ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1978

Seria: ENERGETYKA z. 68 Nr kol. 564

Joachim KOZIOŁ

Instytut Techniki Cieplnej

PROBABILISTYCZNE MNOŻENIE WYKRESÓW UPORZĄDKOWANYCH

Streszczenie. W pracy przedstawiono różnicową metodę probabilistycznego mnożenia wykresów uporządkowanych. Podano ogólną formułę służącą do określenia wykresu kompozycyjnego oraz algorytm obliczeń.

1. Wstęp

Przy analizach związanych z przewidywaniem efektów gospodarki energetycznej, planowaniem zużycia nośników energii i innych materiałów oraz przy projektowaniu nowych urządzeń konieczne jest posługiwania się wykresami uporządkowanymi. W warunkach wzajemnej współpracy urządzeń nieodzowne jest dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie ich parametrów eksploatacyjnych. Dokonywanie działań w oparciu o wykresy uporządkowane tych parametrów, w przypadku gdy są one wzajemnie niezależne, należy przeprowadzać poprzez kompozycję (splot) wykresów wyjściowych [1]. Postępowanie takie wynika z faktu, że czas na wykresach uporządkowanych nie oznacza chwili występowania konkretnej wartości parametru lecz informuje o okresie występowania wartości nie mniejszych od rozpatrywanej. Wykresy uporządkowane, poza nielicznymi wyjątkami [5], mają przebieg trudny do analitycznego ujęcia, dlatego kompozycję wyznacza się najczęściej metodami różnicowymi. Sposoby postępowania przy probabilistycznym dodawaniu i odejmowaniu zostały podane w [1], [2], [3], [4], [6]. W niniejszej pracy przedstawiono różnicową metodę mnożenia wykresów uporządkowanych.

2. Zastosowanie kompozycji wykresów uporządkowanych

Probabilistyczne dodawanie i odejmowanie parametrów eksploatacyjnych w oparciu o ich wykresy uporządkowane przeprowadza się w przypadku wielkości tego samego rodzaju występujących w niezależnie i równolegle pracujących dwóch lub więcej urządzeniach. Przykładem może być wyznaczanie wykresu uporządkowanego łącznej wydajności dwóch kotłów pracujących równolegle lub określanie wykresu uporządkowanego nadmiaru i niedoboru pracy w warunkach jej nieregulowanego wytwarzania i zużycia. W obu przypadkach indywidualne wykresy uporządkowane dotyczą strumienia pary. Liczne przykłady

zastosowania kompozycji wykresów uporządkowanych w przypadku dodawania i odejmowania podano w [1], [2], [6].

Mnożenie probabilistyczne wykresów uporządkowanych wyznaczane jest w oparciu o wykresy indywidualne wielkości różniących się między sobą pod względem fizycznym, ale występujących w jednym urządzeniu. Wyznaczyć można na przykład wykres uporządkowany strumienia energii chemicznej paliwa przy znanych wykresach uporządkowanych strumienia tego paliwa i wartości opałowej. Tworzenie iloczynu probabilistycznego może znaleźć zastosowanie przy rozwiązywaniu następujących szerszych problemów:

1. Analiza efektywności ekonomicznej inwestycji usprawniającej gospodarkę energetyczną.
2. Optymalizacja parametrów konstrukcyjnych urządzeń pracujących przy zmiennych parametrach eksploatacyjnych.
3. Rozwiązywanie problemów z zakresu programowania probabilistycznego.

3. Różnicowa metoda probabilistycznego mnożenia wykresów uporządkowanych

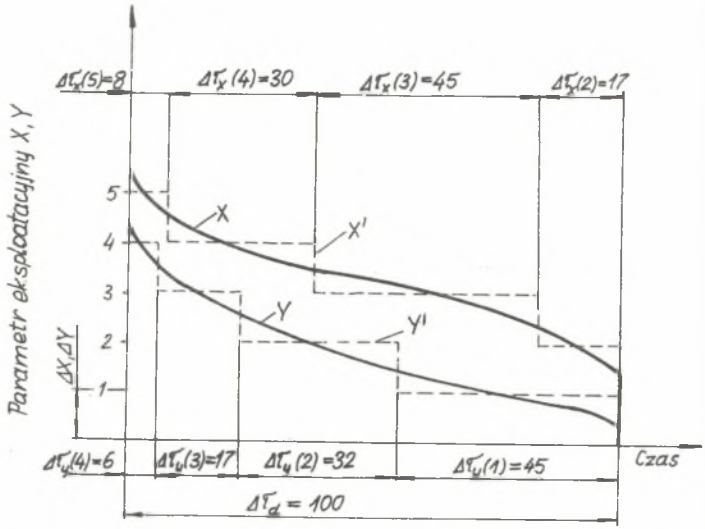
Istotnym założeniem przy wyznaczaniu kompozycji wykresów uporządkowanych jest traktowanie występowania poszczególnych parametrów eksploatacyjnych na wykresach indywidualnych jako zdarzeń wzajemnie niezależnych. Należy wobec tego wyodrębnić przypadki nie spełniające tego założenia. Oddzielnie należy więc wyznaczać kompozycję wykresów dotyczących okresów remontu oraz w niektórych przypadkach dni świątecznych i roboczych [2], [3], [4].

Okresy występowania dodatnich wartości na mnożonych probabilistycznie wykresach uporządkowanych są jednakowe, gdyż wykresy te dotyczą parametrów występujących w tym samym urządzeniu. Można więc w rozważaniach pominąć okres postoju.

Stosując różnicową metodę probabilistycznego mnożenia wykresów uporządkowanych przyjmuje się na wykresach indywidualnych X i Y (rys. 1) umowne jednostki parametrów ΔX i ΔY. Następnie aproksymuje się poszczególne wykresy, cechujące się ciągłą zmiennością parametrów za pomocą wykresów o zmienności skokowej, w taki sposób aby na wykresie X' zmiany parametrów występowały co ΔX, zaś na wykresie Y' co ΔY. Uzyskane w ten sposób wykresy schodkowe X' i Y' (linia przerywana na rys. 1) cechują się występowaniem parametrów, które są całkowitymi wielokrotnościami przyjętych jednostek na wykresach wyjściowych.

Przy poprawnie przeprowadzonej aproskymacji pola nad i pod krzywą w obrębie szerokości poszczególnych schodków powinny być sobie równe. Dotrzymanie tego warunku nie jest jednak możliwe w przypadku dowolnego przyjęcia wartości ΔX i ΔY.

Szerokości schodków określają okresy czasu $\Delta\tau_x(i)$ $(i=1,...m)$ i $\Delta\tau_y(j)$ $(j=1,...n)$, w których na wykresach schodkowych występują parametry eks-



Rys. 1. Wykresy indywidualne do przykładowych obliczeń

ploatacyjne, równe odpowiednio $X' = i$ oraz $Y' = j$. Okresy te odpowiadają w przybliżeniu występowaniu na wykresie X wartości $\left[i - \frac{1}{2},\ i + \frac{1}{2}\right]$ zaś na wykresie Y wartości $\left[j - \frac{1}{2},\ j + \frac{1}{2}\right]$.

Jeżeli na wykresach X' i Y' wystąpią odcinki pionowe w zakresie zmienności parametru większej od przyjętej jednostki, należy tym wartościom parametrów eksploatacyjnych przyporządkować okresy $\Delta\tau = 0$ (np. na wykresie X', $\Delta\tau_x(1) = 0$).

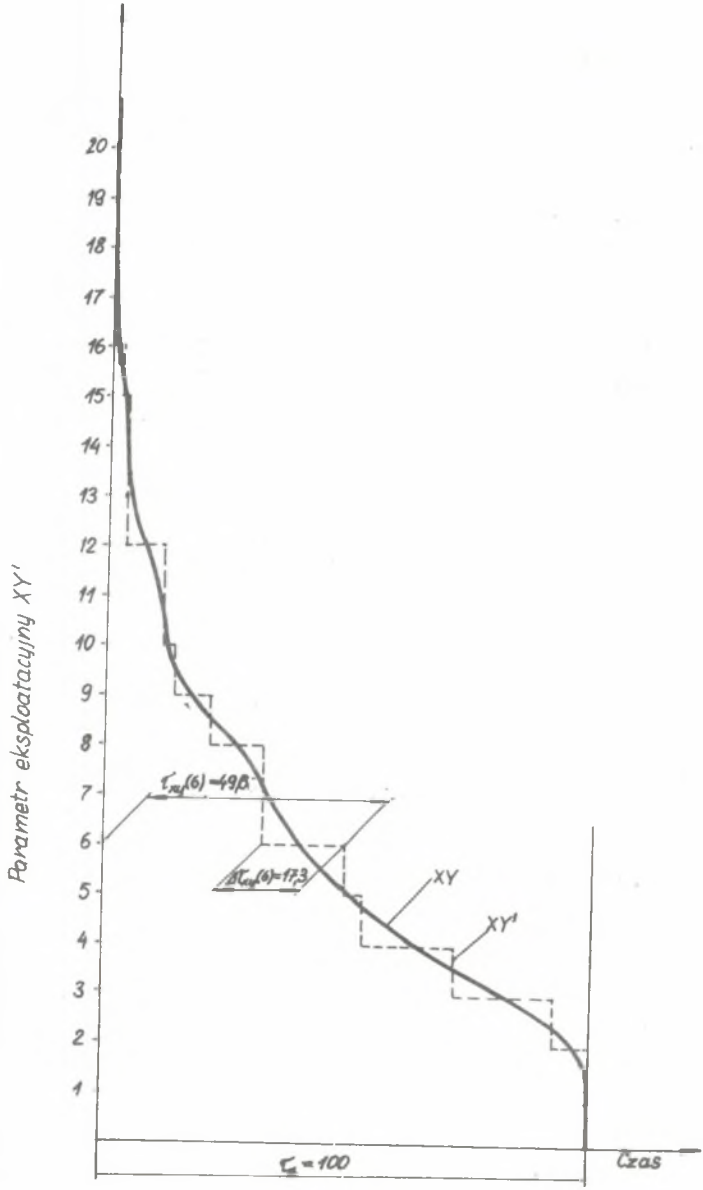
Prawdopodobieństwo $p_x(i)$ wystąpienia parametru $X' = i$ oraz prawdopodobieństwo $p_y(j)$ wystąpienia parametru $Y' = j$ określa się z zależności [1],

$$p_x(i) = \frac{\Delta\tau_x(i)}{\tau_d}, \qquad p_y(j) = \frac{\Delta\tau_y(j)}{\tau_d}, \tag{1}$$

gdzie:

τ_d - analizowany okres pracy urządzenia.

W przypadku równoczesnego wystąpienia $X' = i$ oraz $Y' = j$ uzyskuje się jako iloczyn wartości tych parametrów $XY' = k$, przy czym $k = ij$.



Rys. 2. Wynikowy wykres uporządkowany probabilistycznego mnożenia wykresów indywidualnych

Prawdopodobieństwo $p_{xy}(ij)$ wystąpienia powyższego przypadku wynika ze wzoru [1]

$$p_{xy}(ij) = \frac{\Delta\tau_x(i)\,\Delta\tau_y(j)}{\tau_d}. \tag{2}$$

Na uporządkowanym wykresie kompozycyjnym (rys. 2) temu prawdopodobieństwu odpowiada okres czasu [1]

$$\Delta\tau_{xy}(ij) = p_{xy}(ij)\,\tau_d \tag{3}$$

Zauważa się równocześnie występowanie większe liczby kombinacji wartości parametrów X' i Y', których iloczyn równy jest $XY' = k$ $(k=1,\ldots mn)$ (jeżeli np. $m = 5$, $n = 4$, zaś $k = 4$ to wartość tę uzyskać można jako iloczyn $X' = 4$, $Y' = 1$, $X' = 2$, $Y' = 2$ oraz $X' = 1$, $Y' = 4$). Okres czasu $\Delta\tau_{xy}(k)$ występowania wartości $XY' = k$ na wykresie kompozycyjnym powinien więc wynikać z sumy wszystkich prawdopodobieństw równoczesnego wystąpienia parametrów X' i Y', których iloczyn jest równy k.

Łączny okres czasu $\tau_{xy}(k)$ (rys. 2) wystąpienia na wykresie kompozycyjnym wartości parametru $XY' \geqslant k$ określa się jako

$$\tau_{xy}(k) = \sum_{l=k}^{mn} \Delta\tau_{xy}(l) = \sum_{j=1}^{n} \Delta\tau_y(j) \sum_{i=R\left(\frac{k}{j}\right)}^{m} \Delta\tau_x(i) \tag{4}$$

gdzie:

$$R(z) = \begin{cases} z \text{ gdy } & z \in N \\ \text{entier } (z) + 1, \text{ gdy } & z \notin N, \end{cases} \tag{5}$$

N - zbiór liczb naturalnych.

Korzystanie z równania (5) przy wyznaczaniu iloczynowej kompozycji wykresów uporządkowanych jest niewygodne. Podaną zależność proponuje się raczej wykorzystywać w przypadku wielokrotnie powtarzanych obliczeń. Występuje to najczęściej przy rozwiązywaniu szerszych problemów przeprowadzanych przy użyciu elektronicznych maszyn cyfrowych, np. przy optymalizacji techniczno-ekonomicznej. Przy jednokrotnym wyznaczaniu omawianej kompozycji wskazane jest postępować według algorytmu przedstawionego w tablicy 1. Wartości podane w tablicy odpowiadają odcinkom czasów $\Delta\tau_x$, $\Delta\tau_y$ oraz parametrom X' i Y' przedstawionym na rys. 1. W wyniku przeprowadzonych obliczeń uzyskuje się schodkowy wykres uporządkowany XY' probabilistycznego iloczynu wykresów indywidualnych (linia przerywana na rys. 2). Ostateczną postać wyznaczanego wykresu XY uzyskujemy w wyniku aproksymacji (linia ciągła na rys. 2) wspomnianego wykresu schodkowego.

Tablica 1

Algorytm probabilistycznego mnożenia wykresów uporządkowanych

Parametr na wykresie XY'		20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Parametr na wykresie X'	5	8·6					8·17					8·32					8·45				
	4					30·6				30·17				30·32				30·45			
	3									45·6			45·17			45·32			45·45		
	2													17·6		17·17		17·32		17·45	
	1																	0·6	0·17	0·32	0·45
		Parametr na wykresie Y'																4	3	2	1
Suma iloczynów σ		48				180	136			780		256	765	1062		1729	360	1894	2025	765	0
$\Delta\tau_{xy}(k) = \sigma / \tau_d$		0,48				1,80	1,36			7,80		2,56	7,65	10,62		17,29	3,60	18,94	20,25	7,65	0,00
$\tau_{xy}(k) = \sum_{i=k}^{m} \Delta\tau_{xy}(i)$		0,48	0,48	0,48	0,48	2,28	3,64	3,64	3,64	11,44	11,44	14,00	21,65	32,27	32,27	49,56	53,16	72,10	92,35	100,00	100,00

4. Uwagi końcowe

Analizując przedstawioną metodę wyznaczania kompozycji wykresów uporządkowanych nasuwają się następujące uwagi:

1. Dokładność proponowanej metody zależy od przyjętych umownych jednostek wartości parametrów ΔX, ΔY.

2. Aproksymację ciągłych wykresów indywidualnych za pomocą wykresów schodkowych (rys. 1) można przeprowadzić, kierując się intuicją. Z doświadczenia wynika, że błędy wynikłe z tego tytułu są niewielkie. Uwaga powyższa dotyczy również aproksymacji pokazanej na rys. 2.

LITERATURA

[1] Szargut J.: Energetyka cieplna w hutnictwie, Śląsk, Katowice 1971.

[2] Szargut J.: Kenngleichungen und Belastungskurven der Wärmeanlagen. Springer Verlag, New York 1975.

[3] Szargut J.: Uporządkowane wykresy wydajności urządzeń równolegle działających. Gospodarka Paliwami i Energia nr 9, 1969.

[4] Szargut J., Kozioł J.: Belastungskurven parallel arbeitender Energieerzeugungs- und Energieverbrauchsanlagen (w druku).

[5] Kozioł J.: Charakterystyki energetyczne i wykresy obciążeń urządzeń cieplnych. II Wykresy obciążeń urządzeń cieplnych. Gospodarka Paliwami i Energią nr 10, 1974.

[6] Kozioł J.: Charakterystyki energetyczne i wykresy obciążeń urządzeń cieplnych. III Kompozycja wykresów uporządkowanych. Gospodarka Paliwami i Energią nr 6, 1975.

ПРОБАБИЛИСТИЧЕСКОЕ УМНОЖЕНИЕ УПОРЯДОЧЕННЫХ ДИАГРАММ

Р е з ю м е

В статье приводится дискретный метод пробабилистического умножения упорядоченных диаграмм. Приводится формула, необходимая для построения диаграммы и алгоритм расчёта.

PROBABILISTIC MULTIPLICATION OF ORDERED CURVES

S u m m a r y

A differential method of probabilistic multiplication of ordered curves is presented. A general formula for determining composition curves and a procedure method are shown.