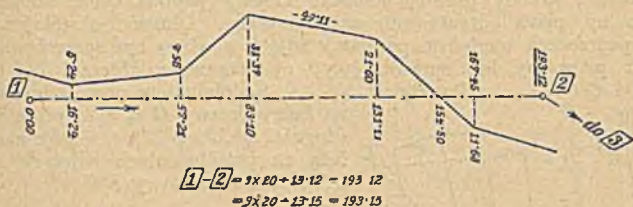


Fig. 18.

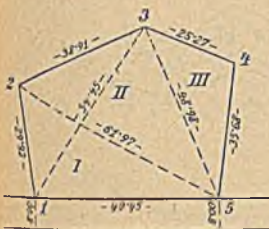


Fig. 19.

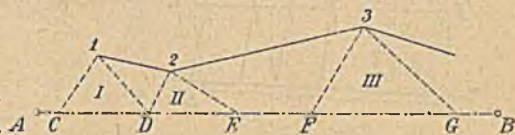


Fig. 20.

mierzy się odległości zdejmowanych punktów, wyznacza przecięcia zdejmowanych granic z bokami podstawy itd. Granice krzywoliniowe zdejmujemy przez odrzutowanie pewnej ilości punktów, oddających kształt krzywej linii, obranych tak, by wielobok łączący te punkty mógł zastąpić z dostateczną dokładnością krzywą linię. Wymiary spólrzędnych, odnoszące się do punktów ważniejszych, podaje się z uwzględnieniem centymetrów, wymiary odnoszące się do wszystkich innych punktów z uwzględnieniem decymetrów. To samo odnosi się do długości granic i wymiarów budynków. Szkic zdejmowanego obszaru rysuje się na oko, na szkicowniku, przy użyciu trójkąta i twardego ołówka, w ten sposób, by wszystkie szczegóły dały się wyraźnie przedstawić, ewentualnie drobne szczegóły rysuje się osobno większe. Wymiary zapisuje się w sposób uwidoczniiony na fig. 18.

Metoda trójkątów. Wzajemne położenie punktów zdejmowanych wyznaczamy zapomocą trójkątów, w których mierzymy wszystkie boki. Mając zdjęć parcelę 1, 2, 3, 4, 5 (fig. 19), dzielimy ją przekątniami na trójkąty I, II, III i w każdym trójkącie mierzymy wszystkie boki. Dla sprawdzenia pomiaru można prócz tego zmierzyć przekątnie 1,3 lub 1,4. W podobny sposób zdjęlibyśmy granicę 1, 2, 3, . . . (fig. 20), przy pomocy podstawy AB, pomierzywszy odcięte punktów C, D, E, . . ., oraz boki C 1, 1 D, D 2, 2 E, . . . Długości 1, 2; 2, 3; . . . służyć mogą do sprawdzenia pomiaru. Dokładność wyznaczenia położenia punktu tą

metodą zależy od wielkości kąta, zawartego między bokami trójkąta, wyznaczającymi to położenie i jest największa, gdy kąt ten wynosi  $90^\circ$ . Powiniemy starać się, by zdejmowane punkty były ile możności wyznaczone niezależnie od siebie, wtedy błąd popełniony w pewnym miejscu nie przenosi się dalej. Wymiary zapisuje się na szkicu jak naznaczono na fig. 19.

Metoda poprzeczek. Granice zdejmowane przecinamy kilkoma poprzeczkami *III, IIIIV, . . .* (fig. 21), których położenie względem podstawy zdjęcia *ABCD* jest znane, określone np. długościami *AI* i *DII*, *AIII* i *DIV*, . . . i wyznaczamy położenie punktów przecięcia się poprzeczek z granicami, przez pomiar długości *I1, I2, . . .* Poprzeczki powinny biegnąć, ile możności, pod kątem zbliżonym do prostego względem granic zdejmowanych, w takich odstępach od siebie, by odcinki granic między punktami przecięcia się z poprzeczkami można uważać za linje proste. Ewentualne załomy granic, położone między poprzeczkami, zdejmujemy osobno, np. przez odrzutowanie na poprzeczkę. Długości określające położenie poprzeczek względem podstawy zdjęcia powinny być sprawdzone przez pomiar podwójny, lub sprawdzający, np. zapomocą długości *BI* i *CI*, *BIII* i *CIV*, . . . Punkty *M, N, . . .* zdejmujemy przez odrzutowanie na bok podstawy *BC*, albo przez pomiar długości *MM', NN', . . .*, gdy punkty te leżą na przedłużeniach zdjętych granic, blisko boku podstawy *BC*.

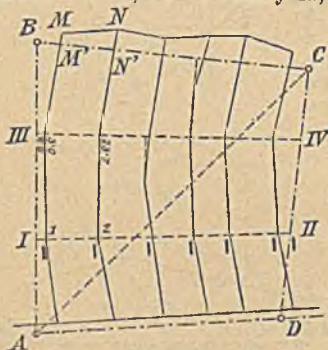


Fig. 21.

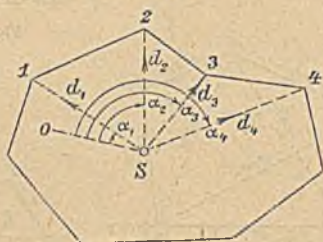


Fig. 22.

Metoda biegunowa. Położenie punktów zdejmowanych określamy tu zapomocą współrzędnych biegunowych. Mając zdjąć punkty 1, 2, . . . (fig. 22), obieramy dowolne stanowisko *S*, mierzymy kąty kierunkowe  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$  i długości  $d_1, d_2, \dots$ . Gdy jedno stanowisko nie wystarcza do wykonania zdjęcia wszystkich punktów, powtarzamy tą czynność z każdego wierzchołka podstawy zdjęcia, nawiązując się do boków podstawy. Metoda ta jest bardzo wygodna, gdy długości mierzymy optycznie, użyć jej bowiem możemy do zdejmowania terenu bardzo nierównego, z przeszkodami do pomiaru, patrz ustęp „Tachymetria”. Wyniki pomiaru kątów zapisujemy w dzienniku kątowym, wyniki pomiaru długości na szkicu. Zdejmując stolikiem mierniczym, rysujemy promienie do punktów zdejmowanych na stolniczce, zapomocą kierownicy. Dokładność zdjęcia sprawdza się przez pomiar odległości punktów zdejmowanych, lub przez wyznaczenie ich położenia z dwóch stanowisk.

Metoda weinania wprzód. Ta metoda polega na konstrukcji trójkąta z boku i dwóch kątów jemu przyległych. Gdy zmierzmy długość  $AB = c$  i kąty  $\alpha$  i  $\beta$ , przy wierzchołkach *A* i *B* (fig. 23), to wyznaczyć możemy położenie punktu *C* względem punktów *A* i *B*, t. zn. obliczyć długości *AC* i *BC*, oraz współrzędne punktu *C*, odniesione do tego samego układu, do którego odniesione są współrzędne punktów *A* i *B*. Ten sposób stosujemy przy tryangulacji i trygonometrycznym wyznaczaniu położenia punktów. Położenie punktu *C* względem punktów *A* i *B* można wyznaczyć także graficznie, przez odmierzanie, lub narysowanie, kątów  $\alpha$  i  $\beta$  w punk-

tach  $A$  i  $B$ , przy prostej  $AB$ , narysowanej w pewnej skali i wyznaczenie punktu przecięcia się otrzymanych promieni. Tak postępujemy przy zdejmowaniu granic. Metody zdejmowania przez rysowanie kątów  $\alpha$  i  $\beta$  na terenie używamy przy zdjęciach stolikowych. Dokładność wyznaczenia położenia punktu wcinaniem wprzód zależy od wielkości kąta przecięcia się odpowiednich promieni, który nie powinien przekraczać granic  $30^\circ$  i  $150^\circ$ . W tym celu zakładamy odpowiednio podstawę zdjęcia, a gdy mimo tego wypadną ostre przecięcia, to wyznaczamy położenie odnośnych punktów metodą biegunową, albo przez przecięcie z innego wierzchołka podstawy. Przed zdejmowaniem trzeba punkty zdejmowane wypalikować, ponumerować i narysować szkic zdejmowanego obszaru.

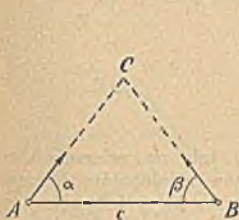


Fig. 23.

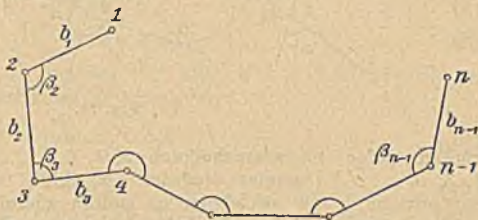


Fig. 24.

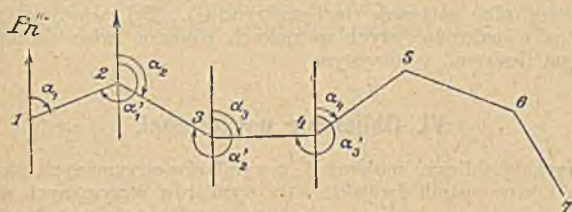


Fig. 25.

Metoda zdejmowania z obwodu bez omijania punktów. Wzajemne położenie punktów  $1, 2, 3, \dots$  (fig. 24) wyznaczyć możemy zapomocą kątów  $\beta_2, \beta_3, \dots$ , leżących po jednej stronie wieloboku  $1, 2, 3, \dots$ , oraz długości  $1,2 = b_1, 2,3 = b_2, \dots$ . Kąty mierzy się albo instrumentem uniwersalnym, albo rysuje się je zapomocą stolika mierniczego, długości zaś mierzy się bezpośrednio łąkami lub taśmą stalową, albo pośrednio, optycznie (tachymetrycznie). Pomiar należy wykonać starannie, ponieważ wyznaczenie położenia punktu następnego zależy od położenia punktu poprzedniego. Jeżeli wielobok mierzony jest podstawą zdjęcia (poligonem), to kąty mierzy się w dwóch położeniach lunety, a boki dwa razy. Jeżeli wielobok ma krótkie boki, to zamiast kątów można mierzyć azymuty magnetyczne boków zapomocą instrumentu busolowego, por. fig. 25. Gdy wielobok jest zamknięty, to dla sprawdzenia pomiaru mierzymy w nim wszystkie kąty i boki. Sprawdzenie pomiaru kątów stanowi warunek  $\sum \beta = (n \mp 2) 180^\circ$ , przyczem  $n$  jest liczbą kątów, znak  $-$  odnosi się do kątów wewnętrznych, znak  $+$  do kątów zewnętrznych. Do sprawdzenia pomiaru boków służą równania  $\sum b \sin \alpha = 0, \sum b \cos \alpha = 0$ , przyczem  $\alpha$  oznacza azymut pozorny boku poligonu (kąt między osią  $+X$ , a bokiem poligonu). Dla nakreślenia poligonu oblicza się zwykle współrzędne jego wierzchołków, odniesione do pewnego układu osi (sposób najdokładniejszy). Wielobok można także nakreślić przez rysowanie kątów i odmierzenie długości boków na ramionach kątów. Kąty rysuje się albo kątomierzem metalowym z alhidadą, albo zapomocą metody tangencowej. Ta metoda

zdejmowania ma obszerne zastosowanie przy zdjęciach poligonowych, patrz odnośny ustęp.

Metoda zdejmowania z obwodu z omijaniem punktów. Położenie punktów zdejmowanych 1, 2, 3, . . . . (fig. 26) wyznaczamy *a*) przez pomiar azymutów magnetycznych wszystkich boków wieloboku 1, 2, 3, . . . ., wykonany instrumentem busolowym, na co drugim wierz-

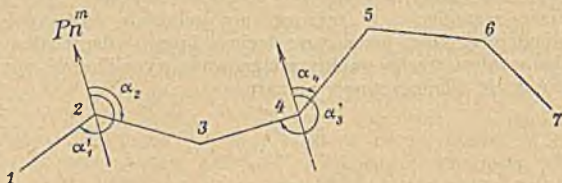


Fig. 26.

chołku (więc na wierzchołkach 2, 4, 6, . . . ., lub na wierzchołkach 1, 3, 5, . . . .) i pomiar długości wszystkich boków wieloboku; *b*) przez narysowanie kątów wieloboku na stoliku mierniczym, który ustawiamy na co drugim wierzchołku wieloboku (orjentując stółki zapomocą busoli stolikowej) i pomiar wszystkich boków wieloboku. Boki wieloboku mierzy się taśmą stalową, albo optycznie (tachymetrycznie). Tej metody zdejmowania użyć można w najtrudniejszych warunkach pomiaru, więc na terenie nieprzejrzystym (lesistym) i górzystym.

## VI. Obliczanie powierzchni.

Powierzchnię obliczyć możemy 1. z wymiarów otrzymanych na gruncie, 2. z planu i to w sposób dwojaki: *a*) z wymiarów otrzymanych na planie, *b*) zapomocą planimetrów, t. j. przyrządów do obliczania powierzchni.

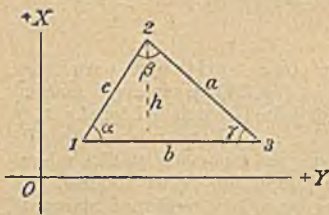


Fig. 27.

Wzory do obliczania powierzchni:

1. Trójkąt (fig. 27). *a*, *b*, *c* są boki trójkąta,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  przeciwległe kąty, *h* wysokość wykreślona na bok *b*, 1 ( $x_1, y_1$ ), 2 ( $x_2, y_2$ ), 3 ( $x_3, y_3$ ) współrzędne wierzchołków trójkąta, odniesione do układu prostokątnego, w którym z osi  $+X$  przechodzi się do  $+Y$  przez obrót o  $90^\circ$ , w kierunku ruchu wskazówki zegarowej,

przyczem porządek numeracji wierzchołków jest także zgodny z kierunkiem ruchu wskazówki zegarowej<sup>1)</sup>, *P* powierzchnia.

$$P = \frac{1}{2} b h \dots \dots \dots (1)$$

$$P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \dots \dots \dots (2)$$

przyczem  $s = \frac{a+b+c}{2}$ ,  $(s-a) + (s-b) + (s-c) = s$ .

$$P = \frac{1}{2} a b \sin \gamma \dots \dots \dots (3)$$

<sup>1)</sup> Gdy z  $+X$  przechodzi się do  $+Y$  przez obrót o  $90^\circ$ , w kierunku przeciwnym niż ruch wskazówki zegarowej, lub porządek numeracji wierzchołków jest przeciwny, to zmienia się znak powierzchni.



$$P = \frac{b^2}{2} \frac{\sin \alpha \sin \gamma}{\sin \beta} = \frac{b^2}{2 (\cotg \alpha + \cotg \gamma)} \dots \dots \dots (4)$$

$$\left. \begin{aligned} 2P &= x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) \\ -2P &= y_1(x_2 - x_3) + y_2(x_3 - x_1) + y_3(x_1 - x_2) \end{aligned} \right\} \dots \dots (5)$$

2. Prostokąt.  $a$  i  $b$  są boki prostokąta.

$$P = ab \dots \dots \dots (6)$$

3. Równoległobok.  $a$  i  $b$  boki,  $\gamma$  kąt zawarty między nimi,  $h$  wysokość wykreślona na bok  $b$ .

$$P = bh \dots \dots \dots (7)$$

$$P = ab \sin \gamma \dots \dots \dots (8)$$

4. Trapez (fig. 28).  $a$  i  $b$  boki równoległe,  $c$  środkowa,  $h$  wysokość.

$$P = \frac{a+b}{2} h \dots \dots \dots (9)$$

$$P = ch \dots \dots \dots (10)$$

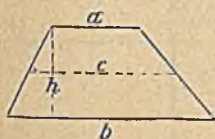


Fig. 28.

5. Czworobok (fig. 29).  $a, b, c, d$  boki,

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$  kąty,  $p, q$  przekątne,  $\varphi$  kąt między przekątnymi,  $h_1, h_2$  wysokości wykreślone na przekątnię  $p$ , 1 ( $x_1, y_1$ ), 2 ( $x_2, y_2$ ), 3 ( $x_3, y_3$ ), 4 ( $x_4, y_4$ ) współrzędne prostokątne wierzchołków (jak wyżej przy trójkacie).

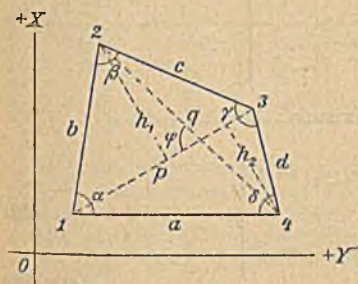


Fig. 29.

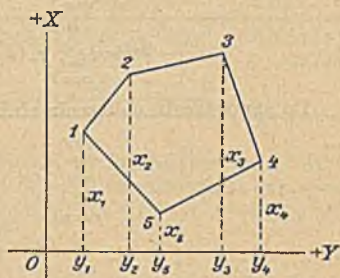


Fig. 30.

$$P = \frac{1}{2} p (h_1 + h_2) \dots \dots \dots (11)$$

$$2P = ab \sin \alpha + bc \sin \beta - ac \sin (\alpha + \beta) \dots \dots \dots (12)$$

$$2P = ab \sin \alpha + cd \sin \gamma \dots \dots \dots (13)$$

$$2P = pq \sin \varphi \dots \dots \dots (14)$$

$$\left. \begin{aligned} 2P &= x_1(y_2 - y_4) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_4 - y_2) + x_4(y_1 - y_3) \\ -2P &= y_1(x_2 - x_4) + y_2(x_3 - x_1) + y_3(x_4 - x_2) + y_4(x_1 - x_3) \end{aligned} \right\} (15)$$

6. Wielobok.  $a$  Wielobok o  $n$  bokach rozkładamy ( $n - 3$ ) przekątnymi na ( $n - 2$ ) trójkątów. Gdy oznaczymy podstawę trójkąta przez  $p$ , a wysokość przez  $h$ , to

$$P = \frac{1}{2} (p_1 h_1 + p_2 h_2 + \dots + p_{n-2} h_{n-2}) \dots \dots \dots (16)$$

$b$ ) Wielobok dany zapomocą współrzędnych prostokątnych 1 ( $x_1, y_1$ ), 2 ( $x_2, y_2$ ), . . .  $n$  ( $x_n, y_n$ ), (fig. 30).

$$\left. \begin{aligned} 2P &= \sum_{r=1}^{r=n} (x_r + x_{r+1})(y_{r+1} - y_r) \\ -2P &= \sum_{r=1}^{r=n} (y_r + y_{r+1})(x_{r+1} - x_r) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (17)$$

Obliczenie sprawdzamy zapomocą równań:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{r=1}^{r=n} (x_r + x_{r+1}) &= 2 \sum_{r=1}^{r=n} x_r \\ \sum_{r=1}^{r=n} (y_r + y_{r+1}) &= 2 \sum_{r=1}^{r=n} y_r \\ \sum_{r=1}^{r=n} (x_{r+1} - x_r) &= 0 \\ \sum_{r=1}^{r=n} (y_{r+1} - y_r) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (18)$$

Wzory L'Huilier'a, lub Gaussa są:

$$\left. \begin{aligned} 2P &= \sum_{r=1}^{r=n} x_r (y_{r+1} - y_{r-1}) \\ -2P &= \sum_{r=1}^{r=n} y_r (x_{r+1} - x_{r-1}) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (19)$$

Do sprawdzenia obliczenia służą równania:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{r=1}^{r=n} (x_{r+1} - x_{r-1}) &= 0 \\ \sum_{r=1}^{r=n} (y_{r+1} - y_{r-1}) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (20)$$

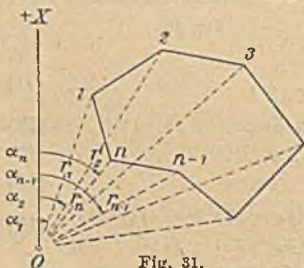


Fig. 31.

c) Wielobok dany zapomocą boków i kątów. Wielobok należy najpierw wyrównać, następnie obliczyć spólrzędne prostokątne jego wierzchołków, wreszcie zapomocą tych obliczyć powierzchnię jak wyżej.

d) Wielobok dany zapomocą spólrzędnych biegunowych (fig. 31), tj. zapomocą kątów kierunkowych  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  i odległości biegunowych  $r_1, r_2, \dots, r_n$ , przyczem numeracja wierzchołków następuje w kierunku ruchu wskazówki zegarowej.

$$P = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{k=n} r_k r_{k+1} \sin(\alpha_{k+1} - \alpha_k) \dots \dots \dots (21)$$

Do sprawdzenia obliczenia służy równanie

$$\sum_{k=1}^{k=n} (\alpha_{k+1} - \alpha_k) = 0 \dots \dots \dots (22)$$

Przykład obliczenia powierzchni wieloboku za pomocą wzorów L'Huilier'a podano poniżej.

Najpierw sprawdza się obliczenie różnic spółrzednych. Mnożenia wykonywa się najlepiej za pomocą maszyny do rachowania, lub tablic rachunkowych, np. H. Zimmermann (3-cyfrowa  $\times$  2-cyfrowa), L. Zimmermann (4-cyfrowa  $\times$  2-cyfrowa), Crell'a (3-cyfrowa  $\times$  3-cyfrowa). Dla sprawdzenia iloczynów rachuje się je dwa razy, albo używa się dwóch różnych wzorów do obliczenia powierzchni, co jest bardziej wskazane.

Przykład obliczenia powierzchni wieloboku za pomocą wzorów L'Huilier'a.

$$2P = \sum_{r=1}^{r=n} x_r (y_{r+1} - y_{r-1}) = - \sum_{r=1}^{r=n} y_r (x_{r+1} - x_{r-1}).$$

Punkt	x	y	$x_{r+1} - x_{r-1}$		$y_{r+1} - y_{r-1}$		$x_r \cdot (y_{r+1} - y_{r-1})$		$y_r \cdot (x_{r+1} - x_{r-1})$	
			+	-	+	-	+	-	+	-
1	0,00	0,00	—	45,24	—	30,88	0,0	—	0,0	—
2	-3,22	-30,88	4,25	—	—	70,88	228,2	—	—	131,2
3	4,25	-70,88	46,97	—	—	42,88	—	182,2	—	3329,2
4	43,75	-73,76	40,19	—	44,61	—	1951,7	—	—	2964,4
5	44,44	-26,27	—	1,73	73,76	—	3277,9	—	45,4	—
6	42,02	0,00	—	44,44	26,27	—	1103,9	—	0,0	—
	0,00	0,00	91,41	91,41	144,64	144,64	6561,7	182,2	45,4	6424,8
	-3,22	-30,88	0,00	—	—	0,00	6379,5	—	—	6379,4
							3189,7 = P			

Obliczanie powierzchni z wymiarów otrzymanych na gruncie, polegające na zastosowaniu wzorów podanych w ustępie poprzednim, daje wynik najdokładniejszy, bo wolny od błędów rysunku zdjęcia, występujących przy obliczaniu powierzchni z planu; stosujemy je wtedy, gdy wartość jednostkowa gruntu jest wielka.

Obliczanie powierzchni z wymiarów zmierzonych na planie. Powierzchnia jest najczęściej ograniczona liniami prostymi, które tworzą wielobok. Powierzchnię wieloboku otrzymamy: a) przez podział na trójkąty, za pomocą przekątnej, z wzoru (16); b) przez podział na trapezy, za pomocą rzutowania wierzchołków na najdłuższą przekątnię, z wzorów (17) i (19); c) przez podział na paski trapezowe (fig. 32), wtedy:

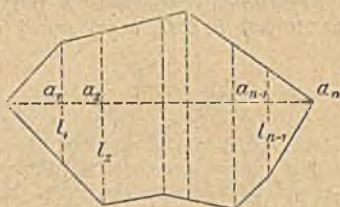


Fig. 32.

$$2P = l_1 a_1 + (l_1 + l_2)(a_2 - a_1) + (l_2 + l_3)(a_3 - a_2) + \dots + l_{n-1} (a_n - a_{n-1})$$

$$= l_1 a_2 + l_2 (a_3 - a_1) + l_3 (a_4 - a_2) + \dots + l_{n-1} (a_n - a_{n-2}).$$

Ostatni sposób stosujemy przy podziale gruntów.

Jeżeli wielobok ma dużo wierzchołków, kreślimy na nim inny, o niewielkiej ilości wierzchołków (fig. 33), i obliczamy jego powierzchnię jak wyżej pod a), b), lub c), pozostałe zaś skrawki powierzchni, między wielobokiem danym a wkreślonym, obliczamy osobno, przez podział na trapezy

i trójkąty. Przy podziale wieloboku na trójkąty staramy się, by trójkąty były możliwie największe, oraz by w żadnym trójkącie nie było bardzo znacznych różnic między długością podstawy a wysokości. Dziąc wielobok na paski trapezowe, kreślimy je zwykle prostopadle do najdłuższej sprzekątni. Jeżeli wypadają ostre przecięcia z obwodem wieloboku, lub paski zbyt wąskie, wkręśla się proste pomocnicze i oblicza skrawki osobno. Wymiary odmierza się dokładną podziałką, przy użyciu lupy.



Fig. 33.

Powierznię wieloboku obliczyć można także *d*) przez podział na paski trapezowe o równej szerokości. Tego sposobu używa się przy wyznaczaniu powierzchni przekrojów poprzecznych robót ziemnych (przekopów i nasypów, fig. 34). Przekroje poprzeczne narysowane są zwykle na papierze milimetrowym, w skali

1 : 100, mamy więc nakreślone na nich paski o szerokości 1 cm = 1 m, których średnie długości *l* dodajemy za pomocą cyrkla. Założony przekrój, położony między równoległymi bokami paszków, można wyrównać, mierząc odpowiednio średnią długość paska. Skrawki węższe od szerokości

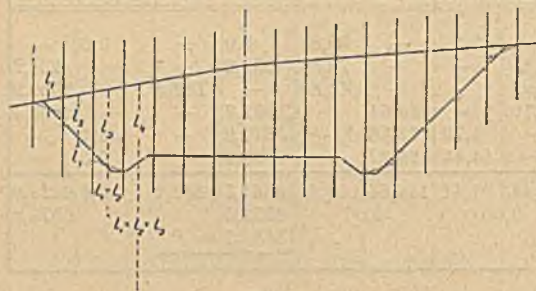


Fig. 34.

paska ocenia się na oko.  $P = l_1 + l_2 + \dots + l_n + p$ , gdzie *p* oznacza sumę powierzchni skrawków.

e) Dowolny wielobok *A B C D E F* (fig. 35) przekształcić możemy na trójkąt *B<sub>1</sub> C D<sub>1</sub>*, o tej samej powierzchni, znosząc kolejno wierzchołki wieloboku. Następnie obliczamy powierzchnię trójkąta *B<sub>1</sub> C D<sub>1</sub>*, przez pomiar jego podstawy i wysokości.

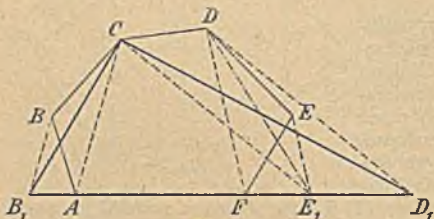


Fig. 35.

Obliczanie powierzchni za pomocą planimetrów. Planimetr biegunowy kompensacyjny Coradiego (fig. 36) składa się z dwóch ramion: biegunowego *P* i wodzącego *A*, które łączymy w punkcie *D* za pomocą

łożyska kulistego. Na końcu ramienia *P* znajduje się biegun *b*, tj. ostrze z ciężarkiem do ustalenia położenia planimetru względem powierzchni obliczanej. W punkcie *f* jest wodzidło, tj. ostrze do obwodzenia powierzchni. Długość ramienia biegunowego jest zwykle stała, długość ramienia wodzącego zmienna. Na ramieniu wodzącym wryta jest podziałka półmilimetrowa do nastawiania planimetru. Z ramieniem wodzącym połączone jest kółko całkujące *L*, którego oś jest równoległa do ramienia wodzącego. Z wielkości odwinięcia tego kółka obliczyć możemy wielkość powierzchni plani-

metrowanej. Kółko całkujące opatrzone jest liczydłem, na którym można odczytać 0,001 część obrotu kółka całkującego; odczyt jest liczbą czterocyfrową, wyrażamy go w jednostkach nonjusza. W pudełku planimetru znajduje się tabliczka, w której podane są stany ramienia wodzącego, odpowiadające stałym planimetru dla różnych skal, za pomocą których można planimetr nastawić. Do sprawdzenia stałej  $c_1$  służy linijka próbna, pozwalająca obwieść wodzidłem planimetru koło o znanym promieniu, lub o znanej powierzchni.

Obliczanie powierzchni wykonywa się zwykle z biegunem zewnątrz powierzchni. Wtedy powierzchnia  $P = c_1 n$ , przyczem  $c_1$  jest pierwszą stałą planimetru ( $c_1 = 2 r \rho \pi$ ,  $r$  długość ramienia wodzącego,  $\rho$  promień kółka całkującego,  $\pi = 3,1416$ ),  $n$  różnica odczytów na kółku całkującym ( $n = n_2 - n_1$ ,  $n_1$  odczyt początkowy,  $n_2$  odczyt końcowy, gdy obwiedzimy powierzchnię w kierunku ruchu wskazówki zegarowej). Jeżeli powierzchnię obliczamy z biegunem wewnątrz powierzchni, to  $P = c_1 n + c_2$ , przyczem  $c_2$  jest drugą stałą planimetru ( $c_2 = (r^2 + k^2 + 2 r r_1) \pi$ ,  $k$  długość ramienia biegunowego,  $r_1$  odstęp kółka całkującego od punktu  $D$ ). Stałą  $c_1$  wyznaczamy jako powierzchnię, odpowiadającą jednostce nonjusza kółka całkującego. Stałą  $c_2$  jest powierzchnią, którą opisuje wodzidło wtedy, gdy kółko całkujące nie obraca się (powierzchnią koła obojętnego).

Sprawdzenie stałej  $c_1$ . Przesuwamy ramię wodzące w pochwie tak, by odczyt na ramieniu wodzącym równał się wartości podanej na

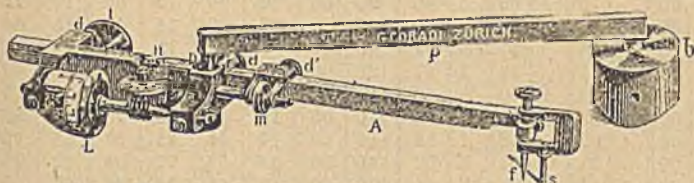


Fig. 36. Planimetr biegunowy kompensacyjny, firmy Coradi, Zürich.

tabliczce w pudełku planimetru, dla skali zdjęcia 1 :  $z$ , którego powierzchnię chcemy obliczyć. Następnie na rysunku zdjęcia obwiedzimy kilka razy, za pomocą linijki próbnej, koło o wiadomej powierzchni  $P$  ( $cm^2$ ), w skali 1 : 1, odczytując na początku i po każdym obwiedzeniu stan kółka całkującego. Z odczytów obliczamy różnice i średnią z nich  $n_s$ .

$$\text{Dla skali } 1 : 1 \text{ stała } c_1 = \frac{P}{n_s} (cm^2).$$

$$\text{" " " } 1 : z \text{ " } c_1 = \frac{P}{n_s} \frac{z^2}{100^2} (m^2).$$

Gdy  $c_1$  jest mniejsze (większe) od wartości podanej w tabliczce, należy ramię wodzące odpowiednio przedłużyć (skrócić), za pomocą śrubki mikrometrycznej  $m$  i powtórnie sprawdzić stałą  $c_1$ . Jeżeli planimetrujemy powierzchnię narysowaną w skali 1 :  $z_1$ , przy stanie ramienia wodzącego, odpowiadającego skali 1 :  $z$  i stałej  $c_1$ , to stała dla skali 1 :  $z_1$  będzie  $c_1 \frac{z_1^2}{z^2}$ .

Przepisy obliczania powierzchni z biegunem zewnątrz:  
 1. Powierzchnia rysunku powinna być płaska i pozioma. 2. Planimetr trzeba tak ustawić, by powierzchnia obliczana dała się wygodnie obwieść, a kółko całkujące nie przechodziło poza brzeg papieru. Kąt zawarty między ramionami planimetru powinien, podczas obwodzenia powierzchni, zmieniać się w granicach od  $110^\circ$  do  $150^\circ$ . 3. Zaczynamy planimetrować od punktu obwodu położonego na kole obojętnym, przed rozpoczęciem obwodzenia odczytujemy i zapisujemy stan kółka całkującego. 4. Wodzidło prowadzi się po obwodzie powierzchni ruchem jednostajnym i powolnym, bez używania linijki do prowadzenia wodzidła wzdłuż prostych boków obwodu, by nie popęłać

Tablica 2.

Granice błędów dozwolonych przy obliczaniu powierzchni.

$$\text{W skali } 1:1000 \quad \Delta P = 0,001 P + 0,2 \sqrt{P}$$

$$\text{„ „ } 1:2000 \quad \Delta P = 0,001 P + 0,4 \sqrt{P}$$

$$\text{„ „ } 1:2880 \quad \Delta P = 0,001 P + 0,5 \sqrt{P}$$

Powierzchnia		Granica błędów $\Delta P$						Powierzchnia $P$		Granica błędów $\Delta P$					
		Skala planu								Skala planu					
		1:1000		1:2000		1:2880				1:1000		1:2000		1:2880	
ha	a	a	m <sup>2</sup>	a	m <sup>2</sup>	a	m <sup>2</sup>	ha	a	a	m <sup>2</sup>	a	m <sup>2</sup>	a	m <sup>2</sup>
	1		2		4		5	40	00	5	27	6	53	7	16
	2		3		6		7	50	00	6	41	7	83	8	54
	5		5		9		12	60	00	7	55	9	10	9	87
	10		7		14		17	70	00	8	67	10	35	11	18
	20		11		20		24	80	00	9	79	11	58	12	47
	50		19		33		40	90	00	10	90	12	80	13	74
1	00		30		50		60	100	00	12	00	14	00	15	00
2	00		48		77		91	110	00	13	10	15	20	16	24
3	00		65		99	1	17	120	00	14	19	16	38	17	48
4	00		80	1	20	1	40	130	00	15	28	17	56	18	70
5	00		95	1	39	1	62	140	00	16	37	18	73	19	92
6	00	1	09	1	58	1	82	150	00	17	45	19	90	21	12
7	00	1	23	1	76	2	02	160	00	18	53	21	06	22	32
8	00	1	37	1	93	2	21	170	00	19	61	22	22	23	52
9	00	1	50	2	10	2	40	180	00	20	68	23	37	24	71
10	00	1	63	2	27	2	58	190	00	21	76	24	51	25	89
20	00	2	89	3	79	4	24	200	00	22	83	25	66	27	07
30	00	4	10	5	19	5	74								

błędów systematycznych. 5. Po skończeniu obwodzenia należy odczytać i zapisać stan kółka kalkującego. 6. Powierzchnię planimetruje się najmniej dwa razy, w dwóch położeniach planimetru: kółko kalkujące po lewej i po prawej stronie prostej, łączącej biegun z wodzidłem. Małe powierzchnie należy planimetrować cztery razy. Jeżeli planimetr jest dokładnie zrektyfikowany, można planimetrować powierzchnię w jednym położeniu planimetru. 7. Wielkość powierzchni otrzymamy, mnożąc średnią różnicę odczytów na kółku kalkującym przez stałą  $c_1$ . 8. Jeżeli obliczana powierzchnia jest tak wielka, że nie można jej obwieść wodzidłem planimetru, to dzieli się ją na części i oblicza każdą część osobno.

Jeżeli znamy różnicę odczytów  $n_1$  na kółku kalkującym, odpowiadającą znanej powierzchni  $P_1$  (np. kwadratowi hektarowemu, narysowanemu na rysunku obliczanej powierzchni), oraz różnicę odczytów  $n_2$ , odpowiadającą powierzchni obliczanej  $P_2$ , to  $P_2 = \frac{P_1}{n_1} n_2$ . Z wzoru tego obliczyć można wielkość powierzchni bez znajomości stałej  $c_1$  i uwzględnić zarazem zmianę papieru.

Podług Coradiego wynosi błąd jednostkowy  $\frac{\Delta P}{P}$  jednego obwodzenia linijką próbną

$$\begin{array}{l} \text{koła o promieniu } 2 \text{ cm, } P = 12,6 \text{ cm}^2 \dots \frac{1}{125}, \\ \text{" " " } 10 \text{ cm, } P = 314,2 \text{ cm}^2 \dots \frac{1}{2000}. \end{array}$$

Inne planimetry opisuje Jordan, Handbuch d. Vermessungskunde, t. II, 1914, str. 142. Planimetry Coradiego opisane są w broszurze: Die Planimeter Coradi, Zürich 1912.

Granice błędów dozwolonych przy obliczaniu powierzchni, podług „Przepisów obowiązujących przy pomiarach metodą trygon. i poligon.“ por. tablicę 2. Różnica między dwoma obliczeniami powierzchni nie powinna przekraczać tych granic.

Zmiany papieru rysunkowego. Papier rysunkowy zmienia swoje wymiary, zależnie od stanu wilgoci i to wogóle w różnych kierunkach rozmaicie. Zmiany te są najbardziej widoczne na mapach katastralnych, na których mamy narysowany prostokąt o wiadomych wymiarach, t. zw. sekcję mapy. Są to zwykle zmniejszenia wymiarów, skurczenia. Odróżniamy zmiany liniowe i powierzchniowe, a wyrażamy je w procentach.

$$\text{Skurczenie długości sekcji } p\% = 100 \frac{\Delta b}{b},$$

$$\text{" szerokości " } q\% = 100 \frac{\Delta h}{h},$$

przyczem  $b$  i  $h$  są rzeczywistymi wymiarami długości i szerokości sekcji, zaś  $\Delta b = b - b_1$ ,  $\Delta h = h - h_1$ ;  $b_1$  jest średnią długością,  $h_1$  średnią szerokością sekcji.  $b_1$  i  $h_1$  otrzymujemy z wymiarów zmierzonych na mapie. (Dla map katastralnych Małopolski  $b = 1896,5 \text{ m}$ ,  $h = 1517,2 \text{ m}$ .)

Skurczenie liniowe w kierunku ukośnym wyznaczamy z równania:  $s\% = \sin^2 \alpha \cdot p\% + \cos^2 \alpha \cdot q\%$ , przyczem  $\alpha$  oznacza kąt zawarty między szerokością sekcji a danym kierunkiem.

Dla danego skurczenia  $s\%$  i danej długości  $l$  wynosi długość skurczona  $l_1 = l - \frac{s\%}{100} l$ . Mając daną długość skurczoną, obliczamy rzeczywistą

$l = l_1 + \frac{s\%}{100} l$ . Dla obliczenia wyrazu  $\frac{s\%}{100} l$  podstawiamy  $l_1$  zamiast  $l$ , wskutek czego powstaje błąd, więc w razie potrzeby należy obliczenie powtórzyć.

Skurczenie powierzchni sekcji mapy  $\Delta P\% = p\% + q\%$ . Powierzchnię rzeczywistą  $P$  obliczamy z powierzchni skurczonej  $P_1$  zapomocą równania  $P = P_1 + \frac{p\% + q\%}{100} P$ . Dla obliczenia wyrazu  $\frac{p\% + q\%}{100} P$  trzeba przyjąć  $P = P_1$ . Wskutek tego powstaje błąd w obliczeniu, więc ewentualnie należy obliczenie powtórzyć.

## VII. Libela.

Libela służy do poziomego układania prostych i płaszczyzn, do pionowego ustawiania prostych, oraz do mierzenia małych kątów pionowych.

Libela rurkowa składa się z walcowej rurki szklanej, o długości 5 do 15 cm, o średnicy 8 do 15 mm, której wewnętrzna powierzchnia wyszlifowana jest w kształcie powierzchni obrotowej, powstałej przez obrót łuku kołowego koło cięciwy, jako osi tej powierzchni. Libela zwykła ma wyszlifowaną tylko górną powierzchnię, libela rewersyjna górną i dolną. Rurka wypełniona jest eterem siarczanym, lub alkoholem (u libel gorszych), jednak niezupełnie, tak że część wnętrza zajmuje bańka z pary użytego płynu. Środek bańki zajmuje zawsze miejsce najwyższe. Długość bańki wynosi  $\frac{1}{3}$  do  $\frac{1}{2}$  długości rurki; krótkie bańki poruszają się wolniej od dłuż-





rysowanej kreski i oznaczamy powtórnie położenie środka bańki względem punktu głównego  $G S_2$ . c) Nastawiamy środek bańki zapomocą śrubek rektyfikacyjnych (śrubki rektyfikacyjnej) libeli na stan  $GS = \frac{GS_1 + GS_2}{2}$ . To postępowanie trzeba zwykle powtórzyć, aż w obu położeniach libeli otrzymamy tą samą wartość na  $GS$ .

Libela pudełkowa składa się z puszkii metalowej, zamkniętej płytką szklaną i wypełnionej alkoholem. Dolna powierzchnia płytki wyszlifowana jest w kształcie czaszy kulistej o promieniu 0,5 do 2 m, na górnej powierzchni zaś wyryte jest kółko. Środek tego kółka jest punktem głównym libeli. Płaszczyzna styczna do powierzchni kuli w punkcie głównym jest płaszczyzną główną. Jeżeli środek bańki znajduje się w punkcie głównym, to płaszczyzna główna jest pozioma. Płaszczyzna główna powinna być równoległa do podstawy puszkii. Libela pudełkowa posiada trzy śrubki rektyfikacyjne. Aby uniknąć parowania alkoholu wskutek nieszczelnego zamknięcia puszkii, wprowadził Mollenkopf libelę z puszką szklaną. Libele pudełkowe służą tylko do przybliżonego poziomego układania płaszczyzn, wzgl. pionowego ustawiania osi (z dokładnością 1' do 1/2'). Są one mało czułe, lecz wygodne w użyciu.

### VIII. Luneta.

W miernictwie używamy prawie wyłącznie lunety astronomicznej, bo jest ona optycznie lepsza od lunety ziemskiej. Luneta astronomiczna składa się z dwóch układów soczewek: obiektywu i okularu, osadzonych centrycznie w dwóch rurach, w ten sposób, że odstęp obu układów da się zmieniać, zwykle przez przesuwanie okularu, rzadziej przez przesuwanie obiektywu. Obiektyw wytwarza rzeczywisty, odwrócony i pomniejszony obraz przedmiotu, do którego celujemy lunetą. Okular służy do powiększenia tego obrazu. Obraz wytworzony przez okular powinien znajdować się w odległości najdokładniejszego widzenia od oka obserwatora. Do celowania służy siatka, umieszczona na diaphragmie w rurze okularu. Dla zmniejszenia aberacji chromaticznej i sferycznej składamy obiektyw i okular z dwóch, lub więcej soczewek. Najczęściej używany jest obiektyw Fraunhofera, składający się z dwuwypukłej soczewki z krowu i wypukło-wklesłej soczewki z flintu. Obie soczewki znajdują się blisko siebie i są albo spojone balsamem kanadyjskim, albo tylko połączone w oprawie.



Fig. 39.

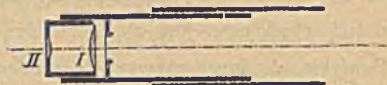


Fig. 40.

Okulary złożone: 1. Okular Huygensa (fig. 39) składa się z dwóch soczewek płasko-wypukłych, płaskimi powierzchniami zwróconych do oka. Soczewka  $I$ , znajdująca się bliżej obiektywu, nazywa się kolektywem, soczewka  $II$  soczewką oczną. Obraz powstaje między kolektywem a soczewką oczną — tam znajduje się siatka. Odstęp soczewki ocznej od siatki można zmieniać, dla uzyskania wyraźnego widzenia siatki. Okular ten przy nowszych instrumentach mierniczych nie jest używany.

2. Okular Ramsdena (fig. 40) składa się z dwóch soczewek płasko-wypukłych, zwróconych wypukłymi powierzchniami do siebie, umieszczonych w stałym odstępnie w rurce, którą można wkręcać i wykręcać w rurze okularu. Wskutek rozdzielenia załamania światła na dwie soczewki aberacja sferyczna jest znacznie zmniejszona. Siatka znajduje się tuż przed kolektywem.

3. Okular ortoskopijny Kellnera (ulepszony okular Ramsdena) posiada achromatyczną soczewkę oczną i pojedynczy, dwuwypukły kolektyw. Okular ten daje obrazy perspektywicznie dokładne.

4. Okular Steinheila i okular „Euryoskop“ Hensoldta (dalsze ulepszenia okularu Ramsdena) posiadają obie soczewki, oczną i kolektyw, achromatyczne, dają obrazy płaskie i bezbarwne i mają większe pole widzenia niż okular Ramsdena.

Siatki. Najprostsze rodzaje siatek przedstawia fig. 41. Siatki *a* i *c* używane są w instrumentach niwelacyjnych, siatki *a* i *b* w teodolitach, siatka *c* w instrumentach uniwersalnych i tachymetrach. Siatkę można wogóle przesuwac wpoprzek lunety, w dwóch kierunkach, prostopadłych do siebie, lub w jednym kierunku, a przy stałej lunecie obracać ją koło osi lunety o mały kąt. Siatka powinna być wyraźnie widoczna. Aby to



Fig. 41.

otrzymać, celujemy lunetą na jasne tło i wkręcamy, lub wykręcamy wykręt okularowy tak długo, aż nitki siatki najwyraźniej wystąpią. Przy każdym celowaniu powinniśmy obraz przedmiotu widzieć wyraźnie. W tym celu przesuwamy odpowiednio okular za pomocą wyciągu okularowego. Najwyraźniej będziemy widzieli obraz, gdy będzie się znajdował w płaszczyźnie siatki, co poznamy po tem, że przy poruszaniu okiem w kierunku poprzecznym do lunety, np. z góry na dół, nie otrzymamy pozornego ruchu siatki względem obrazu (usuniecie dwugłędu siatki). Oś celowa, za pomocą której celujemy do pewnego punktu, jest to prosta łącząca środek siatki ze środkiem optycznym obiektywu (punktem, przez który promienie światła przechodzą bez zmiany kierunku).

Powiększenie lunety astronomicznej jest to stosunek kąta widzenia obrazu z punktu ocznego lunety do kąta widzenia przedmiotu z pierwszego ogniska obiektywu. Powiększenie  $v$  równa się stosunkowi odległości ogniskowych obiektywu  $f_1$  i okularu  $f_2$ ,  $v = \frac{f_1}{f_2}$ . Dla wyznaczenia celuje się lunetą do przedmiotu bardzo odległego i przesuwa okular tak, by obraz przedmiotu wyraźnie wystąpił. Następnie zwraca się obiektyw lunety na jasne tło nieba, poza okularum umieszcza kartkę papieru milimetrowego, prostopadle do osi celowej i przesuwa kartkę tak, by na niej powstał wyraźny, kolisty obraz obiektywu, utworzony przez okular. Jeżeli średnica użytecznej części obiektywu jest  $d_1$ , a średnica obrazu obiektywu  $d_2$ , to  $v = \frac{d_1}{d_2}$ .

Powiększenie lunet używanych w miernictwie wynosi od 10 do 50 $\times$ , najczęściej 20 do 30 $\times$ .

Pole widzenia lunety jest to przestrzeń stożkowa, którą lunetą od razu można przejrzeć. Jeżeli lunetą wycelujemy do przedmiotu bardzo dalekiego, to kąt, którego wierzchołek leży w środku optycznym obiektywu a ramiona przechodzą przez końce średnicy diafragmy okularu, jest miarą pola widzenia. Kąt pola widzenia lunet mierniczych wynosi 1 $^\circ$  do 2 $^\circ$ . Pole widzenia jest w przybliżeniu odwrotnie proporcjonalne do powiększenia lunety.

Jasność lunety  $h$  jest to stosunek ilości światła  $H'$  i  $H$ , które obraz przedmiotu i przedmiot wysyłają na jednostkę powierzchni siatkówki. Miarą jasności jest wartość  $h = (d_1 : r)^2$ . Przez lunetę widzimy przedmioty ziemskie wogóle mniej jasno niż gołym okiem.

Dobra luneta powinna dawać obrazy jasne, wyraźne (ostre), wierne, niezabarwione, odpowiednio powiększone, posiadać pole widzenia stosowne do

przeznaczenia, dozwalać odczytywać milimetry na łacie niwelacyjnej z odległości 50 m. Ruch wyciągu okularowego powinien wywoływać najmniejsze zmiany w położeniu osi celowej.

### IX. Niwelacja.

Instrument niwelacyjny (fig. 42, 43, 44, 45 i 46). Części składowe: 1. Spodarka bywa: a) trójnożna (fig. 43, 44, 45 i 46), — wtedy śruby wstawowe spoczywają na krążku statywu a instrument łączymy ze statywem zapomocą śruby środkowej, — albo b) składa się z płyty i tulejki, którą

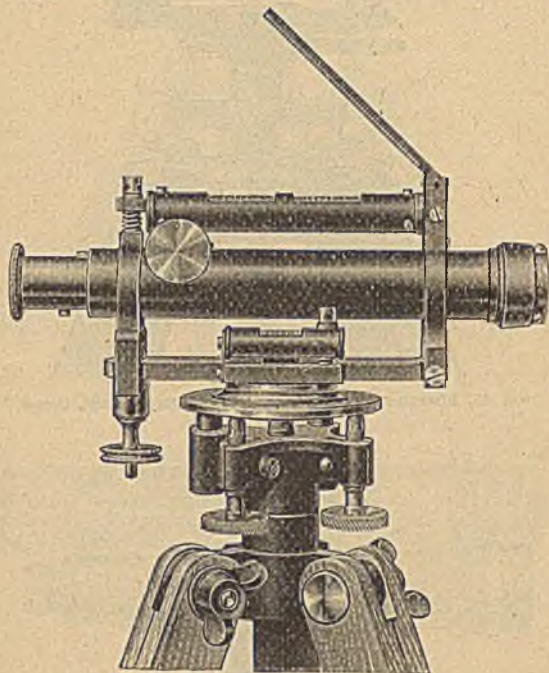


Fig. 42. Instrument niwelacyjny typu I, firmy Starke i Kammerer, Wieden.

nasadzamy na czop statywu (fig. 42). 2. Alhidada, połączona obracalnie ze spodarką, posiada sprzęg i śrubę mikrometryczną. 3. Dźwigarki lunety są albo stałej wysokości, albo wysokość jednego z nich da się zmieniać zapomocą śruby elewacyjnej. 4. Luneta, zwykle astronomiczna, o powiększeniu 15 do 45 $\times$ , osadzona na dźwigarkach stałe (fig. 42 i 43), lub ruchomo (fig. 45). 5. Libela niwelacyjna, o wartości kątowej 30'' do 5'' może być: a) stałe osadzona na lunecie (fig. 42 i 43), z boku lunety (fig. 44), lub na dźwigarkach, b) do nasadzania na lunetę, c) rewersyjna, stałe złączona z ruchomą lunetą (fig. 45 i 46). 6. Libele alhidadowe. Są albo dwie libelki rurkowe, osadzone prostopadle do siebie (fig. 42), albo libela pudełkowa (fig. 43, 44, 45 i 46).

Ze względu na sposób połączenia libeli i lunety z dźwigarkami odróżniamy następujące typy instrumentów niwelacyjnych: Typ I, luneta i libela są stałe połączone z dźwigarkami (fig. 42, 43 i 44). Typ II, luneta ruchoma, libela stałe połączona z dźwigarkami. Typ III, luneta i libela są ruchome,

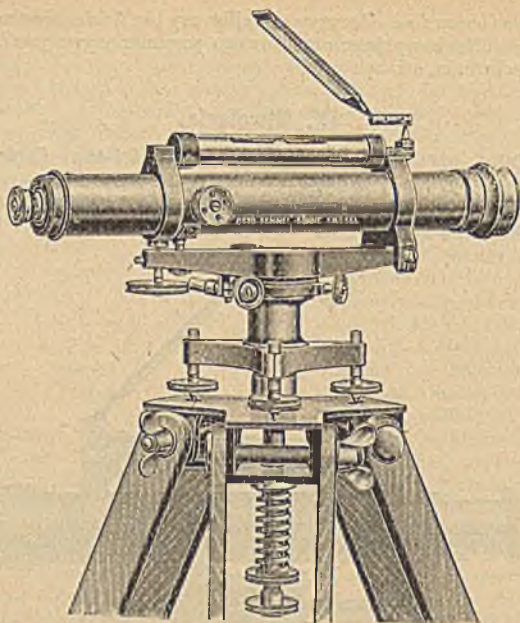


Fig. 43. Instrument niwelacyjny typu I, firmy Fennel, Cassel.

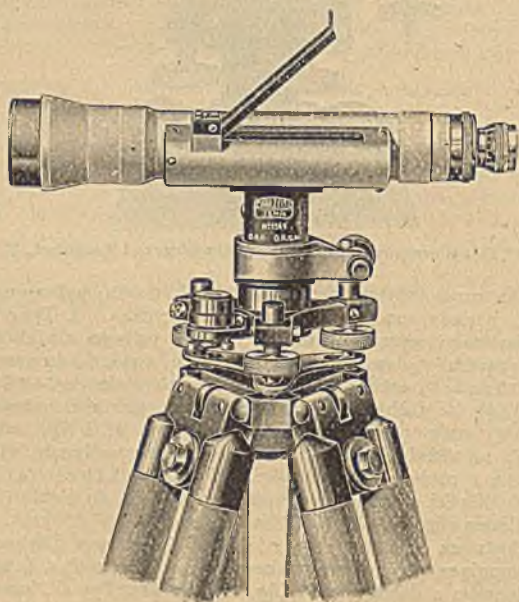


Fig. 44. Instrument niwelacyjny typu I, firmy Zeiss, Jena.

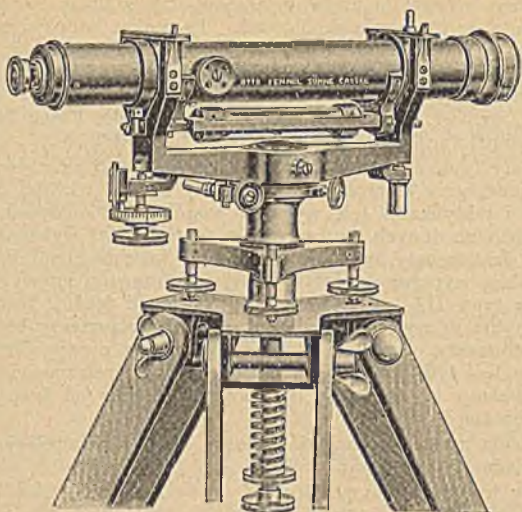


Fig. 45. Instrument niwelacyjny typu IV, firmy Fennel, Cassel.

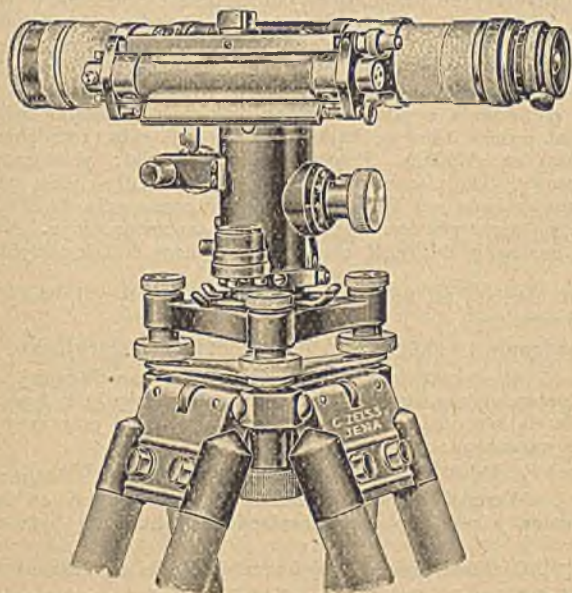


Fig. 46. Instrument niwelacyjny typu IV, firmy Zeiss, Jena.

każda z osobna. Typ *IV*, luneta połączona stale z libelą rewersyjną, osadzona ruchomo na dźwigarkach (fig. 45). Tu można zaliczyć także instrumenty Zeissa (fig. 46). (Patrz Wild, Neue Nivellierinstrumente, Zeitschrift für Instrumentenkunde 1909, str. 329. Hugershoff, Die Wild-Zeiss'schen Nivellierinstrumente in ihrer neuesten Form, Zeitschrift für Vermessungswesen, 1912, str. 321. Doležal, Nivellierinstrumente der Firma Zeiss in Jena. Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen, 1912, str. 339).

Instrumenty typu *I* posiadają najprostsza budowę i są używane do wykonywania prac, przy których nie wymagamy bardzo wielkiej dokładności. Sprawdzanie i rektyfikacja ich wymaga wogóle użycia dwóch stanowisk. Przy instrumentach innych typów można te czynności wykonać z jednego stanowiska. Instrumenty typu *II*, *III* i *IV* są instrumentami kompensacyjnymi, pozwalają wyrugować wpływ błędów instrumentu na wynik pomiaru. Instrumentów typu *III* i *IV* używamy do niwelacji ścisłej. Instrumenty ze śrubą elewacyjną są wygodniejsze w użyciu niż instrumenty bez niej. Dalsze instrumenty, bez libelek alhidadowych, są niewygodne w użyciu. Limbus może być tylko wyjątkowo potrzebny przy instrumentach niwelacyjnym. Instrumenty ze spodarką tulejkową są lżejsze od instrumentów ze spodarką trójnożną.

Powiększenie lunety  $n$  i wartość kątowna libeli niwelacyjnej  $\omega$  powinny sobie odpowiadać jak poniżej:

- |   |                          |                    |
|---|--------------------------|--------------------|
| 1. mały instrument do profilów :        | $v = 15$ do $20\times$ , | $\omega = 30''$ ,  |
| 2. instrument niwel. średniej wielkości | $25\times$ ,             | $20''$ ,           |
| 3. lepszy instrument niwelacyjny        | $30\times$ ,             | $10''$ do $15''$ , |
| 4. instrument do niwelacji ścisłej      | $40\times$ ,             | $5''$ .            |

Osi instrumentu niwelacyjnego: *a*) oś celowa, *b*) oś geometryczna lunety (prosta łącząca środki pierścieni w ruchomej lunecie), *c*) oś libeli niwelacyjnej, *d*) oś instrumentu (oś obrotu alhidady), *e*) oś libel alhidadowych.

Łaty niwelacyjne posiadają zwykle podział centymetrowy połowy, pojedynczy, lub podwójny (w szachownicy), liczbowanie decymetrów. Używany jest także podział z dopełnieniami dziesiętnymi. Łaty rewersyjne posiadają dwa podziały, z dwóch stron, przesunięte względem siebie. Podział powinien być prosty, łatwy do odczytywania. Dokładność podziału sprawdza się przez porównanie z dokładną miarą, opatrzoną podziałką milimetrową. Długość łą wynosi 3 do 5 m. Łata 3 m może być cała (jest dokładniejsza), łaty dłuższe są składane. Przekrój poprzeczny łą: prostokątny, teowy lub dwuteowy. Do pionowego ustawiania łą służy libela pudełkowa. Płaszczyzna główna tej libeli powinna być prostopadła do długości łą. Sprawdza się przez pionowe ustawienie łą zapomocą pionu. Ewentualna odchyłkę środka bańki libeli usuwa się zapomocą śrubek rektyfikacyjnych libeli.

Taśma niwelacyjna, którą przytwierdza się do tyczki, służy do mniejszej dokładnej niwelacji.

### Sprawdzanie i rektyfikacja instrumentu niwelacyjnego.

1.  $[c \parallel l]$ . Oś celowa  $c$  równoległa do osi libeli niwelacyjnej  $l$ . Jest to warunek najważniejszy, który jednak nie przy wszystkich typach instrumentów da się sprawdzić (np. przy typie *I* i *II*). Z tej przyczyny zadowolimy się warunkiem:

1.  $a) [c \parallel P_1]$ . Oś celowa  $c$  równoległa do płaszczyzny głównej  $P_1$  libeli niwelacyjnej. Warunek ten można zawsze sprawdzić, jest on wystarczający, wymaga jednak, by przy niwelacji oś instrumentu była ustawiona pionowo.

2.  $[l \perp i]$ . Oś libeli niwelacyjnej  $l$  prostopadła do osi instrumentu  $i$ .

3.  $a) [l_1 \perp i, l_2 \perp i]$ . Osi libelek alhidadowych  $l_1$  i  $l_2$  prostopadłe do osi instrumentu  $i$ , względnie:

3. b)  $[Q_1 \perp i]$ , płaszczyzna główna  $Q_1$  libeli pudełkowej prostopadła do osi instrumentu  $i$ .

4.  $[n_1 \perp i, n_2 \perp n_1]$ . Pozioma nitka siatki  $n_1$  prostopadła do osi instrumentu  $i$ , a pionowa nitka siatki  $n_2$  prostopadła do nitki poziomej  $n_1$ .

Warunki te odnoszą się wogóle do wszystkich instrumentów niwelacyjnych. Przy instrumentach z ruchomą lunetą i libelą występują jednak jeszcze pewne dodatkowe warunki, podane dalej. Jeżeli instrument posiada śrubę elewacyjną, to warunek 2.  $[l \perp i]$  można pominąć. Przed sprawdzaniem instrumentu wskazane jest os instrumentu ustawić pionowo.

Sprawdzanie i rektyfikacja instrumentu ze stałą lunetą i libelą (typu I), ze śrubą elewacyjną.

Ad 1. a)  $[c \parallel P_1]$ . Wyznaczamy różnicę wysokości  $h_{A-B}$  między dwoma punktami  $A$  i  $B$ , położonymi w odległości 80 do 100 m, w dwójaki sposób: raz ustawivszy instrument na stanowisku  $S_1$ , w równych odległościach od

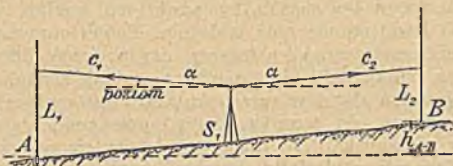


Fig. 47.

punktów  $A$  i  $B$  (fig. 47), drugi raz ustawivszy instrument na stanowisku  $S_2$ , blisko punktu  $B$  (w odległości około 5 m) (fig. 48). Pierwszym razem otrzymamy, przy pionowej osi instrumentu i poziomej osi libeli niwelacyjnej, na pionowej łacie niwelacyjnej, w punktach  $A$  i  $B$ , odczyty  $L_1$  i  $L_2$ ; drugim razem odczyty  $L_3$  i  $L_4$ . Różnica wysokości  $h_{A-B} = L_1 - L_2$  (ponieważ w obu odczytach  $L_1$  i  $L_2$  popełniamy ten sam błąd, gdy  $c$  nie jest równoległe do  $P_1$ ). Jeżeli  $L_3 - L_4 = h_{A-B} = L_1 - L_2$ , to  $c \parallel P_1$ . Jeżeli zaś  $L_3 - L_4 \neq L_1 - L_2$ , to obliczamy odczyt  $L'_3$  na łacie w punkcie  $A$ , odpowiadający poziomej osi celowej:  $L'_3 = h_{A-B} + L_4$ . (Zakładamy przytem, że z przyczyny krótkiej długości celowej błąd w odczycie  $L_4$ , powstały wskutek nierównoległości osi celowej do osi libeli, równa się 0.) Na odczyt  $L'_3$  nastawiamy os celową śrubą elewacyjną, a os libeli układamy poziomo śrubką rektyfikacyjną libeli. Potem należy się przekonać, czy przy poziomej osi libeli niwelacyjnej różnica odczytów na łacie w punktach  $A$  i  $B$  wynosi  $h_{A-B}$ , a w razie pojawienia się odchyłki postępowanie powyższe powtórzyć.

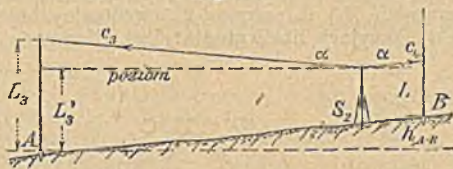


Fig. 48.

Ad 2.  $[l \perp i]$ . Obracamy alhidadę tak, by libela niwelacyjna znalazła się nad śrubą wstawową i układamy os libeli poziomo zapomocą tej śruby wstawowej. Następnie obracamy alhidadę o  $180^\circ$  i połowę ewentualnej odchyłki środka bańki libeli od punktu głównego usuwamy śrubą elewacyjną, a drugą połowę śrubą wstawową. To postępowanie należy powtórzyć kilka razy.

Ad 3. a)  $[l_1 \perp i, l_2 \perp i]$ . Obracamy alhidadę tak, by libelki alhidadowe zajęły położenie, naznaczone na fig. 49  $a, b, c$  (kółko wielkie oznacza śrubę wstawową, kółko małe sprężynę) i układamy osi libelek poziomo zapomocą śrub wstawowych. Następnie obracamy alhidadę o  $180^\circ$  i usuwamy ewentualną odchyłkę środka bańki od punktu głównego u każdej libelki w połowie jej śrubką rektyfikacyjną, w połowie zaś odpowiednią śrubą wstawową.

Ad 3. b)  $[Q_1 \perp i]$ . Obracamy alhidadę w ten sposób, by dwie śrubki rektyfikacyjne libeli pudełkowej znajdowały się w kierunku dwóch śrub wsta-

wowych (fig. 49 *d*) i działając śrubami wstawowymi, sprowadzamy środek banki libeli do punktu głównego. Następnie obracamy alhidadę o  $180^\circ$  i połowę ewentualnej odchyłki środka banki libeli od punktu głównego usuwamy śrubkami rektyfikacyjnymi libeli, a drugą połowę śrubami wstawowymi. Po przeprowadzeniu postępowania opisanego pod 3 *a*) wzgl. 3. *b*) os instrumentu będzie pionowa.

Ad 4. [ $n_1 \perp i$ ,  $n_2 \perp n_1$ ]. Ustawiamy oś instrumentu pionowo i celujemy do wyraźnego punktu, znajdującego się w przybliżeniu w poziomie instrumentu, w ten sposób, by punkt ten znalazł się na poziomej nitce siatki, po lewej stronie pola widzenia. Potem obracamy alhidadę, zapomoć śruby mikrometrycznej i patrzymy, czy pozioma nitka siatki przechodzi stałe przez ten punkt. Gdy nitka pozioma wyjdzie z punktu, trzeba obrócić odpowiednio pierścień siatki w rurze okularu. Następnie należy wycelować do pionowej linii, np. do sznurka pionu i przekonać się, czy pionowa nitka wpada w oś sznurka. W razie pojawienia się odchyłki, trzeba zmienić położenie pionowej nitki siatki (naprawi mechanik).

Jeżeli instrument nie posiada śruby elewacyjnej, wtedy należy najpierw sprawdzić [ $l \perp i$ ], patrz ad 2., ewentualny błąd usuwa się zapomoć śrubki rektyfikacyjnej libeli niwelacyjnej. Następnie sprawdza się [ $c \parallel P_1$ ], patrz.



Fig. 49.

Ad 1. *a*), a ewentualny błąd usuwa zapomoć pionowych śrubek rektyfikacyjnych siatki.

Sprawdzanie i rektyfikacja instrumentu ze stałą libelą i ruchomą lunetą (typu *II*), ze śrubą elewacyjną.

Warunki dodatkowe, wynikające z powodu ruchomego osadzenia lunety, są następujące:

*a*) [ $c \parallel g$ ]. Oś celowa *c* identyczna z osią geometryczną *g*, wzgl. równoległa do osi geometrycznej.

*β*) Pierścienie lunety mają równą średnicę.

Ad *a*) [ $c \parallel g$ ]. Celujemy lunetą, w 1-szem położeniu (wyciąg okularowy na górze), do bardzo odległego, wyraźnego punktu  $A_1$ . Następnie obracamy lunetę w łożyskach, koło osi geometrycznej, o  $180^\circ$  do położenia 2-go (wyciąg okularowy na dole) i patrzymy, czy oś celowa trafia w ten sam punkt  $A_1$ . Gdy oś celowa trafia w punkt inny  $A_2$ , trzeba środek siatki przesunąć na punkt  $A$ , położony w środku między punktami  $A_1$  i  $A_2$ , zapomoć pionowych śrubek rektyfikacyjnych siatki. Tę samą czynność należy powtórzyć po obroceniu lunety w łożyskach, koło osi geometrycznej o  $90^\circ$ , a ewentualny błąd usunąć w połowie poziomymi śrubkami siatki (które chwilowo zajmują położenie pionowe).

Ad *β*). Równość średnic pierścieni lunety badamy zapomoć libeli nasadkowej na lunetę (patrz: „Sprawdzanie i rektyfikacja instrumentu typu *III*”). Równość średnic pierścieni lunety można także sprawdzić po przeprowadzeniu sprawdzenia warunku 1. *a*), w sposób podany poniżej, badając czy  $c \parallel P_1$ , jak przy typie *I*.

Ad 1. *a*) [ $c \parallel P_1$ ]. Załóżmy, że pierścienie lunety mają równe średnice. Ustawiamy oś instrumentu pionowo, celujemy do pionowej łaty niwelacyjnej, ustawionej w odstępnie 50 do 80 *m* od instrumentu, układamy oś libeli



niwelacyjnej poziomo i robimy odczyt  $L_1$  na łacie. Następnie przekładamy lunetę w łożyskach, obracamy alhidadę o  $180^\circ$ , celujemy do łąty, sprowadzamy oś libeli do poziomu i robimy powtórnie odczyt  $L_2$  na łacie. Jeżeli  $L_2 = L_1$ , to  $c \parallel P_1$ , w przeciwnym razie nastawiamy oś celową zapomocą śruby elewacyjnej na odczyt  $L = \frac{L_1 + L_2}{2}$ , a oś libeli układamy poziomo śrubką rektyfikacyjną libeli.

Ad 2. [ $l \perp i$ ], ad 3. a) [ $l_1 \perp i$ ;  $l_2 \perp i$ ] i ad 3. b) [ $Q_1 \perp i$ ]. Wykonują się jak przy typie I.

Ad 4. [ $n_1 \perp i$ ;  $n_2 \perp n_1$ ]. Przed sprawdzeniem trzeba lunetę tak obrócić koło osi geometrycznej, by czopek na lunecie, osadzony w pobliżu pierścienia, dotykał śrubki osadzonej w czopku dźwigarka. Sprawdzenie jak przy typie I. Nitkę siatki sprowadza się do poziomu przez odpowiednie przykręcenie śrubki, do której przytyka czopek lunety.

Jeżeli instrument nie posiada śruby elewacyjnej, to najpierw sprawdza się 2. [ $l \perp i$ ], por. sprawdzanie typu I, a ewentualny błąd usuwa zapomocą śrubki rektyfikacyjnej libeli niwelacyjnej. Następnie sprawdza się 1. a) [ $c \parallel P_1$ ], a ewentualny błąd usuwa zapomocą śrubek rektyfikacyjnych do zmiany wysokości jednego łożyska lunety.

Sprawdzanie i rektyfikacja instrumentu z ruchomą libelą i lunetą (typu III), ze śrubą elewacyjną.

Ad a) [ $c \parallel g$ ]. Sprawdza się i rektyfikuje tak, jak przy typie II.

Ad b). Pierścienie lunety są równej średnicy. Ustawiamy oś instrumentu pionowo i sprzęgamy alhidadę. Nasadzamy libelę niwelacyjną na lunetę, sprowadzamy środek bańki libeli w przybliżeniu do punktu głównego, zapomocą śruby elewacyjnej i odczytujemy położenie obu końców bańki, a z odczytów obliczamy położenie środka bańki  $GS_1$ . Przekładamy libelę i oznaczamy położenie środka bańki  $GS_2$ . Zdejmujemy libelę, przekładamy lunetę, nasadzamy libelę i oznaczamy położenie środka bańki  $GS_3$ . Przekładamy libelę i oznaczamy położenie środka bańki  $GS_4$ . Średnice pierścieni są sobie równe, gdy  $GS_1 + GS_2 - GS_3 - GS_4 = 0$ .

γ) [ $l \parallel l'$ ]. Oś libeli niwelacyjnej  $l$  równoległa do linii stycznej do pierścieni lunety  $l'$ . Ustawiamy oś instrumentu pionowo i sprzęgamy alhidadę. Nasadzamy na lunetę libelę niwelacyjną i układamy jej oś poziomo zapomocą śruby elewacyjnej. Przekładamy libelę i ewentualną odchyłkę środka bańki od punktu głównego usuwamy w połowie zapomocą pionowych śrubek rektyfikacyjnych libeli, w połowie zaś zapomocą śruby elewacyjnej. Następnie wychylamy libelę na bok, w kierunku prostopadłym do linii stycznej do pierścieni lunety, o mały kąt. Jeżeli po tem wychyleniu środek bańki wyjdzie z punktu głównego, usuwamy odchyłkę zapomocą poziomych śrubek rektyfikacyjnych libeli.

Ad 1. [ $c \parallel l$ ]. Oś celowa  $c$  będzie równoległa do osi libeli niwelacyjnej  $l$ , jeżeli warunki wymienione pod a), b) i γ) będą spełnione.

Ad 2. [ $l \perp i$ ], 3. a) [ $l_1 \perp i$ ;  $l_2 \perp i$ ] i 3. b) [ $Q_1 \perp i$ ]. Sprawdzanie i rektyfikacja jak przy typie I.

Ad 4. [ $n_1 \perp i$ ;  $n_2 \perp n_1$ ]. Sprawdzanie i rektyfikacja jak przy typie II. Sprawdzanie i rektyfikacja instrumentu z ruchomą lunetą i libelą rewersyjną, stale połączoną z lunetą (typu IV), ze śrubą elewacyjną:

Ad a) [ $c \parallel g$ ]. Sprawdza się i rektyfikuje tak, jak przy typie II.

Ad 1. [ $c \parallel l$ ,  $c \parallel l'$ ]. Oś celowa  $c$ , wzgl. oś geometryczna  $g$ , równoległa do osi  $l$  i  $l'$  libeli rewersyjnej. Ustawiamy oś instrumentu pionowo, obracamy lunetę koło osi geometrycznej do położenia I (libela rewersyjna pod lunetą, lub po lewej stronie lunety), sprzęgamy alhidadę i układamy oś libeli rewersyjnej poziomo zapomocą śruby elewacyjnej. Następnie obracamy lu-

netę koło osi geometrycznej, do położenia II (libela rewersyjna nad lunetą, lub po prawej stronie lunety). Jeżeli środek bańki libeli wychylił się z punktu głównego, to usuwamy połowę tej odchyłki zapomocą pionowych śrubek rektyfikacyjnych libeli, a drugą połowę zapomocą śruby elewacyjnej. Czynność powyższą trzeba zwykle powtórzyć kilka razy. Jeżeli po przeprowadzeniu tej rektyfikacji środek bańki libeli zmienia swoje położenie, podczas obrotu lunety w łożyskach, z położenia I do położenia II, to odchyłkę usuwa się zapomocą poziomej śrubki rektyfikacyjnej libeli.

Drugi sposób. W dwóch położeniach lunety, opisanych poprzednio, przy poziomej osi libeli rewersyjnej, robimy odczyty  $L_1$  i  $L_2$  na pionowej łacie niwelacyjnej, ustawionej w odstępnie około 100 m od instrumentu. Jeżeli te odczyty są sobie równe, to warunek 1. jest spełniony, w przeciwnym razie należy oś celową nastawić na odczyt średni  $\frac{L_1 + L_2}{2}$ , zapomocą śruby elewacyjnej, a oś libeli ułożyć poziomo zapomocą pionowych śrubek rektyfikacyjnych libeli.

Opisane sposoby postępowania doprowadzają do wyniku  $[c \parallel l, c \parallel l']$  tylko przy założeniu, że  $[l \parallel l']$  obie osi libeli rewersyjnej są do siebie równoległe.



Fig. 50.

Aby się o tem przekonać, sprawdzamy jeszcze raz równoległość osi celowej do jednej z osi libeli, w sposób podany przy typie I.

Ad 2.  $[l \perp i]$ , 3. a)  $[l_1 \perp i, l_2 \perp i]$  i 3. b)  $[Q_l \perp i]$ . Warunki te sprawdza się tak, jak przy typie I.

Ad 4.  $[n_1 \perp i, n_2 \perp n_1]$ . Sprawdza się tak, jak przy typie II.

Instrument niwelacyjny powinno się sprawdzać i rektyfikować co pewien okres czasu, przedewszystkiem zaś przed rozpoczęciem niwelacji, po przewiezieniu instrumentu i po skończeniu niwelacji.

Wyznaczenie różnicy wysokości dwóch punktów terenu (fig. 50). A i B dane punkty, 1, 2 . . . punkty pośrednie niwelacji,  $S_1, S_2, \dots$  stanowiska instrumentu, tak obrane, by długości celowej wstecz i wprzód na każdym stanowisku były sobie równe. Długość celowej wynosi normalnie 50 m, najwyżej 80 m. Ze stanowiska  $S_1$  otrzymujemy na pionowej łacie niwelacyjnej, ustawionej na punktach A i 1, przy poziomej osi libeli niwelacyjnej, odczyty  $l_w^1$  (łata wstecz) i  $l_p^1$  (łata wprzód), ze stanowiska  $S_2$  otrzymujemy odczyty  $l_w^2$  i  $l_p^2$  itd. Różnica wysokości między punktami A i B wynosi

$$H_{A-B} = (l_w^1 - l_p^1) + (l_w^2 - l_p^2) + \dots + (l_w^n - l_p^n) = [l_w - l_p] - [l_w] - [l_p]$$

Gdy dana jest wysokość  $W_A$  punktu A, to wysokość punktu B,

$$W_B = W_A + H_{A-B}$$

Odczyty na łacie zapisuje się w dzienniku niwelacyjnym l. 1, por. tabl. 3.

## Dziennik niwelacyjny I. 1.

Punkt	Długość celowej	Odczyt na łaćco		Różnica wysokości		Wysokość punktu	Uwagi i szkice
		wstecz	wprzód	+	-		
1	60*	1,499				261,820	Z. W. 53
2	60		1,406	0,093		261,913	
2	60	1,647					
3	60		1,127	0,520		262,433	
3	60	1,816					
4	60		1,561	0,255		262,688	
4	60	1,195					
5	60		1,594		0,399	262,289	
5	40	0,616					
6	40		2,152		1,536	260,753	Kamień 1
		6,773	7,840	0,868	1,935		
			1,067		1,067	1,067	Sprawdz. obliczenia

Uwagi praktyczne: *a)* Instrument należy zrektyfikować i ustawiać w środku między punktami niwelowanymi. Gdy nie można brać równych długości celowych wstecz i wprzód, trzeba się starać, by suma długości celowych wstecz równała się sumie długości celowych wprzód. *b)* Niwelując instrumentem ze śrubą elewacyjną, ustawiamy oś instrumentu w przybliżeniu pionowo zapomocą libelek alhidadowych, a oś libeli niwelacyjnej układamy poziomo, po każdym wycelowaniu do łąty, zapomocą śruby elewacyjnej. Niwelując instrumentem bez śruby elewacyjnej, ustawiamy oś instrumentu najpierw w przybliżeniu pionowo, zapomocą libelek alhidadowych, następnie dokładnie pionowo, zapomocą libeli niwelacyjnej. Po wycelowaniu do łąty usuwa się ewentualne małe odchyłki środka bańki libeli niwelacyjnej zapomocą odpowiedniej śruby wstawowej. *c)* Łatę niwelacyjną ustawia się pionowo zapomocą pionu, lub libeli pudełkowej, przymocowanej do łąty. *d)* Powinno się używać podstawek niwelacyjnych pod łątę. *e)* Podczas przenoszenia instrumentu na nowe stanowisko łąta powinna pozostać na tym samym punkcie. *f)* Używać parasola dla osłonięcia instrumentu przed promieniami słońca. *g)* Niwelację wykonywać przy spokojnem powietrzu, gdy nie ma wiatru i drgania powietrza. *h)* Należy nawiązać się do stałych punktów, znajdujących się między punktami *A* i *B*. *i)* Niwelację powinno się sprawdzić i wyrównać, por. następne ustępy.

**Sprawdzanie niwelacji:** 1. Przez niwelowanie w dwóch położeniach lunety (z wyciągiem okularowym na górze i na dole) i odczytywanie podziałów z dwóch stron łąty niwelacyjnej (na łącie rewersyjnej), albo podziałów dopełniających się. To postępowanie można stosować przy instrumentach typu II, III i IV. Jeżeli mamy instrument typu I, możemy dwa razy odczytywać, na dwóch podziałach na łącie, albo na tym samym podziale, gdy łąta ma tylko jeden podział. Przed każdym odczytem należy oś libeli ułożyć poziomo (po pierwszym odczytzie zmienić nieco pochylenie osi libeli, następnie ułożyć ją poziomo i zrobić drugi odczyt).

2. Przez równoczesne niwelowanie dwóch ciągów punktów, położonych blisko siebie. Do niwelowania każdego ciągu używamy osobnej łąty niwela-

cyjnej. Wskazane jest, by liczbowania podziałów łat różniły się od siebie o nieokrągłą ilość, np. punktowi 0 na jednej łacie odpowiada punkt 2,48 na drugiej.

3. Przez powtórne wykonanie niwelacji, w kierunku przeciwnym (stanowiska instrumentu na innych miejscach).

4. Przez zaniwelowanie zamkniętego wieloboku niwelacyjnego, lub siatki niwelacyjnej.

5. Przez nawiązanie niwelacji do znaków wysokości.

**Znaki wysokości.** Najczęściej używane są poziome trzpienie, z dużą głową, osadzone na cemencie w cokole budynku, w wysokości około 0,6 m nad powierzchnią terenu. Wysokość górnej powierzchni głowy trzpienia nad poziomem morza jest znana. Nawiązanie do trzpienia niwelacyjnego (fig. 51) polega na wykonaniu odczytu na pionowej łacie niwelacyjnej, ustawionej na trzpieniu, przy poziomej osi celowej. Oznaczmy ten odczyt przez  $l_w$ , a odczyt na łacie w punkcie  $A$ , którego wysokość mamy wyznaczyć, przez  $l_p$ , to  $W_A = W_{Z.W.} + (l_w - l_p)$ , albo  $W_A = W_c - l_p$ , przy czym  $W_c = W_{Z.W.} + l_w$ .

Znaki wysokości niwelacji ściślej składają się z metalowego stożka ściętego, z wywierconym otworkiem w osi, osadzonego poziomo na cemencie

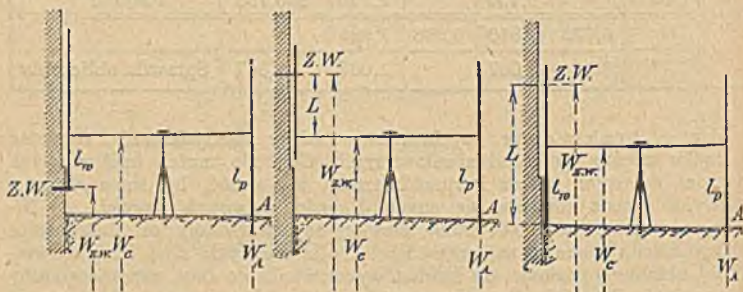


Fig. 51.

Fig. 52.

Fig. 53.

w murze, w wysokości około 2 m nad powierzchnią terenu. Na murze umieszczona jest tabliczka z otworkiem, znajdującym się w przedłużeniu otworka w stożku i napisem Z. W. Wysokość osi otworka w stożku nad poziomem morza jest znana. Nawiązanie do tego znaku wysokości wykonać można: a) zapomocą linealu niwelacyjnego, który zawieszają się na pręcie, wsadzonym w otwór stożka i odczytuje lineal przy poziomej osi celowej (stosując się przy niwelacji ściślej, fig. 52), albo b) zapomocą łaty niwelacyjnej, ustawionej na terenie, obok znaku wysokości, na której odczytać trzeba położenie poziomej osi celowej i wysokość znaku wysokości ponad terenem (stosując się przy niwelacji zwykłej, fig. 53).

W przypadku a)  $W_A = W_{Z.W.} - (L + l_p) = W_c - l_p$   
 przy czym  $W_c = W_{Z.W.} - L$ ;

w przypadku b)  $W_A = W_{Z.W.} - L + l_w - l_p = W_c - l_p$   
 przy czym  $W_c = W_{Z.W.} - L + l_w$ .

**Profil podłużny terenu.** Profil podłużny jest to przekrój terenu płaszczyną pionową, powierzchnią graniastosłupową pionową, lub powierzchnią walcową pionową. Śladem poziomym tego przekroju jest albo linja prosta, albo linja łamana złożona z prostych, albo linja gięta złożona z prostych i łuków, stycznych do prostych. Ślad ten może być dany na terenie lub na planie, jest to zwykle oś projektu technicznego (drogi lub kolei). Profil

podłużny przedstawiamy na jednej płaszczyźnie, na której rozwijamy powierzchnię profilu.

Wykonanie zdjęcia: a) wytycza się ślad profilu na terenie, b) mierzy się odległości poziome punktów profilu od punktu początkowego, c) niweluje się te punkty.

Ad a). Na terenie jednostajnie pochyłym obiera się punkty profilu w okrągłych odległościach, co 10, 20, lub 50 m, stosownie do terenu i celu profilu; na terenie nierównym — na załomach terenu, albo w okrągłych odległościach, a prócz tego na załomach. Obrane punkty zaznacza się palikami, lub w inny sposób. Punkty te należy ponumerować i narysować na szkicu. Wzdłuż profilu zakłada się stałe punkty wysokości, np. na występkach cokołów, na kamiennych stopniach schodowych itd., albo wbija się w tym celu pale drewniane z gwoździami o dużej, wypukłej główce, na miejscach, które nie będą naruszone podczas wykonywania robót ziemnych. Na kilometr długości profilu obiera się 3, lub 4 punkty stałe.

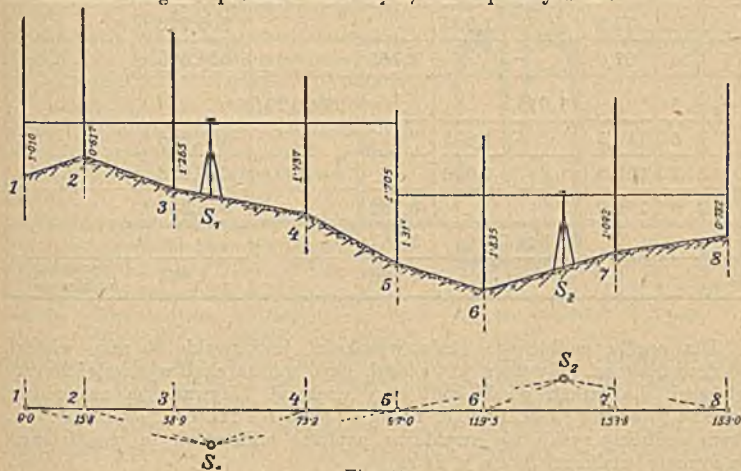


Fig. 54.

Ad b). Pomiar odległości wykonywa się zwykle przed rozpoczęciem niwelacji, można jednak także te dwie czynności wykonywać równocześnie. Do pomiaru odległości używa się taśmy stalowej, lub łąt mierniczych. Odległości odczytuje się z uwzględnieniem decymetrów. Przy dłuższych profilach podaje się odległości w hektometrach i metrach, ewentualnie w kilometrach i metrach. Przy niwelowaniu profili podłużnych dróg i ulic można odległości mierzyć po terenie, a następnie zredukować je na poziom zapomocą wyznaczonych różnic wysokości. Punkty leżące poza profilem, które chcemy zaniwelować i zaznaczyć na profilu, rzutujemy na oś profilu.

Ad c). Punkty profilu podłużnego niweluje się ze stanowisk obranych tak, by łąt wstecz i wprzód znajdowały się w równych odległościach od stanowisk (fig. 54). Łatę niwelacyjną ustawia się kolejno pionowo na punktach niwelowanych, celu do łąt, układa oś libeli niwelacyjnej poziomo i odczytuje łątę. Odczyty łąt wstecz i wprzód podaje się z uwzględnieniem milimetrów, odczyty łąt w bok (pośrednich między łątami wstecz i wprzód) z uwzględnieniem centymetrów. Niwelację profilu należy — o ile możności — nawiązać do znaków wysokości, na początku i na końcu, a to dla sprawdzenia niwelacji, ewentualnie dla jej wyrównania. Gdy jest nawiązanie tylko do jednego znaku wysokości, lub niema wcale nawiązania, należy niwelację profilu wykonać dwa razy, w przeciwnych kierunkach. Czasem

niweluje się drugi raz tylko punkty nawiązania (na których odczytano łąty wstecz i wprzód) i punkty stałe. Wyniki pomiaru zapisuje się w dzienniku niwelacyjnym l. 2.

## Dziennik niwelacyjny l. 2.

Stano- wisko	Punkt	Odle- głość od po- czątku	Odczyt na łącie			Wysokość celowej	Wysokość punktu	Uwagi i szkice
			wstecz	w bok	wprzód			
$S_1$	1	0,0	1,010			307,510	306,500	
	2	15,8		0,617			306,898	
	3	38,9		1,265			306,245	
	4	73,2		1,737			305,773	
	5	97,0			2,705		304,805	
$S_2$	5		1,315			306,120		
	6	119,5		1,835			304,285	
	7	153,8		1,092			305,028	
	8	183,0			0,782		305,338	
			2,325		3,487			
					1,162		1,162	Sprawdz. obliczenia

Dla profilu podłużnego skala wysokości jest zwykle 10 razy większa od skali długości. Gdy teren jest płaski, użyć można skali wysokości 20 razy większej, dla terenu górskiego 5 razy większej. Używane są następujące skale: 1 : 1000 i 1 : 100, 1 : 500 i 1 : 50, 1 : 2000 i 1 : 200, 1 : 5000 i 1 : 500. Profil podłużny rysuje się zwykle na papierze milimetrowym, podzielonym na formaty wielkości  $34 \text{ cm} \times 21 \text{ cm}$ .

Profile poprzeczne. Są to krótkie przekroje, wykonane płaszczyznami pionowymi, z reguły prostopadłymi do profilu podłużnego. Rozciągają się one od osi profilu podłużnego na 10, 25, lub 50 m na obie strony, wogóle zaś powinny rozciągać się trochę dalej, niż prawdopodobnie sięgać będzie budowla, dla zaprojektowania której zdejmujemy profile poprzeczne. Odstęp profilów poprzecznych zależy od celu pracy i od rodzaju terenu. Jest on większy przy projektach ogólnych, mniejszy przy projektach szczególowych. Odstęp profilów na terenie płaskim wynosi 50 do 100 m, na terenie

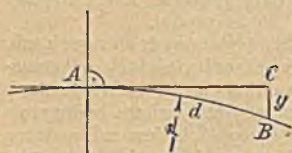


Fig. 55.

falistym 10, 5 m, lub jeszcze mniej. Profile poprzeczne wytycza się zapomocą węgelnicy. W łuku tymczasowy profil poprzeczny następująco: a) obieramy na łuku dwa punkty, leżące w równych odległościach od punktu, w którym mamy wytyczyć profil poprzeczny i z danego punktu tymczasowego prostokładną do cięciwy, łączącej punkty obrane. b) Od punktu A odmierzamy na łuku długość  $AB = d$ , np. 20 m (fig. 55) i tymczasowo zewnątrz łuku prostą  $AC$ ,

oddaloną od punktu B o  $y = \frac{d^2}{2r}$ , przyczem  $r$  oznacza promień łuku. Będzie to styczna do łuku w punkcie A. Prostopadła do  $AC$ , w punkcie A, wy-

znaczy kierunek profilu poprzecznego w tym punkcie. Położenie profilu poprzecznego określa się zapomocą jego odległości od punktu początkowego profilu podłużnego. Punkty profilu poprzecznego obiera się na załomach terenu. Położenie tych punktów wyznacza się przez pomiar ich odległości od punktu profilu podłużnego, przez który przechodzi dany profil poprzeczny. Profile poprzeczne niweluje się zapomocą instrumentu niwelacyjnego (mniejszego, o niezbyt czułej libeli niwelacyjnej), lub zapomocą kolimatora Goulier'a (fig. 56). Na stromym terenie zdejmuje się profile poprzeczne zapomocą przyrządu do pomiaru schodkowego. Wyniki pomiaru zapisuje się na szkicu, lub w dzienniku niwelacyjnym. Szkic jest wygodniejszy do rysowania profilu, dziennik do obliczania wysokości punktów niwelowanych. Profile poprzeczne rysuje się zwykle na papierze milimetrowym, w skali 1 : 100, lub 1 : 200 (odległości i wysokości w tej samej skali), tak jak się nam przedstawiają, gdy patrzymy w kierunku liczenia odległości (hektometrowania) profilu podłużnego. Na rysunku powinna być zaznaczona oś profilu podłużnego, podana odległość profilu poprzecznego od punktu początkowego profilu podłużnego, oraz wysokość punktu profilu podłużnego.

Niwelacyjne zdjęcie terenu ma na celu przedstawienie kształtu terenu.

1. Metoda profilów. Teren zdejmujemy zapomocą profilu podłużnego, oraz profilów poprzecznych, prostopadłych do profilu podłużnego. Tej metody używamy zwłaszcza wtedy, gdy teren zdejmowany ma kształt pasa, więc przy zdjęciach pod trasę dróg, kolei i kanałów spławnych. Wzdłuż tego pasa zakładamy profil podłużny jako wielobok, który zdejmujemy przez pomiar boków i kątów. Sposób wykonania profilu podłużnego i profilów poprzecznych jak wyżej. Układ profilów rysuje się na szkicu, na którym zapisuje się wyniki pomiaru długości i oznacza punkty profilów liczbami bieżącymi. Na szkicu tym należy narysować na oko warstwice niwelowanego terenu. Kierunków profilów poprzecznych użyć można jako podstaw do zdejmowania granic własności, budynków itd. Niwelację profilu podłużnego i profilów poprzecznych wykonuje się albo oddzielnie, albo niweluje się profil podłużny i profile poprzeczne równocześnie, z odpowiednio obranych stanowisk. W tym ostatnim razie punkty profilów poprzecznych muszą być wypalikowane. Profil podłużny powinien być zaniwelowany dwa razy. Przy oddzielnym niwelowaniu profilów poprzecznych należy nawiązać ich niwelację do punktów profilu podłużnego. Wskazane jest wykonać nawiązanie niwelacji do znaku wysokości, gdy jednak ten znajduje się daleko, można przyjąć wysokość pewnego zaniwelowanego punktu dowolnie. Plan zdejmowanego terenu rysuje się w skali 1 : 500, 1 : 1000, 1 : 2000, 1 : 2500, 1 : 2880, zależnie od wielkości terenu zdejmowanego, celu pracy i wymaganej dokładności. Wielobok profilu podłużnego rysuje się zapomocą spólrzędnych, odniesionych do pewnego układu spólrzędnych, lub metodą tangensową. Na podstawie szkiców połowych i obliczonego dziennika niwelacyjnego nakreśliły kierunki profilów poprzecznych, punkty zaniwelowane, zdjęte granice i przedmioty i wypiszemy wysokości punktów zaniwelowanych. Wkońcu wykreślamy warstwice, które przedstawiają w sposób przejrzysty kształt terenu.

2. Metoda siatki kwadratów. Na zdejmowanym terenie wytyczamy palikami siatkę kwadratów o bokach 10, 20, lub 50 m, stosownie do

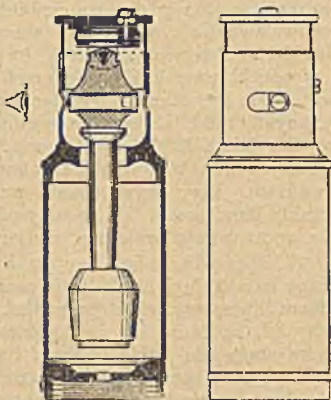


Fig. 56. Kolimator Goulier'a.

ukształtowania terenu, ile możności tak, by jeden kierunek boków siatki znajdował się w przybliżeniu w kierunku największego spadku terenu (ze względu na kreślenie warstwicy), drugi kierunek boków siatki odchyła się wtedy nieznacznie od poziomu. Gdy wierzchołki siatki nie wystarczają do należytego oddania ukształtowania terenu, biera się inne potrzebne punkty (punkty domierzone) i zdejmuje je na boki siatki przez odrzutowanie. Należy narysować szkic siatki kwadratów, ponumerować jej wierzchołki i punkty domierzone i nakreślić na oko warstwice terenu. Obrane punkty niweluje się następnie z odpowiednich stanowisk, przyczem z każdego następnego stanowiska należy nawiązać się przynajmniej do dwóch punktów zaniwelowanych ze stanowiska poprzedniego. Celem sprawdzenia niwelacji można zaniwelować obwód siatki (stosuje się przy większej siatce, np. kilkudziesięciohektarowej). Siatkę kwadratów rysuje się w odpowiedniej skali i wypisuje przy każdym wierzchołku jego wysokość. Jeżeli teren spada w jednym kierunku, to rysując warstwice, interpoluje się między punktami, leżącymi tylko w tym kierunku. Gdy teren jest prawie poziomy, lub w obu kierunkach siatki posiada podobne spadki, należy interpolować punkty warstwicy w obu kierunkach. Nie interpolować w kierunku przekątnej kwadratu. Przy wyznaczaniu punktów warstwicy uwzględnić należy także punkty domierzone. Tej metody używamy do zdejmowania terenu płaskiego, dla opracowania projektów meljoracyjnych.

3. Metoda niwelowania na podstawie danego planu, tj. mapy katastralnej, lub zdjęcia poziomego, wykonanego poprzednio. Najpierw biera się szereg punktów wzdłuż komunikacji, rzek, w sąsiedztwie budynków itd. zaznacza się je na terenie palikami i wysowuje na kopji planu, która służy jako szkic polowy. Punkty te uważamy za punkty stałe i niwelujemy je ze sprawdzeniem (patrz odnośny ustęp). Następnie wykonywa się niwelację wszystkich innych potrzebnych punktów terenu, nawiązując ją do poprzednio założonych punktów stałych. Obrane punkty terenu należy również uwidocznic na kopji danego planu, przez oznaczenie ich położenia na oko, lub przez odmierzenie. Na szkicu znaczy się kierunki interpolacji warstwicy. Po skończeniu pracy polowej oblicza się różnice wysokości między punktami stałymi, wyrównywa je i oblicza wysokości stałych punktów, a na podstawie tych wyznacza wysokości wszystkich innych punktów. Wkońcu rysuje się plan warstwicy.

**Wykreślanie warstwicy.** Odstęp pionowy warstwicy (krzywych łączących punkty terenu o tej samej wysokości) zależy przedewszystkiem od celu zdjęcia niwelacyjnego, następnie od kształtu terenu i skali rysunku. Na planach warstwicy dla projektów komunikacji wynosi ten odstęp od 1 do 5 m, na planach dla celów meljoracyjnych może zejść aż do 0,25 m, zaś na mapach topograficznych wynosi 10 m, 20 m, lub więcej. Punkty warstwicy otrzymać można a) z profilów terenu, b) zapomocą rachunku, c) zapomocą środków mechanicznych.

Ad a). Na profilach terenu kreślimy proste poziome, w wysokościach warstwicy i wyznaczamy przecięcia tych z linią terenu. Następnie odmierzamy odległości tych punktów od punktów początkowych profilów i przynosimy je na plan poziomy profilów.

Ad b). Wyznaczanie punktów warstwicy opiera się tu na proporcjonalności odcinków. Gdy  $A$  i  $B$  są punkty o znanych wysokościach  $W_A$  i  $W_B$ , a mamy wyznaczyć punkt  $C$ , warstwicy o wysokości  $W_C$  na prostej  $AB$ , to  $AC = \frac{W_C - W_A}{W_B - W_A} AB$ . Do obliczenia  $AC$  użyć najlepiej suwaka rachunkowego.

Ad c). Środki mechaniczne polegają także na zasadzie proporcjonalności odcinków. Tu należy siatka prostych równoległych, nakreślonych w stałym



odstępie na kalce (fig. 57), przyrząd inż. Sikorskiego (fig. 58; opis w Czasopiśmie technicznym, r. 1894, str. 139) i inne podobne przyrządy.

**Tyczenie linii stałego spadku.** To zadanie przychodzi przy trasowaniu, gdy chcemy os projektować (drogi, koleje, lub rowu) wytyczyć wprost na terenie, aby zdjęcie potrzebne do opracowania tego projektu zmniejszyć, lub aby się przekonać o możliwości pewnego projektu. Ustawiamy instrument niwelacyjny na takim stanowisku, by można zaniwelować odpowiednią część linii stałego spadku. Na punkcie początkowym  $A$  tej linii ustawiamy pionowo łąkę niwelacyjną i robimy na niej odczyt  $l$ , przy poziomej osi libeli niwelacyjnej. Następnie wyznaczamy punkt  $B$  linii stałego spadku, znajdujący się w odstępie np. 20 m od punktu początkowego  $A$ , używając w tym celu taśmy stalowej 20 m jako cyrkla. Z punktu  $A$  zakreślamy taśmą łuk, po którym figurant przesuwa pionową łąkę niwelacyjną tak długo, dopóki odczyt na łące, przy poziomej osi libeli niwelacyjnej, nie będzie wynosił  $l + 20 s$ , przy czym  $s$  oznacza spadek linii (znak  $+$  uwzględniamy tyżąc w dół, znak  $-$  tyżąc w górę). Otrzymany punkt zaznacza się palikiem. Następny punkt wyznacza się podobnie, w odstępie 20 m od punktu  $B$ , przy czym odczyt na łące powinien wynosić  $l + 40 s$  itd. Gdy zajdzie potrzeba zmiany stanowiska instrumentu, rozpoczniemy dalsze tyczenie od ostatniego wytyczonego

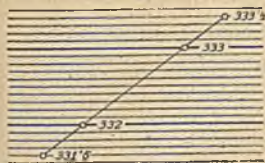


Fig. 57.

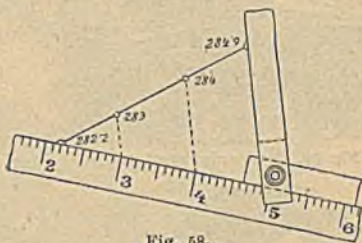


Fig. 58.

punktu, tak samo jak od punktu początkowego  $A$ . Po wytyczeniu należy linię stałego spadku zaniwelować, celem sprawdzenia wytyczenia.

Zadania z niwelacji, odnoszące się do wytyczania projektów inżynierskich, opisuje Hartner-Doleżał, t. II., 1910, str. 112.

**Błędy i wyrównanie niwelacji** (por.: Rachunek wyrównawczy). Średni błąd  $v$  niwelacji zwykłej wynosi 6 do 10 mm na kilometr. Średni błąd niwelacji na długości  $L$  (przy długościach celowej w przybliżeniu równych) wynosi

$$\mu_L = v \sqrt{L}.$$

Jeżeli zaniwelujemy dwa razy  $n$  różnic wysokości, na długościach  $L_1, L_2, \dots, L_n$  i otrzymamy różnice niwelacji (sposrżeżeń)  $d_1, d_2, \dots, d_n$ , to średni błąd niwelacji pojedynczej, na długości 1 km

$$\mu_0 = \sqrt{\frac{1}{2n} \left[ \frac{dd}{L} \right]};$$

średni błąd średniej z dwóch niwelacji, na długości 1 km

$$\mu_{x_0} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{n} \left[ \frac{dd}{L} \right]}.$$

Wyrównanie różnic wysokości  $h_1, h_2, \dots, h_n$ , zaniwelowanych między znakami wysokości  $A$  i  $B$ , o wysokościach  $W_A$  i  $W_B$ .

Jeżeli  $h_1 + h_2 + \dots + h_n - (W_B - W_A) = \omega$  (przy czym  $h$  wprowadzono z odpowiednimi znakami), jest mniejsze od błędu dozwolonego, to odchyłkę  $\omega$ , wziętą ze znakiem przeciwnym, należy rozdzielić na poszczególne różnice

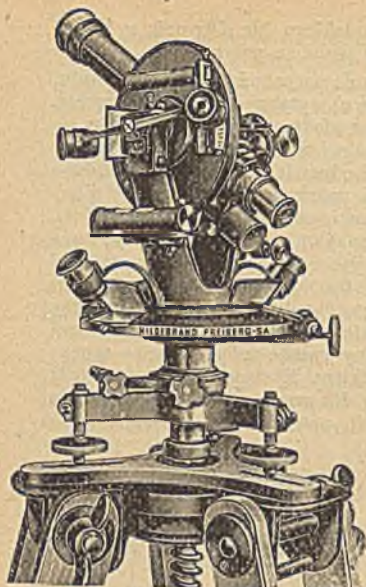


Fig. 59. Instr. uniw. repet. nonj.

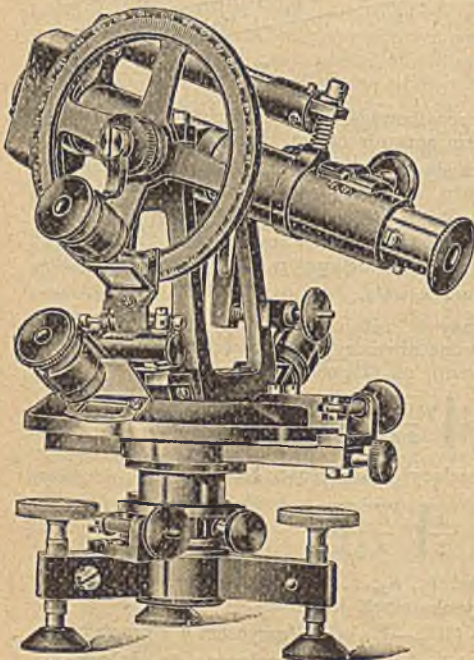


Fig. 60. Instr. uniw. repetycyjny, z nonjuszami, Starke i Kammerer, Wiedeń.

wysokości, proporcjonalnie do długości  $L$  między punktami zaniwelowanymi, uwzględniając przytem znaki różnic wysokości.

Poprawka dla  $r$ -tej różnicy wysokości

$$\delta_r = a_r L_r \frac{-w}{[L]},$$

przyczem  $a_r = \pm 1$ , stosownie do znaku różnicy wysokości.

Średni błąd niwelacji na długości 1 km

$$\mu_0 = \frac{w}{\sqrt{[L]}}.$$

W ten sam sposób postępujemy, gdy zaniwelowano wielobok zamknięty, wtedy  $h_1 + h_2 + \dots + h_n$  powinno równać się 0.

Wyrównanie sieci niwelacyjnej podaje Weigel, Rachunek wyrównawczy, 1923, str. 138 i 176 i Stampfer-Lorber, Nivellieren, 1894, str. 363.

## X. Instrument uniwersalny.

Opis instrumentu (fig. 59—61). Instrument ten pozwala wyznaczyć położenie dowolnego punktu w przestrzeni i służy: a) do pomiaru kątów poziomych, b) do pomiaru kątów pionowych, c) do optycznego pomiaru odległości i wysokości, d) do niwelacji.

Teodolit (fig. 62 i 63), wykonany podobnie jak instrument uniwersalny, nie posiada siatki tachymetrycznej, ani libeli niwelacyjnej na lunecie i służy do pomiaru kątów poziomych i pionowych, albo tylko do pomiaru kątów poziomych.

Części składowe instrumentu uniwersalnego: 1. Spodarka z trzema śrubami wstawowymi, do pionowego ustawiania osi instrumentu. 2. Limbus stały, lub repetycyjny, o średnicy 12 do 15 cm (do zwykłych prac mierniczych), 20 cm, lub więcej (do triangulacji). Podział limbusowy zwykle na 360°, stopień podzielony na 3, lub 6 części (podział na 2, lub 4 części mniej odpowiedni). Limbus otwarty, lub kryty (lepszy). 3. Alhidada z dwoma nonjuszami, lub mikroskopami. Wartość nonjusza 1' (fig. 64), 30'', lub 20'' (fig. 65),

przy dużych instrumentach 10". Dokładność odczytu mikroskopu 1' (fig. 66, mikroskop z stałą nitką), 12" (fig. 67) i 6" (m. kreskowy), 2" i 1" (m. śrubowy). 4. Luneta z reguły astronomiczna, o powiększeniu około 25 × (instrument do zwykłych prac), 30 do 40 × (instrument do triangulacji). Obiektyw achromatyczny, okular Ramsdena, lub ortoskopijny Kellnera. Siatka tachymetryczna (3 nitki poziome i 1, lub 2 nitki pionowe). Stała tachymetryczna  $K$  fle możliwości równa 100. Luneta osadzona centrycznie względem osi instrumentu, da się przerzucać. 5. Koło pionowe (pełne, lub łuk). Stopień podzielony na 3, lub 6 części. Liczbowanie najczęściej bieżące, dostosowane

do pomiaru kątów wysokości i głębokości, lub kątów zenitowych. Wartość nonnuszka 1', lub 20". 6. Libele: *a*) libele alhidadowe do pionowego ustawiania osi instrumentu, *b*) libela niwelacyjna na lunecie, zwykle rewersyjna, *c*) libela nasadkowa na oś obrotu lunety (służy do rektyfikacji), *d*) libela koła pionowego.

7. Sprzęgi i śruby mikrometryczne: *a*) sprzęg i śruba mikrometryczna limbusu (przy instrumentcie rewersyjnym), *b*) s. i ś. m. alhidady, *c*) s. i ś. m. lunety.

8. Busola orientacyjna (instrument uniwersalny może jej nie posiadać).

Statyw instrumentu uniwersalnego powinien posiadać krążek metalowy, o dość dużym wykroju kołowym do centrowania instrumentu (średnica wykroju do 6 cm). Dobre jest połączenie krążka z nogami statywu za pomocą wstawów kulistych (fig. 62). Statyw powinien być stały, a nie ciężki. Krążek statywu nie powinien się skręcać w płaszczyźnie poziomej. Instrument łączymy ze statywem za pomocą śruby środkowej.

Osi instrumentu uniwersalnego: *a*) oś instrumentu, t. j. oś obrotu alhidady, *b*) oś celowa lunety, *c*) oś obrotu lunety, *d*) oś libeli niwelacyjnej, *e*) osi libeli alhidadowych, *f*) oś libeli nasadkowej na oś obrotu lunety, *g*) oś libeli koła pionowego. Instrument repetycyjny posiada jeszcze: *h*) oś obrotu limbusu.

Sprawdzanie i rektyfikacja instrumentu uniwersalnego. Warunki: 1. Oś libeli alhidadowych prostopadła do osi instrumentu. 2. Oś celowa prostopadła do osi obrotu lunety. 3. Oś obrotu lunety prostopadła do osi instrumentu. 4. Przy pionowej osi instrumentu nitki siatki zajmują położenie pionowe, wzgl. poziome. 5. Oś celowa przecina oś instrumentu (luneta osadzona centrycznie względem osi instrumentu). 6. Alhidada osadzona centrycznie względem

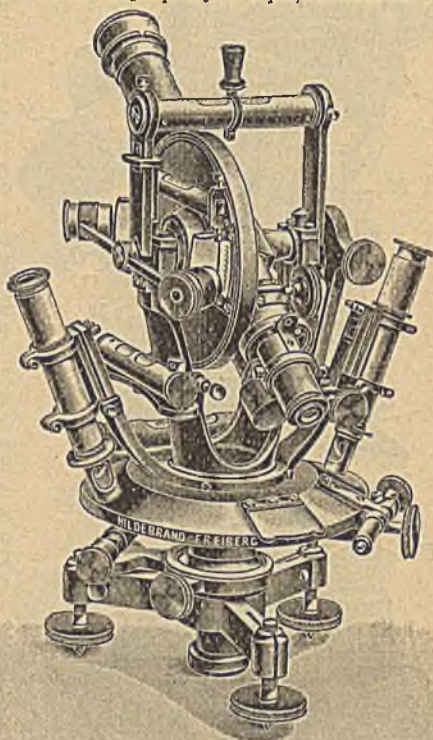


Fig. 61. Instr. uniwersalny, repetycyjny, z mikroskopami kresk. na kole poziomem, firmy Hildebrand, Freiberg.

limbusu i różnica odczytów na noniuszach (mikroskopach) koła poziomego równa  $180^\circ$ . 7. Podział limbusowy dokładny. 8. Oś celowa równoległa do płaszczyzn głównych libeli niwelacyjnej (rewersyjnej). 9. Przy pionowej osi instrumentu i poziomej osi celowej odczyt na noniuszach koła pionowego  $0^\circ$  i  $180^\circ$ , lub  $90^\circ$  i  $270^\circ$ , a oś libeli koła pionowego pozioma.

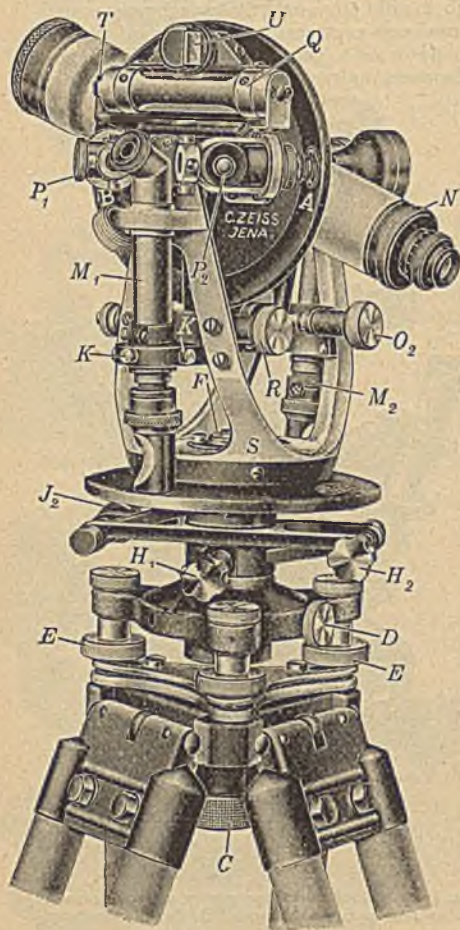


Fig. 62. Teodolit repetycyjny, z mikroskopami kreskowymi, firmy Zeiss, Jena.

oczytujemy za każdym razem stan tego samego (np. pierwszego) noniusza koła poziomego. Następnie nastawiamy ten noniusz, śrubą mikrometryczną alhidady, na odczyt średni z odczytów poprzednio otrzymanych. Wskutek tego oś celowa wyjdzie z punktu, do którego wycelowaliśmy, należy ją więc sprowadzić na ten punkt zapomocą poziomych śrubek rektyfikacyjnych siatki. Przed sprawdzeniem tego warunku, jak i następnych, wskazane jest oś instrumentu ustawić pionowo. Wpływ błędu nieprostokątności osi celowej do osi obrotu lunety, t. zw. błędu kolimacyjnego, na pomiar kąta kierun-

Ad 1. Obracamy alhidadę tak, by jedna libela alhidadowa znalazła się w kierunku dwóch śrub wstawowych i układamy osi obu libel alhidadowych poziomo zapomocą odpowiednich śrub wstawowych. Następnie obracamy alhidadę o  $180^\circ$  i ewentualną odchyłkę środka bańki od punktu głównego usuwamy u każdej libeli w połowie jej śrubką rektyfikacyjną, w połowie zaś odpowiednią śrubą wstawową. Ponieważ wpływ niepionowego ustawienia osi instrumentu, na pomiar kąta poziomego, nie da się wyrugować metodą pomiaru, należy libele alhidadowe dokładnie zrektyfikować.

Ad 2. Sprawdzamy przez dwukrotne odłożenie kąta, zawartego między osią celową, a osią obrotu lunety, przy jednej z tych dwóch prostych. a) Jeżeli oś obrotu lunety da się wyjąć i przełożyć w łożyskach, bez odkręcania śrub konstrukcyjnych i zdejmowania koła pionowego, wtedy postąpimy tak: Celujemy do odległego punktu, znajdującego się w przybliżeniu w poziomie instrumentu. Następnie przekładamy oś obrotu w łożyskach; jeżeli oś celowa, przy tem samym pochyleniu lunety, trafi w ten sam punkt, co poprzednio, wtedy jest prostopadła do osi obrotu. Gdy oś celowa trafi w punkt inny, należy połowę odchyłki osi celowej usunąć zapomocą poziomych śrubek rektyfikacyjnych siatki. b) Drugi sposób. Celujemy do odległego punktu, leżącego w poziomie instrumentu, w dwóch położeniach lunety i odczytujemy

kowego, da się usunąć przez pomiar w dwóch położeniach lunety i wzięcie średniej z otrzymanych spostrzeżeń.

Ad. 3. Gdy mamy libelę nasadkową na oś obrotu lunety, postępujemy następująco. Najpierw sprawdzamy libelę nasadkową, ewentualnie rektyfikujemy ją i układamy jej oś poziomo. (Obracamy alhidadę tak, by libela nasadkowa znalazła się nad jedną ze śrub wstawowych i sprawdzamy jej oś do poziomu zapomocą tej śruby wstawowej, następnie przekładamy libelę i ewentualną odchyłkę środka bańki od punktu głównego usuwamy w połowie śrubką rektyfikacyjną libeli, w połowie zaś śrubą wstawową. Potem należy przekonać się, przez małe przechylenie libeli na osi obrotu lunety, czy nie istnieje skrzyżowanie osi libeli z osią obrotu lunety. Gdy środek bańki wychyli się z punktu głównego, usuwamy odchyłkę poziomymi śrubkami rektyfikacyjnymi libeli.) Następnie obracamy alhidadę o  $180^\circ$  — jeżeli oś libeli pozostanie pozioma, to oś obrotu jest prostopadła do osi instrumentu — gdy zaś oś libeli wychyli się z położenia poziomego, usuwamy połowę odchyłki środka bańki od punktu głównego śrubkami rektyfikacyjnymi do zmiany wysokości łożyska osi obrotu lunety, drugą połowę zaś zapomocą śruby wstawowej.

Drugi sposób. a) Ustawiamy oś instrumentu pionowo zapomocą libeli niwelacyjnej i zawieszamy ciężki pion na długim sznurku, celujemy do sznurka w poziomie. Następnie podnosimy lunetę aż do punktu zawieszenia sznurka i patrzymy, czy środek siatki porusza się po jego osi. W razie, gdy środek siatki wyjdzie z osi sznurka, należy go wprowadzić na nią zapomocą śrubek rektyfikacyjnych do zmiany wysokości łożyska osi obrotu lunety.

b) Po pionowym ustawieniu osi instrumentu, jak pod a), rzutujemy wyniosły punkt  $A$ , w dwóch położeniach lunety, na poziomą ławę niwelacyjną, ułożoną prostopadle do płaszczyzny celowej, w wysokości instrumentu. Jeżeli w obu położeniach lunety otrzymamy ten sam punkt  $A'$  na ławie, to oś obrotu lunety jest prostopadła do osi instrumentu. Jeżeli zaś w pierwszym położeniu lunety otrzymamy punkt  $A_1$ , a w drugim punkt  $A_2$ , to nastawiamy oś celową, zapomocą śruby mikrometrycznej alhidady, na punkt  $A'$ , leżący w środku pomiędzy punktami  $A_1$  i  $A_2$ , następnie podnosimy lunetę do punktu  $A$  i sprawdzamy oś celową na ten punkt zapomocą śrubek rektyfikacyjnych do zmiany wysokości

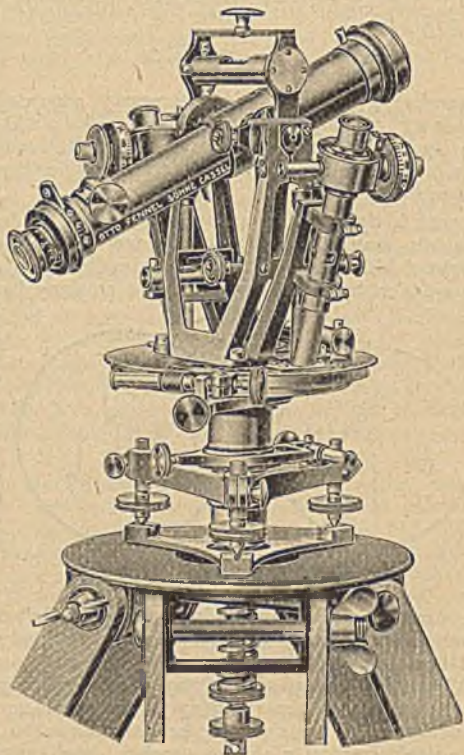


Fig. 63. Teodolit repetycyjny, z mikroskopami śrubowymi, firmy Fennel, Cassel.

łożyska osi obrotu lunety. Wpływ błędu nieprostokątności osi obrotu lunety do osi instrumentu, t. zw. błędu inklinacyjnego, na pomiar kąta kierunkowego, da się wyrugować przez pomiar w dwóch położeniach lunety i wzięcie średniej z otrzymanych spostrzeżeń.



Fig. 64.

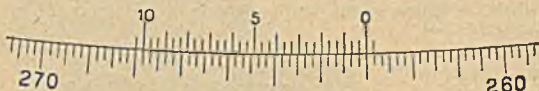


Fig. 65.

sznurka; gdy tak nie jest, skręcamy odpowiednio pierścień siatki. Potem badamy czy środkowa „pozioma“ nitka siatki zajmuje położenie poziome, w sposób opisany przy sprawdzaniu instrumentu niwelacyjnego I. typu, str. 368. Gdy okaże się, że nitka ta nie jest pozioma, należy założyć nową siatkę (naprawi mechanicznie).

Ad 5. Sprawdzamy przez wycelowanie w dwóch położeniach lunety do punktu (sznurka pionu zawieszono na trójnogu), znajdującego się w odległości kilkunastu metrów od instrumentu i odczytanie każdym razem obu nonjuszów. Średnie z obu nonjuszów powinny być jednakowe dla obu położe-



Fig. 66.



Fig. 67.

niach lunety. W przeciwnym razie istnieje ekscentryczność osi celowej względem osi instrumentu, której usunąć nie możemy, wpływ jej jednak na pomiar kąta kierunkowego da się wyrugować przez pomiar w dwóch położeniach lunety i wzięcie średniej z otrzymanych spostrzeżeń.

Ad 6. Sprawdzamy przez odczytywanie obu nonjuszów, w różnych położeniach alhidady względem limbusu. Różnice odczytów na obu nonjuszach powinny być stałe i równe  $180^\circ$ , gdy podział limbusowy jest dokładny. Jeżeli różnice odczytów są zmienne, to istnieje ekscentryczność alhidady, której usunąć nie możemy. Wpływ jej na pomiar kąta kierunkowego da się usunąć: a) przez odczytywanie obu nonjuszów i wzięcie średniej z odczytów, b) przez pomiar kąta kierunkowego w dwóch położeniach lunety i wzięcie średniej z obu spostrzeżeń. Jeżeli różnice odczytów na nonjuszach, w różnych położeniach alhidady względem limbusu, są równe, lecz nie wynoszą  $180^\circ$ , to błąd ten da się usunąć przez odpowiednie przesunięcie płytek nonjuszowych, po zwolnieniu śrubek, przytwierdzających płytki nonjuszowe do ramion alhidady.

Ad 7. Dokładność podziału limbusowego. można w przybliżeniu sprawdzić przez porównywanie długości nonjusza z odpowiadającą jej długością podziału limbusowego, na różnych miejscach tego podziału. Stałej długości nonjusza powinna odpowiadać stała długość na podziale limbusowym. W razie pojawienia się odchyłek uwzględnić należy, że pochodzą one mogą nie tylko z błędów podziału, lecz także z ekscentryczności alhidady względem limbusu. (Przy tem postępowaniu nastawia się końcową kreskę nonjusza na  $0^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ , ... itd. podziału limbusowego i odczytuje położenie kreski zerowej nonjusza.) Wpływ błędów podziału limbusowego, na pomiar kątów pozio-

mych, da się częściowo wyrugować przez pomiar na różnych miejscach limbusu metodą repetycyjną, albo metodą kierunkową wielokrotną.

Ad 8. Założmy, że libela niwelacyjna jest libelą rewersyjną. W 1-szem położeniu lunety celujemy do łąty niwelacyjnej, ustawionej pionowo, w odległości około 100 m od instrumentu, układamy ós libeli niwelacyjnej poziomo zapomocą śruby mikrometrycznej do pochylania lunety i odczytujemy stan średniej nitki na łącie. To samo powtarzamy w 2-giem położeniu lunety. Drugi odczyt powinien być równy pierwszemu. W razie pojawienia się różnicy, nastawia się środek siatki na odczyt średni śrubą mikrometryczną do pochylania lunety, a ós libeli układa poziomo śrubką rektyfikacyjną libeli. Opisane postępowanie doprowadzi do wyniku: ós celowa równoległa do płaszczyzn głównych libeli niwelacyjnej przy założeniu, że obie osi libeli rewersyjnej są do siebie równoległe. (Ten warunek jest zwykle spełniony.)

Ad 9. Ustawiamy ós instrumentu pionowo, najpierw zapomocą libel alhidadowych, następnie dokładniej zapomocą libeli niwelacyjnej, której ós ułożymy równocześnie poziomo. Gdy odczyt na nonjuszach koła pionowego nie jest  $0^{\circ}$  i  $180^{\circ}$ , należy nonjusz nastawić na ten odczyt, zapomocą śruby do pochylania ramienia nonjuszów. Zwykle można w ten sposób tylko pierwszy nonjusz nastawić na  $0^{\circ}$ , drugi nonjusz zaś nastawiamy na  $180^{\circ}$  przez przesuwanie płytki nonjuszowej, po zwolnieniu śrubek przytwierdzających ją do ramienia nonjuszów. Jeżeli po tej rektyfikacji ós libeli koła pionowego nie jest pozioma, sprowadzamy ją do poziomu zapomocą śrubek rektyfikacyjnych tej libeli. Jeżeli na kole pionowym jest tylko jeden nonjusz, wtedy zwykle niema urządzenia do pochylania ramienia nonjusza, ani libeli koła pionowego. W tym razie nastawiamy zero nonjusza na zero koła pionowego zapomocą śrubek rektyfikacyjnych nonjusza. Gdy między zerami nonjuszów, a punktami  $0^{\circ}$  i  $180^{\circ}$  koła pionowego jest znaczniejsza różnica, można ją usunąć przez odpowiednie obrócenie koła pionowego na osi obrotu lunety.

Ustawianie instrumentu nad punktem składa się: 1. z centrowania instrumentu i 2. z pionowego ustawiania jego osi. Do centrowania instrumentu używa się najczęściej zwykłego pionu. Pion powinien być tak zawieszony, by ostrze jego znajdowało się tuż nad punktem. Ós instrumentu ustawia się pionowo zapomocą śrub wstawowych. W tym celu obraca się alhidadę do położenia, w którym jedna libela alhidadowa znajdująca się w kierunku dwóch śrub wstawowych i działając temi śrubami, sprowadza się ós libeli do poziomu. Ós drugiej libeli alhidadowej układa się poziomo zapomocą trzeciej śruby wstawowej. Dokładność, scentrowania instrumentu nad punktem powinna być tem większa, im krótsze są ramiona kąta, wzgl. promienie pęku, który będziemy mierzyli. Dokładność z jaką należy ustawić pionowo ós instrumentu, powinna być tem większa, im większe są kąty pochylenia do poziomu ramion kąta, wzgl. promieni pęku. Przy stromych celowych ustawia się pionowo ós instrumentu zapomocą libeli nasadkowej na ós obrotu lunety, lub libeli niwelacyjnej. Wpływ błędu niedokładnego ustawienia instrumentu nad punktem, na pomiar kąta, nie da się wyrugować zapomocą metody pomiaru.

Celowanie do punktów. Przed celowaniem trzeba sprawdzić, czy obraz siatki wyraźnie występuje, ewentualnie nastawić odpowiednio wykręt okularu względem siatki (wykonywa się raz), por. ustęp „Luneta“, str. 362. Podczas każdego celowania należy usunąć dwugład (paralakse) siatki. Powinno się celować do najniższego widocznego punktu znaku, zaznaczającego położenie punktu. Dokładność wycelowania do punktu powinna być tem większa, im mniejsza jest odległość punktu od instrumentu. Dla powiększenia dokładności wycelowania używa się przy krótkich celowych cienkich tyczek żelaznych.

## XI. Pomiar kątów poziomych.

**Pomiar pojedynczego kąta.** 1. Ustawia się instrument w wierzchołku danego kąta (oś instrumentu przechodzi przez wierzchołek kąta i jest pionowa). 2. Celuje się w 1-szem położeniu lunety w kierunku lewego ramienia kąta, odczytuje oba nonjusze (mikroskopy) koła poziomego i zapisuje odczyty w dzienniku kątowym (stopnie zapisuje się zwykle tylko przy pierwszym nonjuszku). 3. Celuje się w kierunku prawego ramienia kąta, odczytuje oba nonjusze (mikroskopy) i zapisuje odczyty w dzienniku kątowym. 4. Przerzuca się lunetę, obraca alhidadę o  $180^\circ$  (2-gie położenie lunety) i powtarza czynności wymienione pod 3. i 2. 5. Tym sposobem otrzymamy dla każdego ramienia kąta 4 odczyty (kąty kierunkowe), z których obliczamy średnie będą to średnie kąty kierunkowe, lewy i prawy. 6. Różnica średnich kątów kierunkowych prawego i lewego daje średnią wielkość kąta mierzonego. Gdy średni kąt kierunkowy prawy jest mniejszy od średniego kąta kierunkowego lewego, należy do różnicy tych kątów dodać  $360^\circ$ . Wzór dziennika pojedynczego pomiaru kąta podano poniżej.

Dziennik kątowy l. 1.

Stano- wisko	Punkt	Odczyt			Średnia			Średnia zre- dukowana			Uwagi
		o	'	''	o	'	''	o	'	''	
15	14	75	38	20							Powietrze spokojne pochmurno.
				30							
		255	38	10							
			10	75	38	18	0	0	0		
	16	237	43	50							
				40							
57		43	30								
		40	237	43	40	162	5	22			

Przez opisane postępowanie wyrugujemy wpływ następujących błędów instrumentu na pomiar kątów kierunkowych: a) błędu kolimacyjnego b) inklinacyjnego, c) ekscentryczności osi celowej i d) ekscentryczności alhidady; pozostanie zaś wpływ błędów podziału limbusowego. Nadto pozostanie wpływ błędów czynności mierniczych, tj. niedokładności ustawienia instrumentu nad wierzchołkiem kąta, niedokładności wycelowania do punktów i błędy odczytów na nonjuszach (mikroskopach). Celem zmniejszenia tych błędów, trzeba się starać wykonać czynności miernicze jak najdokładniej. Gdy jest tylko jeden nonjusz na kole poziomem, to wpływ błędów instrumentu wymienionych powyżej, zostanie także wyrugowany przez pomiar kąta w dwóch położeniach lunety. Gdy instrument jest zrektyfikowany i nie chodzi o większą dokładność w pomiarze kąta, np. przy pomiarze szczegółów, można kąt mierzyć w jednym położeniu lunety i odczytywać tylko jeden nonjusz.

Pomiar kąta wykonany kilka razy. Postępowanie opisane powyżej możemy powtórzyć kilka razy, na różnych miejscach limbusu, obracając przed każdym pomiarem limbus o pewną liczbę stopni (przy teodolicie repetycyjnym), albo przestawiając po każdym pomiarze instrument na krążku statywu (przy teodolicie zwykłym). Średnia z otrzymanych pomiarów



da wynik dokładniejszy od pomiaru pojedynczego, z którego nadto wpływ błędów podziału limbusowego zostanie częściowo wyrugowany.

Repetycyjny pomiar kąta polega na tem, że dany kąt odmierzymy kilka razy obok siebie na limbusie, celem wyrugowania (częściowego) wpływu błędów podziału limbusowego. Pomiar wykonywa się teodolitem repetycyjnym, w dwóch położeniach lunety; stosuje się przytem różne metody postępowania. Podajemy sposób pomiaru podług „Przepisów obowiązujących przy pomiarach metodą trygon. i poligon.“:

1. Ustawia się instrument w wierzchołku kąta (oś obrotu limbusu pionowo zapomocą libeli nasadkowej na oś obrotu lunety, lub zapomocą libeli rewersyjnej na lunecie) i sprzęga się limbus.
2. W 1-szem położeniu lunety celuje się w kierunku lewego ramienia kąta (używając sprzęgu i śruby mikrometrycznej alhidady), odczytuje oba nonjusze (mikroskopy) i zapisuje odczyty w dzienniku kątowym.
3. Zwalnia się sprzęg alhidady i celuje w kierunku prawego ramienia kąta (używając sprzęgu i śruby mikrometrycznej alhidady).
4. Przerzuca się lunetę, zwalnia sprzęg limbusowy i w 2-gim położeniu lunety celuje w kierunku lewego ramienia kąta (używając sprzęgu i śruby mikrometrycznej limbusu).
5. Zwalnia się sprzęg alhidady, celuje w kierunku prawego ramienia kąta (używając sprzęgu i śruby mikrometrycznej alhidady), odczytuje oba nonjusze (mikroskopy) i zapisuje odczyty w dzienniku kątowym.
6. Różnica średnich z odczytów ostatnich i pierwszych daje podwójną wielkość kąta.
7. Postępowanie opisane powyżej należy w sieci triangulacyjnej IV-go rzędu powtórzyć najmniej trzy razy, a z otrzymanych pomiarów obliczyć średnią.

Pomiar pęku promieni wykonany jeden raz metodą kierunkową.

Przypuśćmy, że zmierzyć mamy pęk promieni  $W(A, B, C, D, E)$ , fig. 68.

1. Ustawiamy instrument w wierzchołku pęku  $W$ : oś instrumentu przechodzi przez wierzchołek i jest pionowa. Jeżeli mierzymy instrumentem repetycyjnym, to oś instrumentu ustawiamy pionowo przy sprzęgniętym limbusie.
2. W 1-szem położeniu lunety celujemy do punktów  $A, B, C, D, E$ , odczytujemy każdym razem oba nonjusze (mikroskopy) i zapisujemy odczyty w dzienniku kątowym (1. 1).
3. Przerzucamy lunetę, obracamy alhidadę o  $180^\circ$  (2-gie położenie lunety), celujemy powtórnie do danych punktów, lecz w porządku odwrotnym, więc do  $E, D, C, B, A$ , odczytujemy każdym razem oba nonjusze (mikroskopy) i zapisujemy odczyty w dzienniku kątowym.
4. Dla

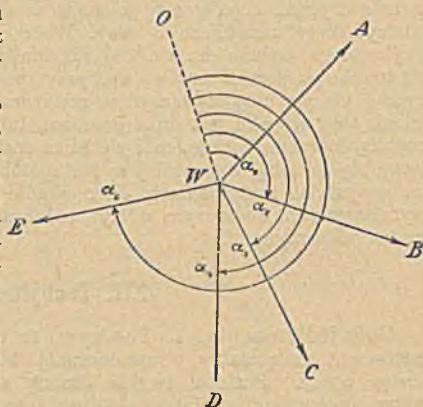


Fig. 68.

każdego promienia otrzymamy 4 odczyty: z dwóch nonjuszów (mikroskopów), w dwóch położeniach lunety. Średnia z tych czterech odczytów daje średni kąt kierunkowy, wolny od wpływu błędów instrumentu, z wyjątkiem błędów podziału limbusowego. Wynik pomiaru wszystkich kątów kierunkowych, w dwóch położeniach lunety, nazywamy zestawieniem kierunków. Należy uważać, by podczas wykonywania pomiaru położenie limbusu nie zmieniło się. Sprawdzenie pomiaru otrzymuje się przez powtórne wycelowanie do punktu początkowego, na końcu pomiaru w 1-szem i 2-gim położeniu lunety i odczytanie obu nonjuszów. Jeżeli mierzymy instrumentem

repetycyjnym, można przed wykonaniem pomiaru nastawić limbus tak, by odczyt początkowy, przy celowaniu do punktu  $A$ , wynosił  $0^{\circ} 0' 0''$ . Jeżeli nie chodzi o wielką dokładność pomiaru, odczytuje się tylko jeden nonjusz, w dwóch położeniach lunety, przez co wpływ błędów instrumentu, z wyjątkiem błędów podziału limbusowego, zostanie także wyrugowany. Gdy instrument jest zrektyfikowany, można przy zdejmowaniu szczegółów wykonać pomiar w jednym położeniu lunety, z odczytami na jednym nonjuszu.

Kąty pomiędzy promieniami pęku nie zmieniają się, jeżeli do wszystkich kątów kierunkowych dodamy, lub od wszystkich kątów kierunkowych odejmiemy stałą liczbę. Prawo to pozwala zredukować kąty kierunkowe ze względu na dowolnie obrany promień zerowy (przez odejmowanie kąta kierunkowego tego promienia), albo zorientować promienie według pewnego układu osi współrzędnych, tj. obliczyć azymuty promieni pęku (przez dodanie różnicy między azymutem pewnego promienia a jego kątem kierunkowym).

Pomiar pęku promieni wykonany kilka razy metodą kierunkową. Chcąc otrzymać większą dokładność w pomiarze pęku promieni i ile możności wyrugować wpływ błędów podziału limbusowego, wykonywany pomiar pęku kilka razy, przy różnych położeniach limbusu (instrumentem repetycyjnym). Jeżeli zamierzamy pomiar pęku wykonać  $n$  razy, to należy po każdym pomiarze obrócić limbus o kąt  $\frac{180^{\circ}}{n}$ , zatem przy

dwóch pomiarach o  $90^{\circ}$ , przy trzech o  $60^{\circ}$  itd. Przy pierwszym pomiarze nastawiamy limbus w ten sposób, by odczyt odpowiadający pierwszemu promieniowi wynosił  $0^{\circ} 0' 0''$ , lub równał się w przybliżeniu azymutowi tego promienia. Przed każdym pomiarem trzeba sprawdzić i ewentualnie poprawić ustawienie instrumentu. „Przepisy obowiązujące przy pomiarach metodą trygon. i poligon.“ polecają w sieci triangulacyjnej IV-go rzędu mierzyć kąty zasadniczo 3 razy. Wzór dziennika katowego dla pomiaru trzykrotnego podano na str. 387 (dziennik katowy l. 2.). Przy bardzo dokładnych pomiarach kątów, np. przy pomiarze kątów w sieci triangulacyjnej, nie powinno się łączyć w zestawienie kierunków więcej niż 6 promieni. Gdy w pęku jest dużo promieni, lub nie wszystkie punkty są równocześnie dobrze widoczne, robi się kilka zestawień kierunków. Te zestawienia łączą się ze sobą, najprościej w ten sposób, że jeden promień jest wspólny we wszystkich zestawieniach. Jako wspólny przyjmujemy promień do punktu wyraźnego (np. do szczytu wieży), położonego w średniej odległości, w kierunku północnym.

## XII. Tachymetrja.

Opis instrumentu. 1. Tachymetr zwykły (fig. 69 i 70). Jest to instrument uniwersalny o uproszczonej budowie, pozwalający na szybki postępek pracy. Posiada zwykle limbus stały (używane są także tachymetry repetycyjne), alhidadę z jednym nonjuszem jednonominutowym, czasem z dwoma nonjuszami i koło pionowe (lub łuk koła pionowego), z nonjuszem jednonominutowym. Nonjusze koła poziomego zastąpione są w niektórych instrumentach mikroskopami z nitką (fig. 70), lub mikroskopami kreskowymi. Najodpowiedniejsze liczbowanie koła pionowego jest bieżące, w kierunku przeciwnym niż ruch wskazówki zegarowej. Powiększenie lunety od 20 do 30 $\times$ . W polu widzenia lunety znajduje się siatka, złożona z trzech nitek poziomych i jednej nitki pionowej. Nitki są stale osadzone na diafragmie okularu; powinny one być bardzo cienkie. Stała tachymetryczna  $K$  ile możności równa 100. Na lunecie jest libela rewersyjna. Czasem dodana jest busola orientacyjna, osadzona na alhidadzie, albo do nasadzania na oś obrotu lunety. Nowsze nasadkowe busole są rurowe. Zapomocą busoli możemy

Stanowisko:  $\triangle$  4.

Mierzyl N. N. dnia 20 lipca 1922.

Ustawienie instrumentu: na trójnogu, stałe.

Stan pogody: słonecznie, słaby wiatr.

Cel do	Pomiar I			Średnia I		Pomiar II			Średnia II		Pomiar III			Średnia III		Średnia z I, II i III			U w a g i	
	o	'	''	'	''	o	'	''	'	''	o	'	''	'	''	o	'	''		
$\triangle$ 1	90	24	50			150	24	50			210	24	45							
		25	0					50					45							
	270	24	50			330	24	50			30	24	45							
			40	24	50			20	24	43			30	24	41	90	24	45		
+ $\triangle$ 2	99	16	10			159	16	10			219	16	0							
			15					10					5							
	279	16	10			339	16	0			39	16	10							
		15	50	16	6		15	45	16	1		15	55	16	3	99	16	3		
$\triangle$ 5	110	27	35			170	27	30			230	27	25							
			35					30					25							
	290	27	40			350	27	30			50	27	30							
			15	27	31			0	27	23			10	27	23	110	27	26		

zorientować limbus względem stron świata, ewentualnie na limbusie repetycyjnym mierzyć azymuty magnetyczne, lub kąty północne. Instrument powinien być silnie zbudowany i wygodny w użyciu. Tachymetr powinien być dokładnie zrektyfikowany (patrz: „Sprawdzanie i rektifikacja instrumentu uniwersalnego“, str. 379), gdyż przy zdejmowaniu punktów celuje się tylko w jednym położeniu lunety i odczytuje jeden nonuszk. Stałe tachymetryczne należy wyznaczyć dokładnie, por. ustęp na str. 390.

Łata tachymetryczna może być wykonana jak zwykła łąta niwelacyjna, albo posiada podział, pozwalający odczytywania łąty z wielkiej odległości (np. oprócz podziału centymetrowego posiada decymetry i połówki metrów zaznaczone zapomocą pasków podłużnych, a całe metry zapomocą okrągłych tarcz). Do pionowego ustawiania łąty używa się libeli pudełkowej, lub pionu.

2. Autoredukcyjny tachymetr Hammera-Fennela. Instrumentem tym (fig. 71) otrzymać można wprost odległość i wysokość tachymetryczną, przez pomnożenie przez stałe czynniki odcinków na łącie, zawartych między pewnymi krzywymi, widocznymi w polu widzenia lunety. Jest to instrument z repetycyjnym limbusem, z dwoma mikroskopami ze stałą nitką (kreską), o dokładności odczytu  $1'$ . Instrument nie ma koła pionowego. Luneta analaktyczna Porra, o powiększeniu  $24\times$ , posiada przesuwalny obiektyw. Oś obrotu lunety jest pod lunetą. Luneta nie da się przrzucać, daje odczyty dla kątów pochylenia do  $\pm 30^\circ$ . Na lunecie znajduje się libela rewersyjna i celownica. Pole widzenia lunety (fig. 72), podzielone jest

Fig. 60. Tachymetr zwykły, firmy Starke i Kammerer, Wiedeń.

pionową średnicą  $AA$  na dwie części. W lewej części widzimy zapomocą układu pryzmatów diagram krzywych, w prawej łątę tachymetryczną, ustawioną pionowo na terenie. W górnej części pola widzenia lunety jest pozioma nitka  $NN$ , przechodząca przez całe pole widzenia. Nitkę tę nastawiamy na zerowy punkt łąty, od którego liczymy odcinki. Diagram krzywych składa się z trzech krzywych, z których najwyższa  $G$  jest łukiem koła, stycznym do poziomej nitki  $NN$  w jej punkcie środkowym (środek tego łuku znajduje się na osi obrotu lunety). Dwie pozostałe krzywe  $H$  i  $D$  zmieniają swoje położenie w polu widzenia lunety przy pochyleniu lunety tak, że przecinają prostą  $AA$  w coraz to innych punktach. Krzywa  $D$  służy do odczytywania odległości poziomych, krzywa  $H$  do odczytywania wysokości tachymetrycznych. Gdy kąt pochylenia osi celowej do poziomu jest dodatni (ujemny), to na diagramie widzimy krzywą  $H$  ze znakiem  $+$  ( $-$ ). Odległość poziomą otrzymujemy, mnożąc odczyt na krzywej  $D$  przez 100, wysokość tachy-

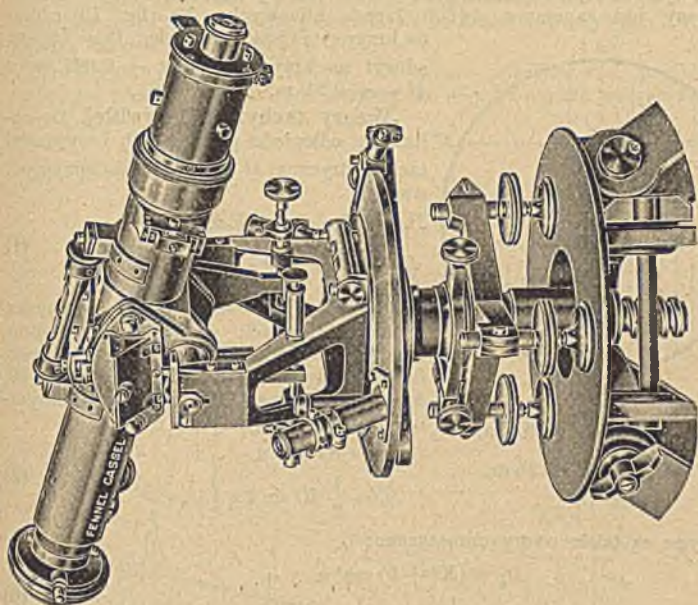


Fig. 71. Autoredukcyjny tachymetr  
Hammera-Fennela.

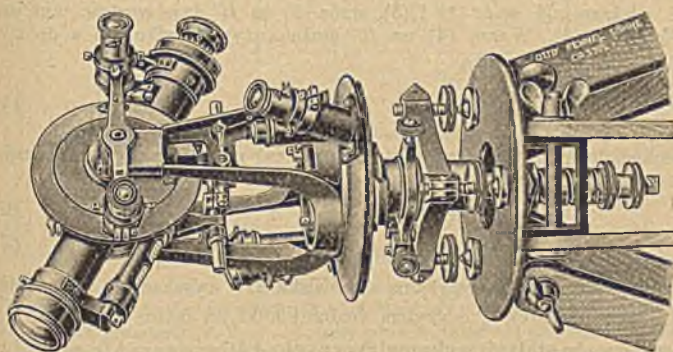
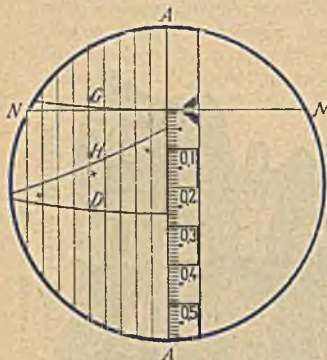


Fig. 70. Tachymetr z mikroskopami ze stałą nitką,  
firmy Fennel, Cassel.

metryczną zaś, mnożąc odczyt na krzywej  $H$  przez 20. Na łańcu należącej do tachymetru Hammera-Fennela punkt zerowy znajduje się w średniej wysokości instrumentu  $I = 1,40$  m nad spodem łąty. Punkt ten zaznaczony jest zapomocą dwóch kresek klinowych. Na fig. 72 odczyt na krzywej  $D$  jest 0,268, więc  $D_h = 26,8$  m, odczyt na krzywej  $H$  jest  $+ 0,047$ , więc  $H = + 0,94$  m.



$$D = 100 \cdot 0,268 = 26,8 \text{ m.}$$

$$H = 20 \cdot 0,047 = 0,94 \text{ m.}$$

Fig. 72.

Wzory tachymetrii zwykłej. Do obliczania odległości poziomej  $D_h$  i wysokości tachymetrycznej  $H$  używamy następujących wzorów:

$$\left. \begin{aligned} D_h &= Kl \cos^2 \alpha + k \cos \alpha \\ H &= \frac{1}{2} Kl \sin 2 \alpha + k \sin \alpha \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

w których  $K$  i  $k$  są stałe tachymetryczne,  $l$  odcinek na łańcu pomiędzy nitką górną a dolną,  $\alpha$  kąt pionowy pochylenia osi celowej do poziomu (fig. 73 i 74).  $K$  jest zwykle  $= 100$ ,  $k = 30$  do  $40$  cm. Dla lunety anallaktycznej Porra  $k = 0$ , więc

$$\left. \begin{aligned} D_h &= Kl \cos^2 \alpha \\ H &= \frac{1}{2} Kl \sin 2 \alpha \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

Używane są także wzory uproszczone:

$$\left. \begin{aligned} D_h &= (Kl + k) \cos^2 \alpha \\ H &= \frac{1}{2} (Kl + k) \sin 2 \alpha \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

$$\left. \begin{aligned} D_h &= Kl \cos^2 \alpha + k \\ H &= \frac{1}{2} Kl \sin 2 \alpha \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

Wzory (3) dają  $D_h$  i  $H$  mniejsze niż wzory (1). Wzór (4) na  $D_h$  daje wartość większą niż wzór (1) i (3), wzór (4) na  $H$  daje wartość mniejszą niż wzór (1) i (3). Wzoru (4) na  $H$  można używać tylko dla  $\alpha$  do  $10^\circ$ .

Jeżeli  $\alpha \geq 0$ , to  $H \geq 0$ .

Gdy  $\alpha = 0$ , to

$$\left. \begin{aligned} D_h &= Kl + k \\ H &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

Wysokość bezwzględna (nad poziomem morza) punktu tachymetrowanego  $A$  obliczamy z równania:

$$W_A = W_S + J + H - l_s = W_c + H - l_s \dots \dots \dots (6)$$

przyczem  $W_c = W_S + J \dots \dots \dots (7)$

$W_S$  jest wysokością bezwzględną stanowiska  $S$ ,  $J$  wysokością instrumentu,  $W_c$  wysokością celowej,  $l_s$  odczytem średniej nitki na łańcu.

Wyznaczenie stałych tachymetrycznych. 1. Wyznaczenie stałej  $k$ . Dla lunety z okularzem Ramsdena, lub Huygensa  $k = f + \delta$ , przyczem  $f$  jest ogniskową obiektywu,  $\delta$  odstępem obiektywu od osi instrumentu.  $r$  wyznaczyć można przez wytworzenie zapomocą obiektywu, na kartce papieru, ostrego obrazu słońca i zmierzenie odstępu tego obrazu od obiektywu. Dla lunety z okularzem Ramsdena wystarczy wycelować do bardzo odległego

punktu (nastawić okular tak, by obraz punktu ostro wystąpił) i zmierzyć odstęp siatki od obiektywu, równy w przybliżeniu  $f$ . Długość  $\delta$  zmierzemy wprost na lunecie. Tym sposobem wyznaczymy  $k$  z dokładnością 0,5 cm. Dla lunety anallaktycznej Porra  $k$  powinno równać się 0. Przekonywamy się o tem przez wspólne wyznaczenie stałych  $K$  i  $k$ .

2. Wyznaczenie stałej  $K$ . Na terenie równym i w przybliżeniu poziomym tyczymy prostą i odmierzamy na niej, od punktu początkowego  $S$

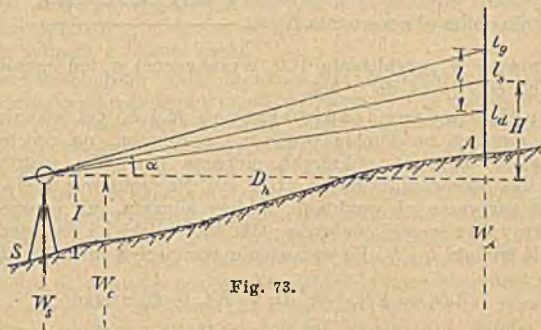


Fig. 73.

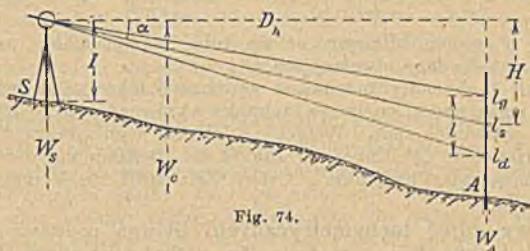


Fig. 74.

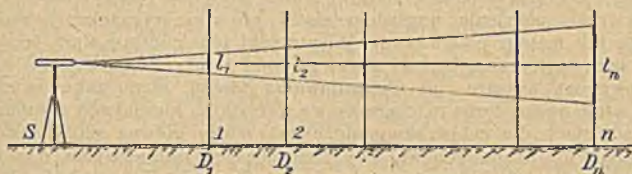


Fig. 75.

(fig. 75), taśmą stalową długości  $S 1 = D_1, S 2 = D_2, \dots, S n = D_n$ ; można obrać  $D_1 = 40, D_2 = 60, \dots, D_n = 160$  m. Te długości muszą być bardzo dokładnie odmierzone. W punkcie  $S$  ustawiamy tachymetr (centrycznie i oś instrumentu pionowo) i odczytujemy na łańcu niwelacyjnej, ustawianej pionowo, kolejno na punktach  $1, 2, \dots, n$ , przy prawie poziomej osi celowej, stan dolnej i górnej nitki siatki. Różnica odpowiadających sobie odczytów daje odcinek  $l$  na łańcu. Na każdym punkcie należy wyznaczyć odcinek  $l$  kilka razy, nastawiając dolną nitkę na coraz to inną kreskę podziału i odczytując nitkę górną (zmiana pochylecia osi celowej do poziomu, wynosząca do  $1^\circ$ , nie wywoła dającej się odczytać zmiany w odcinku na łańcu). Łańcę należy ustawiać pionowo zapomocą libeli, lub pionu i podpierać zastrzałami. Z od-

odcinków  $l$ , otrzymanych na każdym punkcie, obliczamy średnie  $l_1, l_2, \dots, l_n$ . Z równania  $D = Kl + k$  wynika  $K = \frac{D - k}{l}$ . Przyjmijmy, że stała  $k$  jest znana i wstawmy za  $D$  i  $l$  odpowiadające sobie wartości, to otrzymamy:

$$K_1 = \frac{D_1 - k}{l_1}, K_2 = \frac{D_2 - k}{l_2}, \dots, K_n = \frac{D_n - k}{l_n}. \text{ Średnią wartość na } K \text{ można}$$

w przybliżeniu obliczyć z równania  $K_s = \frac{K_1 + K_2 + \dots + K_n}{n}$ . Średni błąd

stałej  $K$ , równej w przybliżeniu 100, wyznaczonej w ten sposób, mieści się w granicach od  $\pm 0,04$  do  $\pm 0,1$ .

3. Wspólne wyznaczenie stałych  $K$  i  $k$ . Od stanowiska instrumentu odmierzano na terenie równym i poziomym, na prostej, dokładnie dwie odległości  $D_1$  i  $D_2$ , z których pierwsza ma kilka metrów, np. 5 m, a druga kilkadziesiąt, np. 80 m (100 m). Na pionowej łacie, ustawianej kolejno na otrzymanych punktach, robimy odczyty, jak poprzednio pod 2. i otrzymujemy dwa szeregi odcinków: dla łąty bliskiej i dalekiej. Obliczamy dwa średnie odcinki  $l_1$  i  $l_2$ . Po wstawieniu wartości w równanie  $D = Kl + k$  otrzymamy:

$$D_1 = Kl_1 + k, D_2 = Kl_2 + k, \text{ a stąd}$$

$$K = \frac{D_2 - D_1}{l_2 - l_1}, k = \frac{D_1 l_2 - D_2 l_1}{l_2 - l_1}.$$

Odczyty w punkcie bliższym należy robić na podziałce milimetrowej, przytwierdzonej do łąty niwelacyjnej.

Obie stałe tachymetryczne można wyznaczyć także ze spostrzeżeń wykonanych jak wyżej pod 2. zapomocą rachunku wyrównania, przy użyciu metody spostrzeżeń pośrednich, por.: Weigel, „Rachunek wyrównawczy“, 1923, str. 33 i 116; Hammer, „Beiträge zur Praxis der Bestimmung der Konstanten entfernungsmessender Fernrohre“, Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen 1917, str. 177.

**Podstawy zdjęć tachymetrycznych.** Główną podstawą jest siatka triangulacyjna (najniższego rzędu), albo siatka poligonowa, lub poligon otwarty. Poboczną podstawę stanowi siatka tachymetryczna, złożona z punktów, których położenie względem siatki głównej wyznaczamy zapomocą wecinań, lub metody poligonowej. Wierzchołki obu podstaw służą jako stanowiska tachymetryczne. Rodzaj siatki głównej zależy od wielkości i kształtu zdejmowanego obszaru, od ukształtowania terenu, stanu zabudowania itd. Jeżeli zdejmowany teren rozciąga się we wszystkich kierunkach równomiernie (przy zdjęciach dla celów ekonomicznych), wtedy główna siatka jest siatką tryangulacyjną, lub poligonową. Gdy teren ma kształt długiego pasa, o szerokości kilkudziesięciu, lub kilkuset metrów (przy zdjęciach dla projektów komunikacji), to główna siatka jest poligonem otwartym, lub łańcuchem trójkątów. Przy małych zdjęciach wystarczy może jedna siatka podstawowa.

Główną siatkę zakładamy tak, by wzajemne położenie jej wierzchołków dało się jak najdokładniej wyznaczyć. Należy ją nawiązać do istniejących punktów triangulacyjnych. Wierzchołki siatki poligonowej powinny się znajdować w odstępach 200 do 300 (400) m, a boki nadawać — ile możliwości — do bezpośredniego pomiaru. Siatkę tachymetryczną zakładamy tak, by zdejmowanie punktów terenu było najwygodniejsze (dobry przegląd punktów zdejmowanych). Wierzchołki siatek podstawowych zaznacza się zapomocą pali (palików) z gwoździami. Zdjęcie głównej siatki wykonywamy w sposób następujący: W siatce triangulacyjnej samoistnej trzeba zmierzyć najmniej jedną podstawę (bazę), najmniej 2 razy łątami mierniczymi, lub taśmą stalową, oraz wszystkie kąty w trójkątach, najmniej 1 raz, w dwóch położeniach



lunety. Jeżeli istnieją punkty triangulacyjne IV-go rzędu, to położenie wierzchołków siatki głównej wyznaczamy zapomocą wcinaiń, a pomiar podstawy (bazy) może odpaść. W łańcuchu trójkątów mierzymy kilka podstaw: w krótkim łańcuchu na początku i na końcu, w długim prócz tego w środku. W siatce poligonowej mierzymy kąty 1 raz, w dwóch położeniach lunety, a boki 2 razy taśmą stalową. Na trudnym terenie mierzy się boki poligonów optycznie, najmniej 2 razy, podczas wykonywania pomiaru kątów. Boki dłuższe od 150 m trzeba podzielić na dwie części i każdą część tachymetrować osobno. Jeżeli siatka główna nie jest nawiązana do punktów triangulacyjnych o wiadomych współrzędnych, trzeba wyznaczyć azymut astronomiczny, lub magnetyczny jednego z boków siatki.

Położenie wierzchołków siatki tachymetrycznej względem siatki głównej wyznaczamy zapomocą wcinania wprzód, wcinania wstecz, metody biegunowej, lub zapomocą poligonów (przy krótkich bokach zapomocą poligonów busolowych). Zdjęcie siatek podstawowych wykonywa się wogóle oddzielnie od zdejmowania punktów terenu, tylko przy małych zdjęciach, lub gdy zależy na pospiechu, można oba zdjęcia wykonywać równocześnie. Zdjęcie poligonów siatki tachymetrycznej wykonywa się podczas zdejmowania punktów terenu. Kąty mierzy się w dwóch położeniach lunety, a boki tachymetrycznie 2 razy. Należy wyznaczyć wysokości wierzchołków siatki głównej i tachymetrycznej, odniesione do pewnego poziomu, najlepiej do poziomu morza. Wykonujemy to albo zapomocą niwelacji (na terenie równym), albo zapomocą trygonometrycznego pomiaru wysokości, lub tachymetrii (na terenie falistym). Główną siatkę należy wyrównać i obliczyć współrzędne jej wierzchołków, odniesione do istniejącego układu współrzędnych, albo do układu dowolnie przyjętego, patrz „Triangulacja IV-go rzędu“ i „Zdjęcia poligonowe“. Wierzchołki siatki tachymetrycznej nanosi się albo zapomocą obliczonych współrzędnych, albo na podstawie zmierzonych kątów i długości.

#### Tok postępowania przy zdejmowaniu punktów terenu.

a) Instrument ustawia się na danem stanowisku (centrycznie i oś instrumentu pionowo). b) Mierzy się wysokość instrumentu, tj. wysokość osi obrotu lunety ponad czołem palika. Do tego celu użyć można albo łaty tachymetrycznej, albo osobnej taśmy. c) Nawiązuje się do sąsiednich stanowisk (wogóle do dwóch), przez wycelowanie do nich, w dwóch położeniach lunety i odczytanie nonjusza koła poziomego. Jeżeli tachymetr posiada busołę orientacyjną, to należy na początku i na końcu pomiaru na danem stanowisku odczytać stan nonjusza koła poziomego, przy tem położeniu alhidady, w którym igła magnetyczna wskazuje 0° i 180° podziału busoli. d) Celuje się do zdejmowanego punktu, na którym ustawiono pionowo (zapomocą pionu, lub libeli pudełkowej) łatę tachymetryczną, odczytuje trzy nitki na łacie, kąt na kole poziomem i pionowem i zapisuje odczyty w dzienniku tachymetrycznym. Nastawia się zwykle górną nitkę siatki na okrągły odczyt na łacie, np. na 1,5, 2,0, lub 2,5 m. Odczyty robi się szybko, a po odczytaniu nitki dolnej sprawdza, czy położenie nitki górnej nie zmieniło się. Odczytuje się z dokładnością milimetrową, odczyty podaje w metrach. Odczyty sprawdza się natychmiast zapomocą równania  $l_s = \frac{l_g + l_d}{2}$ , albo

$l_g - l_s = l_s - l_d$  (przyczem  $l_g$ ,  $l_s$ ,  $l_d$  oznaczają odczyty górnej, średniej i dolnej nitki na łacie). Równania powyższe ważne są dla równego odstepu nitek siatki oraz poziomej osi celowej, w przybliżeniu użyć ich jednak można także przy pochylonej osi celowej. Gdy instrument posiada po dwa nonjusze na kole poziomem i pionowem, to odczytywać należy jeden i stale ten sam nonjusz koła poziomego i pionowego. Należy uważać, by podczas zdejmowania punktów położenie instrumentu nie zmieniło się. Sprawdza się to w ciągu pomiaru, przez wycelowanie do jednego z punktów, do którego się nawiązano i odczytanie nonjusza koła poziomego. Wzór dziennika tachymetrycznego

## Dziennik tachymetryczny.

Stanowisko	Wysokość instrumentu $J$	Punkt	Odczyty na kole				Odczyty na taśmie		$l = l_d - l_g$	Odległość pozioma $D_h$
			poziomem		pionowym		górnym $l_g$	średnim $l_s$		
			o	'	o	'	dolnym $l_d$			
[44]	1,30	[34]	76	27						
			256	26						
		[43]	199	10						
			19	10						
		61	235	48	4	25	$\frac{1,476}{1,201}$	1,338	0,275	27,6
		62	194	12	0	3	$\frac{0,957}{0,800}$	0,878	0,157	16,0
		63	192	12	359	53	$\frac{1,374}{0,700}$	1,036	0,674	67,7
		79	125	34	6	16	$\frac{2,221}{1,100}$	1,660	1,121	111,0
		80	164	18	2	51	$\frac{2,060}{0,995}$	1,528	1,065	106,4

na str. 394 i 395. c) Równocześnie, albo przed tachymetrowaniem, wykonywa się dokładny szkic terenu, na którym powinny być nakreślone zdejmowane linie: granice własności i uprawy, budynki, drogi, rzeki itd., oraz poznaczone i policzbowane punkty tachymetrowane, które służą bądź do zdjęcia wymienionych przedmiotów, bądź do oddania ukształtowania terenu. Te ostatnie są to punkty charakterystyczne powierzchni, z których składa się teren, albo punkty leżące na krawędziach przecięcia się tych powierzchni np. punkty na liniach najwyższych (grzbietowych) i najniższych (ściekowych), na liniach największego spadku itd. Powinny być one tak obrane, by warstwie dały się w niewątpliwy sposób nakreślić na rysunku zdjęcia. Odpowiedni wybór punktów, bardzo ważny, wymaga dobrej orientacji w terenie i szybkiej analizy ukształtowania terenu. Przy zdejmowaniu terenu dla projektów komunikacji wybieramy czasem punkty tachymetrowane na charakterystycznych profilach terenu, prostopadłych do osi trasy. Tych profili można użyć do obliczenia objętości projektowanych robót ziemnych. Dla uwidocznienia ukształtowania terenu rysuje się na szkicu na oko warstwie, albo używa się metody kreskowania. Należy nakreślić także linie interpolacyjne dla warstwie, tj. połączyć ze sobą punkty, pomiędzy którymi przekrój terenu płaszczyzną pionową jest linią prostą. Punkty tachymetro-

(Stałe tachym.:  $K = 99,92$ ,  $k = 0,32 m$ .)

Wysokość tachym. $H$		$l_s$	$H - l_s$		Wysokość celowej $W_c$	Wysokość punktu $W$	Uwagi
+	-		+	-			
					257,39		Wysokość punktu [44]: 256,09
2,13		1,34	0,79			258,18	
0,01		0,88	0,87			256,52	
	0,14	1,04	1,18			256,21	
12,18		1,66	10,52			267,91	
5,30		1,53	3,77			261,16	

wane oznacza się na szkicu i w dzienniku tachymetrycznym liczbami porządkowymi, na następnych stanowiskach punkty liczy się w dalszym ciągu bieżąco.

Jeżeli chodzi o szybkość postępu pracy, używa się dwóch, lub trzech lat tachymetrycznych. Figuranci ustawiają je podług wskazówek inżyniera, który wybiera punkty i rysuje szkic terenu. Tachymetruje pomocnik inżyniera, odczyty zapisuje pisarz. Gdy zdjęcie tachymetryczne ma być narysowane na mapie katastralnej, trzeba nawiązać je do stałych punktów, tj. do punktów przecięcia się dawnych miedz, wylotów miedz do stałych dróg, naroży starych budynków murowanych itd. Ilość punktów tachymetrowanych zależy przedewszystkiem od terenu, dalej od skali rysunku zdjęcia i od odstepu, w jakim będą nakreślone warstwie. Według Jordana ilość punktów tachymetrowanych wynosi 500 do 1000 na  $km^2$ , dla skali zdjęcia 1:2000 lub 1:2500.

Obliczanie odległości tachymetrycznej  $D_h$  i wysokości tachymetrycznej  $H$ . Do tego celu służą następujące środki: a) tablice tachymetryczne liczbowe, b) tablice tachymetryczne graficzne, c) suwaki tachymetryczne. Środki te urządzone są dla podziału koła pionowego na  $360^{\circ}60'60''$ , lub na  $400^{\circ}100'100''$ , oraz dla stałych tachymetrycznych  $K = 100$ ,  $k = 0$ ; można jednak używać ich także przy innych wielkościach stałych.

Ad *a*). Najlepsze są tablice tachymetryczne Jordana: Jordan, *Hilfstafeln für Tachymetrie*, Stuttgart 1921. Tablice te wymagają interpolacji ze względu na milimetry w odcinku na łacie, oraz minuty w kącie pionowym. Jeżeli dla danego  $100 l$  i  $\alpha$  możemy z tablic wprost odczytać  $D_h$  i  $H$ , wtedy odpowiadają one dokładnie ilościom  $100 l \cos^2 \alpha$  i  $100 l \frac{1}{2} \sin 2 \alpha$ .

Średni błąd odległości interpolowanej wynosi  $\pm 0,1 m$ ,  
 " " wysokości " "  $\pm 0,01 m$ .

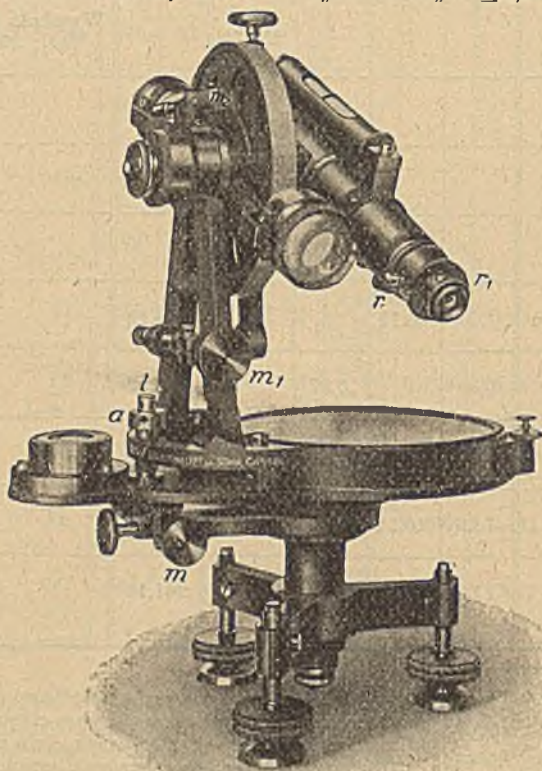


Fig. 76. Instrument busolowy, firmy Breithaupt, Cassel.

Gdy ilości  $100 l$  i  $\alpha$ , otrzymane z pomiaru, zaokrąglimy do wartości podanych w tablicach i odczytamy z tablic odpowiednie  $D_h$  i  $H$ , to ilości te będą wyznaczone ze średnimi błędami  $\pm 0,26 m$  i  $\pm 0,04 m$ .

Ad *b*). Tu należą: 1. tablice tachymetryczne izopletowe Wennera, patrz Wenner, *Graphische Tafeln für Tachymetrie*, *Zeitschrift für Vermessungswesen* 1905, str. 257. 2. Tablica tachymetryczna nomograficzna Łaski-Ulkowskiego, patrz *Czasopismo techniczne* z r. 1906, str. 217. 3. Tablica tachymetryczna nomograficzna Niedzielskiego.

Ad *c*). Tu należą: suwak tachymetryczny prosty i kołowy.

Najpewniej i najdokładniej można obliczyć  $D_h$  i  $H$  zapomocą tablic Jordana, jednak przy użyciu największej ilości czasu. Gdy opuścimy inter-

polację, co w wielu przypadkach będzie możliwe, to postęp pracy będzie znacznie szybszy. Tablicami graticznymi i suwakami pracuje się prędzej, lecz mniej pewnie, niż tablicami liczbowymi; dokładność ich dla celów praktyki jest wystarczająca, nużą one jednak oko więcej, niż tablice liczbowe.

**Rysowanie zdjęć tachymetrycznych.** Zdjęcia tachymetryczne rysuje się w skali 1 : 1000, 1 : 2000, lub 1 : 5000. Czynnności: 1. Naniesienie siatki głównej zapomocą spółrzędnych jej wierzchołków, ze sprawdzeniem. (Tylko przy małych zdjęciach można użyć wyjątkowo metody tangensowej.) 2. Naniesienie siatki tachymetrycznej zapomocą kątomierza metalowego z alhidada. 3. Narysowanie punktów tachymetrowanych zapomocą kątomierza metalowego, lub kartonowego z centrum rogowem. 4. Narysowanie zdjętych granic i przedmiotów. 5. Wykreślenie warstwie (środkie do wyznaczania punktów warstwie podano na str. 377). 6. Wykończenie rysunku. Wierzchołki siatek podstawowych oznacza się kółkami i liczbami arabskimi (czerwono). Punkty tachymetrowane oznacza się kółkami, obok punktów pisze się poziomo ich wysokości (brunatno). Granice i zdjęte przedmioty wyciąga się czarno, warstwie brunatno — warstwie o wysokościach, wyrażonych w dziesiątkach metrów — grubiej. Wypisuje się wysokości warstwie. Strone mniejsza terenu, jak skarpy i urwiska, na których warstwie wykreślić nie możemy, lub nie chcemy, zaznaczamy zapomocą kresek.

### XIII. Zdjęcia busolowe.

Instrument busolowy służy: *a*) do pomiaru azymutów magnetycznych, *b*) do optycznego pomiaru odległości i wysokości. Można go użyć także do niwelacji. Instrumenty busolowe zwykle są bez limbusu (fig. 76 i 77), instrumenty busolowe uniwersalne — z limbusem (fig. 78). Części składowe instrumentu busolowego zwykłego są: 1. Spodarka trójnożna, lub tulejkowa. 2. Busola, osadzona obracalnie względem spodarki, centrycznie, lub ekscentrycznie względem osi instrumentu. Działka podziału kąтового busoli wynosi 30' lub 20', przy mniejszych dokładnych instrumentach 1°. Podział liczbowany jest bieżąco, w kierunku przeciwnym niż ruch wskazówki zegarowej. Igła magnetyczna powinna być prostokątna (nie rombowa), ułożona pionowo, osadzona w środku podziału kąтового. 3. Luneta, osadzona centrycznie względem osi instrumentu, do przerzucania, z siatką tachymetryczną. 4. Koło pionowe, lub łuk koła pionowego. 5. Libela niwelacyjna na lunecie i libele alhidadowe. 6. Sprzęgi i śruby mikrometryczne jak w instrumencie uniwersalnym. Statyw jest krążkowy, lub czopowy, stosownie do konstrukcji spodarki.

**Sprawdzanie i rektyfikacja instrumentu busolowego.** *a*) Warunki odnoszące się do busoli:

1. Igła magnetyczna powinna być czuła.
2. " " " " pozioma, gdy oś instrumentu jest pionowa.
3. " " " " osadzona w środku podziału kąтового.
4. Podział kątowy busoli powinien być dokładny.

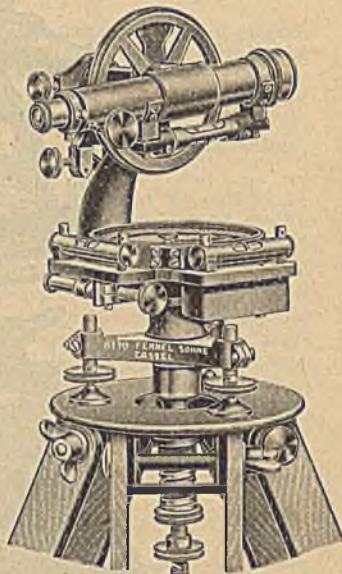


Fig. 77. Instrument busolowy, firmy Fennel, Cassel.

5. Instrument nie może posiadać części żelaznych, lub niklowych działających na igłę.

b) Warunki odnoszące się do innych części instrumentu są takie, jak przy instrumencie uniwersalnym (por. str. 378). Nadto płaszczyzna celownika powinna być równoległa do prostej  $0^{\circ}$ — $180^{\circ}$  podziału busoli.

Ad a) 1. O czułości igły przekonywamy się przez zbliżenie żelaza; igła powinna się wychylić, a następnie powrócić do pierwotnego położenia (z dokładnością  $0,1^{\circ}$ ).

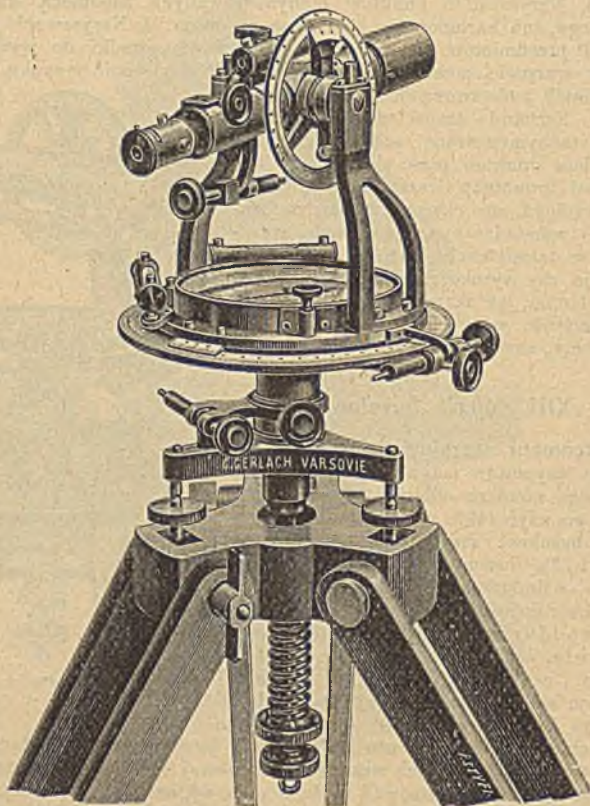


Fig. 78. Instrument busolowy uniwersalny, firmy Gerlach, Warszawa.

Ad a) 2. Gdy oś instrumentu jest pionowa, powinny końce igły znajdować się w równych odstępach od pierścienia z podziałem. W przeciwnym razie trzeba przesunąć odpowiednio przesuwkę, znajdującą się na jednym ramieniu igły.

Ad a) 3. Centryczne osadzenie igły względem środka podziału busoli sprawdzamy przez odczytywanie obu końców igły, na różnych miejscach podziału. W tym celu po każdym odczycie należy obrócić busolę o pewną liczbę stopni. Różnice odpowiadających sobie odczytów obu końców igły powinny wynosić  $180^{\circ}$ . Wpływ ekscentrycznego osadzenia igły na pomiar

azymutu magnetycznego da się wyrugować przez odczytywanie obu końców igły i wzięcie średniej z odczytów.

Ad *a*) 4. Dokładność podziału busoli sprawdzić można w przybliżeniu przez odmierzenie cyrklem cięciwy łuku, odpowiadającego np.  $10^{\circ}$  podziału, wzdłuż całego podziału. Nowsze busole posiadają zwykle dokładny podział.

Ad *a*) 5. Sprawdzamy przez powolny obrót busoli koło osi instrumentu, podczas którego igła nie powinna nagle wychylać się ze swego położenia. W przeciwnym razie pewne części instrumentu działają na igłę, więc nie można instrumentu używać do pomiaru.

Ad *b*). Równoległość płaszczyzny celowej do prostej  $0^{\circ}$ — $180^{\circ}$  podziału busoli sprawdzamy przez pomiar znanego azymutu magnetycznego pewnego promienia, np. obliczonego z azymutu geodezyjnego i deklinacji magnetycznej. Azymut zmierzony instrumentem busolowym powinien równać się azymutowi obliczonemu (w granicach błędów spostrzeżeń).

**Pomiar azymutu magnetycznego.** Dla wyznaczenia azymutu magnetycznego promienia *AB* ustawiamy instrument busolowy w punkcie *A* (centrycznie i oś instrumentu pionowo), tak samo jak instrument uniwersalny. Celujemy do punktu *B* i odczytujemy na busoli oba końce igły: północny i południowy, a z odczytów obliczamy średnią, uwzględniając stopnie odczytane tylko na północnym końcu igły. Gdy chodzi o większą dokładność, wykonujemy tę czynność w dwóch położeniach lunety.

**Podstawy zdjęć busolowych.** Zdjęcie busolowe musi się opierać na siatce stałych punktów (poligonowej, lub triangulacyjnej najniższego rzędu).

**Wykonanie zdjęć busolowych.** Najczęściej używa się metody zdejmowania z omijaniem punktów (por. str. 352), wtedy bowiem wierzchołków poligonu busolowego nie trzeba zaznaczać palikami, nie trzeba zatem centrować instrumentu, więc postęp pracy jest szybszy, niż przy zdejmowaniu bez omijania punktów. Boki poligonu busolowego powinny być w przybliżeniu równe, długości około 50 *m*. Długość poligonów busolowych wynosi 500 do 600 *m*. Boki mierzy się tachymetrycznie. Na danym stanowisku ustawia się instrument (oś instrumentu pionowo), celuje do łąty ustawionej na punkcie poprzednim, odczytuje trzy nitki na łącie, kąt pionowy i oba końce igły. Potem celuje się do punktu następnego i postępuje tak samo. Następnie zdejmuje się szczegóły. Wyniki pomiaru zapisuje się

Dziennik busolowy.  $K = 100$ ,  $k = 0,30$  *m*.

Stanowisko	Punkt	Stan igły magn.				Kąt pionowy		Odczyt na łącie		Odcinek na łącie	Odległość pozioma
		północ		południe		°	'	górny	średni		
		o	'	o	'			dolny			
40	39	329	00	149	10	3	28	1,600	1,377	0,445	44,7
								1,155			
	42	68	40	248	30	7	21	1,400	1,167	0,466	46,1
								0,934			
	41	149	00	329	00	2	34	1,500	1,279	0,442	44,4
								1,058			
43	42	279	00	98	50	6	12	1,400	1,225	0,350	34,9
								1,050			
	44	27	15	207	20	5	51	1,300	1,070	0,460	45,8
								0,840			

w dzienniku busolowym, podanym powyżej. Na prawej, pokratkowanej stronie dziennika rysuje się szkic poligonu busolowego i szczegółów (fig. 79). W punktach początkowym i końcowym poligon powinien być nawiązany do boków siatki poligonowej, względnie triangulacyjnej. Poligony busolowe rysuje

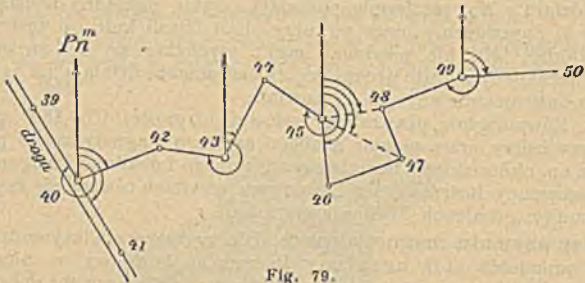


Fig. 79.

się zwykle kątomierzem na papierze milimetrowym, a następnie przenosząc zapomocą kalki na plan z siatką podstawową. Małe odchyłki w długościach poligonu wyrównywa się zwykle na oko. Zdejmowanie instrumentem busolowym ma obszerne zastosowanie w pomiarach lasowych i górniczych. Pomimo małej dokładności w wyznaczeniu azymutu magnetycznego (średni błąd wynosi 4' do 5'), otrzymujemy stosunkowo dokładne zdjęcia, gdyż błędy azymutów magnetycznych nie przenoszą się dalej, sprawiając tylko małe, miejscowe przesunięcia poligonu.<sup>1)</sup>

## Miernictwo.

### CZĘŚĆ II.

Napisał

dr. inż. Kasper Weigel,  
profesor politechniki, Lwów.

#### I. Rachunek spólrzędnych.

Uwagi wstępne, układy i wzory zasadnicze. Podstawę wszelkich pomiarów, przeprowadzanych celem rozmiarzenia kraju, stanowi sieć trójkątów (triangulacyjna) o wierzchołkach (punktach triangulacyjnych lub trygonometrycznych), zaznaczonych trwale na terenie.

Trójkąty o bokach powyżej 25 km tworzą sieć I-rzędną; o bokach od 15 do 25 km sieć II-rzędną; o bokach 6—15 km sieć III-rzędną; a wreszcie o bokach poniżej 6 km sieć IV-rzędną. Sieć IV-rzędna stanowi podstawę dla ciągów poligonowych, na których opierają się wszelkie zdjęcia szczegółowe.

Dla Polski projektuje Ministerstwo Robót Publicznych pięć układów prostokątnych, przyczem przyjmuje dodatni kierunek osi X-ów ku północy, zaś dodatni kierunek osi Y-ów ku wschodowi.<sup>2)</sup> Właściwe początki układów wspomnianych 5-ciu systemów znajdują się na przecięciu się południków 17°, 19°, 21°, 23° i 25° (licząc od Greenwich) z równikiem, aby jednak uniknąć

<sup>1)</sup> Literatura ogólna Miernictwa na str. 456.

<sup>2)</sup> Przepisy obowiązujące przy pomiarach metodą trygonometryczną i poligonową w celu przeprowadzenia nowych zdjęć kraju. Min. Rob. Publ., Warszawa 1920. Będziemy je nadal nazywali przepisami pomiarowymi M. R. P.

liczenia cyframi dużymi i współrzędnymi ujemnymi, zmniejsza się przy obliczeniach wszystkie odcięte o 5,270.000 m, oraz przesuwa osie X-ów poszczególnych układów o 90.000 m na zachód.

Układy te obejmują pasy południkowe o szerokości około 140 km. Obszar każdego układu podzielono równoległymi do obu osi co 10 km na kwadraty, t. zw. sekcje triangulacyjne które znowu rozpadają się na sekcje szczegółowe: prostokąty o wymiarach w kierunku z południa ku północy 1000 m, zaś w kierunku prostopadłym 1250 m. Podział ten pozwala nam przedstawić zdjęcia szczegółów w przepisanej skali 1:2000 na arkuszach w formie dogodnym dla rysunku: 50,0 cm na 62,5 cm. Podział układów na sekcje por. fig. 80.

T. zw. plawy katastralne w Małopolsce, sporządzone w skali 1:2880, tj. (1" = 40<sup>m</sup>), opierają się na innym podziale. (Odnosnie do map w Wielkopolsce, odsyłam czytelnika do pruskiej in-

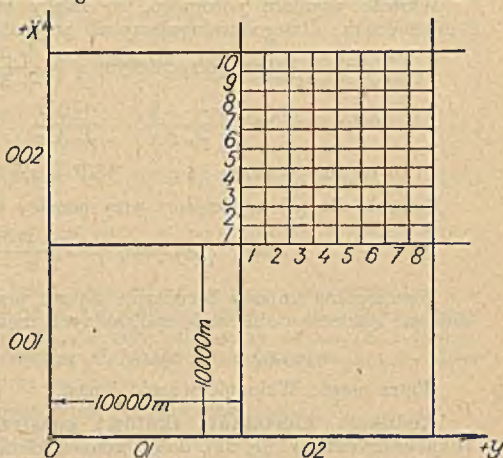


Fig. 80.

strukcji: „Katasteranweisung IX“.) Początek układu znajduje się w punkcie, przysypanym Kopcem Unji Lubelskiej we Lwowie, a dodatni kierunek osi X-ów spada z południową częścią południka tego punktu. Sekcje triangulacyjne obejmują obszary 1 mili kwadr., a sekcje szczegółowe po-

wierzchnie 1000' × 800', tj. 1396,484 m × 1517,187 m; wymiary arkuszy sekcyjnych wynoszą 25" × 20" = 65,85 cm × 52,85 cm. Szczegóły fig. 81.

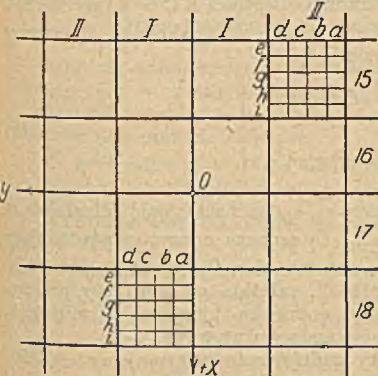


Fig. 81.

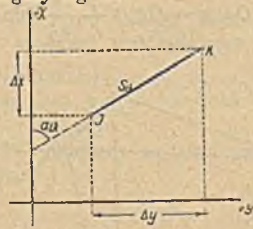


Fig. 82.

Wzory zasadnicze w rachunku współrzędnych są (p. fig. 82):

$$\text{tang } (\alpha)_i . k = \frac{y_k - y_i}{x_k - x_i} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \dots \dots \dots (1)$$

$$s_{i . k} = \frac{\Delta y}{\sin (\alpha)_i . k} = \frac{\Delta x}{\cos (\alpha)_i . k} \dots \dots \dots (2)$$



Kąt  $(a)_{i.k}$  nazywamy azymutem pozornym kierunku z punktu  $J$  do  $K$  w odróżnieniu od azymutu astronomicznego tego kierunku, który należy liczyć od północnej gałęzi południka punktu  $J$ .

Długość  $s_{i.k}$  obliczamy dla kontroli podwójnie (p. wzór (2), przyczem wynik dokładniejszy otrzymujemy w przypadku większego licznika.

Wartość azymutu pozornego  $(a)$  zależy także i od znaków licznika i mianownika; dlatego posługujemy się przy obliczeniu  $(a)$

$$\text{kątem pomocniczym } \varphi = \frac{+\Delta y}{+\Delta x} \dots \dots \dots (3)$$

$$\text{Jeśli tedy } \text{tang } (a) = \frac{+\Delta y}{+\Delta x}, \quad \frac{+\Delta y}{-\Delta x}, \quad \frac{-\Delta y}{-\Delta x}, \quad \frac{-\Delta y}{+\Delta y},$$

$$\text{to będzie } (a) = \varphi, \quad 180^\circ - \varphi, \quad 180^\circ + \varphi, \quad 360^\circ - \varphi.$$

Kontrolę dla  $(a)$  uzyskujemy przy pomocy związku

$$\text{tang } \{(a) + 45^\circ\} = \frac{\Delta x + \Delta y}{\Delta x - \Delta y} \dots \dots \dots (4)$$

Poszczególne trójkąty rozwiązuje się zw. przy pomocy twierdzenia sinusowego; ostateczne obliczenie współrzędnych umożliwiają wzory:

$$x_k = x_i + s_{i.k} \cos (a)_{i.k}, \quad y_k = y_i + s_{i.k} \sin (a)_{i.k} \dots \dots (5)$$

(Patrz ustęp: Weinanie wprzód i nast.).

**Redukcja kierunków (kątnów) spostrzeganych mimośrodkowo (ekscentrycznie) (fig. 83).** Jeżeli zamiast kierunków  $CA$  i  $CB$  spostrzeżono

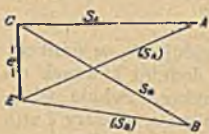


Fig. 83.

kierunki  $EA$  i  $EB$  ze stanowiska mimośrodkowego  $E$ , przeprowadza się redukcję spostrzeganych kierunków na kierunki  $CA$  i  $CB$  w następujący sposób:

Prócz wyżej wymienionych kierunków należy na stanowisku  $E$  dokonać obserwacji kierunku  $EC$ , oraz pomierzyć b. starannie odległości  $EC = e$ . (por. fig. 83).

Kierunki zredukowane w punkcie  $C$  otrzymamy przy pomocy wzorów:

$$\left. \begin{aligned} OC.A &= OE.A + \frac{e}{s_A} \sin (OE.A - OE.c) \rho \\ OC.B &= OE.B + \frac{e}{s_B} \sin (OE.B - OE.c) \rho, \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

przyczem  $s_A, s_B$  można zastąpić odległościami  $(s_A) (s_B)$ .  $O$  oznacza odczyt odpowiadający obserwowanemu kierunkowi, zaś  $\rho$  jest  $3438'$  lub  $206265''$ , zależnie od tego, czy przeprowadzamy poprawkę kierunku w minutach, czy w sekundach kątowych.

Kąty zredukowane otrzymujemy z różnicy zredukowanych kierunków.

Powyższe wzory redukcyjne są ważne bez względu na położenie wzajemne punktów  $C, E, A$  i  $B$ .

Jeżeli nie można obserwować kierunku  $EC$  i pomierzyć odległości  $e$ , zakładamy mniej więcej równoległe do kierunku  $EC$  podstawę  $b$ , łącząc ją pomiarami kątowymi z punktami  $E$  i  $C$  (fig. 84).

Rozwiązanie czworoboku  $MCEN$ :

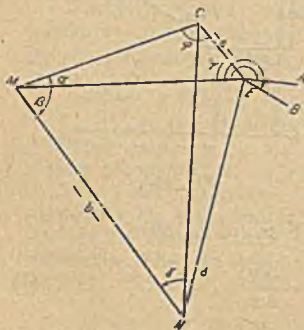


Fig. 84.

$$\frac{\varphi + \psi}{2} = 90 - \frac{\alpha}{2}, \quad \text{tang } \frac{\varphi + \psi}{2} = \text{tang } \frac{\varphi + \psi}{2} \text{ tang } (\mu - 45^\circ),$$

$$\text{przyczem } \text{tang } \mu = \frac{\sin \psi}{\sin \varphi} = \frac{\sin (\beta + \gamma + \delta) \sin \gamma}{\sin (\gamma + \delta) \sin (\alpha + \beta + \gamma)},$$

$$\varphi = \frac{\varphi + \psi}{2} + \frac{\varphi - \psi}{2}, \quad \psi = \frac{\varphi + \psi}{2} - \frac{\varphi - \psi}{2} \dots \dots \dots (7)$$

Mimośród  $e$  otrzymujemy przy pomocy jednego z nast. związków:

$$e = b \frac{\sin \alpha \sin (\gamma + \delta)}{\sin \varphi \sin (\beta + \gamma + \delta)} = b \frac{\sin \alpha \sin \gamma}{\sin \psi \sin (\alpha + \beta + \gamma)} \dots \dots (8)$$

Potrzebną do redukcji wartość  $OEC$  wyznaczamy przy pomocy odczytu  $OEM$  i kąta  $\psi$ .

## II. Triangulacja.

Rodzaje zagadnień. Jeżeli sieci triangulacyjne (państwowe) są niewystarczające do oparcia na nich dalszych pomiarów, to albo powiększamy liczbę punktów IV-rzędnych triang., albo zakładamy osobną sieć triang., t. zw. sieć o znaczeniu lokalnem (lokalną). Powiększenie punktów sieci IV-rzędnej uskuteczniamy przy pomocy:

1. trygonometrycznego oznaczenia punktów przez wcinanie,
2. połączenia punktów z istniejącą siecią łańcuchem trójkątów.

Jeżeli niema państwowej sieci triang., lub nie możemy z jakiegokolwiek powodów z jej punktów korzystać, zakładamy:

3. Sieć triangulacyjną o znaczeniu lokalnem (lokalną), przyczem obieramy dowolny układ współrzędnych prostokątnych.

### 1. Trygonometryczne oznaczenie punktów przez wcinanie.

O ile nie zamierzamy posługiwać się rachunkiem wyrównawczym, ograniczamy się w praktyce mierniczej do trzech zagadnień tego rodzaju: a) wcinania wprzód, b) wcinania wstecz i c) wcinania (równoczesnego) dwu punktów (zagadnienie Hansena).

W przypadku dokonania nadliczbowych pomiarów należy zastosować dla uzyskania najodpowiedniejszych wyników rachunek wyrównawczy.

**Wcinanie wprzód.** Dane: współrzędne dwu punktów  $x_1, y_1, x_2, y_2$ , oraz kąty  $\alpha = \sphericalangle P.1.2$  i  $\beta = \sphericalangle 1.2.P$ , lub zamiast kątów kierunki  $0_1.p, 0_{1.2}$  i  $0_2.1, 0_2.p$  (fig. 85).

Przy pomocy wzorów (1) i (2) (str. 401.) obliczamy azymut pozorny  $(\alpha)_{1.2}$ , boki  $s_{1.2}$ , a następnie pozostałe boki  $s_{1.p}$  i  $s_{2.p}$ :

$$s_{1.p} = s_{1.2} \frac{\sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)}, \quad s_{2.p} = s_{1.2} \frac{\sin \alpha}{\sin (\alpha + \beta)} \dots \dots (9)$$

Spółrzędne punktu  $P$  otrzymujemy dwukrotnie z wzoru (5) (str. 402.):

$$\begin{aligned} x_p &= x_1 + s_{1.p} \cos (\alpha)_{1.p} = x_2 + s_{2.p} \cos (\alpha)_{2.p}, \\ y_p &= y_1 + s_{1.p} \sin (\alpha)_{1.p} = y_2 + s_{2.p} \sin (\alpha)_{2.p}. \end{aligned} \dots \dots (10)$$

**Przykład.** Dane są:  $\begin{cases} x_1 = +1425,69, & x_2 = 1061,40, & \alpha = 83^\circ 44' 54'' \\ y_1 = -184,48, & y_2 = -457,70, & \beta = 60^\circ 40' 2'' \end{cases}$ ,

należy obliczyć współrzędne punktu  $P$ , jako trzeciego w trójkącie 1, 2,  $P$ .

Zestawiające wzory (1) do (4) w schemacie, otrzymamy:

Tablica 1.

Punkt	$y_2$ $y_1$ $\Delta y = y_2 - y_1$ $\Delta x + \Delta y$	$x_2$ $x_1$ $\Delta x = x_2 - x_1$ $\Delta x - \Delta y$	$\log \Delta y$ $\log \Delta x$ $\log \operatorname{tg} \varphi$ $\varphi$ (a)1.3 (a)2.1	$\log \sin \varphi$ $\log \cos \varphi$ $\log s = \begin{cases} \log \frac{\Delta y}{\sin \varphi} \\ \log \frac{\Delta x}{\cos \varphi} \end{cases}$	Kontrola $\log (\Delta x + \Delta y)$ $\log (\Delta x - \Delta y)$ $\log \operatorname{tg} \psi$ $\psi$ (q)1.2 + 45°
2.	- 475,70	+ 1061,40	2,4365126 n	0,7781561	2,8044870 n
1.	- 184,48	+ 1425,69	2,6614472 n	0,9030878	1,9693753 n
L....	- 273,22 - 637,51	- 364,29 - 01,07	9,8750653 $\varphi = 80^\circ 52' 13''$		0,8451117 $\psi = 81^\circ 52' 13''$
		(a)2.1 = (a)2.1 =	216° 52' 13'' 36° 52' 13''	2,0583574 ....94	(a)1.2 + 45° = 201° 52' 13''

Dalszy rachunek przeprowadzony schematycznie przedstawia tablica 2 i 3.

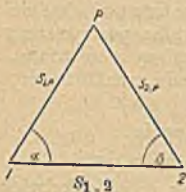


Fig. 85.

Tablica 2. Rozwiązanie trójkąta.

$\log s_{1.2}$	2,6583594	Podstawa b	
$-\log \sin (\alpha + \beta)$	9,7648500	L....	
$+\log \sin \beta$	2,8935094	$+\log \sin \alpha$	2,8935094
	9,9404115		9,9074096
$\log s_{1.p}$	2,8339209	$\log s_{2.p}$	2,8909190

Tablica 3. Obliczanie spólrzędnych.

Bok : $s_{1.p}$ (a)1.p = (a)1.2 - $\alpha$ = 133° 7' 19''			
$\log s_{1.p}$	2,8339209	$\log s_{1.p}$	2,8339209
$\log \sin (a)_{1.p}$	9,8632637	$\log \cos (a)_{1.p}$	9,8347725 n
$\log \Delta y_{1.p}$	2,6971846	$\log \Delta x_{1.p}$	2,6686934 n
$y_1$	- 184,48	$x_1$	+ 1425,69
$\Delta y_{1.p}$	+ 497,95	$\Delta x_{1.p}$	- 466,33
$y'_p$	+ 313,47	$x'_p$	+ 959,36
Bok : $s_{2.p}$ (a)2.p = (a)1.1 + $\beta$ = 97° 32' 15''			
$\log s_{2.p}$	2,8909190	$\log s_{2.p}$	2,8909190
$\log \sin (a)_{2.p}$	9,9962310	$\log \cos (a)_{2.p}$	9,1178513 n
$\log \Delta y_{2.p}$	2,8871500	$\log \Delta x_{2.p}$	2,0087703 n
$y_2$	- 457,70	$x_2$	+ 1061,40
$\Delta y_{2.p}$	+ 771,17	$\Delta x_{2.p}$	- 102,04
$y''_p$	+ 313,47	$x''_p$	+ 959,36

średnie:  $y_p = + 313,47$ ,  $x_p = + 959,36$ .

**Weinianie wstecz.** (Zagadnienie Snelliusa wzgl. Pothenota.) Spozrzegając z punktu, którego spólrzędne chcemy wyznaczyć, kierunki do trzech punktów trygonometrycznych (o znanych spólrzędnych), wyznaczamy jego położenie weinianiem wstecz. Dane i obserwowane wielkości dostarczają 5-ciu elementów wystarczających do rozwiązania czworoboku (fig. 86).

Z obserwowanych kierunków obliczamy kąt  $\alpha$  i  $\beta$ , zaś z spólrzędnych 3 punktów stałych azymuty pozorne  $(a)_{s.l}$ ,  $(a)_{s.p}$ , oraz długości  $s_{l.s} = a$  i  $s_{s.p} = b$ ; różnica  $(a)_{s.l} - (a)_{s.p} = \gamma + \delta$ .

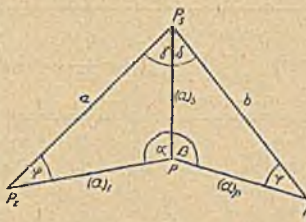


Fig. 86.

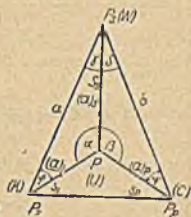


Fig. 87.

Obliczenie wartości kątów  $\varphi$  i  $\psi$ :

$$\frac{\varphi + \psi}{2} = 180^\circ - (\alpha + \beta + \gamma + \delta) \dots \dots \dots (11)$$

$$\text{tang } \mu = \frac{\sin \psi}{\sin \varphi} = \frac{a \sin \beta}{b \sin \alpha} \dots \dots \dots (12)$$

$$\text{tang } \frac{\varphi - \psi}{2} = \text{tang } \frac{\varphi + \psi}{2} \text{ tang } (45^\circ - \mu) \dots \dots \dots (13)$$

$$\text{a ostatecznie } \varphi = \frac{\varphi + \psi}{2} + \frac{\varphi - \psi}{2}, \psi = \frac{\varphi + \psi}{2} - \frac{\varphi - \psi}{2} \dots \dots (14)$$

Z dwu wartości  $\frac{\varphi - \psi}{2}$ , jakich dostarcza tang  $\frac{\varphi - \psi}{2}$ , należy użyć w dalszym rachunku tej wartości, której odpowiadają  $\varphi$  i  $\psi$  dodatnie.

Przykład. (Fig. 87.) Dane spólrzędne 3 punktów:

$$x_k = -3621,20, \quad x_w = -2,07, \quad x_c = -2118,28,$$

$$y_k = -177,18, \quad y_w = -5,72, \quad y_c = +5605,01,$$

oraz spozrzegane na stanowisku U

$$\text{kąty } \alpha = \sphericalangle K.U.W_2 = 68^\circ 10' 23'' \text{ i}$$

$$\beta = \sphericalangle W_2.U.C = 133^\circ 27' 42''.$$

1. Obliczamy  $(a)_{W.K} = (a)_{s.l}$ ,  $(a)_{W.C} = (a)_{s.p}$  oraz  $s_{W.K} = s_l$  i  $s_{W.C} = s_p$  przy pomocy wzorów (1) i (2):

$$(a)_{s.l} = 182^\circ 42' 45'', \quad (a)_{s.p} = 110^\circ 39' 55'' \dots \dots \dots (\text{patrz B})$$

$$\log a = \log s_l = 3,5590911, \quad \log b = \log s_p = 3,7779006 \dots \dots (\text{patrz A});$$

dalszy tok rachunku przedstawia się następująco:

$$2. \quad \log \frac{a}{\sin \alpha} = \log c, \quad \log \frac{b}{\sin \beta} = \log d \dots \dots \dots (\text{patrz A})$$

$$3. \quad \gamma + \delta = (a)_{s.l} - (a)_{s.p} \dots \dots \dots (\text{patrz B})$$

$$4. \quad \frac{1}{2}(\varphi + \psi) = 180^\circ - \frac{1}{2}(\alpha + \beta + \gamma + \delta) \dots \dots \dots (\text{patrz B})$$

$$5. \quad \text{tg } \mu = \frac{c}{d}; \quad \text{tg } \frac{1}{2}(\varphi - \psi) = \text{tg } \frac{1}{2}(\varphi + \psi) \text{tg } (45^\circ - \mu) \dots \dots \dots (\text{patrz C})$$

$$6. \quad \left. \begin{aligned} \varphi = \frac{1}{2}(\varphi + \psi) + \frac{1}{2}(\varphi - \psi), \quad \psi = \frac{1}{2}(\varphi + \psi) - \frac{1}{2}(\varphi - \psi) \\ (a)_l = (a)_{l.s} + \varphi, \quad (a)_p = (a)_{p.s} - \psi, \quad (a)_s = (a)_l + \alpha = (a)_p - \beta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (\text{patrz B})$$

7. Obliczenie trójkątów  $PP_1P_2$  i  $PP_2P_3$   $\dots \dots \dots$  (patrz A)

$$8. \quad \left. \begin{aligned} \Delta y_l = s_l \sin (a)_l, \quad \Delta x_l = s_l \cos (a)_l \\ \Delta y_p = s_p \sin (a)_p, \quad \Delta x_p = s_p \cos (a)_p \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (\text{patrz D})$$

$$9. \quad \left. \begin{aligned} y = y_l + \Delta y_l = y_p + \Delta y_p \\ x = x_l + \Delta x_l = x_p + \Delta x_p \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (\text{patrz E}).$$

Do przykładu str. 405.

A													
$\log \frac{a}{\sin \alpha} = \log c = 3,5913976$				$\log s_s = \log c +$ $+ \log \sin \varphi$		$\log \frac{b}{\sin \beta} = \log d = 3,9170629$				$\log s_p = \log d +$ $+ \log \sin \psi$			
$\log s_l = \log c +$ $+ \log \sin \gamma$										$\log s_p = \log d +$ $+ \log \sin \psi$			
$\alpha$	68	10	23	$\log \sin \alpha$	$a$	3,5690911	$\beta$	133	27	42	$\log \sin \beta$	$b$	3,7779006
				$\log \sin \varphi$							$\log \sin \psi$		
$\varphi$	61	43	50	9,9448428	$s_s$	3,5362404	$\psi$	24	35	14	9,6191748	$s_s$	3,5362377
				$\log \sin \gamma$							$\log \sin \delta$		
$\gamma$	50	5	47	9,8848660	$s_l$	3,4762636	$\delta$	21	57	4	9,6726571	$s_p$	3,4897200
Suma	180	0	0	$\gamma + \delta = 72^\circ 02' 50''$				Suma	180	0	0		
B				C				D					
$(a)_{s.l}$	182°	42'	45''	$\log c$	3,5913976	$\log \sin (a)_l$	9,8552821						
$(a)_{s.p}$	110	39	55	$\log d$	3,9170629	$\log s_l$	3,4762636						
$\gamma + \delta$	72	02	50	$\log c - \log d =$ $= \log \operatorname{tg} \mu$	9,6743347	$\log \cos (a)_l$	9,6348881					$\Delta y_l$	
$\alpha$	68	10	23	$\mu$	25° 17' 14''	$\log \Delta y_l$	3,4315457					$\delta \eta_l = 2701,13$	
$\beta$	133	27	42	$45^\circ - \mu$	19° 42' 46''	$\log \Delta x_l$	3,1111517					$\delta \xi_l = 1291,60$	
$360^\circ - (\varphi + \psi)$	273	40	55	$\log \operatorname{tg} (45 - \mu)$	9,5642510	$\log \sin (a)_p$	9,9989618 u					$\Delta x_l$	
$(\varphi + \psi)$	86	19	5	$\log \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\varphi + \psi)$	9,9720722	$\log s_p$	3,4897200						
$\frac{1}{2}(\gamma + \psi)$	43	9	32,5	$\log \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\varphi - \psi)$	9,5263232,5	$\log \cos (a)_p$	8,8310396 u					$\Delta y_p$	
$\frac{1}{2}(\varphi - \psi)$	18	34	18			$\log \Delta y_p$	3,4887018 u					$\delta \eta_r =$ $= -3081,07$	
$\varphi$	61	43	50			$\log \Delta x_p$	2,3247596 u					$\delta \xi_r =$ $= -211,23$	
$\psi$	24	35	14									$\Delta x_p$	
$(a)_{l.s} + \varphi =$ $= (a)_l$	64	26	35	E									
$(a)_{p.s} - \psi =$ $= (a)_p$	266	4	41	$y_l = + 177,18$	$x_l = -3621,20$	$y_p = +5605,01$	$x_p = -2118,25$						
$(u)_l + a =$	132	36	58	$\Delta y_l = +2701,13$	$\Delta x_l = +1291,67$	$\Delta y_p = -3081,07$	$\Delta x_p = - 211,25$						
$(a)_p - \beta =$	132	36	59	$y' = +2523,95$	$x' = -2329,53$	$y'' = 2523,94$	$x'' = -2329,51$						
				średnia.									
				$y_u = 2523,95$				$x_u = - 2329,52$					

Równoczesne wyznaczenie dwu punktów. (Zagadnienie Hansena.)  
 W razie niemożności nawiązania się do trzech punktów stałych lub wykonania wcinania wprzód, oieramy prócz punktu, którego spólrzędne mamy wyznaczyć, w odpowiedniem miejscu punkt drugi i spostrzegamy na nieb kierunki do dwu punktów stałych, jakoteż i kierunek łączący nowo obrane punkty (fig. 88 i 89).

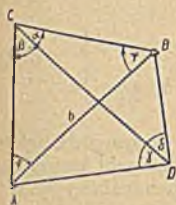


Fig. 88.

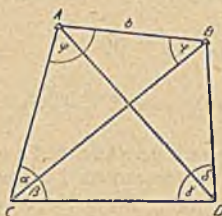


Fig. 89.

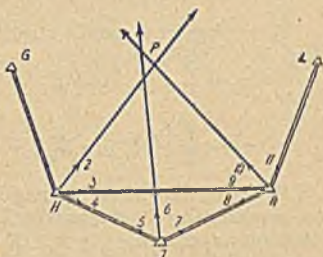


Fig. 90.

W przypadku, jak fig. 88, wyznaczamy kąty  $\varphi$  i  $\psi$  z wzorów :

$$\frac{\varphi + \psi}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha + \beta}{2} \text{ i } \operatorname{tg} \frac{\varphi - \psi}{2} = \operatorname{tg} \frac{\varphi + \psi}{2} \operatorname{tg} (45^\circ - \mu) \quad \dots (15)$$

$$\text{przyczem } \operatorname{tg} \mu = \frac{\sin \psi}{\sin \varphi} = \frac{\sin \gamma \sin (\alpha + \delta)}{\sin \delta \sin (\beta + \delta)} \quad \dots (16)$$

Rozmieszczenie punktów (i kątów), jak na fig. 89, wymaga wzorów

$$\frac{\varphi + \psi}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}, \quad \operatorname{tg} \frac{\varphi - \psi}{2} = \operatorname{tg} \frac{\varphi + \psi}{2} \operatorname{tg} (45^\circ - \mu) \quad \dots (15^*)$$

$$\text{przyczem } \operatorname{tg} \mu = \frac{\sin \psi}{\sin \varphi} = \frac{\sin \gamma \sin (\beta + \gamma + \delta)}{\sin (\gamma + \delta) \sin (\alpha + \beta + \gamma)} \quad \dots (16^*)$$

Ostatecznie :

$$\frac{\varphi + \psi}{2} + \frac{\varphi - \psi}{2} = \varphi, \quad \frac{\varphi + \psi}{2} - \frac{\varphi - \psi}{2} = \psi \quad \dots (17)$$

Wcinanie wprzód z wyrównaniem. Nadliczbowe spostrzeżenia, dokonane przy wcinaniu punktu wprzód, powodują konieczność zastosowania rachunku wyrównawczego. Mogą to być spostrzeżenia :

- a) nadliczbowe kierunków nawiązujących,
- b) " " wcinających.

Wyznaczając spólrzędne punktu wcinanego na podstawie spólrzędnych punktów IV-rzędnych, posługujemy się zw. przy pomiarach metodą kierunkową, a przy wyrównaniu stosujemy postępowanie, odpowiadające w przybliżeniu metodzie ścisłej.<sup>1)</sup>

Tok postępowania: a) Wyrównanie stacyjne.

Przypuśćmy, że dokonaliśmy na punktach trygon. H, J i K pomiarów kierunkowych (fig. 90). Na każdym stanowisku należy przeprowadzić orientację spostrzeganych kierunków wcinających.

<sup>1)</sup> Por.: Jordan, Handbuch der Vermessungskunde, t. I., 1920, str. 375—392; Weigel, Rachunek wyrównawczy, Lwów—Warszawa, 1923, rozdz. X., § 2, i 3.

Biorąc pod uwagę  $H$  i oznaczając średnie wyniki kierunków, uzyskanych spostrzeżeniami, przez  $K_{h.g}$ ,  $K_{h.p}$ ,  $K_{h.k}$  i  $K_{h.i}$ , zorjentujemy najodpowiedniej kierunek weinający  $H - P$ , skracając go o

$$z_h = \frac{1}{3} \left\{ (a)_{h.g} - K_{h.g} + (a)_{h.k} - K_{h.k} + (a)_{h.i} - K_{h.i} \right\} \dots (18)$$

W analogiczny sposób utworzymy skrety na stanowiskach  $J$  i  $K$ :

$$\left. \begin{aligned} z_i &= \frac{1}{2} \left\{ (a)_{i.h} - K_{i.h} + (a)_{i.k} - K_{i.k} \right\} \\ z_k &= \frac{1}{3} \left\{ (a)_{k.i} - K_{k.i} + (a)_{k.h} - K_{k.h} + (a)_{k.l} - K_{k.l} \right\} \end{aligned} \right\} \dots (18^*)$$

b) Wyrównanie spólrzędnych punktu  $P$ . Po wyznaczeniu skretów na poszczególnych stanowiskach, a tem samym i zewnętrznych kierunków zorjentowanych:  $K_{h.p} + z_h$ ,  $K_{i.p} + z_i$ ,  $K_{k.p} + z_k$ , przemieniamy je na kierunki wewnętrzne przez dodanie do nich  $\pm 180^\circ$  otrzymując wewnętrzne kierunki zorjentowane:

$$\left. \begin{aligned} (K_0 \pm 180^\circ)_h &= K_{h.p} + z_h \pm 180^\circ \\ (K_0 \pm 180^\circ)_i &= K_{i.p} + z_i \pm 180^\circ \\ (K_0 \pm 180^\circ)_k &= K_{k.p} + z_k \pm 180^\circ \end{aligned} \right\} \dots (19)$$

Kierunki powyższe, pochodzące ze spostrzeżeń, poprawione o odpowiednie błędy pozorne  $\delta$ , są funkcjami nieliniowymi spólrzędnych  $x_p$  i  $y_p$  (por. Rachunek wyrównawczy, str. 236):

$$\left. \begin{aligned} (K_0 \pm 180^\circ)_h + \delta_h &= \rho \cdot \text{arc tg} \frac{y_h - y_p}{x_h - x_p} \\ (K_0 \pm 180^\circ)_i + \delta_i &= \rho \cdot \text{arc tg} \frac{y_i - y_p}{x_i - x_p} \\ (K_0 \pm 180^\circ)_k + \delta_k &= \rho \cdot \text{arc tg} \frac{y_k - y_p}{x_k - x_p} \end{aligned} \right\} \dots (20)$$

Po rozwinięciu ich w szereg Taylora z opuszczeniem wyrazów rzędów wyższych, otrzymamy równania błędów:

$$\left. \begin{aligned} \delta_h'' &= \rho'' \frac{\sin(a)_{p.h}'}{s_{p.h}'} \delta x - \rho'' \frac{\cos(a)_{p.h}'}{s_{p.h}'} \delta y + \rho \text{ arc tg} \frac{y_h - y_p'}{x_h - x_p'} - (K_0 \pm 180^\circ)_h \\ \delta_i'' &= \rho'' \frac{\sin(a)_{p.i}'}{s_{p.i}'} \delta x - \rho'' \frac{\cos(a)_{p.i}'}{s_{p.i}'} \delta y + \rho \text{ arc tg} \frac{y_i - y_p'}{x_i - x_p'} - (K_0 \pm 180^\circ)_i \\ \delta_k'' &= \rho'' \frac{\sin(a)_{p.k}'}{s_{p.k}'} \delta x - \rho'' \frac{\cos(a)_{p.k}'}{s_{p.k}'} \delta y + \rho \text{ arc tg} \frac{y_k - y_p'}{x_k - x_p'} - (K_0 \pm 180^\circ)_k \end{aligned} \right\} (21)$$

przyczem  $(a)'$  oznacza azymut przybliżony odnośnego kierunku,  $s'$  przybliżoną odległość między odnośnymi punktami (obliczone przy pomocy  $x'$  i  $y'$  spólrzędnych przybliżonych punktu  $P$ ), zaś zamiennik  $\rho$  służy do zamiany kątów wyrażonych w mierze analitycznej na kąty wyrażone w mierze stopniowej ( $\rho'' = 57^\circ, 296$ ,  $\rho' = 3437'$ ,  $75$ ,  $\rho'' = 206264''$ ,  $8$ ).

Równania (21) piszemy zazwyczaj we formie ogólnej równań błędów, przyznając im, jeśli chodzi o punkty ważniejsze, wagi  $p = \frac{m}{m+1}$  ( $m =$  ilości kierunków nawiązania, tj. do punktów stałych).

$$\left. \begin{aligned} \delta'_h &= a_h \delta x + b_h \delta y + l_h \left( \text{z wagą } p_h = \frac{m_h}{m_h+1} = \frac{3}{4} \right) \\ \delta'_i &= a_i \delta x + b_i \delta y + l_i \left( \text{ " " } p_i = \frac{m_i}{m_i+1} = \frac{2}{3} \right) \\ \delta'_k &= a_k \delta x + b_k \delta y + l_k \left( \text{ " " } p_k = \frac{m_k}{m_k+1} = \frac{3}{4} \right) \end{aligned} \right\} \dots (22)$$

przyczem

$$\left. \begin{aligned} a_h &= \rho'' \frac{\sin(a)_{p,h}}{s'_{p,h}}, \quad b_h = -\rho'' \frac{\cos(a)_{p,h}}{s'_{p,h}}, \\ l_h &= \rho \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{y_h - y'_p}{x_h - x'_p} - (\alpha_0 \pm 180^\circ)_h = (a)_{p,h} - (K_0 \pm 180^\circ)_h \text{ itd.,} \\ &\text{zaś } \delta x = x_p - x'_p, \quad \delta y = y_p - y'_p. \end{aligned} \right\} (23)$$

Spółrzędne przybliżone punktu  $P$  wyznaczamy zwykłym weinaniem wprzód, wybierając dwa kierunki najkorzystniejsze, tj. z punktów niezbyt odległych i przecinające się pod kątem najbardziej zbliżonym do prostego.

Poprawki współrzędnych  $\delta x$  i  $\delta y$  wyznaczamy z dwu równań normalnych kształtu:

$$\left. \begin{aligned} [p a a] \delta x + [p a b] \delta y + [p a l] &= 0 \\ [p a b] \delta x + [p b b] \delta y + [p b l] &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (24)$$

$$\text{Jednostkowy błąd średni kierunku } \mu_0 = \sqrt{\frac{[p \delta \delta]}{n-2}} \dots (25)$$

$$\text{(W przypadku uwidocznionym na fig. 90 } \mu_0 = \sqrt{\frac{[p \delta \delta]}{3-2}} = \sqrt{[p \delta \delta]}. \text{)}$$

$$\text{Błędy współrzędnych: } \mu_y = \mu_0 \sqrt{\frac{1}{[p b b \cdot 1]}}, \quad \mu_x = \mu_y \sqrt{\frac{[p b b]}{[p a a]}}.$$

$$\text{Błąd średni położenia punktu } P: \mu_p = \sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2} \dots (26)$$

W praktyce przyjmujemy najczęściej wagi  $p = 1$ , jeśli chodzi o punkty IV-rzędne:

W instrukcji pomiarowej M. R. P. oznaczono (patrz wzór X.):

$$\left. \begin{aligned} [p a a] &= a_1, \quad [p a b] = b_1, \quad [p b b] = b_2, \\ \frac{[p b b]}{[p a b]} - \frac{[p a b]}{[p a a]} &= B, \quad \text{wobec czego } [p b b \cdot 1] = b_1 \cdot B \end{aligned} \right\} \dots (27)$$

wtedy wzory na błędy średnie współrzędnych:

$$\mu_y = \mu_0 \sqrt{\frac{1}{b_1 \cdot B}}, \quad \mu_x = \mu_y \sqrt{\frac{b_2}{a_1}} \dots (28)$$

O ile ilość seryj przy spostrzeganiu kierunków była na każdym stanowisku jednakowa, odpowiadają kierunkom przy wyznaczaniu punktów



IV-rzędnych wagi jednakowe, a równania normalne przybierają postać uproszczoną:

$$\left. \begin{aligned} [a a] \delta_x + [a b] \delta_y + [a l] &= 0 \\ [a b] \delta_x + [b b] \delta_y + [b l] &= 0; \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (24^*)$$

oczywiście, że i  $[\rho \delta \delta]$  zmienia się na  $[\delta \delta]$  . . . . . (25\*)

Przykład wcinania wprzód z wyrównaniem. Punkt  $P$  wzięto nie tylko z punktów (1) i (2) (patrz przykład str. 403.), lecz także i z punktu  $K$ , nawiązując się na każdym stanowisku do jednego punktu stałego. Przy pomocy współrzędnych przybliżonych punktu  $P$  obliczymy potrzebne do rachunku  $(a)'$  (przybliżone), oraz współczynniki równ. b.  $a$  i  $b$ .

Punkt	$y_i$		$x_i$		$\log \Delta y$ $\log \Delta x$ $\log \operatorname{tg} \varphi$ $\varphi$ $(a)_{p.i}$ $(a)_{i.p}$	$\log \sin \varphi$ $\log \cos \varphi$ compl. log $s$ $\log \varphi''$	$\log a = \log e'' \frac{\sin \varphi}{s}$ $\log b = \log e'' \frac{\cos \varphi}{s}$ $a$ (znak $\Delta y$ ), $b$ (zn. przeciwny $\Delta x$ )	Kontrola $\log (\Delta x + \Delta y)$ $\log (\Delta x - \Delta y)$ $\log \operatorname{tg} \psi$ $\psi$ $(a)_{p.i} + 45^\circ$
	$\Delta y = y_i - y_p$	$\Delta x = x_i - x_p$	$\Delta x = x_i - x_p$	$\Delta y = y_i - y_p$				
1. P.	-	184,48	+	1425,69	2,6971857 n	9,86326	2,34375	1,4999619 n
	+	313,47	+	959,36	2,6686934	9,83477	2,31526	2,9842032
	-	497,95	+	466,33	0,0284923 n	7,16607	$a = -220,7$	8,6167687
	-	31,62	+	964,28	$\varphi = 46^\circ 52' 41''$	6,31442	$b = -206,7$	$\psi = 1^\circ 52' 41''$
				$(a)_{p.1} = 313^\circ 7' 19''$				$(a)_{p.1} + 45^\circ = 358^\circ 7' 19''$
				$(a)_{1.p} = 133^\circ 7' 19''$				
K. P.	-	450,76	+	661,06	2,8832241 n	9,96920	2,36960	3,0263458 n
	+	313,47	+	959,36	2,4746678 n	9,56064	1,96104	2,6683114
	-	764,23	-	298,31	0,4085663	7,08598	$a = -234,2$	0,3560339 n
	-	1062,54	+	465,92	$\varphi = 68^\circ 40' 38''$	6,31442	$b = + 91,4$	$\psi = 86^\circ 19' 22''$
				$(a)_{p.k} = 248^\circ 40' 38''$				$(a)_{p.k} + 45^\circ = 293^\circ 40' 38''$
				$(a)_{k.p} = 68^\circ 40' 38''$				
2. P.	-	457,70	+	1061,40	2,8871501 n	9,99623	2,41973	2,8255106 n
	+	313,47	+	959,36	2,0087704	9,11785	1,54135	2,9411187
	-	771,17	+	102,04	0,8783797	7,10908	$a = -262,9$	9,8843918
	-	669,13	+	873,21	$\varphi = 82^\circ 27' 46''$	6,31442	$b = - 34,8$	$\psi = 37^\circ 27' 45''$
				$(a)_{p.2} = 277^\circ 32' 15''$				$(a)_{p.2} + 45^\circ = 322^\circ 32' 15''$
				$(a)_{2.p} = 97^\circ 32' 15''$				

Kierunki wcinające nawiązano na punktach stałych (1) i (2) do kierunku (1)-(2), zaś na punkcie  $K$  do również stałego kierunku  $K-L$ .

Średnie, utworzone ze spostrzeżeń na stanowiskach (1),  $K$  i (2), zorientowano według azymutów pozornych  $(a)_{1.2}$ ,  $(a)_{k.l}$  i  $(a)_{2.1}$ :

Stanowisko: (1)		Stanowisko $K$		Stanowisko (2)	
Cel do (2)	$0^\circ 0' 0''$ $276^\circ 15' 06''$	Cel. do $L$	$0^\circ 0' 0''$ $285^\circ 19' 18''$	Cel. do (1)	$0^\circ 0' 0''$ $60^\circ 40' 02''$
$n$	$n$	$n$	$n$	$n$	$n$
	$(a)_{1.2} = 216^\circ 52' 13''$		$(a)_{k.l} = 143^\circ 21' 16''$		$(a)_{2.1} = 36^\circ 52' 13''$
	$K_0 = 133^\circ 07' 19''$		$K_0 = 68^\circ 40' 34''$		$K_0 = 97^\circ 32' 15''$
	$(a)_{p.1} = 313^\circ 07' 19''$		$(a)_{p.k} = 248^\circ 40' 38''$		$(a)_{p.2} = 277^\circ 32' 15''$
	$(K_0 \pm 180^\circ)_1 = 319^\circ 07' 19''$		$(K_0 \pm 180^\circ)_k = 248^\circ 40' 34''$		$(K_0 \pm 130^\circ)_2 = 277^\circ 32' 15''$
	$l_1 = 0$		$l_k = + 4''$		$l_2 = 0$

Równania błędów:

Równania normalne:

$$\begin{aligned} \delta_1 &= -220,7 \delta x - 206,7 \delta y + 0 \\ \delta_k &= -234,2 \delta x - 91,4 \delta y + 4 \\ \delta_2 &= -262,9 \delta x - 34,8 \delta y + 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 172674 \delta x + 33362 \delta y - 937 &= 0 \\ 33362 \delta x + 52290 \delta y + 306 &= 0. \\ [l] &= 16,00 \end{aligned}$$

$$\delta x = +0,0077 \text{ m}, \quad \delta y = -0,0110 \text{ m}.$$

$$\delta_1 = +0,8'', \quad \delta_k = -1,6'', \quad \delta_2 = +1,1'', \quad [\delta \delta] = 0,64 + 2,66 + 1,21 = 4,41.$$

$$\text{Kontrola: } [\delta \delta] = -937 \delta x + 366 \delta y + 16,00 = 4,43.$$

$$\mu_x = \pm 0,005 \text{ m}, \quad \mu_y = \pm 0,010 \text{ m}, \quad \mu_p = \sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2} = \pm 0,011 \text{ m}.$$

$$x_p = +959,368 \pm 0,005 \text{ m}, \quad y_p = +513,458 \pm 0,010 \text{ m}.$$

Weinanie wstecz z wyrównaniem. Przez pomiar trzech kierunków na stanowisku  $P$  do punktów triangulacyjnych wyznaczamy jednoznacznie położenie punktu  $P$  w przyjętym układzie współrzędnych; zatem, o ile dokonaliśmy na stanowisku  $P$  pomiaru kierunków do  $n > 3$  punktów triangulacyjnych, musimy zastosować do oznaczenia położenia punktu  $P$  rachunek wyrównawczy.

Celem przybliżonej orientacji obserwowanego pęku trzeba wyznaczyć  $x'$  i  $y'$ , współrzędne przybliżone punktu  $P$ , a to przy pomocy trzech kierunków, nadających się najlepiej do tego celu. ( $P$  powinien leżeć niezbyt daleko od środka koła, przechodzącego przez wybrane punkty triangulacyjne, zaś kąty przecięcia się kierunków wybranych nie powinny być zbyt małe.)

Mając współrzędne przybliżone  $x'$  i  $y'$ , obliczamy azymuty przybliżone kierunków. W celu zorientowania obserwowanego pęku kierunków wyznaczymy, biorąc na uwagę którykolwiek azymut przybliżony  $(a)_{p,h}'$  i odpowiadający mu kierunek obserwowany  $K_h$

$$\text{skręt przybliżony } z_0 = (a)_{p,h}' - K_h \dots \dots \dots (29)$$

Przez dodanie kąta  $z_0$  do kierunków spostrzeganych otrzymamy kierunki zorientowane w przybliżeniu:

$$(k_0)_i = K_i + z_0 \dots \dots \dots (30)$$

Ponieważ dla uzyskania orientacji właściwej należałoby pęk skręcić o kąt  $z_0 + \delta z$ , otrzymując

$$(K_0)_i = (k_0)_i + \delta z \dots \dots \dots (31)$$

przełożenia równania błędów będą miały kształt:

$$\delta_i = (a)_{p,i}' - (k_0)_i - \delta z \dots \dots \dots (32)$$

ze względu, że  $(a)_{p,i}' = \rho \arctg \frac{y_i - y_p}{x_i - x_p}$ , otrzymamy dalej, po rozwinięciu tej funkcji w szereg Taylora z pominięciem wyrazów rzędów wyższych niż pierwszy, u równań błędów (przy serii pełnej o wagach równych):

$$\delta_i'' = \rho'' \frac{\sin (a)_{p,i}'}{s_{p,i}'} \delta x - \rho'' \frac{\cos (a)_{p,i}'}{s_{p,i}'} \delta y - \delta z + (a)_{p,i}' - (k_0)_i \quad (33)$$

lub we formie ogólnej (por. Rachunek wyrównawczy)

$$\delta_i = a_i \delta x + b_i \delta y - \delta z + l_i \dots \dots \dots (33^*)$$

przyczem

$$l_i = (a)_{p,i}' - (k_0)_i.$$

W celu wyrugowania z równań błędów niewiadomej  $\delta z$  utworzymy równanie:

$$\frac{[\delta]}{n} = 0 = \frac{[a]}{n} \delta x + \frac{[b]}{n} \delta y - \delta z + \frac{[l]}{n} \dots \dots \dots (34)$$

i odejmujemy je od każdego równania błędów, zmieniając ich kształt na następujący:

$$\delta_i = \left( a_i - \frac{[a]}{n} \right) \delta x + \left( b_i - \frac{[b]}{n} \right) \delta y + \left( l_i - \frac{[l]}{n} \right) \dots \dots \dots (35)$$

względnie we formie uproszczonej:  $\delta_i = A_i \delta x + B_i \delta y + L_i \dots \dots \dots (35^a)$

Poprawki współrzędnych  $\delta x$  i  $\delta y$  wyznaczamy z równań normalnych kształtu:

$$\begin{aligned} [AA] \delta x + [AB] \delta y + [AL] &= 0 \\ [AB] \delta x + [BB] \delta y + [BL] &= 0 \dots \dots \dots (36) \end{aligned}$$

Jednostkowy błąd średni:

$$\mu = \sqrt{\frac{[\delta\delta]}{n-3}} \dots \dots \dots (37)$$

a to z powodu 3 niewiadomych.

Dokładność wyznaczenia punktu określają wzory:

$$\mu_y = \mu \sqrt{\frac{1}{[BB.1]}} \quad \mu_x = \mu_y \sqrt{\frac{[BB]}{[AA]}} \quad i \dots \dots \dots (38)$$

$$\mu_p = \sqrt{\mu^2_x + \mu^2_y} \dots \dots \dots (39)$$

Przykład. Dla wyznaczenia punktu  $U$ , wzięto go czterema kierunkami do punktów trygon., otrzymując spostrzeżenia (wypadkowe):

$$\begin{aligned} K_c &= 106^\circ 4' 40'' & K_k &= 264^\circ 26' 35'' \\ K_r &= 202^\circ 9' 24'' & K_w &= 332^\circ 36' 58''. \end{aligned}$$

Po wyznaczeniu współrzędnych przybliżonych punktu  $U$  przy pomocy kierunków  $K_c$ ,  $K_k$  i  $K_w$  (patrz przykład str. 405):

$$y' = 2623,95 \quad x = -2329,52.$$

obliczamy azymuty przybliżone przy pomocy wzorów (1) i (2).

$$(a)'_{u.c} = 36^\circ 4' 40'', \quad (a)'_{u.r} = 182^\circ 9' 17''$$

$$(a)'_{u.k} = 244^\circ 20' 34'' \quad i \quad (a)'_{u.w} = 312^\circ 30' 57''.$$

(Z powodu zaokrąglenia wyników końcowych str. 404, różnią się niektóre obecnie podane azymuty o 1'', co jest bez znaczenia praktycznego.)

Następnie wyznaczamy

$$z_0 = 86^\circ 4' 40'' - 106^\circ 4' 40'' = 340^\circ 0' 0'',$$

zatem poszczególne  $k_0$  są:

$$(k_0)_c = 86^\circ 4' 40'', \quad (k_0)_r = 182^\circ 9' 24''$$

$$(k_0)_k = 244^\circ 20' 35'', \quad (k_0)_w = 312^\circ 36' 58''.$$

Poszczególne  $l$  obliczamy wedle wzoru  $(a)'_i - (k_0)_i$

$$l_1 = 0,0, \quad l_2 = -7,0, \quad l_3 = -1,0, \quad l_4 = -1,0,$$

spółczynniki  $a$  i  $b$  wedle wzoru (38).

Redukcję współczynników równań błędów  $a$ ,  $b$  i  $l$  na  $A$ ,  $B$  i  $L$  przeprowadzamy najwygodniej przy pomocy schematu następującego:

Punkt	$a$	$A$	$b$	$B$	$l$	$L$
$C$	+ 86,6	+ 77,6	- 4,6	- 30,1	0,0	+ 2,3
$R$	- 4,4	+ 6,6	+ 117,3	+ 91,9	- 7,0	- 4,8
$K$	- 62,2	- 51,2	+ 29,7	+ 4,3	- 1,0	+ 1,3
$W$	- 44,1	- 33,1	- 40,6	- 60,1	- 1,0	+ 1,3
$\Sigma$	- 44,1	- 0,1	+ 101,8	0,0	- 9,0	+ 0,1
	: 4 =		: 4 =		: 4 =	
	- 11,036		+ 25,46		- 2,25	

Schemat równań normalnych:

	AJ	BJ	LJ
[A	+ 9783	+ 230	+ 36
[B	+ 230	+ 13739	- 590

Wartości niewiadomych są:

$$\delta x = -0,005 \text{ m}$$

$$\delta y = +0,043 \text{ m.}$$

Spółrzędne wyrównane p. U są zatem:  $x_{ii} = +2523,993$ ,  $y_{ii} = -2329,525$ .

Po wstawieniu tych wartości do równań błędów kształtu  $A_i \delta x + B_i \delta y + L_i = \delta_i$ , otrzymujemy  $\delta_e = +0,04$ ,  $\delta_r = -0,89$ ,  $\delta_k = +1,72$ ,  $\delta_w = -1,89$ , a dalej  $[\delta\delta] = 0,09$ .

Równanie kontrolne na sumę  $[\delta\delta]$ :

$[AL] \delta x + [BL] \delta y + [LL] = [LL.2] = -0,17 - 25,38 + 31,7 = 6,16$ . (Zgodność wy-szarzającaca.)

$$\text{Błąd średni } \mu = \sqrt{\frac{6,09}{4, - 3}} = \pm 2'',47, \mu_y = \mu \sqrt{\frac{1}{[BB.1]}} = 2,47 \sqrt{\frac{1}{13739,16}} = \pm 0,022 \text{ m,}$$

$$\mu_x = \mu_y \sqrt{\frac{[BB]}{[AA]}} = 0,022 \sqrt{\frac{13739}{9783}} = \pm 0,026 \text{ m; wreszcie } p = \sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2} = \sqrt{0,00116} = \pm 0,031 \text{ m.}$$

Przeprowadzając rachunek schematycznie, używamy wzoru XI b instrukcji po-miarowej M. R. P.

Weinanie obustronne (skombinowane). Często spostrzegamy tak kierunki zewnętrzne  $n_x$ , jak i kierunki wewnętrzne  $n_w$ , odnoszące się do punktu P, którego spółrzędne chcemy wyznaczyć. O ile jest to punkt IV-rzędny prze-prowadzamy wyrównanie w sposób następujący:

Po wyznaczeniu spółrzędnych przybliżonych  $x'$  i  $y'$  należy ustawić równania błędów dla kierunków zewnętrznych, przemienionych przez dodanie do nich  $+180^\circ$ .

Kształt tych równań odpowiadających ilości  $n_x$  kierunków weinających (wprzód) jest następujący:

$$\delta'_i = a_i \delta x + b_i \delta y + l'_i \left( \text{z wagą } p_i = \frac{n_i}{n_i + 1} \right)^1 \dots (40)$$

Następnie układamy  $n_w$  równań błędów, odpowiadających kierunkom wewnętrznym (wciętym wstecz):

$$\delta''_i = a_i \delta x + b_i \delta y - \delta_x + l''_i \text{ z wagą } p_i = 1 \dots (41)$$

$$\text{W obu przypadkach } a_i = \rho'' \frac{\sin(a)_i'}{s_i'}, \quad b_i = -\rho'' \frac{\cos(a)_i'}{s_i'}$$

$$\text{zaś: } l' = (a)_i' - (K_0 \pm 180^\circ)_i, \quad l'' = (a)_i' - (k_0)_i \dots (42)$$

Równania (41) przemieniamy przez wyrugowanie z nich niewiadomej orjentacyjnej  $\delta_x$  na równania kształtu:

$$\delta''_i = A_i \delta x + B_i \delta y \text{ (z wagą } p_i = 1) \dots (43)$$

$$\text{przyczem } A_i = a_i - \frac{[a]}{n_w}, \quad B_i = b_i - \frac{[b]}{n_w}, \quad L_i = l''_i - \frac{[l'']}{n_w}$$

$[a]$  i  $[b]$  są tu myślane jako sumy  $a$  i  $b$  zawartych tylko w  $n_w$  równaniach.)

Obie grupy równań błędów (40) i (43) dostarczają nast. równań normalnych:

$$\left. \begin{aligned} ([p a a] + [A A]) \delta x + ([p a b] + [A B]) \delta y + [p a l'] + [A L] &= 0 \\ ([p a b] + [A B]) \delta x + ([p b b] + [B B]) \delta y + [p b l'] + [B L] &= 0 \end{aligned} \right\} (44)$$

<sup>1)</sup>  $n$  oznacza ilość kierunków nawiązania (do punktów stałych).

Jednostkowy błąd średni:

$$\text{należy } \mu_0 = \sqrt{\frac{[p \delta'' \delta'] + [\delta' \delta'']^2}{n-3}} \quad (\text{przyczem } n = n_x + n_y) \quad (45)$$

$$\text{Wreszcie: } \mu_y = \mu_0 \sqrt{Q_{2.2}}, \quad \mu_x = \mu_0 \sqrt{Q_{1.1}} \quad \text{ i } \quad \mu_p = \sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2} \quad (46)$$

[ $Q_{1.1}$  i  $Q_{2.2}$ , patrz Rachunek wyrównawczy.]

Nie chcąc wyznaczać  $Q_{1.1}$  i  $Q_{2.2}$ , obliczamy błędy  $\mu_y$  i  $\mu_x$  analogicznie jak przy wcinaniu wprzód i wstecz z wyrównaniem.

W praktyce przyjmujemy zazwyczaj wagi kierunków zewnętrznych równe  $\frac{1}{2}$  przy ilości  $m$  od 1 do 4, zaś równe 1, gdy  $m > 4$ , wagi kierunków wewnętrznych równe 1.

Chcąc przeprowadzić rachunek schematycznie, należy użyć wzoru XI a Instrukcji pomiarowej M. R. P.

Równoczesne wyznaczenie kilku punktów. (Wyrównanie sieci wypełniających.) Prócz równań błędów kształtu związków (40) i (41) mamy w tym przypadku jeszcze równania błędów, odpowiadające kierunkom łączącym punkty wyznaczane, tj. typu (dla kierunku  $P-H$ ):

$$\delta'_{p,r} = a_{p,r} \delta x_p + b_{p,r} \delta y_p - a_{p,r} \delta x_r - b_{p,r} \delta y_r - \delta z_p + l''_{p,r}, \quad (p=1) \quad (44)$$

Przy zestawianiu równań błędów stosujemy zw. reguły, t. zw. „Schreiberowskie“, których — choć są tylko przybliżone — można użyć przy wyznaczaniu punktów IV-rzędnych, III-rzędnych, a nawet ewentualnie i punktów II-rzędnych.

Reguła I. Równania błędów  $\delta_1$  i  $\delta_2$ , odpowiadające kierunkom przeciwnym, dostarczają jednego równania błędów:

$$\delta_1 + \delta_2, \quad \text{z wagą } \frac{1}{2},$$

z wyjątkiem, gdy  $\delta_1$  lub  $\delta_2$  odpowiadają jednemu kierunkowi wcinającemu stanowiska stałego; i tak, jeżeli np.  $\delta_2$  odpowiada jednemu kierunkowi wcinającemu, należy utworzyć następujące równanie błędów:

$$2 \delta_1 + \delta_2 \quad \text{z wagą } \frac{1}{6}.$$

Reguła II. Każdemu kierunkowi jednostronnemu (tj., wzdłuż którego celowano tylko w jednym kierunku) z punktu stałego odpowiada równanie błędów:

$$\delta_i \quad \text{z wagą } 1,$$

o ile z tegoż punktu stałego celowano do więcej niż jednego punktu wyznaczanego, zaś:

$$\delta_i \quad \text{z wagą } \frac{1}{2},$$

gdy ów kierunek jest jedynym kierunkiem wcinającym.

Reguła III. Jeżeli  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_v$  są równaniami błędów, odnoszającemi się do  $v$  kierunków wewnętrznych (z punktu wyznaczanego), należy dodać do owych  $v$  równań jeszcze następujące równanie:

$$\delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_v \quad \text{z wagą } -\frac{1}{v};$$

natomiast zmienia się waga równania dodatkowego na  $-\frac{1}{v+1}$ , gdy owe równania odnoszą się do zewnętrznych kierunków wcinających, równanie dodatkowe będzie zatem w tym przypadku:

$$\delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_v \quad \text{z wagą } -\frac{1}{v+1}.$$

<sup>1)</sup> W zacytowanych poprzednio instrukcjach pomiarowych znajdzie czytelnik w mianowniku powyższego wzoru  $n-2$  zamiast  $n-3$ , jak tego wymaga teoria.

## 2. Włączenie punktów do istniejącej sieci przy pomocy łańcucha trójkątów.

Metoda ta nadaje się specjalnie, gdy odległości między punktami trygonometrycznymi są dość znaczne. Polega ona na założeniu między dwoma punktami łańcucha trójkątów, przyczem punkty, których położenie chcemy wyznaczyć, są wierzchołkami poszczególnych trójkątów, a pola trójkątów nie pokrywają się (zasada przy łańcuchu trójkątów, por. fig. 91).

W każdym trójkącie spostrzegamy wszystkie trzy kąty<sup>1)</sup> i wyrównujemy je ze względu na niewielkie pola trójkątów, rozdzielając odchyłkę w każdym trójkącie równo na trzy kąty. (W razie wag różnych rozdziału odchyłki proporcjonalnie do odwrotności wag poszczególnych kątów.)

Następnie przyjmujemy w jednym z punktów tryg. np.  $A$  początek układu (prowizoryczny), a kierunek dowolnego boku np.  $A(1)$  za dodatni kierunek osi  $X$ -ów i obliczamy w tym układzie współrzędne wszystkich punktów łańcucha trójkątów, zakładając, że  $A(1) = n$  (dowolnej długości).

W ten sposób otrzymujemy także współrzędne punktu  $B$ , możemy zatem obliczyć z nich długość  $m$  odpowiadającą w tym układzie długości  $AB$ , jako też i kąt  $\varphi$  (azymut pozorny boku  $AB$  w przyjętym układzie).

Następnie wyznaczamy, biorąc na uwagę rzeczywiste współrzędne punktów  $A$  i  $B$  długość  $s_{a.b}$  i  $(a)_{a.b}$ , a chcąc otrzymać współrzędne reszty punktów w układzie punktów  $(A, B)$  obliczamy:  $(a)_{a.1} = (a)_{a.b} - \varphi$ , itd., oraz

$$s_{a.1} = n \frac{s_{a.b}}{m} \text{ itd.}$$

## 3. Sieci triangulacyjne o znaczeniu lokalnem.

(Bez nawiązania do sieci państwowej.)

Wybór i pomiar podstawy (bazy), sieci podstawowe. Z powodu nienawiązania pomiarów do państwowych sieci triangulacyjnych należy (o ile nie opieramy pomiarów na pewnej znanej długości jako podstawie), przeprowadzić pomiary nie tylko kątowe wzgl. kierunkowe, ale także przynajmniej jednego boku sieci jako podstawy zdjęcia.

Zazwyczaj zakładamy wtedy osobną sieć podstawową, przy pomocy której wyznaczamy długość boku właściwej sieci triangulacyjnej pośrednio z pomierzonej krótszej podstawy.

Najodpowiedniejszym dla sieci podstawowej jest kształt rombowy (patrz fig. 92), przyczem ostre kąty rombu (przy III i IV) nie powinny się znacznie różnić od  $33^\circ$ , a stosunek  $\frac{b}{B}$  nie powinien być mniejszy od  $\frac{1}{5}$ .

Podstawę  $b$  zakłada się, o ile możliwości, w poziomie (do 3% spadku); pomiar jej zw. 5 m latami (sprawdzone), zaopatrzone u końców w ostrza. Podstawy w spadku należy zredukować na poziom.

Kąty (1) i (3) mierzymy zazwyczaj w 3 serjach  
 " (2) i (4) " " " 5 "  
 " (5) i (6) " " " 6 "

[Zamiast kąta (3) można zamierzyć kąt (4)—(3).]

<sup>1)</sup> Spostrzeganie metodą kierunkową wymaga późniejszego wyrównania kierunków, co utrudniłoby tylko niepotrzebnie pracę wyrównawczą; por. Dr. K. Weigel, Uwagi dotyczące sieci triangulacyjnych metodą spotrzeżeń z warunkowanych, Czasopismo Techniczne, 1923, Nr. 23 (C), z których wynika, że najlepiej zastosować w tym przypadku metodę repetycyjną.

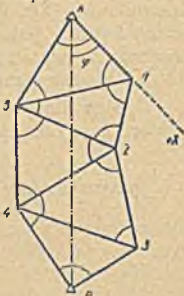


Fig. 91.



przyczem  $l = l_1 + l_2$ ; że zaś  $K_r = 2l_2 + l_1$ , otrzymamy (przy pomiarach kierunkowych):

$$W = b + 2l_2 + l_1 - 3p + p_w + 3 \dots \dots \dots (50)$$

Gdy nadto, jak zwykle, pomierzmy tylko jedną podstawę (t. zu.  $b = 1$ ), będzie wzór na ogólną ilość warunków sieci przy pomiarach kierunkowych:

$$(dla b = 1) W = 2l_2 + l_1 - 3p + p_w + 4 \dots \dots \dots (51)$$

Na tę liczbę składają się w przypadku ogólnym [wzory (47), (48), (49) i (50)] bez względu na metodę obserwacyjną następujące warunki:

a) trójkątowe (poligonowe)	$w_t = l_2 - p_i + 1$ ,	} . (52)
b) stacyjne	$w_s$ (patrz niżej),	
c) boczne	$w_b = l - 2p + 3$ i ewentualnie	
d) podstawowe	$w_p = b - 1$	

Warunki stacyjne  $w_s$  powstają z powodu obserwacji na pewnym stanowisku (stacji) większej ilości kątów, niż potrzeba do ustalenia ich wzajemnego położenia. Jeżeli wykonano pomiary kierunkowe w serjach pełnych, lub obserwowano na każdym stanowisku o jeden kąt mniej niż ilość kierunków, zbiegających się na niem, niema warunków stacyjnych. Zwykle powstaje warunek stacyjny, gdy przy pomiarach kątowych pomierzmy wszystkie kąty dookoła punkta środkowego sieci. (Warunek kołowy.)

**Wyrównanie sieci triangulacyjnych.** a) Sieci czworoboczne. Wyrównanie sieci czworobocznych przeprowadza się tylko dla pomiarów kierunkowych; w przypadku pomiaru kątów można łatwo urobić odpowiednie wzory, lub przeprowadzić wyrównanie kierunków, zastępując każdy kąt różnicą odpowiednich kierunków.

Kształt równań warunkowych w warunkach trójkątowych (i stacyjnych) linjowy, w warunkach bocznych i podstawowych nielinjowy.

Dla sieci, jak fig. 93, mamy ze względu, że  $b = 1$ ,  $K_r = 12$ ,  $p = p_i = 4$ ,  $l = l_2 = 6$ ,  $l_1 = 0$ ,  $p_w = 0$ ,  $K_t = 12 - 4 = 8$ , ilość warunków:

$$\begin{aligned} W &= 1 + 8 - 8 + 3 = 4 \left[ \begin{array}{l} \text{wedle wzoru (47)} \\ \text{" " (49)} \\ \text{" " (51)} \end{array} \right] \\ &= 1 + 12 - 12 + 3 = 4 \\ &= 12 - 12 + 4 = 4 \end{aligned} \dots \dots \dots (53)$$

gdzie  $w_t = 6 - 4 + 1 = 3$ ,  $w_b = 6 - 8 + 3 = 1 \dots \dots \dots (54)$

Najkorzystniej wziąć na uwagę nast. warunki:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{1.2} - \delta_1 + \delta_2 - \alpha_{5.6} + \delta_5 - \delta_6 - \alpha_{7.8} + \delta_7 - \delta_8 + \alpha_{11.12} - \\ - \delta_{11} + \delta_{12} = 0 \\ \alpha_{2.3} - \delta_2 + \delta_3 + \alpha_{4.5} - \delta_4 + \delta_5 - \alpha_{8.9} + \delta_8 - \delta_9 - \alpha_{10.11} + \\ + \delta_{10} - \delta_{11} = 0 \\ \alpha_{1.3} - \delta_1 + \delta_3 + \alpha_{4.6} - \delta_4 + \delta_6 + \alpha_{7.9} - \delta_7 + \delta_9 + \alpha_{10.12} - \\ - \delta_{10} + \delta_{12} = 0 \\ \frac{\sin(\alpha_{1.2} - \delta_1 + \delta_2) \sin(\alpha_{4.5} - \delta_4 + \delta_5) \sin(\alpha_{7.8} - \delta_7 + \delta_8) \sin(\alpha_{11.12} - \delta_{11} + \delta_{12})}{\sin(\alpha_{10.11} - \delta_{10} + \delta_{11})} = 0 \\ \frac{\sin(\alpha_{2.3} - \delta_2 + \delta_3) \sin(\alpha_{5.6} - \delta_5 + \delta_6) \sin(\alpha_{8.9} - \delta_8 + \delta_9) \sin(\alpha_{11.12} - \delta_{11} + \delta_{12})}{\sin(\alpha_{10.11} - \delta_{10} + \delta_{11})} = 0 \end{aligned} \right\} (55)$$

Warunek ostatni<sup>2)</sup> sprowadzamy przez logarytmowanie do kształtu linjowego, otrzymując:

<sup>2)</sup> Jako warunek czwarty można zamiast wypisanego powyżej warunku przyjąć warunek, utworzony ze stosunku boków, zbiegających się w dowolnym punkcie (por. przykład).



$$\log \frac{\sin \alpha_{1.2} \sin \alpha_{4.5} \sin \alpha_{7.8} \sin \alpha_{10.11}}{\sin \alpha_{2.3} \sin \alpha_{5.6} \sin \alpha_{8.9} \sin \alpha_{11.12}} - df_{1.2} \delta_1 + (df_{1.2} + df_{2.3}) \delta_2 -$$

$$- df_{2.3} \delta_3 - df_{4.5} \delta_4 + (df_{4.5} + df_{6.8}) \delta_5 - df_{6.8} \delta_6 - df_{7.8} \delta_7 +$$

$$+ (df_{7.8} + df_{8.9}) \delta_8 - df_{8.9} \delta_9 - df_{10.11} \delta_{10} + (df_{10.11} + df_{11.12})$$

$$\delta_{11} - df_{11.12} \delta_{12} = 0 \quad \dots \dots \dots (56)$$

przyczem  $df$  oznaczają poprawki logarytmów odnośnych sinusów dla 1'' na 6., wzgl. 7. miejscu dziesiętnym.

Równania odchyłek mają zatem kształt (w zestawieniu schematycznym) jak na tablicy 4.

Tablica 4.

	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$	$\delta_4$	$\delta_5$	$\delta_6$	$\delta_7$	$\delta_8$	$\delta_9$	$\delta_{10}$	$\delta_{11}$	$\delta_{12}$	$\omega$			
(a)	-1	+1			+1	-1	+1	-1				-1	+1	$\omega_1$	$(=0)$ [Znaczenie poszczegól- gólnych $\omega$ i $d$ wynika z porównania róż- nic tych ze zwią- zkami (3) wzgl. (4); $\omega_4$ musi być urobio- ne w tych samych je- dnostkach co $df$ .	
(b)		-1	+1	-1	+1			+1	-1	+1	-1			$\omega_2$		$(=0)$
(c)	+1		+1	+1		+1	+1		+1	+1		+1		$\omega_3$		$(=0)$
(d)	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$	$d_6$	$d_7$	$d_8$	$d_9$	$d_{10}$	$d_{11}$	$d_{12}$		$\omega_4$		$(=0)$

Równania korelat odpowiadające powyższemu związkowi:

$$8k_1 \dots \dots \dots + [ad]k_7 + \omega_1 = 0$$

$$\dots \dots \dots 8k_2 \dots \dots \dots + [bd]k_7 + \omega_2 = 0$$

$$\dots \dots \dots [ad]k_1 + [bd]k_2 + [cd]k_3 + [ad]k_7 + \omega_3 = 0$$

$$\dots \dots \dots 8k_3 + [cd]k_3 + [ad]k_7 + \omega_4 = 0 \quad \dots \dots \dots (58)$$

$$\Sigma = (8 + [ad])k_1 + (8 + [ad])k_2 + (8 + [cd])k_3 + ([ad] + [bd] + [cd] + [dd])k_4 + [\omega] = 0$$

(równanie sum).

Stąd

$$k_4 = \frac{\frac{1}{8} ([ad] \omega_1 + [bd] \omega_2 + [cd] \omega_3) - \omega_4}{[dd] - \frac{1}{8} ([ad]^2 + [bd]^2 + [cd]^2)} \quad (59)$$

a następnie:  $k_1 = -\frac{1}{8} ([ad]k_4 + \omega_1)$ ,  $k_2 = -\frac{1}{8} ([bd]k_4 + \omega_2)$ ,

$$k_3 = -\frac{1}{8} ([cd] - \omega_3).$$

Wartości te muszą sprawdzić powyżej wypisane równanie sum [patrz (58)].

Poszczególne poprawki otrzymamy wedle wzoru kształtu

$$\delta_i = ai k_1 + bi k_2 + ci k_3 + di k_4, \quad \text{zatem:}$$

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 &= -k_1 & \dots & -k_3 + d_1 k_4, & \delta_7 &= +k_1 & \dots & -k_3 + d_7 k_4 \\ \delta_2 &= +k_1 - k_2 & \dots & +d_2 k_4, & \delta_8 &= -k_1 + k_2 & \dots & +d_8 k_4 \\ \delta_3 &= & \dots & +k_2 + k_3 + d_3 k_4, & \delta_9 &= & \dots & -k_2 + k_3 + d_9 k_4 \\ \delta_4 &= & \dots & -k_2 - k_3 + d_4 k_4, & \delta_{10} &= & \dots & +k_2 - k_3 + d_{10} k_4 \\ \delta_5 &= +k_1 + k_2 & \dots & +d_5 k_4, & \delta_{11} &= -k_1 - k_2 & \dots & +d_{11} k_4 \\ \delta_6 &= -k_1 & \dots & +k_3 + d_6 k_4, & \delta_{12} &= +k_1 & \dots & +k_3 + d_{12} k_4 \end{aligned} \right\} (60)$$

Dla wyrównania przy pomiarze kątów (patrz fig. 94) mają równania odchyłek (wyrażone przez poprawki) kształt jak na tablicy 5.

Tablica 5.

	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$	$\delta_4$	$\delta_5$	$\delta_6$	$\delta_7$	$\delta_8$	$\omega$		
(a)	+1			-1	-1			+1	$\omega_1$	(=0)	(df oznaczają poprawki logarytmów sinusów odpowiednich kątów dla 1'' na 6-tym wgl. 7-em miejscu dz.)
(b)		+1	+1			-1	-1		$\omega_2$	(=0)	
(c)	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	$\omega_3$	(=0)	
(d)	+df <sub>1</sub>	-df <sub>2</sub>	+df <sub>3</sub>	-df <sub>4</sub>	-df <sub>5</sub>	-df <sub>6</sub>	+df <sub>7</sub>	-df <sub>8</sub>	$\omega_4$	(=0)	

$$\left. \begin{aligned} \text{Równania korelat: } & 4k_1 \dots \dots \dots + \omega_1 = 0 \\ & \dots \dots \dots + 4k_2 \dots \dots \dots + \omega_2 = 0 \\ & \dots \dots \dots + 4k_3 \dots \dots \dots + \omega_3 = 0 \\ & [a\bar{d}]k_1 + [b\bar{d}]k_2 + [c\bar{d}]k_3 + [\bar{d}\bar{d}]k_4 + \omega_4 = 0 \end{aligned} \right\} (62)$$

które rozwiązujemy jak poprzednio.

b) Sieci promieniste. O ile spostrzeżeń dokonano metodą kierunkową (fig. 95), można przeprowadzić wyrównanie ściśle tylko wedle „Rachunku wyrównawczego“ (str. 288). Chcąc jednak uzyskać uproszczenie wyrównania, jak to miało miejsce w sieciach czworobocznych, należy mierzyć kąty sieci promienistej każdy z osobna, np. metodą repetycyjną<sup>1)</sup> (fig. 96).

Podajemy przebieg wyrównania sieci, por. fig. 96.

Ze względu, że  $Kt = 15$ ,  $\rho = \rho_i = 6$ ,  $\rho_w = 0$ ,  $l = l_2 = 10$ ,  $l_1 = 0$ , oraz  $b = 1$ ,  $W$  ilość warunków jest:

$$W = 1 + 15 - 12 + 3 = 7, \quad \text{wedle wzoru (47)}$$

$$W = 15 - 12 + 4 = 7, \quad \text{„ „ „ (47*)}$$

a mianowicie (patrz wzór (52.):  $w_t = 10 - 6 + 1 = 5$ ,  $w_s = 1$ ,  $w_b = 10 - 12 + 3 = 1$ .

Linjowe równania odchyłek przedstawia tablica 6, zaś równania korelat tablica 7.

Tablica 6.

$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$	$\delta_4$	$\delta_5$	$\delta_6$	$\delta_7$	$\delta_8$	$\delta_9$	$\delta_{10}$	$\delta_{11}$	$\delta_{12}$	$\delta_{13}$	$\delta_{14}$	$\delta_{15}$	$\omega$
+1	+1									+1					$+\omega_1$
		+1	+1								+1				$+\omega_2$
				+1	+1							+1			$+\omega_3$
						+1	+1						+1		$+\omega_4$
								+1	+1					+1	$+\omega_5$
										+1	+1	+1	+1	+1	$+\omega_6$
+df <sub>1</sub>	-df <sub>2</sub>	+df <sub>3</sub>	-df <sub>4</sub>	+df <sub>5</sub>	-df <sub>6</sub>	+df <sub>7</sub>	-df <sub>8</sub>	+df <sub>9</sub>	-df <sub>10</sub>						$+\omega_7$

(63)

<sup>1)</sup> O ile zrezygnujemy z zupełnej ścisłości wyrównania można ułatwić sobie wyrównanie sieci, w której mierzono kierunki, obliczając z odpowiednich kierunków kąty i przeprowadzając zamiast wyrównania kierunków, wyrównanie tak obliczonych kątów.

Tablica 7.

$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_5$	$k_6$	$k_7$	$\omega$	
3	.	.	.	.	+1	+ [a g]	+ $\omega_1$	(= 0)
.	3	.	.	.	+1	+ [b g]	+ $\omega_2$	(= 0)
.	.	3	.	.	+1	+ [c g]	+ $\omega_3$	(= 0)
.	.	.	3	.	+1	+ [d g]	+ $\omega_4$	(= 0)
.	.	.	.	3	+1	+ [e g]	+ $\omega_5$	(= 0)
+1	+1	+1	+1	+1	+5	.	+ $\omega_6$	(= 0)
+ [a g]	+ [b g]	+ [c g]	+ [d g]	+ [e g]	.	+ [g g]	+ $\omega_7$	(= 0)

Ostatnie dwa równania korelat możemy zastąpić następującymi:

$$\begin{aligned}
 & 10 k_6 - ([a g] + [b g] + [c g] + [d g] + [e g]) k_7 + 3 \omega_6 - \\
 & \quad - (\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 + \omega_5) = 0 \\
 & - ([a g] + [b g] + [c g] + [d g] + [e g]) k_6 + \{ 3 [g g] - (a g)^2 + \\
 & \quad + [b g]^2 + [c g]^2 + [d g]^2 + [e g]^2 \} k_7 + 3 \omega_7 - ([a g] \omega_1 + \\
 & \quad + [b g] \omega_2 + [c g] \omega_3 + [d g] \omega_4 + [e g] \omega_5) = 0,
 \end{aligned} \quad (65)$$

przyczem pierwsze z nich otrzymujemy przez odjęcie sumy pierwszych pięciu równań (63) od szóstego równania, pomnożonego przez 3, zaś drugie przez odjęcie od równania siódmego, pomnożonego przez 3, pięciu pierwszych równań (63), z których pierwsze pomnożono przez [a g], drugie przez [b g] itd.

Po wyznaczeniu wartości korelat  $k_6$  i  $k_7$  z równań (65), obliczamy pozostałe  $k$  z pierwszych pięciu równań (64)<sup>1)</sup>.

W sieciach innego typu musimy rozwiązywać równania korelat z reguły sposobem ogólnym, podanym w „Rachunku wyrównawczym“ § 8, lub sposobem Dr. L. Krügera, podanym w „Über die Ausgleichung von bedingten Beobachtungen in 2 Gruppen“, 1905. (Publikacja Inst. Geod. w Potsdamie), wymagającym mniejszego nakładu pracy rachunkowej.

Przykład wyrównania sieci o znaczeniu lokalnem. Celem przeprowadzenia zdjęć (fotogrammetrycznych) dookoła Morskiego Oka w Tatrach, zajął autor w r. 1918 sieć czworoboczną, dokonując następujących pomiarów kierunkowych.

Stanowisko A		
	(sposrzczenia)	(obliczenia)
(1)	0° 0' 0''	$\alpha_{1,2} = 49^{\circ} 15' 2'',5$
(2)	49 16 2,4	
(3)	128 13 47,5	$\alpha_{2,3} = 78 58 45,0$

Stanowisko B		
	(sposrzczenia)	(obliczenia)
(4)	0° 0' 0''	$\alpha_{4,5} = 48^{\circ} 31' 2'',5$
(5)	48 31 2,5	
(6)	88 28 12,0	$\alpha_{5,6} = 39 57 9,6$

<sup>1)</sup> Do wzorów powyższych por. Weigel, Uwagi dotyczące sieci triangulacyjnych.

Stawisko C			Stawisko D		
(7)	(sposrzedzenia)		(obliczenia)		
	0°	0'	0''		
(8)	12	33	7,5	$\alpha_{7.8} = 120^{\circ} 33' 7'', 6$	
(9)	124	25	30,0	$\alpha_{8.9} = 111^{\circ} 52' 22,5$	
(10)	0°	0'	0''		$\alpha_{10.11} = 150^{\circ} 37' 18'', 0$
(11)	15	52	18,0		$\alpha_{11.12} = 3^{\circ} 15' 17,5$
(12)	18	52	35,5		

Nie chcąc mieć w 4. równaniu odchyłek 8 wyrazów, można przyjąć dowolny punkt czworoboku jako środkowy; najlepiej ten punkt, który leży poza polem największego trójkąta czworoboku; więc B, wtedy:

$$\frac{BC \cdot BD \cdot BA}{BD \cdot BA \cdot BC} = 1 = \frac{\sin(\alpha_{10.11} - \delta_{10} + \delta_{11}) \sin(\alpha_{1.3} - \delta_1 + \delta_3) \sin \alpha_{6.8} - \delta_7 + \delta_8}{\sin(\alpha_{7.9} - \delta_7 + \delta_9) \sin(\alpha_{11.12} - \delta_{11} + \delta_{12}) \sin \alpha_{2.3} - \delta_2 + \delta_3}$$

Spółczynniki i odchyłkę  $\omega$  czwartego równ. odchyłek wyznaczamy ze schematu:

$$\log \sin \alpha_{1.3} = \log \sin 128^{\circ} 13' 47'', 6 = 9,895165, \delta f_{1.3} = -1,7$$

$$\log \sin \alpha_{7.8} = \log \sin 123^{\circ} 33' 7,5 = 9,337114, \delta f_{7.8} = +9,4$$

$$\log \sin \alpha_{10.11} = \log \sin 153^{\circ} 37' 18,0 = 9,430211, \delta f_{10.11} = +7,6,$$

$$28,662490$$

$$\log \sin \alpha_{2.3} = \log \sin 78^{\circ} 58' 45'', 0 = 9,991916, \delta f_{2.3} = +0,4$$

$$\log \sin \alpha_{7.9} = \log \sin 124^{\circ} 25' 30,0 = 9,916384, \delta f_{7.9} = -1,5$$

$$\log \sin \alpha_{11.12} = \log \sin 3^{\circ} 15' 18,5 = 8,754177, \delta f_{11.12} = +37,0$$

$$28,662477$$

$$28,662490 - 28,662477 = +0,000013,$$

zatem  $\omega_4 = +13,0$  (w jednostkach 6 miejsca log.), a 4. równanie odchyłki przybiera kształt:

$$+1,7 \delta_1 + 0,4 \delta_2 - 2,1 \delta_3 - 10,9 \delta_7 + 9,4 \delta_8 + 1,5 \delta_9 - 7,6 \delta_{10} + 44,6 \delta_{11} - 37,0 \delta_{12} + 13,0 = 0.$$

Schemat równań odchyłek:

$\delta$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	$\omega$
a	-1	+1	.	.	+1	-1	+1	-1	.	.	-1	+1	+3,0
b	.	-1	+1	-1	+1	.	.	+1	-1	+1	-1	.	+7,0
c	-1	.	+1	-1	.	+1	-1	.	+1	-1	.	+1	+5,0
d	+1,7	+0,4	-2,1	.	.	.	-10,9	+9,4	+1,5	-7,6	+44,6	-37,0	+13,0

Równania korekt:

	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$\omega$	
	8,0	.	.	-103,2	+3,0	(=0)
	.	8,0	.	-40,8	+7,0	(=0)
	.	.	8,0	-20,8	+5,0	(=0)
	-103,2	-40,8	-20,8	+3632,8	+13,0	(=0)
$\Sigma$	-95,2	-38,8	-12,8	+3462,0	+28,0	(=0)

$$\text{Wedle wzoru (59): } k_4 = \frac{-92,05 - 13,0}{1973,66} = -0,05353,$$

$$k_1 = -\frac{1}{8} (103,2 \cdot 0,05353 + 3,0) = -1,06554,$$

$$k_2 = -\frac{1}{8} (46,8 \cdot 0,05353 + 7,0) = -1,18815,$$

$$k_3 = -\frac{1}{8} (20,8 \cdot 0,05353 + 5,0) = -0,76418.$$

Nakoniec obliczamy poprawki wedle wzoru (60):

$$\delta_1 = +1'',74, \quad \delta_4 = +1'',95, \quad \delta_7 = +0'',28, \quad \delta_{10} = -0'',02,$$

$$\delta_2 = +0,10, \quad \delta_5 = -2,25, \quad \delta_8 = -0,63, \quad \delta_{11} = -0,13,$$

$$\delta_3 = -1,84, \quad \delta_6 = +0,30, \quad \delta_9 = +0,34, \quad \delta_{12} = +0,15$$

i zestawiamy wyrównane kierunki i kąty:

Stanowisko A		
(1)	0° 0' 1'',74	$\alpha_{1,2} = 49^\circ 15' 0'',86$
(2)	49 15 2,60	
(3)	128 19 45,66	$\alpha_{2,3} = 78 58 43,00$

Stanowisko B		
(4)	0° 0' 1'',95	$\alpha_{4,5} = 48^\circ 30' 58'',30$
(5)	48 31 0,25	
(6)	88 28 12,90	$\alpha_{5,6} = 39 57 12,05$

Stanowisko C		
(7)	0° 0' 0'',28	$\alpha_{7,8} = 12^\circ 33' 0'',59$
(8)	12 33 6,87	
(9)	124 25 30,34	$\alpha_{8,9} = 111 52 23,47$

Stanowisko D		
(10)	359° 59' 59'',98	$\alpha_{10,11} = 15^\circ 37' 17'',59$
(11)	15 37 17,87	
(12)	18 52 35,65	$\alpha_{11,12} = 3 15 17,76$

Chcąc wyznaczyć błąd średni kierunku, wyznaczmy sumę  $[\delta\delta]$  (dla kontroli) podwójnie, raz podnosząc powyżej zestawione  $\delta$  do potęgi drugiej i sumując je, drugi raz obliczając tę sumę wzorem kontrolnym  $[\delta\delta] = -[\omega k]$ ; przy pomocy pierwszego sposobu otrzymamy  $[\delta\delta] = 16,035$ , zaś  $-\omega k = 16,031$  (zgodność wystarczającą). Zatem

$$\mu = \sqrt{\frac{16,035}{4}} = \pm 2'',02.$$

W sieci pomierzono bezpośrednio długość  $AB = 92,06$  m; przyjmując bok ten jako bezbłądny, można obliczyć — przy pomocy wzoru na błąd średni funkcji spozstrzeżeń wyrównanych (patrz „Rachunek wyrównawczy”, str. 134) — błąd średni dowolnego boku czworoboku, zatem bł. śr. boku  $AD$ :

$$\mu'_{AD} = \mu \sqrt{[FF] - \frac{[aF]^2}{[aa]} - \frac{[bF]^2}{[bb,1]} - \frac{[cF]^2}{[cc,2]} - \frac{[dF]^2}{[dd]}} = \mu \sqrt{[FF,4]},$$

przyczem, ze względu że  $AD = AB \frac{\sin 48^\circ 30' 58'',30}{\sin 3^\circ 15' 17'',78} = 1214,64$  m, są wartości poszczególnych  $F_i = \frac{\delta F}{d l_i}$ :

$$F_1 = F_2 = F_3 = 0, \quad F_4 = -\frac{AD}{e''} \operatorname{ctg} \alpha_{4,5} = -0,0052,$$

PRZEMYSŁU HUTNICZEGO

$$F_6 = \frac{AD}{\rho''} \operatorname{ctg} \alpha_{4.5} = +0,0052, \quad F_6 = F_7 = F_8 = F_9 = F_{10} = 0,$$

$$F_{11} = \frac{AD}{\rho''} \operatorname{ctg} \alpha_{11.12} = +0,1036, \quad F_{12} = -\frac{AD}{\rho''} \operatorname{ctg} \alpha_{11.12} = -0,1036.$$

$$[FF] = 0,02152$$

$$\frac{[aF]^2}{[aa]} = -0,00310$$

$$\frac{[bF]^2}{[bb]} = -0,00109 \quad \left( \frac{[bF]^2}{[bb]} = \frac{[bF.1]^2}{[bb.1]}, \quad \frac{[cF]^2}{[cc]} = \frac{[cF.2]^2}{[cc.2]} \right)$$

$$\frac{[cF]^2}{[cc]} = -0,00121$$

$$\frac{[dF.3]^2}{[dd.3]} = -0,01291$$

$$[FK.4] = +0,00121. \quad \text{Zatem } \mu'_{AD} = 2,02 \sqrt{0,00121} = \pm 0,0703 \text{ m} = \pm 7,03 \text{ cm}.$$

Natomiast, jeśli się uwzględni, że błąd średni boku  $AB$  wynosi  $\pm 0,9 \text{ cm}$  (błąd śr. z 8 pomiarów),  $\frac{AD}{AB} = 13,104$  jest błąd średni boku  $AD$  powstały wskutek błędu pomiaru podstawy  $AB$ :  $\mu''_{AD} = \pm 13,104 \times 0,9 \text{ cm} = \pm 11,83 \text{ cm}$ ; przeto całkowity błąd redni boku  $AD$  wynosi:

$$\mu_{AD} = \sqrt{\mu'^2_{AD} + \mu''^2_{AD}} = \sqrt{7,03^2 + 11,83^2} = \pm 13,76 \text{ cm}.$$

Wpływ błędów kątowych jest tu znacznie mniejszy od wpływu błędów długości.

### III. Zdjęcia poligonowe.

Cel, zakładanie i utrwalenie punktów poligonowych. Dla zdejmowania szczegółów, które należy oznaczyć na planie, zakładamy punkty „poligonowe“ i odrzutowujemy te szczegóły na proste, łączące punkty poligonowe, tj. na boki poligonów, albo na „pomiarowe“, proste łączące boki poligonów.

Poligony zakładamy *a*) między dwoma punktami trygonometrycznymi (przy rozmierzaniu kraju i innych zdjęciach, opartych na sieciach triangulacyjnych), lub *b*) jako wieloboki zamknięte, powracające do punktu początkowego.

Kształt poligonów *a*) nie powinien odbiegać zbyt od kierunku prostego między punktami początkowym i końcowym, (więc kąty wierzchołkowe poligonów nie powinny się różnić zbyt od  $180^\circ$ ), zaś poligony *b*) należy zakładać w grubym przybliżeniu jako wieloboki umiarowe.

Boki poligonu obierać mniej więcej jednakowo długie; najdłuższe do 300 m, najkrótsze nie mniej niż do 300 m. Boki bardzo długie i krótkie nie powinny sąsiadować z sobą. Także nie należy zmieniać zasadniczego kierunku poligonu w celu odrzutowania szczegółów na boki poligonu, a zdjęcia szczegółów najlepiej dokonać przy pomocy pomiarowych.

Punkty poligonowe staramy się tak zakładać, aby przy mierzeniu kątów t. zw. wierzchołkowych  $\beta$  był widoczny spód sygnałów (tyczek), ustawionych w obu punktach sąsiednich. W sprzeczności z tem stoi konieczność zakładania punktów poligonowych na miedzach i in. miejscach, które nie zawadzają nikomu nie będą łatwo uszkodzone. Gdy obie podane tu wskazówki wykluczają się wzajemnie, należy trzymać się ostatnio wymienionej; wówczas jednak musi figurant trzymać sygnał, brany na cel, z przymocowanym z boku pionem, przyczem przy odczytywaniu kąta w drugim położeniu lunety powinien obrócić sygnał tak, aby pion zwisał po drugiej stronie sygnału. Punkty poligonu zakładać na gruncie w sposób trwały (b. ważne).

Punkty poligonów ważniejszych utrwała się najpewniej, zakładając je także i pod ziemią (kamienie z wyrzniętymi krzyżami, osadzone nad sobą osiowo,

lub dwie rury drenowe, wpuszczone częściowo jedna w drugą, wyjątkowo pale z drzewa twardego, owęglone (osmołowane) u dołu i zabezpieczone przed wyciągnięciem odpowiednimi poprzeczkami). W miastach i miejscach silnego ruchu jezdni używane jako punkty podziemne rury żelazne, osadzone w blokach betonowych i założone poniżej kostek brukowych, a jako naziemne osobne czapki żelazne odejmovane przy nżyciu osobnego klucza itp.

Należy sporządzić opis topograficzny, zawierający dokładny szkic z podaniem odległości punktów poligonowych od punktów i kierunków, dających się łatwo i bezsprzecznie odszukać na gruncie, tak, aby — w razie zniszczenia punktu poligonowego — można go było ściśle odtworzyć.

Poligony [a) i b)], występujące pojedynczo, naz. ciągami poligonowymi, zaś kombinacje kilku ciągów sieciami poligonowymi.

Przy zakładaniu punktów poligonowych należy sporządzić szkic sytuacyjny ciągu, wzgl. sieci poligonowych w skali 1:10000 (ew. 1:5000).

Pomiar i wyrównanie ciągu poligonowego. W Polsce obowiązują prócz „Przepisów pomiarowych“ M. R. P. w Warszawie (patrz uwaga na str. 409), odnoszących się do nowych zdjęć kraju, jeszcze w Małopolsce: „Instruktion zur Ausführung der trigonometrischen und polygonischen Vermessungen...“ (Wiedeń, 1904), zaś w b. zaborze pruskim „Anweisung IX vom 25. Oktober 1881 für die trigonometrischen und polygonischen Arbeiten“ (Berlin, wyd. 2-gie, 1893).

Każdy bok mierzy się dwa razy, bacząc, aby różnica między wynikami obu pomiarów nie przenosiła (w metrach)

$$\Delta b \leq 0,0002 \sqrt{b^2 + 1000b} \dots \dots \dots (1)$$

dla stosunków terenowych średnio trudnych; dla terenów łatwych należy obniżyć wartość  $\Delta b$  o 20%, zaś dla trudnych zwiększyć o 20%.

Wedle instrukcji austriackiej:

$$\Delta b \leq 0,00015b + 0,005 \sqrt{b} + 0,015 \text{ (w metrach)} \dots \dots (2)$$

W terenie łatwym obniża się tę granicę o 25%, w trudnym powiększa o tę samą wielkość. Instrukcja pruska podaje następujące wartości  $\Delta b$  jako maksymalne:

$$\left. \begin{array}{l} \text{dla terenu łatwego } \Delta b \leq 0,01 \sqrt{4b + 0,0050b^2} \\ \text{średniego } \Delta b \leq 0,01 \sqrt{6b + 0,0075b^2} \\ \text{trudnego } \Delta b \leq 0,01 \sqrt{8b + 0,0100b^2} \end{array} \right\} \dots \dots (3)$$

Pomiary długości boków uskutecznia się sprawdzoną taśmą stalową lub sprawdzonemi pięciometrowemi latami (w miastach latami wzdłuż sznura napiętego w kierunku boku). Boki o spadach powyżej 3% mierzymy metodą schodkową latami, albo dzielimy na partje o jednostajnych spadach i mierzymy je bezpośrednio po terenie, redukując wyniki na poziom; dla przeprowadzenia redukcji mierzy się albo kąty nachylenia  $\alpha$  poszczególnych partyj boku, lub przeprowadza pomiar ich wzniesień  $h$  (spadów). Aby otrzymać długość poziomą, należy od długości mierzonej odjąć w przypadku pierwszym  $\Delta d =$   
 $= -2d \sin^2 \frac{\alpha}{2}$ , w drugim  $\Delta d = -\frac{h^2}{2d}$ .

Kąty wierzchołkowe poligonu mierzymy teodolitem, conajmniej raz w obu położeniach lunety; należy mierzyć kąty po lewej stronie ciągu. Ważne centryczne ustawianie przyrządu i sygnałów na punktach poligonowych.

Wyrównanie ciągu poligonowego założonego między dwoma punktami trygonometrycznemi. Po pomiarze  $(n-1)$  boków i  $n$  kątów (patrz fig. 97) ciągu przystępuje się do wyrównania kątów, a następnie spólrzędnych poszczególnych punktów poligonowych.

Azymuty pozorne  $(a)_{A,C}$  i  $(a)_{B,D}$  obliczamy wedle wzoru (1), str. 401; następnie obliczamy  $(a)'$ , przybliżone azymuty pozorne poszczególnych boków poligonu zatem:

$$(a)'_{1,2} = (a)_{A,C} + \beta_1, \quad (a)'_{2,3} = (a)'_{1,2} + \beta_2 \pm 180^\circ \text{ itd.},$$

wreszcie

$$(a)'_{B,C} = (a)'_{(n-1),n} + \beta_n \pm 180^\circ.$$

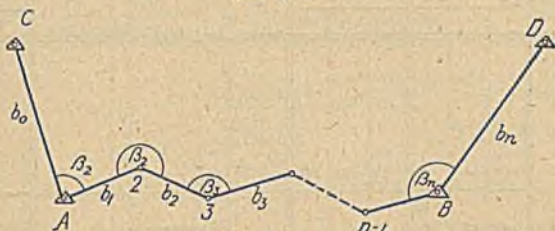


Fig. 97.

Różnica:  $f_\beta = (a)'_{B,C} - (a)_{B,C}$  nie powinna przekraczać:

wedle przepisów pomiarowych M. R. P. $40'' \sqrt{n}$	}	(4)
dla warunków korzystnych $- 20\%$ , dla niekorzystnych $+ 20\%$		
wedle przepisów austriackich . . . . . $75'' \sqrt{n}$		
(dla wyjątkowo niekorzystnych warunków $+ 50\%$ )		
wedle przepisów pruskich . . . . . $1,5' \sqrt{n}$		

Odchyłkę rozdziela się na poszczególne kąty

1. równomiernie, gdy

$$b_{\max.} : b_{\min.} \leq 4; \text{ wtedy } \delta \beta_1 = \dots = \delta \beta_n = \frac{1}{n} f_\beta \dots (5)$$

2. proporcjonalnie do sumy odwrotności długości boków poszczególnych kątów, gdy  $b_{\max.} : b_{\min.} > 4$ ; wtedy

$$\delta \beta_1 = f_\beta \frac{\frac{1000}{b_0} - \frac{1000}{b_1}}{\sum \frac{1000}{b_h} + \frac{1000}{b_i}}, \quad \delta \beta_2 = f_\beta \frac{\frac{1000}{b_1} + \frac{1000}{b_2}}{\sum \frac{1000}{b_h} + \frac{1000}{b_i}} \dots (5^*)$$

przez  $h, i$  przybierają wartości od 0,1 do  $(n-1), n$ .

Po wyrównaniu kątów, mając do dyspozycji azymuty wyrównane  $(a)_{h,i}$ , obliczamy spórzędne przybliżone wszystkich punktów poligonu aż do B włącznie, wedle wzoru:

$$x'_i = x'_h + b_{h,i} \cos(a)_{h,i}, \quad y'_i = y'_h + b_{h,i} \sin(a)_{h,i}.$$

Następnie wyznaczamy:

$$\operatorname{tg}(u) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}, \quad \operatorname{tg}(u)' = \frac{y'_B - y'_A}{x'_B - x'_A}, \text{ oraz } \dots (6)$$

$$L = \frac{y_B - y_A}{\sin(u)} = \frac{x_B - x_A}{\cos(u)}, \quad L' = \frac{y'_B - y'_A}{\sin(u)'} = \frac{x'_B - x'_A}{\cos(u)'} \dots (6^*)$$

Wedle przepisów polskich M. R. P., oraz austriackich powinno być

$$(u) - (u)' \leq \frac{2([b] + 100)}{L} \text{ (w minutach)} \dots (7)$$

różnica długości  $L - L'$  ma być wedle przepisów polskich  $\leq 0,008 \sqrt{[b]} + 0,04$ ,  
wedle austr.  $\leq 0,012 \sqrt{[b]} + 0,06$  (w metrach)  $\dots (8)$



T a

Oznaczenie punktu	Kąty wierzchołkowe $\beta$			Azymuty (pozorne) (a)			Długości boków S	lg sin (a) lg S lg cos (a)	lg dy lg dx	Rzędne	
	o	'	"	o	'	"				Różnice	
										+	-
$\triangle 98$				14	28	00					
$\triangle 97$	140	42	00					9,6232287 2,4202859 2,3781485	2,0435148 2,3781485		+ 0,03 110,54
			-15	336	10	00	263,20	9,9578626			
101	177	42	45					9,6589013 2,3989811 9,9493888	2,0578824 2,3489779		+ 0,02 114,25
			-15	332	52	30	250,60	9,9493888			
102	182	31	15					9,6195243 2,2074997 0,9586477	1,8270240 2,1661474		+ 0,01 67,14
			-15	336	23	30	101,25	0,9586477			
$\triangle 103$	209	37	45								
			-15	5	01	00					
( $\triangle 104$ )							[S]	676,06			[dy] = 291,94 [dx] = 291,82 f <sub>y</sub> = + 9,06
(a) <sub>p</sub> + [β] =	726	02	00								
- n . 180	720	00	00								
(a) <sub>k</sub> ' =	5	02	00								
(a) <sub>k</sub> =	5	01	00								
f <sub>β</sub> =		1'									
(Bł. doz. wedle przep. pol. 1' 20'' " " " " austr. 2' 30'')											

Instrukcja pruska wymaga, aby wartość  $f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$  była w terenie

$$\left. \begin{aligned} \text{łatwym} &\leq 0,01 \sqrt{4 [b] + 0,0050 [b]^2} \\ \text{średnim} &\leq 0,01 \sqrt{6 [b] + 0,0075 [b]^2} \\ \text{trudnym} &\leq 0,01 \sqrt{8 [b] + 0,0100 [b]^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

przyczem

$$f_x = x_B - x'_B, \quad f_y = y_B - y'_B \dots \dots \dots (10)$$

b l i c a 8.

Odcięte	Poprawione		lg tg φ = lg $\frac{[dy]}{[dx]}$ lg L =	Granice błędów dla 1. (a - a') = $\frac{2([S] + 100)'}{L}$ 2. L - L' = z tabelicy 1.5 Instr. pomiar.
	Różnice	Odcięte		
	Δ y	Δ y	= lg $\frac{[dy]}{[dx]}$ g dy [dy] > [dx] =	
	+	-	= lg $\frac{[dx]}{\cos \varphi}$ g dy [dx] > [dy]	
			Spółrzędne w m	
			lg [dy] = 2,4652930 lg [dx] = 2,7842608 lg tg (φ') = 9,6810380	lg cos (a') = 9,9550169 lg [dx] = 2,7843177 lg L' = 2,8292447
			(φ') = 25° 37' 49''	(φ) = 25° 37' 22''
			(a') = 295° 37' 49''	(a) = 295° 37' 22''
			(a - a') = 0' 27'' (2' 17'')	L - L' = + 0,05 m
			$\frac{f_y}{[S]} = + 0,000088$	$\frac{f_x}{[S]} = + 0,000118$
			608,50 = [dx] 608,58 = [dx] + 0,08 = f <sub>x</sub>	

Badanie poligonu wedle wzorów (7) i (8) odpada wedle instrukcyj polskiej i austr., o ile poligon zbacza znacznie od swego kierunku zasadniczego; w tym przypadku patrz b).

Wyrównanie współrzędnych może nastąpić tylko wówczas, o ile nie przekroczono wartości granicznych (7) i (8), wzgl. (9).

Wyrównanie to polega wedle przepisów pomiarowych polskich (M. R. P.) i austr.:

$\alpha$ ) o ile  $(\alpha) - (\alpha)' < 1'$ , na poprawieniu rzutów boków na osie  $x$ -ów i  $y$ -ów, tj.

$$\left. \begin{array}{l} x_i - x_h, \quad y_i - y_h \\ \text{o wielkości } f_x \frac{bh}{[b]}, \quad f_y \frac{bh}{[b]} \end{array} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

(np.  $x_3 - x_2$  i  $y_3 - y_2$  należy poprawić o  $f_x \frac{b_2}{[b]}$ ,  $f_y \frac{b_2}{[b]}$ );

$\beta$ ) o ile  $(\alpha) - (\alpha)' > 1'$  (instr. polska), wzgl., o ile różnica  $(\alpha) - (\alpha)'$  jest zawarta między  $60''$  a  $90''$  (instr. austr.), na poprawieniu rzutów boków na osie  $x$ -ów i  $y$ -ów

$$\text{o wielkości: } f_x \frac{z_i b_i}{[z b]}, \quad f_y \frac{z_i b_i}{[z b]} \dots \dots \dots (11^*)$$

przyczem dla boku  $i$ -tego  $z_i = i(n - i)$ , zaś, o ile  $n > 7$ , są wszystkie  $z$  z wyjątkiem dwu początkowych i dwu końcowych, sobie równe

(np. dla  $n = 5$ , wynosi  $z_1 = z_4 = 1(5 - 1) = 4$ ,  $z_2 = z_3 = 2(5 - 2) = 6$ );

$\gamma$ ) wedle instrukcji austr., o ile  $(\alpha) - (\alpha)' > 90''$ ,

przeprowadza się wyrównanie spólrzędnych wykreślnie wedle sposobu tam podanego.

Po wyrównaniu rzutów poszczególnych boków na obie osie spólrzędnych otrzymujemy spólrzędne wyrównane  $x$  i  $y$  wszystkich punktów przez dodawanie poszczególnych  $\Delta x$ , wzgl.  $\Delta y$  do  $x_A$  i  $y_A$ ; po dodaniu ostatnich  $\Delta x$  i  $\Delta y$  musimy otrzymać spólrzędne  $x_B$  i  $y_B$ .

Przykład: patrz tablica 8.

Wyrównanie ciągu zamkniętego. O ile pomierzono kąty zewnętrzne poligonu, wyznaczamy odchyłkę kątową  $f_\beta$  z warunku:

$$f_\beta = [\beta_z] - (n + 2) 180^\circ \dots \dots \dots (12)$$

w przypadku pomierzenia kątów wewnętrznych poligonu z warunku:

$$f_\beta = [\beta_w] - (n - 2) 180^\circ \dots \dots \dots (12^*)$$

Graniczne wartości  $f_\beta$  i rozdział tej odchyłki na poszczególne kąty przeprowadza się jak poprzednio (por. str. 425 i 426).

Przed wyrównaniem spólrzędnych stwierdzamy, czy wartość  $f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$  nie przekracza dozwolonej granicy, a więc wedle instrukcji polskiej  $0,008 \sqrt{[b]} + 0,04$ , zaś austr.  $0,012 \sqrt{[b]} + 0,06$ ; dalszy tok wyrównania, jak wyżej. W ten sam sposób przeprowadza się wyrównanie poligonu, opartego na dwu punktach stałych, a odbiegającego znacznie od kierunku zasadniczego.

Punkty węzłowe. Poligony krzyżujące się ze sobą należy przeprowadzić przez punkt wspólny obu ciągów, t. zw. węzłowy  $W$  (patrz fig. 98).

Wyrównanie takich poligonów przeprowadza się w sposób następujący:

Przy pomocy azymutów obliczonych ze spólrzędnych punktów I, I', II, II', III, III' i pomierzonych kątów  $\beta$  obliczamy azymut pozorny dowolnego boku, wychodzącego z punktów  $W$ , np.  $WM$ ; wyrównany azymut tego kierunku otrzymujemy z wzoru

$$(a)_{WM} = \frac{p_1 (a)'_{WM} + p_2 (a)''_{WM} + p_3 (a)'''_{WM}}{[p]} \dots \dots \dots (13)$$

przyczem  $p_i = \frac{10}{n_i}$ , zatem w naszym przypadku

$$p_1 = \frac{10}{5} = 2, \quad p_2 = \frac{10}{3} = 3,3, \quad p_3 = \frac{10}{6} = 1,7 \quad \dots \quad (14)$$

Po ustaleniu azymutu ( $\alpha$ )<sub>W.M</sub> wyrównujemy kąty w poszczególnych poligonach jak wyżej, badając, czy poszczególne  $f\beta$  nie są przekroczone.

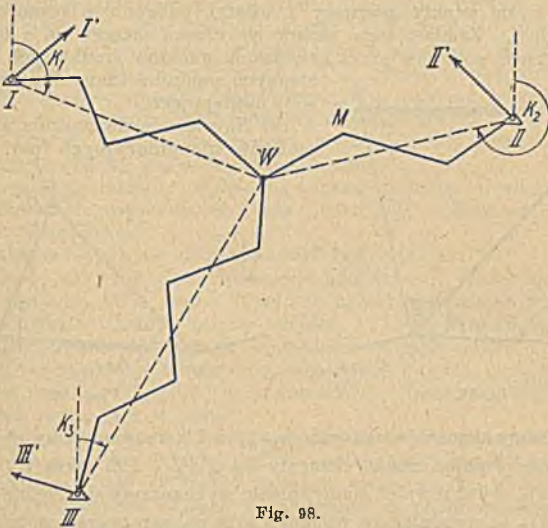


Fig. 98.

Następnie obliczamy na podstawie wyrównanych azymutów i mierzonych boków współrzędne  $x$  i  $y$  punktu  $W$ ; wychodząc z punktów I, II, III, otrzymamy:

$$\left. \begin{aligned} x_w &= \frac{p'_x x'_{iw} + p''_x x''_{iw} + p'''_x x'''_{iw}}{[p'_x]} \\ y_w &= \frac{p'_y y'_{iw} + p''_y y''_{iw} + p'''_y y'''_{iw}}{[p'_y]} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (15)$$

przyczem  $p_x^{(i)} = \frac{5000}{[b](1 + \cos^2 K_i)}$ ,  $p_y^{(i)} = \frac{5000}{[b](1 + \cos^2 K_i)}$  . . . (16)

(Azymuty kierunków  $K_{I.W}$ ,  $K_{II.W}$ ,  $K_{III.W}$  wystarczy wyznaczyć w stopniach.)

Mając współrzędne wyrównane punktu węzłowego, przeprowadzamy wyrównanie poszczególnych ciągów, jak wyżej, o ile wartości graniczne odchylek nie są za wielkie (por. wzory (7), (8) i (9)).

Punkty węzłowe są szczególnie ważne, gdy nie oparto zdjęć na sieci triangulacyjnej (np. przy zdjęciach parcelacyjnych mniejszych obszarów).

Jeden z punktów, w którym schodzi się kilka ciągów, t. zn. węzłowy, wybierany za początek układu, zaś kierunek dowolnego boku (poprowadzonego z tegoż punktu) za oś ( $+x$ ). Obliczając kolejno azymuty przybliżone boków ciągów, poprowadzonych z początku układu, otrzymujemy na azymut pozorny dowolnego kierunku wychodzącego z drugiego punktu węzłowego tyle wartości, ilu ciągami zdażyliśmy z punktu węzłowego pierwszego. Azymut wyrównany (kierunku obranego) wyznaczamy wedle wzoru (13) z wagami

urobionemi wedle wzoru (14). Po wyrównaniu kątów i azymutów poszczególnych kątów obliczymy spólrzędne wyrównane punktu węzłowego drugiego wzoru (15); wagi są odwrotnie proporcjonalne do długości ciągów  $\nu = \frac{5000}{[b]}$

**Nawiązanie poligonu do punktów niedostępnych.** Ciągi niezamknięte, nie poprowadzone z punktów triangulacyjnych, należy nawiązać do punktów sieci triangulacyjnych przy pomocy wcinania wstecz, zagadnienia Hansena itp.; t. zn. punkty pierwszy i ostatni poligonu włączamy do sieci triangulacyjnej. Zamiast tego stosuje się często, szczególnie o ile chcemy skrócić długość poligonu przez nawiązanie punktów środkowych do niedostępnych punktów triangulacyjnych, sposoby następujące:

a) Nawiązanie uskutecznia się do dwu punktów triangulacyjnych (por. fig. 99).

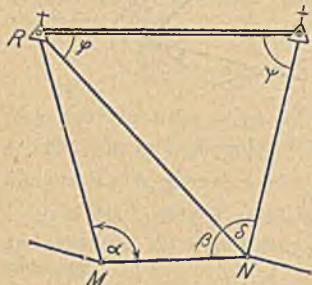


Fig. 99.

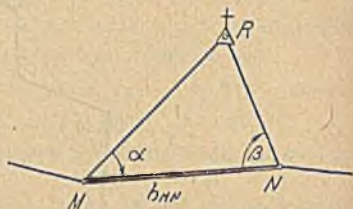


Fig. 100.

Przy pomocy elementów znanych  $b_{M,N}$ ,  $\alpha$  i  $\beta$  rozwiązujemy  $\triangle M.R.N$ , a dalej uwzględniając znane elementy  $b_{R,S}$ ,  $b_{R,N}$  i  $\delta$ , także i  $\triangle N.R.S$ . Ponieważ  $(a)_{R,S}$  jest również znany, przeto wyznaczamy spólrzędne punktu N i azymut  $(a)_{N,R}$ , uważając te wielkości przy dalszem wyrównaniu ciągu tak, jakby pochodziły z triangulacji.

b) Gdy tylko jeden punkt triangulacyjny może być użyty do nawiązania (fig. 100), rozwiązujemy powstały w ten sposób trójkąt  $M.R.N$  przy pomocy znanych elementów  $b_{M,N}$ ,  $\alpha$  i  $\beta$ .

Wyrównanie kątów przeprowadzamy w poligonie tak, jakby punktu R nie było, natomiast znając  $b_{N,R}$  i  $(a)_{R,N}$  wyrównujemy spólrzędne poligonu od początku do punktu R i od końca do punktu R osobno. O ile punkt N jest punktem węzłowym, obliczamy  $(a)_{N,R}$  jako średnią wedle wzoru (13).

**Sieci poligonowe.** Przy zdjęciach większych obszarów łączą się poszczególne ciągi ze sobą w sieci poligonowe. W nich wyrównujemy najpierw poligony główne, tj. zbaczające niewiele od kierunku, łączącego punkt początkowy z końcowym, lub zdążające w kierunku, mało cò różnym od prostego, do punktów węzłowych. Następnie przychodzi kolej na ciągi poboczne, których wyrównanie opiera się na punktach ciągów głównych. W ten sposób można zawsze przeprowadzić podział na poligony I-rzędne, II-rzędne, III-rzędne itd. (np. przy zdjęciach miast).

To samo postępowanie można zastosować do sieci poligonowych, założonych bez punktów trygonometrycznych. O ile sieci są zawile, rozpoczyna się obliczenie od punktu (i kierunku), leżącego w środku sieci, obiera pewne punkty jako węzłowe, i dzieli ciągi na I-rzędne, II-rzędne itd.

Pomiarowe są to proste, łączące boki ciągów poligonu, wzgl. poligonów, których punkty ich początkowe i końcowe, punkty łączne (pomiarowe), mogą spadać z punktami trygonometrycznymi lub poligonowemi.

Główne (I-rzędne) pomiarowe mogą opierać się bezpośrednio na bokach poligonów, pomiarowe poboczne (II-, III-rzędne itd.) nawiązujemy do pomiaro-

wych rzędu o jeden stopień niższego. Pomiarowe należy przeprowadzać jak najbliższej wspomnianych punktów; im owe punkty są ważniejsze, tem bliżej nich zakładamy pomiarowe (rzędne punktów granicznych parcel nie powinny przekraczać 2 m, granic kultur 5 m). Rzędne punktów najpodrzędniejszych nie powinny przekraczać w terenie płaskim 40 m, a w pochyłym 30 m. Linij pomiarowych nie przedłużamy z reguły poza jej końce (boki poligonu) ponad  $\frac{1}{4}$  jej długości; gdyby to jednak okazało się konieczne, należy ustalić położenie takiego punktu dowolną inną miarą kontrolną. Długości budynków, parcel itp. linii prostych mierzy się dla kontroli osobno; również przedłuża się kierunki parcel, leżących blisko pomiarowych do przecięcia się z nimi i mierzy tak powstałe odcinki. (Por. „Przepisy pomiarowe“.) Ustalenie położenia pomiarowych przeprowadzamy, mierząc odstępów punktów łącznych od obu punktów wierzchołkowych poligonowych; o ile pomiarowa ma być użyta do wytyczenia pewnego projektu, należy pomierzyć ponadto i kąty zawarte między nią a bokami poligonu.

**Szkic polowy** musi być wykonany bardzo starannie i zawierać wszystkie dane, potrzebne do wspomnianego celu. Szczegóły wykonania szkicu polowego, por. Miernictwo I.

W praktyce używa się dwu sposobów szkicowania:

a) Sposób, zalecony przez instrukcje pomiarowe; szkice sporządza się blokami (partjami), które można łączyć w całość, zestawiając odnośne bloki obok siebie. Skala szkiców: grunty wiejskie 1 : 1000, miejskie 1 : 500, wzgl. 1 : 250. Postępowanie to wymaga poprzedniego zdjęcia boków i kątów poligonów, co nie zawsze jest korzystne, szczególnie gdy inżynier nie dysponuje dostateczną ilością wyszkolonych pomocników. Sposób ten dostarcza kontroli zdjęcia szczegółów w polu.

b) Sposób drugi używany bardzo często: sporządza się osobne szkice dla każdego boku poligonu w takiej skali (w grubem przybliżeniu), aby wszystkie szczegóły i miary były na szkicu wyraźnie uwidocznione. Z takich szkiców może kilku rysowników nanosić równocześnie na planie szczegóły, znajdujące się na osobnych rysunkach, przez co można plan wykończyć prędzej.

#### IV. Trygonometryczny pomiar wysokości.

Przeprowadzenie pomiaru na niewielkie odległości (najwyżej kilkaset metrów).

a) Wyznaczywszy w sposób bezpośredni lub pośredni (przy pomocy triangulacji) odległość  $d$  (poziomą punktu  $P$  od przyrządu w p.  $A$  (fig. 101),

obliczamy  $h$  z wzoru

$$h = d \operatorname{tang} \alpha \dots (1)$$

(wys.  $h$  może być tu dodatnia lub ujemna, zależnie od kąta  $\alpha$ ).

b) Sposób drugi, używany, gdy wysokość  $h$  jest dodatnia. Na prostej, przechodzącej przez  $P$  obieramy dwa stanowiska  $A$  i  $B$ , mierzymy ich odległość poziomą  $b$  i kąty  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\alpha_2$  (fig. 102). Wtedy:

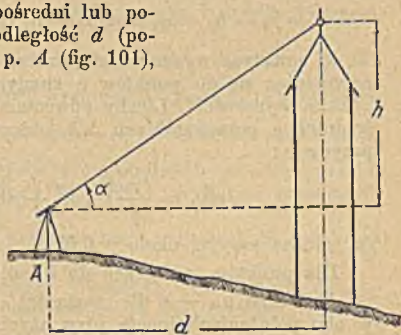


Fig 101.

$$h = b \frac{\sin(\alpha_2 + \beta)}{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)} \frac{\sin \alpha_1}{\cos \beta} \dots (2)$$

$$d = b \frac{\sin(\alpha_2 + \beta)}{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)} \frac{\cos \alpha_1}{\cos \beta} \dots (3)$$

zaś:

Pomiary wysokości na odległości większe niż kilkaset metrów por. str. 431; długości  $d$  są znane prawie wyłącznie z triangulacji (wyjątkowo odczytuje się je na mapie). Uwzględniając wpływ zakrzywienia ziemi i refrakcji, otrzymujemy na wysokość  $h$  wzór:

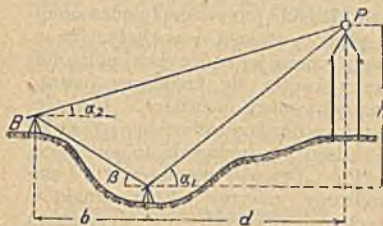


Fig. 102.

$$h = d \operatorname{tang} \alpha + (1 - k) \frac{d^2}{2R} \quad (4)$$

$R$  oznacza promień krzywizny, zmienny z szerokością geograficzną i azymutem kierunku  $AP$  (por. fig. 101); w praktyce wystarczy przyjąć dla nawet dość znacznych obszarów promień średni krzywizny dla pewnej średniej szerokości geograficznej, dla Polski np.  $R$  dla  $\varphi = 50^\circ$ . Natomiast wartość współczynnika  $k$  średnio 0,13, jednak dość zmienna w ciągu dnia. Wedle Jordana, Handb. d. Vermessungskunde (1914), str. 10–12, wynoszą t. zw. poprawki ze względu na zakrzywienie ziemi i refrakcję tj. drugi człon wzoru (4).

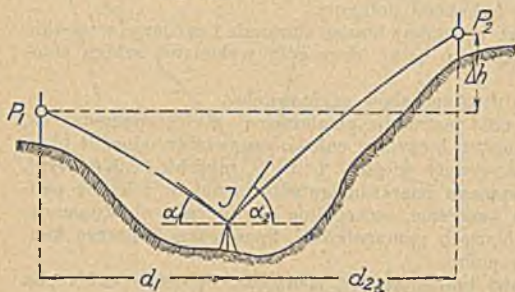


Fig. 103.

$d = 500,$	$1000,$	$1500,$	$2000,$	$2500,$	$3000,$	$3500,$	$4000,$	$4500,$	$5000 \text{ m}$
$0,017,$	$0,068,$	$0,153,$	$0,273,$	$0,43,$	$0,61,$	$0,84,$	$1,09,$	$1,38,$	$1,70 \text{ m}$

Dla zmniejszenia ujemnego wpływu współczynnika  $k$  na dokładność pomiaru ustawiamy się z przyrządem między punktami  $P_1$  i  $P_2$ , z których jeden, np.  $P_1$  jest o wysokości znanej, aby odległości  $d_1$  i  $d_2$  były mniej więcej równe (patrz fig. 103.) Wówczas różnica wysokości

$$\Delta h = h_2 - h_1 = d_2 \operatorname{tang} \alpha_2 - d_1 \operatorname{tang} \alpha_1 + \frac{d_2^2 - d_1^2}{2R} (1 - k) \quad (5)$$

W praktyce wyznacza się czasem więcej punktów z jednego stanowiska, nawiązując się do punktów o znanych wysokościach. Powstają tedy sieci „różnic wysokości”. Liczby odwrotnie proporcjonalne do kwadratów błędów średnich  $\mu$  poszczególnych  $\Delta h$ , obieramy jako wagi poszczególnych różnic, przychem:

$$\mu_{\Delta h}^2 = \left( \frac{\mu_{\alpha}}{\varphi''} \right)^2 (d_1^2 + d_2^2) + \left( \frac{d_2^2 - d_1^2}{2R} \right)^2 \mu_k^2 \dots \dots \dots (6)$$

( $\mu_k$  można przyjąć około  $\pm 0,03$ ).

Dla punktów, odległych do 5 km, wynosi  $\mu$  około  $\pm 0,1 \text{ m}$ .

Aby błąd  $\mu_{\alpha}$  — o ile możliwości — zredukować, należy mierzyć kąt  $\alpha$  w obu położeniach lunety przy użyciu libeli koła pionowego, której bańka musi się znajdować podczas pomiaru w punkcie zerowym.

Przyjmując, że koło pionowe podaje kąty wysokości i że jest liczbowane od  $0^\circ$  do  $360^\circ$ , otrzymujemy kąt wysokości, oznaczając: odczyty w położeniu pierwszym I, w położeniu drugim II, wedle wzoru:

$$\alpha = 90^\circ - \frac{II - I}{2} \quad (7)$$



(Oczywiście, że  $H = \frac{H_1 + H_2}{2}$  należy wstawić w *km*.)

Wartości stałej  $A$  dla  $\varphi = 48^\circ, 49^\circ$  i  $50^\circ$  i średn. wysokości od 250 do 1500 *m*, wzgl. 2000 *m*, tj. dla okolic górzystych w Polsce, podane są w tabelicy 9.

Tabela 9.

Wartości stałej $A$					
$S$	$H$ w <i>km</i>				
	0,25	0,5	1,0	1,5	2,0
48°	18427,8	18429,2	18432,1	18435,0	—
49°	18426,1	18427,5	18430,4	18433,3	18436,2
50°	18424,3	18425,8	18428,7	18431,5	—

Przykład.

$\varphi_1 = 50,2^\circ$ ,  $p_1 = 787,25$  *mm*,  $t_1 = 19,7^\circ$  (stacja dolna)  $H = \approx 0,5$  *km*.  
 $\varphi_2 = 48,2^\circ$ ,  $p_2 = 713,65$  *mm*,  $t_2 = 19,3^\circ$  (stacja górna)

$$\varphi = \frac{1}{2} (\varphi_1 + \varphi_2) = 50,0^\circ, \quad t = \frac{1}{2} (t_1 + t_2) = 19,5^\circ.$$

Wedle tabelicy (9) dla  $\varphi = 50^\circ$  i  $H = 0,5$  *km* stała  $A = 18425,8$ ; zatem ze względu, że

$$\log \frac{p_1}{p_2} = 2,307614 - 2,853485 = 0,014129, \quad a \ 1 + 0,004 \cdot 19,5 = 1,078, \quad \text{otrzymamy:}$$

$$\log A = 4,265426$$

$$\log \left( \log \frac{p_1}{p_2} \right) = 0,150111 - 2$$

$$h = 280,64 \text{ m, okrągło } 280,6 \text{ m.}$$

$$\log(1 + 0,004 t) = 0,032619$$

$$\log h = 2,448156$$

Wychodząc z nieco innych założeń (przyjmując średnią wartość  $\frac{e}{p} = \frac{1}{100}$ ,  $\varphi = 50^\circ$ ,  $H = 0,5$  *km*), ustawił Jordan formułę dla Niemiec, dobrą dla niezbyt wysokich okolic Polski:

$$h = 18464 \log \frac{p_1}{p_2} (1 + 0,003665 t) \dots \dots \dots (5)$$

Licząc wedle wzoru (5), otrzymamy w powyższym przykładzie  $h = 279,78$  *m*, okrągło 279,8 *m*; różnica między obu obliczeniami wynosi okrągło 1 *m*; jest zatem niewielka w stosunku do błędów pomiaru (por. niżej).

Użycie wzorów (3) i (5) można sobie ułatwić rachując:

a) przy pomocy przybliżonych wzniesień nad poziomem morza,

b) „ „ „ „stópni barometrycznych“.

a) Sposób ten, wprowadzony przez Radan i Rühlmanna, polega na wprowadzeniu do wzorów kształtu (3) lub (5) pewnego zasadniczego stanu ciśnienia, względem którego obliczamy przybliżone wysokości obu stacji nad poziomem morza; różnicę obu wysokości daje  $h$ . I tak dla wz. (5) wedle Jordana:

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= 18464 \log \frac{762}{p_1} (1 + 0,003665 t) \\ h_2 &= 18464 \log \frac{762}{p_2} (1 + 0,003665 t) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

$$h = h_2 - h_1 = 18464 \log \frac{p_1}{p_2} (1 + 0,003665 t)$$



Wartości  $h_1$  i  $h_2$  można odszukać w tablicach Jordana<sup>1)</sup>, ułożonych wedle powyższej formuły dla argumentów  $t$  i  $p$ .

Dla powyżej przytoczonego przykładu:  $h_1 = 283,9$  m,  $h_2 = 563,8$  m, zatem

$$h = 563,8 - 283,9 = 279,9 \text{ m.}$$

b) Stopnie barometryczne wprowadził Babinet. Kładąc

$$\log \frac{p_1}{p_2} = \infty 2 \mu \frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2} = 2 \cdot 0,43429 \frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2} \dots (7)$$

(z opuszczeniem wyrazów rzędów wyższych), przekształcamy wzór (3) na:

$$h = \frac{A' \cdot 0,43429}{p} (1 + 0,004 t) (p_1 - p_2) = \Delta h (p_1 - p_2) \dots (8)$$

zaś wzór (5) na:

$$h = \frac{18464 \cdot 0,43429}{p} (1 + 0,003665 t) (p_1 - p_2) = \left. \begin{aligned} & \dots (9) \\ & = \frac{8019}{p} (1 + 0,003665 t) (p_1 - p_2) = (\Delta h)_y (p_1 - p_2) \end{aligned} \right\}$$

przyczem  $p = \frac{1}{2} (p_1 + p_2)$ ,  $t = \frac{1}{2} (t_1 + t_2)$ ;

$\Delta h$  wzgl.  $(\Delta h)_y$  nazywamy stopniem barometrycznym (na różnicę ciśnienia 1 mm).

Wartości  $(\Delta h)_y$  znajdujemy w zacytowanych poprzednio tablicach barometrycznych Jordana dla argumentów  $t$  i  $p$ .

Dla wartości, podanych poprzednio, otrzymamy dla

$$p = \frac{1}{2} (737,25 + 713,65) = 725,45 \text{ mm i } t = \frac{1}{2} (19,7^\circ + 19,3^\circ) = 19,5^\circ,$$

przy pomocy interpolacji między odpowiednimi wartościami tablic,  $(\Delta h)_y = 11,85$  m; ponieważ  $p_1 - p_2 = 23,6$  mm, przeto

$$h = 11,85 \cdot 23,6 = 279,7 \text{ m.}$$

Przyrządy. Używane są prawie wyłącznie barometry metalowe czyli aneroidy, wyjątkowo barometry rtęciowe (jako bazy „stacyjne“).

Stan odczytany na aneroidzie  $A$  należy uzupełnić następującymi poprawkami:

- |                |  |   |      |
|----------------|--|---|------|
| $a.$           | (poprawką stałą)   | } | (10) |
| $b. t_A$       | (poprawką ze wzgl. na temperaturę aneroidu $t_A$ )           |   |      |
| $c. (760 - A)$ | (poprawką ze wzgl. na błędy mechanizmu i podziałki aneroidu) |   |      |

wzgl. poprawkami rzędu 2-go:

- |                                  |   |      |
|----------------------------------|---|------|
| $d. t_A^2$                       | } | (10) |
| $e. (760 - A)^2$                 |   |      |
| $f. t_A \cdot t \cdot (760 - A)$ |   |      |

$a, b, c, d, e, f$  są wielkościami stałymi.

<sup>1)</sup> Jordan, Barometrische Höhentafeln, Stuttgart 1870, lub wyd. II., Stuttgart 1880; Jordan, Barometrische Höhentafeln für Tiefland und für große Höhen, Hannover, He. wing, 1886.

Po uwzględnieniu powyższych poprawek  $B_0$ , tj. odczyt na barometrze rtęciowym z uwzględnieniem redukcji na  $0^\circ \text{C}$  przedstawi się w postaci:

$$B_0 = A + a + b \cdot t_A + c(760 - A) + \underbrace{d \cdot t_A^2 + e(760 - A)^2}_{\text{...}} \quad (11)$$

Dwa ostatnie wyrażenia są zw. niewielkie, tak, że z reguły ograniczamy się tylko do trzech poprawek.

Stałe aneroidu ulegają, o ile przyrząd jest jeszcze stosunkowo niedawno sporządzony, pewnym zmianom; najłatwiej stała  $a$ , którą jednak łatwo wyznaczyć znając wartości reszty stałych przez porównanie z  $B_0$ , stanem barometru rtęciowego, zredukowanym na  $0^\circ \text{C}$ . Celem wyznaczenia stałych wykonywa się szereg spostrzeżeń przy różnych stanach temperatury przyrządu  $t_A$ , oraz różnych odczytach  $A$ , tj. różnem ciśnieniu, porównując równocześnie wyniki z odpowiednimi stanami barom.  $B_0$ . W praktyce spotykamy aneroidy systemu Naudeta, Bohnego, oraz kompensacyjny Goldschmida (Usteri-Reinach w Zurychu).

Drugim przyrządem, uż. rzadko jako przyrząd stacyjny, tj. pozostający stale na jednym i tem samym miejscu, i służącym do porównywania stanów z aneroidami, używanemi do badania ciśnienia poza obrębem stacji, jest barometr rtęciowy.

Poprawki dla barometrów rtęciowych dotyczą temperatury rtęci i podziałki (redukcja na  $0^\circ \text{C}$ ), która wynosi dla skali mosiężnej i temperatury normalnej  $0^\circ \text{C}$ :  $-0,000162 B t_B$  ( $B$  odczyt na barometrze,  $t_B$  temperatura przyrządu w chwili odczytu), poprawki ze względu na siłę ciężkości:  $-B(0,000314 + 0,002644 \cos 2\varphi)$  i pewnej poprawki stałej, wywołanej działaniem sił włoskowatych w rurce barometru, i nieodpowiedniem umieszczeniem skali odczytywanej, którą można skonstatować porównując odczyty z barometrem normalnym lub przyrządem do mierzenia ciśnienia powietrza przy pomocy temperatury wrzenia. Najważniejsze i bezwarunkowo konieczne do uwzględnienia są: pierwsza i ostatnia.

Temperaturę powietrza  $t$  mierzymy przy pomocy termometru wirującego, zawieszonoego jednym końcem na silnym sznurku około 20 cm długim, konstatując jego stan po dokonaniu nim 50—100 szybkich obrotów.

Metody pomiarów i obliczenie wysokości. a) Metoda interpolacyjna nadaje się szczególnie w przypadkach, gdy na terenie znajduje się dość znaczna liczba punktów o znanych wysokościach. Przeprowadzamy ciągi barometryczne między powyższymi punktami, wyznaczając wysokości punktów pośrednich. Jeżeli ( $A$ ) i ( $B$ ) są punktami o znanych wysokościach, rozpoczynamy pomiar na jednym z nich, np. ( $A$ ), odczytując na nim stan aneroidu  $A$ , temperaturę przyrządu  $t_A$ , temperaturę powietrza  $t$  przy pomocy termometru wirującego (około 50—100 obrotów), oraz czas pomiaru. Tak samo postępujemy na każdym następnym punkcie, nie wyłączając ostatniego ( $B$ ), tj. punktu nawiązania. Następnie obliczamy przy pomocy jednej z formuł, podanych na str. 433 (przybliżonych), albo wysokości poszczególnych  $H'_1, H'_2, \dots, H'_B$  a z nich wzniesienia (różnice wysokości  $h'_{A,1}, h'_{1,2}, \dots, h'_{n,B}$ , albo wprost wzniesienia  $h'_{A,1}, h'_{1,2}, \dots, h'_{n,B}$ , zależnie od użytej formuły. Suma  $\Sigma h'$  powinna równać się różnicy wysokości punktów nawiązania, tj.  $H_B - H_A$ . Ewentualną odchyłkę rozdzielamy na poszczególne  $h'$  proporcjonalnie do czasu. Wysokości punktów pośrednich uzyskujemy dodając do  $H_A$  wyrównane wzniesienia  $h_{A,1}, h_{A,2} = h_{A,1} + h_{1,2}$  itd. Dokładność pomiaru zwiększa się przez użycie dwu aneroidów i równoczesne ich odczytywanie na bezpośrednio po sobie następujących punktach; (aneroidy muszą być ze sobą porównane na początku i końcu pomiaru i ewentualna różnica uwzględniona przez poprawienie odpowiednie poprawki stałej a jednego aneroidu).

b) Pomiar z użyciem przyrządu stacyjnego nadaje się, jeżeli na obszarze zdjęcia jest niewiele punktów nawiązania.

Mniej więcej w średniej wysokości punktów obszaru zdjęcia ustawiamy w dogodnym punkcie przyrząd stacyjny (barometr rtęciowy lub aneroid). Punkt ten, t. zw. stacja, może znajdować się i wewnątrz budynku, co jest szczególnie wskazane przy użyciu barometru rtęciowego; wysokość tego punktu  $P_0$  nie wchodzi zupełnie w grę.

Po porównaniu stanów przyrządu stacyjnego z przyrządem polowym, którym może być tylko aneroid, uzgadnia się stany obu przyrządów przez uwzględnienie odp. poprawki stałej  $a$  aneroidu polowego. Jeden obserwator postrzega w stałych odstępach czasu (co 15—20 min.) stan przyrządu stacyjnego, zatem  $B$  i  $t_B$ , wzgl.  $A_s$  i  $t_A$ , i temperatury powietrza  $t$ , zapisując te daty w odpowiednich rubrykach.

Z dat tych oblicza się następnie  $B_0$  dla poprzednio wspomnianych momentów obserwacji, wzgl. można przy pomocy interpolacji (rachunkowej lub wykreślnej) wyznaczyć  $B_0$  na stacji w dowolnym momencie czasu podczas trwania pomiarów.

Obserwator drugi mierzy tymczasem na każdym punkcie, wchodzącym w rachubę, temperaturę powietrza, oraz konstatuje czas obserwacji i stan aneroidu  $A$  wraz z temperaturą przyrządu  $t_A$ , przyczem nawiązuje się przynajmniej do jednego punktu o znanej wysokości. Po ukończonym pomiarze na stacji ponownie porównuje się odczyty na przyrządach. Różnicę w odczytach albo rozdziela się proporcjonalnie do czasu, albo zmienia poprawkę  $a$  aneroidu polowego na średnią z wartości na początku i końcu pomiaru. Przy różnicach większych pomiar powtórzyć. Wreszcie obliczamy dla każdego punktu  $B_0$ , a porównywując w odpowiednim czasie  $B_0$  na stacji, wyznaczamy ostatecznie wzniesienia poszczególnych punktów względem stacji i wzniesienia poszczególnych punktów ponad punkt nawiązania.

O ile nawiązano pomiary do kilku punktów o znanej wysokości, należy poszczególne wzniesienia wyrównać jako sieć różnic wysokości (tak, jak sieć nivelacyjną).

Dokładność wyznaczenia wzniesień aneroidami wynosi przy niezbyt wielkich różnicach obu stacji (do około 200 m) średnio: 1,6—2 m.

## VI. Tyczenie tras.

Uwagi wstępne. Usytuowanie trasy w terenie. Trasą nazywamy oś projektu budowli inżynierskiej, wytyczoną na gruncie. W sytuacji (rzucie poziomym) przedstawia się oś projektu w postaci prostych i krzywych (zw. łuków kołowych).

Przed szczegółowym wytyczeniem trasy należy ją odpowiednio usytuować na gruncie. W tym celu obieramy na planie pewną liczbę punktów poligonu osiowego, w szczególności punkty wierzchołkowe tegoż poligonu i staramy się je odnaleźć na gruncie.

Najlepiej sporządzić przed wyjściem w pole szkic z oznaczeniem kierunków i długości (zamierzonych na planie oryginalnym), przy pomocy których odszukuje się wspomniane punkty w polu. Jako punkty i kierunki orientacyjne służą punkty i kierunki poligonów, założonych poprzednio dla zdjęcia terenu, a jeżeli (z powodu łatwości terenu) nie przeprowadzano pomiarów, lecz użyto dla projektu istniejących planów sytuacyjnych (np. katastralnych), punkty i kierunki, zaznaczone na planach, a dające się łatwo odszukać na gruncie (punkty załomów miedz, dróg itp.).

W ten sposób otrzymane na gruncie punkty oznacza się tyczkami mierniczymi i — po wyrównaniu kierunków (na oko) z powodu drobnych niezgodności — wytycza każdy bok poligonu osiowego.

Wytyczenie przeprowadzamy, o ile boki są niedługie, a niema przeszkód, — z punktów wierzchołkowych, w innych przypadkach zw. z punktów, leżących w pośrodku boków; punkty wierzchołkowe otrzymuje się wówczas na przecięciu się odpowiednich boków. Po wytyczeniu prostych wytycza się krzywe (łuki kołowe), łączące poprzednio wytyczone proste. Postępowanie przy wytyczaniu prostych zależy głównie od długości prostych, oraz przeszkód, uniemożliwiających celowanie wzdłuż pewnych części prostych.

**Tyczenie prostych bez przeszkód. 1.** Długość prostej nie przekracza 1 km. Ustawiamy się na jednym końcu prostej, wprowadzamy oś celową lunety w płaszczyznę pionową, przechodzącą przez początkowy i końcowy punkt prostej; wyznaczamy w odstępach 50—100 m punkty pośrednie prostej, poczynając od najbardziej oddalonych, w ten sposób, że pomocnik (figurant) ustawia tyczkę w pewnych z góry oznaczonych punktach, leżących w przybliżeniu na prostej, i kierując się znakami lub sygnałami akustycznymi, udzielonemi mu przez inżyniera, znajdującego się przy przyrządzie, wprowadza tyczkę ostatecznie do poprzednio wspomnianej płaszczyzny pionowej. Po zabicciu pala (około 15 cm średnicy) w miejscu wytyczanego punktu, powtarza się opisana czynność w celu dokładniejszego oznaczenia punktu na głowie pala, i wbija gwóźdź w miejscu wskazanem przez spód tyczki.

**2.** Długość prostej wynosi kilka kilometrów. Jako sygnału należy użyć na końcowym punkcie prostej, jakoteż i przy wytyczaniu odleglejszych punktów, tarcz pomalowanych w pasy (pola) białe i czerwone, a gdy to nie wystarczy, zastosować jeden z następujących sposobów:

a) Prosta wytycza się w nocy przy użyciu odpowiednich lamp (acetylenowych) jako sygnałów. Na wytyczenie każdego punktu przeznaczają się pewną ilość czasu; pomocnicy porozumiewają się zap. umówionych sygnałów świetlnych. Krzyż nitkowy teodolitu musi być podczas tyczenia odpowiednio oświetlony; w braku odpowiedniego urządzenia, można użyć do tego celu choćby ćwiartki papieru białego, umieszczonej odpowiednio przed lunetą, która oświecili nitki w lunecie, odbijając światło umieszczone poza obserwatorem. O ile nie potrafimy wytyczyć pewnego punktu — z powodu niedojścia do skutku porozumienia z pomocnikiem w czasie, przeznaczonym do wytyczenia tego punktu — wytyczamy go za dnia, nawiązując się do najbliższych punktów wytyczonych.

b) W nocy wytycza się tylko w przybliżeniu poszczególne punkty i mierzy dokładnie kąty odchylenia  $\alpha$ , tak wytyczonych kierunków od kierunku prostej (tj. do punktu końcowego). Po zmierzeniu odległości między tak wytyczonymi punktami, przesuwa się poszczególne punkty w odpowiednim kierunku o odstęp  $d \frac{\alpha''}{\rho''} = d \frac{\alpha''}{206265''}$ , przyczem  $d$  oznacza odległość odnośnego punktu od punktu początkowego prostej (tj. stanowiska przyrządu).

c) Wytyczenie można przeprowadzić z dowolnego punktu prostej, przez co skraca się znacznie długości wytyczanych części prostej. Ustawivszy przyrząd w punkcie  $C'$ , leżącym w przybliżeniu na prostej  $A-B$ , mierzymy kąt  $\gamma$  (fig. 104). Znajdając  $A C'$  i  $C' B$ , odmierzamy z punktu  $C'$  w kierunku poprzecznym (w przybliżeniu  $\perp$  do  $A C$ )

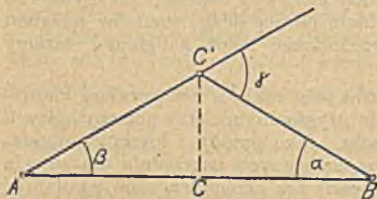


Fig. 104.

$$d = \frac{A C'}{A B} \frac{\gamma''}{\rho''}, \text{ przyczem } A B = \infty A C' + C' B \dots (1)$$

O ile nie znamy  $A'C'$  i  $C'B$ , przesuwamy się po zmierzeniu na punkcie  $C'$  kąta  $\gamma_1$  o pewien odstęp ( $d$ ) do punktu  $C''$ , w którym mierzymy kąt  $\gamma_2$ . Przesunięcie w kierunku poprzecznym  $d_2$ , konieczne, aby znaleźć się w punkcie  $C$ , leżącym na prostej  $A-B$ , wynosi:

$$d_2 = \frac{(d)}{\gamma_1'' - \gamma_2''} \gamma_2'' \dots \dots \dots (2)$$

Kąty  $\gamma$  należy zmierzyć bardzo starannie w obu położeniach lunety. Przesunięcie poprzeczne uskuteczniamy zawsze w kierunku kąta  $A'C'B$  mniejszego od  $180^\circ$ .

3. Długość prostej wynosi około 10 km. Tu nie wystarczają zwykłe sposoby podane poprzednio, lecz należy oprzeć się na triangulacji państwowej lub założyć sieć specjalną, redukującą się zazwyczaj do łańcucha trójkątów (por. fig. 105).

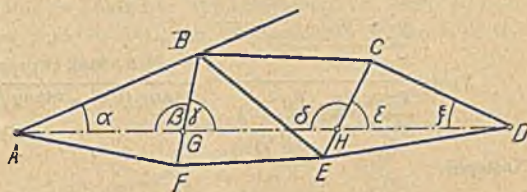


Fig. 105.

Po wyrównaniu sieci, obliczamy spólrzędne jej punktów w dowolnie przyjętym układzie, np.  $x_A = 0, y_A = 0, (a)_{AB} = 0^\circ$ , a następnie

$$\left. \begin{aligned} \text{tang } \alpha &= \frac{y_D}{x_D}, & \xi &= (a)_{D.C} - (a)_{D.A}, \\ \beta &= (a)_{F.B} - (a)_{D.A}, & \delta &= (a)_{E.C} - (a)_{A.D}, \\ \text{przyczem } \text{tang } (a)_{D.C} &= \frac{y_C - y_D}{x_C - x_D}, & \text{tang } (a)_{D.A} &= \frac{-y_D}{-x_D}, \\ \text{tang } (a)_{F.B} &= \frac{y_B - y_F}{x_B - x_F}, & \text{tang } (a)_{E.C} &= \frac{y_C - y_E}{x_C - x_E} \text{ itd.} \end{aligned} \right\} (3)$$

Spólrzędne punktu  $G$  otrzymamy z równań:

$$y - y_B = \frac{y_F - y_B}{x_F - x_B} (x - x_B) \quad \text{i} \quad y = \frac{y_D}{x_D} x, \dots \dots \dots (4)$$

odpowiadających prostym  $BF$  i  $AD$ , zatem

$$\left. \begin{aligned} x_G &= \frac{\frac{y_F - y_B}{x_F - x_B} x_B - y_B}{\frac{y_F - y_B}{x_F - x_B} - \frac{y_D}{x_D}} = \frac{x_B \cdot \text{tang } (a)_{B.F} - y_B}{\text{tang } (a)_{B.F} - \text{tang } (a)_{A.D}} \\ &= \frac{x_B - y_B \cotang (a)_{B.F}}{1 - \text{tang } (a)_{A.D} \cotang (a)_{B.F}} \end{aligned} \right\} (5)$$

$$y_G = x_G \frac{y_D}{x_D} = \frac{\frac{y_F - y_B}{x_F - x_B} x_B - y_B}{\frac{y_F - y_B}{x_F - x_B} - \frac{y_D}{x_D}} \frac{y_D}{x_D} = \frac{x_B \cdot \text{tang } (a)_{B.F} - y_B}{\text{tang } (a)_{B.F} \cotang (a)_{A.D} - 1}$$

Analogicznie:

$$x_H = \frac{\frac{y_E - y_C}{x_E - x_C} x_C - y_C}{\frac{y_E - y_C}{x_E - x_C} \frac{y_D}{x_D}} = \frac{x_C - y_C \operatorname{ctang}(\alpha)_{C.E}}{1 - \operatorname{tang}(\alpha)_{A.D} \operatorname{ctang}(\alpha)_{C.E}} \quad (5^*)$$

$$y_H = \frac{\frac{y_E - y_C}{x_E - x_C} - y_C}{\frac{y_E - y_C}{x_E - x_C} \frac{x_D}{y_D} - 1} = \frac{x_C \operatorname{tang}(\alpha)_{C.E} - y_C}{\operatorname{tang}(\alpha)_{C.E} \operatorname{ctang}(\alpha)_{A.D} - 1}$$

Następnie:

$$FG = \frac{x_G - x_F}{\cos(\alpha)_{F.G}} = \frac{y_G - y_F}{\sin(\alpha)_{F.G}}, \quad EH = \frac{x_H - x_E}{\cos(\alpha)_{E.H}} = \frac{y_H - y_E}{\sin(\alpha)_{E.H}} \quad (6)$$

Po ustaleniu punktów  $G$  i  $H$  wytyczamy prostą z punktów  $A$ ,  $G$ ,  $H$  i  $B$  przy pomocy kątów  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\epsilon$ ,  $\xi$ .

Zamiast posługiwać się wzorami (4), (5), (5\*) i (6) można wyznaczyć  $FG$  i  $EH$  z odpowiednich trójkątów, obliczywszy poprzednio kąty  $\alpha$  i  $\xi$ :

$$\left. \begin{aligned} FG &= AF \frac{\sin(A - \alpha)}{\sin \gamma} = AF \frac{\sin(A - \alpha)}{\sin(F + A - \alpha)} \\ EH &= ED \frac{\sin(D - \xi)}{\sin \delta} = ED \frac{\sin(D - \xi)}{\sin(E + D - \xi)} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\text{zarazem: } \left. \begin{aligned} \beta &= F + A - \alpha, & \gamma &= 180^\circ - (F + A - \alpha), \\ \delta &= 180^\circ - (E + D - \xi), & \epsilon &= E + D - \xi \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

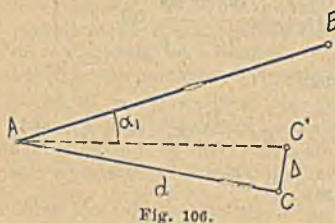


Fig. 106.

$\beta$  Wytyczenie kątów: Przypuśćmy, że mamy wytyczyć kąt  $\alpha$  w punkcie  $A$  od zaznaczonego na terenie kierunku  $AB$  (patrz fig. 106). Wytyczamy najpierw  $AC'$ , posługując się przytem odczytami w jednym położeniu lunety, następnie mierzymy bardzo dokładnie kąt wytyczony, a po przekonaniu się, że wynosi on  $\alpha'$ , nie  $\alpha$ , obliczamy poprawkę

$$\Delta \alpha = \alpha - \alpha' \quad (9)$$

a wytyczony punkt  $C'$  przesuujemy, zależnie od znaku  $\Delta \alpha$ , o odstęp

$$\Delta = C'C = d \frac{\Delta \alpha''}{\rho''} \quad (10)$$

Tyczenie prostych, o ile zachodzą przeszkody (wzgórza, budynki itp.).  $\alpha$ ) Proste niezbyt długie (do 1 km) i w wielu punktach łatwo dostępne tyczymy zwykle przy pomocy drugiej prostej, nachylonej do właściwej pod możliwie najmniejszym kątem (fig. 107).

Po obraniu kierunku  $AC$  (możliwie najbliższej przeszkód) wytyczamy na nim punkty  $D'$ ,  $E'$ ,  $F'$ ,  $G'$  itd. aż do punktu  $C$  i mierzymy poszczególne odcinki tej prostej, jakoteż prostą  $BC$  i kąt  $\alpha$ . Punkty  $D'$ ,  $E'$ ,  $F'$ ,  $G'$  itd. należy tak obrać, aby można było przejść z nich pod kątem prostym na odpowiednie punkty  $D$ ,  $E$ ,  $F$ ,  $G$  itd. Następnie obliczamy  $CB' = b \cos \alpha$ ,  $BB' = b \sin \alpha$ , oraz poszczególne rzędne

$$D'D = AD' \frac{B'B}{AC - b \cos \alpha}, \quad E'E = AE' \frac{B'B}{AC - b \cos \alpha} \quad \text{itd.} \quad (11)$$

i wytyczamy poszczególne partje prostej bez trudności.

b) Zakładamy ciąg poligonowy (fig. 108) — (szczególnie, gdy przeszkodą jest las).

Mierząc kąty po lewej stronie ciągu, w tym przypadku od  $B$  do  $H$ , oraz wszystkie boki, obliczamy w układzie (najkorzystniej:  $x_A = 0$ ,  $y_A = 0$ ,  $(a)_{A,B} = 0^\circ$ ), współrzędne punktów poligonu. Wyznaczenie wielkości kątów  $\alpha$  i  $\xi$  następuje wedle wzoru 3. str. 439.

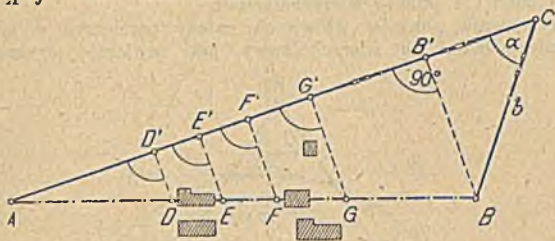


Fig. 107.

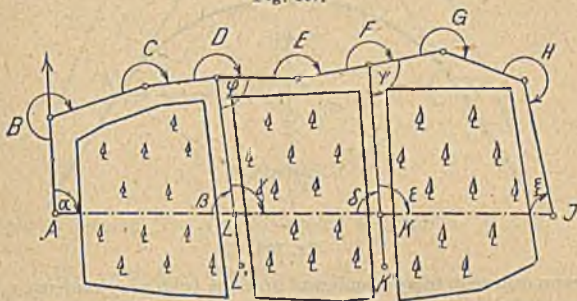


Fig. 108.

Chcąc prostą wytyczyć dokładnie, korzystamy (o ile przeszkodą jest las) z linii leśnych, mierząc na punktach, założonych u wylotu linii leśnych, kąty  $\varphi$  i  $\psi$  do punktów  $L'$  i  $R'$ . Dodając owe kąty do wartości azymutów  $(a)_{D,E}$  i  $(a)_{F,G}$ , otrzymujemy wartości azymutów  $(a)_{DL'}$  i  $(a)_{FK'}$ , które dozwolą nam wyznaczyć kąty  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  i  $\varepsilon$ .

$$\beta = (a)_{DL'} - (a)_{AJ}, \quad \gamma = 180^\circ - \beta, \quad \delta = (a)_{FK'} - (a)_{A,J}, \quad \varepsilon = 180^\circ - \delta \quad (12)$$

Spółrzędne punktów  $L$  i  $K$  potrzebne dla obliczenia  $DL$  i  $FK$  otrzymamy z wzorów.

$$x_L = \frac{x_D - y_D \cotang(a)_{DL'}}{1 - \cotang(a)_{A,J} \cotang(a)_{DL'}}, \quad y_L = \frac{x_D \cotang(a)_{DL'} - y_D}{\cotang(a)_{DL'} \cotang(a)_{A,J} - 1} \quad (13)$$

a analogicznie  $x_k$  i  $y_k$ . Dalsze postępowanie por. końcowy ustęp str. 440.

c) O ile prosta nie jest bardzo długa, a przeszkodę w wytyczeniu stanowi teren, stosujemy b. często sposób podany w ustępie b. str. 438.

d) Bardzo długie proste, jako też osie tunelów, wytyczamy przy pomocy sieci triangulacyjnych, por. ustęp 3. str. 439).

e) W pewnych przypadkach (tyczenie osi tunelów, prostej przez las) stosujemy metodą przedłużania prostych, starając się mieć przed przyrzędem jeden punkt wytyczony poprzednio. O ile przedłużamy prostą, przerywając lunetę, musimy to uczynić w obu jej położeniach, aby uniknąć wpływów błędów kulminacyjnego i inklinacyjnego.

**Łuki kołowe. Wytyczenie punktów głównych.** Punktami głównymi łuku kołowego są punkty: początkowy, środkowy i końcowy łuku. Łuki długie dzielimy z reguły na dwa, każdy odpowiadający połowie łuku całego (ewentualnie na cztery równe części); w tych przypadkach wzrasta ilość punktów głównych na 5 punktów łuku i 2 punkty wierzchołkowe (wzgl. 9 punktów łuku i 4 punkty wierzchołkowe).

Dla wytyczenia punktów głównych należy pomierzyć w sposób bezpośredni lub pośredni kąt wierzchołkowy, jaki zawierają styczne łuku, tj.

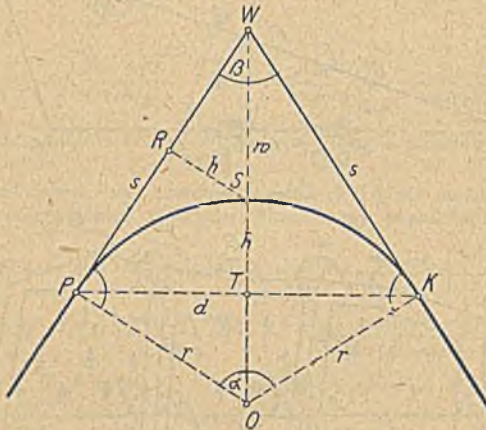


Fig. 100.

boków poligonu osiowego trasy; ponieważ promień łuku przyjmujemy z projektu, posiadamy przeto dostateczną ilość danych do skonstruowania łuku.

1. Wytyczenie punktów głównych, gdy kąt wierzchołkowy  $\beta$  oraz styczne można zmierzyć bezpośrednio.

Po dokładnem zmierzeniu kąta  $\beta$  obliczamy, wzgl. znajdujemy w odp. tablicach<sup>1)</sup>:

$$s = WP = WK = r \cotang \frac{\beta}{2} = r \tan g \frac{\alpha}{2} \quad (\text{gdzie } \alpha = 180^\circ - \beta) \quad (14)$$

$$w = WS = r \tan g \frac{\alpha}{2} \tan g \frac{\alpha}{4} \quad \dots \dots \dots (15)$$

$$h = TS = RS = 2r \sin^2 \left( \frac{\alpha}{4} \right) \quad \dots \dots \dots (16)$$

$$d/2 = PT = TK = PR = r \sin \frac{\alpha}{2} \quad \dots \dots \dots (17)$$

Długości  $s$  odcinamy na obu stycznych z punktu  $W$ . Punkt środkowy łuku  $S$  wytyczamy przy pomocy  $w$  lub  $\frac{1}{2} d$  i  $h$  zależnie od tego, którą drogą dostęp do punktu  $S$  jest wygodniejszy dla pomiaru.

<sup>1)</sup> Skibiński, Tyczenie tras, Lwów. Króhne, Handb. z. Abstecken von Kurven, Lipsk. Sarmazin u. Oberbeck, Taschenbuch zum Abstecken von Kreisbögen, Berlin, Perndt, Tafeln z. Abstecken von Kreisbögen durch Polarkoordinaten. Wien.



2. Wytyczenie punktów głównych, gdy wierzchołek  $W$  nie jest dostępny, lub bardzo oddalony.

a) Obieramy na stycznych punkty  $A$  i  $B$  tak, aby można było wygodnie pomierzyć prostą  $AB = b$ , oraz kąty  $\varphi$  i  $\psi$  (patrz fig. 110).

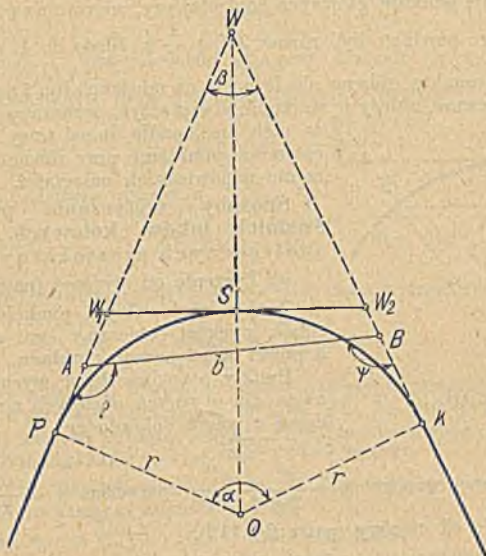


Fig. 110.

Następnie obliczamy  $\beta = \varphi + \psi - 180^\circ$ ,  $\alpha = 360^\circ - (\varphi + \psi)$  . . (18)

$$WP = WK = r \tan \frac{\alpha}{2}$$

zaś

$$WA = b \frac{\sin \psi}{\sin \beta}, \quad WB = b \frac{\sin \varphi}{\sin \beta}$$

$$\left. \begin{aligned} AP = WP - WA = r \tan \frac{\alpha}{2} - b \frac{\sin \psi}{\sin \beta} \\ BK = WK - WB = r \tan \frac{\alpha}{2} - b \frac{\sin \varphi}{\sin \beta} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (19)$$

Dla wyznaczenia punktu  $S$  można użyć — o ile to możliwe — sposobów, opartych na wzorach (16) i (17), wytyczając go od stycznej lub cięciwy. Jeżeli to niemożliwe, należy wyznaczyć na stycznych punkty  $W_1$  i  $W_2$ , obliczając odstępę wedle wzoru

$$PW_1 = W_1S = SW_2 = W_2K = r \tan \frac{\alpha}{4} \dots \dots \dots (20)$$

b) W przypadku, gdy obranie prostej  $AB$  okazuje się niemożliwe, zastępujemy ją odpowiednim poligonem, wzgl. bokiem małej sieci triangulacyjnej, obranej w tym celu. Obierając jeden z punktów, leżących na stycznej, np.  $A$ , jako punkt początkowy, a kierunek  $AW$  za oś  $x$ -ów, obliczamy wedle uwag poprzednich tak kąt  $s$ , jak i odległości, potrzebne do ustalenia punktów głównych.

Długość łuku wynosi przy kącie środkowym  $\alpha$ :

$$\ell_{P.K} = r \frac{\alpha^{\circ}}{\rho^{\circ}} = r \pi \frac{\alpha^{\circ}}{180^{\circ}} \dots \dots \dots (21)$$

Wytyczenie punktów głównych kontrolujemy, mierząc na p. S kąty  $PSW$  i  $WSK$ , które powinny być równe  $90^{\circ} + \frac{1}{4} \alpha$ . Błędy do 1' zw. tolerujemy.

Ponieważ punkty główne nie leżą zw. na miedzach itp. i mogą być z tego powodu zniszczone, należy je starannie ubezpieczyć, oznaczając poprowadzone w nich prostopadłe do osi trasy dwoma, wzgl. czterema punktami przy równoczesnem zmierzaniu odpowiednich odległości.

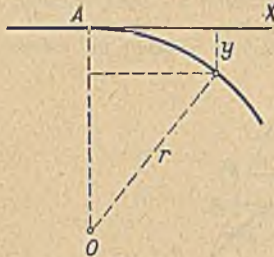


Fig. 111.

Sposoby wytyczania punktów pośrednich łuków kołowych. 1. Metoda współrzędnych prostokątnych.

a) Tyczenie od stycznej (patrz fig. 111).

Znając w dowolnym punkcie łuku A kierunek stycznej, obieramy go za oś  $x$ -ów, a punkt A za początek układu.

Punkty pośrednie łuku wyznaczamy, odcinając dla obranych odciętych  $x$  rzędne  $y$ , obliczone z wzoru dokładnego:

$$y = r - \sqrt{r^2 - x^2} \dots \dots \dots (22)$$

lub uproszczonego:  $y = \frac{x^2}{2r} + \frac{y'^2}{2r}$ , przy czym  $y' = \frac{x^2}{2r} \dots \dots (23)$

b) Tyczenie od cięciwy (patrz fig. 112).

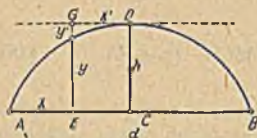


Fig. 112.

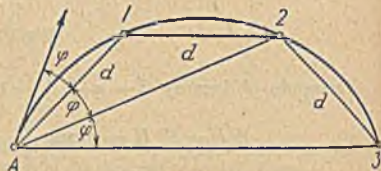


Fig. 113.

Tycząc łuk od cięciwy ( $A =$  początkowy układ, kierunek cięciwy = oś  $x$ -ów), otrzymamy ze względu, że  $y' = r - \sqrt{r^2 - x'^2}$ ,  $x' = \frac{d}{2} - x$ , związek:

$$y = h - y' = h - r + \sqrt{r^2 - \left(\frac{d}{2} - x\right)^2} \dots \dots \dots (24)$$

lub w przybliżeniu  $y = h - \frac{(d/2 - x)^2}{2r} \dots \dots \dots (24^*)$

przy czym  $h = 2r \sin^2 \frac{\alpha}{4}$ , zaś  $\frac{1}{2} d = r \sin \frac{\alpha}{2}$ .

Metody tej można użyć przy wytyczaniu punktów głównych, o ile kąty proste będziemy tyczyli przy pomocy teodolitu; przy wytyczaniu punktów pośrednich używa się w tym celu węgielnicy przyrzątecznej.

2. Metoda biegunowa (kątowna obwodowych). Równym odcinkom  $\ell$  łuku tego samego koła odpowiadają równe kąty obwodowe  $\varphi$ , przy czym (patrz fig. 113):

$$\varphi^{\circ} = \frac{90^{\circ} \ell}{\pi r} \dots \dots \dots (25)$$

Mając w pewnym p.  $A$  koła wyznaczony kierunek stycznej, obliczamy — dla oznaczenia punktu (1) odległego od p.  $A$  o łuk  $l$  — odpowiadający kąt  $\varphi$  z wzoru (25). Następnie wytyczamy w punkcie  $A$  od stycznej kąt  $\varphi$  i odcinamy na tak wytyczonym kierunku długość

$$d = 2r \sin \varphi . . . . . (26)$$

O ile stosunek  $\frac{l}{r}$  jest niewielki (tj. przy dużych  $r$ ), można przyjąć  $d = \infty l$ , w przeciwnym razie najlepiej obliczyć  $d$  z wzoru:

$$d = l - \frac{l^3}{24 r^2} \text{ lub } d = l - \frac{l}{24} \left( \frac{l}{r} \right)^2 . . . . . (27)$$

urobionego na podstawie przyjęcia

$$\sin \varphi = \varphi - \frac{\varphi^3}{6}, \quad d = 2r\varphi - r\frac{\varphi^3}{3}, \quad \text{oraz } \varphi = \frac{l}{2r};$$

w praktyce najwygodniej obliczać różnicę  $l - d$ , która wynosi wedle wzoru (27)

$$l - d = \frac{l}{24} \left( \frac{l}{r} \right)^2 . . . . . (28)$$

Wytyczanie dalszych, równo od siebie odległych punktów łuku, przeprowadzamy, wytyczając kolejno w  $A$  kąty  $2\varphi$ ,  $3\varphi$  itd. i doprowadzając z ostatnio wytyczonych punktów odcinki  $d$  do przecięcia się z odpowiednimi promieniami (por. fig. 113).

O ile zmienimy długość odcinka łuku na  $l'$ , należy obliczyć odpowiednie  $d'$ , i kąt  $\varphi'$ , które zastąpią odcinek  $d$  i kąt  $\varphi$ .

Użyteczność wzoru (27) wynika z nast. przykładu:

$r = 50$  m, chcemy wytyczyć punkty łuku mimo małego promienia co 20 m. Wedle (27) obliczymy

$$\left( \frac{l}{r} \right) = \frac{2}{5} = 0,4, \quad \frac{20}{24} (0,4)^2 = 0,13 \text{ m}, \quad d = 19,87 \text{ m}.$$

Dłużej trwa wyznaczenie  $d$  przy pomocy wz. (26) nawet przy użyciu tablic. Najpierw trzeba znaleźć kąt obwodowy  $\varphi = \frac{\alpha}{2}$  dla  $l = 20$  m i  $r = 50$  m; dla  $l = 2$  m wynosi kąt obwodowy  $1^\circ 8' 45''$ , zatem dla  $l = 20$  m jest  $\varphi = \frac{\alpha}{2} = 11^\circ 27' 30''$ , a przeto  $\alpha$  wynosi  $22^\circ 55'$ . Teraz należy znaleźć dla argumentu  $\alpha$  odpowiednie  $d = 19,87$  m.

Metoda ta jest bardzo często używana w praktyce. Ze względu na dokładność wyznaczenia poszczególnych punktów najkorzystniej przeprowadzić wytyczanie od punktów dalszych ku stanowisku przyrządu. Długość łuku stwierdzona przy całkowitym pomiarze łuku, musi zgodzić się na kilka cm z długością obliczoną wedle wz. (21) str. 444.

W razie niemożności wytyczenia pewnych punktów z powodu przeszkody w celowaniu, ustawiamy przyrząd na ostatnio wytyczonym punkcie łuku  $A$  i nawiązujemy się do ostatnio wytyczonego kierunku pod kątem  $n\varphi$  przy tyczeniu ku przyrządowi, zaś  $n\varphi \pm 180^\circ$  przy tyczeniu od przyrządu, otrzymując kierunek stycznej w punkcie  $B$ , poczem przeprowadzamy dalsze tyczenie j. w.

3. Metoda kątów stałych. Dwa punkty (główne) łuku  $A$  i  $B$  i kierunek stycznej w jednym z nich, np. w  $A$ , umożliwiają zmierzenie kąta  $\mu$ , zawartego między stycznymi w  $A$ , a cięciwą  $AB$  (patrz fig. 114); konstruując nad cięciwą  $AB = d$ , jako podstawą, trójkąty o kącie przeciwległym  $\mu$ ,

otrzymujemy łuk kołowy o cięciwie  $d$ , styczny w  $A$  do danego kierunku, jako miejsce geometryczne wierzchołków wspomnianych trójkątów.

$$\text{Ponieważ } \mu = 90^\circ + \frac{\beta}{2} = 180^\circ - \frac{\alpha}{2}, \text{ przeto } r = \frac{d}{2 \sin \alpha/2} = \frac{d}{2 \sin \mu} \quad (29)$$

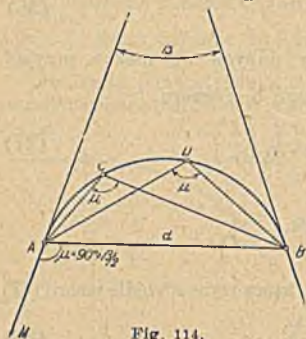


Fig. 114.

Mając do dyspozycji arkograf (przyrząd składający się — podobnie jak krzyż pryzmatyczny — z dwu pryzmatów, dających się jednak tak nastawić, żeby dostarczały obrazów dwu przedmiotów, leżących na ramionach kąta  $\mu$ ), ustawiamy się z nim w  $A$  i skręcamy pryzmaty tak, aby zobaczyć w pryzmatach obrazy punktów  $B$  i  $M$ , leżących na stycznej (w punkcie  $A$ ). Jeżeli stoimy w dowolnym punkcie, wytyczonego łuku kołowego, to zobaczymy w pryzmatach nad sobą obrazy punktów  $A$  i  $B$ . Oczywiście, że punkty wspomnianego łuku kołowego będą się znajdowały po tej stronie cięciwy, po której znajduje się wierzchołek  $M$ .

4. Metoda siecznych (angielska). Gdy przy wytyczaniu łuków nie możemy celować wzdłuż cięciw, jak tego wymaga metoda poprzednia, możemy zastosować sposoby następujące:

a) Sposób przy użyciu teodolitu (wzgl. przyrządu uniwersalnego).

Znając kierunek stycznej w  $A$ , obieramy odpowiednią długość  $d$  i wytyczamy pierwszy punkt łuku, jak przy metodzie biegunowej (patrz ustęp 2. str. 444).

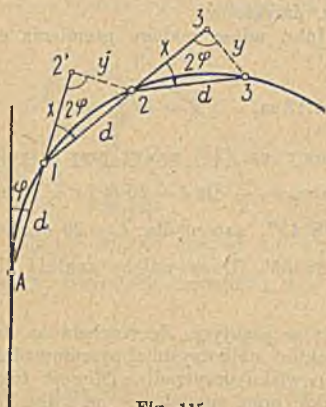


Fig. 115.

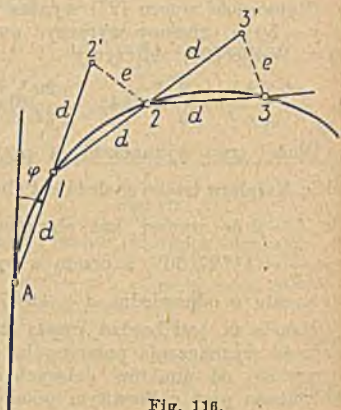


Fig. 116.

Chcąc mieć dalsze punkty łuku wytyczone w odstępach (po cięciwie)  $d$ , przedłużamy kierunek  $A-1$  o długość

$$x = d \cos 2\varphi \dots \dots \dots (30)$$

do punktu  $2'$ , w którym odcinamy do obwodu łuku prostopadłą o długości  $y = d \sin 2\varphi$ . Punkty następne tyczymy tak samo (por. fig. 115).

Możemy też począwszy od p. 2. przedłużać sieczne poza poszczególne punkty o długości  $d$  i z tak uzyskanych punktów i ostatnio wytyczonych punktów łuku uzyskiwać nowe punkty łuku przez doprowadzanie do przecięcia się odcinków  $d$  i  $e = 2d \sin \varphi$  (por. fig. 116).

b) W przypadku wytyczania łuku bez przyrządu kątomierniczego wytyczamy punkt 1. przy pomocy

$$x_1 = d \sqrt{1 - \left(\frac{d}{2r}\right)^2} \approx d \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{d}{2r}\right)^2 \right\}, \quad y_1 = \frac{d^2}{2r} \dots \dots (31)$$

Wytyczenie punktów dalszych jednym ze sposobów, podanych pod a).

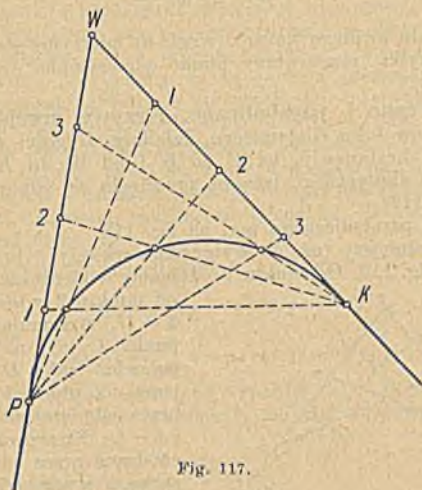


Fig. 117.

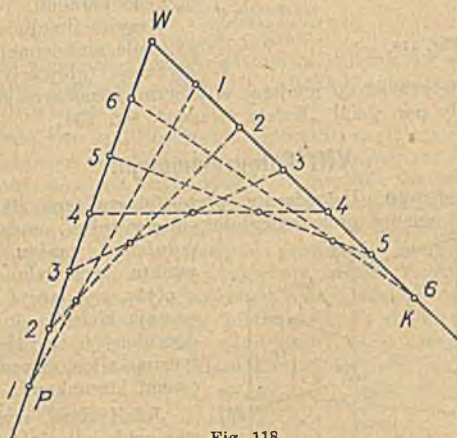


Fig. 118.

5. Tyczenie łuków w tunelach. Konieczna możliwa dokładność; wytyczamy zatem punkty łuku przy pomocy (umiarowego) wieloboku wpisanego w łuk koła. Ponieważ szerokość sztolni przekracza zazwyczaj bardzo niewiele 2 m, dobieramy długość boków poligonu tak, aby strzałka  $h$  między nim, jako cięciwą, a łukiem, nie przekraczała 1 m. Niech będzie kąt środkowy odpowiedniego łuku  $\alpha$ , to ogólnie:

$$\sin^2 \frac{\alpha}{4} = \frac{h}{2r} \dots \dots \dots (32)$$

$$\text{a dla } h = 1 \text{ m} \quad \sin \frac{\alpha}{4} = \frac{1}{\sqrt{2} r} \quad (32^*)$$

Zewnętrzny kąt wierzchołkowy poligonu  $\beta$  ma wynosić:

$$\beta = 180^\circ + \alpha \quad (33)$$

zaś

$$d = 2 r \sin \frac{\alpha}{2} \quad (34)$$

Po wytyczeniu każdego kąta  $\beta$  (wzgl.  $\alpha$ ) mierzymy go i w razie skostnowania odchyłki, przesuwamy punkt odpowiednio. [Porównaj str. 440. wzory (9) i (10)].

**Łuki eliptyczne i paraboliczne. Krzywe przejściowe.** Dla wyznaczenia punktów łuku eliptycznego, dzielimy długości  $PW$  i  $WK$  na  $n$  równych części, licząc je od  $P$  do  $W$  i od  $W$  do  $K$ , lub odwrotnie.

Punkty łuku eliptycznego leżą na przecięciu się odpowiednich promieni  $PJ$  i  $KJ$  (fig. 117).

Punkty łuku parabolicznego por. na fig. 118.

Sposób dokładniejszy (uż. do wytyczania wklęsłych brzegów rzek przy regulacji), por. fig. 119. Od punktu 1 odcinamy w kierunku 1' długość 1'-I,

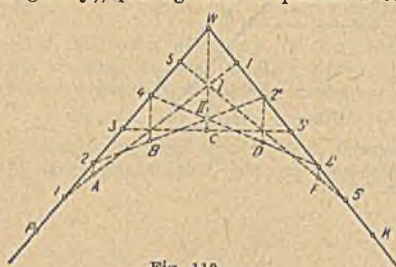


Fig. 119.

od punktu 2 w kierunku 2' długość 2'-II, otrzymując punkty  $A$  i  $B$ , punkt  $C$  leży na prostej 3-3' w połowie, zaś  $D$  i  $E$  otrzymujemy na prostych 4-4' i 5-5' przez odmierzanie odcinków 4-II i 5-I. Kreskowane proste, przechodzące przez odnośne punkty, są zarazem stycznymi w tychże punktach do paraboli.

Krzywe przejściowe (zazwyczaj parabole sześciennne) tyczy się od stycznej (główniej) przy pomocy

rzędnych i odciętych aż do miejsca, w którym rozpoczyna się łuk właściwy. Bliższe szczegóły por. dział „Koleje żelazne”, str. 231.

## VII. Fotogrammetria.

**Pojęcia wstępne.** Ustawwszy płytę fotograficzną (tj. tło perspekt.) w odpowiedniej znanej nam odległości obrazowej  $d$ , możemy, — znając

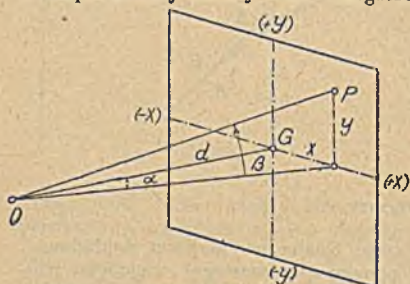


Fig. 120.

położenie punktu głównego, tj. punktu przebiecia osi optycznej z płytą, wyznaczyć kąty, jakie zawierają kierunki do punktów uwidoczniionych na zdjęciu, z osią optyczną, a tem samem i kąty między owymi kierunkami.

Jeżeli zatem, wykonując z dwu stanowisk zdjęcia fotograficzne, potrafimy ustalić położenia osi optycznych (promieni głównych) i płyt fotograficznych (klisz), to możemy wyznaczyć w przestrzeni położenia punktów, uwidoczniionych

na kliszach obu zdjęć, jako punkty przecięcia się odpowiednich promieni dwu zorientowanych wiązek.

Przyrządy: Fotogrammetry mają dodaną do kamery busole, mogą być zatem użyte tylko do zdjęć pobieżnych. Dokładnej orjentacji osi

optycznej i wiązki promieni, przechodzącej przez odpowiednie punkta uwidocznione na kliszy, dostarcza fototeodolit, tj. teodolit, wzgl. przyrząd uniwersalny w połączeniu z kamerą fotograficzną.

**Spółrzędne tłowe.** Zasadnicze wzory fotogrammetryczne. Przy zdjęciach fotogrammetrycznych osiągamy orientację promienia głównego, tj. osi optycznej obiektywu zazwyczaj przez bezpośredni pomiar kąta, jaki promień główny zawiera z podstawą zdjęcia, a więc prostą, z której końców dokonujemy dwu zdjęć, oraz kąta pionowego promienia głównego. Płaszczyzna pionowa, poprowadzona przez promień główny, przecina tło (tj. kliszę) wzdłuż prostej, którą przyjmujemy za oś  $y$ -ów, a prostopadłą do niej, poprowadzoną przez punkt główny  $G$  (przebiecia osi optycznej) za oś  $x$ . Kierunek dodatni osi  $x$ -ów przyjmujemy na prawo, osi  $y$ -ów ku górze. Spółrzędne prostokątne tego układu nazywamy spółrzędnymi tłowymi.

Możemy zatem określić położenie każdego punktu na kliszy przy pomocy spółrzędnych tłowych i zarazem ustalić związki zasadnicze między spółrzędnymi tłowymi a kątami poziomymi, liczonemi od kierunku promienia głównego i kątami pionowymi.

a) Tło pionowe podczas zdjęcia.

$$\text{Wtedy:} \quad \text{tang } \alpha = \frac{x}{d} \quad (\text{kąt poziomy}) \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{tang } \beta = \frac{M}{d} \cos \alpha \quad (\text{kąt pionowy}) \dots \dots \dots (2)$$

b) Tło odchylone od pionu pod kątem  $\pm \omega$ .

Promień główny — jako prostopadły do tła — zawiera z poziomem również kąt  $\pm \omega$ .

$$\text{Wtedy (dla } \pm \omega): \quad \text{tang } \alpha = \frac{x}{d \cos \omega - y \sin \omega} \dots \dots \dots (3)$$

$$\text{tang } \beta = \frac{d \sin \omega - y \cos \omega}{d \cos \omega - y \sin \omega} \cos \alpha \dots \dots \dots (4)$$

Wyznaczenie położenia punktów, zdejmowanych jak też i ich wysokości, obliczymy, znając podstawę zdjęcia (tj. odległość obu stanowisk zdjęcia) rachunkowo, lub wykreślić.

**Wyznaczenie osi spółrzędnych tłowych,** czyli t. zw. orientacji wewnętrznej. Przybliżone położenie obu osi spółrzędnych zaznacza się na kliszach, jako obraz 4-ech na krzyż ułożonych punktów na kraju klisz, które połączone ze sobą odpowiednio, dostarczają osi tłowych. Zamiast 4-ech punktów mogą zaznaczać się tylko 3, mianowicie 2 dla osi t. zw. pionowej i 1 dla t. zw. poziomej, przez który prowadzimy prostopadłą do poprzedniej.

Wyznaczenie położenia osi: Wykonywamy zdjęcie fotograficzne z dowolnego stanowiska przy pionowym położeniu kliszy, mierząc równocześnie kąty poziome  $\varphi_1$  i  $\varphi_2$ , zawarte między kierunkami do trzech punktów, oraz odnośne kąty pionowe. Na kliszy odmierzamy (ewentualnie śrubą mikrometryczną) odstępów punktów w kierunku osi  $x$ -ów, tj.  $m$  i  $n$  na fig. 121.

$$\text{Obliczamy} \quad \text{tang } \lambda = \frac{m \cdot \sin \varphi_2}{\sin \varphi_1 \cdot n} = \frac{\sin \nu}{\sin \mu} \dots \dots \dots (5)$$

$$\text{i} \quad \text{tang } \frac{\mu - \nu}{2} = \text{tang } \frac{\mu + \nu}{2} \text{ tang } (45^\circ - \lambda) \dots \dots \dots (6)$$

$$\text{przyczem} \quad \frac{\mu + \nu}{2} = 90^\circ - \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2};$$

odległość obrazowa  $d$ , która przy większych odległościach jest w przybliżeniu, wystarczającym dla celów praktycznych, równą  $f$ , ogniskowej obiektywu, otrzymujemy z wzoru

$$d = (m + n) \frac{\sin \mu \sin \nu}{\sin (\varphi_1 + \varphi_2)} \dots \dots \dots (7)$$

Wartości współrzędnych tłowych punktów 1. i 3. są:

$$x_1 = -(m+n) \frac{\sin \nu \cos \mu}{\sin(\varphi_1 + \varphi_2)}, \quad x_3 = (m+n) \frac{\sin \mu \cos \nu}{\sin(\varphi_1 + \varphi_2)} \quad (8)$$

Przy ich pomocy wyznaczmy dokładne położenie osi  $y$ -ów; zazwyczaj nie przesuwamy wskaźników, oznaczających nam położenie osi, lecz uwzględniamy poprawkę  $\Delta x$  przy odmierzeniu współrzędnych  $x$ .

Dla usytuowania osi  $x$ -ów obliczamy  $\alpha_1$  i  $\alpha_3$  z wzoru  $\tan \alpha = \frac{x}{d}$ , następnie

$$y_1 = d \frac{\tan \beta_1}{\cos \alpha_1}, \quad y_3 = d \frac{\tan \beta_3}{\cos \alpha_3} \quad (9)$$

wartości te, porównane z odpowiednimi wartościami zmierzonymi na kliszy, wyznaczają nam położenie osi  $x$ -ów.

Znając poprawki, jakie należy uwzględnić przy pomiarze współrzędnych tłowych, znamy również dokładnie położenie obu osi współrzędnych. Sposób ten dostarcza także dokładnej wartości na  $d$ , którą przy zdjęciach dla celów inżynierskich jest ogniskowa przyrządu  $f$ .

Zdjęcia, na których jest znane położenie początku układu osi tłowych, określamy jako „wewnętrzne zorjentowane“; prócz orientacji wewnętrznej należy przeprowadzić jeszcze orientację „zewnętrzną“, która polega na ustaleniu w przestrzeni stanowiska zdjęcia i kierunku osi optycznej przyrządu.

Zamiast obliczać kąty poziome i pionowe przy pomocy współrzędnych tłowych, można je wprost zmierzyć na kliszy, o ile zdjęcia dokonano fototeodolitem Koppego (fabrykatu Günthera i Tegetmayera w Brunświku), polegającego na zastosowaniu kolimatora Gaussa. Wyniki, osiągnięte tym sposobem, są bardzo dokładne.

Omówienie zdjęć fotogrammetrycznych ze stanowiska praktyki. Zalety zdjęć fotogrammetrycznych:

1. krótki czas trwania pomiaru w polu,
2. możliwość zdjęcia obszarów niedostępnych,
3. stosunkowo niezbyt wielkie koszty pomiaru.

Wady: 1. zależność przy pracy w polu od pogody w znacznie większym stopniu, niż przy zdjęciach innej kategorii, 2. trudność w identyfikowaniu poszczególnych punktów terenu na kliszach, należących do zdjęć z różnych stanowisk.

Metoda fotogrammetryczna wygodna jest więc w terenach, posiadających wybitne punkty charakterystyczne (tereny skaliste itp.). W praktyce pomagamy sobie przy identyfikowanych punktach wątpliwych, zdejmując je z 3 stanowisk, przy czym każdy punkt wyznacza nam przecięcie się 3 promieni. Ostateczną kontrolę wyznaczenia pewnego punktu stanowi obliczenie (ew. wykreślnie) jego wysokości z 2 (wzgl. 3) stanowisk, przy pomocy kątów wysokości  $\beta$ .

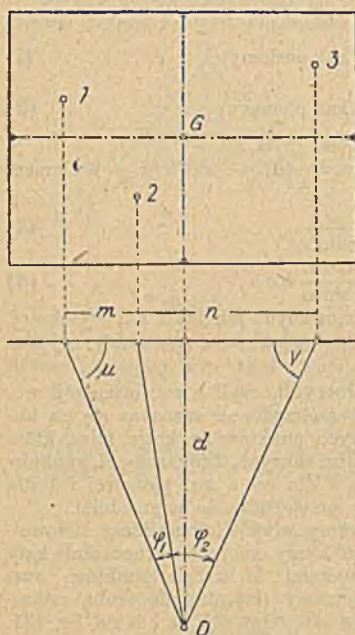


Fig. 121.





dlatego wykonujemy prócz zdjęć normalnych z reguły jeszcze zdjęcia „lewozrotne“ i „prawozrotne“, tj. zdjęcia o osiach optycznych, odchylnych o pewne stałe kąty od ich położenia normalnego. Fig. 123 przedstawia zdjęcie lewozrotne.

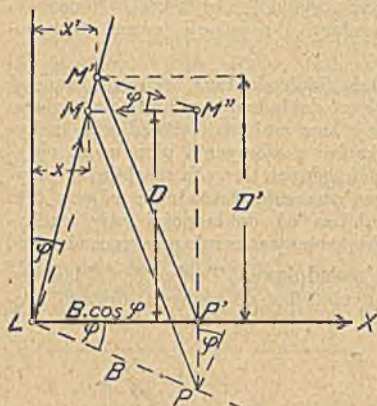


Fig. 123.

wiska prawego, tj. do punktu  $M''$ , a stąd równoległą do kierunku właściwej podstawy  $LP$ , uzyskując na przecięciu się ostatnio poprowadzonej prostej z prostą  $LM'$  punkt  $M$ .

Zatem:

$$\left. \begin{aligned} D &= \frac{B \cos \varphi}{a} f \left( 1 - \operatorname{tang} \varphi \frac{a - x_1}{f} \right) = D' - \frac{a - x_1}{f} D' \operatorname{tang} \varphi \\ X &= \frac{B \cos \varphi}{a} x_1 \left( 1 - \operatorname{tang} \varphi \frac{a - x_1}{f} \right) = X' - \frac{a - x_1}{f} X' \operatorname{tang} \varphi \\ Y &= \frac{B \cos \varphi}{a} y_1 \left( 1 - \operatorname{tang} \varphi \frac{a - x_1}{f} \right) = Y' - \frac{a - x_1}{f} Y' \operatorname{tang} \varphi \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

W praktyce nie używamy zwykle wzorów (13), lecz posługujemy się pierwszym związkiem (12) dla wyznaczenia  $D$ ; przy pomocy  $D'$  znajdujemy na kierunku, odpowiadającym promieniowi  $x_1$ , punkt  $M'$ , z którego przechodzimy na  $M$ . Wysokość znajdujemy z wykresu, sporządzonego dla  $\frac{y_1}{f}$  i różnych odległości, zatem dla długości  $D_M$  otrzymujemy wzniesienie  $Y$ .

Analogiczne wzory i postępowanie stosujemy przy zdjęciach prawozrotnych.

**Przyrządy dla zdjęć stereofotogrammetrycznych.** Najważniejsze: fototeodolit i stereokomparator.

Figura 124 przedstawia fototeodolit Zeissa, przysposobiony specjalnie do zdjęć stereofotogrammetrycznych. Do ustawiania osi optycznej prostopadle do kierunku podstawy służy luneta pryzmatyczna. Kamera jest zaopatrzona w obiektyw systemu „Ortho-Protar“ o ogniskowej długiej około 127 mm; wymiary klisz są 9 cm na 12 cm.

Odczyty na kole poziomem (mikroskopy) można skutecznie na  $0,1' = 6''$ , na kole pionowym (nonjusze) na  $30''$ .

Przyrząd jest równocześnie odległownią dla lat poziomych, aby można było optycznie mierzyć długości podstaw.

Stereokomparator służy, jak wspomnieliśmy, do wyznaczania spólrzędnych tłowych lewego (ewentualnie i prawego) stanowiska, oraz paralaksy linjowej  $u = x_1 - x_2$  (por. fig. 125).

Dolna część przyrządu jest rodzajem stołu żelaznego, którego część wierzchnią stanowi rama przesuwalna wzdłuż podłużnej osi stołu (z jednej ku drugiej stronie obserwatora) pod wpływem ruchu śruby  $X$ . W ramie są umieszczone i z dołu naświetlone klisze (najlepiej pozytywy) lewej i prawej stacji. Śruba  $X$  przesuwa zatem równocześnie obie klisze. Natomiast można kliszę prawą przesunąć względem lewej przy pomocy śruby mikrometrycznej „ $a$ “, t. zw. paralaktycznej.

Wreszcie można przesunąć stereomikroskop, umieszczony nad obu płytami, śrubą  $Y$ , zaś kliszę prawą względem lewej śrubą  $Y'$  w kierunku poprzecznym do ruchu ramy.

Wymierzanie spólrzędnych tłowych i paralaksy:

Najpierw sprowadzamy obrazy wskaźników (krzyży nitkowych) obu mikroskopów (stereomikroskopu) do odległości dobiegu widzenia, następnie zesuwamy oba mikroskopy tak, abyśmy, patrząc do nich równocześnie, widzieli tylko jeden wskaźnik plastycznie, zawieszony niejako w powietrzu. Następnie układamy kliszę lewą tak, aby przy ruchu stereomikroskopu wskaźnik poruszał się po prostej  $y$ , oznaczonej na kliszy dwoma punktami u góry i dołu, przyczem należy wykonać odczyt na podziałce  $x$ , który będzie odpowiadał  $x_1 = 0$ . Tę samą czynność należy przeprowadzić dla kliszy prawej, nie zmieniając położenia kliszy lewej (zatem tylko śrubami  $a$  i  $Y$ ), a stan śruby  $a$  będzie odpowiadał paralaksie równej 0.

Wreszcie należy skonstatować, jakiemu odczytowi na skali  $y$  odpowiada położenie kliszy, przy którym wskaźnik kryje się punktem głównym  $G$ , t. zn. gdy  $y = 0$ .

„Biorąc na uwagę dowolny punkt kliszy lewej, należy nastawić nań wskaźnik, a następnie znaleźć przy użyciu śrub  $a$ ,  $Y$  i ewent.  $Y'$  takie położenie kliszy prawej, abyśmy ujrzeli plastyczny obraz terenu wspom-

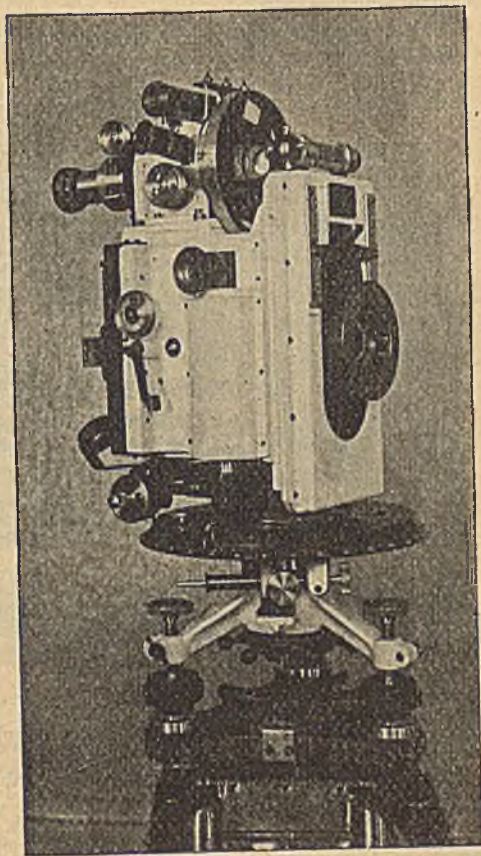


Fig. 124.

nianego punktu tuż pod obrazem wskaźnika. Odczyty na skalach  $x$ ,  $y$  i stan śruby mikrometrycznej dostarczą spórzędnych tlowych i paralaksy linjowej.

Przy zdjęciach lewo- i prawozwrotnych postępowanie jest takie same.

Prócz wyszczególnionych powyżej przyrządów są jeszcze dwa, które, dołączone do stereokomparatora, służą do automatycznego kreślenia planu zdjętego obszaru: stereoplotter Thomsona i stereoautograf Orela. Zaletą obu jest możliwość wyszukiwania na kliszach punktów równej wysokości i konstruowania odpowiednich warstwicy.

Postępowanie przy zdjęciach stereofotogrammetrycznych dla celów inżynierskich. Dokładność zdjęć. Najpierw należy obejść teren zdjęcia i zdecydować, które partje nadają się do zdejmowania powyższą metodą, a do których należy zastosować inną metodę pomiarową. Następnie wybieramy

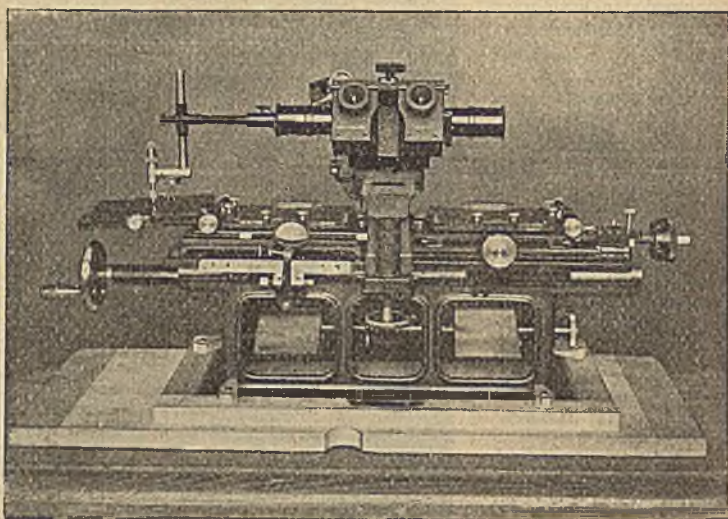


Fig. 125.

podstawy, które wiążemy ze sobą siecią triangulacyjną lub ciągami poligonowemi.

Długości podstaw  $B$  należy tak dobierać, aby stosunek

$$\frac{B}{D_s} = \sim \frac{1}{10} \text{ (lub nieco mniejszy) } \dots (14)$$

przyczem  $D_s$  oznacza średnią odległość punktów zdejmowanych z tej podstawy ( $B$ ). Stanowiska trzeba zakładać tak, aby partje terenu, przeznaczone do zdejmowania powyższą metodą, były uwidocznione na kliszach, należących do jednego stereogrammu, przyczem należy zmniejszyć liczbę podstaw przez zdjęcia lewo- i prawozwrotne (dokonywane pod kątem  $\varphi^\circ = +30^\circ$ , lub  $= +22,5^\circ$  i  $= +45^\circ$ ).

Równoległość osi optycznych odpowiednich zdjęć musi być przestrzegana bardzo ściśle. Kontury przedmiotów, uwidocznionych na kliszach, muszą występować ostro (wyraźnie).

Jeżeli na dwu zdjęciach, należących do jednego stereogrammu, znajduje się punkt, którego położenie względem podstawy zdjęcia jest znane (może to być albo punkt triang. albo wcięty z końców podstawy), możemy podnieść

dokładność zdjęcia przez obliczenie poprawek  $\Delta a$ ,  $\Delta x_1$  i ewent.  $\Delta y_1$  (o ile znamy wzniesienie z p.  $L$  do owego punktu); znając bowiem właściwe wartości  $D$ ,  $X$  i  $Y$ , obliczymy (w przypadku normalnym) na podstawie związków (10) lub (11) str. 451 wartości:

$$a = \frac{B}{D} f, \quad x_1 = \frac{X}{D} f = \frac{X}{B} a, \quad y_1 = \frac{Y}{D} f = \frac{Y}{B} a \quad \dots (15)$$

a następnie, odejmując od nich odczytane na stereokomparatorze  $a'$ ,  $x'_1$  i  $y'_1$ :

$$\Delta a = a - a', \quad \Delta x_1 = x_1 - x'_1, \quad \Delta y_1 = y_1 - y'_1 \quad \dots (16)$$

Pod założeniem, że odchylenie osi optycznych od ich położenia, wymaganego teorią, jest nieznaczne, można uważać poprawki paralaksy i współrzędnych tłowych za stałe i wszelkie odczyty na stereokomparatorze, odnoszące się do tego zdjęcia, poprawić o obliczone  $\Delta a$ ,  $\Delta x_1$ , i  $\Delta y_1$ .

Przy zdjęciach lewo- i prawozwrotnych należy w tym celu obliczyć ze współrzędnych danych w układzie jak na fig. 123 najpierw:

$$x_1 = \frac{X}{D} f \text{ i } y_1 = \frac{Y}{D} f \quad \dots (17)$$

a następnie z wzoru (13) str. 452:

$$a = R \frac{f \cos \varphi - x_1 \sin \varphi}{D + B \sin \varphi} \quad \dots (18)$$

i porównać z odczytaniami  $x'_1$ ,  $y'_1$  i  $a'$ .

Wyznaczanie położenia i wysokości poszczególnych punktów przeprowadzamy przy użyciu stereokomparatora:

- a) profilami promienistymi, przechodzącymi przez lewe stanowisko podstawy,
- b) profilami równoległymi do podstawy, o ile zachodzi przypadek normalny.

W przypadku a) znajdujemy poszczególne punkty profili, związanych z odpowiednimi odczytami  $x_1$ , przy pomocy śrub  $a$  i  $Y$ ; w przypadku b) wyszukujemy punkty na kliszach przy pomocy śrub  $X$  i  $Y$  dla stałych stanów śruby  $a$ .

Proste równoległe do podstawy są w przypadku normalnym linjami stałych paralaks, dlatego też nadaje się sposób pod b) przy zdjęciach normalnych; natomiast linjami stałych paralaks dla zdjęć prawo- i lewozrotnych są parabole, przechodzące przez oba krańcowe punkty podstawy, zaś dla zdjęć o osiach zbieżnych, elipsy.

Ostatnio wspomniany przypadek jest bardzo rzadki, zaś przy prawo- i lewozrotnych zdjęciach można skonstruować odnośne parabole wedle fig. 123.

Dokładność zdjęć stereofotogrammetrycznych zależy od odległości  $D$  punktów zdejmovanych i od stosunku odległości  $D$  do podstawy  $B$ .

Przyjmując  $\frac{D}{B} = \infty 10$ , doszedł autor na podstawie badania błędu średniego  $\mu_D$  dwoma sposobami, raz jako błędu funkcji spostrzeżeń, drugi raz przez porównanie wyników zdjęcia z wynikami, osiągniętymi przy pomocy triangulacji, do zgodnych wyników, że błąd średni  $\mu_D$  wynosi dla  $D = 1000$  m około  $\pm 0,4$  m —  $\pm 0,6$  m.

Dokładność ta, przewyższająca znacznie dokładność, jaką można otrzymać przy zdjęciach tachymetrycznych, tłumaczy się między innymi i tem, że odczyty na stereokomparatorze były poprawiane o wyznaczone poprzednio  $\Delta a$ ,  $\Delta x_1$  i  $\Delta y_1$ .

**Aerofotogrammetria.** Metody fotogrammetryczne, omówione poprzednio, padają się z reguły dla terenów przejrzystych i górzystych. W innych przypadkach stosuje się dziś coraz częściej zdjęcie, dokonywane z samolotów t. zw. aerofotogrammetryczne.

Kamera lotnicza, używana do tego celu, posiada urządzenia podające w przybliżeniu orientację tak zewnętrzną jak i wewnętrzną zdjęcia. Zdjęcia lotnicze musi poprzedzić założenie dość gęstej sieci triangulacyjnej na terenie, tak, aby conajmniej 3 punkty sieci uwidoczniły się na kliszy i można było na tej podstawie określić położenie kliszy względem terenu w chwili zdjęcia. W tym celu posługujemy się metodą rachunkową, zastąpioną w ostatnich czasach sposobem mechaniczno-optycznym.

Jeśli mamy sporządzić plany sytuacyjne (bez warstwic), musimy przeфотографować tak zorjentowane zdjęcia przy pomocy specjalnych przetwornic na zdjęcia poziome w żądanej skali (tj. o osi opt. prostopadłej do poziomu terenu), uzyskując w ten sposób po odrzuceniu niepotrzebnych szczegółów ostateczny plan.

Dla sporządzenia planów warstwicowych musimy zdjąć każdą partję terenu conajmniej z dwu punktów podobnie jak przy fotogrametrii zwyczajnej. Specjalne przyrządy jak stereoplatnigraf, autokartograf i inne umożliwiają zorjentowanie tych zdjęć w przestrzeni, oraz automatyczne wykreślenie planu sytuacyjno-warstwicowego.

We Francji sporządził inż. hydrograf Roussilhe plany katastralne, posługując się przetwornicami własnego pomysłu, przyczem osiągnął wyniki zadowalające.

## L I T E R A T U R A.

### Do części I. (zestawił prof. Wł. Wojtan.)

#### Dziela ogólne.

- Jordan: Handbuch der Vermessungskunde. Stuttgart. T. I. 1920, t. II. 1914, t. III. 1923.  
 Hammer: Lehrbuch der elementaren praktischen Geometrie. Leipzig und Berlin. T. I. 1911.  
 Hartner-Doležal: Hand- und Lehrbuch der niederen Geodäsie. Wien 1921. 3 tomy.  
 Prévot: Topographie. Paris 1925. I. Instruments. II, Méthodes.  
 Johnson-Smith: The Theory and Practice of Surveying. New York 1914.  
 Breed-Hosmer: The Principles and Practice of Surveying. New York 1923. 2 tomy.  
 Abendroth: Die Praxis des Vermessungsingenieurs. Berlin 1923. 2 tomy.  
 Eggert: Einführung in die Geodäsie. Leipzig 1907.  
 Nábauer: Vermessungskunde. Berlin 1922.

#### Podręczniki polskie,

- Dziakiowicz: Miernictwo. Kraków 1920.  
 Ehrenfeucht: Miernictwo. Warszawa 1922.

#### Przepisy miernicze.

- Przeplisy obowiązujące przy pomiarach metodą trygonometryczną i poligonalną w celu przeprowadzenia nowych zdjęć w kraju. Warszawa 1920.  
 Instruktion zur Ausführung der trigonometrischen und polygonometrischen Vermessungen behufs Herstellung neuer Pläne für die Zwecke des Grundsteuerkatasters. Wien 1904.  
 Anweisung VIII vom 25. Oktober 1881 für das Verfahren bei Erneuerung der Karten und Bücher des Grundsteuerkatasters nebst den bis zum Jahre 1905 eingetretenen Abänderungen. Berlin 1906.  
 Anweisung IX vom 25. Oktober 1881 für die trigonometrischen und polygonometrischen Arbeiten bei Erneuerung d. Karten u. Bücher d. Grundsteuerkatasters. Berlin 1908.

#### Czasopisma miernicze.

- Przegląd mierniczy. Warszawa.  
 Zeitschrift für Vermessungswesen. Stuttgart.

### Do części II.

#### Dziela ogólne i czasopisma (oprócz podanych powyżej).

- Briot: Arpentage, levé de plans et nivellement. Paris.  
 Durand-Claye: Lever des plans et nivellement. (Encyclop. des travaux publics). Paris et Liège 1912.  
 Bulletin géodésique. Organe de la section de géodésie. Paris.

#### Tachymetria.

- Boydelle et Dubosq: Traité de géodésie tachymétrique. Paris 1911.  
 Croy: Die Tachymetrie u. ihre Anwendung bei der Aufnahme v. Waldungen. Wien 1893.  
 Pollack: Kurze praktische Geometrie. Wien 1914. Str. 170.

#### Fotogrammetria.

- Roussilhe: Emploi de la photographie aérienne aux levés cadastraux et géographiques. Paris 1921.

- Lübscher: Photogrammetrie. Aus Natur und Geisteswelt 612.

# Rachunek wyrównawczy.

Napisał

Dr. Kasper Weigel,

profesor politechniki, Lwów.

Błędy przypadkowe. Błąd średni. Wagi spostrzeżeń. Metoda najmniejszych kwadratów. Wyniki spostrzeżeń wielkości fizycznych, choćby najstarsze, nie są bezbłędne; wymagają zastosowania rachunku wyrównawczego takiego, aby wyniki, otrzymane za jego pośrednictwem, mogły być uważane za najbardziej prawdopodobne. Zarazem chcemy znać dokładność wyznaczenia wyników wyrównania, co uzyskuje się przez obliczenie ich błędów „prawdopodobnych“, w praktyce z reguły „średnich“.

Spostrzeżenia, które mają być wyrównywane, muszą być wolne od błędów grubych (przeoczeń obserwatora) i systematycznych (tj. związanych ściśle z okolicznościami towarzyszącymi pomiarom); mogą być zatem obarczone tylko błędami t. zw. „przypadkowymi“, tj. błędami, których przyczyny zależą od okoliczności, zmieniających się w czasie między spostrzeżeniami.

Rachunek wyrównawczy opiera się na rachunku prawdopodobieństwa. Błędy przypadkowe dzielimy na „prawdziwe“ i „pozorne“.

Biorąc pod uwagę najprostszy rodzaj spostrzeżeń, t. zw. bezpośrednich, tj. przeprowadzonych bezpośrednio nad pewną wielkością, której wartość prawdziwa niech będzie  $X$ , otrzymamy na  $\varepsilon$ , błąd prawdziwy, związek

$$\varepsilon = X - l \dots \dots \dots (1)$$

przyczem  $l$  jest wartością, uzyskaną ze spostrzeżenia.

Natomiast wzór na błąd pozorny  $\delta$  opiewa w tym przypadku:

$$\delta = x - l \dots \dots \dots (2)$$

przyczem  $x$  oznacza wartość spostrzeganej wielkości, uzyskaną przy pomocy rachunku wyrównawczego (wartość wyrównaną).

Analogicznie zrobimy oba powyższe błędy w przypadku, gdy spostrzeżenia  $L$  są funkcjami pewnych wielkości stałych  $X, Y, Z, \dots$ , których wartości najbardziej prawdopodobnych  $x, y, z, \dots$ , ma nam dostarczyć rachunek wyrównawczy, tj. w przypadku spostrzeżeń t. zw. pośrednich, zatem:

$$\varepsilon = f(X, Y, Z, \dots) - L \dots \dots \dots (3)$$

$$\delta = f(x, y, z, \dots) - L \dots \dots \dots (4)$$

$P_\varepsilon$ , prawdopodobieństwo pojawienia się błędu  $\varepsilon$  w szeregu spostrzeżeń, jest:

$$P_\varepsilon = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 \varepsilon^2} d\varepsilon \text{ (prawo Gaussa) } \dots \dots \dots (5)$$

przyczem  $h$  jest miarą dokładności spostrzeżeń. Z wzoru (4) widać, że prawo Gaussa określa prawdopodobieństwo  $P_\varepsilon$  jako funkcję parzystą ( $P_{(+\varepsilon)} = P_{(-\varepsilon)}$ ).

Wielkość  $h$ , wzgl.  $h^2$ , można wyznaczyć dla dokonanego szeregu spostrzeżeń ze stosunku ich ilości  $n$  do podwójnej sumy kwadratów ich błędów  $2 \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = 2 [\varepsilon \varepsilon]$  (sposób oznaczenia sum w rach. wyrówn.), a mianowicie:

$$h^2 = \frac{n}{2 [\varepsilon \varepsilon]}. \text{ (Ściśle dla } n = \infty) \dots \dots \dots (6)$$

Wprowadzając pojęcie t. zw. „błędu średniego“  $\mu$ , określonego wzorem (ściśle dla  $n = \infty$ ):

$$\mu^2 = \frac{[\varepsilon \varepsilon]}{n}, \quad \mu = \sqrt{\frac{[\varepsilon \varepsilon]}{n}} \dots \dots \dots (7)$$

(zatem wielkość odwrotnie proporcjonalną do  $h$ ), otrzymany z porównania wz. (6) i (7):

$$h^2 = \frac{1}{2\mu^2}, \quad h = \frac{1}{\mu\sqrt{2}} \dots \dots \dots (8)$$

Z powyższego widać, że tak  $h$  jak i  $\mu$  mogą być użyte dla scharakteryzowania dokładności pewnego szeregu spostrzeżeń, tj. że obu tych wielkości można użyć przy wyrównaniu jako miar dokładności.

Jeżeli zestawimy spostrzeżenia, odnoszące się do tej samej wielkości, lecz dokonane z dokładnością różną (zmieniając przyrządy, metodą spostrzegania itp.), to każde spostrzeżenie należy właściwie do innego szeregu spostrzeżeń tj. o innych  $h$  i  $\mu$ .

Aby w tym przypadku zestawić z błędów  $\varepsilon$  szereg o jednakowej dokładności  $h$  i  $\mu$ , np.  $h_0$  i  $\mu_0$  (tj. o pewnej dokładności i pewnym błędzie średnim) weźmy pod uwagę związki między błędami  $\varepsilon_0$  i odpowiadającym mu  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon_0^2 : \varepsilon^2 = \mu_0^2 : \mu^2 = \frac{1}{h_0^2} : \frac{1}{h^2} \dots \dots \dots (9)$$

lub

$$\varepsilon_0^2 = \frac{\mu_0^2}{\mu^2} \varepsilon^2 = \frac{h^2}{h_0^2} \varepsilon^2 \dots \dots \dots (10)$$

Stosunki  $\frac{\mu_0^2}{\mu^2}$  wzg.  $\frac{h^2}{h_0^2}$ , określone liczbowo, dostarczają liczb  $p$ , zwanych „wagami“. Zatem: wagi poszczególnych spostrzeżeń wzgl. błędów wyznaczmy na podstawie związków:

$$p_1 = \frac{\mu_0^2}{\mu_1^2}, \quad p_2 = \frac{\mu_0^2}{\mu_2^2} \dots p_n = \frac{\mu_0^2}{\mu_n^2} \dots \dots \dots (11)$$

Z wzoru (11) wynikają wnioski: a) wagi spostrzeżeń należy obierać jako liczby odwrotnie proporcjonalne do kwadratów ich błędów średnich, b)  $\mu_0$  jest to błąd średni spostrzeżenia o wadze  $p_0 = 1$ , zwany jednostkowym błędem średnim.

Zastępując kwadrat każdego błędu spostrzeżeń o dokładności różnej wedle (10) i (11) przez odpowiedni iloczyn  $p \varepsilon^2$ , utworzymy jednostkowy błąd średni dla szeregu błędów o dokładności jednakowej lub o wagach równych jedności analogicznie do wz. (7):

$$\mu_0^2 = \frac{[p \varepsilon^2]}{n}, \quad \mu_0 = \sqrt{\frac{[p \varepsilon^2]}{n}}. \quad (\text{Ścisłe dla } n = \infty) : \dots (12)$$

W przypadku spostrzeżeń o dokładności różnej, posługujemy się tym błędem jako miarą dokładności.

Przyjmując, że prawo Gaussa (wzór 5) odnosi się także i do błędów pozornych  $\delta$ , wyznaczmy najbardziej prawdopodobną wartość spostrzeganej wartości, wzgl. najbardziej prawdopodobne wartości stałych  $X, Y, Z, \dots$  w przypadku spostrzeżeń równodokładnych z warunku:

$$\left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^n e^{-h^2[\delta\delta]} = \max. \dots \dots \dots (13)$$

zaś w przypadku spostrzeżeń różnodokładnych z warunku:

$$\frac{h_1 \cdot h_2 \dots h_n}{(\sqrt{\pi})^n} e^{-[h\delta\delta]} = \max. \dots \dots \dots (14)$$



Zatem wyrównanie spostrzeżeń równodokładnych przeprowadzamy na podstawie warunku:

$$[\delta \delta] = \min. \dots \dots \dots (15)$$

zaś różnodokładnych na podstawie warunku:

$$[h h \delta \delta] = [p \delta \delta] = \min. \dots \dots \dots (16)$$

Równania (15) i (16) wyrażają najważniejszą zasadę rachunku wyrównawczego, zwaną metodą najmniejszych kwadratów (właściwie metodą sumy najmniejszych kwadratów).

Wzory (7) i (12) są dla praktyki nieprzydatne, gdyż, nie mogąc poznać wartości błędów prawdziwych, nie możemy utworzyć sum  $[\varepsilon \varepsilon]$  wzgl.  $[p \varepsilon \varepsilon]$ . Aby zatem móc obliczyć błąd średni, zastępujemy je w praktyce odpowiedziami im sumami  $[\delta \delta]$ , wzgl.  $[p \delta \delta]$ , korzystając ze związku, o ile wyrównanie dotyczy jednej wielkości:

$$[\delta \delta] : [\varepsilon \varepsilon] = (n - 1) : n, \text{ wzgl. } [p \delta \delta] : [p \varepsilon \varepsilon] = (n - 1) : n \dots (17)$$

zaś, o ile spostrzeżenia są funkcjami  $k$  wielkości, wyznaczanych rachunkiem wyrównawczym ze związku:

$$[\delta \delta] : [\varepsilon \varepsilon] = (n - k) : n, \text{ wzgl. } [p \delta \delta] : [p \varepsilon \varepsilon] = (n - k) : n \dots (18)$$

Wzór na błąd średni opiewa zatem w przypadku spostrzeżeń równodokładnych (ogólnie dla  $k$  niewiadomych):

$$\mu = \sqrt{\frac{[\delta \delta]}{n - k}} \dots \dots \dots (19)$$

zaś w przypadku spostrzeżeń różnodokładnych:

$$\mu_0 = \sqrt{\frac{[p \delta \delta]}{n - k}} \quad (\text{Jednostkowy błąd średni}) \dots (20)$$

Prócz błędu średniego można użyć także jako miar dokładności błędów: przeciętnego  $\vartheta = \frac{[|\varepsilon|]}{n}$ , (gdzie  $[|\varepsilon|]$  oznacza sumę bezwzgl. wartości  $\varepsilon$ ), i prawdopodobnego  $\rho$ , tj. błędu, którego prawdopodobieństwo pojawienia się jest równe  $1/2$ .

W praktyce wyznaczamy z reguły tylko błąd średni, obliczając, o ile zachodzi tego potrzeba, błędy przeciętny i prawdopodobny ze związków:

$$\vartheta = 0,7978846 \mu, \quad \rho = 0,6744898 \mu \dots \dots \dots (21)$$

osiągając w ten sposób najdokładniej ich wartości.

Rodzaje zagadnień rachunku wyrównawczego. Rozróżniamy nast. zagadnienia rachunku wyrównawczego:

1. Wyznaczenie błędów średnich funkcji wielkości spostrzeganych bezpośrednio.
2. Wyrównanie spostrzeżeń bezpośrednich.
3. " " " pośrednich.
4. " " " zawarunkowanych.
5. " " " pośrednich z warunkami.
6. " " " zawarunkowanych o niewiadomych.

1. Wyznaczenie błędów średnich funkcji wielkości spostrzeganych bezpośrednio, nie należy właściwie do rachunku wyrównawczego, ale jest z nim w ścisłym związku i ma bardzo wielkie znaczenie dla praktyki, gdyż daje możność poznania błędu średniego funkcji spostrzeżeń niezależnych, o ile znamy błędy średnie poszczególnych spostrzeżeń. Aby błąd średni funkcji wyznaczyć, trzeba poznać prawo przenoszenia się błędów (str. 461.).

2. Wyrównanie spostrzeżeń bezpośrednich o dokładności jednakowej przeprowadza się na podstawie warunku:

$$[\delta \delta] = \min. \dots \dots \dots (1)$$

zaś o dokładności różnej na podstawie warunku:

$$[p \delta \delta] = \min. \dots \dots \dots (2)$$

Wzory wyrównawcze, wynikające z powyższych warunków, podano poniżej (str. 462); o ile spostrzeżenia są różnodokładne, należy obrać przed zastosowaniem rachunku wyrównawczego odpowiednie wagi.

3. Wyrównanie spostrzeżeń pośrednich, przeprowadzone również na podstawie warunku  $[\delta \delta] = \min.$ , wzgl.  $[p \delta \delta] = \min.$ , dostarcza najodpowiedniejszych wartości pewnych stałych wielkości (niewiadomych), których funkcjami są nasze spostrzeżenia  $L$  (stąd nazwa: pośrednie). Związki między owymi stałymi, które nazywamy niewiadomymi w rachunku wyrównawczym, a spostrzeżeniami, mogą nie być linjowe, a wtedy wymagają sprowadzenia ich do kształtu linjowego przez rozwinięcie odnośnych funkcji w szereg Taylora z uwzględnieniem wyrazów tylko rzędu pierwszego (co w praktyce z reguły wystarcza).

Biorąc zatem pod uwagę związek (4) str. 457:

$$\delta = f(x, y, z, \dots) - L \dots \dots \dots (3)$$

otrzymamy po wprowadzeniu wartości przybliżonych niewiadomych  $x_0, y_0, z_0, \dots$

$$\delta = f(x_0, y_0, z_0, \dots) + \frac{\partial f}{\partial x} \xi + \frac{\partial f}{\partial y} \eta + \frac{\partial f}{\partial z} \xi + \dots + L \dots (4)$$

przyczem  $\xi = x - x_0, \eta = y - y_0, \xi = z - z_0, \dots \dots \dots (5)$

są poprawkami, które należy dodać do wartości przybliżonych, aby otrzymać wartości wyrównane  $x, y, z, \dots$

Kładąc

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \infty \frac{\partial f}{\partial x_0} = a, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = \infty \frac{\partial f}{\partial y_0} = b, \quad \frac{\partial f}{\partial z} = \infty \frac{\partial f}{\partial z_0} = c \dots (6)$$

zaś  $f(x_0, y_0, z_0, \dots) - L = l$ , otrzymujemy związki na  $\delta$ , zwane równaniami błędów we formie ogólnej; zatem  $i$ -te równanie błędów napiszemy:

$$\delta_i = a_i \xi + b_i \eta + c_i \xi + \dots + l_i \dots \dots \dots (7)$$

Jeżeli związek między spostrzeżeniem a niewiadomymi jest linjowy, kształt równania błędów jest też linjowy, zatem:

$$\delta_i = a_i x + b_i y + c_i z + \dots + l_i \dots \dots \dots (8)$$

$a_i, b_i, c_i, \dots$ , są tu dane, jako współczynniki przy niewiadomych, zaś  $l_i = -L_i$ .

Dla ułatwienia rachunku wprowadzamy często i w tym przypadku wartości przybliżone.

4. Spostrzeżenia zawarunkowane są to spostrzeżenia bezpośrednie, które muszą czynić zadość pewnym warunkom (np. suma 3 kątów trójkąta płaskiego ma być równą  $180^\circ$  itp.).

Suma  $[\delta \delta]$ , wzgl.  $[p \delta \delta]$ , musi być i w tym przypadku min., jednak przy równoczesnem uwzględnieniu warunków, które spostrzeżenia mają spełnić.

Jeżeli owe warunki, tj. związki między poszczególnymi spostrzeżeniami, nie mają kształtu linjowego, sprowadza się je do tego kształtu przez rozwi-

nięcie ich w szereg Taylora z pominięciem wyrazów rzędu wyższego. Otrzymamy zatem, biorąc na uwagę  $i$ -ty warunek

$$f_i(l_1 + \delta_1, l_2 + \delta_2, \dots, l_n + \delta_n) = 0 \dots \dots \dots (9)$$

$$f_i(l_1, l_2, \dots, l_n) + \frac{\partial f_i}{\partial l_1} \delta_1 + \frac{\partial f_i}{\partial l_2} \delta_2 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial l_n} \delta_n = 0 \dots \dots (10)$$

Niepoprawione spostrzeżenia, wstawione do warunku (9), tj.  $f_i(l_1, l_2, \dots, l_n)$  nie spełnią go do zera, tak, że otrzymamy z reguły pewną odchyłkę  $\omega_i \geq 0$ , a tem samem:

$$f_i(l_1, l_2, \dots, l_n) = \omega_i \dots \dots \dots (11)$$

Wstawiając  $\omega_i$  do związku (10) i kładąc

$$\frac{\partial f_i}{\partial l_1} = i_1, \quad \frac{\partial f_i}{\partial l_2} = i_2, \dots \quad \frac{\partial f_i}{\partial l_n} = i_n,$$

zmienimy go na równanie odchyłki, wyrażone poprawkami w formie linijowej:

$$i_1 \delta_1 + i_2 \delta_2 + \dots + i_n \delta_n + \omega_i = 0 \dots \dots \dots (12)$$

Równań odchyłek mamy oczywiście tyle, ile warunków. Szczegóły wyrównania por. str. 469.

5. Spostrzeżenia pośrednie z warunkami mają miejsce przy wyrównywaniu sieci triangulacyjnych, założonych na większych obszarach (państwowych sieci triangulacyjnych). Niektóre sposoby spostrzegania kątów, wzgl. kierunków na poszczególnych stanowiskach (stacjach) sieci wymagają t. zw. wyrównania stacyjnego, przyczem niewiadome, tj. kąty, uzyskane z wyrównań stacyjnych, muszą spełnić warunki geometryczne sieci. Szczegółowe omówienie tego zagadnienia w dziełach specjalnych.

6. Wyrównanie spostrzeżeń zawarunkowanych z niewiadomymi jest najogólniejszą formą rachunku wyrównawczego, ma jednak w praktyce b. małe zastosowanie.

**Prawo przenoszenia się błędów.** Niech będzie

$$f(l_1 + \varepsilon_1, l_2 + \varepsilon_2, \dots, l_r + \varepsilon_r) \dots \dots \dots (1)$$

funkcją prawdziwych wartości spostrzeżeń  $l_i + \varepsilon_i$ , odnoszących się do różnych wielkości. Jaki błąd średni będzie odpowiadał funkcji

$$f(l_1, l_2, \dots, l_r) \dots \dots \dots (2)$$

utworzonej ze spostrzeganych wartości  $l$ , jeżeli znamy błędy średnie  $\mu$  poszczególnych spostrzeżeń?

Błąd prawdziwy tej funkcji  $\varepsilon_f$  otrzymamy, odejmując (2) od (1) po rozwinięciu funkcji pierwszej w szereg Taylora i opuszczeniu wyrazów rzędów wyższych. Zatem będzie:

$$\varepsilon_f = \frac{\partial f}{\partial l_1} \varepsilon_1 + \frac{\partial f}{\partial l_2} \varepsilon_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial l_r} \varepsilon_r \dots \dots \dots (3)$$

Jeżeli błędy  $\varepsilon$  podlegają prawu Gaussa (por. (4) str. 457), możemy, pod założeniem, że każdą wielkość  $l$  spostrzegano  $n$  razy, przyczem  $n$  dąży do  $\infty$ , zastąpić wzór (3) następującym:

$$\mu_f^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial l_1}\right)^2 \mu_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial l_2}\right)^2 \mu_2^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial l_r}\right)^2 \mu_r^2 \dots \dots \dots (4)$$

Kładąc dla uproszczenia  $\frac{\partial f}{\partial l_i} = f_i$ , otrzymujemy ostatecznie:

$$\mu_f^2 = f_1^2 \mu_1^2 + f_2^2 \mu_2^2 + \dots + f_r^2 \mu_r^2 = [ff\mu\mu] \dots \dots \dots (5)$$

O ile spostrzeżenia  $l$  odnoszą się do wielkości tego samego rodzaju, np. kątów lub długości itp., można zastąpić wedle wzoru (11) str. 458 każdy  $\mu_i^2$  przez  $\frac{\mu_0^2}{p_i}$ , a wzór (5) przejdzie wówczas na:

$$\mu_f^2 = \mu_0^2 \left[ \frac{ff}{p} \right] \dots \dots \dots (5)$$

Przykład. Tachymetrem o stałej  $K=100$  m i stałej  $k=0,30$  m spostrzeżono przy celowej poziomej odcinek na lacie  $l=1,000$  m; jak wielki błąd średni  $\mu_D$  odpowiada odległości  $D$ , jeżeli błędy średnie poszczególnych wielkości składających się na  $D$  są:

$$\mu_K = \pm 0,1, \quad \mu_l = \pm l(0,0016 + 0,0005 D) \text{ m}, \quad \mu_k = \pm 0,01 \text{ m?}$$

(Błędy średnie  $\mu_K$  i  $\mu_k$  otrzymano przy wyznaczaniu wartości każdej ze stałych oddzielnie, błąd  $\mu_l$  jest zrobiony na podstawie licznych doświadczeń, dokonywanych w warunkach średnich.)

Ponieważ  $D = Kl + k = 100,0 + 0,3 = 100,3$  m,  $f_K = l$ ,  $f_l = K$ ,  $f_k = 1$ , a wzór na kwadrat błędu średniego  $\mu_D^2$  opiewa:

$$\mu_D^2 = l^2 \mu_K^2 + K^2 \mu_l^2 + \mu_k^2, \quad \text{lub (ze względu, że } l = \infty \frac{D}{K}, \quad K = \infty \frac{D}{l},$$

po wstawieniu wartości za  $\mu_i$ ):

$$\mu_D^2 = \left(\frac{D}{K}\right)^2 \left\{ \mu_K^2 + K^2 (0,0016 + 0,0005 D)^2 + \left(\frac{K}{D}\right)^2 \mu_k^2 \right\},$$

otrzymamy

$$\mu_D^2 = 0,01 + 0,0441 + 0,0001 = 0,0542,$$

a ostatecznie

$$\mu_D = \sqrt{0,0542} = \pm 0,23 \text{ m.}$$

Zatem widać, że wpływ błędu średniego  $\mu_k$  można w powyższym wzorze pominąć.

**Wyrównanie spostrzeżeń bezpośrednich.** Ogólnie biorąc, odpowiadają spostrzeżeniom dokładności różne, tj. spostrzeżeniom  $l$  odpowiadają różne wagi  $p$ . Jak obierać wagi, poznamy z przykładu; na razie przyjmujemy je jako liczby nam znane.

Wartość wyrównaną znajdujemy z warunku  $[p \delta \delta] = \min.$ , wzgl. z równania:

$$\frac{d [p \delta \delta]}{d x} = 0 \dots \dots \dots (1)$$

Po podstawieniu za poszczególne  $\delta$  wartości  $x - l$  i uproszczeniu przez 2, przybiera równanie to kształt:

$$p_1 (x - l_1) + p_2 (x - l_2) + \dots + p_n (x - l_n) = 0 \dots \dots (2)$$

lub

$$x = \frac{[p l]}{[p]} \dots \dots \dots (3)$$

Jest to t. zw. średnia arytmetyczna ogólna, tj. średnia z uwzględnieniem wag poszczególnych spostrzeżeń.

Równanie (2) można napisać także we formie:

$$p \delta_1 + p_2 \delta_2 + \dots + p_n \delta_n = [p \delta] = 0. \quad (\text{Równanie kontrolne}) \dots \dots (4)$$

Jednostkowy błąd średni obliczamy wedle wzoru (20) str. 459, przyczem w tym przypadku  $k=1$ , zatem będzie:

$$\mu_0 = \sqrt{\frac{[p \delta \delta]}{n-1}} \dots \dots \dots (5)$$

Sumę  $[p\delta\delta]$  urabiamy, podnosząc każdy błąd  $\delta$  do kwadratu, mnożąc wynik przez odpowiednie  $p$  i dodając iloczyny  $p\delta^2$ . Wzór kontrolny na  $[p\delta\delta]$  otrzymujemy ze związku:

$$[p\delta\delta] = [p ll] - [p l] x \dots \dots \dots (6)$$

lub

$$[p\delta\delta] = [p ll] - \frac{[p l][p l]}{[p]} \dots \dots \dots (7)$$

Błędy średnie poszczególnych spostrzeżeń są wedle (11) str. 458.:

$$\mu_1 = \frac{\mu_0}{\sqrt{p_1}}, \quad \mu_2 = \frac{\mu_0}{\sqrt{p_2}}, \quad \mu_n = \frac{\mu_0}{\sqrt{p_n}} \dots \dots \dots (8)$$

zaś błąd średni wartości wyrównanej  $x$  wyznaczamy jako błąd średni funkcji

$$x = \frac{p_1}{[p]} l_1 + \frac{p_2}{[p]} l_2 + \dots + \frac{p_n}{[p]} l_n, \text{ zatem:}$$

$$\mu_x^2 = \left(\frac{p_1}{[p]}\right)^2 \mu_1^2 + \left(\frac{p_2}{[p]}\right)^2 \mu_2^2 + \dots + \left(\frac{p_n}{[p]}\right)^2 \mu_n^2 \dots \dots \dots (9)$$

$$\mu_x^2 = \frac{\mu_0^2}{[p]}, \quad \mu_x = \frac{\mu_0}{\sqrt{[p]}} \dots \dots \dots (10)$$

$$\text{Waga wielkości wyrównanej } P_x = [p] \dots \dots \dots (11)$$

W przypadku spostrzeżeń o dokładności jednakowej wzory te brzmią:

$$x = \frac{[l]}{n} \dots \dots \dots (3^*)$$

$$[\delta] = 0 \dots \dots \dots (4^*)$$

$$\mu = \sqrt{\frac{[\delta\delta]}{n-1}} \dots \dots \dots (5^*)$$

$$[\delta\delta] = [ll] - [l] x \dots \dots \dots (6^*)$$

$$[\delta\delta] = [ll] - \frac{[l][l]}{n} \dots \dots \dots (7^*)$$

$$\mu_x = \frac{\mu}{\sqrt{n}} \dots \dots \dots (10^*)$$

$$\text{Waga wielkości wyrównanej } P_x = n \dots \dots \dots (11^*)$$

Przykład. Ciągi niwelacyjne, prowadzone z trzech punktów stałych (reperów), schodzą się w punkcie t. zw. węzłowym. Wysokości punktów stałych ( $H_1, H_2$  i  $H_3$ ), długości poszczególnych ciągów  $L$  (w km), oraz wzniesienia z punktów stałych do punktu W. otrzymane jako spostrzeżenia z niwelacji, podaje następujące zestawienie:

$$H_1 = 250,138 \text{ m} \quad L_1 = 3,3 \text{ km} \quad h_1 = +2,187 \text{ m} \quad H_1 + h_1 = H'_W = 252,325 \text{ m}$$

$$H_2 = 254,294 \text{ m} \quad L_2 = 0,9 \text{ km} \quad h_2 = -1,975 \text{ m} \quad H_2 + h_2 = H''_W = 252,319 \text{ m}$$

$$H_3 = 251,394 \text{ m} \quad L_3 = 1,7 \text{ km} \quad h_3 = +0,921 \text{ m} \quad H_3 + h_3 = H'''_W = 252,315 \text{ m}$$

Należy znaleźć  $H_W$ , oraz błędy śr.  $\mu_0$  i  $\mu_W$ .

Ponieważ dokładności wyników zależą przy niwelacji od długości poszczególnych ciągów, przeto powyższe spostrzeżenia są różnodokładne.

Aby mieć możliwość urobienia wag wedle wzoru (11) str. 458, przyjmujemy z góry (przed wyrównaniem) wartości błędów średnich wedle wzoru empirycznego:  $(\mu_L = v\sqrt{L}$ ,  $\mu_0 = v\sqrt{1}$ , przyczem  $L$  należy wstawić w km. Wagi poszczególnych ciągów są zatem:

$$p_1 = \frac{1}{L_1} = 0,3, \quad p_2 = \frac{1}{L_2} = 1,1, \quad p_3 = \frac{1}{L_3} = 0,6.$$

Dla uproszczenia rachunku wprowadzimy wartość przybliżoną wysokości punktów  $\Pi$ , mianowicie  $H_0 = 252,310$  m; wobec czego poszczególne spostrzeżenia (w mm) będą:

$$l_1 = H'_{10} - H_0 = 15, \quad l_2 = H'_{10} - H_0 = 9, \quad l_3 = H'_{10} - H_0 = 5.$$

Rachunek przedstawia się w zestawieniu schematycznym następująco:

	$l$	$p$	$pl$	$pll$	$\delta$	$p\delta$	$p\delta\delta$
1	15	0,3	4,5	67,5	- 6,3	- 1,89	11,907
2	9	1,1	9,9	89,1	- 0,3	- 0,33	0,099
3	5	0,6	3,0	15,0	+ 3,7	+ 2,22	8,214
$\Sigma$		2,0	17,4	171,6		0,00	20,220

$$x = \frac{17,4}{2,0} = 8,7 \text{ mm, wzór kontrolny na}$$

$$[p\delta\delta] = 171,6 - 17,4 \cdot 8,7 = 20,22.$$

(Zgodność zupełna z powodu niezaokrąglania poprzednich wyników),

$$H_{10} = H_0 + x = 252,310 + 0,0087 = 252,3187 \text{ m.}$$

Następnie obliczamy błędy średnie:

$$\mu_0 = \sqrt{\frac{20,22}{2-1}} = \pm 3,18 \text{ mm (na km długości ciągu),}$$

$$\mu_1 = \pm \frac{3,18}{\sqrt{0,3}} = \pm 5,8 \text{ mm, } \mu_2 = \pm \frac{3,18}{\sqrt{1,1}} = \pm 3,0 \text{ mm,}$$

$$\mu_3 = \pm \frac{3,18}{\sqrt{0,6}} = \pm 4,1 \text{ mm,}$$

$$\mu_x = \pm \frac{3,18}{\sqrt{2}} = 2,2 \text{ mm.}$$

**Wyrównanie par spostrzeżeń.** Jeżeli ilość spostrzeżeń  $n$  równa się 2, natenczas mówimy o wyrównaniu pary spostrzeżeń. Omówimy tu: wyrównanie par spostrzeżeń a) równodokładnych i b) różnodokładnych.

a) Dwa spostrzeżenia  $l$  i  $l'$  o wagach  $p=1$  wyrównujemy, tworząc średnią arytmetyczną:

$$x = \frac{l+l'}{2} \dots \dots \dots (1)$$

Dokładność wyznaczenia wielkości

$$d = l' - l \dots \dots \dots (2)$$

Ponieważ

$$\delta = \frac{d}{2}, \quad \delta' = -\frac{d}{2},$$

przeto

$$\mu^2 = \frac{d^2}{2}, \quad \mu_x = \frac{d}{\sqrt{2}} \dots \dots \dots (3)$$

zaś

$$\mu_x^2 = \frac{d^2}{4}, \quad \mu_x = \pm \frac{d}{2} \dots \dots \dots (4)$$

b) Wyrównanie par spostrzeżeń różnodokładnych ma zastosowanie najczęściej przy wyznaczaniu punktów stałych niwelacyjnych, nawiązanych tylko do jednego punktu stałego.

Wyrównanie polega na obliczeniu średnich arytmetycznych dla każdej pary osobno, zaś jednostkowego błędu średniego  $\mu_0$  dla wszystkich par wedle wzoru (o ile każdej parze odpowiada waga inna):

$$\mu_0 = \sqrt{\frac{[p d d]}{2r}}$$

przyczem  $r$  oznacza ilość poszczególnych par.

Jest to jednostkowy błąd średni przed wyrównaniem, który, wprowadzając różnicę średnią

$$d_0 = \sqrt{\frac{[p d d]}{r}}$$

możemy określić wzorem, zbudowanym analogicznie do wzoru (3):

$$\mu_0 = \frac{d_0}{\sqrt{2}} \dots \dots \dots (5^*)$$

Jednostkowy błąd średni po wyrównaniu, tj. błąd średni, obliczony przy pomocy poszczególnych  $p_i \mu_i^2$  będzie [analogicznie do (4)]:

$$(\mu)_0 = \pm \frac{d_0}{2} \dots \dots \dots (6)$$

Znaczenie błędni  $(\mu)_0$ , por. przykład.

Przykład. Dla wyznaczenia wysokości czterech punktów pomierzono wzniesienia  $h_1 h_1'$ ,  $h_2 h_2'$ ,  $h_3 h_3'$  i  $h_4 h_4'$ , stanowiące 4 pary spostrzeżeń, nawiązując się do punktu stałego  $A$ , którego wysokość  $H_A = 252,313$  m. Rachunek przeprowadzono, postępując się następującym schematem:

L. p.	Oznaczenie wzniesień	Wzniesienia w m		Długości ciągów $L$ w km	Wagi $p = \frac{1}{L}$
		$h$	$h'$		
1.	z $A$ na 1.	+ 18,917	+ 18,925	2,0	0,10
2.	z 1. na 2.	+ 17,486	+ 17,470	3,4	0,29
3.	z 2. na 3.	- 1,953	- 1,939	3,1	0,32
4.	z 3. na 4.	- 5,892	- 5,882	2,6	0,38

Wyrównanie ( $d$  i  $\mu$  w mm).

$i$	$d = h' - h$	$\mu = \frac{d}{\sqrt{2}}$	$\mu_x = \pm \frac{d}{2}$	$p$	$d d$	$p d d$	Wzniesienia wyrównane w m
1.	+ 8	$\pm$ 5,7	$\pm$ 4	0,50	64	32,00	+ 18,921 $\pm$ 0,004
2.	- 16	$\pm$ 11,3	$\pm$ 8	0,29	256	74,24	+ 17,478 $\pm$ 0,008
3.	+ 14	$\pm$ 9,9	$\pm$ 7	0,32	196	62,72	- 1,946 $\pm$ 0,007
4.	+ 10	$\pm$ 7,1	$\pm$ 5	0,39	100	59,00	- 5,887 $\pm$ 0,005
						$\Sigma$ : 207,06	

$$d_0 = \pm \sqrt{\frac{207,06}{4}} = \pm 7,21$$

$$\mu_0 = \frac{7,21}{\sqrt{2}} = \pm 5,1 \text{ mm}, \quad (\mu)_0 = \pm \frac{7,21}{2} = \pm 3,6 \text{ mm}.$$

Wyrównanie spostrzeżeń, których suma jest stała, można przeprowadzić jako wyrównanie spostrzeżeń bezpośrednich.

Załóżmy, że wartości prawdziwe wielkości spostrzeganych mają spełnić warunek:

$$l_1 + \varepsilon_1 + l_2 + \varepsilon_2 + \dots + l_n + \varepsilon_n - C = 0 \dots \dots (1)$$

Wstawiając w (1) wartości  $l$  (niepoprawione), nie spełnimy go do zera, lecz otrzymamy po stronie prawej pewną nieznaczną „odchyłkę“ od zera  $\omega$ ; zatem będzie:

$$l_1 + l_2 + \dots + l_n - C = \omega \dots \dots \dots (2)$$

Wyrównanie ma nam dostarczyć takich „poprawek“  $\delta$ , aby spostrzeżenia, poprawione o  $\delta$ , spełniły powyższy warunek do zera, tj. aby:

$$l_1 + \delta_1 + l_2 + \delta_2 + \dots + l_n + \delta_n - C = 0 \dots \dots \dots (3)$$

Z porównania (3) i (2) wynika:

$$\delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_n + \omega = 0 \dots \dots \dots (4)$$

Jeżeli poszczególnym spostrzeżeniom odpowiadają wagi różne  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , to wartości wyrównane tych spostrzeżeń możemy ze względu na istniejący warunek (1) wzgl. (2) przedstawić, jako średnie arytmetyczne ogólne; i tak np.

$$x_1 = \frac{p_1 l_1 + p_1' l_1'}{p_1 + p_1'} \dots \dots \dots (5)$$

przyczem  $l_1' = C - (l_2 + l_3 + \dots + l_n) = C - l_1 - \omega$ ,  $\mu_1'^2 = [\mu^2] - \mu_1^2$ ,

zaś

$$p_1' = \frac{1}{\left[\frac{1}{p}\right] - \frac{1}{p_1}}$$

Wstawiając powyższe wartości we wzór (5), otrzymamy

$$x_1 = \frac{l_1 (p_1 + p_1') - p_1' \omega}{p_1 + p_1'} = l_1 - \frac{p_1'}{p_1 + p_1'} \omega$$

$$x_1 = l_1 - \frac{\frac{1}{\left[\frac{1}{p}\right] - \frac{1}{p_1}}}{\frac{1}{p_1} + \frac{1}{\left[\frac{1}{p}\right] - \frac{1}{p_1}}} \omega = l_1 - \omega \frac{\frac{1}{p_1}}{\left[\frac{1}{p}\right]} \dots \dots \dots (6)$$

W analogiczny sposób obliczymy  $x_2, x_3, \dots, x_n$ .

Posługując się wzorami (5), (8) i (10) str. 462 i 463 ustalimy wzory dla następujących błędów średnich:

(jedn. błąd śr.)  $\mu_0 = \frac{\omega}{\sqrt{\left[\frac{1}{p}\right]}} \dots \dots \dots (7)$

((błąd śr. przed wyr.)  $\mu_i = \omega \frac{\sqrt{\frac{1}{p_i}}}{\sqrt{\left[\frac{1}{p}\right]}} \dots \dots \dots (8)$

błąd śr. wart. wyr.)  $(\mu)_i = \frac{\omega}{\left[\frac{1}{p}\right]} \sqrt{\left[\frac{1}{p}\right] - \frac{1}{p_i}} \cdot \sqrt{\frac{1}{p_i}} \dots \dots \dots (9)$

W przypadku wag równych wzory powyższe brzmią:

$$x_i = l_i - \frac{\omega}{n} \dots \dots \dots (6^*)$$

$$\mu = \mu_i = \frac{\omega}{\sqrt{n}} \dots \dots \dots (7^*)$$

$$(\mu) = (\mu)_i = \frac{\omega}{n} \sqrt{n-1} \dots \dots \dots (9^*)$$



Przykład. Na ośg niwelacyjny składają się wzniesienia:  $h_1 = 2,201 \text{ m}$ ,  $h_2 = 3,408 \text{ m}$ ,  $h_3 = -5,597 \text{ m}$ ; długość całkowita ciągu wynosi  $4 \text{ km}$ , z czego przypada na wzniesienie pierwsze:  $L_1 = 0,8 \text{ km}$ , na drugie:  $L_2 = 1,2 \text{ km}$ , zaś na trzecie:  $L_3 = 2,0 \text{ km}$ .

Wyrównanie przedstawiono przy pomocy następnego schematu:

( $\delta$  i  $\mu$  w  $\text{mm}$ .)

L. p.	Wzniesienia spostrzegane $h$ (w m)	Odległości $L$ (w km) $L_i = \frac{1}{p}$	$\delta$ (w mm)	Wzniesienia wyrównane $h + \delta$ (w m)	$\sqrt{\frac{1}{p_i}}$	$\mu_i$ (w mm)	$\sqrt{\frac{1}{p} - \frac{1}{p_i}} \sqrt{\frac{1}{p_i}}$	$(\mu)_i$ (w mm)
1	2,201	0,8	- 2,4	2,199	$\pm 0,89$	$\pm 5,3$	$\pm 1,59$	$\pm 4,8$
2	3,408	1,2	- 3,6	3,404	$\pm 1,10$	$\pm 6,6$	$\pm 1,84$	$\pm 5,5$
3	- 5,597	2,0	- 6,0	- 5,603	$\pm 1,41$	$\pm 8,5$	$\pm 2,00$	$\pm 0,0$
$\Sigma$	+ 0,012	4,0	- 12,0	0,000				

$$\omega = 12 \text{ mm}, \quad \frac{\omega}{\left[\frac{1}{p}\right]} = 3 \text{ mm}, \quad \mu_0 = \frac{\omega}{\sqrt{\left[\frac{1}{p}\right]}} = \pm 6 \text{ mm}$$

Wyrównanie spostrzeżeń pośrednich ma dostarczyć najodpowiedniejszych (najbardziej prawdopodobnych) wartości stałych wielkości  $X, Y, Z, \dots$ , których funkcjami są spostrzeżenia. Przyjmując ilość spostrzeżeń  $n$ , zaś ilość stałych, tj. niewiadomych  $k$ , otrzymamy  $n$  równań błędów o  $k$  niewiadomych kształtu związków (7) i (8) str. 460, przy czym ma być  $n > k$ :

$$\delta_i = a_i x + b_i y + c_i z + \dots l_i \dots \dots \dots (1)$$

wzgl.

$$\delta_i = a_i \xi + b_i \eta + c_i \zeta + \dots l_i \dots \dots \dots (2)$$

W równaniach (2) oznaczają  $\xi = x - x_0, \eta = y - y_0, \zeta = z - z_0, \dots$  poprawki, jakich należy udzielić wartościom przybliżonym niewiadomych, aby uzyskać ich wartości wyrównane. Dla uproszczenia będziemy oznaczali niewiadome nadal przez  $x, y, z, \dots$ , które będą miały w każdym przypadku odpowiednie znaczenie.

Warunek  $[p \delta \delta] = \min.$  dostarcza przy  $k$  niewiadomych  $x, y, z, \dots$ ,  $k$  związków kształtu:

$$\frac{\partial [p \delta \delta]}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial [p \delta \delta]}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial [p \delta \delta]}{\partial z} = 0 \dots \dots (3)$$

lub po wstawieniu pochodnych cząstkowych:

$$[p a \delta] = 0, \quad [p b \delta] = 0, \quad [p c \delta] = 0 \dots \dots (4)$$

Rugując w tych związkach poszczególne  $\delta$ , otrzymamy po odpowiednim przekształceniu ostatecznie  $k$  równań o  $k$  niewiadomych kształtu:

$$\left. \begin{aligned} [p a a] x + [p a b] y + [p a c] z + \dots [p a l] &= 0 \\ [p a b] x + [p b b] y + [p b c] z + \dots [p b l] &= 0 \\ [p a c] x + [p b c] y + [p c c] z + \dots [p c l] &= 0 \\ \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \dots \dots (5)$$

Te t. zw. równania normalne, dostarczające wartości niewiadomych, rozwiązujemy zwykle metodą Gaussa (rugowania), ustawiając system zredukowanych równań normalnych kształtu (dla 3 niewiadomych):

$$\left. \begin{aligned} [paa]x + [pab]y + [pac]z + [pal] &= 0 \\ [pbb.1]y + [pbc.1]z + [pbl.1] &= 0 \\ [pcc.2]z + [pcl.2] &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

przyczem

$$\left. \begin{aligned} [pbb.1] &= [pbb] - \frac{[pab]}{[paa]} [pab], [pbc.1] = [pbc] - \frac{[pab]}{[paa]} [pac] \\ [pbl.1] &= [pbl] - \frac{[pab]}{[paa]} [pal] \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

$$\left. \begin{aligned} [pcc.2] &= [pcc.1] - \frac{[pbc.1]}{[pbb.1]} [pbc.1], \\ [pcl.2] &= [pcl.1] - \frac{[pbc.1]}{[pbb.1]} [pb.1] \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

Wyraży, należące do zestawienia (7), nazywamy wyrazami raz zredukowanymi, należące do (8), wyrazami dwa razy zredukowanymi.

Po wyznaczeniu wartości niewiadomych  $z$  (6), wyznaczamy  $x$  równań błędów (1) wzgl. (2) poszczególne  $\hat{\delta}$ , podnosimy je do kwadratu i po pomnożeniu ich przez odpowiednie  $p$  tworzymy sumę  $[p\hat{\delta}\hat{\delta}]$ .

Łatwo można dowieść, że

$$[p\hat{\delta}\hat{\delta}] = [pal]x + [pab]y + [pac]z + [pll] \dots (9)$$

którym to związkiem posługujemy się dla kontroli  $[p\hat{\delta}\hat{\delta}]$ .

Kontrolę inną wyprowadza się z poprzedniego związku po wyrugowaniu niewiadomych; mianowicie (ogólnie dla  $k$  niewiadomych):

$$[p\hat{\delta}\hat{\delta}] = [pll.k] \dots (10)$$

równanie to przechodzi w przypadku trzech niewiadomych na:

$$[p\hat{\delta}\hat{\delta}] = [pll.3] = [pll] - \frac{[pal]^2}{[paa]} - \frac{[pbl.1]^2}{[pbb.1]} - \frac{[pcl.2]^2}{[pcc.2]} \dots (10^{\pi})$$

Jednostkowy błąd średni dla  $k$  niewiadomych:

$$\mu_0 = \sqrt{\frac{[p\hat{\delta}\hat{\delta}]}{n-k}} \dots (11)$$

Błędy średnie wielkości wyrównanych  $x, y, z, \dots$ , wyznaczamy na podstawie wzorów:

$$\mu_x^2 = Q_{1.1} \mu_0^2, \quad \mu_y^2 = Q_{2.2} \mu_0^2, \quad \mu_z^2 = Q_{3.3} \mu_0^2, \dots (12)$$

zaś potrzebne w tym celu wyrazy  $Q$  na podstawie t. zw. równań wag (w ilości ogólnie  $\frac{k(k+1)}{2}$ ), które dla trzech niewiadomych mają kształt:

$$\left. \begin{aligned} [paa] Q_{1.1} + [pab] Q_{1.2} + [pac] Q_{1.3} &= 1 \\ [paa] Q_{1.2} + [pab] Q_{2.2} + [pac] Q_{2.3} &= 0 \\ [pbb.1] Q_{2.2} + [pbc.1] Q_{2.3} &= 1 \\ [paa] Q_{1.3} + [pab] Q_{2.3} + [pac] Q_{3.3} &= 0 \\ [pbb.1] Q_{2.3} + [pbc.1] Q_{3.3} &= 0 \\ [pcc.2] Q_{3.3} &= 1 \end{aligned} \right\} \dots (13)$$

Łatwo zauważyć, że dla  $k = 2$  jest

$$Q_{2.2} = \frac{1}{[pbb.1]}, \text{ zaś } Q_{1.1} = Q_{2.2} \frac{[pb\bar{b}]}{[paa]} \dots \dots \dots (14)$$

zatem 
$$\mu_y = \mu_0 \sqrt{\frac{1}{[pbb.1]}}, \quad \mu_x = \mu_y \sqrt{\frac{[pb\bar{b}]}{[paa]}} \dots \dots \dots (15)$$

Błąd średni funkcji  $F(x, y, z, \dots)$  wielkości wyrównanych obliczamy z wzoru:

$$\mu_{F'}^2 = \mu_0^2 \left\{ \frac{F_1^2}{[paa]} + \frac{(F_2 \cdot 1)^2}{[pbb.1]} + \frac{(F_3 \cdot 2)^2}{[pcc.2]} + \dots \right\} \dots \dots (16)$$

przyczem

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= \frac{\partial F}{\partial x}, & F_2 &= \frac{\partial F}{\partial y}, & F_3 &= \frac{\partial F}{\partial z}, \dots \\ (F_2 \cdot 1) &= F_2 - \frac{[pab]}{[paa]} F_1, & (F_3 \cdot 1) &= F_3 - \frac{[pac]}{[paa]} F_1 \\ (F_3 \cdot 2) &= F_3 \cdot 1 - \frac{[pbc.1]}{[pbb.1]} (F_2 \cdot 1) \end{aligned} \right\} \dots \dots (17)$$

Przykłady wyrównania spostrzeżeń pośrednich por. str. 410 i 412.

**Wyrównanie spostrzeżeń zawarunkowanych.** Jeżeli spostrzeżenia  $l$ , odnoszące się do różnych wielkości, mają spełnić  $r$  warunków, należy wedle ust. 4. str. 460, ustawić  $r$ , odpowiadających im, linjowych równań odchyłek kształtu:

$$\left. \begin{aligned} a_1 \delta_1 + a_2 \delta_2 + \dots + a_n \delta_n + \omega_1 &= 0 \\ b_2 \delta_1 + b_2 \delta_2 + \dots + b_n \delta_n + \omega_2 &= 0 \\ c_1 \delta_1 + c_2 \delta_2 + \dots + c_n \delta_n + \omega_3 &= 0 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

przyczem  $n > r$ .

O ile spostrzeżeniom odpowiadają wagi różne, przeprowadzamy wyrównanie na podstawie warunku:

$$[p\delta\delta] = \min.$$

przy równoczesnem uwzględnieniu związków (1). Wedle zasad analizy należy dodać do  $[p\delta\delta]$  związki (1), pomnożone przez współczynniki nieoznaczone  $k'_1, k'_2, k'_3, \dots$  i wyznaczyć bezwzględne minimum tak utworzonej funkcji  $\Omega$ .

Zatem

$$\Omega = [p\delta\delta] + k'_1([a\delta] + \omega_1) + k'_2([b\delta] + \omega_2) + k'_3([c\delta] + \omega_3) + \dots = \min. (2)$$

a następnie: 
$$\frac{\partial \Omega}{\partial \delta_1} = 0, \quad \frac{\partial \Omega}{\partial \delta_2} = 0, \quad \dots \quad \frac{\partial \Omega}{\partial \delta_n} = 0 \dots \dots \dots (3)$$

lub po przeprowadzeniu zaznaczonych działań:

$$\left. \begin{aligned} 2 p_1 \delta_1 + a_1 k'_1 + b_1 k'_2 + c_1 k'_3 + \dots &= 0 \\ 2 p_2 \delta_2 + a_2 k'_1 + b_2 k'_2 + c_2 k'_3 + \dots &= 0 \\ 2 p_3 \delta_3 + a_3 k'_1 + b_3 k'_2 + c_3 k'_3 + \dots &= 0 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

Kładąc  $k'_1 = -2k_1, k'_2 = -2k_2, \dots$ , otrzymamy po uproszczeniu przez 2:

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 &= \frac{1}{p_1} (a_1 k_1 + b_1 k_2 + c_1 k_3 + \dots) \\ \delta_2 &= \frac{1}{p_2} (a_2 k_1 + b_2 k_2 + c_2 k_3 + \dots) \\ \delta_3 &= \frac{1}{p_3} (a_3 k_1 + b_3 k_2 + c_3 k_3 + \dots) \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

Związki te naz. równaniami poprawek, zaś współczynniki nieoznaczone  $k$  korelatami. Rugując poszczególne  $\delta$  w równaniach odchyłek (1) przy pomocy równań poprawek (5), otrzymujemy  $r$  równań korelat:

$$\left. \begin{aligned} \left[ \frac{aa}{p} \right] k_1 + \left[ \frac{ab}{p} \right] k_2 + \left[ \frac{ac}{p} \right] k_3 + \dots + \omega_1 &= 0 \\ \left[ \frac{ab}{p} \right] k_1 + \left[ \frac{bb}{p} \right] k_2 + \left[ \frac{bc}{p} \right] k_3 + \dots + \omega_2 &= 0 \\ \left[ \frac{ac}{p} \right] k_1 + \left[ \frac{bc}{p} \right] k_2 + \left[ \frac{cc}{p} \right] k_3 + \dots + \omega_3 &= 0 \\ \dots & \dots \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

Po rozwiązaniu równań korelat, które przeprowadza się analogicznymi sposobami, co rozwiązanie równań normalnych, wstawia się wartości do równań poprawek (5), uzyskując ich wartości.

$$\text{Jednostkowy błąd średni: } \mu_0 = \sqrt{\frac{p \delta \delta'}{r}} \dots \dots \dots (7)$$

zaś błędy średnie poszczególnych spostrzeżeń (przed wyrównaniem):  $\mu_i = \frac{\mu_0}{\sqrt{p_i}}$ .

Błąd średni funkcji wyrównanych spostrzeżeń  $F(l_1 + \delta_1, l_2 + \delta_2, \dots, l_n + \delta_n)$  określa wzór:

$$\mu_F^2 = \mu_0^2 \left\{ \left[ \frac{ff}{p} \right] - \frac{\left[ \frac{af}{p} \right]^2}{\left[ \frac{aa}{p} \right]} - \frac{\left[ \frac{bf}{p} \right]^2 \cdot 1}{\left[ \frac{bb}{p} \right] \cdot 1} - \frac{\left[ \frac{cf}{p} \right]^2 \cdot 2}{\left[ \frac{cc}{p} \right] \cdot 2} \dots \right\} \dots (8)$$

przyczem  $f_i = \frac{\partial F}{\partial l_i}$ .

Jeżeli mamy wyznaczyć błąd średni spostrzeżenia wyrównanego, tj.  $l_i + \delta_i$ , należy zastosować wzór (8), przyjmując  $f_i = 1$ , zaś resztę  $f = 0$ .

Zamiast posługiwać się metodą opisaną, można sprowadzić wyrównanie spostrzeżeń zawarunkowanych do wyrównania spostrzeżeń pośrednich. Wybieramy oczywiście tę metodę, która nastęrcza mniej pracy rachunkowej.

Ponieważ  $n > r$ , wybieramy  $(n - r)$  niezależnych poprawek, zawartych w równaniu (1), a oznaczwszy je przez  $x, y, z, \dots$ , ustawiamy  $n$  równań błędów o  $(n - r) = k$  niewiadomych; wyrównanie przeprowadzamy następnie wedle str. 467, przyczem niewiadomymi jest owych  $(n - r) = k$  niezależnych poprawek  $\delta$ .

O wyborze metody wyrównania decyduje w pierwszym rzędzie, czy  
 a)  $(n - r) > r$  lub  $n > 2r$ ,                      b)  $(n - r) = r$  lub  $n = 2r$ ,  
 c)  $(n - r) < r$  lub  $n < 2r$ .

W przypadku a) posługujemy się przy wyrównaniu metodą korelat, w przypadku c) metodą spostrzeżeń pośrednich; jeżeli  $(n - r) = r$ , decydują o wyborze inne względy, jak obliczenie wag, wyrazów wolnych itp.

Przykład wyrównania spostrzeżeń zawarunkowanych por. str. 420.

## LITERATURA.

- K. Weigel: Rachunek wyrównawczy. Lwów - Warszawa 1923.  
 H. Poincaré: Calcul des Probabilités. Paris 1912.  
 E. Czuber: Theorie der Beobachtungsfehler. Leipzig 1891.  
 Helmert: Ausgleichsrechnung n. d. Methode d. kl. Quadrate. 1907.  
 Jordan: Tom I. (por. str. 466).  
 Wellisch: Theorie und Praxis der Ausgleichsrechnung. 1909.

# Zarys fotografii.

Napisał

dr. fil. Henryk Mikołasch.

**Ogólne.** „Ciemnia“ („kamera“) jest to szczelna skrzyneczka, zaopatrzona z przodu otworem, w którym mieści się soczewka skupiająca, t. zw. „objektyw“. Tylną ścianę ciemni zastępuje matowa szyba, t. zw. „matówka“, urządzona tak, że w danej chwili można ją usunąć, a na jej miejsce wstawić płytę szklaną powleczoneą światłoczułą warstwą. Odstęp matówki od obiektywu można dowolnie zmieniać, tak, aby obraz przedmiotu, na który zwrócony jest obiektyw, przedstawił się najwyraźniej (obraz nastawiony jest wtedy „na ostro“). Nastawiając obiektyw na przedmiot bliski, trzeba matówkę od obiektywu oddalić. Do przedłużania i skracania służy t. zw. „wyciąg“ miechowy.

Po nastawieniu na ostro zastępuje się matówkę płytą światłoczułą w odpowiedniej osłonie, t. zw. „kasecie“, zakrywszy poprzednio obiektyw przy pomocy „czapeczki“ („kapturka“) albo zapomocą „migawki“.

Celem ochrony płyty światłoczułej przed wszelkim światłem, prócz promieni rzuconych obiektywem, należy ją bądźto zamknąć hermetycznie wewnątrz ciemni, bądźżeż umieścić ją w t. zw. „kasecie“ czyli płaskim futerale o wysuwalnej ścianie („zasuwie“), dającym się szczelnie z ciemnią zespolić.

Po wyjęciu zasuwki kasetowej odkrywa się obiektyw, wskutek czego promienie światła padają z przedmiotu fotografowanego przez obiektyw na płytę światłoczułą. Czynność tę zwiemy „wyświetleniem“.

Płytę wyświetloną wyjmuje się z kasety w t. zw. „ciemnicy“, tj. zupełnie ciemnej ubikacji, oświetlonej jedynie rubinowoczerwoną latarnią, i wkłada się ją do specjalnego płynu („wołacza“). Po chwili na jasnej powierzchni płyty zaczyna ukazywać się obraz fotografowanego przedmiotu, ale negatywny (czarne miejsca na płycie odpowiadają jasnym częściom oryginału i naodwrot). Po wydobyciu odp. siły czyli „krytości“ obrazu negatywnego, wyjmuje się wywołaną płytę z płynu, przepłukuje wodą i wkłada do „utrwalacza“, który sprzezroczyścza warstwę płyty i pozbawia ją światłoczułości. Wywołaną i utrwaloną płytę naz. „klišą“, „matrycą“ lub „negatywem“.

Celem otrzymania obrazu właściwego, pozytywnego, trzeba negatyw „skopjować“, tj. sporządzić zeń „odbitkę“, kładąc na negatyw papier światłoczuły, warstwą czułą do warstwy negatywu i poddając go działaniu światła dziennego („naświetlanie“).

**Aparat fotograficzny.** Do zdjęć inżynierskich i architektonicznych nadają się najlepiej trzy typy aparatów fotograficznych: Ciemnia podróżna

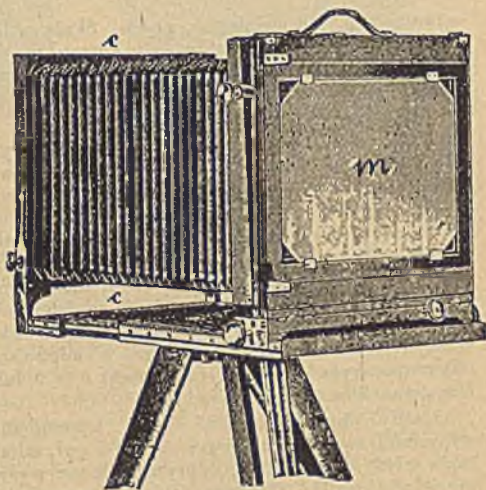


Fig. 126.

statywowa, ciemnia składana („kieszonkowa“) t. zw. „uniwersalna“, oraz ciemnia lustrzana czyli „zwierciadłówka“.

1. Ciemnia podróżna statywowa (fig. 126) służy do zdjęć od  $12 \times 16\frac{1}{2}$  do  $18 \times 24$  cm, tj. takich, których powiększać nie zamierzamy. Jak najdłuższy wyciąg miecha (40, wzgl. 60 cm); nadto pion i libelka, aby umożliwić ustawienie matówki do pionu, zaś górnej jej krawędzi do poziomu. „Czołówka“ (c), czyli przednia ścianka ciemni, dźwigająca obiektyw, powinna przesuwac się w górę i w dół, a nadto dać się pochylać ku matówce (m). Konieczny silny, drewniany, składany, okuty „trójnog“ czyli „statyw“.

2. Ciemnia składana uniwersalna (fig. 127). Zdjęć migowych ( $6 \times 9$  do  $10 \times 15$ ) dokonywać można także „z ręki“ bez konieczności użycia statywu. Długość

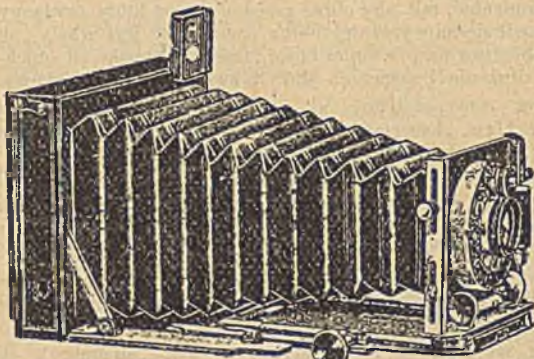


Fig. 127.

miecza i tu znaczna, tj. 24, wzgl. 36 cm. Libelka konieczna. Nadaje się też do statywu. Do zdjęć z ręki posiada ciemnia uniwersalna „celownik“, oraz „skale oddalenia“. Celownik służy do uchwycenia fotografowanego przedmiotu w takim położeniu, jak go na fotografumie dostać pragniemy. Obraz w celowniku musi występować jasno oraz dokładnie w takim

ograniczeniu, jak później na płycie. Skala oddalenia zastępuje podczas zdjęć z ręki matówkę przy nastawianiu obrazu „na ostro“. Oddalenie przedmiotu od aparatu ocenia się tu jedynie okiem, poczem zmniejsza się lub zwiększa wyciąg miecha, dopóki wskazówka przytwierdzona do wyciągu nie wskaże odp. oddalenia na podziałce skali.

3. Zwierciadłówka (fig. 128). Typ bardzo dobry do celów inż. i arch. Obiektyw rzuca tu obraz fotografowanego przedmiotu na ruchome lustro posrebrzane, ustawione wewnątrz ciemni pod kątem  $45^\circ$ ; zwierciadło odbija obraz, rzucając go na poziomą matówkę nad nim ustawioną, osloniętą wysokim składanym kominem. Korzyści: a) widzimy przedmiot fotografowany stojący tak, jak w rzeczywistości, a nie „do góry nogami“ i to dokładnie w tej samej wielkości, jak później na fotografumie; b) można ruchomy przedmiot tak długo „wizować“ przy otwartej kasecie i napiętej migawce, aż przybierze pożądaną pozę, poczem w tym samym ułamku sekundy, gdy pociśnie się odp. sprężynę, lustro odpada ku górze, a migawka szczelinowa spada w dół dokonując wyświetlenia płyty. Format  $6 \times 9$  lub  $9 \times 12$  (ewent.  $9 \times 9$ ) cm. Uzyskane klisze można powiększać.

Każdy aparat posiadać musi bezwzględnie, hermetyczną szczelność wszystkich swych składowych części — zwł. miecha — w przeciwnym bowiem razie płytę światłoczułą, odkrytą podczas wyświetlania ku wnętrzu ciemni musiałoby trafić „fałszywe światło“ powodując wadliwość („zamglenie“) kliszy.

Obiektyw: Ciemnia może być zaopatrzona: a) w otwór t. zw. „steno-peiczny“, b) w pojedynczą soczewkę skupiającą, c) w „obiektyw“, złożony z dwóch lub większej ilości rozmaitych soczewek. Wskazany jedynie obiektyw najdoskonalszego typu t. zw. „anastygmacyjny“ (fig. 129). Inne soczewki są wadliwe.

Każdy obiektyw posiada pewne stałe, których poznanie, jak również zrozumienie wpływu, jakie wywierają na jakość zdjęć, jest konieczne. Są nimi „ogniskowa” i „jasność” obiektywu. Pod ogniskową rozumiemy w mniej ścisłym znaczeniu oddalenie tego punktu między soczewkami, gdzie wpuszczona jest w obiektyw przysłona tęczątkowa ( $t$ ), od środka matówki przy ostro nastawieniu na niej obrazu przedmiotu bardzo znacznie oddalonego. Pomiar ogniskowej uskuteczniamy sposobem w praktyce wystarczającym tak: ustawimy aparat przed rozległym krajobrazem, zwracamy go obiektywem zupełnie otwartym ku jakiemuś dalekiemu przedmiotowi, poczem w sposób wiadomy nastawiamy na matówce maleńki obraz przedmiotu jak najostrej. Następnie mierzymy dokładnie odstęp środkowej części matówki



Fig. 128.



Fig. 129.

od przysłony obiektywu, odczytując wprost długość ogniskowej w centymetrach. Ogniskowa wpływa na długość wyciągu miechowego, jakoteż na wielkość obrazu fotografowanego przedmiotu na matówce, a więc i na fotografowanie. Im większa ogniskowa, tem większy obraz, ale i tem dłuższego potrzeba wyciągu miecha.

Chcąc więc otrzymać jak największy obraz fotografowanego przedmiotu, mamy przed sobą dwie drogi: zbliżyć

się doń nadmiernie, co spowodowałoby musiało obce dla oka, zatem rażące „przerysowanie” perspektywiczne przedmiotu na fotografiamie — albo zastosowanie do zdjęcia obiektywu o jak najdłuższej ogniskowej, granicę której zakresli wyciąg miecha, jakim rozporządzamy. Najlepiej trzymać się drogi pośredniej, zaopatrując się w obiektyw o średniej ogniskowej, wynoszącej dla formatu płyty  $6 \times 9$ : 12 do 15 cm, dla  $9 \times 12$ : 15 do 18 cm, dla  $13 \times 18$ : 21 do 26 cm. Ogniskową obiektywu oznaczamy literą  $F$ , np.  $F = 150$  mm.

Obiektyw taki spełni należycie swe zadanie w przeważnej części naszych zdjęć; zawiedzie atoli: *a*) przy fotografowaniu przedmiotów odległych, do których dostęp jest utrudniony z powodu przeszkód terenowych; *b*) przy zdjęciu wianu wielkich przedmiotów, od których nie jesteśmy w stanie należycie się oddalić. Wówczas wskazane są obiektywy specjalne: w pierwszym wypadku „dalekowidze” (teleobiektywy), w drugim obiektywy „szerokokątne”.

Drugą stałą każdego obiektywu jest jego jasność. Jasność tę wyraża się z dostateczną dokładnością zap. cyfry, oznaczającej, ile razy średnica wolnego otworu obiektywu mieści się w jego ogniskowej. Jeżeli np. ogniskowa obiektywu = 30 cm, a średnica soczewek wolna od oprawy = 5 cm, to jasność tego obiektywu wynosi w przybliżeniu  $30 : 5 = 6$ , co oznaczamy  $f/6$  albo  $f : 6$ .

Mając np. dwa obiektywy o jasności  $f/6$  i  $f/12$  i ustaliwszy, że doskonale technicznie fotogram pierwszym obiektywem, otrzymamy przy wyświetleniu płyty przez 1 sek., to chcąc w tych samych warunkach otrzymać równie dobry fotogram drugim obiektywem, o połowę mniej jasnym, wyświetlić musimy nie dwa ale cztery razy dłużej, tj. przez 4 sek. Zatem otwór obiektywu, mniejszy w środku  $n$  razy, wymaga  $n^2$  dłuższego wyświetlenia. Zwiększyć jasności nie można; można ją jednak zmniejszać zap. „przysłony“.

Jeżeli mamy dokonać zdjęcia, na którym wszystkie przedmioty pierwszego, średniego i ostatniego planu muszą być zarysowane z jednakową „rytą“ ostrością, to spostrzeżemy, że po nastawieniu ostrem na matówce przedmiotu pierwszoplanowego, kontur ostatnioplanowego będzie niewyraźny, rozmazany i naodwrot, — jednym słowem, że nie zdołamy zmieścić jednakiej ostrości po wszystkich planach. Wtedy zmniejszamy otwór obiektywu, zwiększając średnicę tęczówkowej przysłony i równocześnie widzimy, jak zaciemnia się matówkowy obraz, ale zarazem wzrasta ostrość wszystkich przedmiotów



Fig. 130.



Fig. 131.

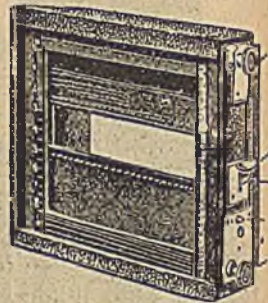


Fig. 132.

w głąb obrazu. Przez zmniejszenie jasności obiektywu zwiększamy więc „głębie ostrości“.

Migawka. Zdjęć „czasowych“, trwających od kilku lub nawet kilkunastu minut aż do  $\frac{1}{2}$  sek., dokonywa się przez odkrycie czapeczki obiektywowej. Zdjęć „migowych“ dokonywa się w ułamkach sekundy (od  $\frac{1}{5}$  aż do  $\frac{1}{1000}$ ) przy pomocy „migawki“, która może być „centralna“ (t. zw. „wycinkowa“ lub „sektorowa“ (fig. 130), „roletowa“ (fig. 131), „szczelinowa“ (fig. 132).

Gdy nie chodzi o szczególnie wielką szybkość, wskazana jest migawka centralna, gdyż pozwala również najwygodniej dokonywać i zdjęć czasowych bez potrzeby posługiwania się czapeczką, otwierając i zamykając obiektyw z wielką precyzją.

Kasety. Praktyczne, absolutnie szczelne kasety, przeznaczone do przechowywania w bezwzględnej ciemności płyt fotograficznych przed i po zdjęciu, są nieodzowną częścią składową każdego z wyż. opisanych typów ciemni. Najszczelniejsze są kasety podwójne drewniane z zasuwami drewnianymi lub metalowymi — najmniej szczelne pojedyncze kasety blaszane, choć są lekkie i cienkie.

Z kaset blaszanych należy, przechowując je poza zdjęciami, wyjmować zupełnie zasuwę, aby nie uciskały uszczelniającego paska pluszowego.

Kasety powleczone są wewnątrz warstwą czarnego lakieru lub bejcy, które oddziałują z gubnie na płyty. Nie należy więc przechowywać płyt w kasetach dłużej niż kilka dni ani przed dokonaniem zdjęć, ani potem.

Trójnog czyli statyw (fig. 133) musi stać niewzruszenie, być silnej budowy i posiadać dostatecznie szeroką „głowę“, na której opiera się spód



ciemni. Najlepsze dwu-, najwyżej trójdzielne statywy drewniane; przeważnie nie do użycia eleganckie trójnożki z rur metalowych itp. Człony trójnoga muszą się dać skracać i przedłużać, jeden niezależnie od drugiego; powinny być okute ostrymi stalowymi kołkami. W terenie skalistym, gdzie nie można wbić kołców w ziemię, używamy t. zw. „sprzęgacza“ (fig. 11), aby uniknąć rozsuwania się członów trójnoga na twardem czy śliskim podłożu. Wysokość trójnoga powinna wynosić tyle, aby podczas zdjęcia obiektyw mógł znaleźć się na wysokości oka, tj. ok. 150 cm.

Przybory pomocnicze. Ciemna zasłona, tj. metr kwadratowy ciemnego sukna lub lżejszej zbitej materyi, służy do okrywania aparatu wraz z głową fotografa podczas nastawiania na ostro matówkowego obrazu. Lupa, dobre achromatyczne szkło powiększające, przydatne, gdy chodzi np.

o jakiś subtelny szczegół, a delikatność ziarna matówkowego pozostawia, jak z reguły, wiele do życzenia.

Aparat fotograficzny należy przechowywać stale w futerałach czy tornistrach ze skóry lub nieprzemakalnego płótna, wymoszczonych aksamitem lub grubym suknem.

Płyta światłoczuła, tj. płyta szklana, powleczone t. zw. „zelem“

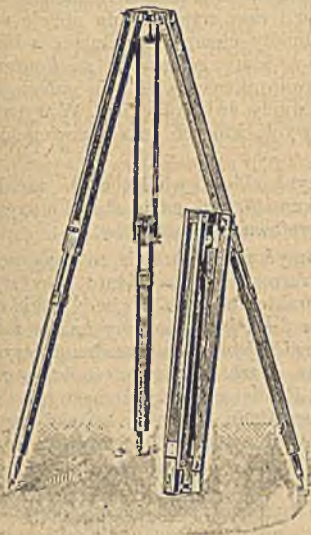


Fig. 133.

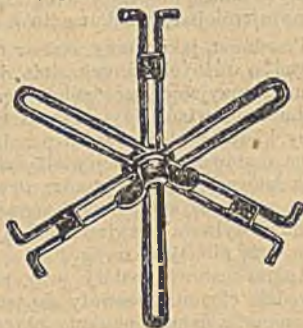


Fig. 134.

bromkosrebrowym czyli zawiesiną (emulsją) nader subtelnie rozdrobnionego bromku srebra w żelatynie. W handlu w rozmaitych stopniach czułości, naogół rozróżnia się płyty najczulsze („Ultrarapid“, „Ultrasensitive“, „Flashlight“ itp.) do zdjęć migowych najszybszych w połączeniu z bardzo jasnymi obiektywami, płyty normalnie czułe do wszelkiego rodzaju zdjęć z wyj. poprzednio wyszczególnionych — oraz płyty „fotomechaniczne“ o stosunkowo bardzo małej czułości do reprodukcji zwł. planów i rysunków kreskowych. Bez względu na stopień czułości dzielimy płyty na zwykłe i „barwoczułe“. Zwykła płyta bromkosrebrowa jest ślepa na wszystkie barwy za wyjątkiem niebieskiej i fioletowej, które rejestruje niemal tak pochopnie jak śnieżną biel. Wszystkie inne barwy wypadają na odbicie mniej lub więcej czarno. Chcąc zatem lokalne barwy fotografowanego przedmiotu oddać na fotogramie tak, lub przynajmniej w przybliżeniu tak, jak je widzi oko ludzkie w skali tonów czarnobiałych („w tych samych walorach“), musimy dokonać zdjęcia na płycie barwoczułej. Płyty takie dzielimy na: barwoczułe (ortochromatyczne) rejestrujące prócz barwy niebieskiej i fioletowej również zieloną i żółtą, i wszechbarwoczułe (panchromatyczne), do rejestracji wszystkich barw. Pierwsze z nich używane są do wszelkich zdjęć krajoobrazowych, rodzajo-

wych itp., drugie przy zdjęciach przedmiotów, wykazujących także lokalne barwy czerwone. Ponieważ jednak tak u jednych, jak i u drugich czułość na barwy niebieskie i fioletowe przewyższa zawsze znacznie stopień ich czułości na resztę barw, przeto stosujemy podczas zdjęcia szybki żółto lub pomarańczowo zabarwione, t. zw. „filtry“, które umieszczone przed lub za obiektywem w odpowiednich oprawach, osłabiają przemożny wpływ promieni niebiesko-fioletowych. Filtry przedłużają ogólny czas wyświetlenia płyty.

Podczas przerabiania płyt barwoczułych należy w ciemnicy zachować wszelkie ostrożności, trzymać się z daleka od rubinowej lampy, płyty panchromatyczne nauczyć się przerabiać w zupełnej ciemności.

Płyty zwykle i barwoczułe, zabezpieczone przeciw światłokrecom, naz. „izolatorowymi“. Jeżeli fotografujemy jakikolwiek przedmiot o bardzo silnych kontrastach między cieniem a światłem i czas wyświetlenia obficie wymierzmy, to na fotografiamie ujrzymy przedmioty ciemne, sasiadujące z białymi, jak gdyby otoczone aureolą świetlaną, w której rozmazuje się kontur tych przedmiotów, a drobniejsze szczegóły nawet nikną (np. cienkie gałęzie drzew na jasnym tle obłoka). Zjawisko to nazywany światłokretem. W wypadkach podobnych uciekamy się do płyt izolatorowych, których czas wyświetlenia jest nieco dłuższy.

**Dokonywanie zdjęć.** Zdjęcia inżynierskie i wielka część architektonicznych należą do działu fotografii dokumentarnej, gdzie chodzi o uzyskanie jak najwierniejszego dokumentu z fotografowanych obiektów.

Przedmiot, jaki mamy zamiar odtworzyć na fotografiamie, musimy przestudować o różnych porach dnia i w rozmaitem oświetleniu, aby wybrać warunki sprzyjające szczególnie jego charakterowi, oraz wrażeniu, jakie całość powinna sprawiać. Gdy warunki takie zaistnieją, ustawiamy aparat fotograficzny, kierując obiektyw ku przedmiotowi zdjęcia, aby przedmiot zarysował się na matówce w takiej wielkości, oraz w takim odgraniczeniu, w jakich go na fotografiamie mamy zamiar utrwalić. Pamiętać należy, że barwy, malujące się na matówce, znikną na fotografiamie bez śladu — tem wyraziściej zaznaczają się linje, sylweta i światłocien. Dlatego li tylko na te czynniki zwracać trzeba tem pilniejszą uwagę!

Aparat ustawić należy przy pomocy pionu i libelki tak, by pionowe krawędzie ciemni stosowały się istotnie do pionu, zaś poziome do poziomu. Nie mogąc z danego punktu, leżącego za nisko, zmieścić na matówce górnej części gmachu, wieży kościoła lub t. p. wysuwamy ku górze ruchomą czołówkę ciemni wraz z obiektywem. Jeżeli i to nie wystarczy, wtedy pochylamy czołówkę w stronę matówki, wyprowadzając ją tem samem z pionu. W tym wypadku trzeba obiektyw znacznie przysłonić, chcąc zachować ostrość na całej przestrzeni matówkowego obrazu.

Dla udania się zdjęcia, t. zn. dla otrzymania technicznie doskonałej kliszy i odbitki, miarodajne jest należyte obliczenie czasu wyświetlenia. Posłużyć się tu można t. zw. „tablicą wyświetlenia“ (patrz str. 480) lub przyrządami pomocniczymi, mierzącymi wprost natężenie światła, jakimi są „światłomierze“ chemiczne i optyczne. Jednak ani tablice, ani światłomierze nie mogą nigdy podać bezwzględnie idealnie właściwego czasu wyświetlenia; pozwalają jedynie unikać grubszych błędów w obliczaniu tego czasu. W każdym razie, zwł. w wypadkach wątpliwych, lepiej zdjęcie „prześwietlić“ niż „niedoświetlić“, gdyż można ocalić płytę prześwietloną, podczas gdy niedoświetlona znacznie, niż trzykrotnie, ocalić się nie da.

Obliczywszy czas wyświetlenia usuwa się matówkę, wkłada na jej miejsce kasetę, zamyka obiektyw, wysuwa zasuwę kasetową, zwróconą ku wnętrzu ciemni, a przeczekawszy chwilę, aż uspokoi się drganie aparatu, spowodowane tymi czynnościami, otwiera się obiektyw na obliczony przeciąg czasu. Natychmiast po wyświetleniu należy wsunąć zasuwę kasetową, kasetę

wyjąć, włożyć, do futerału a matówkę wstawić na właściwe miejsce, poczem w notatniku zapisać numer kasety, przedmiot, oraz warunki towarzyszące dokonaniu zdjęcia.

**Wołanie.** Do „wywołania“ obrazu „utajonego“, jaki powstał na płycie przez wyświetlenie, służy „ciemnica“, tj. bezwzgl. ciemny z natury lub dający się zaciemnić pokój, oświetlony jedynie rubinowo-czerwonem światłem lampy świecowej, naftowej lub elektrycznej żarówki. W ciemnicy zakłada się płyty do kaset, wyjmuje się je z kaset po dokonaniu zdjęć, oraz wywołuje utajony obraz.

**Czynność wołania:** Zanurza się płyty do czarki z t. zw. „wołaczem“ warstwą żeluzi ku górze i porusza czarką przez powien przeciąg czasu tak, by płyn równomiernie i ustawicznie oblewał całą warstwę światłoczułą. Działanie wołacza polega na redukcji srebra metalicznego w postaci czarnego strątu na tych miejscach żeluzi, gdzie podczas zdjęcia działały promienie światła. Wołaczy znany bardzo wiele; każdy niemal (wyjątek stanowi amidol, stosowany w praktyce bez dodatku zasady) składa się z trzech składników, a to: właściwej substancji redukującej, jakiegokolwiek zasady, oraz środka konserwującego. Z zasad powszechnie używają się węglanu sodu czyli sody (*Natrium carbonicum*), węglanu potasu czyli potażu (*Kalium carbonicum*) albo wodorotlenku sodu czyli sody żrącej (*Natrium hydroxydatum [hydricum]*). Zasada budzi i rozwija pełną energję redukcyjną substancji wywołującej. Środek konserwujący: siarczyn sodu (*Natrium sulfurosom*) albo dwusiarczyn potasu (*Kalium meta-bisulfurosom*) — chroni wołacz od szybkiego rozkładu w zetknięciu z powietrzem atmosferycznym.

Każdy racjonalnie złożony wołacz (patrz str. 10) daje dobre rezultaty, dla początkującego najdogodniejsze w użyciu są wołacze stężone, które przed zastosowaniem wystarczy w przepisany stosunku rozcieńczyć wodą. Należy tu np. angielski „Azol“, francuski „Metochinon“ lub bardziej u nas rozpowszechniony niemiecki „Rodinal“. Do wołania zdjęć czasowych przy rodinalu rozcieńczenie wodą w stosunku 1 : 25, migowych 1 : 40. Wołacz mniej rozcieńczony daje większe kontrasty, większą świetność obrazu negatywnego, przeciwnie zaś bardziej rozcieńczony pracuje miękko, dając negatywy słabiej kryte, ale harmonijne.

Po kilkunastu lub kilkudziesięciu (zależnie od jakości i składu wołacza, oraz czasu wyświetlenia płyty) sekundach od chwili zanurzenia płyty w wołaczu zaczyna występować obraz. Postęp wołania kontrolujemy od czasu do czasu, wyjąwszy płytę przy pomocy trzymadła (fig. 135) i badając ją w przeźroczu pod światło lampy ciemnicowej. Gdy redukcja srebra dostatecznie postąpi, t. zn. gdy obraz negatywny nabierze siły, „krytości“ i świetności, wyjmuje się płytę z wołacza, przepłukuje ją powierzchownie czystą wodą i wkłada warstwą ku górze do czarki z utrwalaczem. Czarek, służących do wołania, oraz do utrwalania, nie używać nigdy do żadnych innych kąpeli fotograficznych. Wołacz zużyty do wywołania płyty wylewa się, używając do wołania następnej płyty świeżej kąpeli wywołującej.



Fig. 135.

**Utrwalanie.** Wywołana płyta odznacza się małą przejrzystością i jest w dalszym ciągu czuła na światło; utrwalenie sprężroczyssza ją i pozbawia czułości. Utrwalacz z podsiarczynu sodu (*Natrium subsulfurosom* l. *thio-sulfurosom*) rozpuszczonego w zimnej wodzie w stosunku 1 : 5. Do polecenia: 10% -owy dodatek dwusiarczynu potasu (*Kalium metabisulfurosom*) np. na 200 g podsiarczynu 20 g dwusiarczynu. Kąpeli utrwalającej używają się aż do

wyczerpania. W litrze utrwalić można około 60 płyt  $9 \times 12$ . Po 20 min. utrwalanie można uważać za skończone. Utrwalać należy jeszcze przez 10 min. od chwili, gdy zniknie mleczna powłoka z odwrotnej strony płyt. Utrwalone płyty („klisze“, „matryce“ lub „negatywy“), poddaje się gruntownemu płukaniu, bądźto przez przeciąg godziny w t. zw. „płuczkarce“ z przepływającą wodą (fig. 136), bądź też w obszernej czarce, zmieniając co 15 min. wodę przez przeciąg  $1\frac{1}{2}$  godziny.

Wypłukane klisze stawia się na drewnianym koziołku (fig. 137) w miejscu suchym, przewiewnym, wolnym od kurzu i pyłu. Schnięcie trwa kilka do kilkunastu godzin zależnie od ciepłoty i przewiewu.

**Poprawianie wadliwych klisz.** W razie znacześniejszego niż trzykrotne niedoświetlenia zdjęcia otrzymuje się negatyw wadliwy, zbyt kontrastowy, za twardy, na którym cienie, a nawet ciemniejsze półtony pozbawione są szczegółów czyli „przeróbki“. Kliszy takiej poprawić niepodobna. W razie prześwietlenia otrzymuje się negatyw za mało kontrastowy, „mdły“, obłożony ponadto mniejszem lub większem zamgleniem szarem, wykazujący jednak całe bogactwo szczegółów oryginału. Kliszę taką poprawia się usuwając ogólne zamglenie przez kąpiel w osłabiaczu Far-

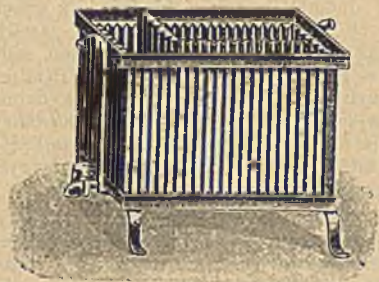


Fig. 136.



Fig. 137.

mera: Żelazicyanku potasu, (*Kalium ferricyanatum rubrum*) 1 g, wody  $5 \text{ cm}^3$ ; po rozpuszczeniu wlewamy ten roztwór do  $100 \text{ cm}^3$  10%-owego wodnego roztworu podsiarczynu sodu czyli zwykłego utrwalacza. Po gruntownym wypłukaniu następuje wzmocnienie we wzmacniaczu sublimatowym albo uranowym.

Wzmacniacz sublimatowy: Gorącej wody  $300 \text{ cm}^3$ , sublimatu (*Hydrargyrum bichloratum corrosivum*) 6 g, bromku potasu (*Kalium bromatum*) 4 g. Gdy klisza zupełnie zbieleje, opłukuje się ją w czystej wodzie i czerni w 10%-owym wodnym roztworze siarczynu sodu (*Natrium sulfurosum*).

Wzmacniacz uranowy:  $50 \text{ cm}^3$  1%-owego wodnego roztworu azocjanu uranu (*Uranium nitricum*),  $10 \text{ cm}^3$  kwasu octowego stężonego (*Acidum aceticum glaciale*),  $50 \text{ cm}^3$  1%-owego wodnego roztworu żelazicyanku potasu (*Kalium ferricyanatum rubrum*). Po osłabieniu gruntownie wypłukać i wysuszyć.

Normalnie wyświetlona płyta mogła jednak zostać fałszywie wywołana przez pozostawienie w wolaczu za krótko („niedowołanie“) lub za długo („przewołanie“). W pierwszym wypadku należy wzmocnić ją wzmocniaczem sublimatowym — w drugim osłabić w 1—3%-owym wodnym roztworze nadsiarczynu amonowego (*Ammonium persulfuricum*), zakwaszonego kilkoma kroplami kwasu siarczanego (*Acidum sulfuricum*).

Klisze poprawione należy gruntownie wypłukać i wysuszyć. Ewentualnie znajdujące się na negatywach jasne, przezroczyste plamki zakryć karminem lub tuszem przy pomocy kończystego pędzelka, gdyż na odbitkach odznaczyłyby się jako plamki i punkciki czarne, trudne do usunięcia.

**Sporządzanie odbitek.** Chcąc z kliszy otrzymać obraz pozytywny, musimy kliszę „odkopjować“, tj. sporządzić z niej „odbitkę“.

Papiery naczulone solami srebra, służące do kopjowania, dzieli się na: bromkosrebrów, odznaczające się najwyższą stosunkowo czułością na światło,

nie o wiele mniejszą od średnioczułych płyt fotograficznych — chlorkobromkosrebrów o znacznie mniejszej czułości, oraz chlorkosrebrów (i pokrewne) o najmniejszej czułości.

Na dwóch pierwszych powstaje przez „naświetlenie“ obraz utajony, który dopiero przez wywołanie na jaw występuje; na chlorkosrebrowym ukazuje się obraz już podczas naświetlania. Przyrządem pomocniczym, niezbędnym do sporządzania odbitek, jest t. zw. „kopjorama“, do której wkłada się kliszę warstwą żelatynową ku górze, kładąc na nią papier światłoczuły warstwą do spodu, zamyka wieko kopjoramki przyciskając je przy pomocy metalowych sprężyn, powodujących ścisły styk kliszy z papierem i wystawia kopjoramę krócej lub dłużej na działanie światła.

**Papier bromkosrebrowy.** Przerabia się jak płyty w ciemnicy przy rabinowym świetle lampy. Do naświetlania odbitek używa się najślabszych źródeł światła, a więc lampy naftowej, świecowej, a nawet szwedzkiej zapalki. Lampę umieszcza się w obszernem a szczelnem pudle blaszanem, drewnianem lub tekturowem, zaopatrzonem u dołu otworkami dla odpływu powietrza, u góry kominem odprowadzającym gorąco i produkty spalania, zaś z boku otworem prostokątnym zamykanym na zasuwę. Przez otwarcie zasuwę naświetla się odbitkę, puszczając promienie światła na kopjoramę, ustawioną w pewnej odległości od lampy. Im większa ta odległość, tem większe kontrasty na odbite. Każdy charakter kliszy wymaga innej odległości i innego czasu wyświetlenia — rozstrzyga tu więc jedynie doświadczenie.

Po naświetleniu wywołuje się obraz tak samo jak przy płytach. Papier cienki trzeba przed wołaniem zanurzyć na minutę do czystej wody, a dopiero potem oblać wołaczem, aby uchronić odbitkę od plam i smug wskutek zwijania się i falowania papieru w wołaczu. Do wołania nadaje się każdy dobry wołacz, taki sam jak do wołania płyt, z wyj. jednego kwasu pirogalusowego, który może zabarwić na żółto włókna papieru. Chcąc uniknąć nawet śladów zamglenia światła, dodaje się do wołacza kilkanaście kropli 10% -owego roztworu bromku potasu (Kalium bromatum). Gdy odbitka osiągnie w wołaczu pożądaną siłę, przepłukuje się ją powierzchownie w czystej wodzie i wkłada do czarki z utrwalaczem o tym samym składzie jak do utrwalania płyt, zakwaszonego z reguły dwusiarczynem potasu (Kalium meta-bisulfurosum). Po 20 minutach utrwaloną odbitkę poddaje się gruntownemu płukaniu w przepływającej lub często zmienianej wodzie.

Barwa odbitek na papierze bromkosrebrowym jest stale czarna, zimniejsza (blekitnawa) lub cieplejsza (brunatnawa), zależnie od substancji wywołującej i składu wołacza.

**Papiery chlorkobromkosrebrów, zw. także „gazowymi“** lub „do światła gazowego“, odznaczają się mniejszą czułością od poprzednich i to tem mniejszą, im mniej w swoim żelu zawierają bromku, a im więcej chlorku srebra. Zawartość ta sprawia, że barwa odbitek na papierach gazowych nie ogranicza się do czerni, lecz, że można odpowiednim wołaczem uzyskać przeważnie i inne odcienie, a zwłaszcza oliwkowe i brunatne. Z uwagi na małą stosunkowo czułość tych papierów stosuje się do naświetlania odbitek silniejsze źródła światła, szczególnie żarówki elektryczne i gazowe — zaś do oświetlenia ciemnicy jasne szyby wzgl. cylindry żółtopomarańczowe zamiast rubinowych. Zresztą tok postępowania jak przy papierze bromkosrebrowym, z tą jedynie różnicą, że naświetlone odbitki wywołujemy wprost, bez moczenia ich w wodzie, oraz, że po wywołaniu przepłukujemy je wodą zakwaszoną kwasem organicznym (np. octowym, cytrynowym, winowym lub t. p.), by przerwać momentalnie dalsze działanie wołacza. Skład i stężenie wołacza wpływa na charakter i odcień barwny odbitki. Najchętniej uż. tu metolu z hydrochinonem, któryto wołacz odpowiednio stężony działa nader szybko, dając obraz czarny, kontrastowy — zaś rozcieńczony mniej lub więcej wodą woła powoli, nadając odbitkom odcienie oliwkowe i brunatne. Im bardziej wołacz rozcieńczymy, tem dłużej musimy naświetlić i tem

## Tablica wyświetlenia.

## I. Miesiąc, pora dnia:

Styczeń		Luty		Marzec		Kwiecień		Maj		Czerwiec		Przed-południem	Popołudniu
1—15	16—31	1—15	16—28	1—15	16—31	1—15	16—30	1—15	16—31	1—15	16—30		
4	3	3	2	1,5	1,5	1,2	1	1	1	1	1	12	
5	4	3	2	1,5	1,5	1,5	1,2	1	1	1	1	11	1
6	5	4	3	2	1,5	1,5	1,5	1,2	1,2	1	1	10	2
10	8	5	4	3	2	2	1,5	1,5	1,5	1,2	1,2	9	3
.	15	10	7	5	4	3	2	2	2	1,5	1,5	8	4
.	.	.	20	12	8	6	4	3	3	2	2	7	5
.	.	.	.	.	.	15	12	8	6	5	4	6	6
.	.	.	.	.	.	.	.	.	15	15	12	5	7
16—31	1—15	16—30	1—15	16—31	1—15	16—30	1—15	16—31	1—15	16—31	1—15	Przed-południem	Popołudniu
Grudzień	Listopad	Październik	Wrzesień	Sierpień	Lipiec								

## II. Oświetlenie:

słonecznie 1      jasno bez słońca 2      pochmurno 3      ciężkie chmury 4

## III. Przedmiot zdjęcia:

architektura itp. na średnim planie = 2

## IV. Czulość płyty:

normalnie czułe (+ 14° Sch.) 1      wysoce czułe (+ 17° Sch.) 1/2

## V. Przysłona (stosunek średnicy do ogniskowej).

$F/3,15$	$F/4,5$	$F/5,5$	$F/6,3$	$F/6,8$	$F/9$	$F/15$	$F/2$	$F/31$
1	1	1	1	1	1	1	1	1
600	300	200	150	120	70	25	12	6

## Przykład:

Zadanie: Z początkiem listopada, w dzień pochmurny, o godzinie 11. przed południem dokonać mamy zdjęcia gmachu na płycie normalnie czulej pełnym otworem obiektywu  $F/6,8$ .

Rozwiązanie: Liczby, wyszukane w odpowiednich rubrykach tablicy, mnożymy, otrzymując czas wyświetlenia w sekundach:

$$2 \times 3 \times 2 \times 1 \times \frac{1}{120} = \frac{12}{120} = \frac{1}{10} \text{ sekundy.}$$

Skład chemiczny ważniejszych wołaczy organicznych w 100 cm<sup>3</sup>:

20%-owy wodny roztwór siarczynu sodu (Natrium sulfurosus cryst.)	Substancja redukująca		50%-owy wodny roztwór potażu (Kalium carbonicum)		40%-owy wodny roztwór sody suchej (Natrium carbonic.)		Woda	10%-owy wodny roztwór bromku potasu (Kalium bromatum)
	cm <sup>3</sup>	g	cm <sup>3</sup>	cm <sup>3</sup>	cm <sup>3</sup>	cm <sup>3</sup>		
25	kwas pirogalusowy.....	0,5	10	albo	10	55	V	
15	pirokatechina.....	0,6	10	"	10	65	—	
15	hydrochinon.....	0,5	10	"	10	65	—	
25	aduroł.....	1	10	"	10	55	—	
25	paraamidofenol.....	0,5	10	"	10	55	—	
30	metol.....	0,6	10	"	10	50	X	
25	edinol.....	0,5	10	"	10	55	—	
25	glicyna.....	1	10	"	10	55	—	
25	metol z.....	0,2	10	"	10	55	V	
25	hydrochinonem.....	0,3	—	"	—	75	—	
25	amidol.....	0,5	—	"	—	75	X	

cieplejszy odcień barwny otrzymamy na pozytywnym obrazie. Każdy jednak papier gazowy, zależnie od składu chemicznego swego żelu, zachowuje się pod tym względem inaczej tak, że niepodobna podać ogólnie trafnych przepisów.

**Papiery wykopjowujące**, zwane także „dziennymi“ lub do „światła dziennego“, obejmują grupę papierów, których warstwa zawiera jako substancję światłoczułą chlorek, cytrynian srebra lub inne sole srebrne, zazwyczaj kwasów organicznych. Z powodu małej czułości tych związków chemicznych przerabiać je można gdziekolwiek przy przyémionem świetle dziennem, zaś naświetlać w pełnem świetle dnia, a nawet w bezpośrednich promieniach słońca. Obraz występuje na tych papierach widoczny podczas stosunkowo długiego naświetlania. Odbitki z reguły przekopjowujemy, tj. naświetlamy tak długo, aż obraz wystąpi z większą siłą, ciemniejszy, niż go pragniemy na gotowej odbitce, a to z powodu, że w następnych kąpielach „cofa się“ czyli traci na sile. Odbitki utrwała się wprost w 10% - owym wodnym roztworze podsiarczynu sodu (*Natrium subsulfurosum* l. *thiosulfurosum*) - a wówczas otrzymamy odcień czerwony, rudy lub żółtobrunatny — albo też można je dla upiększenia barwy wyzłocić i utrwalić. Złoto metaliczne zastępuje wówczas częściowo strat srebrny, nadając odbitce odcienie najrozmaitsze od purpurowo-fioletowych do niebieskawych. Kąpiel złocząca stosuje się bądźto odrębnie przed utrwalaniem, bądź też w połączeniu z utrwalającą - w pierwszym wypadku odbitki są trwalsze.

**Wykańczanie odbitek.** Odbitki po utrwaleniu i gruntownem wypłukaniu wieszka się na rozpiętym sznurze zapomocą klamerek mosiężnych lub drewnianych kleszczyków, aby dokładnie wyschły; następnie trzeba je rozprostować, przesuwać je ostrożnie przez kant blatu stołowego lub linealu. Po obcięciu niepotrzebnych krawędzi nożycami lub lepiej przeznaczoną do tego celu maszynką z nożem (fig. 138), wkłada się odbitki luźnie do albumów albo też



Fig. 138.

nakleja je czystym kłajstrem pszennym, zadanyemu kilku kroplami fenolu lub ty-molu, zapomocą płaskiego szczeciowego pędzla na chemicznie czyste (niebieskone) kartony lub czerpany papier, pozostawiając naklejone fotografie przez jakiś czas pod silnym przyciskiem (np. w obszernej kopjoranie).

Chcąc podnieść świetność odbitek na papierach matowych (z wyjątkiem t. zw. „celoidynowych“) i zwiększyć ich trwałość, powleka się je z obu stron zapomocą miękkiego szerokiego pędzla jakimkolwiek rozcieńczonym werniksem żywicznym (np. spirytusowym roztworem białego szelaku).

**Obrazy świetlne czyli przeźrocza.** Chcąc umożliwić równocześnie wielkiej ilości osób oglądanie zdjęć, uciekamy się do t. zw. „rzutnictwa“ czyli „projekcji“. Do odpowiednio urządzonego aparatu, zw. „skioptikonem“ wkłada się w tym celu kolejno „przeźrocza“ albo diapozytywy, które aparat rzuca w znacznem powiększeniu na rozpięte białe płótno lub papier ekranu rzutniczego. Przeźrocza te są odbitkami, sporządzonymi nie na papierze, ale na płycie szklanej. Do tego celu służą płyty diapozytywowe o warstwie światłoczułej z żelu chlorkobromkosrebrnego. Sporządzanie przeźroczy nie różni się niczem od kopjowania na papierach gazowych. Gotowe przeźrocza nakrywa się celem ochrony warstwy żelatynowej z obrazem cienką płytką szklaną, tej samej wielkości co diapozytyw, i okleja wszystkie cztery krawędzie zespolonych płyt zapomocą gumowanych pasków czarnego papieru, na którym białą farbą umieszcza się odpowiedni napis.