ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2000
Seria: ELEKTRYKA z.173 Nr kol. 1471

Tomasz TRAWIŃSKI, Krzysztof KLUSZCZYŃSKI
Zakład Mechatroniki

PORÓWNANIE RÓŻNYCH TECHNIK I METOD ROZWIĄZYWANIA ZREDUKOWANYCH MODELI POLIHARMONICZNYCH MASZYN INDUKCYJNYCH

Streszczenie. W artykule przedstawiono porównanie czasów obliczeń poliharmonicznych modeli matematycznych maszyny indukcyjnej z różnymi liczbami harmonicznych przestrzennych – sformułowanych za pomocą techniki symbolicznej i numerycznego odwracania hipermacierzy indukcyjności w każdym kroku całkowania. Obliczenia komputerowe wykonano w programie MATLAB / SIMULINK.

COMPARISON OF VARIOUS TECHNIQUES AND METHODS FOR SOLVING THE REDUCED POLIHARMONIC MODELS OF AN INDUCTION MACHINE

Summary. In this paper the comparison of the two techniques for solving the reduced poliharmonic models of an induction machine with different numbers of MMF space harmonics is presented. The first method employs symbolic calculations for finding the inverted form of an inductance hypermatrix. The other one uses classical numerical method for finding the inverted form of an inductance hypermatrix. The computer simulations are carried out with the help of MATLAB / SIMULINK.

1. WSTĘP

Analizę modeli poliharmonicznych maszyn indukcyjnych prowadzi się przy ograniczonej liczbie uwzględnianych harmonicznych przestrzennych pola magnetycznego. Liczbę harmonicznych ogranicza się od góry, przy założeniu że pominięcie harmonicznych o wysokich rzędach nie wnosi istotnych błędów i nie ma sensu technicznego. Zazwyczaj uwzględnia się kolejne harmoniczne do rzędu 100 ÷ 200. Taki model poliharmoniczny jest skomplikowany – tworzy układ nieliniowych równań różniczkowych o dużej liczbie współczynników, zależnych od czasu (kąta obrotu wirnika). Duża liczba uwzględnianych harmonicznych w istotny sposób utrudnia analizę, może być przyczyną przypadkowych

błędów oraz prowadzi do długich czasów obliczeń komputerowych. Ponadto, dla wysokich rzędów harmonicznych przestrzennych powstaje problem prawidłowego obliczenia współczynników indukcyjności. Stąd lepsze rezultaty dają czasami modele o zredukowanej liczbie harmonicznych. Analiza porównawcza wyników obliczeń i pomiarów pozwala sformułować wniosek, że redukcja liczby harmonicznych nie musi prowadzić do pogorszenia zgodności otrzymywanych wyników z rzeczywistością. Istnieje wiele przypadków stanów pracy maszyny indukcyjnej, dla których wygodnie jest prowadzić analizę i symulację z użyciem modeli poliharmonicznych z odpowiednio ograniczoną liczbą harmonicznych – i przy uwzględnieniu tylko tych harmonicznych, które faktycznie mają wpływ na badane zjawisko. Do takich stanów pracy możemy zaliczyć np. badanie ustalonego momentu rozruchowego w funkcji obrotu wirnika.

2. ZAGADNIENIE WYBORU HARMONICZNYCH PRZESTRZENNYCH

Symetryczne, 3-fazowe jednowarstwowe, uzwojenie stojana o liczbie par biegunów p generuje ciąg harmonicznych przestrzennych, określony relacją:

$$\{S_1\} = \{p, 5p, 7p, 11p, 13p \ldots\}, \tag{1}$$

oraz:

$$\{S_0\} = \{3p, 9p, \ldots\}. \tag{2}$$

Symetryczne Q_r – fazowe uzwojenie wirnika (Q_r – liczba prętów klatki wirnika) generuje ciąg harmonicznych przestrzennych określony relacją:

$$\{R_1\} = \{1, Q_r - 1, Q_r + 1, 2Q_r - 1, 2Q_r + 1, 3Q_r - 1, 3Q_r + 1, \ldots\}, \tag{3}$$

$$\{R_2\} = \{2, Q_r - 2, Q_r + 2, 2Q_r - 2, 2Q_r + 2, 3Q_r - 2, 3Q_r + 2, \ldots\}, \tag{4}$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\{R_i\} = \{i, Q_r - i, Q_r + i, 2Q_r - i, 2Q_r + i, 3Q_r - i, 3Q_r + i, \ldots\}. \tag{5}$$

oraz:

$$\{R_0\} = \{Q_r, 2Q_r, 3Q_r, \ldots\}, \tag{6}$$

$$\{R_{0p}\} = \left\{\frac{Q_r}{2}, \frac{3Q_r}{2}, \frac{5Q_r}{2}, \ldots\right\}, \tag{7}$$

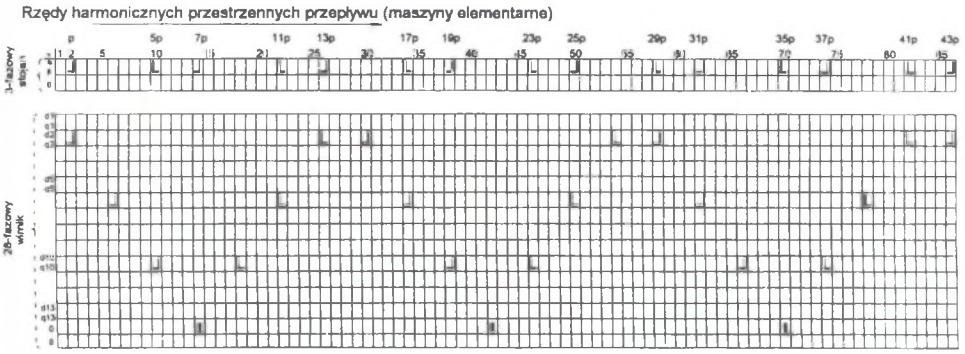
gdzie: i – należy do zbioru liczb naturalnych.

Uzwojenia stojana i wirnika sprzęgają się elektromagnetycznie tylko przez harmoniczne, określone iloczynami zbiorów:

$$\begin{aligned}
&\{C_1\} = \{R_1\} \cap \{S_1\},\ \{R_1\} \cap \{S_0\},\\
&\{C_2\} = \{R_2\} \cap \{S_1\},\ \{R_2\} \cap \{S_0\}, \ldots,\\
&\quad\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots\\
&\{C_i\} = \{R_i\} \cap \{S_1\},\ \{R_i\} \cap \{S_0\}, \ldots,\\
&\quad\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots\\
&\{C_0\} = \{R_0\} \cap \{S_1\},\ \{R_0\} \cap \{S_0\}.
\end{aligned} \tag{8}$$

Formułując model poliharmoniczny w naturalnym układzie współrzędnych, otrzymujemy macierze indukcyjności, których elementy są sumami indukcyjności, związanymi ze wszystkimi uwzględnianymi harmonicznymi. W wyniku transformacji równań do nowego układu współrzędnych $\alpha\beta dq$ [1][2][3] poszczególne elementy macierzy indukcyjności zawierają znacznie rzadsze sumy o składnikach przynależnych tylko do określonych ciągów [1][2]. Występującym i wzajemnie oddziaływającym w maszynie harmonicznym przestrzen-

nym można przyporządkować reprezentację graficzną w postaci tzw. „schematu rozkładu maszyny na maszyny elementarne" – rys.1.



Rys.1. Fragment schematu rozkładu maszyny na maszyny elementarne dla silnika o 3-fazowym stojanie, 28-fazowym wirniku i liczbie par biegunów p=2

Fig.1. Fragment of the diagram of induction machine decomposition into elementary machines for 3-phase induction machine with 28 slots of rotor cage and pole number p=2

W schemacie rozkładu każdej harmonicznej przestrzennej została przyporządkowana elementarna (monoharmoniczna) maszyna o dwu- lub jednofazowym stojanie i dwu- lub jednofazowym wirniku (o zgodnej - ⌋, przeciwnej - ⌊ lub zerowej | kolejności faz). Uzwojenia stojanów i wirników o rzędach, przynależnych do tych samych ciągów harmonicznych $\{S_1\}$, $\{S_0\}$ typu $\{C_i\}$ (8) są połączone szeregowo. Pomiędzy wirnikami związanymi z ciągami harmonicznych przynależnych do różnych zbiorów $\{C_i\}$ nie ma galwanicznego połączenia. Wszystkie wirniki maszyn elementarnych sprzęgnięte są na wspólnym wale.

Przy wyborze harmonicznych należy uwzględnić rodzaj analizowanego stanu pracy lub zjawiska: rozruch, nawrót, zależność momentu rozruchowego od kąta początkowego położenia wirnika, możliwość wystąpienia zjawiska synchronizacji, np.:

- ✓ przy badaniu momentu rozruchowego należy uwzględnić pary harmonicznych przestrzennych, generujące momenty pasożytnicze o prędkości synchronicznej równej 0. W schemacie rozkładu (rys.1) momenty takie o dominujących amplitudach generują pary harmonicznych: (p, 41p), (p, 43p), (5p, 37p) (momenty o pomijalnie małych amplitudach generują ponadto pary (11p, 31p) i (11p, 53p)),
- ✓ przy badaniu efektu synchronizacji w zakresie pracy silnikowej należy uwzględnić pary harmonicznych przestrzennych, generujące dominujące momenty pasożytnicze o prędkościach synchronicznych, znajdujących się w silnikowym zakresie prędkości. W schemacie rozkładu (rys.1) generują je pary harmonicznych: (p, 13p), (5p, 19p),
- ✓ przy badaniu dynamiki nawrotu należy uwzględnić pary harmonicznych, generujące momenty pasożytnicze o prędkościach synchronicznych, znajdujących się w silnikowym i w hamulcowym zakresie pracy oraz przy rozruchu.

Dążąc z jednej strony do uwzględnienia najbardziej dominujących momentów pasożytniczych, a z drugiej strony – do jak najmniejszej złożoności modeli, wybrano do dalszych rozważań zredukowane modele poliharmoniczne – zestawione w tab.1.

Tabela 1

Przyjęta nazwa modelu	Wymiar hipermacierzy indukcyjności WHI	Liczba uwzględnianych harmonicznych H	Liczba par harmonicznych (ν, ρ)	Liczba generowanych pasożytniczych momentów synchronicznych w danym zakresie pracy maszyny o prędkości synchronicznej Ω_{ms}		
				praca silnikowa $\Omega_{ms} \cong 22{,}44$ rad/s	praca hamulcowa $\Omega_{ms} \cong -11{,}22$ rad/s	przy zatrzymanym wirniku $\Omega_{ms} \cong 0$ rad/s
Model A	4	2	1	1	0	0
Model B	4	5	4	1	1	2
Model C	6	4	2	2	0	0
Model D	6	8	6	2	2	2

3. RÓWNANIA POLIHARMONICZNEGO MODELU MATEMATYCZNEGO SILNIKA INDUKCYJNEGO

Model matematyczny poliharmonicznej maszyny indukcyjnej klatkowej w układzie współrzędnych $\alpha\beta dq$, jest określony w postaci hipermacierzowej następująco:

$$\begin{bmatrix} [u_s^{\alpha\beta}] \\ [0] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_s^{\alpha\beta}] & [0] \\ [0] & [R_r^{dq}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_s^{\alpha\beta}] \\ [i_r^{dq}] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [L_{\sigma s}^{\alpha\beta}] & [0] \\ [0] & [L_{\sigma r}^{dq}] \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} [i_s^{\alpha\beta}] \\ [i_r^{dq}] \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \left\{ \begin{bmatrix} [M_{ss}^{\alpha\beta}] & [M_{sr}^{\alpha\beta dq}(\vartheta)] \\ [M_{sr}^{\alpha\beta dq}(\vartheta)]^T & [M_{rr}^{dq}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_s^{\alpha\beta}] \\ [i_r^{dq}] \end{bmatrix} \right\} \tag{9}$$

$$\frac{d}{dt}\Omega_m = \frac{1}{J}\left(\left\{ [i_s^{\alpha\beta}]^T \frac{d}{d\vartheta} [M_{sr}^{\alpha\beta dq}(\vartheta)] [i_r^{dq}] \right\} - T_m \right) \tag{10}$$

$$\frac{d}{dt}\vartheta_m = \Omega_m \tag{11}$$

gdzie:

- $[R_s^{\alpha\beta}]$, $[L_{\sigma s}^{\alpha\beta}]$, $[R_r^{dq}]$, $[L_{\sigma r}^{dq}]$ – odpowiednio macierz rezystancji, indukcyjności rozproszeń stojana i macierz rezystancji, indukcyjności rozproszeń wirnika,
- $[M_{ss}^{\alpha\beta}]$, $[M_{rr}^{dq}]$ – macierz indukcyjności własnych stojana i wirnika,
- $[M_{sr}^{\alpha\beta dq}(\vartheta)]$ – macierz indukcyjności wzajemnych stojan-wirnik,
- $[i_s^{\alpha\beta}]$, $[i_r^{dq}]$ – wektory prądów stojana i wirnika,
- $[u_s^{\alpha\beta}]$ – wektor napięć zasilających stojan,
- Ω_m – mechaniczna prędkość kątowa, ϑ, ϑ_m – kąt elektryczny i mechaniczny wirnika, J – moment bezwładności.

Indeksy górne, występujące w równaniach (9)(10) wskazują na układ współrzędnych, z którym dana macierz lub wektor są związane (αβ, dq lub αβdq). Aby ułatwić numeryczne rozwiązanie układu równań (9)(10), opisujących poliharmoniczny model maszyny, należy układ ten sprowadzić do postaci kanonicznej (12)÷(14).

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\left[i_s^{\alpha\beta}\right]\\ \left[i_r^{dq}\right]\end{bmatrix}=\left(\begin{bmatrix}\left[L_{\sigma s}^{\alpha\beta}\right] & [0]\\ [0] & \left[L_{\sigma r}^{dq}\right]\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\left[M_{ss}^{\alpha\beta}\right] & \left[M_{sr}^{\alpha\beta dq}(\vartheta)\right]\\ \left[M_{sr}^{\alpha\beta dq}(\vartheta)\right]^T & \left[M_{rr}^{dq}\right]\end{bmatrix}\right)^{-1}\cdot$$
$$\left(\begin{bmatrix}\left[u_s^{\alpha\beta}\right]\\ [0]\end{bmatrix}-\left\{\begin{bmatrix}\left[R_s^{\alpha\beta}\right] & [0]\\ [0] & \left[R_r^{dq}\right]\end{bmatrix}+\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\left[M_{ss}^{\alpha\beta}\right] & \left[M_{sr}^{\alpha\beta dq}(\vartheta)\right]\\ \left[M_{sr}^{\alpha\beta dq}(\vartheta)\right]^T & \left[M_{rr}^{dq}\right]\end{bmatrix}\right\}\begin{bmatrix}\left[i_s^{\alpha\beta}\right]\\ \left[i_r^{dq}\right]\end{bmatrix}\right), \tag{12}$$

$$\frac{d}{dt}\Omega_m=\frac{1}{J}\left(\left\{\left[i_s^{\alpha\beta}\right]^T\frac{d}{d\vartheta}\left[M_{sr}^{\alpha\beta dq}(\vartheta)\right]\left[i_r^{dq}\right]\right\}-T_m\right), \tag{13}$$

$$\frac{d}{dt}\vartheta_m=\Omega_m. \tag{14}$$

Podczas numerycznego całkowania układu równań maszyny (12)÷(14) konieczne jest wyznaczanie:

– odwrotności hipermacierzy indukcyjności:

$$\left(\begin{bmatrix}\left[L_{\sigma s}^{\alpha\beta}\right] & [0]\\ [0] & \left[L_{\sigma r}^{dq}\right]\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\left[M_{ss}^{\alpha\beta}\right] & \left[M_{sr}^{\alpha\beta dq}(\vartheta)\right]\\ \left[M_{sr}^{\alpha\beta dq}(\vartheta)\right]^T & \left[M_{rr}^{dq}\right]\end{bmatrix}\right)^{-1}$$, zawartej w równaniu (12),

– pochodnej hipermacierzy indukcyjności względem czasu:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\left[M_{ss}^{\alpha\beta}\right] & \left[M_{sr}^{\alpha\beta dq}(\vartheta)\right]\\ \left[M_{sr}^{\alpha\beta dq}(\vartheta)\right]^T & \left[M_{rr}^{dq}\right]\end{bmatrix}$$, zawartej w równaniu (12),

– pochodnej macierzy indukcyjności względem kąta ϑ:

$$\frac{d}{d\vartheta}\left[M_{sr}^{\alpha\beta dq}(\vartheta)\right]$$, zawartej w równaniu (13).

Sposób obliczania macierzy o elementach zależnych od kąta obrotu wirnika, a tym samym od czasu, prowadzi do dwóch różnych technik rozwiązywania układu równań (12)÷(14):

✓ **z wykorzystaniem numerycznego odwracania hipermacierzy indukcyjności w każdym kroku całkowania**

Sposób ten pozwala na uwzględnienie dowolnie wybranej liczby harmonicznych przestrzennych przepływu. Jednak rozwiązywanie układu równań różniczkowych (12)÷(14) w n krokach symulacji wymaga n–krotnego odwracania macierzy indukcyjności i n–krotnego obliczania odpowiednich pochodnych macierzy indukcyjności oraz n–krotnego obliczania wszystkich parametrów zależnych od czasu. Na skutek tego metoda ta jest bardzo powolna, nawet wtedy, gdy równania (12)÷(14) rozwiązuje się na sprzęcie komputerowym o dużej wydajności.

✓ **z zastosowaniem przekształceń symbolicznych**

Znalezienie postaci macierzy odwrotnej i pochodnych na drodze przekształceń symbolicznych oznacza, że w n krokach symulacji (całkowania równań (12)÷(14)) n–krotnie obliczamy wyłącznie wartości elementów macierzy indukcyjności, zależnych od czasu. Powoduje to znaczne skrócenie czasu obliczeń (ok. 2÷4–krotne w zależności od liczby uwzględnianych harmonicznych przestrzennych).

4. PORÓWNANIE CZASÓW ROZWIĄZYWANIA ZREDUKOWANYCH MODELI POLIHARMONICZNYCH O RÓŻNYM STOPNIU UPROSZCZENIA

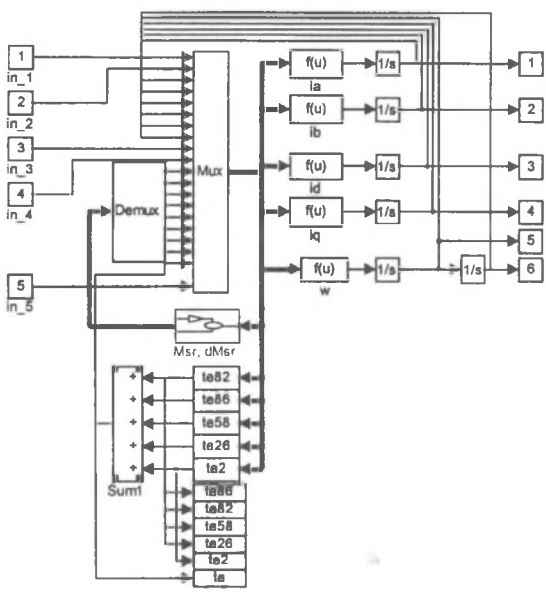
4.1. Warunki symulacji

Symulacje komputerowe przeprowadzono na komputerze PC z procesorem Intel Celeron 300 MHz 64 MB RAM, badając rozruch silnika zasilanego z 3-fazowej symetrycznej sieci. Symulacjom komputerowym poddano rozruch silnika z wirnikiem o naturalnym momencie bezwładności (przy zerowej prędkości początkowej i przy tym samym kącie początkowym wirnika w każdej serii symulacyjnej) w przedziale czasu 0÷0,5s. Pozostałe parametry symulacji były następujące:

- modele rozwiązano, używając metod całkowania równań różniczkowych: Rungego–Kutty 5 rzędu, Adamsa, Bogackiego-Shampine, Geara-Adamsa,
- przyjęto maksymalny krok całkowania równy 0,00005s przy symulacjach ze zmiennym krokiem całkowania,
- symulacje wykonano używając programu MATLAB / SIMULINK,
- rozwiązano modele sformułowane za pomocą techniki symbolicznej [3][4][5] i numerycznego odwracania hipermacierzy indukcyjności [1][6].

4.2. Reprezentacja graficzna przykładowego zredukowanego modelu poliharmonicznego w programie MATLAB / SIMULINK

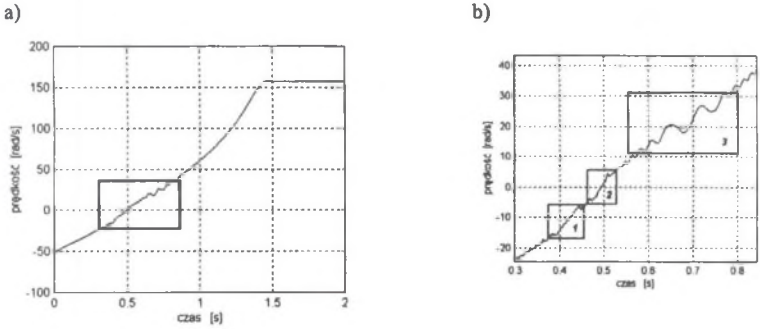
Na rys.2. przedstawiono strukturę graficzną zredukowanego modelu poliharmonicznego (model A – tab.1), uwzględniającego pięć harmonicznych przestrzennych przepływu.



Rys.2. Graficzna reprezentacja modelu poliharmonicznego z pięcioma harmonicznymi przestrzennymi o rzędach: 2, 26, 58, 82, 86

Fig.2. Graphical representation of the reduced poliharmonic model of an induction machine with five MMF space harmonics: 2, 26, 58, 82, 86

Do wejść „*in_1*", „*in_2*" są doprowadzane składowe αβ napięcia zasilającego, a do wejść „*in_3*" i „*in_4*" moment bezwładności (który to parametr może się zmieniać w czasie) i moment obciążenia. Wejście „*in_5*" jest niewykorzystane. Wyjścia, oznaczone jako *1, 2, 3, 4, 5, 6,* to odpowiednio: składowa α prądu stojana $i_{s\alpha}$, składowa β prądu stojana $i_{s\beta}$, składowa d prądu wirnika i_{rd2}, składowa q prądu wirnika i_{rq2}, prędkość obrotowa wirnika Ω_m i kąt obrotu wirnika ϑ_m. Na rys. 3 przedstawiono przykładowy przebieg prędkości podczas nawrotu otrzymany po rozwiązaniu równań modelu 5-harmonicznego, przy powiększonym momencie bezwładności wirnika ($J = 0.1$ kg·m^2) i początkowej prędkości obrotowej Ω_{m0}=-50 rad/s.



Rys.3. Nawrót silnika: a) przebieg prędkości, b) powiększony fragment przebiegu prędkości z rys. a. z zaznaczonymi miejscami oddziaływania momentów pasożytniczych synchronicznych: **prostokąt nr 1** – moment pasożytniczy w zakresie pracy hamulcowej, **prostokąt nr 2** – moment pasożytniczy w zerze prędkości, **prostokąt nr 3** – moment pasożytniczy w zakresie pracy silnikowej

Fig.3. Speed reverse of the motor: a) speed v. time curve, b) expended fragment of speed v. time curve from Fig. A. with marked places of the strongest influence of the parasitic synchronous torques: rectangle no 1 – parasitic synchronous torque in broke region, rectangle no 2 – parasitic synchronous torque at the start, rectangle no 3 – parasitic synchronous torque in motor region

4.3. Zestawienie czasów rozwiązywania zredukowanych modeli poliharmonicznych

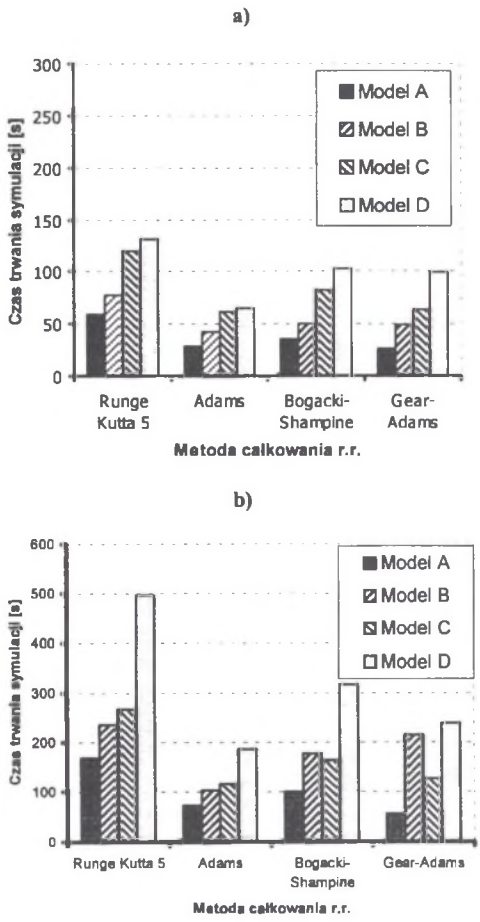
W tab. 2 i 3 zestawiono czasy dla symulacji przeprowadzonych przy warunkach określonych w pkt.4.1, dla zredukowanych modeli poliharmonicznych z tab.1, sformułowanych za pomocą techniki symbolicznej i numerycznego odwracania hipermacierzy indukcyjności.

Tabela 2

Technika symboliczna	Czasy rozwiązywania zredukowanych modeli poliharmonicznych w [s]			
	Runge-Kutta 5	Adams	Bogacki-Shampine	Gear-Adams
Model A	59,62	28,16	34,89	26,72
Model B	77,08	42,38	50,59	49,49
Model C	119,96	61,76	82,53	63,68
Model D	130,91	64,65	103,13	99,13

Tabela 3

Technika num. odwr.	Czasy rozwiązywania zredukowanych modeli poliharmonicznych w [s]			
	Runge-Kutta 5	Adams	Bogacki-Shampine	Gear-Adams
Model A	169,65	73,22	100,09	56,27
Model B	236,66	102,55	177,04	214,73
Model C	268,80	116,38	164,71	127,85
Model D	496,00	186,30	317,13	240,00



Rys.4. Porównanie czasów trwania symulacji dla zredukowanych matematycznych modeli poliharmonicznych rozwiązywanych z wykorzystaniem: a) techniki symbolicznej, b) techniki numerycznego odwracania macierzy indukcyjności w każdym kroku całkowania

Fig.4. Comparison times for solving the reduced poliharmonic models of an induction machine terminating with the help of: a) symbolic calculations, b) classical numerical method for finding inverted form of inductance hypermatrix

5. PODSUMOWANIE

Dla zredukowanych modeli poliharmonicznych, sformułowanych z wykorzystaniem techniki numerycznego odwracania hipermacierzy indukcyjności w każdym kroku całkowania, zwiększenie wymiaru hipermacierzy indukcyjności WHI z WHI=4 na WHI=6 powoduje 2,5-krotny do ponad 4-krotny wzrost czasu trwania obliczeń dla każdej z użytych metod całkowania równań różniczkowych. Wzrost liczby uwzględnianych harmonicznych przestrzennych, przy stałym wymiarze hipermacierzy indukcyjności, powoduje od 1,4- do blisko 4-krotny względny wzrost czasu obliczeń dla WHI=4 oraz od 1,6- do 2-krotny względny wzrost czasu obliczeń dla WHI=6. W przypadku zredukowanych modeli poliharmonicznych sformułowanych za pomocą techniki symbolicznej zwiększenie wymiaru hipermacierzy indukcyjności z WHI=4 na WHI=6 powoduje 2-krotny do 4-krotny wzrost czasu trwania obliczeń. Przy wymiarze hipermacierzy indukcyjności WHI=4 wzrost liczby harmonicznych przestrzennych z 2 na 5 powoduje wzrost czasów obliczeń od 1,3 do 1,9 razy, natomiast przy WHI=6 wzrost liczby harmonicznych przestrzennych z 4 na 8 powoduje wzrost czasów obliczeń od 1,1 do 1,6 razy.

Otrzymane wyniki świadczą o tym, że wzrost liczby harmonicznych przestrzennych uwzględnianych w modelu, zapewniający prawidłowe odwzorowanie zjawisk związanych z poliharmonicznością, nie musi prowadzić do wzrostu czasu obliczeń (przypadek zmiany modelu C na model B), a decydujący wpływ na czasy obliczeń ma wymiar hipermacierzy indukcyjności.

Najszybszą metodą rozwiązywania równań zredukowanych modeli poliharmonicznych jest metoda Adamsa, natomiast najdłuższe czasy obliczeń uzyskuje się rozwiązując równania metodą Rungego-Kutty 5.

Przy zastosowanym maksymalnym kroku całkowania (0.00005s) uzyskano takie same wyniki dla zredukowanych modeli poliharmonicznych (tab.1) co do amplitud generowanych momentów pasożytniczych i charakteru przebiegu krzywych dynamicznych prędkości obrotowej dla przedstawionych metod całkowania równań różniczkowych.

LITERATURA

1. Kluszczyński K., Miksiewicz R.: Modelling of 3-phase induction machines allowing for MMF space harmonics, (in Polish) Scientific Papers of Silesian University, z.142, 1995.
2. Kluszczyński K., Miksiewicz R.: Momenty pasożytnicze w indukcyjnych silnikach klatkowych, Gliwice 1993.
3. Trawiński T., Kluszczyński K.: Vector control of induction machine in presence of predominant parasitic synchronous torques. ICEM'98, vol.2/3, p. 920, Istambul - Turkey 1998.
4. Prokop J.: Modelling of electromechanical systems - simulation models, symbolic computation, 34th International Symposium on Electrical Machines SME'98, Łódź - Poland, Scientific Bulletin of Łódź Technical University, n788, vol.1, p.119.
5. Trawiński T.: Vector control of squirrel cage motor with mff space harmonics - modelling in Matlab, 34th International Symposium on Electrical Machines SME'98, Łódź - Poland, Scientific Bulletin of Łódź Technical University, n788, vol.1, p.183.
6. Kluszczyński K., Kafka E.: Procedura przyspieszająca obliczenia numeryczne stanów nieustalonych maszyny asynchronicznej, VII Sympozjum Podstawowe Problemy Energoelektroniki i Elektromechaniki PPEE'97, s.456, 1997.

7. Trawiński T.: Wpływ pasożytniczych momentów synchronicznych na dynamiczne własności maszyny indukcyjnej. VIII Sympozjum Podstawowe Problemy Energoelektroniki i Elektromechaniki PPEE 99, str.213, Wisła 1999.

Recenzent: Dr hab. inż. Marian Łukaniszyn
Prof. Politechniki Opolskiej

Wpłynęło do Redakcji dnia 10 kwietnia 2000r.

Abstract

In analysis of properties of an induction machines many simplifying assumptions related to a mathematical model of an induction machine are made. Usually, only the fundamental space harmonic of the magnetic field in the air-gap is taken into account. Such phenomena like torque ripples, differences in starting time, vibration of the motor corpus and electromagnetic noise are connected with MMF space harmonics and cannot be investigated basing on the classical monoharmonic model. MMF space harmonics results in parasitic torques having asynchronous, synchronous or pulsating nature. Only so-called poliharmonic model of an induction machine allows account to take into a very important phenomenon: generation of parasitic electromagnetic torques which arise in the induction motor and influence its steady state and dynamic properties as well as a whole drive. Usually analysis of poliharmonic model of an induction machine is made with reduced number of space harmonics, up to 200. Such models with high number of MMF space harmonics are really complicated and difficult to analyse. High number of MMF space harmonics can result in accidental mistakes. That is why it is important to have the possibilities to reduce the number of MMF space harmonics taken into account in the mathematical poliharmonic model of an induction machine guide to shorten the computer calculation. In this paper the comparison of the two techniques for solving the reduced poliharmonic models of an induction machine with different numbers of MMF space harmonics is presented. The first method employs symbolic calculations for finding the inverted form of an inductance hypermatrix. The other one method uses classical numerical method for finding the inverted form of an inductance hypermatrix. The computer simulations are carried out with the help of MATLAB / SIMULINK.