ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980

Seria: ENERGETYKA z. 76 Nr kol. 663

Joachim J. OTTE

SFORMUŁOWANIE ZAGADNIENIA BRZEGOWEGO W METODZIE ANALIZY PRZEPŁYWU PRZEZ MASZYNY WIRNIKOWE PRZY ZASTOSOWANIU FUNKCJI PRĄDU

Streszczenie. Wprowadzając pojęcie funkcji prądu, problem analizy osiowo-symetrycznego przepływu sprowadzono do zagadnienia brzegowego. W pracy rozpatrzono model przepływu ściśliwego, przy czym uwzględniono najbardziej ogólną strukturę strumienia na wlocie do układu. Oddziaływanie łopatek oraz straty przepływu modelowane są odpowiednimi siłami masowymi.

1. WSTĘP

Problem odpowiednio dokładnego określenia parametrów przepływu dla zadanej geometrii układu łopatkowego jest stale przedmiotem intensywnych prac w różnych ośrodkach naukowych. Jak przedstawiono w przeglądowym artykule [1], spośród metod analizy osiowo-symetrycznego przepływu najbardziej ogólne są: metoda krzywizny linii prądu oraz metody funkcji prądu w swych odmianach, wykorzystujących metodę różnic skończonych oraz metodę elementów skończonych. Wśród nich, według autora, obecnie najbardziej uniwersalną jest metoda funkcji prądu z zastosowaniem aproksymacji różnicowej.

Niniejszy artykuł, przedstawiający model przepływu oraz sformułowanie zagadnienia brzegowego przy zastosowaniu funkcji prądu, oparty jest w dużej mierze na pracy autora [2].

Zestawienie ważniejszych oznaczeń

c - prędkość bezwzględna,

F_2 - siła masowa oddziaływania łopatek,

f - uśredniona masowa siła tarcia,

h^* - rotalpia całkowita,

n - wektor normalny,

p - ciśnienie,

r, φ, z - współrzędna w układzie cylindrycznym,

s - entropia,

T - temperatura,

u - prędkość obwodowa,

w - prędkość względna,

ϑ_p - kąt powierzchni S_2' przy $r = const$ względem kierunku osiowego,

δ - kąt nachylenia powierzchni S_2' przy $z = const$ względem kierunku promieniowego,

$\varkappa$ - wykładnik izentropy,

ϱ - gęstość,

$*$ (indeks u góry) - dotyczy parametrów spoczynkowych.

2. PODSTAWOWE RÓWNANIA MECHANIKI PŁYNÓW

Przestrzenny, nieustalony przepływ płynu ściśliwego, nielepkiego i nieprzewodzącego ciepła uważa się za opisany, jeżeli w dowolnym punkcie przestrzeni znane są wartości trzech składowych prędkości c_r, c_u, c_z, ciśnienia p, gęstości ϱ oraz temperatury T. Wyznaczenie poniższych sześciu funkcji współrzędnych przestrzennych i czasu

$$\left\{c_r, c_u, c_z, p, \varrho, T\right\} = f(r, \varphi, z, t) \tag{1}$$

stanowi podstawowe zagadnienie mechaniki płynów. Równania pozwalające na określenie tych funkcji wynikają z ogólnych zasad zachowania mechaniki i termodynamiki [3, 4, 5, 6, 7]. Ze względu na to, że analizę przepływu w maszynach wirnikowych najłatwiej prowadzi się w układzie współrzędnych, obracających się ze stałą prędkością ω, postać równań prowadzących do określenia zależności (1) przedstawia się następująco [2]:

- równanie ciągłości

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \mathrm{div}(\varrho \bar{w}) = 0, \tag{2}$$

- równanie ruchu w formie Gromeki-Lamba

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \mathrm{grad}\left(\frac{w^2}{2} - \frac{u^2}{2}\right) + 2\bar{\omega} \times \bar{w} - \bar{w} \times \mathrm{rot}\ \bar{w} = \bar{F} - \frac{1}{\varrho}\ \mathrm{grad}\ p, \tag{3}$$

- równanie energii

$$\varrho \frac{d}{dt}\left(i + \frac{w^2}{2} - \frac{u^2}{2}\right) = \varrho\ \bar{w}\ \bar{F} + \frac{\partial p}{\partial t}, \tag{4}$$

- równanie stanu czynnika

$$p = \varrho RT. \tag{5}$$

W równaniu (4) występuje trójskładnikowe wyrażenie odgrywające w przepływie względnym taką samą rolę, jak entalpia całkowita w przepływie bezwzględnym. Wyrażenie to, w ślad za WU [8], przyjęto określać terminem "rotalpia całkowita". Definicyjnie zachodzi więc

$$h^* = i + \frac{w^2}{2} - \frac{u^2}{2}. \tag{6}$$

Przejście do zagadnienia osiowo-symetrycznego uzyskuje się przez operację uśrednienia całego układu równań. Metoda uśrednienia równań w zagadnieniach aerodynamiki maszyn wirnikowych po raz pierwszy zastosowana była w pracy [9], a następnie także w pracach [10, 11]. W niniejszej pracy uśrednienie funkcji opisujących przepływ przeprowadzono według metody podanej przez STIEPANOWA [9], poprzez uśrednienie liniowe zgodnie z definicją

$$f(r,\varphi,z,t) = \bar{f}(r,z) + f'(r,\varphi,z,t), \tag{7}$$

w której pierwszy składnik jest uśrednioną wielkością funkcji f, a drugi - tzw. pulsacją.

W wyniku uśrednienia, po odrzuceniu członów pulsacyjnych, otrzymuje się następujący układ równań [2, 12]:

- równanie ciągłości

$$\mathrm{div}(\tau\, \varrho\, \bar{w}) = 0, \tag{8}$$

- równanie ruchu w formie Crocco

$$-\bar{w} \times \mathrm{rot}\, \bar{w} + 2\bar{\omega} \times \bar{w} = T\, \nabla s - \nabla h^* + \bar{F}_2, \tag{9}$$

- równanie energii

$$\frac{dh^*}{dt} = 0 \quad \text{lub inaczej} \quad h^* = \mathrm{const}(\psi). \tag{10}$$

Oprócz równania stanu (5) dochodzą tu jeszcze dwa związki

$$\bar{w} \cdot \bar{n} = 0 \tag{11}$$

$$\bar{n} \times \bar{F}_2 = 0, \tag{12}$$

stanowiące powierzchnię prądu S_2' oraz warunek ortogonalności powierzchni S_2' i siły oddziaływania łopatek $\bar{F}_2$.

3. ZAGADNIENIE UOGÓLNIENIA MODELU PRZEPŁYWU

Płyn idealny, którego przepływ opisany jest równaniami podanymi wyżej należy do tzw. ośrodków klasycznych, w których nie zachodzi rozpraszanie energii w trakcie zmiany ich stanu. Łatwo można to wykazać, mnożąc skalarnie przez wektor prędkości "w" obie strony równania (9), co prowadzi do wniosku

$$\bar{w} \cdot \nabla s = 0, \tag{13}$$

co z kolei oznacza niezmienność entropii wzdłuż linii prądu, czyli

$$s = \mathrm{const}(\varphi). \tag{14}$$

Taki model przepływu oczywiście odbiega od rzeczywistego, charakteryzującego się w pierwszym rzędzie dysypacją energii.

Uogólnienie modelu przepływu sprowadza się do uwzględnienia stycznych sił tarcia wykonujących pracę dl_t, w wyniku czego wydziela się ciepło dq_t. Równanie energii powinno więc to uwzględniać

$$\frac{dh^*}{dt} = -\frac{dl_t}{dt} + \frac{dq_t}{dt}. \tag{15}$$

Wiadomo jednak, że w przypadku przemiany adiatermicznej powstałe wskutek tarcia ciepło jest równoważne pracy tarcia, tzn.

$$dq_t = dl_t. \tag{16}$$

Stąd też wyrazy te znoszą się w powyższym równaniu, co oznacza,że poprzednio przytoczone równanie energii (10) jest słuszne również przy uwzględnieniu zjawiska występowania strat.

Zmianę entropii czynnika w przypadku nieodwracalnej przemiany adiatermicznej oblicza się ze związku

$$dq_t = T\, ds, \tag{17}$$

co wobec niespełnienia relacji (14) bezpośrednio sugeruje występowanie w równaniach ruchu dodatkowego członu, będącego konsekwencją przyjęcia modelu ze stratami.

Jeżeli brakujący człon, zwany dalej masową siłą tarcia, oznaczyć przez $\bar{f}$, to uogólnione równanie ruchu przyjmie postać

$$-\bar{w} \times \mathrm{rot}\, \bar{w} + 2\bar{\omega} \times \bar{w} = T\nabla s - \nabla h^* + \bar{F}_2 + \bar{f}. \tag{18}$$

Mnożąc teraz obie strony tego równania skalarnie przez wektor prędkości $\bar{w}$, uzyskuje się związek

$$\bar{w} \cdot \bar{f} = - T\bar{w} \cdot \nabla s = - T \frac{ds}{dt}. \tag{19}$$

Wykorzystując teraz założenie styczności wektora siły tarcia i prędkości, uzyskuje się zależność

$$\bar{f} = - \bar{w} \frac{T}{w^2} \frac{ds}{dt} = - \bar{w} \frac{Tc_m}{w^2} \frac{ds}{dm}. \tag{20}$$

Wynika stąd, że wektor siły tarcia $\bar{f}$ jest pojęciem wynikłym wskutek wprowadzenia do rozważań strat przepływu. O ile w równaniach ruchu Naviera-Stokesa [6] charakter przepływu płynu lepkiego uwzględniony jest dynamicznie, to tu charakter ten oddany jest energetycznie poprzez uśrednione efekty lepkości w postaci gradientów entropii wzdłuż linii prądu. Takie postępowanie pozwoliło obejść trudności matematyczne, a jednocześnie zachować w przyjętym modelu przybliżone właściwości i charakter przepływu rzeczywistego.

Dla ilościowego ujęcia procesu dysypacji wprowadza się pewną funkcję przyrostu entropii wzdłuż linii prądu, tzw. współczynnik doskonałości przemiany σ.

Jeżeli w punkcie początkowym linii prądu parametry termodynamiczne czynnika oznaczyć indeksem "o", to całkując równanie pierwszej zasady termodynamiki

$$T\, ds = di - \frac{dp}{\varrho} \tag{21}$$

z uwzględnieniem równania stanu gazu (5), uzyskuje się ogólne równanie przemiany

$$\left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} \frac{T_o}{T} = \exp\left(\frac{s_o - s}{c_p}\right), \tag{22}$$

z którego bezpośrednio wynika definicja współczynnika σ

$$\sigma = \exp\left(- \frac{s - s_o}{c_p}\right). \tag{23}$$

W przypadku przemiany izentropowej $s = s_o = \text{const}$, czyli $\sigma = 1$.

4. MODELOWANIE STRAT PRZEPŁYWU

W przyjętym modelu czynnika uwzględnienie jego rzeczywistych własności sprowadza się do określenia w każdej strudze uśrednionych efektów lepkości płynu rzeczywistego. Efekty te, w postaci wzrostu entropii, wywołane są wszystkimi rodzajami strat przepływu przestrzennego.

Pewne trudności nasuwa przyjęcie odpowiedniego rozkładu strat w poprzek osiowo-symetrycznych kanałów przepływowych, tzn. w kierunku od piasty do osłony zewnętrznej. Rozkład ten nie może być bowiem identyczny z uzyskiwanym dla płynu rzeczywistego (np. z pomiarów), gdyż w płynach lepkich dopuszczalne są znacznie większe gradienty strat aniżeli te, które mogą być przyjmowane dla rozpatrywanego w niniejszej pracy modelu czynnika nielepkiego.

Z tego względu proponuje się więc przyjmować rozkłady strat z zachowaniem promieniowego gradientu strat profilowych, przy jednoczesnym uwzględnieniu, odpowiednio rozłożonych po wysokości łopatki, pozostałych strat.

Rozpatrując współczynnik strat ζ jako stosunek strat energii powstałych na danej linii prądu przy przepływie przez wieniec łopatkowy w stosunku do energii kinetycznej strumienia na wylocie - w przypadku turbin i na wlocie w przypadku sprężarek, można określić straty entalpii w przepływie przez wieniec:

$$\Delta i = \zeta \frac{1}{2} w^2. \tag{24}$$

Przyrost entropii wzdłuż linii prądu wyniesie

$$\Delta s = \zeta \frac{1}{2T} w^2, \tag{25}$$

co pozwala wyznaczyć współczynnik doskonałości przemiany

$$\sigma = \exp(- \zeta \frac{1}{2T} w^2). \tag{26}$$

Aby uzyskać obraz zmiany entropii wzdłuż linii prądu na drodze pomiędzy krawędziami kolejnych wieńców łopatkowych (odległość m_w), należy zadać w tym przedziale rozkład współczynnika strat. Jeżeli oznaczyć przez m bieżącą odległość od krawędzi wlotowej, to można to uczynić za pomocą funkcji

$$\zeta(r,m) = \zeta(r) \left(\frac{m}{m_w}\right)^n, \tag{27}$$

gdzie n jest odpowiednio przyjętym wykładnikiem (najczęściej zadaje się n = 1-2).

5. FUNKCJA PRĄDU

W bezźródłowym ustalonym i osiowo-symetrycznym przepływie płynu ściśliwego można wprowadzić funkcję $\psi(r,z)$, zwaną funkcją prądu, która określona jest następującymi związkami

$$\frac{\partial\psi}{\partial r} = r\tau\varrho w_z, \qquad \frac{\partial\psi}{\partial z} = -r\tau\varrho w_r, \tag{28}$$

spełniającymi tożsamościowo równanie ciągłości (8) zapisane w formie skalarowej

$$\frac{\partial(r\tau\varrho w_r)}{\partial r} + \frac{\partial(r\tau\varrho w_z)}{\partial z} = 0. \tag{29}$$

Przyporządkowanie wartości funkcji prądu poszczególnym merydionalnym liniom prądu, leżącym na obrotowych powierzchniach prądu, przebiega według wzoru

$$\psi = \frac{\dot{m}_j}{2\pi} = \int_{r_w}^{r_j} r\tau\varrho w_z dr, \tag{30}$$

gdzie $\dot{m}_j$ jest strumieniem masy płynu przepływającego przez pierścieniowy kanał ograniczony piastą i dowolną, j-tą linią prądu. W dalszych przekształceniach składowe prędkości w_z i w_r oraz pochodne prędkości $\partial w_r/\partial z$, $\partial w_r/\partial r$, $\partial w_z/\partial r$, $\partial w_z/\partial z$ będą określane ze związków (28).

6. RÓWNANIA OSIOWO-SYMETRYCZNEGO PRZEPŁYWU PRZEZ UKŁADY ŁOPATKOWE MASZYN WIRNIKOWYCH

Dla celów analizy przepływu w układzie przepływowym wyróżnia się dwa obszary, w których ruch płynu opisuje się odmiennymi równaniami. Są to podobszary Ω_{2n} zajęte wieńcami wirnikowymi względnie stojanowymi - oraz podobszary Ω_{1n} przestrzeni międzywieńcowych. Ogólna postać równania końcowego w tych obydwu podobszarach jest taka sama i przedstawia się ona następująco:

$$A\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + 2B\frac{\partial^2\psi}{\partial r\partial z} + C\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} + D\frac{\partial\psi}{\partial r} + E\frac{\partial\psi}{\partial z} = F. \tag{31}$$

Różnić się natomiast będą współczynniki występujące w powyższym równaniu.

Wykorzystując związek

$$F_{2r} = - \mathrm{tg}\delta \, F_{2u}, \tag{32}$$

wynikający z równania (12) oraz zapisując równanie ruchu (18) w formie skalarowej względem kierunku promieniowego i osiowego

$$- \frac{w_u}{r} \frac{\partial(rw_u)}{\partial r} + w_z\left(\frac{\partial w_r}{\partial z} - \frac{\partial w_z}{\partial r}\right) - 2\omega w_u = T \frac{\partial s}{\partial r} - \frac{\partial h^*}{\partial r} + F_{2r} + f_r \tag{33}$$

$$\frac{w_r}{r} \frac{\partial(rw_u)}{\partial r} + \frac{w_z}{r} \frac{\partial(rw_u)}{\partial z} + 2\omega w_r = F_{2u} + f_u, \tag{34}$$

jak również uwzględniając związek

$$w_u = w_r \mathrm{tg}\delta + w_z \mathrm{tg}\vartheta_p, \tag{35}$$

otrzymany z relacji (11), po przekształceniach dochodzi się do następującego równania:

$$\frac{\partial w_r}{\partial z}(1 + \mathrm{tg}^2\delta) - \frac{\partial w_z}{\partial r}(1 + \mathrm{tg}^2\vartheta_p) - \frac{\partial w_r}{\partial r} \mathrm{tg}\delta \mathrm{tg}\vartheta_p + \frac{\partial w_z}{\partial z} \mathrm{tg}\delta \mathrm{tg}\vartheta_p +$$

$$+ w_z\left[\mathrm{tg}\,\delta \frac{\partial \mathrm{tg}\vartheta_p}{\partial z} - \frac{\mathrm{tg}\vartheta_p}{r} \frac{\partial(r\mathrm{tg}\vartheta_p)}{\partial r}\right] + w_r\left[\mathrm{tg}\delta \frac{\partial \mathrm{tg}\delta}{\partial z} - \frac{\mathrm{tg}\vartheta_p}{r} \frac{\partial(r\mathrm{tg}\delta)}{\partial r}\right]$$

$$- 2\omega \mathrm{tg}\vartheta_p = \frac{1}{w_z}\left(T \frac{\partial s}{\partial r} - \frac{\partial h^*}{\partial r} + f_r + \mathrm{tg}\delta f_u\right). \tag{36}$$

Wprowadzając teraz funkcję prądu ψ, po dalszych przekształceniach dochodzi się do równania postaci (31), którego współczynniki dla obszaru wieńców łopatkowych są następujące:

$$A = 1 + \mathrm{tg}^2\vartheta_p; \qquad B = - \mathrm{tg}\delta \mathrm{tg}\vartheta_p; \qquad C = 1 + \mathrm{tg}^2\delta;$$

$$D = -(1 + \mathrm{tg}^2\vartheta_p) \frac{\partial \ln \tau r}{\partial r} + \mathrm{tg}\delta \mathrm{tg}\vartheta_p \frac{\partial \ln \tau r}{\partial z} +$$

$$- \mathrm{tg}\delta \frac{\partial \mathrm{tg}\vartheta_p}{\partial z} + \frac{\mathrm{tg}\vartheta_p}{r} \frac{\partial(r\mathrm{tg}\vartheta_p)}{\partial r},$$

$$E = -(1 + tg^2\delta)\frac{\partial \ln \tau r}{\partial z} + tg\delta tg\vartheta_p \frac{\partial \ln \tau r}{\partial r} + \tag{37}$$

$$+ tg\delta \frac{\partial tg\delta}{\partial z} - \frac{tg\vartheta_p}{r}\frac{\partial (r tg\delta)}{\partial r},$$

$$F = -2\omega\varrho\, r tg\vartheta_p + (\varrho\tau r)^2\left(\frac{dh^*}{d\psi} - T\frac{ds}{d\psi}\right) +$$

$$+ \frac{(\varrho\tau r)^2 T}{\frac{\partial\psi}{\partial r} G}\left(B\frac{\partial\psi}{\partial r} + C\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)\left(\frac{\partial\psi}{\partial z}\frac{\partial s}{\partial r} - \frac{\partial\psi}{\partial r}\frac{\partial s}{\partial z}\right) +$$

$$+ \frac{\partial\psi}{\partial r}\left(A\frac{\partial \ln\varrho}{\partial r} + B\frac{\partial \ln\varrho}{\partial z}\right) + \frac{\partial\psi}{\partial z}\left(C\frac{\partial \ln\varrho}{\partial z} + B\frac{\partial \ln\varrho}{\partial r}\right).$$

Uzupełnieniem równania (31) o współczynnikach (37) jest związek wiążący gęstość płynu z funkcją prądu ψ. Związek ten uzyskuje się z równania przemiany

$$\frac{\varrho}{\varrho_o^*} = \sigma^{\frac{\varkappa}{\varkappa-1}}\left(\frac{i}{i_o^*}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}}. \tag{38}$$

Wprowadzając wielkość

$$\varepsilon = \frac{\varrho}{\varrho_o^*}\left(\frac{i_o^*}{h^* + \frac{u^2}{2}}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}} \sigma^{-\frac{1}{\varkappa-1}}, \tag{39}$$

po przekształceniach dochodzi się do równania:

$$\varepsilon^2 - \varepsilon^{\varkappa+1} = \frac{A\left(\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)^2 + 2B\frac{\partial\psi}{\partial r}\frac{\partial\psi}{\partial z} + C\left(\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)^2}{2(\varrho_o^*\tau r)^2\, i_o^*\, \sigma^{2\frac{\varkappa}{\varkappa-1}}}\left(\frac{i_o^*}{h^* + \frac{u^2}{2}}\right)^{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}}, \tag{40}$$

z którego za pomocą wyrażenia (39) można określić gęstość płynu ϱ.

Jeżeli chodzi o współczynniki równania (31) opisującego przepływ w przestrzeni międzywieńcowej, to przyjmą one postać

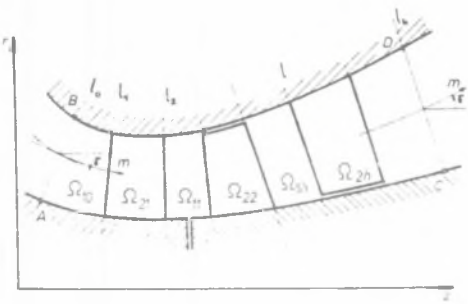
$$A = 1, \quad B = 0, \quad C = 1, \quad D = -\frac{1}{r}, \quad E = 0,$$

$$F = (\varrho r)^2 \left[\frac{\omega r^2 - rc_u}{r^2} \frac{d(rc_u)}{d\psi} + \frac{dh^*}{d\psi} - T\frac{ds}{d\psi} \right] +$$

$$\frac{T}{w^2} \frac{\frac{\partial\psi}{\partial z}}{\frac{\partial\psi}{\partial r}} \left(\frac{\partial\psi}{\partial z} \frac{\partial s}{\partial r} - \frac{\partial\psi}{\partial r} \frac{\partial s}{\partial z} \right) + \frac{\partial \ln\varrho}{\partial z} \frac{\partial\psi}{\partial z} + \frac{\partial \ln\varrho}{\partial r} \frac{\partial\psi}{\partial r}. \tag{41}$$

7. ZAGADNIENIE BRZEGOWE DLA RÓWNANIA PRZEPŁYWU PŁYNU PRZEZ UKŁADY ŁOPATKOWE MASZYN WIRNIKOWYCH

Zagadnienie rozwiązania nieliniowego eliptycznego równania różniczkowego cząstkowego rzędu II postaci (31) o współczynnikach funkcyjnych (36) i (41), opisującego przepływ płynu w całym obszarze Ω (rys. 1) dowolnego układu łopatkowego maszyny wirnikowej sprowadza się do zagadnienia brzegowego. Jeżeli w poszczególnych podobszarach Ω_{1n}, Ω_{2n} dane są funkcje $\vartheta_p(r,z)$, $\delta(r,z)$, $\tau(r,z)$, $\sigma(r,z)$, ω, zagadnienie to rozwiązuje się przy niżej podanych warunkach brzegowych:



Rys. 1

A. Linia tworząca piasty AC jest linią prądu o wartości $\psi = 0$.

B. Linia tworząca osłony zewnętrznej BD jest linią prądu o wartości $\psi = \frac{m_o}{2\pi}$.

C. W przekroju wlotowym, to jest na brzegu AB oraz wylotowym na brzegu CD, warunki brzegowe szczególnie przy niecylindrycznym kanale przepływowym nie mogą być postawione dokładnie bez uwzględnienia przepływu poza rozpatrywanym obszarem. Ściśle biorąc warunki brzegowe przed pierwszym i za ostatnią wieńcem powinny być zadawane w nieskończoności. W obliczeniach przekroje te zakłada się w odległości co najmniej jednej podziałki od wieńca łopatkowego, zaś w trakcie obliczeń położenie ich może być jeszcze uściślone.

W zadaniach praktycznych przyjmuje się, że znany jest rozkład $\psi = \psi(l)$ lub zadaje się kąt nachylenia linii prądu $\gamma = \gamma(l)$.

D. Współczynniki funkcyjne (36) i (41) równania (31) przy przejściu poszczególnych podobszarów nie zachowują ciągłości, stąd konieczny jest dodatkowy warunek zabezpieczający ciągłość rozwiązania i jego pierwszych pochodnych. Warunek ten na linii styku dwóch podobszarów jest następujący:

$$\psi\Big|_{-0} = \psi\Big|_{+0}, \qquad \frac{\partial\psi}{\partial n}\Big|_{-0} = \frac{\partial\psi}{\partial n}\Big|_{+0},$$

gdzie symbole $\Big|_{-0}$ i $\Big|_{+0}$ oznaczają granice jednostronne, zaś prosta $n \perp l$.

8. UWAGI KOŃCOWE

Przedstawione w niniejszej pracy równania stanowią matematyczną podstawę zagadnienia analizy osiowo-symetrycznego przepływu płynu na średnich powierzchniach typu S_2, przy zadanych cechach geometrycznych układu przepływowego. Wykorzystując pojęcie funkcji prądu, zestaw podstawowych równań aerodynamiki płynu ściśliwego w warunkach przepływu z dysypacją energii sprowadzono do nieliniowego równania różniczkowego rzędu drugiego typu eliptycznego (w zakresie prędkości poddźwiękowych). Rozwiązanie tego równania stanowi problem wykraczający poza ramy niniejszego artykułu.

LITERATURA

[1] Otte J.J.: Porównanie metod analizy osiowo-symetrycznego przepływu płynu przez układy łopatkowe maszyn wirnikowych wykorzystujących ogólny model przepływu w zakresie prędkości poddźwiękowych. ZN Politechniki Śląskiej, Energetyka z. 73, 1960.

[2] Otte J.J.: Metoda analizy przepływu przez układy łopatkowe maszyn wirnikowych. Praca doktorska, Gliwice 1976.

[3] Derski W.: Zarys mechaniki ośrodków ciągłych. PWN, Warszawa 1975.

[4] Łojcjański Ł.G.: Miechanika żidkosti i gaza. Moskwa 1970.

[5] Ochęduszko St.: Termodynamika stosowana. PWN, Warszawa 1970.

[6] Prosnak W.I.: Mechanika płynów, t. I i II. PWN, Warszawa 1970.

[7] Traupel W.: Thermische Turbomaschinen. Bd. 1, 1966, Springer Verlag.

[8] Wu Chung-Hua: Discusion. Trans. ASME, 1953, No 5.

[9] Stiepanow G.Ju.: Gidrodinamika rieszetok turbomaszin. Moskwa 1962.

[10] Sirotkin Ja.A.: Urawnienija osriednienogo osiesimmetricznogo wichriewogo tieczenija idealnoj nieszimajemoj żidkosti Izw. AN SSSR Miechanika żidkosti i gaza, 1967, No 2.

[11] Topaż G.I., Etinberg I.E.: Urawnienija osriednienogo dwiżenija żwidkosti w raboczem kolese gidromasziny. Trudy CKTI wyp. 61, 1965.

[12] Otte J.J.: A Method of Analysis of Axial-Symmetric Flow in Blade Chanels of Turbines. III Conference on Steam Turbines of Great Output, Gdańsk 1974. Prace IMP, z. 70-72, ss. 597-614.

ФОРМУЛИРОВКА КРАЙНЕГО ВОПРОСА В МЕТОДЕ АНАЛИЗА ТЕЧЕНИЯ ПО ТУРБОМАШИНАМ, ПРИМЕНЯЯ ФУНКЦИИ ТЕЧЕНИЯ

Р е з ю м е

Вводя понятие функции течения, вопрос осево-симетрического течения сводится к крайнему вопросу.

В статье рассматривается модель сжимаемости течения, учитывая при этом самую общую структуру струи на впуске в систему. Воздействие лопаток,а также расходы течения моделируются соответственными массовыми силами.

THE EXPRESSION OF BOUNDARY CONDITIONS IN THE ANALYSIS OF FLOW THROUGH ROTOR MACHINES USING A CURRENT FUNCTION

S u m m a r y

By introducing the notion of a current function the problem axi-symmetric analysis of the flow has been reduced to the boundary conditions.The paper discusses and analyses a model of a compressible flow, with the most general structure of the stream at the inlet of the system taken into account. The interaction of the blades and flow losses are modelled by adaquate body forces.