ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Jerzy KUDŁA

MODELE MATEMATYCZNE MASZYN ELEKTRYCZNYCH PRĄDU PRZEMIENNEGO UWZGLĘDNIAJĄCE NASYCENIE MAGNETYCZNE RDZENI

P336



Gliwice 2005

POLITECHNIKA ŚLĄSKA ZESZYTY NAUKOWE Nr 1683

Jerzy KUDŁA

MODELE MATEMATYCZNE MASZYN ELEKTRYCZNYCH PRĄDU PRZEMIENNEGO UWZGLĘDNIAJĄCE NASYCENIE MAGNETYCZNE RDZENI

347/05

Opiniodawcy

Prof. dr hab. inż. Grzegorz KAMIŃSKI Prof. zw dr hab. inż. Tadeusz Jan SOBCZYK

Kolegium redakçyjne

Redaktor naczelew – Prof. dr hab. inz. Antirzej BUCHACZ Redaktor działu – Prof. dr hab. inż. Marian PASKO Sekretarz redakcji – Mgr Elżbieta LEŚKO

P. 34/05

Redakcja Mgr Kazimiera SZAFIR

Redakcja techniczna Alicja NOWACKA

PL ISSN 0072-4688

© Copyright by Jerzy KUDŁA Gliwice 2005

SPIS TREŚCI

	WVK Δ 7 W Δ ŻNIE IS 7 V CH O 7 N Δ C 7 ΕΝ	11
1	WDDOWADZENIE CELLZAKDES DDACY	17
1.	STAN ZACADNIENIA, DRZECI AD LITERATURY	17
Ζ.	STAN ZAGADNIENIA. PRZEGLĄD LITERATURY	20
3.	TEZY PRACY	23
4.	STRUMIENIE SPRZĘŻONE UZWOJEŃ STOJANA I WIRNIKA DLA POLA MAGNETYCZNEGO GŁÓWNEGO	27
	4.1. Strumienie sprzeżone uzwojeń dla pola magnetycznego głównego	21
	w modelach obliczeniowych maszyn o wyidealizowanej strukturze rdzeni 4 1 1. Okład pradowy uzwojeń stojana i wirnika, zastepcze uzwojenia	28
	magnesujące, fazor przestrzenny prądu magnesującego	28
	Fazor przestrzenny strumienia sprzężonego pola głównego	33
	o wvidealizowanej strukturze rdzeni	36
	4.1.3.1. Równania pola magnetostatycznego w wyidealizowanych	20
	modelach obliczeniowych 4.1.3.2. Wyniki obliczeń rozkładów przestrzennych pola	37
	magnetycznego głównego	38
	4.1.4. Składowe osiowe fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego. Syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych pola	
	głównego 4.1.4.1. Wyznaczenie składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzeżonego pola głównego za pomoca funkcji	42
	koenergii magnetycznej	42
	4.1.4.2. Wyznaczenie składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego na podstawie	
	rozkładu składowej promieniowej wektora indukcji	
	4.2 Strumienie sprzeżone uzwojeń dla pola magnetycznego głównego	47
	w modelach obliczeniowych uwzgledniających rzeczywista strukture rdzeni.	51
	4.2.1. Wyniki obliczeń rozkładu obwodowego składowej promieniowej	51
	wektora indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej	53
	4.2.1.1. Wyniki obliczeń dla silnika indukcyjnego klatkowego	54
	4.2.1.2. Wyniki obliczeń dla turbogeneratora	57
	4.2.1.3. Wyniki obliczeń dla hydrogeneratora	61
	4.2.2. Fazor przestrzenny strumienia sprzężnego pola głównego i jego	
	składowe osłowe. Syntetyczne charakterystyki strumieni sprzęzonych	64
-		04
5.	ROZPROSZENIA	73
	5.1. Koenergia pola magnetycznego rozproszenia. Strumienie sprzężone	
	uzwojeń stojana i wirnika dla pola rozproszenia 5.2. Modele obliczeniowe stosowane przy wyznaczaniu pola magnetycznego	73
	rozproszenia żłobkowego	77

	 5.3. Właściwości koenergii pola magnetycznego rozproszenia żłobkowego 5.3.1. Wyniki obliczeń koenergii pola magnetycznego rozproszenia 	78
	5.4. Fazory przestrzenne strumienia sprzężonego uzwojeń stojana i wirnika	79
	5.5. Modele obliczeniowe maszyny indukcyjnej stosowane przy wyznaczaniu	81
	5.6. Właściwości fazorów przestrzennych strumieni sprzężonych uzwojeń	83
	 5.7. Fazory przestrzenne strumieni sprzężonych pola rozproszenia stojana i wirnika 	86
6.	INDUKCYJNOŚCI STATYCZNE I DYNAMICZNE MASZYN ELEKTRYCZNYCH PRĄDU PRZEMIENNEGO. SPRZĘŻENIE SKROŚNE STATYCZNIE I DYNAMICZNIE	00
	6.1. Indukovingési mennenyi se statume mennenyi sekari s	88
	6.2. Indukcyjności magnesujące statyczne maszyny synchronicznej. 6.2. Indukcyjności magnesujące dynamiczne maszyny synchronicznej	88
	Sprzężenie skrośne dynamiczne	93
7	dla pola głównego i pola rozproszenia	96
	UWZGLĘDNIAJĄCE NASYCENIE MAGNETYCZNE RDZENI	99
	7.1. Wprowadzenie	99
	7.2. Rownania maszyn asynchronicznych we współrzędnych fazowych	100
	7.2.1. Rownania inapięciowe stojana i wimika	100
	7.2.3. Moment elektromagnetyczny	105
	7.3. Równania maszyn asynchronicznych wyrażone za pomocą fazorów przestrzennych.	105
	7.4. Równania stanu elektrodynamicznego maszyn asynchronicznych przy wyborze prądów stojana i wirnika jako zmiennych stanu.	
	Schematy zastępcze maszyn asynchronicznych w stanach dynamicznych 7.5. Równania i schematy zastępcze maszyny indukcyjnej w stanach ustalonych	109
	symetrycznych	116
8.	WYNIKI BADAN SYMULACYJNYCH MASZYNY INDUKCYJNEJ	119
9.	WYZNACZENIE PARAMETRÓW ELEKTROMAGNETYCZNYCH MODELI MATEMATYCZNYCH MASZYN INDUKCYJNYCH	124
	9.1. Schematy zastępcze parametryczne maszyny indukcyjnej w stanach	
	ustalonych i nieustalonych. 9.2. Metodyka wyznaczania parametrów modelu matematycznego maszyny	125
	indukcyjnej na podstawie pomiarów.	127
	 9.3. Opis stanowiska iaboratoryjnego, metodyka przeprowadzenia pomiarów 9.3.1. Pomiarowe wyznaczenie mocy chwilowej i chwilowej mocy biernej 	127
	siojana	128

	9.3.2. Pomiarowe wyznaczenie charakterystyk statycznych maszyny	
	indukcyjnej	130
	9.4. Algorytm estymacji parametrow modelu matematycznego maszyny	131
	9.5. Wyniki estymacji parametrów na podstawie pomiaru charakterystyk	151
	statvcznych	133
	9.6. Ocena wiarygodności wyznaczonych parametrów modelu matematycznego	
	maszyny indukcyjnej	136
	9.7. Algorytm i wyniki estymacji parametrów modelu matematycznego	
	maszyny indukcyjnej na podstawie wyników pomiaru przebiegów	120
	dynamicznych.	138
	9.8. Metodyka wyznaczania parametrów modelu obwodowego maszyny indukcyjnoj na podctawie warzików obliczeń polowo obwodowych	140
	9.9. Obliczenia charakterystyk statycznych za pomoca metody elementów	140
	skończonych	141
	9.10. Estymacja parametrów obwodowego modelu maszyny indukcyjnej	144
	9.11. Wnioski	147
10	MODELE MATEMATYCZNE MASZYN SYNCHRONICZNYCH	
10.	UWZGLEDNIA JACE NASYCENIE MAGNETYCZNE RDZENI.	148
		140
	10.1. W prowadzenie	148
	stoiana we wenółrzednych fazowych i dwiosiowych	150
	10.3 Równania napieciowe oraz równania strumieni sprzeżonych uzwojenia	100
	wzbudzenia i zastępczych obwodów elektrycznych wirnika	151
	10.4. Równania strumieni sprzężonych pola magnetycznego głównego	
	oraz pola rozproszenia stojana uwzględniające nasycenie	
	magnetyczne rdzeni	151
	10.5. Równania maszyny synchronicznej przy wyborze prądow stojana	
	i wirnika jako zmiennych stanu. Schemat zastępczy maszyny	152
	10.6 Równania i schemat zastenczy maszyny synchronicznej w stanach	152
	ustalonych symetrycznych.	155
	10.7. Linearyzacja równań algebraiczno-różniczkowych maszyny	
	synchronicznej	156
	10.8. Wyznaczenie przyrostów składowych osiowych fazora przestrzennego	4.50
	strumienia sprzężonego pola głównego	158
	10.9. Zlinearyzowane rownania rozniczkowe napięciowo-prądowe.	150
	Schemat zasiępczy maszyny synchronicznej dla wietkości przyrostowych	160
11.	WYNIKI BADAN SYMULACYJNYCH MASZYNY SYNCHRONICZNEJ	102
12.	WYZNACZENIE PARAMETROW ELEKTROMAGNETYCZNYCH	167
	MODELI MATEMATYCZNYCH MASZYN SYNCHRONICZNYCH	107
	12.1. Wprowadzenie	167
	12.2. Metodyka wyznaczania charakterystyk syntetycznych strumieni	1.00
	sprzężonych pola głównego	168
	12.2.1. W yznaczanie cnarakterystyk syntetycznych strumieni sprzeżonych pola głównego w sposób bezpośredni	
	na podstawie krzywych V	168
	na podsavno ki2j v jon 1	100

- 14	ŗ.	2	
	Ľ	з	

	 12.2.2. Wyznaczanie charakterystyk syntetycznych strumieni sprzężonych pola głównego w sposób pośredni na podstawie krzywych V 12.3. Wyznaczanie parametrów skupionych modelu matematycznego 	171
	maszyny na podstawie testu zaniku prądu stojana w osi d i q	174
13.	PODSUMOWANIE	178
	LITERATURA	182
	ZAŁĄCZNIKI	195
	STRESZCZENIE	202

CONTENTS

1.	LIST OF PRINCIPAL SYMBOLS INTRODUCTION. PURPOSE AND SCOPE OF THE WORK	11 17
2.	THE STATE-OF-THE-ART IN THE PROBLEM. THE OVERVIEW OF LITERATURE	20
3.	THE THESES OF THE WORK	23
4.	MAIN FLUX LINKAGES OF THE STATOR AND ROTOR WINDINGS	27
	 4.1. Main flux linkages of windings in computational models of machines of idealized core structure	28
	magnetizing windings, space phasor of the magnetizing current	28
	4.1.2. Main flux linkage of the windings. Main flux linkage space phasor	33
	4.1.3. Main magnetic field in computational models of idealised core	36
	4.1.3.1. Magnetic field equations in idealised computational	
	4.1.3.2. Results of the computations of the main magnetic field	37
	space distributions	38
	characteristics of the main flux linkages	42
	4.1.4.2. Determination of the axis components of the main flux linkage space phasor basing on the radial component	42
	distribution of the magnetic flux density vector	47
	4.2. Main hux mixages of the windings in computational models taking into account the real core structure.	52
	4.2.1. Results of the computations of the spatial distribution of the magnetic flux density radial component in the air gap	53
	4.2.1.2. Results of the computations for the squitter-cage induction motor	54
	4.2.1.2. Results of the computations for the turbogenerator	57 61
	4.2.2. Main flux linkage space phasor and its axis components. Synthetic characteristics of the main flux linkages	64
5.	LEAKAGE FLUX LINKAGES OF THE STATOR AND ROTOR WINDINGS 5.1. Magnetic leakage field coenergy. Flux linkages of the stator and	73
	rotor windings for the leakage fields 5.2. Computational models used for determining the slot magnetic leakage	73
	field 5.3. Properties of coenergy of the slot magnetic leakage field	77 78

	5.3.1. Results of the computations of the coenergy of the slot magnetic	
	leakage field	81
	5.4. Space phasors of the flux linkage of the stator and rotor windings	
	for the slot leakage field	81
	5.5. Computational models of the induction machine used when determining	
	the slot and gap leakage field	83
	5.6. Properties of the space phasors of the stator and rotor winding flux linkage	
	for the stator and rotor slot and gap leakage field	84
	5.7. Space phasors of the stator and rotor leakage flux linkages	86
6.	STATIC AND DYNAMIC INDUCTANCES OF ALTERNATING .CURRENT	
	ELECTRICAL MACHINES. STATIC AND DYNAMIC CROSS-COUPLING	
	LINKAGE	88
	6.1. Static magnetizing inductances of the synchronous machine.	
	Static cross-coupling linkage	88
	6.2. Dynamic magnetizing inductances of the synchronous machine.	
	Dynamic cross-coupling linkage	93
	6.3. Dynamic and static inductances of the asynchronous machine for the main	
	and leakage field	96
7	MATHEMATICAL MODELS OF ASVNCUPONOUS MACUINES	20
1.	TAKING INTO ACCOUNT SATUPATION OF MACHINES	00
	71 Introduction	99
	7.2 Equations of electrodynamics state of asymphronous machines in these	99
	coordinates	100
	7.2.1 Voltage equations of the rotor and states	100
	7.2.1. Voltage equations of the states and states.	100
	7.2.2. Flux initiage equations of the stator and rotor windings	103
	7.3. Equations of electrodynamic states of equations meabined and in	105
	by space phasors	105
	7.4 Equations of electrodynamic states of equations are thing as him	105
	selecting states and rotar currents as state variables. Equivalent in it.	
	schedung stator and fotor currents as state variables. Equivalent circuits of	100
	7.5 Equations of electromagnetic states and emission last size of the interview	109
	7.5. Equations of electromagnetic states and equivalent circuits of the induction	110
	machine in symmetrical steady states	116
8.	RESULTS OF SIMULATION INVESTIGATIONS OF THE INDUCTION	
	MACHINE	119
9.	DETERMINATION OF ELECTROMAGNETIC PARAMETERS OF THE	
	INDUCTION MACHINE MATHEMATICAL MODELS	124
		124
	9.1. Parametric equivalent circuits of the induction machine in steady and	
	transient states.	125
	9.2. Methodology of determining parameters of the induction machine	
	mathematical model basing on measurements.	
	9.3. Description of the laboratory stand, methodology of taking measurements	127
	9.3.1. Determining the stator instantaneous power and reactive	
	instantaneous power by measurements	127
	9.3.2. Determining the induction machine static characteristics by	
	measurements	128

86

10.

11.

12.

9.4. Algorithm for estimation of the machine mathematical model parameters basing on the measurement results of static characteristics	130
9.5. Results of the parameter estimation basing on measurements of static	
characteristics	131
model parameters determined	133
9.7. Algorithm and results of the parameter estimation of the machine mathematical model basing on the measurement results of dynamic	136
9 8. Methodology of determining the induction machine mathematical model	138
parameters basing on the results of field-circuit computations	140
9.10 Parameter estimation of the machine mathematical circuit model	141
parameters	144
9.11. Conclusions	147
MATHEMATICAL MODELS OF SYNCHRONOUS MACHINES TAKING	
INTO ACCOUNT SATURATION OF MAGNETIC CORES	148
10.1. Introduction	148
and two-axis coordinates	150
10.3. Voltage and flux linkage equations of the field winding and equivalent electric circuits of the rotor	151
10.4. Equations of the main flux linkages and stator leakage field taking into account saturation of magnetic cores	151
10.5. Equations of the asynchronous machine when selecting stator and rotor	
currents as state variables. The synchronous machine equivalent	152
circuit in dynamic states	152
The synchronous machine equivalent circuit in steady states.	155
10.7. Linearization of algebraic-differential equations of the synchronous	
machine	156
10.8. Determination of increments of the main flux linkage	158
machine equivalent circuit for incremental quantities	159
RESULTS OF SIMULATION INVESTIGATIONS OF THE	
SYNCHRONOUS MACHINE	162
DETERMINATION OF ELECTROMAGNETIC PARAMETERS OF	
THE SYNCHRONOUS MACHINE MATHEMATICAL MODELS	167
10.1 Interduction	167
12.1. Infounction	107
linkages	168
12.2.1. Determining synthetic characteristics of the main flux linkages in	
a direct way basing on V curves	168
12.2.2. Determining synthetic characteristics of the main flux linkages in an indirect way basing on V curves	171

12.3. Determination of the lumped parameters of the machine mathematical	
model on a basis of the stator current decay test in d and q axis	174
CONCLUDING REMARKS	178
REFERENCES	182
APPENDICES	195
SUMMARY	202
	 12.3. Determination of the lumped parameters of the machine mathematical model on a basis of the stator current decay test in <i>d</i> and <i>q</i> axis CONCLUDING REMARKS REFERENCES APPENDICES SUMMARY

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

A,A	 wektorowy potencjał magnetyczny i jego składowa wzdłuż osi z układu
~ ~	wspołrzędnych – okład pradowy uzwojenia stojana, witnika
α_s, α_r	 wektor indukcji magnetycznej
	składowa promieniowa i obwodowa wektora indukcij magnetycznej
B_r, B_{φ}	
B_x , B_y	- składowa wzdłuż osi x, y wektora indukcji magnetycznej
\underline{B}_{r1}^{s} , \underline{B}_{r1}^{r}	 amplitudy zespolone podstawowej harmonicznej rozkładu obwodowego składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej na powierzchni stojana (s) i wirnika (r)
B _{rl}	 moduł amplitudy zespolonej podstawowej harmonicznej składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej na średnim promieniu stojana i wimika
Н	 wektor natężenia pola magnetycznego
E_{c}	- koenergia magnetyczna
E _{cm}	 koenergia pola magnetycznego głównego
$E_{c\sigma s}, E_{c\sigma r}$	 koenergia pola magnetycznego rozproszenia stojana, wirnika
$E_{c\sigma zs}$, $E_{c\sigma zr}$	 koenergia pola magnetycznego rozproszenia żłobkowego stojana, wirnika
$E_{c\sigma zhs}, E_{c\sigma zhr}$	 koenergia pola magnetycznego rozproszenia żłobkowego i szczelino- wego stojana, wirnika
i _{s,r}	 wektor chwilowych prądów uzwojeń stojana, wirnika
i_{s} , i_{r}	 prądy chwilowe uzwojeń stojana, wirnika
<i>i</i> ,	 prąd chwilowy l-tego oczka wirnika sprowadzony na stronę stojana
i_f, i_{D_i}, i_{Q_i}	 prąd chwilowy uzwojenia wzbudzenia, oraz prądy chwilowe zastępczych uzwojeń wirnika w osiach d i q
i prl	 prąd chwilowy l – tego pręta wirnika
$\underline{I}_{s}^{s}, I_{s\alpha}, \underline{I}_{s\beta}$	 fazor przestrzenny prądu stojana i jego składowe osiowe w układzie współrzędnych związanym ze stojanem
\underline{I}_r^r , I_{rd} , I_{rq}	 fazor przestrzenny prądu wirnika i jego składowe osiowe w układzie współrzędnych związanym z wirnikiem
\underline{I}_s , I_{sx} , I_{sy}	 fazor przestrzenny prądu stojana i jego składowe osiowe w układzie współrzędnych (x,y)
\underline{I}_r , I_{rx} , I_{ry}	 fazor przestrzenny prądu wirnika i jego składowe osiowe w układzie współrzędnych (x,y)
$\underline{I}_{s0},, \underline{I}_{r0}$	 fazory przestrzenne prądu stojana i wirnika w chwili t=0
I_s, I_r	 moduł fazora przestrzennego prądu stojana, wirnika

Jerzy Kudła

I_d, I_q	-	składowe osiowe fazora przestrzennego prądu stojana maszyny
<u>I</u> _m	-	synchronicznej w układzie współrzędnych d,q fazor przestrzenny prądu magnesującego sprowadzony na stronę stojana
<u>I</u> _m	-	fazor przestrzenny prądu magnesującego sprowadzony na stronę wirnika
<i>I</i> ^{••}		moduł fazora przestrzennego prądu stojana sprowadzony na stronę wirnika
<u>I</u> _{pi}	-	fazor przestrzenny prądu i – tego zastępczego obwodu pręta wirnika sprowadzony na stronę stojana
<u>I</u> _{ri}	-	fazor przestrzenny prądu <i>i</i> – tego zastępczego obwodu wirnika sprowadzony na stronę stojana
j , j	-	wektor gęstości prądu, składowa wektora gęstości prądu wzdłuż osi z układu współrzędnych
J	-	masowy moment bezwładności
k _{ws} , k _{wr}	-	współczynnik uzwojenia stojana, wirnika dla podstawowej harmonicznej
$k_{wf}, k_{wQ_i}, k_{wD_i}$	-	współczynnik uzwojenia wzbudzenia i zastępczych uzwojeń wirnika w osiach d i q dla podstawowej harmonicznej
L_{ss} , L_{sr} , L_{rr}	_	macierze indukcyjności własnych i wzajemnych uzwojeń
L_{md} , L_{md}	-	indukcyjności magnesujące statyczne główne w osiach d i q maszyny synchronicznej
$L_{mdd},L_{mqq},\ L_{mdq},L_{mdq}$	-	indukcyjności magnesujące statyczne własne i wzajemne w osiach d i q -maszyny synchronicznej
L _{Dmd} , L _{Dmq}	-	indukcyjności magnesujące dynamiczne własne i wzajemne w osiach d i q maszyny synchronicznej
Diniq Diniqu		
$L_{Dmx}, L_{Dmy},$ L_{Dmxy}, L_{Dmyx}	-	indukcyjności dynamiczne magnesujące własne i wzajemne w osiach x, y maszyny asynchronicznej
L _{os}	_	indukcyjność statyczna rozproszenia stojana
L _{or}	-	indukcyjność statyczna rozproszenia wirnika lub zastępcza indukcyj- ność rozproszenia wirnika silnika głębokożłobkowego (nie uwzględnia strumieni rozproszenia wokół prętów wirnika)
$L_{Dasx}, L_{Dasy}, L_{Dasy}$	-	indukcyjności dynamiczne rozproszenia własne i wzajemne stojana
$L_{Dorx}, L_{Dory},$	_	indukcyjności dynamiczne rozproszenia własne i wzajemne wirnika
L _{Dorxy}		

$L_{of}, L_{of1}, L_{of2},$	-	
$L_{\sigma D1}, L_{\sigma D2}, L_{\sigma Q1}$		indukcyjność rozproszenia uzwojenia wzbudzenia, indukcyjności rozproszenia różnicowego (f_1, f_2) , indukcyjności zastępczych obwodów
$L_{\sigma Q2}, L_{\sigma Q3}$		elektrycznych w wirniku w osi d i q sprowadzone na stronę stojana
$L_{\sigma cs}, L_{\sigma cr}, L_{\sigma sr}$	-	indukcyjności rozproszenia czół uzwojeń stojana, wirnika, indukcyjność rozproszenia spowodowana skosem żłobków
σ_{cr}, L_{oper}	-	indukcyjność rozproszenia segmentu pierścienia zwierającego oraz części pręta wirnika wystającego poza pakiet rdzenia sprowadzone na stronę stojana
oer .	-	indukcyjność zastępcza rozproszenia nieaktywnych części wirnika
Lopi	-	indukcyjność rozproszenia <i>i</i> - tego zastępczego obwodu repre- zentującego aktywną część pręta wirnika
Lori	-	rezystancja i indukcyjność rozproszenia <i>i</i> - tego obwodu zastępczego obwodu wirnika
	-	długość idealna maszyny
m_s, m_r	-	liczba symetrycznych faz stojana i wirnika
n_s, n_r	-	gęstości zwojowe uzwojen stojana, wirnika
n_f, n_D, n_Q	-	gęstości zwojowe uzwojenia wzbudzenia oraz i -tych zastępczych uzwojeń wirnika w osiach d i q
n _{sr}	-	przekładnia między stojanem a wirnikiem
V	-	liczba szeregowo połączonych zwojów uzwojenia
N_s, N_r	-	liczba szeregowo połączonych zwojów uzwojema stojana, writika
N_f, N_D, N_Q	-	liczba szeregowo połączonych zwojow uzwojelna wzodużelna i zastępczych uzwojeń wirnika w osiach d i q
2	-	liczba par biegunow
P_s, P_s	-	moc chwilowa siojana, noc czynna stojana
O_{1}	_	liczba żłobków wirnika
er R.R	_	macierze rezystancji uzwojeń stojana, wirnika
R	_	rezystancja uzwojenia stojana
<i>R_r</i>	-	rezystancja uzwojenia wirnika silnika pierścieniowego, zastępcza rezystancja wirnika silnika klatkowego, rezystancja zastępcza nieaktywnych części wirnika silnika głębokożłobkowego
$R, R_f, R_{D1},$	-	rezystancja uzwojenia stojana, uzwojenia wzbudzenia, zastępczych
$R_{D2}, R_{Q1}, R_{Q2},$		obwodów elektrycznych w wirniku w osi <i>a</i> i <i>q</i> w maszynie synchronicznej
R_{Q3}		
R_{pr} , R_{cr}	-	rezystancja pręta i segmentu pierścienia zwierającego wirnika
R _{per} , R _{cr}	-	rezystancja części pręta wirnika wystającego poza pakiet rdzenia wirnika, rezystancja segmentu pierścienia zwierającego wirnika

Jerzy Kudła

R _{pi}	 rezystancja i - tego zastępczego obwodu reprezentującego aktywną cześć preta wirnika sprowadzona na strone stojana
R _{ri}	 rezystancja i - tego obwodu zastępczego obwodu wirnika sprowadzona na stronę stojana
r_s , r_r , r_{sr}	 promień wewnętrzny stojana i zewnętrzny wirnika, promień średni stojana i wirnika
S	 poślizg wirnika, pole przekroju poprzecznego
$S_{P_{m,\sigma}}^{P_s,Q_s}$	 wrażliwość względna mocy czynnej oraz mocy biernej stojana na zmianę i-tego parametru
T_e, T_m	 moment elektromagnetyczny, moment mechaniczny
u _{s,r}	 wektor chwilowych napięć uzwojeń stojana, wirnika
u_s, u_r	 napięcie chwilowe uzwojeń stojana, wirnika
$\underline{U}_{s}, \underline{U}_{r}$	 fazor przestrzenny napięcia stojana, wirnika
\underline{U}_{s0}	 fazor przestrzenny napięcia stojana w chwili t=0
$U_{sx}, U_{sy},$ U_{rx}, U_{ry}	 składowe osiowe fazora przestrzennego napięcia stojana, wirnika maszyny asynchronicznej w układzie współrzędnych (x, y)
U_d, U_q	– składowe osiowe fazora przestrzennego napięcia stojana w układzie współrzędnych (d, q)
u _f	 napięcie chwilowe uzwojenia wzbudzenia
u _{pir}	 napięcie chwilowe czynnej części pręta wirnika głębokożłobkowego
$\underline{W}_{s}^{s}, \underline{W}_{r}^{r}$	 fazory przestrzenne dowolnych wielkości elektromagnetycznych stojana i wirnika w układach współrzędnych związanych ze stojanem i wirnikiem
$\underline{W}_s, \underline{W}_r$	 fazory przestrzenne dowolnych wielkości elektromagnetycznych stojana i wirnika w układach współrzędnych (x, y)
φ_s, φ_r	 współrzędne katowe stojana i wirnika
φ	– współrzędna kątowa stojana i wirnika we wspólnym układzie współrzędnych (x, y)
$\gamma_{s}^{s}, \gamma_{r}^{s}$	 argument fazora przestrzennego prądu stojana, prądu wirnika w układzie współrzędnych związanym ze stojanem, wirnikiem
$\gamma_s \cdot \gamma_r$	 argument fazora przestrzennego prądu stojana, prądu wirnika w układzie współrzędnych (x,y)
Υm	 argument fazora przestrzennego prądu magnesującego
μ	 przenikalność magnetyczna
V	 odwrotność przenikalności magnetycznej
σ	 przewodność elektryczna materiału pręta wirnika
ϑ, ϑ_x	 kąt elektryczny obrotu wirnika względem stojana, kąt elektryczny obrotu układu współrzednych (x y) względem stojana
$\omega, \omega_x, \omega_s$	 prędkość kątowa elektryczna wirnika oraz prędkość kątowa wirowania układu współrzędnych (x,y) względem stojana, pulsacja napięcia stojana

Ω_m	 prędkość kątowa mechaniczna wirnika
P's,r	 wektor chwilowych strumieni sprzężonych uzwojeń stojana, wirnika
$\Psi_{\sigma s}, \Psi_{\sigma r}, \Psi_{m r}, \Psi_{m s}, \Psi_{m r}$	 wektory chwilowych strumieni sprzężonych uzwojeń dla pola rozproszenia stojana i wirnika oraz dla pola głównego
$\Psi_{ms}, \Psi_{\sigma s}$	 strumienie sprzężone chwilowe uzwojeń stojana dla pola głównego oraz dla pola rozproszenia stojana
mr, W	 strumienie sprzężone chwilowe uzwojeń wirnika dla pola głównego oraz dla pola rozproszenia wirnika
	 strumienie sprzężone chwilowe uzwojenia wzbudzenia oraz zastępczych obwodów elektrycznych w wirniku w osi d i q maszyny synchronicznej składowe osiowe fazora przestrzennego strumienia sprzężonego stojana w osi d i q
$\frac{\Psi_m^s}{\Psi_{\sigma s}^s}, \frac{\Psi_m^r}{\Psi_{\sigma r}^r}$	 fazory przestrzenne strumienia sprzężonego pola głównego, pola rozproszenia stojana, pola rozproszenia wirnika w układach współrzędnych związanych ze stojanem lub wirnikiem
$\Psi_{\sigma s}^{s}, \Psi_{\sigma s \alpha},$ $\Psi_{\sigma s \beta}$	 fazor przestrzenny w układzie współrzędnych związanym ze stojanem strumienia sprzężonego uzwojeń stojana dla pola rozproszenia stojana i jego składowe osiowe
$\underline{\Psi}_{ms}, \underline{\Psi}_{mr}, \underline{\Psi}_{mr}, \underline{\Psi}_{m}$	 fazor przestrzenny strumienia sprzężonego uzwojeń stojana, wirnika dla pola głównego, fazor przestrzenny strumienia sprzężonego pola głównego
$\Psi_{md}, \Psi_{mq}, \Psi_{\sigma d}, \Psi_{\sigma q}$	 składowe osiowe d i q fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego i pola rozproszenia stojana
$\frac{\Psi_{\sigma r}^{r}}{\Psi_{\sigma rq}}, \Psi_{\sigma rd},$	 fazor przestrzenny w układzie współrzędnych związanym z wirnikiem strumienia sprzężonego pola rozproszenia wirnika i jego składowe osiowe
$\underline{\Psi}_{\sigma s}, \underline{\Psi}_{\sigma r}$	 fazory przestrzenne strumieni sprzężonych pola rozproszenia stojana, wirnika w układzie współrzędnych (x,y)
$\underline{\Psi}_{\sigma \dot{z}s}^{*}, \underline{\Psi}_{\sigma \dot{z}r}^{r}$	 fazory przestrzenne strumieni sprzężonych pola rozproszenia żłobkowego stojana i wirnika w układzie współrzędnych związanym ze stojanem (s) i z wirnikiem (r)
$\underline{\Psi}^{*}_{\sigma\dot{z}hs},\underline{\Psi}^{r}_{\sigma\dot{z}hr}$	 fazory przestrzenne strumienia sprzężonego pola rozproszenia żłobkowego i szczelinowego stojana oraz wirnika w układzie współrzędnych związanym ze stojanem (s) i z wirnikiem (r)
Ψ _{σer}	 strumień sprzężony oczka wirnika dla pola rozproszenia wirnika (nie uwzględnia strumieni rozproszenia żłobkowego wokół czynnych części prętów wirnika)
Ψ ^r _{σið}	 fazor przestrzenny strumienia sprzężonego pola rozproszenia czynnych części wirnika w układzie współrzędnych związanym z wirnikiem (nie uwzględnia strumieni rozproszenia żłobkowego wokół czynnych części prętów wirnika)

$$\Psi_m(I_m), \Psi_{md1}(I_m) \Psi_{md3}(I_m)$$
 – syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych pola
głównego
 $\Psi_m(I_s), \Psi_{or}(I_r)$ – syntetyczne charakterystyki strumieni sprzeżonych zala ma

- szenia stojana i wirnika
- $\Psi_{\sigma \dot{z}s}(I_s), \Psi_{\sigma \dot{z}r}(I_r)$ syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych pola rozproszenia żłobkowego stojana i wirnika

 $\Psi_{\sigma \pm hs}(I_s), \Psi_{\sigma \pm hr}(I_r)$ – syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych pola rozproszenia żłobkowego i szczelinowego stojana, wirnika

Uwaga:

Fazory przestrzenne dowolnych wielkości elektromagnetycznych, ich moduły, argumenty oraz składowe osiowe są funkcjami czasu.

Kropką oznaczono wielkości sprowadzone na stronę stojana, dwiema kropkami oznaczono wielkości sprowadzone na stronę wirnika.

1. WPROWADZENIE. CEL I ZAKRES PRACY

Badania oraz analizy właściwości eksploatacyjnych maszyn elektrycznych prądu przemiennego: asynchronicznych i synchronicznych, pracujących w systemach elektromechanicznych i elektroenergetycznych, przeprowadzane są najczęściej za pomocą komputerów oraz specjalistycznego oprogramowania. Oprogramowanie to, wykorzystując zaimplementowane w odpowiednim języku algorytmicznym modele matematyczne maszyn elektrycznych oraz elementów składowych badanych systemów, umożliwia przeprowadzenie wszechstronnych eksperymentów symulacyjnych odtwarzających różnorodne stany pracy systemów oraz maszyn elektrycznych, w tym także stany awaryjne. Ilościowe oceny właściwości eksploatacyjnych maszyn elektrycznych w postaci przebiegów i charakterystyk, otrzymane w wyniku eksperymentów symulacyjnych, mogą być wykorzystane:

- przy projektowaniu nowych maszyn elektrycznych oraz przy projektowaniu zmian konstrukcyjnych eksploatowanych maszyn,
- do analizy i syntezy układów zasilania i sterowania maszyn elektrycznych,
- do oceny ich prawidłowej pracy jak również do analizy przyczyn ich awarii. Do ważnych aspektów związanych z badaniami symulacyjnymi należą:
- wiarygodność otrzymywanych wyników obliczeń i wyciąganych na ich podstawie wniosków,
- pracochłonność przygotowania i wykonania badań symulacyjnych przy użyciu typowego sprzętu komputerowego.

Wiarygodność badań symulacyjnych, której miarą mogą być obserwowane różnice między wynikami pomiarów a wynikami obliczeń komputerowych, zależy od:

- dokładności odwzorowania w modelach matematycznych maszyn elektrycznych zjawisk elektromagnetycznych, mechanicznych i cieplnych decydujących o właściwościach eksploatacyjnych maszyn,
- dokładności wyznaczonych na drodze pomiarowej lub obliczeniowej parametrów (współczynników) równań tworzących modele matematyczne,
- dokładności stosowanych algorytmów numerycznych.

Pracochłonność przygotowania i wykonania badań symulacyjnych zależy głównie od :

- liczby oraz charakteru równań algebraiczno-różniczkowych opisujących stany dynamiczne maszyn (równania różniczkowe o pochodnych cząstkowych, równania różniczkowe o pochodnych zwyczajnych, równania algebraiczne, równania nieliniowe, liniowe itp),
- liczby oraz rodzaju współczynników występujących w modelach matematycznych, w tym także liczby i rodzaju danych geometrycznych i materiałowych,
- efektywności zaimplemementowanych algorytmów numerycznych,
- jakości oprogramowania, w tym zwłaszcza graficznego interfejsu użytkownika,
- wydajności obliczeniowej sprzętu komputerowego.

Wiarygodność oraz pracochłonność wykonywanych badań symulacyjnych zależą więc przede wszystkim od rodzaju stosowanych modeli matematycznych maszyn elektrycznych i innych elementów składowych rozpatrywanych systemów. Opracowanie efektywnych modeli matematycznych maszyn elektrycznych wymaga osiągnięcia kompromisu pomiędzy złożonością modeli a pracochłonnością ich wykorzystania.

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...

Przy opracowaniu modeli matematycznych maszyn elektrycznych kompromis ten osiąga się dokonując analizy procesów fizycznych występujących w maszynach oraz korzystając z doświadczeń i intuicji inżynierskiej popartych gromadzonymi przez wiele lat wynikami badań i analiz. Ograniczając dalsze rozważania do maszyn elektrycznych prądu przemiennego można przyjąć, że dokładność odwzorowania ich właściwości elektromagnetycznych i elektromechanicznych zależy od sposobu uwzględnienia w modelach matematycznych tych maszyn:

- wypierana prądów w różnych elementach maszyn (uzwojenia, kliny, elementy lite itp),
- nasycenia magnetycznego rdzeni stojana i wirnika,
- rozłożenia uzwojeń w żłobkach stojana i wirnika,
- zmian grubości szczeliny powietrznej między stojanem a wirnikiem spowodowanej obecnością żłobków.

Łączne uwzględnienie wszystkich wymienionych zjawisk jest możliwe w polowoobwodowych modelach maszyn elektrycznych. Modele polowo-obwodowe odwzorowują właściwości maszyn w sposób najbardziej dokładny, są one równocześnie najbardziej złożone, a ich wykorzystanie jest możliwe tylko przy użyciu specjalnych metod numerycznych (np. metody elementów skończonych) oraz szybkich komputerów.

Złożoność modeli polowo-obwodowych jak i pracochłonność przygotowania i wykonania przy ich użyciu obliczeń powoduje, że modele te są wykorzystywane jeszcze w ograniczonym zakresie i praktycznie nie są stosowane w badaniach i analizach wielomaszynowych systemów elektromechanicznych i elektroenergetycznych. W konsekwencji prowadzone są w dalszym ciągu prace naukowo-badawcze, których celem jest opracowanie dokładniejszych modeli obwodowych maszyn elektrycznych. Przy opracowywaniu obwodowych modeli maszyn elektrycznych prądu przemiennego wymienione powyżej zjawiska elektromagnetyczne uwzględnia się zwykle oddzielnie, pomijając tym samym ich wzajemną interakcję.

Celem niniejszej pracy jest przedstawienie zagadnień dotyczących:

- opracowania modeli matematycznych maszyn elektrycznych prądu przemiennego o parametrach skupionych uwzględniających nasycenie magnetyczne rdzeni stojana i wirnika,
- oceny wpływu nasycenia magnetycznego rdzeni na wybrane charakterystyki i przebiegi dynamiczne badanych maszyn,
- wyznaczania parametrów elektromagnetycznych opracowanych modeli matematycznych na podstawie wyników pomiarów lub wyników obliczeń polowo-obwodowych.

W pracy nie uwzględnia się zjawisk spowodowanych wyższymi harmonicznymi rozkładu przestrzennego okładu prądowego uzwojeń oraz zjawisk spowodowanych zmienną grubością szczeliny powietrznej między stojanem i wirnikiem, wynikającą z użłobkowania rdzeni maszyny. Opracowane modele dotyczą więc tak zwanych monoharmonicznych modeli matematycznych maszyn elektrycznych. Rozważania w pracy ograniczono do typowych maszyn elektrycznych prądu przemiennego, a więc maszyn asynchronicznych i synchronicznych o wzbudzeniu elektromagnetycznym.

Praca jest podzielona na 13 rozdziałów. Rozdział drugi zawiera przegląd literatury naukowo-technicznej dotyczącej sposobów uwzględnienia nasycenia magnetycznego rdzeni w modelach matematycznych maszyn elektrycznych prądu przemiennego. Przy omawianiu przeglądu literatury szczególną uwagę skupiono na obwodowych modelach maszyn elektrycznych prądu przemiennego. W rozdziale trzecim przedstawiono ogólny model matematyczny wielofazowej symetrycznej maszyny elektrycznej we współrzędnych naturalnych, pokazując w jaki sposób nasycenie magnetyczne rdzeni utrudnia stosowanie tego modelu. W rozdziale tym sformułowano tezy pracy wskazujące, że przyjmując zasadę rozdziału wypadkowego pola magnetycznego w maszynie na pole główne i pola rozproszenia oraz stosując teorię fazorów przestrzennych istnieje możliwość sformułowania monoharmonicznych modeli matematycznych maszyn elektrycznych uwzględniających nasycenie magnetyczne rdzeni.

Rozdział czwarty pracy dotyczy zagadnień wyznaczania i analizy właściwości strumieni sprzężonych uzwojeń maszyn dla pola magnetycznego głównego. W rozdziale tym, korzystając z uproszczonych modeli obliczeniowych maszyn, wprowadzono pojęcia zastępczych uzwojeń magnesujących, fazorów przestrzennych prądu magnesującego i strumienia sprzężonego uzwojeń dla pola magnetycznego głównego oraz określono ich właściwości. Dla wybranych maszyn elektrycznych przedstawiono wyniki obliczeń charakterystyk składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego oraz zdefiniowano i wyznaczono charakterystyki syntetyczne strumieni sprzężonych pola głównego. W rozdziale piątym rozważono strumienie sprzężone uzwojeń maszyn dla pola rozproszenia stojana oraz dla pola rozproszenia wirnika. Dla wybranych maszyn przedstawiono wyniki obliczeń fazorów przestrzennych strumieni sprzężonych uzwojeń dla pola rozproszenia żłobkowego i szczelinowego oraz przeprowadzono ich analizę.

Rozdział szósty dotyczy indukcyjności maszyn elektrycznych oraz zjawiska sprzężenia skrośnego zastępczych uzwojeń magnesujących. W rozdziale tym zdefiniowano pojęcia indukcyjności statycznych i dynamicznych uzwojeń i za ich pomocą wyrażono strumienie sprzężone skrośne uzwojeń. W rozdziale tym także przedstawiono przykładowe wyniki obliczeń indukcyjności statycznych i dynamicznych. W rozdziale siódmym wyprowadzono modele matematyczne maszyn asynchronicznych uwzględniające nasycenie magnetyczne rdzeni. Sformułowano równania maszyny pierścieniowej i klatkowej (z wirnikiem zwykłym i z wirnikiem głębokożłobkowym) oraz przedstawiono ich schematy zastępcze dla stanów nieustalonych i ustalonych. Na schematach zastępczych pokazano elementy, których wartości zależa od nasycenia magnetycznego rdzeni.

W rozdziale ósmym zaprezentowano wybrane wyniki badań symulacyjnych maszyny indukcyjnej w typowych stanach nieustalonych oraz w stanach ustalonych. W rozdziale dziewiątym przedstawiono metodykę wyznaczania parametrów elektromagnetycznych modeli matematycznych maszyn indukcyjnych na podstawie pomiarów lub obliczeń polowoobwodowych. Rozdział dziesiąty poświęcono zagadnieniom formułowania modeli matematycznych maszyn synchronicznych dużej mocy. W rozdziale tym przedstawiono równania i schematy zastępcze maszyn synchronicznych dla stanów nieustalonych oraz stanów ustalonych. Na schematach zastępczych pokazano elementy, których wartości zależą od nasycenia magnetycznego rdzeni.

W rozdziale jedenastym zaprezentowano wyniki wybranych badań symulacyjnych, maszyny w stanach ustalonych oraz przebiegi w stanach nieustalonych. W rozdziale dwunastym przedstawiono metodykę wyznaczania parametrów elektromagnetycznych opracowanych modeli matematycznych na podstawie pomiarów i wyników obliczeń polowo-obwodowych. W rozdziale tym podano także wyniki estymacji parametrów elektromagnetycznych. Rozdział trzynasty stanowi podsumowanie pracy. W rozdziale tym zestawiono także główne osiągnięcia autora w realizacji tematu pracy. Praca zawiera ponadto spis literatury oraz załączniki, w których zamieszczono podstawowe dane znamionowe i konstrukcyjne badanych maszyn.

2. STAN ZAGADNIENIA. PRZEGLĄD LITERATURY

Potrzeba uwzględnienia nasycenia magnetycznego rdzeni maszyn elektrycznych prądu przemiennego w obliczeniach projektowych oraz w modelach matematycznych maszyn elektrycznych stosowanych w badaniach symulacyjnych jest znana od wielu dziesiątków lat. Przeprowadzane badania eksperymentalne maszyn elektrycznych prądu przemiennego w stanach ustalonych i nieustalonych, w różnych warunkach zasilania i obciążenia, pokazywały rozbieżności pomiędzy wynikami pomiarów a wynikami obliczeń projektowych i wynikami badań symulacyjnych. Jako jeden z powodów obserwowanych rozbieżności wyników obliczeń oraz wyników pomiarów uznano pominięcie lub uwzględnienie w sposób niedostatecznie dokładny nasycenia magnetycznego rdzeni maszyny.

W konsekwencji, od wielu dziesiątków lat zagadnienia opracowania modeli matematycznych maszyn elektrycznych prądu przemiennego, uwzględniających nasycenie magnetyczne rdzeni, są przedmiotem zainteresowania zespołów badawczych w wielu ośrodkach naukowych w kraju i za granicą, o czym świadczy dołączony do pracy spis literatury.

W początkowym okresie rozwoju teorii maszyn elektrycznych prądu przemiennego nasycenie magnetyczne rdzeni uwzględniane było głównie w obliczeniach projektowych. Na podstawie wyników badań doświadczalnych oraz obliczeń korygowano niektóre parametry schematów zastępczych maszyn asynchronicznych i synchronicznych, tak aby obliczone charakterystyki maszyn w analizowanych stanach pracy były zbliżone do charakterystyk wyznaczonych z pomiarów.

Rozwój teorii maszyn elektrycznych, metod numerycznych w szczególności w zakresie obliczeń pól elektromagnetycznych, dostępność coraz szybszego sprzętu obliczeniowego spowodowało, że w ciągu ostatnich 20-30 lat wypracowane zostały sposoby uwzględniania nasycenia magnetycznego rdzeni w modelach matematycznych maszyn elektrycznych.

Na podstawie literatury naukowo-technicznej można zauważyć, że dominują obecnie trzy zasadnicze sposoby uwzględnienia nasycenia magnetycznego rdzeni w modelach matematycznych maszyn elektrycznych.

Pierwszy sposób polega na uwzględnieniu nasycenia magnetycznego rdzeni magnetycznych w polowo-obwodowych modelach matematycznych maszyn elektrycznych prądu przemiennego, w których jednocześnie występują równania obwodów maszyn i równania pola elektromagnetycznego w maszynach. Modele polowo-obwodowe uwzględniają nie tylko nieliniowe charakterystyki magnesowania materiałów magnetycznych tworzących rdzenie maszyny ale także inne zjawiska elektromagnetyczne występujące w maszynach, np. zjawisko wypierania prądu. Za pomocą modeli polowo-obwodowych możliwie są badania i analizy właściwości maszyn elektrycznych w stanach statycznych i dynamicznych przy uwzględnieniu pól elektromagnetycznych 2-wymiarowych i 3-wymiarowych. W konsekwencji więc modele polowo-obwodowe umożliwiają obecnie najbardziej dokładną analizę właściwości eksploatacyjnych maszyn elektrycznych prądu przemiennego. Modele te nie są tematem pracy, dlatego ograniczono spis literatury do wymienienia niektórych pozycji [4, 9, 13, 16, 21, 25], [27, 43, 45, 73].

Drugi sposób polega na uwzględnieniu nasycenia magnetycznego rdzeni magnetycznych w modelach reluktancyjnych maszyn elektrycznych. W modelach tych rozkłady przestrzenno - czasowe pola elektromagnetycznego modelowane są za pomocą sieci reluktancyjnych lub sieci

reluktancyjno-konduktancyjnych [15, 22, 32, 45,175,189]. Modele reluktancyjne maszyn elektrycznych stanowią skuteczne narzędzie modelowania właściwości maszyn elektrycznych. Wykorzystanie tych modeli podobnie jak modeli polowo-obwodowych jest jednak ograniczone do maszyn o znanych danych konstrukcyjnych. Modele te także nie są przedmiotem niniejszej pracy.

Trzeci sposób uwzględnienia nasycenia magnetycznego rdzeni, który jest przedmiotem niniejszej pracy, polega na uwzględnieniu nasycenia magnetycznego rdzeni w klasycznych modelach obwodowych maszyn elektrycznych prądu przemiennego.

W modelach obwodowych maszyn elektrycznych nasycenie magnetyczne rdzeni może być uwzględnione przez określenie "a priori" strumieni sprzężonych uzwojeń maszyny dla wypadkowego pola magnetycznego [28, 35, 193, 208, 210, , 212, 215, 216, 222] lub też przez wyznaczenie tych strumieni rozwiązując na przemian, krok po kroku, równania obwodowe i równania pola elektromagnetycznego [45, 59, 60, 74, 75]. Prowadzone prace, zwłaszcza w zakresie poszukiwania nieliniowych charakterystyk strumieni sprzężonych uzwojeń maszyny dla wypadkowego pola magnetycznego, ograniczone zostały do wyznaczenia tych charakterystyk tylko do kilku uzwojeń. Pomimo że nie uzyskano zadowalających wyników, które można by wykorzystać przy modelowaniu typowych maszyn elektrycznych prądu przemiennego: maszyn indukcyjnych i maszyn synchronicznych, to w pracach tych przedstawiono formalizm matematyczny pozwalający na metodyczne formułowanie modeli matematycznych maszyn uwzględniających nasycenie magnetyczne rdzeni. W pracach tych także dużo uwagi poświęcono indukcyjnościom statycznym i dynamicznym, wskazując na ich ważne właściwości [28, 193, 211, 215].

Dla większej liczby uzwojeń maszyny nieliniowe charakterystyki strumieni sprzężonych uzwojeń można wyznaczyć korzystając z zasady rozdziału wypadkowego pola magnetycznego na pola składowe: pole główne i pola rozproszenia i na oddzielnym poszukiwaniu charakterystyk strumieni sprzężonych uzwojeń dla tych pól.

Największa liczba prac w tym zakresie dotyczy wyznaczania i analizy strumieni sprzężonych uzwojeń dla pola magnetycznego głównego. Przy wyznaczaniu tych strumieni uwzględnia się przede wszystkim podstawową harmoniczną rozkładu obwodowego składowej promieniowej indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej maszyny. Mniejsza liczba prac dotyczy także uwzględnienia wyższych harmonicznych tego rozkładu przy wyznaczaniu strumieni sprzężonych [28, 79, 183, 213, 217, 218, 241, 243,244, 249].

Uwzględniając podstawową harmoniczną składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej równania maszyny zapisuje się za pomocą fazorów przestrzennych i ich składowych. Do prac w tym zakresie można zaliczyć prace dotyczące modeli maszyn asynchronicznych [10, 11, 17, 18, 26, 33, 53, 56, 65, 70, 95, 96, 108, 110], [129, 146, 156, 157, 234]. W pracach tych wyznaczono fazory przestrzenne strumieni sprzężonych uzwojeń maszyny dla pola magnetycznego głównego pokazując, że fazory te są kolinearne z fazorami przestrzennymi prądu magnesującego.

Wykorzystując wymienione właściwości wyznaczono napięcia transformacji, określając przy tym odpowiednie indukcyjności dynamiczne. Analizując napięcia transformacji zauważono, że zastępcze uzwojenia magnesujące maszyn elektrycznych, których osie magnetyczne są prostopadłe, są ze sobą sprzężone magnetycznie, przy czym sprzężenie to jest wynikiem uwzględnienia nasycenia magnetycznego rdzeni. Wprowadzono do rozważań pojęcie tak zwanego sprzężenia skrośnego uzwojeń (cross-coupling). Sprzężenie skrośne było przedmiotem zarówno badań pomiarowych, jak i obliczeń polowych [11, 33, 39, 81], [85, 89, 108, 117], [128, 129, 227, 232].

Dalsze prace w tym zakresie dotyczyły maszyn synchronicznych, w których wymienione fazory nie są kolinearne [18, 19, 33, 36, 44, 55, 63, 66, 67, 80, 87, 92, 95, 105, 109, 112, 118], [135, 142, 143, 154, 158, 160, 162, 173, 178, 184, 195, 202, 203]. W pracach tych sformułowano modele matematyczne maszyn synchronicznych wykorzystując w tym celu charakterystyki składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego w funkcji składowych osiowych fazora przestrzennego prądu magnesującego lub też modułu i argumentu tego fazora.

Oprócz problematyki uwzględnienia w modelach obwodowych maszyn elektrycznych nasycenia magnetycznego rdzeni przez pole główne, przedmiotem badań były także zagadnienia uwzględnienia w tych modelach nasycenia magnetycznego rdzeni przez pole rozproszenia stojana i wirnika. W pracach tych, analizując rozkład przestrzenny pola magnetycznego w obszarze podziałki żłobkowej, podziałki biegunowej, wyznaczono nieliniowe charakterystyki strumieni sprzężonych uzwojeń maszyn dla tych pól [10, 16, 19, 26], [52, 69, 71, 94, 103, 125, 145, 153, 192, 199, 200, 237]. Podejmowane były także próby uwzględnienia w modelach obwodowych maszyn nasycenia oraz wypierania prądu w prętach wirnika [10, 204, 223].

Opracowanie modeli matematycznych maszyn uwzględniających nasycenia magnetyczne rdzeni spowodowało wzrost liczby różnych badań symulacyjnych. W badaniach tych pokazano jak wpływa uwzględnienie lub pominięcie nasycenia na wyniki obliczeń symulacyjnych. Rozpatrzono typowe stany pracy maszyn indukcyjnych, w tym także zagadnienia wzbudzania się maszyn indukcyjnych, zagadnienia stabilności oraz sterowania. [47, 57, 77, 78, 107], [126, 130, 133, 174, 176, 185, 186, 233]. Podobne badania przeprowadzono dla generatorów synchronicznych współpracujących z systemem energetycznym. Rozważano zagadnienia stabilności dynamicznej i lokalnej generatorów synchronicznych [42, 48, 49, 50, 68, 72, 80], [90, 115, 116, 120, 132, 150, 155, 165, 166, 168, 187, 191, 194, 196, 198, 241, 248, 250].

Równolegle z badaniami symulacyjnymi podjęto pracę nad wyznaczeniem parametrów opracowanych modeli na podstawie danych konstrukcyjnych i pomiarów. Rozwój metody elementów skończonych spowodował, że charakterystyki strumieni sprzężonych oraz parametry skupione typu (R, L) wyznaczane są na podstawie obliczeń rozkładów przestrzennych i przestrzenno-czasowych pola elektromagnetycznego w maszynach [2, 41, 51, 76, 86, 97], [98, 102, 113, 114, 119, 136, 137, 139, 152, 169, 170, 171, 172, 179, 180, 182, 197, 207].

Dostępność specjalistycznego sprzętu pomiarowego z komputerową akwizycją i analizą sygnałów pomiarowych spowodowała możliwość estymacji parametrów opracowanych modeli na podstawie wyników pomiaru przy wykorzystaniu głównie metody najmniejszych kwadratów oraz gradientowych i genetycznych algorytmów optymalizacji [37, 40, 64, 84, 88, 101, 111], [121, 122, 123, 124, 127, 141, 147, 148, 149, 151, 163, 164, 224, 2302, 230, 237, 239].

W wyniku prowadzonych badań, opracowano dokładniejsze obwodowe modele maszyn elektrycznych prądu przemiennego, uwzględniające nasycenie magnetyczne rdzeni. Model te zaimplementowane w programach komputerowych umożliwiają badania symulacyjne maszyn elektrycznych prądu przemiennego pracujących w systemach elektroenergetycznych i elektromechanicznych.

3. TEZY PRACY

Model matematyczny maszyny elektrycznej o parametrach skupionych, uwzględniający zjawiska elektromagnetyczne i elektromechaniczne, tworzą:

- układ równań różniczkowych o pochodnych zwyczajnych wyrażający stan równowagi napięciowej uzwojeń maszyny,
- układ równań algebraicznych określający strumienie sprzężone uzwojeń,
- równanie ruchu wirnika maszyny.



Rys. 3.1. Schemat ideowy symetrycznych uzwojeń stojana i wirnika maszyny elektrycznej Fig. 3.1. Schematic diagram of electrical machine stator and rotor symmetrical windings

u

Dla maszyny elektrycznej, w której występuje m_s galwanicznie wyodrębnionych symetrycznych uzwojeń stojana oraz m_r galwanicznie wyodrębnionych symetrycznych uzwojeń wirnika (rys. 3.1), równania napięciowe uzwojeń mają następującą postać macierzową:

• dla uzwojeń stojana

$$_{s} = R_{s}i_{s} + \frac{\mathrm{d}\Psi_{s}}{\mathrm{d}t}, \tag{3.1}$$

dla uzwojeń wirnika

$$u_r = R_r i_r + \frac{\mathrm{d}\Psi_r}{\mathrm{d}t} \,. \tag{3.2}$$

Strumienie sprzężone uzwojeń stojana i wirnika są funkcjami chwilowych prądów w uzwojeniach oraz kąta obrotu wirnika względem stojana. Funkcje te można przedstawić w postaci:

• dla stojana
• dla wirnika

$$\Psi_s = \Psi_s(i_s, i_r, \vartheta),$$
 $\Psi_r = \Psi_r(i_s, i_r, \vartheta).$
(3.3)

Jerzy Kudla

Równanie ruchu wirnika zależy od struktury układu mechanicznego maszyny oraz zewnętrznego układu mechanicznego, z którym maszyna elektryczna współpracuje. W pracy przyjęto, że układ mechaniczny maszyny elektrycznej i maszyny roboczej jest ciałem sztywnym, stąd równanie ruchu wirnika można zapisać w następującej postaci:

$$J\frac{\mathrm{d}\Omega_m}{\mathrm{d}t} = T_e - T_m \quad \text{lub} \quad \frac{J}{p}\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = T_e - T_m, \qquad T_e = \frac{\partial E_e}{\partial\vartheta_m} \quad \text{lub} \quad T_e = p\frac{\partial E_e}{\partial\vartheta}, \qquad (3.4)$$

gdzie:

- wektory chwilowych napięć, prądów, strumieni sprzężonych $u_{s,r}, i_{s,r}, \Psi_{s,r}$ uzwojeń stojana (s) i wirnika (r), R_s, R_r
 - macierze rezystancji uzwojeń stojana i wirnika,
- T_e, T_m, E_c, J moment elektromagnetyczny, moment mechaniczny, koenergia magnetyczna, masowy moment bezwładności,
- $\Omega_m, \omega, \vartheta_m, \vartheta, p$ prędkość kątowa wirnika mechaniczna, elektryczna, kąt obrotu wirnika mechaniczny, elektryczny, liczba par biegunów.

Pomijając nasycenie magnetyczne rdzeni, poprzez przyjęcie liniowych charakterystyk magnesowania materiałów magnetycznych tworzących rdzenie (określonych na podstawie części nienasyconej charakterystyk magnesowania) lub poprzez określenie stałych wartości przenikalności magnetycznych w określonych strefach rdzeni (strefa zębów stojana i wirnika, strefa jarzma itp.) strumienie sprzężone uzwojeń stojana i wirnika są funkcjami liniowymi chwilowych prądów w uzwojeniach oraz w ogólnym przypadku okresowymi funkcjami kąta obrotu wirnika względem stojana. W rezultacie strumienie sprzężone uzwojeń wyraża się za pomocą macierzy indukcyjności własnych i wzajemnych uzwojeń zależnych jedynie od kąta obrotu wirnika względem stojana.

$$\Psi_{s} = \Psi_{s}(i_{s}, i_{r}, \vartheta) = L_{ss}(\vartheta)i_{s} + L_{sr}(\vartheta)i_{r}$$
(3.5)

$$\Psi_r = \Psi_r(i_s, i_r, \vartheta) = L_{sr}^I(\vartheta)i_s + L_{rr}(\vartheta)i_r, \qquad (3.6)$$

gdzie:

 $L_{ss}(\vartheta), L_{sr}(\vartheta), L_{rr}(\vartheta)$ - macierze indukcyjności własnych i wzajemnych uzwojeń.

Korzystając z zasady superpozycji, elementy macierzy indukcyjności można wyznaczyć na podstawie rozkładów przestrzennych pola magnetycznego w maszynie, obliczonych dla dyskretnych wartości kąta obrotu wirnika względem stojana, przyjmując dowolną wartość prądu w odpowiednich uzwojeniach. Indukcyjności obliczone dla dyskretnych wartości kąta obrotu wirnika można następnie aproksymować za pomocą funkcji sklejanych lub za pomocą szeregów Fouriera.

W przypadku gdy nie pomija się nasycenia magnetycznego rdzeni, do rozwiązania równań maszyny konieczna jest znajomość nieliniowych charakterystyk strumieni sprzężonych jej uzwojeń. Określenie tych charakterystyk w postaci tabelarycznej lub analitycznej jest zagadnieniem trudnym, zwłaszcza jeśli liczba uzwojeń maszyny jest duża (np. maszyna indukcyjna klatkowa, maszyna synchroniczna). Wymaga to bowiem przeprowadzenia obliczeń strumieni sprzężonych uzwojeń dla wszystkich spodziewanych wartości chwilowych prądów oraz dla wszystkich wartości kąta obrotu wirnika względem stojana. Przeprowadzenie tak wielkiej ilości obliczeń a następnie analiz jest czasochłonne i praktycznie możliwe do przeprowadzenia tylko dla maszyn elektrycznych, w których występuje kilka uzwojeń (np. maszyn reluktancyjnych bez klatki rozruchowej, maszyn reluktancyjnych przełączalnych).

Dla pozostałych maszyn elektrycznych prądu przemiennego konieczne jest więc poszukiwanie innego sposobu wyznaczenia charakterystyk strumieni sprzeżonych uzwojeń.

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...

Najczęściej charakterystyki strumieni sprzężonych uzwojeń wyznacza się bazując na stosowanej w teorii maszyn elektrycznych zasadzie rozdziału wypadkowego pola magnetycznego w maszynie na pola składowe: pole główne oraz pola rozproszenia stojana i wirnika oraz na uproszczającym założeniu, że pola te wzajemnie nie wpływają na stan nasycenia rdzeni magnetycznych maszyny.

Podstawą takiego sposobu postępowania jest jakościowy podział linii pola magnetycznego na dwie zasadnicze kategorie różniące się zarówno drogą ich przebiegu w maszynie, jak i rodzajem powodowanych sprzężeń magnetycznych uzwojeń maszyny. Wyodrębnia się więc:

- linie pola tworzące pole magnetyczne główne, przebiegające z wirnika do stojana i z powrotem ze stojana do wirnika poprzez szczelinę powietrzną maszyny i powodujące sprzężenie magnetyczne uzwojenia stojana i wirnika,
- linie pola tworzące pola magnetyczne rozproszenia stojana i wirnika, przebiegające w obrębie rdzeni stojana lub wirnika oraz ich przyszczelinowych powierzchni i powodujące sprzężenie magnetyczne uzwojeń stojana lub uzwojeń wirnika.

Istota wymienionego podziału wypadkowego pola magnetycznego w maszynie nie polega jednak na wyodrębnianiu pól składowych z wypadkowego pola magnetycznego, lecz na ich oddzielnym wyznaczaniu na podstawie specjalnie opracowanych modeli obliczeniowych, w których pola te występują samodzielnie bądź też są dominujące.

Podstawową korzyścią takiego sposobu postępowania jest zmniejszenie liczby prądów decydujących o rozkładzie przestrzennym pól składowych, co pozwala na łatwiejszą analizę strumieni sprzężonych uzwojeń dla tych pól oraz na ich wyrażenie w postaci prostszych zależności funkcyjnych.

Wyznaczone w ten sposób strumienie sprzężone uzwojeń maszyny umożliwiają opracowanie przybliżonych modeli matematycznych maszyn elektrycznych uwzględniających nasycenie magnetyczne rdzeni. Wiarygodność modeli przybliżonych można ocenić weryfikując w sposób pomiarowy lub obliczeniowy wyniki badań. Weryfikacja taka polega na porównaniu wyników badań symulacyjnych z wynikami pomiarów lub wynikami obliczeń symulacyjnych przeprowadzonych za pomocą bardziej dokładnych modeli polowo-obwodowych.

Skorzystanie z podziału wypadkowego pola magnetycznego na pola składowe umożliwia zapisanie następujących zależności:

$$\Psi_{s} = \Psi_{s}(i_{s}, i_{r}, \vartheta) = \Psi_{\sigma s}(i_{s}, \vartheta) + \Psi_{m s}(i_{s}, i_{r}, \vartheta) \equiv \Psi_{\sigma s}(i_{s}) + \Psi_{m s}(i_{s}, i_{r}, \vartheta), \qquad (3.7)$$

$$\Psi_{r} = \Psi_{r}(i_{s}, i_{r}, \vartheta) = \Psi_{\sigma r}(i_{r}, \vartheta) + \Psi_{mr}(i_{s}, i_{r}, \vartheta) \cong \Psi_{\sigma r}(i_{r}) + \Psi_{mr}(i_{s}, i_{r}, \vartheta), \qquad (3.8)$$

gdzie:

 $\Psi_{\sigma\sigma}$, $\Psi_{\sigma\tau}$, Ψ_{ms} , Ψ_{mr} - wektory chwilowych strumieni sprzężonych uzwojeń dla pola rozproszenia stojana i wirnika oraz dla pola głównego.

Jak wynika z przedstawionych wzorów, strumienie sprzężone uzwojeń maszyny dla pól rozproszenia są funkcjami prądów płynących tylko w uzwojeniach stojana oraz tylko w uzwojeniach wirnika, a strumienie sprzężone dla pola głównego są zależne od prądów stojana i wirnika oraz kata obrotu wirnika.

W przypadku monoharmonicznych modeli matematycznych maszyn elektrycznych prądu przemiennego, czyli takich, w których uzwojenia stojana i wirnika są rozłożone sinusoidalne i w konsekwencji sprzężone są ze sobą za pośrednictwem tylko podstawowej harmonicznej składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej maszyny, zależności dla pola magnetycznego głównego można uprościć wprowadzając do rozważań pojęcia fazora przestrzennego prądu magnesującego i fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego. Prace w tym zakresie zostały zapoczątkowane przez Filca [11] oraz następnie były kontynuowane przez Kovacsa i Vasa [33, 129]. Teoria fazorów przestrzennych wykorzystana została także przez Deleroia i innych [69, 71] do wyznaczenia fazorów przestrzennych strumieni sprzężonych pola rozproszenia stojana i wirnika. Prace te są nadal kontynuowane w wielu ośrodkach naukowych.

Niniejsza praca bazuje na głównych ideach podanych przez wymienionych autorów a zawarte w niej rozważania oraz wyniki są ich rozszerzeniem. Głównym celem pracy jest uzasadnienie następujących tez:

- W monoharmonicznych modelach matematycznych maszyn elektrycznych prądu przemiennego (asynchronicznych i synchronicznych) strumienie sprzężone uzwojeń dla pola magnetycznego głównego można wyznaczyć za pomocą fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego, który jest nieliniową funkcją modułu i argumentu fazora przestrzennego prądu magnesującego.
- 2. Składowe osiowe fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego można z dobrym przybliżeniem wyrazić za pomocą niewielkiej liczby syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych pola głównego, które są funkcjami tylko modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego.
- 3. W symetrycznych stanach pracy maszyn asynchronicznych strumienie sprzężone uzwojeń stojana i wirnika dla pola rozproszenia można wyznaczyć za pomocą fazorów przestrzennych strumieni sprzężonych pola rozproszenia stojana lub wirnika, które są nieliniowymi funkcjami modułu i argumentu fazora przestrzennego odpowiednich prądów:
 - prądu stojana,
 - prądu wirnika.
- 4. W symetrycznych stanach pracy maszyn synchronicznych strumienie sprzężone uzwojeń stojana dla pola rozproszenia stojana można wyznaczyć za pomocą fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola rozproszenia stojana, który jest nieliniową funkcją modułu i argumentu fazora przestrzennego prądu stojana.
- 5. Składowe osiowe fazorów przestrzennych strumieni sprzężonych pola rozproszenia stojana i wirnika można z dobrym przybliżeniem wyrazić za pomocą syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych pola rozproszenia, które są funkcją tylko modułu fazorów przestrzennych odpowiednich prądów.
- 6. Stosując teorię fazorów przestrzennych oraz wykorzystując syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych można sformułować monoharmoniczne modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego, które uwzględniają nasycenie magnetyczne rdzeni przez pole główne i pola rozproszenia stojana i wirnika.
- Syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych oraz parametry skupione występujące w opracowanych modelach matematycznych maszyn można wyznaczyć na podstawie pomiarów lub obliczeń.

4. STRUMIENIE SPRZĘŻONE UZWOJEŃ STOJANA I WIRNIKA DLA POLA MAGNETYCZNEGO GŁÓWNEGO

W celu wyznaczenia strumieni sprzężonych uzwojeń stojana i wirnika dla pola magnetycznego głównego do rozważań przyjęto dwa zasadnicze typy modeli obliczeniowych maszyn asynchronicznych i synchronicznych:

- modele obliczeniowe o wyidealizowanej, pozbawionej żłobków, strukturze rdzeni magnetycznych stojana i wirnika (rys. 4.6),
- modele obliczeniowe o rzeczywistej użłobkowanej strukturze rdzeni magnetycznych stojana i wirnika (rys. 4.19, 4.20)





Rys. 4.1. Uzwojenia stojana i wirnika maszyn asynchronicznych Fig. 4.1. Stator and rotor windings of asynchronous machines



Rys. 4.2. Uzwojenia wirnika maszyn synchronicznych Fig. 4.2 . Rotorr windings of synchronous

machines

W modelach obliczeniowych maszyn asynchronicznych w stojanie i wirniku występują symetryczne odpowiednio m_s - i m_r - fazowe uzwojenia. Natomiast w modelach obliczeniowych maszyn synchronicznych, w stojanie występuje symetryczne m_s - fazowe uzwojenie, a w wirniku znajduje się uzwojenie wzbudzenia oraz n_d i n_a umyślonych-fikcyjnych (wirtualnych) uzwojeń reprezentujących w przybliżeniu wpływ prądów indukowanych w przewodzących elementach wirnika na właściwości maszyny. Każde uzwojenie rozpatrywanych maszyn: rzeczywiste oraz umyślone-fikcyjne scharakteryzowano w sposób jednolity przez liczbe szeregowo połączonych zwojów N, współczynnik uzwojenia dla podstawowej harmonicznej obwodowej kw oraz oś magnetyczną położenia uzwojenia. Uzwojenia analizowanych maszyn elektrycznych w sposób ideowy przedstawiono na rys. 4.1 - 4.2. Przy wyznaczaniu pola magnetycznego w obu typach modeli obliczeniowych przyjęto, że pole magnetyczne w rozpatrywanych modelach jest polem 2 - wymiarowym.

4.1. Strumienie sprzężone uzwojeń dla pola magnetycznego głównego w modelach obliczeniowych maszyn o wyidealizowanej strukturze rdzeni

W modelach obliczeniowych maszyn o wyidealizowanej strukturze rdzeni przyjmuje się. że uzwojenia stojana i wirnika mają postać nieskończenie cienkich łusek pradowych, które sa rozłożone sinusoidalnie wzdłuż obwodu powierzchni walcowych, przylegających do wewnętrznej powierzchni stojana i zewnętrznej powierzchni wirnika lub też stycznych do zewnętrznej powierzchni wirnika (maszyny synchroniczne z wydatnymi biegunami).

Wyidealizowane modele obliczeniowe umożliwiają przeprowadzenie jakościowej analizy strumieni sprzężonych uzwojeń dla pola magnetycznego głównego. Wykorzystując uproszczone modele obliczeniowe wprowadzi się do rozważań pojęcia: zastępczych uzwojeń magnesujących maszyny, fazora przestrzennego prądu magnesującego oraz fazora przestrzennego strumienia sprzężonego uzwojeń dla pola głównego. Dla fazora przestrzennego strumienia sprzężonego oraz jego składowych osiowych określone zostana ich charakterystyczne właściwości.

4.1.1. Okład prądowy uzwojeń stojana i wirnika, zastępcze uzwojenia magnesujące, fazor przestrzenny pradu magnesujacego

W wyidealizowanych modelach obliczeniowych prądy chwilowe w uzwojeniach maszyny wytwarzają okłady prądowe uzwojeń stojana i wirnika

$$\alpha_s(\varphi_s) = n_s(\varphi_s)i_{s_1} \qquad \qquad \alpha_r(\varphi_r) = n_r(\varphi_r)i_{r_1} \qquad (4.1)$$

gdzie:

 $\alpha_{\rm s}(\varphi_{\rm s}), \alpha_{\rm r}(\varphi_{\rm r})$ - rozkłady obwodowe okładu pradowego stojana, wirnika, - rozkłady obwodowe gęstości zwojowych uzwojenia stojana $n(\varphi), n(\varphi), i_s i_r$ i wirnika, prady chwilowe w uzwojeniach stojana i wirnika.

Dla symetrycznych i sinusoidalnie rozłożonych uzwojeń stojana i wirnika maszyny asynchronicznej rozkłady obwodowe gestości zwojowych dla k-tej fazy stojana i l-tej fazy wirnika maja postać

$$e_{sk}(\varphi_s) = \operatorname{Re}\left\{j\frac{2}{\pi}\frac{N_s k_{ws}}{p}\underline{a}^{(k-1)} e^{-j\varphi_s}\right\}, \qquad \underline{a} = e^{j\frac{2\pi}{m_s}}, \qquad (4.2)$$

$$a_{rl}(\varphi_r) = \operatorname{Re}\left\{j\frac{2}{\pi}\frac{N_r k_{wr}}{p}\underline{b}^{(l-1)} e^{-j\varphi_r}\right\}, \qquad \underline{b} = e^{j\frac{2\pi}{m_r}}, \qquad (4.3)$$

gdzie:

 φ_s, φ_r

 N_s , N_r , k_{ws} , k_{wr} , p - liczba szeregowo połączonych zwojów uzwojenia stojana i wirnika, współczynnik uzwojenia stojana i wirnika dla podstawowej harmonicznej przestrzennej, liczba par biegunów, - liczba symetrycznych faz stojana i wirnika, m_s, m_r - współrzędne kątowe stojana i wirnika.

Przyjmując, że uzwojenia w wirniku maszyny synchronicznej są uzwojeniami o rozłożeniu sinusoidalnym, rozkłady obwodowe gęstości zwojowych uzwojenia wzbudzenia oraz *i*-tych zastępczych uzwojeń wirnika w osiach
$$d$$
 i q mają postać:

$$n_f(\varphi_r) = \operatorname{Re}\left\{j\frac{2}{\pi}\frac{N_f k_{wf}}{p} e^{-j\varphi_r}\right\},\tag{4.4}$$

$$n_{D_{i}}(\varphi_{\rm r}) = \operatorname{Re}\left\{j\frac{2}{\pi}\frac{N_{D_{i}}k_{wD_{i}}}{p}e^{-j\varphi_{\rm r}}\right\}, \qquad n_{Q_{i}}(\varphi_{\rm r}) = \operatorname{Re}\left\{j\frac{2}{\pi}\frac{N_{Q_{i}}k_{wQ_{i}}}{p}e^{-j(\varphi_{\rm r}-\frac{\pi}{2})}\right\}, \tag{4.5}$$

w osiach d i q.

gdzie:

S

$$n_f(\varphi_r)$$
, $n_D(\varphi_r)$, $n_{Q_i}(\varphi_r)$ - obwodowe rozkłady gęstości zwojowych uzwojenia
wzbudzenia, oraz *i*-tych zastępczych uzwojeń wirnika

 $N_f, k_{wf}, N_{D_i}, k_{wD_i}, N_{Q_i}, k_{wQ_i}$ - liczba szeregowo połączonych zwojów oraz współczynnik

uzwojenia dla podstawowej harmonicznej uzwojenia wzbudzenia i zastępczych uzwojeń wirnika w osiach d i q.

Biorąc pod uwagę, że uzwojenia stojana w maszynie asynchronicznej i synchronicznej umieszczone są na tej samej powierzchni walcowej przylegającej do stojana, można przez sumowanie otrzymać wypadkowy okład prądowy uzwojeń stojana tych maszyn

$$\alpha_{ms}(\varphi_s) = \sum_{k=1}^{m_s} \alpha_{sk}(\varphi_s) = \operatorname{Re}\left[\underline{\alpha}_{ms} e^{-j\varphi_s}\right], \qquad \underline{\alpha}_{ms} = j\frac{2}{\pi} \frac{N_s k_{ws}}{p} \sum_{k=1}^{m_s} \underline{a}^{(k-1)} i_{sk}.$$
(4.6)

Postępując w podobny sposób w stosunku do uzwojeń wirnika maszyny asynchronicznej i synchronicznej otrzymuje się wypadkowy okład prądowy uzwojeń wirnika:

maszyny asynchronicznej

$$\alpha_{mr}(\varphi_r) = \sum_{l=1}^{m_r} \alpha_{rl}(\varphi_r) = \operatorname{Re}\left\{\underline{\alpha}_{mr} e^{-j\varphi_r}\right\}, \qquad \underline{\alpha}_{mr} = j\frac{2}{\pi} \frac{N_r k_{wr}}{p} \sum_{l=1}^{m_r} \underline{b}^{(l-1)} i_{rl}, \qquad (4.7)$$

maszyny synchronicznej

$$\alpha_{mr}(\varphi_r) = \alpha_f(\varphi_r) + \sum_{i=1}^{n_d} \alpha_{Di}(\varphi_r) + \sum_{i=1}^{n_q} \alpha_Q(\varphi_r) = \operatorname{Re}\left\{\underline{\alpha}_{mr} e^{-j\varphi_r}\right\},\tag{4.8}$$

$$\underline{\alpha}_{mr} = j \frac{2}{\pi} \frac{N_f k_{wf}}{p} i_f + \sum_{i=1}^{n_d} \left(j \frac{2}{\pi} \frac{N_{D_i} k_{wD_i}}{p} i_{D_i} \right) + j \sum_{i=1}^{n_d} \left(j \frac{2}{\pi} \frac{N_{Q_i} k_{wQ_i}}{p} i_{Q_i} \right), \tag{4.9}$$

gdzie:

 i_f , i_D , i_Q - prądy chwilowe wzbudzenia zastępczych uzwojeń wirnika w osiach d i q.

Korzystając z definicji fazorów przestrzennych [17, 23, 29, 30] dowolnych wielkości elektromagnetycznych uzwojeń fazowych stojana - w układzie współrzędnych związanym ze Jerzy Kudła

stojanem (s) oraz dowolnych wielkości elektromagnetycznych uzwojeń fazowych wirnika – w układzie współrzędnych związanym z wirnikiem (r)

$$\frac{W_s^s}{m_s} = \sqrt{\frac{2}{m_s}} \left[\sum_{k=1}^{m_s} \underline{a}^{(k-1)} w_{sk} \right], \qquad \qquad \underline{W}_r^r = \sqrt{\frac{2}{m_r}} \left[\sum_{l=1}^{m_r} \underline{b}^{(l-1)} w_{rl} \right], \qquad (4.10)$$

zależności (4.6) - (4.7) przyjmują postać:

$$\alpha_{ms}(\varphi_s) = \operatorname{Re}\left\{j\frac{2}{\pi}\frac{N_s k_{ws}}{p}\sqrt{\frac{m_s}{2}I_s^s}e^{-j\varphi_s}\right\} = \operatorname{Re}\left\{j\frac{2}{\pi}\frac{N_s k_{ws}}{p}\sqrt{\frac{m_s}{2}(I_{s\alpha}+jI_{s\beta})}e^{-j\varphi_s}\right\},\quad(4.11)$$

$$\alpha_{mr}(\varphi_r) = \operatorname{Re}\left\{j\frac{2}{\pi}\frac{N_r k_{wr}}{p}\sqrt{\frac{m_r}{2}}\underline{I}_r^r e^{-j\varphi_r}\right\} = \operatorname{Re}\left\{j\frac{2}{\pi}\frac{N_r k_{wr}}{p}\sqrt{\frac{m_r}{2}}(I_{rd}+jI_{rq})e^{-j\varphi_r}\right\}, \quad (4.12)$$

gdzie:

- $\underline{W}_{s}^{s}, \underline{W}_{r}^{r}$ fazory przestrzenne dowolnych wielkości elektromagnetycznych stojana i wirnika w układach współrzędnych związanych ze stojanem i wirnikiem,
- \underline{I}_{s}^{s} , $I_{s\alpha}$, $I_{s\beta}$ fazor przestrzenny prądu stojana i jego składowe osiowe w układzie współrzędnych związanym ze stojanem,
- \underline{I}_{r}^{r} , I_{rd} , I_{rq} fazor przestrzenny prądu wirnika i jego składowe osiowe w układzie współrzędnych związanym z wirnikiem.

Zależności (4.11) – (4.12) pokazują, że wypadkowy okład prądowy uzwojeń stojana i wirnika maszyny asynchronicznej oraz stojana maszyny synchronicznej można zastąpić okładem prądowym dwóch zastępczych uzwojeń stojana i wirnika, których osie pokrywają się z osiami (α, β) i (d,q) odpowiednich układów współrzędnych, co pokazano na rys. 4.3.



Rys. 4.3. Zastępcze uzwojenia dwufazowe stojana i wirnika Fig. 4.3. Stator and rotor equivalent two-phase windings Zastępcze uzwojenia mają $\sqrt{\frac{m_s}{2}}$ i $\sqrt{\frac{m_r}{2}}$ razy większą liczbę zwojów, a prądy w tych uzwojeniach są składowymi osiowymi fazora przestrzennego prądu stojana i wirnika.

W wyidealizowanych modelach obliczeniowych maszyn asynchronicznych rdzenie stojana i wirnika mają kształt walców, grubość szczeliny roboczej jest stała i właściwości materiałowe rdzeni magnetycznych są jednorodne i izotropowe. W konsekwencji rozkład pola magnetycznego w tych modelach zależy tylko od wzajemnego położenia i amplitudy rozkładów obwodowych wypadkowego okładu prądowego uzwojeń stojana i wirnika, a nie zależy od



Fig. 4.4. Two axis coordinate systems

usytuowania tych rozkładów względem rdzeni stojana i wirnika.

W rezultacie do rozważań można wprowadzić wspólny dla stojana i wirnika układ współrzędnych prostokątnych (x,y)(rys.4.4) wirujący względem stojana z prędkością kątową elektryczną ω_x . Pomiędzy współrzędnymi kątowymi w układach współrzędnych związanych ze stojanem φ_s , z wirnikiem φ_r , współrzędną kątową φ w układzie współrzędnych (x,y) oraz kątem obrotu wirnika ϑ i kątem obrotu układu współrzędnych względem stojana ϑ_x zachodzą następujące zależności:

$$\varphi_{r} = \varphi + \vartheta_{r}$$

Stąd chwilowe obwodowe rozkłady wypadkowych okładów prądowych uzwojeń stojana i wirnika maszyny asynchronicznej we wspólnym układzie współrzędnych (x, y) wynoszą:

$$\alpha_{ms}(\varphi) = \operatorname{Re}\left\{j\frac{2}{\pi}\frac{N_s k_{ws}}{p}\sqrt{\frac{m_s}{2}}\underline{I}_s^s e^{-j(\varphi + \vartheta_x)}\right\} = \operatorname{Re}\left\{j\frac{2}{\pi}\frac{N_s k_{ws}}{p}\sqrt{\frac{m_s}{2}}\underline{I}_s e^{-j\varphi}\right\},\tag{4.14}$$

 $\varphi_r = \varphi + \vartheta_r - \vartheta.$

$$\alpha_{mr}(\varphi) = \operatorname{Re}\left\{j\frac{2}{\pi}\frac{N_r k_{wr}}{p}\sqrt{\frac{m_r}{2}}\underline{I}_r^r e^{-j(\varphi+\vartheta_x-\vartheta)}\right\} = \operatorname{Re}\left\{j\frac{2}{\pi}\frac{N_r k_{wr}}{p}\sqrt{\frac{m_r}{2}}\underline{I}_r e^{-j\varphi}\right\},\tag{4.15}$$

$$\underline{I}_{s} = \underline{I}_{s}^{s} e^{-j\vartheta_{x}} = I_{sx} + jI_{sy}, \qquad \underline{I}_{r} = \underline{I}_{r}^{r} e^{-j(\vartheta_{x} - \vartheta)} = I_{rx} + jI_{ry}, \qquad (4.16)$$

gdzie:

 \underline{I}_s , I_{sx} , \underline{I}_r , \underline{I}_r , I_{rx} , I_{ry} - fazory przestrzenne prądu stojana i wirnika i ich składowe osiowe w układzie współrzędnych (x, y),

 ω_x , ϑ_x - prędkość kątowa elektryczna wirowania układu współrzędnych (x,y) względem stojana, kąt elektryczny zawarty między osią x układu współrzędnych a osią fazy sl stojana.

W wyidealizowanych modelach obliczeniowych maszyn synchronicznych rdzeń wirnika ma wydatne bieguny i grubość szczeliny roboczej nie jest stała. W konsekwencji rozkład pola

(4.13)

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...

magnetycznego zależy od amplitudy i usytuowania względem wirnika rozkładów obwodowych wypadkowego okładu prądowego uzwojeń stojana i wirnika, natomiast rozkład ten nie zależy od ich usytuowania względem stojana. W konsekwencji w maszynach synchronicznych jako wspólny dla stojana i wirnika można przyjąć układ współrzędnych (x,y), w którym oś x pokrywa się z osią d wirnika, a oś y pokrywa się z osią q wirnika.

W tym układzie współrzędnych wypadkowy okład prądowy uzwojeń stojana i uzwojeń wirnika wynosi:

$$\alpha_{ms}(\varphi) = \operatorname{Re}\left\{j\frac{2}{\pi}\frac{N_s k_{ws}}{p}\sqrt{\frac{m_s}{2}}\underline{I}_s^s e^{-j(\varphi + \vartheta)}\right\} = \operatorname{Re}\left\{j\frac{2}{\pi}\frac{N_s k_{ws}}{p}\sqrt{\frac{m_s}{2}}\underline{I}_s e^{-j\varphi}\right\},\tag{4.17}$$

$$\alpha_{mr}(\varphi) = \operatorname{Re}\left\{ \left(j\frac{2}{\pi} \frac{N_f k_{wf}}{p} i_f + \sum_{i=1}^{n_d} \left(j\frac{2}{\pi} \frac{N_{D_i} k_{wD_i}}{p} i_{D_i} \right) + j \sum_{i=1}^{n_d} \left(j\frac{2}{\pi} \frac{N_{Q_i} k_{wQ_i}}{p} i_{Q_i} \right) e^{-j\varphi} \right) \right\}.$$
(4.18)

Przyjmując, że promień wewnętrzny stojana r_s i zewnętrzny wirnika r_r są bliskie sobie $(r_s \equiv r_r)$ można przyjąć, że uzwojenia stojana i wirnika umieszczone są na wspólnej powierzchni walcowej określonej przez średni promień r_{sr} stojana i wirnika, co umożliwia sumowanie obu wypadkowych okładów prądowych, otrzymując w ten sposób wypadkowy okład prądowy uzwojeń stojana i wirnika zwany okładem prądowym magnesującym. Dla uzwojeń stojana i wirnika maszyny asynchronicznej

$$\alpha_m(\varphi) = \alpha_{ms}(\varphi) + \alpha_{mr}(\varphi) = \operatorname{Re}\left\{j\frac{2}{\pi}\left(\frac{N_s k_{ws}}{p}\sqrt{\frac{m_s}{2}}\underline{I}_s + \frac{N_r k_{wr}}{p}\sqrt{\frac{m_r}{2}}\underline{I}_r\right)e^{-j\varphi}\right\}.$$
(4.19)

Po sprowadzeniu uzwojeń wirnika na stronę stojana otrzymuje się:

$$\alpha_m(\varphi) = \operatorname{Re}\left\{j\frac{2}{\pi}\frac{N_s k_{ws}}{p}\sqrt{\frac{m_s}{2}}\left(\underline{I}_s + \underline{I}_r^{\bullet}\right)e^{-j\varphi}\right\} = \operatorname{Re}\left\{j\frac{2}{\pi}\frac{N_s k_{ws}}{p}\sqrt{\frac{m_s}{2}}\underline{I}_m e^{-j\varphi}\right\},\tag{4.20}$$

$$\alpha_m(\varphi) = \operatorname{Re}\left\{j\frac{2}{\pi}\frac{N_s k_{ws}}{p}\sqrt{\frac{m_s}{2}}\left(I_{mx} + jI_{my}\right)e^{-j\varphi}\right\},\tag{4.21}$$

gdzie:

$$= \sqrt{\frac{m_r}{m_s} \frac{N_r k_{wr}}{N_s k_{ws}}} \underline{I}_r - \text{sprowadzony na stronę stojana fazor przestrzenny prądu wirnika,}$$
$$= \underline{I}_s + \underline{I}_r^{\bullet} - \text{fazor przestrzenny prądu magnesującego sprowadzony na strone}$$

.

stojana.

Dla uzwojeń stojana i wirnika maszyny synchronicznej w podobny sposób otrzymuje się:

$$\alpha_m(\varphi) = \operatorname{Re}\left\{j\frac{2}{\pi}\frac{N_s k_{ws}}{p}\sqrt{\frac{m_s}{2}I_m} \,\mathrm{e}^{-j\varphi}\right\} = \operatorname{Re}\left\{j\frac{2}{\pi}\frac{N_s k_{ws}}{p}\sqrt{\frac{m_s}{2}}(I_{md} + jI_{mq})\mathrm{e}^{-j\varphi}\right\}$$
(4.22)

$$I_{md} = I_d + i_f^* + \sum_{i}^{n_d} i_{D_i}^* , \qquad I_{mq} = I_q + \sum_{i}^{n_q} i_{D_i}^* , \qquad (4.23)$$

gdzie:

$$i_{f}^{*} = \sqrt{\frac{2}{m_{s}}} \frac{N_{f} k_{wf}}{N_{s} k_{ws}} i_{f} , \quad i_{D_{i}}^{*} = \sqrt{\frac{2}{m_{s}}} \frac{N_{D_{i}} k_{wD_{i}}}{N_{s} k_{ws}} i_{D_{i}} , \quad i_{Q_{i}}^{*} = \sqrt{\frac{2}{m_{s}}} \frac{N_{Q_{i}} k_{wQ_{i}}}{N_{s} k_{ws}} i_{Q_{i}} - \text{chwilowy prad}$$

wzbudzenia oraz chwilowe prądy w zastępczych uzwojeniach wirnika w osiach d i q sprowadzone na stronę stojana.

Z zależności (4.19) – (4.23) wynika, że w maszynach asynchronicznych w układzie współrzędnych (x,y) a w maszynach synchronicznych w układzie współrzędnych (d,q) wypadkowy okład prądowy uzwojeń stojana i wirnika jest równy okładowi prądowemu dwóch zastępczych uzwojeń magnesujących, których osie pokrywają się z osiami x i y lub d i q układu współrzędnych. Zastępcze uzwojenia magnesujące mają $\sqrt{\frac{m_s}{2}}$ razy większą liczbę zwojów niż uzwojenia stojana, a prądy w tych uzwojeniach są składowymi osiowymi fazora przestrzennego



Rys. 4.5. Zastępcze uzwojenia magnesujące maszyny asynchronicznej i synchronicznej Fig. 4.5. Equivalent magnetizing windings of asynchronous and synchronous machine

4.1.2. Strumienie sprzężone uzwojeń dla pola magnetycznego głównego. Fazor przestrzenny strumienia sprzężonego pola głównego

Chwilowe strumienie sprzężone uzwojeń maszyny umieszczonych na powierzchniach walcowych stojana i wirnika można określić według następujących zależności:

$$\Psi_{ms} = r_s l_e \int_0^{\pi} n_s(\varphi_s) \left[\int_{\varphi_s}^{\varphi_s + \pi} B_r(r_s, \varphi_s) d\varphi_s \right] d\varphi_s, \qquad (4.24)$$

$$\Psi_{mr} = r_r l_e \int_0^{\pi} n_r(\varphi_r) \left[\int_{\varphi_r}^{\varphi_r + \pi} B_r(r_r, \varphi_r) d\varphi_r \right] d\varphi_r.$$
(4.25)

Z sinusoidalnie rozłożonymi uzwojeniami maszyny sprzęga się tylko podstawowa harmoniczna składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej.

Jerzy Kudła

Stąd uwzględniając (4.2) i (4.3) dla uzwojeń stojana i wirnika maszyny asynchronicznej oraz stojana maszyny synchronicznej otrzymuje sie:

$$\boldsymbol{\nu}_{msk} = \operatorname{Re}\left\{\frac{2}{p}N_{s}k_{ws}r_{s}l_{e}\underline{B}_{r1}^{s}\underline{a}^{-(k-1)}\right\},$$
(4.26)

$$\mathcal{V}_{mrl} = \operatorname{Re}\left\{\frac{2}{p}N_{r}k_{wr}r_{r}l_{e}\underline{B}_{r1}^{r}\underline{b}^{-(l-1)}\right\},\tag{4.27}$$

gdzie:

 strumienie sprzężone chwilowe k-tej fazy uzwojenia stojana i l-tej faz uzwojenia wirnika,

 $B_r(r_s, \varphi_s), B_r(r_r, \varphi_r)$ - obwodowe rozkłady wartości chwilowych składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej na powierzchni walcowej stojana, wirnika,

 r_s, r_r, l_e

Ymsk, Ymrl

promień wewnętrzny stojana i zewnętrzny wirnika, długość idealna maszyny,

 \underline{B}_{r1}^{s} , \underline{B}_{r1}^{r} - amplitudy zespolone podstawowej harmonicznej przestrzennej składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej na powierzchni walcowej stojana (s) i wirnika (r).

Wprowadzając do rozważań fazory przestrzenne strumieni sprzężonych uzwojeń stojana i wirnika maszyny asynchronicznej oraz uzwojeń stojana maszyny synchronicznej w układzie współrzędnych związanym ze stojanem (s) i z wirnikiem (r):

$$\underline{\Psi}_{ms}^{s} = \sqrt{\frac{m_s}{2} \frac{2}{p}} N_s k_{ws} r_s l_e \underline{B}_{r1}^{s}, \qquad (4.28)$$

$$\underline{\mu}_{mr}^{r} = \sqrt{\frac{m_{r}}{2}} \frac{2}{p} N_{r} k_{wr} r_{r} l_{e} \underline{B}_{r1}^{r}, \qquad (4.29)$$

otrzymuje się:

$$\Psi_{msk} = \operatorname{Re}\left\{\sqrt{\frac{2}{m_s}} \underline{\Psi}_{ms}^s \underline{a}^{-(k-1)}\right\},\tag{4.30}$$

$$\Psi_{mrl} = \operatorname{Re}\left\{\sqrt{\frac{2}{m_r}}\underline{\Psi}_{mr}^r \underline{b}^{-(k-1)}\right\}.$$
(4.31)

Uwzględniając, że amplitudy zespolone podstawowej harmonicznej składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej w układzie współrzędnych (x, y) wynoszą:

$$\underline{B}_{rls} = \underline{B}_{rl}^{s} e^{-j\vartheta_{s}}, \qquad \underline{B}_{rlr} = \underline{B}_{rl}^{r} e^{-j(\vartheta_{s}-\vartheta)}, \qquad (4.32)$$

fazory przestrzenne strumieni sprzężonych stojana i wirnika w tym układzie współrzędnych mają postać:

$$\underline{\Psi}_{ms} = \sqrt{\frac{m_s}{2}} \frac{2}{p} N_s k_{ws} r_s l_e \underline{B}_{r1s} = \underline{\Psi}_{ms}^s e^{-j\vartheta_x}, \qquad (4.33)$$

$$\Psi_{-mr} = \sqrt{\frac{m_r}{2}} \frac{2}{p} N_r k_{wr} r_r l_e \underline{B}_{r1r}^r = \underline{\Psi}_{mr}^r e^{-j(\vartheta_s - \vartheta)}.$$
(4.34)

W konsekwencji strumienie sprzężone uzwojeń fazowych stojana i wirnika określone są przez następujące wyrażenia:

$$\Psi_{msk} = \operatorname{Re}\left\{\sqrt{\frac{2}{m_s}} \underline{\Psi}_{ms} \, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\vartheta_s} \, \underline{\mathrm{a}}^{-(k-1)}\right\},\tag{4.35}$$

$$\Psi_{mrl} = \operatorname{Re}\left\{\sqrt{\frac{2}{m_r}} \underline{\Psi}_{mr} \, \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\vartheta_s - \vartheta)} \, \underline{\mathrm{b}}^{-(k-1)}\right\}. \tag{4.36}$$

Z zależności (4.35) – (4.36) wynika, że strumienie sprzężone uzwojeń fazowych stojana i wirnika maszyny asynchronicznej oraz stojana maszyny synchronicznej dla pola magnetycznego głównego można w sposób jednoznaczny określić na podstawie fazorów przestrzennych strumieni sprzężonych uzwojeń stojana i wirnika.

Wektor indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej rozpatrywanych modeli obliczeniowych ma oprócz składowej promieniowej także składową obwodową. Uwzględniając, że długość promieniowa szczeliny powietrznej jest dużo mniejsza od promienia zewnętrznego wirnika, można założyć, że składowa promieniowa wektora indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej jest znacznie większa od składowej obwodowej wektora indukcji magnetycznej.

Przyjmując, że przy małej grubości szczeliny powietrznej strumień magnetyczny przenikający przez podziałkę biegunową na powierzchni walcowej stojana, wirnika oraz powierzchni wyznaczonej przez średni promień stojana i wirnika są w przybliżeniu takie same:

$$r_s B_{r1s} = r_r B_{r1r} = r_{sr} B_{r1} \tag{4.37}$$

oraz sprowadzając uzwojenie wirnika na stronę stojana, otrzymuje się w rezultacie fazor przestrzenny strumienia sprzężonego uzwojeń maszyny dla pola głównego, który w dalszej części pracy nazywany będzie także w skrócie fazorem przestrzennym strumienia sprzężonego pola głównego

$$\underline{\Psi}_{m} = \underline{\Psi}_{ms} = \underline{\Psi}_{mr}^{*} = \sqrt{\frac{m_s}{m_r}} \frac{N_s k_{ws}}{N_r k_{wr}} \underline{\Psi}_{mr} , \qquad (4.38)$$

gdzie:

$$\underline{\Psi}_{ms}, \underline{\Psi}_{mr}, \underline{\Psi}_{mr}, \underline{\Psi}_{m}$$
 - fazor przestrzenny strumienia sprzężonego uzwojeń stojana,
wimika fazor przestrzenny strumienia sprzężonego uzwojeń

wirnika, fazor przestrzenny strumienia sprzężonego uzwojeń wirnika sprowadzony na stronę stojana, fazor przestrzenny strumienia sprzężonego uzwojeń maszyny dla pola głównego, 4

 r_{sr}, B_{rl} - średni promień stojana i wirnika, moduł amplitudy zespolonej podstawowej harmonicznej składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej na średnim promieniu stojana i wirnika.

Podobne rozważania można przeprowadzić dla uzwojeń wirnika maszyny synchronicznej. Strumienie sprzeżone sinusoidalnie rozłożonych uzwojeń wirnika wynosza:

$$\Psi_{mf} = \operatorname{Re}\left\{\frac{2}{p}N_{f}k_{wf}r_{r}l_{e}\underline{B}_{r}^{r}\right\},$$
(4.39)

$$\Psi_{mD_i} = \operatorname{Re}\left\{\frac{2}{p}N_{D_i}k_{wD_i}r_rl_e\underline{B}_{r_i}^r\right\}, \qquad \Psi_{mQ_i} = \operatorname{Re}\left\{\frac{2}{p}N_{Q_i}k_{wQ_i}r_rl_e\underline{B}_{r_i}^r\right\}.$$
(4.40)

Wprowadzając do rozważań wspólny dla uzwojeń stojana i wirnika układ współrzednych (d,q)oraz sprowadzając uzwojenia wirnika na stronę stojana otrzymuje się:

$$\Psi_{mf}^{\bullet} = \Psi_{mD_{i}}^{\bullet} = \Psi_{mf} \sqrt{\frac{m_{s}}{2}} \frac{N_{s}k_{ws}}{N_{f}k_{wf}} = \Psi_{mD_{i}} \sqrt{\frac{m_{s}}{2}} \frac{N_{s}k_{ws}}{N_{D_{i}}k_{wD_{i}}} = \operatorname{Re}\{\Psi_{ms}\} = \Psi_{md}, \qquad (4.41)$$

$$\Psi_{mQ_i}^{\bullet} = \Psi_{mQ_i} \sqrt{\frac{m_s}{2}} \frac{N_s k_{ws}}{N_{Q_i} k_{wQ_i}} = \operatorname{Re}\left\{\underline{\Psi}_{ms} e^{j\frac{\pi}{2}}\right\} = \Psi_{mq} .$$
(4.42)

Z przeprowadzonych rozważań przedstawionych w rozdzialach 4.1.1 i 4.1.2 wynikaja następujące wnioski:

- W uproszczonych modelach obliczeniowych pole magnetyczne główne można wyznaczyć przyjmując, że rdzenie magnetyczne stojana i wirnika są względem siebie nieruchome, a uzwojenia stojana i wirnika zastąpione są zastępczym dwufazowym uzwojeniem magnesującym, w którym prądy są składowymi osiowymi fazora przestrzennego prądu magnesującego.
- Fazor przestrzenny prądu magnesującego jest w sposób jednoznaczny określony za pomocą chwilowych prądów fazowych.
- Strumienie sprzężone zastępczych uzwojeń magnesujących dla pola magnetycznego głównego są składowymi osiowymi fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego.
- Strumienie sprzężone uzwojeń fazowych stojana i wirnika dla pola magnetycznego głównego można w sposób jednoznaczny określić za pomoca fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego.

4.1.3. Pole magnetyczne główne w modelach obliczeniowych o wyidealizowanej strukturze rdzeni

Rozkłady przestrzenne pola magnetycznego w rozpatrywanych modelach obliczeniowych zostaną wyznaczone w wyniku rozwiązania w sposób numeryczny za pomocą metody elementów skończonych równania pola magnetostatycznego.

4.1.3.1. Równania pola magnetostatycznego w wyidealizowanych modelach obliczeniowych

Rozkład przestrzenny pola magnetycznego w modelach obliczeniowych o wyidealizowanej strukturze rdzeni, w których stojan i wirnik są względem siebie nieruchome, opisywany jest za pomocą następujących równań Maxwella:

rot
$$H = 0$$
, div $B = 0$. (4.43)

Wprowadzając do rozważań wektorowy potencjał magnetyczny A zdefiniowany w następujący sposób:

$$\boldsymbol{B} = \operatorname{rot} \boldsymbol{A}, \qquad \qquad \operatorname{div} \boldsymbol{A} = 0, \qquad (4.44)$$

równanie (4.43) można zapisać:

(4.45)rot(v rot A) = 0.

Uwzględniając, że dla pól 2 - wymiarowych zachodzi

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{I}_{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{A}, \tag{4.46}$$

w układzie współrzędnych cylindrycznych równanie (4.45) przyjmuje postać:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\nu r\frac{\partial A}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\nu\frac{\partial A}{\partial \varphi}\right) = 0$$
(4.47)

$$\nu(B) = \frac{1}{\mu(B)}, \quad B = \sqrt{B_r^2 + B_{\varphi}^2}, \quad B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \varphi}, \qquad B_{\varphi} = -\frac{\partial A}{\partial r}, \quad (4.48)$$

gdzie:

 H, B, A, I_z - wektory natężenia pola magnetycznego, indukcji magnetycznej, wektorowego potencjału magnetycznego, wersor wzdłuż osi z układu współrzędnych,

 B_r , B_{a} , B, A - składowa promieniowa i obwodowa wektora indukcji magnetycznej, moduł

wektora indukcji magnetycznej, składowa wzdłuż osi z wektorowego potencjału magnetycznego,

- przenikalność magnetyczna, odwrotność przenikalności magnetycznej. μ, ν

rozpatrywanych modelach obliczeniowych można wyróżnić trzy obszary W o jednorodnych właściwościach materiałowych zestawione w tabl. 4.1

Tablica 4.1

Właściwości	magnetyczne	obszarów w	v modelach	obliczeniowy	ch
WIDSCIWUSCI	magneryezhe	PLANTER PLANTER AND			_

Obszar	μ		
Rdzenie ferromagnetyczne	$\mu_s(B)$		
stojana i wirnika	$\mu_r(B)$		
Szczelina powietrzna przy stojanie i przy wirniku	μ_0		

Dodatkowy podział szczeliny powietrznej wynika z umieszczenia na powierzchni walcowej wyznaczonej przez średni promień stojana i wirnika nieskończenie cienkiego sinusoidalnie rozłożonego uzwojenia magnesującego.

Na granicach jednorodnych obszarów spełnione są następujące warunki:

na granicy oddzielającej rdzeń stojana od szczeliny powietrznej przy stojanie

$$A_{\delta s}(r_s,\varphi) = A_s(r_s,\varphi), \qquad \left(\nu_0 \frac{\partial A_{\delta s}(r,\varphi)}{\partial r} - \nu_s(B) \frac{\partial A_s(r,\varphi)}{\partial r}\right)_{r=r_s} = 0, \qquad (4.49)$$

na granicy oddzielającej rdzeń wirnika od szczeliny powietrznej przy wirniku

$$A_r(r_r,\varphi) = A_{\delta r}(r_r,\varphi), \quad \left(v_r(B) \frac{\partial A_r(r,\varphi)}{\partial r} - v_0 \frac{\partial A_{\delta r}(r,\varphi)}{\partial r} \right)_{r=r_r} = 0, \quad (4.50)$$

na granicy oddzielającej szczelinę powietrzną przy stojanie i przy wirniku

$$A_{\delta t}(r_{sr},\varphi) = A_{\delta r}(r_{sr},\varphi), \quad \nu_0 \left(\frac{\partial A_r(r_r,\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial A_{\delta}(r_r,\varphi)}{\partial r}\right)_{r=r_r} = \alpha_m(\varphi). \tag{4.51}$$

Na brzegu zewnętrznym maszyny określonym przez promień zewnętrzny stojana r_{e} zachodzi:

$$A_{s}(r_{sz},\varphi) = 0, \qquad (4.52)$$

gdzie:

 A_s , A_r , $A_{\delta s}$, $A_{\delta r}$ - składowa w kierunku osi z wektorowego potencjału magnetycznego w rdzeniu stojana, w rdzeniu wirnika, w szczelinie powietrznej od strony stojana i od strony wirnika.

Przedstawione powyżej równania pola magnetostatycznego rozwiązać można za pomocą metody elementów skończonych.

4.1.3.2. Wyniki obliczeń rozkładów przestrzennych pola magnetycznego głównego

Dla modeli obliczeniowych maszyny asynchronicznej o mocy znamionowej 1 500 W oraz maszyny synchronicznej o mocy znamionowej 530 kW przedstawionych na rys. 4.6 przeprowadzono obliczenia pola magnetostatycznego. Parametry uzwojeń obydwu maszyn zestawiono w tabl. 4.2.



Rys. 4.6. Wyidealizowane modele obliczeniowe maszyn elektrycznych prądu przemiennego Fig. 4.6. Idealised computational models of alternating current electrical machines

Tablica 4.2

Parametry uzwojeń badanych maszyn			
Silnik indukcyjny o mocy 1 500 W	Silnik synchroniczny o mocy 530 kW		
$N_s = 288, \ k_{ws} = 0,9598, \ p = 2,$	$N_s = 60, k_{ws} = 0.9499, p = 3,$		
$l_e = 0,1 \text{ m}, I_{m(odn)} = \sqrt{3} 3,42 \text{ A}$	$l_e = 0,395 \text{ m}, \ I_{m(odn)} = \sqrt{3} \ 714,04 \text{ A}$		

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...

Na rysunkach 4.7 - 4.8 przedstawiono przykładowe wyniki obliczeń dla silnika indukcyjnego. Na rysunku 4.7 pokazano rozkład izolinii wektorowego potencjału magnetycznego oraz rozkład obwodowy składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej wzdłuż obwodu określonego przez średni promień stojana i wirnika. Obliczenia wykonano przyjmując $I_{m(r)} = 1.8$, $\gamma_m = 0$.



Rys. 4.7. Izolinie wektorowego potencjału magnetycznego oraz rozkład obwodowy składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej maszyny indukcyjnej

Fig. 4.7. Magnetic vector potential isolines and spatial distribution of the magnetic flux density radial component in the air gap of the induction machine

Na rysunku 4.8 przedstawiono widmo harmonicznych obwodowego rozkładu składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej oraz charakterystykę modułu amplitudy zespolonej podstawowej harmonicznej składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego. Z rysunków 4.7 i 4.8 wynika, że w wyniku nasycenia rdzenia magnetycznego stojana i wirnika rozkład obwodowy składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej jest odkształcony.



- Rys.4.8. Widmo harmonicznych rozkładu obwodowego składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej oraz moduł amplitudy zespolonej podstawowej harmonicznej składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego
- Fig.4.8. Harmonic spectrum of the spatial distribution of the magnetic flux density radial component and the module of the complex fundamental harmonic amplitude of the magnetic flux density radial component versus the magnetizing current space phasor module





2.0 Br [T]

1.0

Rys. 4.9. Izolinie wektorowego potencjału magnetycznego oraz rozkład obwodowy składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej maszyny synchronicznej
Fig. 4.9. Magnetic vector potential isolines and spatial distribution of the magnetic flux density radial component in the air gap of the synchronous machine

Na rysunkach 4.9 - 4.11 przedstawiono przykładowe wyniki obliczeń dla silnika synchronicznego. Na rysunku 4.9 pokazano rozkład przestrzenny izolinii wektorowego potencjału oraz rozkład obwodowy składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej obliczone dla kilku argumentów fazora przestrzennego prądu magnesującego przyjmując, że jego moduł $I_{m(r)} = 1.5$.



Rys. 4.10. Widma harmonicznych rozkładu obwodowego składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej

Fig. 4.10. Harmonic spectra of the spatial distribution of the magnetic flux density radial component in the air gap

Na rysunku 4.10 przedstawiono widma harmonicznych rozkładu obwodowego składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej obliczone dla kilku argumentów fazora przestrzennego prądu magnesującego. Na rysunku 4.11 pokazano charakterystyki modułu i argumentu amplitudy zespolonej podstawowej harmonicznej składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego, obliczone dla parametrycznie zmiennego jego argumentu.

Jerzy Kudła



- Rys. 4.11. Moduł i argument amplitudy zespolonej podstawowej harmonicznej składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego i parametrycznie zmiennego jego argumentu
- Fig. 4.11. Module and argument of the complex fundamental harmonic amplitude of the magnetic flux density radial component vs the module and parametrically variable argument of the magnetizing current space phasor

Przedstawione przykładowe wyniki obliczeń pola magnetycznego głównego w modelu obliczeniowym silnika synchronicznego pokazują, że rozkład pola magnetycznego oraz rozkład obwodowy składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej zależą od modułu i argumentu fazora przestrzennego prądu magnesującego. W konsekwencji widmo harmonicznych oraz amplituda zespolona podstawowej harmonicznej składowej promieniowej indukcji magnetycznej są funkcjami modułu i argumentu fazora przestrzennego prądu magnesującego.

4.1.4. Składowe osiowe fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego. Syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych pola głównego

Fazor przestrzenny strumienia sprzężonego pola głównego można wyznaczyć, obliczając składowe osiowe fazora na podstawie:

• funkcji koenergii pola magnetycznego głównego,

E

 rozkładu obwodowego składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej maszyny.

4.1.4.1. Wyznaczenie składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego za pomocą funkcji koenergii magnetycznej

Koenergię pola magnetycznego głównego można wyznaczyć za pomocą następującej zależności:

$$cm = l_e \iint_{s} \left(\int_{0}^{H} \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d} \boldsymbol{H} \right) \mathrm{d} \boldsymbol{s}, \tag{4.53}$$

gdzie:

 E_{cm} , s-koenergia magnetyczna pola magnetycznego głównego, pole przekroju poprzecznego modelu obliczeniowego.

Uwzględniając, że rozkład przestrzenny indukcji magnetycznej zależy od zmiennych przestrzennych oraz od modułu i argumentu fazora przestrzennego prądu magnesującego, można napisać:

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}(r, \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{I}_m, \boldsymbol{\gamma}_m) \,. \tag{4.54}$$

Stąd

$$E_{cm} = E_{cm}(I_m, \gamma_m) . \tag{4.55}$$

W modelu obliczeniowym maszyny asynchronicznej koenergia magnetyczna zależy jedynie od modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego, nie zależy natomiast od jego argumentu

$$E_{cm} = E_{cm}(I_m).$$
 (4.56)

Na rysunku 4.12 przedstawiono charakterrystykę koenergii pola magnetycznego głównego w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego obliczoną dla silnika indukcyjnego.

Natomiast w modelu obliczeniowym maszyny synchronicznej o okresowo zmiennej grubości szczeliny powietrznej koenergia magnetyczna zależy od modułu i argumentu fazora przestrzennego prądu magnesujacego

$$E_{cm} = E_{cm}(I_m, \gamma_m), \qquad (4.57)$$

przy czym ze względu na symetrię modelu obliczeniowego funkcja koenergi spełnia warunki:

• warunek okresowości względem argumentu γ_m

w funkcji modułu fazora przestrzennego

the magnetizing current space phasor

$$E_{cm}(I_m, \gamma_m) = E_{cm}(I_m, \gamma_m + \pi), \qquad (4.58)$$

• warunek parzystości względem argumentu γ_m

$$E_{cm}(I_m, \gamma_m) = E_{cm}(I_m, -\gamma_m).$$
(4.59)

Uwzględniając powyższe zależności można funkcję koenergii pola magnetycznego głównego przedstawić w postaci szeregu Fouriera:

$$E_{cm}(I_m, \gamma_m) = \sum_{k=0,2,4...} E_{cmk}(I_m) \cos(k\gamma_m) .$$
(4.60)

Funkcje $E_{cmk}(I_m)$ można nazwać syntetycznymi charakterystykami koenergii pola magnetycznego głównego.

Na rysunkach 4.13–4.14 przedstawiono przykładowe wyniki obliczeń koenergii pola magnetycznego głównego dla silnika synchronicznego oraz wyznaczone na ich podstawie syntetyczne charakterystyki koenergii pola magnetycznego głównego. Na rysunku 4.14 pokazano dwie syntetyczne charakterystyki koenergii pola magnetycznego głównego obliczone



pradu magnesujacego

module

Fig. 4.12. Magnetic coenergy of the main field vs



Rys. 4.13.Koenergia pola głównego w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego i parametrycznie zmiennego jego argumentu, charakterystyka koenergii w funkcji argumentu fazora przestrzennego prądu magnesującego

Fig. 4.13. Coenergy of the main magnetic field vs the module and parametrically variable argument of the magnetizing current space phasor, characteristic of coenergy vs the argument of the magnetizing current space phasor

Uwzględniając tylko dwa pierwsze wyrazy w szeregu otrzymuje się:

$$E_{cm}(I_m, \gamma_m) \equiv E_{cm0}(I_m) + E_{cm2}(I_m)\cos(2\gamma_m).$$
(4.61)

Na rysunku 4.14 przedstawiono syntetyczne charakterystyki koenergii magnetycznej, a na wybranej charakterystyce pokazano jakość aproksymacji funkcji koenergii.



- Rys. 4.14. Syntetyczne charakterystyki koenergii pola głównego, porównanie funkcji koenergii obliczonej za pomocą metody elementów skończonych (MES) oraz aproksymowanej za pomocą syntetycznych charakterystyk koenergii (APR)
- Fig. 4.14. Synthetic characteristics of the main field coenergy; comparison of the coenergy function computed by means of the finite element method (MES) with that approximated by the coenergy synthetic characteristics (APR)

Strumienie sprzężone zastępczych uzwojeń magnesujących pola głównego można wyznaczyć z zależności [28, 35]:

$$\Psi_{mq} = \frac{\partial E_{cm}}{\partial I_{mq}}, \qquad \qquad \Psi_{mq} = \frac{\partial E_{cm}}{\partial I_{mq}}. \qquad (4.6)$$

Uwzględniając, że funkcja koenergii ma postać:

Y,

$$E_{cm} = E_{cm}(I_m, \gamma_m) \tag{4.63}$$

oraz, że amplituda i argument fazora przestrzennego prądu magnesującego powiązane są z prądami osiowymi według następujących zależności:

$$I_m = I_m(I_{md}, I_{mq}) = \sqrt{I_{md}^2 + I_{mq}^2} , \ \gamma_m = \gamma_m(I_{md}, I_{mq}) = \operatorname{arctg}(\frac{I_{mq}}{I_{md}}) ,$$
(4.64)

otrzymuje się:

$$\Psi_{md} = \frac{\partial E_{cm}(I_m, \gamma_m)}{\partial I_m} \frac{\partial I_m}{\partial I_{md}} + \frac{\partial E_{cm}(I_m, \gamma_m)}{\partial \gamma_m} \frac{\partial \gamma_m}{\partial I_{md}},$$
(4.65)

$$\Psi_{mq} = \frac{\partial E_{cm}(I_m, \gamma_m)}{\partial I_m} \frac{\partial I_m}{\partial I_{mq}} + \frac{\partial E_{cm}(I_m, \gamma_m)}{\partial \gamma_m} \frac{\partial \gamma_m}{\partial I_{mq}} \cdot$$
(4.66)

Obliczając pochodne cząstkowe

$$\frac{\partial I_m}{\partial I_{md}} = \frac{I_{md}}{I_m} = \cos(\gamma_m), \qquad \qquad \frac{\partial I_m}{\partial I_{mq}} = \frac{I_{mq}}{I_m} = \sin(\gamma_m), \qquad (4.67)$$

$$\frac{\partial \gamma_m}{\partial I_{md}} = -\frac{1}{I_m} \frac{I_{my}}{I_m} = -\frac{1}{I_m} \sin(\gamma_m), \qquad \frac{\partial \gamma_m}{\partial I_{mq}} = \frac{1}{I_m} \frac{I_{md}}{I_m} = \frac{1}{I_m} \cos(\gamma_m), \qquad (4.68)$$

otrzymuje się:

$$\Psi_{md} = \frac{\partial E_{cm}(I_m, \gamma_m)}{\partial I_m} \cos(\gamma_m) - \frac{1}{I_m} \frac{\partial E_{cm}(I_m, \gamma_m)}{\partial \gamma_m} \sin(\gamma_m), \qquad (4.69)$$

$$\Psi_{my} = \frac{\partial E_{cm}(I_m, \gamma_m)}{\partial I_m} \sin(\gamma_m) + \frac{1}{I_m} \frac{\partial E_{cm}(I_m, \gamma_m)}{\partial \gamma_m} \cos(\gamma_m) \,. \tag{4.70}$$

Aproksymując funkcje koenergii magnetycznej pola głównego za pomocą syntetycznych charakterystyk koenergii magnetycznej otrzymuje się:

dla maszyny asynchronicznej

$$\Psi_{md} = \frac{\partial E_{cm}(I_m)}{\partial I_m} \cos(\gamma_m) , \qquad \Psi_{mq} = \frac{\partial E_{cm}(I_m)}{\partial I_m} \sin(\gamma_m) , \qquad (4.71)$$

dla maszyny synchronicznej

$$\Psi_{md} = \sum_{k=0,2,4,\dots} \left\{ \frac{\partial E_{cmk}(I_m)}{\partial I_m} \cos(k\gamma_m) \cos(\gamma_m) + k \frac{E_{cmk}(I_m)}{I_m} \sin(k\gamma_m) \sin(\gamma_m) \right\}, \qquad (4.72)$$

$$\Psi_{mq} = \sum_{k=0,2,4,\dots} \left\{ \frac{\partial E_{cmk}(I_m)}{\partial I_m} \cos(k\gamma_m) \sin(\gamma_m) - k \frac{E_{cmk}(I_m)}{I_m} \sin(k\gamma_m) \cos(\gamma_m) \right\}.$$
(4.73)

Końcowa postać wyrażeń określających strumienie sprzężone uzwojeń magnesujących dla k=0,2 wynosi:

$$\Psi_{md} = \Psi_{md1}(I_m)\cos(\gamma_m) + \Psi_{md3}(I_m)\cos(3\gamma_m), \qquad (4.74)$$

$$\Psi_{mq} = \Psi_{mq1}(I_m)\sin(\gamma_m) + \Psi_{mq3}(I_m)\sin(3\gamma_m), \qquad (4.75)$$

gdzie:

$$\Psi_{md1}(I_m) = \frac{\partial E_{cm0}(I_m)}{\partial I_m} + \frac{1}{2} \frac{\partial E_{cm2}}{\partial I_m} + \frac{E_{cm2}}{I_m}, \qquad (4.76)$$

$$\Psi_{mq1}(I_m) = \frac{\partial E_{cm0}(I_m)}{\partial I_m} - \frac{1}{2} \frac{\partial E_{cm2}}{\partial I_m} - \frac{E_{cm2}}{I}, \qquad (4.77)$$

$$\Psi_{md3}(I_m) = \Psi_{mq3}(I_m) = \frac{1}{2} \frac{\partial E_{cm2}}{\partial I_m} - \frac{E_{em2}}{I_m}.$$
(4.78)

Zależności (4.74) i (4.75) pokazują, że składowe osiowe fazora przestrzennego strumienia sprzężonego zastępczych uzwojeń magnesujących dla pola magnetycznego głównego można wyznaczyć za pomocą niewielkiej liczby nieliniowych charakterystyk, które w pracy nazwano syntetycznymi charakterystykami strumieni sprzężonych pola głównego. Na rysunku 4.15 dla silnika synchronicznego pokazano przykładowe charakterystyki składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego zastępczych uzwojeń magnesujących dla pola główego w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego oraz parametrycznie zmiennegoh jego argumentu. Charakterystyki przedstawione na rys. 4.15 obliczono za pomocą zależności (4.74) – (4.75) uwzględniając wzory (4.76) – (4.78).



- Rys. 4.15. Składowe osiowe fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego oraz parametrycznie zmiennego jego argumentu
- Fig. 4.15. Axis components of the main flux linkage space phasor vs the module and parametrically variable argument of the magnetizing current space phasor

Na rysunku 4.16 przedstawiono wykresy syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych pola głównego w osiach d i q obliczonych za pomocą wzorów (4.76) – (4.78).



Rys. 4.16. Charakterystyki syntetyczne strumieni sprzężonych pola głównego Fig. 4.16. Synthetic characteristics of the main flux linkages

4.1.4.2. Wyznaczenie składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego na podstawie rozkładu składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej

Rozpatrując modele obliczeniowe analizowanych maszyn można zauważyć, że:

- w modelu maszyny asynchronicznej (o stałej grubości szczeliny powietrznej) kształt rozkładu obwodowego składowej promieniowej indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej nie zależy od argumentu fazora przestrzennego prądu magnesującego,
- w modelu maszyny synchronicznej (o zmiennej od strony wirnika grubości szczeliny powietrznej) kształt rozkładu obwodowego składowej promieniowej indukcji magnetycznej jest jednakowy dla następujących argumentów fazora przestrzennego prądu magnesującego

Jerzy Kudla

 $\gamma_m, -\gamma_m, \gamma_m + \pi$.

W konsekwencji moduł oraz argument amplitudy zespolonej v-tej harmonicznej obwodowego rozkładu składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej (v=1,3,5,...) spełniają następujące zależności:

• w maszynach asynchronicznych

$$B_{rv}(I_m, \gamma_m) = B_{rv}(I_m), \quad \beta_v(I_m, \gamma_m) = v\gamma_m, \tag{4.79}$$

w maszynach synchronicznych

$$B_{rv}(I_m, -\gamma_m) = B_{rv}(I_m, \gamma_m), \qquad B_{rv}(I_m, \gamma_m + \pi) = B_{rv}(I_m, \gamma_m),$$

$$\beta_v(I_m, -\gamma_m) = -\beta_v(I_m, \gamma_m), \qquad \beta_v(I_m, \gamma_m + \pi) = \beta_v(I_m, \gamma_m) + \nu \pi.$$
(4.80)

Uwzględniając powyższe wzory w równaniach określających składowe osiowe amplitudy zespolonej v-tej harmonicznej

$$B_{rvd}(I_m, \gamma_m) = B_{rv}(I_m, \gamma_m) \cos(\beta_v(I_m, \gamma_m)),$$

$$B_{rvq}(I_m, \gamma_m) = B_{rv}(I_m, \gamma_m) \sin(\beta_v(I_m, \gamma_m)),$$
(4.81)

otrzymuje się:

• dla maszyn asynchronicznych

$$B_{rvd}(I_m, \gamma_m) = B_{rv}(I_m)\cos(v\gamma_m), \quad B_{rvq}(I_m, \gamma_m) = B_{rv}(I_m)\sin(v\gamma_m), \quad (4.82)$$

• dla maszyn synchronicznych

$$B_{rvd}(I_m, -\gamma_m) = B_{rvd}(I_m, \gamma_m), \quad B_{rvd}(I_m, \gamma_m + \pi) = -B_{rvd}(I_m, \gamma_m),$$

$$B_{rvq}(I_m, -\gamma_m) = -B_{rvq}(I_m, \gamma_m), \quad B_{rvq}(I_m, \gamma_m + \pi) = -B_{rvq}(I_m, \gamma_m).$$
(4.83)

Składowe osiowe amplitudy zespolonej v-tej harmonicznej w maszynach synchronicznych można więc przedstawić w postaci szeregu Fouriera:

$$B_{rvd}(I_m, \gamma_m) = \sum_{k=1,3,\dots} B_{rvdk}(I_m) \cos(k\gamma_m) ,$$

$$B_{rvq}(I_m, \gamma_m) = \sum_{k=1,3,\dots} B_{rvqk}(I_m) \sin(k\gamma_m) .$$
(4.84)

Ograniczając dalsze rozważania do podstawowej harmonicznej ($\nu = 1$) otrzymuje się:

dla maszyn asynchronicznych

$$B_{r1d}(I_m, \gamma_m) = B_{r1}(I_m)\cos(\gamma_m), \quad B_{r1q}(I_m, \gamma_m) = B_{r1}(I_m)\sin(\gamma_m), \quad (4.85)$$

• dla maszyn synchronicznych

$$B_{r1d}(I_m, \gamma_m) = \sum_{k=1,3,\dots} B_{r1dk}(I_m) \cos(k\gamma_m), \quad B_{r1q}(I_m, \gamma_m) = \sum_{k=1,3,\dots} B_{r1qk}(I_m) \sin(k\gamma_m).$$
(4.86)

Na rysunku 4.17 dla silnika synchronicznego przedstawiono przykładowe charakterystyki składowych osiowych amplitudy zespolonej podstawowej harmonicznej składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego dla wybranych jego argumentów.



- Rys. 4.17. Składowe osiowe amplitudy zespolonej podstawowej harmonicznej składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego i parametrycznie zmiennego jego argumentu
- Fig. 4.17. Axis components of the complex fundamental harmonic amplitude of the magnetic flux density radial component in the air gap vs the module and parametrically variable argument of the magnetizing current space phasor

Uwzględniając wyrażenie na fazor przestrzenny strumienia sprzężonego pola głównego

$$\Psi_{m} = \sqrt{\frac{m_{s}}{2}} \frac{2}{p} N_{s} k_{ws} r_{sr} l_{e} \underline{B}_{r1} = \sqrt{\frac{m_{s}}{2}} \frac{2}{p} N_{s} k_{ws} r_{sr} l_{e} (B_{r1d} + jB_{r1q}) = \Psi_{md} + j\Psi_{mq}$$
(4.87)

oraz zależności (4.85) - (4.86) otrzymuje się:

• dla maszyn asynchronicznych

$$\Psi_{md} = \Psi_m(I_m)\cos(\gamma_m), \qquad \qquad \Psi_{mq} = \Psi_m(I_m)\sin(\gamma_m), \qquad (4.88)$$

dla maszyn synchronicznych przyjmując (k=1,3)

$$\Psi_{md} = \Psi_{md1}(I_m)\cos(\gamma_m) + \Psi_{md3}(I_m)\cos(3\gamma_m), \qquad (4.89)$$

$$\Psi_{mq} = \Psi_{mq1}(I_m)\sin(\gamma_m) + \Psi_{mq3}(I_m)\sin(3\gamma_m), \qquad (4.90)$$

gdzie:

 $\Psi_m(I_m)$, $\Psi_{md1}(I_m)$, $\Psi_{md3}(I_m)$ - syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych pola głównego.

Zależności (4.89) i (4.90) potwierdzają, że składowe osiowe fazora przestrzennego strumienia sprzężonego zastępczych uzwojeń magnesujących dla pola głównego można wyznaczyć za pomocą niewielkiej liczby nieliniowych syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych pola głównego.

Na rysunku 4.18 linią ciągłą przedstawiono charakterystyki składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego wyznaczone za pomocą wzoru (4.87). Dla porównania na rysunkach linią przerywaną pokazano te same charakterystyki wyznaczone za pomocą wzorów (4.72) – (4.73), wykorzystując syntetyczne charakterystyki koenergii magnetycznej pola głównego. Charakterystyki na rys. 4.18 obliczono za pomocą dwóch syntetycznych charakterystyk koenergii magnetycznej, a na rys. 4.18.b trzech syntetycznych charakterystyk.



 Rys. 4.18. Składowe osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego i parametrycznie zmiennego argumentu
 Fig. 4.18. Axis components of the main flux linkage space phasor vs the module and parametrically variable argument of the magnetizing current space phasor

4.2. Strumienie sprzężone uzwojeń dla pola magnetycznego głównego w modelach obliczeniowych uwzględniających rzeczywistą strukturę rdzeni

Obliczenia strumieni sprzężonych uzwojeń maszyn elektrycznych prądu przemiennego dla pola magnetycznego głównego, przy uwzględnieniu rzeczywistej użłobkowanej struktury rdzeni magnetycznych stojana i wirnika, przeprowadzono dla trzech maszyn elektrycznych o różnych mocach znamionowych: maszyny indukcyjnej klatkowej o mocy znamionowej 1 500 W, turbogeneratora o mocy znamionowej 235 MV A oraz hydrogeneratora o mocy znamionowej 150 MV A. Modele obliczeniowe wymienionych maszyn przedstawiono na rys. 4.19 i 4.20, zaś ich dane znamionowe oraz podstawowe dane konstrukcyjne zestawiono w załącznikach do niniejszej pracy.



Rys. 4.19. Model obliczeniowy maszyny indukcyjnej Fig. 4.19. Computational model of induction machine



Rys. 4.20. Modele obliczeniowe maszyn synchronicznych Fig. 4.20. Computational models of synchronous machines

50

Jerzy Kudła

(4.92)

W rozpatrywanych modelach obliczeniowych zastępcze dwufazowe uzwojenie magnesujące może być umieszczone na powierzchni walcowej w środku szczeliny powietrznej w taki sam sposób jak w wyidealizowanych modelach obliczeniowych lub też może być zastąpione przez wielofazowe uzwojenie magnesujące, które w przypadku maszyny asynchronicznej może być umieszczone w żłobkach stojana lub wirnika, a w przypadku maszyny synchronicznej może być umieszczone w żłobkach stojana. Obecność żłobków w rdzeniach stojana i wirnika powoduje dodatkową zmianę grubości szczeliny powietrznej, umieszczenie zaś uzwojenia magnesującego w żłobkach stojana lub wirnika sprawia, że uzwojenia te są sprzężone ze sobą nie tylko przez pole magnetyczne główne, ale także przez pole rozproszenia.

Biorąc powyższe pod uwagę, przy wyznaczaniu pola magnetycznego głównego oraz strumieni sprzężonych uzwojeń dla tego pola, w rozpatrywanych modelach obliczeniowych przyjęto, że:

- strumienie sprzężone zastępczych uzwojeń magnesujących dla pola magnetycznego głównego tworzy podstawowa harmoniczna rozkładu obwodowego składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej określona na powierzchni walcowej przylegającej lub stycznej do rdzenia wirnika (gdy uzwojenia magnesujące umieszczone są w stojanie) lub na powierzchni walcowej przylegającej do rdzenia stojana (gdy uzwojenia umieszczone są w wirniku),
- pomija się wpływ wzajemnego położenia żłobków stojana względem żłobków wirnika na moduł i argument amplitudy zespolonej podstawowej harmonicznej rozkładu obwodowego składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej.

Rozkład przestrzenny pola magnetycznego w rozpatrywanych modelach obliczeniowych można wyznaczyć rozwiązując równanie pola magnetostatycznego (4.45), które w układzie współrzędnych prostokątnych (x,y) ma postać:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu(B) \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu(B) \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -j, \qquad (4.91)$$

gdzie:

 $B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2}$, $B_x = \frac{\partial A}{\partial y}$, $B_y = -\frac{\partial A}{\partial x}$, $\nu(B) = \frac{1}{\mu(B)}$,

gdzie:

 B_x , B_y , - składowe wektora indukcji magnetycznej w układzie współrzędnych (x,y).

W równaniu (4.91) wartości przenikalności magnetycznej wynikają z właściwości materiałów w jednorodnych obszarach maszyn, zaś wartości gęstości prądu wynikają z chwilowych prądów w zastępczych uzwojeniach magnesujących oraz z kierunku ich przepływu w bokach uzwojenia, co dla maszyny indukcyjnej przedstawiono w tabl. 4.2. Przy określaniu gęstości prądu przyjęto, że w stojanie i wirniku umieszczone jest uzwojenie jednowarstwowe.

Wartości chwilowe prądów w fazach zastępczego uzwojenia magnesującego wyrażone za pośrednictwem fazora przestrzennego prądu magnesującego wynoszą:

• dla k-tej fazy uzwojenia magnesującego umieszczonego w żłobkach stojana

$$\dot{i}_{msk} = \operatorname{Re}\left\{\sqrt{\frac{2}{m_s}}\underline{I}_m\underline{a}^{-(k-1)}\right\},\tag{4.93}$$

dla *l*-tej fazy uzwojenia magnesującego umieszczonego w żłobkach wirnika

$$_{mrl} = \operatorname{Re}\left\{\sqrt{\frac{2}{m_r}} \underline{I}_m^{\bullet \bullet} \underline{\mathbf{b}}^{-(l-1)}\right\},\tag{4.94}$$

gdzie:

 $I_m^{\bullet\bullet}$ - fazor przestrzenny prądu magnesującego stojana sprowadzony na stronę wirnika.

Tablica 4.3

lednorodne (obszary	w modelu	obliczeniowym	maszyny	indukcyjnej
a second a second second					

Obszar maszyny	Przenikalność magnetyczna μ	Gęstość prądu j	
Rdzenie magnetyczne stojana i wirnika	$ \begin{array}{c} \mu_s(B) \\ \mu_r(B) \end{array} $	<i>j</i> =0	
Żłobki stojana lub wirnika	μ	$j_{\dot{z}sk,\dot{z}rl} = \pm \frac{i_{msk,rl}}{S_{\dot{z}s,r}}$	
Szczelina powietrzna	μ ₀	<i>j</i> =0	

Gdzie:

 $j_{zsk,zrl}$ - gęstość prądu w żłobkach stojana k-tej fazy i w żłobkach wirnika l-tej fazy,

 $S_{zs,r}$ - pole powierzchni żłobka stojana, wirnika.

Rozwiązując równanie (4.91) w poszczególnych obszarach modelu obliczeniowego uwzględnia się:

- jednorodny warunek brzegowy Dirichleta A=0 na brzegu zewnętrznym modeli obliczeniowych maszyn,
- warunki okresowości dodatniej lub ujemnej na brzegach powstałych wskutek podziału przekroju poprzecznego maszyny na symetryczne segmenty,
- warunki brzegowe na granicach jednorodnych podobszarów (k, l)

$$A_k = A_k \qquad \qquad \frac{1}{\mu_k} \frac{\partial A_k}{\partial n} = \frac{1}{\mu_l} \frac{\partial A_l}{\partial n}. \tag{4.95}$$

4.2.1. Wyniki obliczeń rozkładu obwodowego składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej

Obliczenia numeryczne rozkładu przestrzennego pola magnetycznego przeprowadzono, zmieniając parametrycznie moduł i argument fazora przestrzennego prądu magnesującego. Wybrane wyniki obliczeń przedstawiono w postaci:

- rozkładu izolinii wektorowego potencjału magnetycznego (linii pola magnetycznego),
- rozkładu obwodowego składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej,
- widma harmonicznych rozkładu obwodowego składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej,
- charakterystyk modułu i argumentu amplitudy zespolonej podstawowej harmonicznej rozkładu obwodowego składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej.

52

4.2.1.1. Wyniki obliczeń dla silnika indukcyjnego klatkowego

Obliczenia pola magnetycznego głównego w silniku indukcyjnym klatkowym przeprowadzono dla trzech przypadków umieszczenia zastępczego uzwojenia magnesującego: w żłobkach stojana, w żłobkach wirnika oraz w postaci łuski prądowej na powierzchni walcowej w środku szczeliny powietrznej (rys. 4.21)



Rys. 4.21. Sposoby umieszczenia zastępczego uzwojenia magnesującego Fig. 4.21. Ways of the location of the equivalent magnetizing winding

Na rysunku 4.22 pokazano przykładowy rozkład linii pola magnetycznego w maszynie indukcyjnej obliczony dla $I_{m(r)} = 1$ ($\gamma_m = 0$, $\gamma_m = \pi/2$).

Na rysunkach 4.23 – 4.25 przedstawiono przykładowe rozkłady obwodowe składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej maszyny oraz widma ich harmonicznych dla trzech sposobów umieszczenia zastępczych uzwojeń magnesujących. Wyniki obliczeń przedstawiono dla $I_{m(r)} = 1$, $\gamma_m = 0$.

Rozkłady obwodowe składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej przedstawiono wzdłuż obwodu powierzchni walcowej przylegającej do wirnika, gdy zastępcze uzwojenie magnesujące umieszczone jest w stojanie, wzdłuż obwodu powierzchni walcowej przylegającej do stojana, gdy zastępcze uzwojenie magnesujące umieszczone jest w wirniku

oraz wzdłuż obwodu powierzchni walcowej umieszczonej w środku szczeliny powietrznej, gdy zastępcze uzwojenie magnesujące w postaci łuski prądowej umieszczone jest na tej powierzchni.



Rys. 4.22. Wykresy izolinii wektorowego potencjału magnetycznego w silniku indukcyjnym Fig. 4.22. Isolines of the magnetic vector potential in induction motor

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że moduł amplitudy zespolonej podstawowej harmonicznej obwodowego rozkładu składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej w analizowanych przypadkach jest praktycznie taki sam, niezależnie od tego, czy zastępcze uzwojenie magnesujące umieszczone jest w żłobkach stojana czy też w żłobkach wirnika oraz jest mniejszy, gdy uzwojenie magnesujące w postaci łuski prądowej umieszczone jest w środku szczeliny powietrznej



- Rys. 4.23. Rozkład obwodowy składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej na powierzchni wimika oraz widmo jego harmonicznych
- Fig. 4.23. Spatial distribution of the magnetic flux density vector radial component on the rotor surface and spectrum of its harmonics

54

Jerzy Kudła



56

- Rys. 4.24. Rozkład obwodowy składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej na powierzchni stojana oraz widmo jego harmonicznych
- Fig. 4.24. Spatial distribution of the magnetic flux density vector radial component on the stator surface and spectrum of its harmonics



- Rys. 4.25. Rozkład obwodowy składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej w środku szczeliny powietrznej oraz widmo jego harmonicznych
- Fig. 4.25. Spatial distribution of the magnetic flux density vector radial component in the middle of the air gap and spectrum of its harmonics

W dalszych rozważaniach w pracy przyjęto więc zasadę, że pole magnetyczne główne w analizowanych modelach obliczeniowych maszyn elektrycznych wyznaczy się umieszczając zastępcze uzwojenia magnesujące w stojanie. Na rysunku 4.26 przedstawiono wykresy modułu amplitudy zespolonej podstawowej harmonicznej wektora indukcji magnetycznej w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego oraz w funkcji jego argumentu.

Z przedstawionych wykresów wynika, że moduł amplitudy zespolonej składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej jest praktycznie tylko funkcją modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego. Przeprowadzone obliczenia potwierdziły także, że argument amplitudy zespolonej podstawowej harmonicznej składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej w maszynach asynchronicznych jest praktycznie równy argumentowi fazora przestrzennego prądu magnesującego.

Modele matematvczne maszvn elektrvcznych prądu przemiennego...



Rys. 4.26. Moduł amplitudy zespolonej podstawowej harmonicznej składowej promieniowej indukcji magnetycznej w funkcji modułu i argumentu fazora przestrzennego prądu magnesującego

Fig. 4.26. Module of the complex fundamental harmonic amplitude of the magnetic flux density radial component vs the module and argument of the magnetizing current space phasor

4.2.1.2. Wyniki obliczeń dla turbogeneratora

Obliczenia pola magnetycznego głównego w turbogeneratorze przeprowadzono umieszczając zastępcze uzwojenie magnesujące w żłobkach stojana.



- Rys. 4.27. Izolinie wektorowego potencjału magnetycznego dla kilku argumentów fazora przestrzennego pradu magnesującego
- Fig. 4.27. Isolines of the magnetic potential vector for several arguments of the magnetizing current space phasor





Rys. 4.28. Rozkłady obwodowe składowej promieniowej indukcji magnetycznej na powierzchni wirnika Fig. 4.28. Spatial distributions of the magnetic flux density vector radial component on the rotor surface

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...



Rys. 4.29. Widma harmonicznych rozkładu składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej na powierzchni stojana i wirnika

Fig. 4.29. Harmonic spectra of the magnetic flux density radial component distribution on the stator and rotor surface

Na rysunku 4.28 przedstawiono wykresy rozkładu obwodowego składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej na powierzchni wirnika dla stanu nienasyconego $I_{m(r)} = 0,1$ i dla stanu dużego nasycenia $I_{m(r)} = 1,8$ oraz kilku argumentów fazora przestrzennego prądu magnesującego. Z przedstawionych wykresów można wnioskować jak nasycenie magnetyczne rdzeni wpływa na zmianę kształtu wymienionych rozkładów.

Na rysunku 4.29 pokazano widma harmonicznych rozkładu obwodowego składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej na powierzchni stojana i wirnika.

Na podstawie zaprezentowanych wykresów można stwierdzić, że ze względu na dużą grubość szczeliny powietrznej moduł amplitudy zespolonej podstawowej harmonicznej składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej na powierzchni wirnika jest większy niż na powierzchni stojana. Ze względu jednak na mniejszy promień zewnętrzny wirnika od promienia wewnętrznego stojana strumień magnetyczny przenikający przez podziałkę biegunową na powierzchni wirnika jest mniejszy niż na powierzchni stojana. Z tego też względu w pracy przyjęto, że strumienie sprzężone uzwojeń magnesujących umieszczonych w stojanie dla pola głównego powoduje podstawowa harmoniczna składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej na powierzchni wirnika.

Wykresy modułu i argumentu amplitudy zespolonej podstawowej harmonicznej składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej na powierzchni wirnika w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego przedstawiono na rys. 4.30.



Rys. 4.30. Moduł i argument amplitudy zespolonej podstawowej harmonicznej składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego i parametrycznie zmiennego jego argumentu

Fig. 4.30. Module and argument of the complex fundamental harmonic amplitude of the magnetic flux density vector radial component vs the module of the magnetizing current space phasor and parametrically variable its argument

Przedstawione na rys. 4.30 charakterystyki pokazują, że w maszynie synchronicznej cylindrycznej w wyniku obecności tak zwanego dużego zęba w wirniku oraz nasycenia magnetycznego moduł oraz argument amplitudy zespolonej podstawowej harmonicznej przestrzennej składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej jest nieliniową funkcją modułu i argumentu fazora przestrzennego prądu magnesującego.

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...

W przypadku gdy fazor przestrzenny prądu magnesującego pokrywa się z osią d $(\gamma_m = 0)$ lub z osią q $(\gamma_m = \pi/2)$, argument amplitudy zespolonej podstawowej harmonicznej przestrzennej składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej jest również równy 0 lub $\pi/2$ niezależnie od stanu nasycenia rdzeni. Przy małych nasyceniach oraz także przy dużych nasyceniach rdzenia magnetycznego wirnika wpływ obecności dużego zęba na omawiane charakterystyki maleje.

4.2.1.3. Wyniki obliczeń dla hydrogeneratora

Obliczenia pola magnetycznego głównego w hydrogeneratorze przeprowadzono umieszczając zastępcze uzwojenie magnesujące w żłobkach stojana. Obliczenia wykonano zmieniając moduł oraz argument fazora przestrzennego prądu magnesującego.

Na rysunku 4.31 pokazano przykładowy rozkład linii pola magnetycznego dla kilku wybranych argumentów fazora przestrzennego prądu magnesującego.



Rys. 4.31. Izolinie wektorowego potencjału magnetycznego dla kilku wartości argumentu fazora przestrzennego prądu magnesującego

Fig. 4.31. Isolines of the magnetic potential vector for several arguments of the magnetizing current space phasor

 $l_{m(r)}=1.8$

(m=0

300

Im(r)=1.8

 $l_{m(r)}=1$

m=60

300

300

360

360

360

360



Rys. 4.32. Rozkłady obwodowe składowej promieniowej indukcji magnetycznej na powierzchni wirnika Fig. 4.32. Spatial distributions of the magnetic flux density vector radial component on the rotor surface





Rys. 4.33. Widma harmonicznych składowej promieniowej indukcji magnetycznej na powierzchni wirnika

Fig. 4.33. Harmonic spectra of the magnetic flux density radial component on the rotor surface

Na rysunku 4.32 przedstawiono wykresy rozkładu obwodowego składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej na powierzchni wirnika dla stanu nienasyconego $I_{m(r)} = 0,1$ oraz dla stanu dużego nasycenia $I_{m(r)} = 1,8$ i kilku argumentów fazora przestrzennego prądu magnesującego. Na rysunku 4.33 pokazano widmo harmonicznych rozkładu obwodowego składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej na powierzchni wirnika.

Na podstawie zaprezentowanych wykresów widma harmonicznych można stwierdzić, że w hydrogeneratorze moduł podstawowej harmonicznej i wyższych harmonicznych rozkładu obwodowego składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej przy zmianach argumentu fazora przestrzennego prądu magnesującego zmieniają się w większym zakresie niż w turbogeneratorze. Jest to wynikiem większej zmiany grubości szczeliny powietrznej spowodowanej wydatnymi biegunami wirnika hydrogeneratora.



- Rys. 4.34. Moduł i argument amplitudy zespolonej podstawowej harmonicznej składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego i parametrycznie zmiennego jego argumentu
- Fig. 4.34. Module and argument of the complex fundamental harmonic amplitude of the magnetic flux density vector radial component vs the module of the magnetizing current space phasor and parametrically variable its argument

Przedstawione na rys. 4.34 charakterystyki modułu i argumentu amplitudy zespolonej podstawowej harmonicznej składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej na powierzchni wirnika pokazują także, że w hydrogeneratorze moduł oraz argument amplitudy zespolonej podstawowej harmonicznej przestrzennej składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej jest nieliniową funkcją modułu i argumentu fazora przestrzennego prądu magnesującego.

4.2.2. Fazor przestrzenny strumienia sprzężonego pola głównego i jego składowe osiowe. Syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych pola głównego

Znając moduł i argument amplitudy zespolonej podstawowej harmonicznej rozkładu obwodowego składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej można za pomocą relacji (4.86) wyznaczyć fazor przestrzenny strumienia sprzężonego pola głównego i jego składowe osiowe.

Na rysunku 4.35 przedstawiono wykres modułu fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego w maszynie indukcyjnej w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego oraz w funkcji jego argumentu.



Rys. 4.35. Moduł fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego w maszynie indukcyjnej w funkcji modułu i argumentu fazora przestrzennego prądu magnesującego

Fig. 4.35. Module of the space phasor of the main flux linkage in induction machine vs the module and argument of the magnetizing current space phasor

Z przedstawionego wykresu wynika, że moduł fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego w maszynie asynchronicznej praktycznie nie zależy od argumentu fazora przestrzennego prądu magnesującego. W konsekwencji uwzględniając, że argument fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego jest równy argumentowi fazora przestrzennego prądu magnesującego, składowe osiowe fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego pola głównego strumienia sprzężonego pola głównego za przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego strumienia sprzężonego pola głównego w maszynach asynchronicznych mają postać:

$$\Psi_{md} = \Psi_m(I_m)\cos(\gamma_m), \qquad \qquad \Psi_{mg} = \Psi_m(I_m)\sin(\gamma_m). \tag{4.96}$$

Występującą w zależności (4.96) charakterystyka $\Psi_m(I_m)$ jest syntetyczną charakterystyką strumieni sprzężonych pola głównego w maszynach asynchronicznych.

Na rysunku 4.36 przedstawiono obliczone dla turbogeneratora i hydrogeneratora charakterystyki składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego przy parametrycznie zmieniającym się jego argumencie.

Charakterystyki składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego w maszynach synchronicznych można aproksymować za pomocą funkcji sklejanych bądź za pomocą niewielkiej liczby syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych pola głównego określonych poprzez następujące zależności:

$$\Psi_{md} = \sum_{i=1,3,\dots} \Psi_{mdi}(I_m) \cos(i\gamma_m) , \qquad \qquad \Psi_{mq} = \sum_{i=1,3,\dots} \Psi_{mqi}(I_m) \sin(i\gamma_m) . \qquad (4.97)$$

Jako syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych pola głównego przyjęto:

a) charakterystyki składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego obliczone dla dwóch szczególnych położeń fazora przestrzennego pradu magnesujacego: $\gamma_m = 0$ i $\gamma_m = \pi/2$, czyli:

$$\Psi_{mal} = \Psi_{mal}(I_m, \gamma_m = 0), \qquad \qquad \Psi_{mal} = \Psi_{ma}(I_m, \gamma_m = \pi/2), \qquad (4.98)$$

66

b) charakterystyki strumieni sprzężonych, wyznaczone w wyniku minimalizacji błędów średniokwadratowych określonych dla osi d i q za pomocą zależności:

$$\sum_{k} \left[\left| \Psi_{md_{(MES)}}(I_{mj}, \gamma_{mk}) - \sum_{i=1,3,\dots} \Psi_{mdi}(I_{mj}) \cos(i\gamma_{mk}) \right|^2 \right] = \min,$$

$$\sum_{k} \left[\left| \Psi_{mq_{(MES)}}(I_{mj}, \gamma_{mk}) - \sum_{i=1,3,\dots} \Psi_{mqi}(I_{mj}) \sin(i\gamma_{mk}) \right|^2 \right] = \min.$$
(4.99)



Rys. 4.36. Charakterystyki składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego turbogeneratora i hydrogeneratora w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego dla parametrycznie zmieniającego się jego argumentu

Rys.4.36. Characteristics of axis components of the main flux linkage space phasor of the turbogenerator and hydrogenerator vs the magnetizing current space phasor module for parametrically variable its argument Wykorzystując procedurę minimalizacji błędu średniokwadratowego wyznaczono dwie syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych w osi d i q. (i=1,3) Na rysunku 4.37 przedstawiono syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych pola głównego dla turbogeneratora obliczone według podanych wyżej zasad.



Rys. 4.37. Syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych pola głównego turbogeneratora Fig. 4.37. Synthetic characteristics of the turbogenerator main flux linkages

Wykorzystując obydwa rodzaje syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych wyznaczono charakterystyki strumieni sprzężonych Ψ_{md} , Ψ_{mq} . Na rysunkach 4.38 – 4.39 porównano charakterystyki składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego obliczone za pomocą metody elementów skończonych oraz aproksymowane za pomocą syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych obliczonych według zależności (4.98) lub (4.99).



- Rys. 4.38. Porównanie charakterystyk składowej w osi d fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego turbogeneratora, obliczonych (MES) oraz aproksymowanych (APR) za pomocą syntetycznych charakterystyk wyznaczonych według (4.98), rozkład błędów aproksymacji
- Fig. 4.38. Comparison of the characteristics of the main flux linkage space phasor component in d axis of the turbogenerator computed (MES) and approximated (APR) by the synthetic characteristics determined from (4.98), distribution of approximation errors

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...



Jerzy Kudla

Rys. 4.39. Porównanie charakterystyk składowej w osi q fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego turbogeneratora, obliczonych (MES) oraz aproksymowanych (APR) za pomocą syntetycznych charakterystyk wyznaczonych według (4.98), rozkład błędów aproksymacji

Fig. 4.39. Comparison of the characteristics of the main magnetic flux linkage space phasor component in q axis of the turbogenerator computed (MES) and approximated (APR) by the synthetic characteristics determined from (4.98), distribution of approximation errors



Rys. 4.40. Porównanie charakterystyk składowej w osi d fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego turbogeneratora, obliczonych (MES) oraz aproksymowanych (APR) za pomocą syntetycznych charakterystyk wyznaczonych według (4.99), rozkład błędów aproksymacji Fig.4.40. Comparison of the characteristics of the main flux linkage space phasor component in d axis of

the turbogenerator computed (MES) and approximated (APR) by the synthetic characteristics determined from (4.99), distribution of approximation errors

Za miarę jakości aproksymacji przyjęto rozkład względnych błędów aproksymacji określonych przez następujące zależności:

$$\varepsilon_{md\%} = \frac{\Psi_{md_{(MES)}}(I_m, \gamma_m) - \sum_{i=1,3,\dots} \Psi_{mdi}(I_m) \cos(i\gamma_m)}{\Psi_{md_{(MES)}}(I_m, \gamma_m)} \cdot 100\%,$$

$$\varepsilon_{mq\%} = \frac{\Psi_{mq_{(MES)}}(I_m, \gamma_m) - \sum_{i=1,3,\dots} \Psi_{mqi}(I_m) \sin(i\gamma_m)}{\Psi_{mq_{(MES)}}(I_m, \gamma_m)} \cdot 100\%.$$
(4.100)



- Rys. 4.41. Porównanie charakterystyk składowej w osi q fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego turbogeneratora, obliczonych (MES) oraz aproksymowanych (APR) za pomocą syntetycznych charakterystyk wyznaczonych według (4.99); rozkład błędów aproksymacji
- Fig. 4.41. Comparison of the characteristics of the main flux linkage space phasor component in q axis of the turbogenerator computed (MES) and approximated (APR) by the synthetic characteristics determined from (4.99); distribution of approximation errors

Z wykresów przedstawionych na rys. 4.38 - 4.39 wynika, że dla turbogeneratora przyjęcie jako syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych pola głównego, charakterystyk składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego, obliczonych dla dwóch szczególnych położeń fazora przestrzennego prądu magnesującego $\gamma_m = 0$, $\gamma_m = \pi/2$, prowadzi do dość dużych niedokładności aproksymacji charakterystyk. Błędy te są szczególnie duże przy aproksymacji charakterystyk w osi d (maksymalny błąd wynosi 15%) oraz mniejsze przy aproksymacji w osi q (maksymalny błąd wynosi 8%). Błędy aproksymacji wzrastają przy dużych nasyceniach rdzeni magnetycznych.

Z wykresów przedstawionych na rys. 4.40 - 4.41 wynika, że syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych dla turbogeneratora, wyznaczone w wyniku minimalizacji błędów średniokwadratowych, w zadowalający sposób aproksymują charakterystyki strumieni sprzężonych w osi d i q w całym zakresie zmian modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego. Maksymalny błąd aproksymacji charakterystyk w osi d nie przekracza 5% a charakterystyk w osi q 3%.

Podobne obliczenia i analizy przeprowadzono także dla hydrogeneratora. Na rysunku 4.42 przedstawiono syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych pola głównego dla hydrogeneratora.

Na rysunkach 4.43 – 4.46 porównano charakterystyki składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego hydrogeneratora obliczone za pomocą metody elementów skończonych oraz aproksymowane za pomocą syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych pola głównego obliczonych według (4.98) lub (4.99).


Rys. 4.42. Syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych pola głównego hydrogeneratora Fig. 4.42. Synthetic characteristics of the hydrogenerator main flux linkages



Rys. 4.43. Porównanie charakterystyk składowej w osi d fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego hydrogeneratora obliczonych (MES) oraz aproksymowanych (APR) za pomocą syntetycznych charakterystyk wyznaczonych według (4.98); rozkład błędów aproksymacji

Fig. 4.43. Comparison of the characteristics of the main flux linkage space phasor component in d axis of the hydrogenerator computed (MES) and approximated (APR) by the synthetic characteristics determined from (4.99); distribution of approximation errors

Z wykresów przedstawionych na rysunkach 4.43 - 4.44 wynika, że dla hydrogeneratora przyjęcie jako syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych pola głównego, charakterystyk składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego, obliczonych dla dwóch szczególnych położeń fazora przestrzennego prądu magnesującego $\gamma_m = 0$, $\gamma_m = \pi/2$, prowadzi do dość dużych niedokładności aproksymacji charakterystyk. Błędy te są szczególnie duże przy aproksymacji charakterystyk w osi q (maksymalny błąd wynosi 22%) oraz mniejsze przy aproksymacji w osi q (maksymalny błąd wynosi 12%). Błędy aproksymacji wzrastają przy dużych nasyceniach rdzeni magnetycznych.



Rys. 4.44. Porównanie charakterystyk składowej w osi q fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego hydrogeneratora obliczonych (MES) oraz aproksymowanych (APR) za pomocą syntetycznych charakterystyk wyznaczonych według (4.98) oraz rozkład błędów aproksymacji
Fig. 4.44. Comparison of the characteristics of the main flux linkage space phasor component in q axis of the hydrogenerator computed (MES) and approximated (APR) by the synthetic characteristics determined from (4.98), distribution of approximation errors

Z przedstawionych na rysunkach 4.45-4.46 wykresów wynika, że syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych pola głównego hydrogeneratora, wyznaczone w wyniku minimalizacji błędów średniokwadratowych w zadowalający sposób aproksymują charakterystyki strumieni sprzężonych pola głównego w osi d i q w całym zakresie zmian modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego. Maksymalny błąd aproksymacji nie przekracza 3÷4%, przy czym dla większości punktów charakterystyk jest mniejszy niż 1%.



Rys. 4.45. Porównanie charakterystyk składowej w osi d fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego hydrogeneratora obliczonych (MES) oraz aproksymowanych (APR) za pomocą syntetycznych charakterystyk wyznaczonych według (4.99), rozkład błędów aproksymacji

Fig. 4.45. Comparison of the characteristics of the main flux linkage space phasor component in d axis of the hydrogenerator computed (MES) and approximated (APR) by the synthetic characteristics determined from (4.99), distribution of approximation errors



Rys. 4.46. Porównanie charakterystyk składowej w osi d fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego hydrogeneratora obliczonych (MES) oraz aproksymowanych (APR) za pomocą syntetycznych charakterystyk wyznaczonych według (4.99); oraz rozkład błędów aproksymacji
Fig.4.46. Comparison of the characteristics of the main flux linkage space phasor component in q axis of the hydrogenerator computed (MES) and approximated (APR) by the synthetic characteristics determined from (4.99); distribution of approximation errors

5. STRUMIENIE SPRZĘŻONE UZWOJEŃ STOJANA I WIRNIKA DLA POLA ROZPROSZENIA

Pola magnetyczne rozproszenia uzwojeń stojana i wirnika są reprezentowane przez linie pola, które sprzęgają się tylko z uzwojeniami stojana lub tylko z uzwojeniami wirnika. W konsekwencji [8, 12, 23, 31, 32, 34] wyróżnia się następujące składniki pól rozproszenia stojana i wirnika:

• pole magnetyczne rozproszenia żłobkowego stojana lub wirnika,

• pole magnetyczne rozproszenia czół uzwojeń stojana i wirnika.

W monoharmonicznych modelach matematycznych maszyn elektrycznych prądu przemiennego do pola rozproszenia zalicza się dodatkowo:

- pole magnetyczne rozproszenia szczelinowego stojana i wirnika spowodowane wyższymi harmonicznymi rozkładu okładu prądowego uzwojeń stojana i wirnika,
- pole magnetyczne rozproszenia spowodowane skosem żłobków stojana i wirnika.

Wyznaczenie pól rozproszenia oraz strumieni sprzężonych uzwojeń maszyny z tymi polami wymaga opracowania modeli obliczeniowych maszyn, w których pola te są wyodrębnione lub też są dominujące. Opracowanie modeli obliczeniowych, w których występują wszystkie wymienione składniki pól magnetycznych rozproszenia, jest trudne, dlatego też opracowuje się oddzielne modele obliczeniowe do wyznaczenia wyodrębnionych składników pola rozproszenia. W pracy rozważania ograniczono do wyznaczenia pól magnetycznych rozproszenia żłobkowego i rozproszenia szczelinowego oraz strumieni sprzężonych uzwojeń dla tych pól. Wyniki badań i analiz wykorzystano do wyznaczenia strumieni sprzężonych uzwojeń stojana i wirnika maszyny indukcyjnej oraz uzwojeń stojana maszyny synchronicznej z wirnikiem cylindrycznym. Biorąc pod uwagę, że stojan maszyny synchronicznej ma podobną budowę do stojana maszyny indukcyjnej, rozważania przedstawiono dla maszyny indukcyjnej klatkowej.

5.1. Koenergia pola magnetycznego rozproszenia. Strumienie sprzężone uzwojeń stojana i wirnika dla pola rozproszenia

Strumienie sprzężone uzwojeń stojana i wirnika dla pól rozproszenia wygodnie jest wyznaczyć korzystając z koenergii pola magnetycznego rozproszenia. Pomijając wpływ zmiany położenia żłobków wirnika względem stojana na wartość koenergii pola magnetycznego rozproszenia można przyjąć, że zależy ona tylko od prądów fazowych stojana lub wirnika. Dla 3 - fazowego stojana oraz Q_r - fazowego wirnika można napisać:

$$E_{c\sigma s} = E_{c\sigma s}(i_{s1}, i_{s2}, i_{s3}), \qquad E_{c\sigma r} = E_{c\sigma r}(i_{r1}, i_{r2}, \dots, i_{rQr}), \qquad (5.1)$$

gdzie:

 $E_{c\sigma s}$, $E_{c\sigma r}$, Q_r - koenergia pola magnetycznego rozproszenia stojana i wirnika, liczba żłobków wirnika.



Przyjmując, że wartości chwilowe prądów fazowych stojana oraz prądów fazowych wirnika są określone przez ich fazory przestrzenne, dla fazorów przestrzennych określonych w układach współrzędnych związanych odpowiednio ze stojanem i wirnikiem prądy fazowe wynoszą:

$$i_{sk} = \sqrt{\frac{2}{3}} I_s \cos(\gamma_s^s - \frac{2\pi}{3}(k-1)) = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(I_{s\alpha} \cos(\frac{2\pi}{3}(k-1)) + I_{s\beta} \sin(\frac{2\pi}{3}(k-1)) \right), \tag{5.2}$$

$$i_{rl} = \sqrt{\frac{2}{Q_r}} I_r \cos(\gamma_r^r - \frac{2\pi p}{Q_r}(l-1)) = \sqrt{\frac{2}{Q_r}} \left(I_{rd} \cos(\frac{2\pi p}{Q_r}(l-1)) + I_{rq} \sin(\frac{2\pi p}{Q_r}(l-1)) \right).$$
(5.3)

Stąd

$$i_{sk} = i_{sk}(I_s, \gamma_s^s) = i_{sk}(I_{s\alpha}, I_{s\beta}), \quad i_{rk} = i_{rk}(I_r, \gamma_r^r) = i_{rk}(I_{rd}, I_{rq}).$$
(5.4)

Uwzględniając (5.1) i (5.4) koenergia pola magnetycznego rozproszenia stojana i wirnika jest zależna od modułu i argumentu fazorów przestrzennych odpowiednich prądów lub ich składowych osiowych.

$$E_{c\sigma s} = E_{c\sigma s}(I_s, \gamma_s^{*}) = E_{c\sigma s}(I_{s\alpha}, I_{s\beta}), \qquad E_{c\sigma r} = E_{c\sigma r}(I_r, \gamma_r^{*}) = E_{c\sigma r}(I_{rd}, I_{rq}).$$
(5.5)

Strumienie sprzężone uzwojeń fazowych stojana i wirnika z polami rozproszenia można zatem wyznaczyć na podstawie następujących zależności:

• dla k-tej fazy uzwojenia stojana

$$\Psi_{\sigma sk} = \frac{\partial E_{c\sigma s}(i_{s1}, i_{s2}, i_{s3})}{\partial i_{sk}} = \frac{\partial E_{c\sigma s}(I_{s\alpha}, I_{s\beta})}{\partial I_{s\alpha}^s} \frac{\partial I_{s\alpha}^s}{\partial i_{sk}} + \frac{\partial E_{c\sigma s}(I_{s\alpha}, I_{s\beta})}{\partial I_{s\beta}^s} \frac{\partial I_{s\beta}^s}{\partial i_{sk}},$$
(5.6)

• dla *l*-tej fazy uzwojenia wirnika

$$\mathcal{V}_{\sigma rl} = \frac{\partial E_{c\sigma r}(i_{r1}, i_{r2}, \dots, i_{rQ_r})}{\partial i_{sk}} = \frac{\partial E_{c\sigma r}(I_{rd}, I_{rq})}{\partial I_{rd}} \frac{\partial I_{rd}}{\partial i_{rl}} + \frac{\partial E_{c\sigma r}(I_{rd}, I_{rq})}{\partial I_{rq}} \frac{\partial I_{rq}}{\partial i_{rl}},$$
(5.7)

gdzie:

y

 $\Psi_{\sigma sk}$, $\Psi_{\sigma rl}$, - chwilowe strumienie sprzężone k-tego uzwojenia stojana i *l*-tego uzwojenia wirnika dla pola rozproszenia.

Uwzględniając wyrażenia na składowe osiowe fazorów przestrzennych prądu stojana i wirnika

$$I_{s\alpha} = \sqrt{\frac{2}{3}} \sum_{k=1}^{3} \operatorname{Re}\left(\underline{a}^{(k-1)}i_{sk}\right), \qquad I_{s\beta} = \sqrt{\frac{2}{3}} \sum_{k=1}^{3} \operatorname{Im}\left(\underline{a}^{(k-1)}i_{sk}\right), \qquad \underline{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}}, \tag{5.8}$$

$$I_{rd} = \sqrt{\frac{2}{Q_r}} \sum_{l=1}^{Q_r} \operatorname{Re}(\underline{b}^{(l-1)}i_{rl}), \qquad I_{rq} = \sqrt{\frac{2}{Q_r}} \sum_{l=1}^{Q_r} \operatorname{Im}(\underline{b}^{(l-1)}i_{rl}), \qquad \underline{b} = e^{j\frac{2\pi p}{Q_r}}.$$
(5.9)

Pochodne tych składowych względem prądów fazowych stojana i wirnika wynoszą:

$$\frac{\partial I_{s\alpha}}{\partial i_{sk}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{Re}\left(\underline{a}^{(k-1)}\right), \qquad \qquad \frac{\partial I_{s\beta}}{\partial i_{sk}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{Im}\left(\underline{a}^{(k-1)}\right), \tag{5.10}$$

$$\frac{\partial I_{rd}}{\partial i_{rl}} = \sqrt{\frac{2}{Q_r}} \operatorname{Re}(\underline{b}^{(l-1)}), \qquad \qquad \frac{\partial I_{rq}}{\partial i_{rl}} = \sqrt{\frac{2}{Q_r}} \operatorname{Im}(\underline{b}^{(l-1)}).$$
(5.11)

Podstawiając wyrażenia (5.10-5.11) do wyrażeń (5.6-5.7) oraz uwzględniając tożsamości:

$$\operatorname{Re}(\underline{a}^{(k-1)}) = \operatorname{Re}(\underline{a}^{-(k-1)}), \qquad \operatorname{Im}(\underline{a}^{(k-1)}) = \operatorname{Re}(\underline{j}\underline{a}^{-(k-1)}), \qquad (5.12)$$

$$\operatorname{Re}(\underline{\mathbf{b}}^{(l-1)}) = \operatorname{Re}(\underline{\mathbf{b}}^{-(l-1)}), \qquad \operatorname{Im}(\underline{\mathbf{b}}^{(l-1)}) = \operatorname{Re}(\underline{\mathbf{j}} \underline{\mathbf{b}}^{-(l-1)}), \qquad (5.13)$$

otrzymuje się wyrażenia na strumienie sprzężone uzwojeń stojana i wirnika dla pól rozproszenia:

• dla stojana

$$\mathcal{V}_{\sigma sk} = \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{Re}\left(\underline{a}^{-(k-1)} \left(\frac{\partial E_{c\sigma s}(I_{s\alpha}, I_{s\beta})}{\partial I_{s\alpha}} + j\frac{\partial E_{c\sigma s}(I_{s\alpha}, I_{s\beta})}{\partial I_{s\beta}}\right)\right),$$
(5.14)

dla wirnika

$$\boldsymbol{\mathcal{H}}_{\sigma rl} = \sqrt{\frac{2}{Q_r}} \operatorname{Re}\left(\underline{\mathbf{b}}^{-(l-1)}\left(\frac{\partial E_{c\sigma r}(I_{rd}, I_{rq})}{\partial I_{rd}} + j\frac{\partial E_{c\sigma r}(I_{rd}, I_{rq})}{\partial I_{rq}}\right)\right).$$
(5.15)

Korzystając z definicji fazora przestrzennego w układzie współrzędnych związanych ze stojanem oraz z zależności (5.14) i tożsamości:

$$\frac{2}{3}\sum_{k=1}^{3}\underline{\mathbf{a}}^{(k-1)}\operatorname{Re}(\underline{\mathbf{a}}^{-(k-1)}) = \frac{2}{3}\sum_{k=1}^{3}\frac{1}{2}\underline{\mathbf{a}}^{(k-1)}(\underline{\mathbf{a}}^{-(k-1)} + \underline{\mathbf{a}}^{(k-1)}) = 1, \qquad (5.16)$$

$$\frac{2}{3}\sum_{k=1}^{3}\underline{\mathbf{a}}^{(k-1)}\operatorname{Im}(\underline{\mathbf{a}}^{-(k-1)}) = \frac{2}{3}\sum_{k=1}^{3}\frac{1}{2j\underline{\mathbf{a}}}^{(k-1)}(\underline{\mathbf{a}}^{-(k-1)} - \underline{\mathbf{a}}^{(k-1)}) = \mathbf{j},$$
(5.17)

otrzymuje się wyrażenie na fazor przestrzenny strumienia sprzężonego uzwojeń stojana dla pola rozproszenia i jego składowe osiowe:

$$\underline{\Psi}_{\sigma s}^{s} = \left(\frac{\partial E_{c\sigma s}(I_{s\alpha}, I_{s\beta})}{\partial I_{s\alpha}} + j\frac{\partial E_{c\sigma s}(I_{s\alpha}, I_{s\beta})}{\partial I_{s\beta}}\right) = \Psi_{\sigma s\alpha} + j\Psi_{\sigma s\beta}.$$
(5.18)

Wykonując podobne działania dla uzwojeń wirnika otrzymuje się wyrażenie na fazor przestrzenny strumienia sprzężonego uzwojeń wirnika dla pola rozproszenia i jego składowe osiowe:

$$\Psi_{\sigma r}^{r} = \left(\frac{\partial E_{c\sigma r}(I_{rd}, I_{rq})}{\partial I_{rd}} + j\frac{\partial E_{c\sigma r}(I_{rd}, I_{rq})}{\partial I_{rq}}\right) = \Psi_{\sigma rd} + j\Psi_{\sigma rq}, \qquad (5.19)$$

gdzie:

<u>4</u>

- $\Psi_{\sigma s}^{s}$, $\Psi_{\sigma s \alpha}$, $\Psi_{\sigma s \beta}$ fazor przestrzenny strumienia sprzężonego uzwojeń stojana dla pola rozproszenia stojana i jego składowe osiowe w układzie współrzędnych związanym ze stojanem,
- $\underline{\Psi}_{\sigma r}^{r}, \Psi_{\sigma rd}, \Psi_{\sigma rq}$ fazor przestrzenny strumienia sprzężonego uzwojeń wirnika dla pola rozproszenia wirnika i jego składowe osiowe w układzie współrzędnych związanym z wirnikiem.

Uwzględniając (5.18) i (5.19) zależności (5.14) i (5.15) można przedstawić w postaci:

$$\Psi_{\sigma sk} = \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{Re}\left(\underline{a}^{-(k-1)}\underline{\Psi}_{\sigma s}^{s}\right), \qquad \Psi_{\sigma rl} = \sqrt{\frac{2}{Q_{r}}} \operatorname{Re}\left(\underline{b}^{-(l-1)}\underline{\Psi}_{\sigma r}^{r}\right).$$
(5.20)

Uwzględniając w dalszych rozważaniach, że:

$$I_{s\alpha} = I_s \cos(\gamma_s^s), \quad I_{s\beta} = I_s \sin(\gamma_s^s), \quad I_{rd} = I_r \cos(\gamma_r^r), \quad I_{rq} = I_r \sin(\gamma_r^r), \quad (5.21)$$

składowe osiowe fazorów przestrzennych strumienia sprzężonego pola rozproszenia można także zapisać w postaci:

• dla stojana

$$\frac{\partial E_{c\sigma s}(I_{s\alpha}, I_{s\beta})}{\partial I_{s\alpha}} = \frac{\partial E_{c\sigma s}(I_s, \gamma_s^s)}{\partial I_s} \frac{\partial I_s}{\partial I_{s\alpha}} + \frac{\partial E_{c\sigma s}(I_s, \gamma_s^s)}{\partial \gamma_s^s} \frac{\partial \gamma_s^s}{\partial I_{s\alpha}}, \quad (5.22)$$

$$\mathcal{V}_{\sigma s\beta} = \frac{\partial E_{c\sigma s}(I_{s\alpha}, I_{s\beta})}{\partial I_{s\beta}} = \frac{\partial E_{c\sigma s}(I_s, \gamma_s^s)}{\partial I_s} \frac{\partial I_s}{\partial I_{s\beta}} + \frac{\partial E_{c\sigma s}(I_s, \gamma_s^s)}{\partial \gamma_s^s} \frac{\partial \gamma_s^s}{\partial I_{s\beta}}, \quad (5.23)$$

dla wirnika

$$\mathcal{I}_{\sigma rd} = \frac{\partial E_{c\sigma r}(I_{rd}, I_{rq})}{\partial I_{rd}} = \frac{\partial E_{c\sigma s}(I_s, \gamma_r^r)}{\partial I_r} \frac{\partial I_r}{\partial I_{rd}} + \frac{\partial E_{c\sigma s}(I_r, \gamma_r^r)}{\partial \gamma_r^r} \frac{\partial \gamma_r^r}{\partial I_{rd}}, \qquad (5.24)$$

$$\Psi_{\sigma rq} = \frac{\partial E_{c\sigma r}(I_{rd}, I_{rq})}{\partial I_{rq}} = \frac{\partial E_{c\sigma s}(I_s, \gamma_r)}{\partial I_r} \frac{\partial I_r}{\partial I_{rq}} + \frac{\partial E_{c\sigma s}(I_r, \gamma_r^r)}{\partial \gamma_r} \frac{\partial \gamma_r^r}{\partial I_{rq}}.$$
 (5.25)

Obliczając odpowiednie pochodne otrzymuje się następujące wyrażenia:

• dla stojana

$$P_{\sigma s\alpha} = \frac{\partial E_{c\sigma s}(I_s, \gamma_s^s)}{\partial I_s} \cos(\gamma_s^s) - \frac{1}{I_s} \frac{\partial E_{c\sigma s}(I_s, \gamma_s^s)}{\partial \gamma_s^s} \sin(\gamma_s^s), \qquad (5.26)$$

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...

$$\Psi_{\sigma s\beta} = \frac{\partial E_{c\sigma s}(I_s, \gamma_s^s)}{\partial I_s} \sin(\gamma_s^s) + \frac{1}{I_s} \frac{\partial E_{c\sigma s}(I_s, \gamma_s^s)}{\partial \gamma_s^s} \cos(\gamma_s^s), \qquad (5.27)$$

• dla wirnika

$$\Psi_{\sigma rd} = \frac{\partial E_{c\sigma s}(I_s, \gamma_r)}{\partial I_r} \cos(\gamma_r^r) - \frac{1}{I_r} \frac{\partial E_{c\sigma s}(I_r, \gamma_r^r)}{\partial \gamma_r^r} \sin(\gamma_r^r), \qquad (5.28)$$

$$\Psi_{\sigma rq} = \frac{\partial E_{c\sigma s}(I_s, \gamma_r^r)}{\partial I_r} \sin(\gamma_r^r) + \frac{1}{I_r} \frac{\partial E_{c\sigma s}(I_r, \gamma_r^r)}{\partial \gamma_r^r} \cos(\gamma_r^r) \,.$$
(5.29)

Stąd fazory przestrzenne strumienia sprzężonego pola rozproszenia stojana i wirnika można przedstawić także w postaci:

$$\underline{\underline{W}}_{\sigma s}^{s} = \left(\frac{\partial E_{c\sigma s}(I_{s}, \gamma_{s}^{s})}{\partial I_{s}} + j\frac{1}{I_{s}}\frac{\partial E_{c\sigma s}(I_{s}, \gamma_{s}^{s})}{\partial \gamma_{s}^{s}}\right) e^{j\gamma_{s}}, \qquad (5.30)$$

$$\underline{\Psi}_{\sigma r}^{r} = \left(\frac{\partial E_{c\sigma r}(I_{r}, \gamma_{r}^{r})}{\partial I_{r}} + j\frac{1}{I_{r}}\frac{\partial E_{c\sigma r}(I_{r}, \gamma_{r}^{r})}{\partial \gamma_{r}^{r}}\right)e^{j\gamma_{r}^{r}}, \qquad (5.31)$$

5.2. Modele obliczeniowe stosowane przy wyznaczaniu pola magnetycznego rozproszenia żłobkowego

W celu wyznaczenia pola rozproszenia żłobkowego uzwojeń stojana i wirnika do rozważań przyjęto modele obliczeniowe maszyny indukcyjnej przedstawione na rys, 5.1 Przy obliczeniach pola rozproszenia żłobkowego przyjęto, że boki zezwojów uzwojeń całkowicie wypełniają żłobki stojana i wirnika oraz założono równomierny rozkład wektora gęstości prądu w przekroju poprzecznym każdego boku uzwojenia. Przy takim założeniu chwilowe rozkłady przestrzenne pola rozproszenia żłobkowego stojana i wirnika można wyznaczyć rozwiązując zagadnienie magnetostatyczne, określone w rozdziale 4.2, przyjmując jednorodny warunek brzegowy Dirichleta na brzegu wewnętrznym stojana i brzegu zewnętrznym wirnika.

W obliczeniach rozkładów przestrzennych pola magnetycznego przyjęto, że w uzwojeniach stojana i wirnika występują prądy, których wartości chwilowe wynikają z wartości chwilowych fazorów przestrzennych prądu stojana i wirnika.

$$i_{sk} = \sqrt{\frac{2}{3}} I_s \cos(\gamma_s^s - \frac{2\pi}{3}(k-1)), \qquad i_{rl} = \sqrt{\frac{2}{Q_r}} I_r \cos(\gamma_r^r - \frac{2\pi p}{Q_r}(l-1)).$$
(5.32)

Przy czym moduł fazora przestrzennego prądu wirnika określono przyjmując, że:

$$I_{r} = I_{s}^{**} = \sqrt{\frac{3}{Q_{r}}} \frac{N_{s} k_{ws}}{N_{r} k_{wr}} I_{s}, \qquad (5.33)$$

gdzie:

I^{••}- moduł fazora przestrzennego prądu stojana sprowadzonego na stronę wirnika.

Jako prąd fazowy wirnika przyjęto prąd płynący w oczku wirnika utworzonym przez dwa sąsiednie pręty oraz segmenty pierścieni zwierających. W konsekwencji wartości chwilowe prądów płynących w prętach wirnika określa się na podstawie relacji:

$$i_{prl} = i_{rl} - i_{r(l-1)}, \tag{5.34}$$

gdzie:

 $i_{prl}, i_{rl}, i_{r(l-1)}$ - ch i l-l oczku uл



Fig. 5.1. Computational models of 1 500 W induction machine used for computing the slot leakage field of the stator and rotor

5.3. Właściwości koenergii pola magnetycznego rozproszenia żłobkowego

Właściwości koenergii pola magnetycznego rozproszenia żłobkowego można określić rozpatrując relacje występujące pomiędzy wartościami chwilowymi prądów fazowych a modułem i argumentem fazorów przestrzennych odpowiednich prądów oraz uwzględniając strukturę rozpatrywanych modeli obliczeniowych. Uwzględniając relację (5.2) otrzymuje się:

$$i_{s1}(I_s, -\gamma_s^s) = i_{s1}(I_s, \gamma_s^s), \qquad i_{s1}(I_s, \gamma_s^s + \frac{\pi}{3}) = -i_{s2}(I_s, \gamma_s^s), \qquad (5.35)$$

$$i_{s2}(I_s, -\gamma_s^s) = i_{s3}(I_s, \gamma_s^s), \qquad i_{s2}(I_s, \gamma_s^s + \frac{\pi}{3}) = -i_{s3}(I_s, \gamma_s^s), \qquad (5.36)$$

$$i_{s3}(I_s, -\gamma_s^s) = i_{s2}(I_s, \gamma_s^s), \qquad i_{s3}(I_s, \gamma_s^s + \frac{\pi}{3}) = -i_{s1}(I_s, \gamma_s^s).$$
(5.37)

W konsekwencji zmiana na przeciwny argumentu fazora przestrzennego prądu stojana powoduje zmianę kolejności faz prądów w uzwojeniach stojana, natomiast zmiana tego argumentu o kat 60 deg, oprócz zmiany kolejności faz, powoduje także zmiane na przeciwny znaku prądów fazowych. Stąd, uwzględniając strukturę modelu obliczeniowego, koenergia magnetyczna pola rozproszenia żłobkowego stojana jest funkcją okresową i parzystą względem argumentu fazora przestrzennego prądu stojana.

$$E_{c\sigma zs}(I_s, \gamma_s^s) = E_{c\sigma zs}(I_s, -\gamma_s^s), \qquad E_{c\sigma zs}(I_s, \gamma_s^s) = E_{c\sigma zs}(I_s, \gamma_s^s + \frac{\pi}{3}).$$
(5.38)

Rozwijając tę funkcję w szereg Fouriera otrzymuje się:

$$E_{c\sigma\,\dot{z}s}(I_s,\gamma_s^s) = \sum_{k=0,1,2,\dots} E_{c\,\sigma\,\dot{z}sk}(I_s)\cos(6k\gamma_s^s).$$
(5.39)

Uwzględniając natomiast zależność (5.3) dla prądów fazowych wirnika można napisać:

$$i_{r1}(I_r, -\gamma_r^r) = i_{rQ_r}(I_r, \gamma_r^r), \qquad i_{r1}(I_r, \gamma_r^r + \frac{2\pi p}{Q_r}) = i_{r2}(I_r, \gamma_r^r), \qquad (5.40)$$

$$i_{r2}(I_r, -\gamma_r^r) = i_{rQ_r-1}(I_r, \gamma_r^r), \qquad i_{r2}(I_r, \gamma_r^r + \frac{2\pi p}{Q_r}) = i_{r3}(I_r, \gamma_r^r), \qquad (5.41)$$

$$i_{rQ_r}(I_r, -\gamma_r^r) = i_{r2}(I_r, \gamma_r^r), \qquad i_{rQ_r}(I_r, \gamma_r^r + \frac{2\pi p}{Q_r}) = i_{r1}(I_r, \gamma_r^r).$$
(5.42)

Uwzględniając zależności (5.40) - (5.42) oraz strukturę modelu obliczeniowego można zauważyć, że funkcja koenergii magnetycznej pola rozproszenia żłobkowego wirnika jest funkcją okresową i parzystą względem argumentu fazora przestrzennego prądu wirnika.

$$E_{c\sigma\dot{z}r}(I_r,\gamma_r^r) = E_{c\sigma\dot{z}r}(I_r,-\gamma_r^r), \qquad E_{c\sigma\dot{z}r}(I_r,\gamma_r^r) = E_{c\sigma\dot{z}r}(I_r,\gamma_r^r + \frac{2\pi p}{Q_r}).$$
(5.43)

Rozwijajac te funkcję w szereg Fouriera otrzymuje się:

$$E_{c\sigma \dot{z}r}(I_r, \gamma_r^*) = \sum_{k=0,1,2..} E_{c\sigma \dot{z}rk}(I_r) \cos(\frac{Q_r}{p}k\gamma_r^r), \qquad (5.44)$$

gdzie:

 $E_{c\sigma zs}$, $E_{c\sigma zr}$ - koenergia pola magnetycznego rozproszenia żłobkowego stojana i wirnika

5.3.1. Wyniki obliczeń koenergii pola magnetycznego rozproszenia żłobkowego

Obliczenia koenergii pola magnetycznego rozproszenia żłobkowego stojana i wirnika przeprowadzono dla modeli obliczeniowych silnika indukcyjnego o mocy 1 500 W przedstawionych na rys. 5.1.

Na rysunku 5.2 przedstawiono przykładowe rozkłady izolinii wektorowego potencjału magnetycznego w stojanie i w wirniku obliczone dla dwóch argumentów fazora przestrzennego pradu stojana i wirnika.

Zaprezentowane na rysunku 5.2 obrazy linii pola magnetycznego potwierdzają okresowość koenergii pola magnetycznego. Z kolei na rys. 5.3 i 5.4 przedstawiono wykresy koenergii pola magnetycznego rozproszenia żłobkowego w funkcji argumentu fazora przestrzennego prądu stojana i argumentu fazora przestrzennego prądu wirnika dla dwóch wartości modułów fazora przestrzennego prądu stojana oraz prądu wirnika.

200



80

- Rys. 5.2. Rozkłady izolinii wektorowego potencjału magnetycznego dla dwóch argumentów fazora przestrzennego prądu stojana i wirnika
- Fig. 5.2. Distributions of the magnetic vector potential isolines for two arguments of the stator and rotor current space phasor



- Rys. 5.3. Koenergia pola rozproszenia żłobkowego stojana w funkcji argumentu fazora przestrzennego prądu stojana
- Fig. 5.3. Coenergy of the stator slot leakage field vs the space phasor argument of the stator current

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...



- Rys. 5.4. Wykresy konergii magnetycznej pola rozproszenia żłobkowego wirnika w funkcji argumentu fazora przestrzennego prądu wirnika
- Fig. 5.4. Magnetic coenergy of the rotor slot leakage field vs the space phasor argument of the rotor current

Z przedstawionych wykresów wynika, że z dobrą dokładnością można założyć, że koenergia pola rozproszenia żłobkowego stojana jest funkcją modułu fazora przestrzennego prądu stojana, a koenergia pola rozproszenia żłobkowego wirnika jest funkcją modułu fazora przestrzennego prądu wirnika.

$$E_{c\sigma \dot{z}s} = E_{c\sigma \dot{z}s}(I_s), \qquad \qquad E_{c\sigma \dot{z}r} = E_{c\sigma \dot{z}r}(I_r). \tag{5.45}$$

Uwzględniając powyższe wnioski na rys. 5.5 przedstawiono wykresy koenergii pola rozproszenia stojana i wirnika w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu stojana i wirnika.



- Rys. 5.5. Wykres koenergii pola rozproszenia żłobkowego stojana i wirnika w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu stojana, wirnika
- Fig. 5.5. Magnetic coenergy of the stator and rotor slot leakage field vs the space phasor module of the stator and rotor current

5.4. Fazory przestrzenne strumienia sprzężonego uzwojeń stojana i wirnika dla pola rozproszenia żłobkowego

Przyjmując, że koenergia pola magnetycznego rozproszenia żłobkowego stojana i wirnika zależy od modułu fazora przestrzennego odpowiednich prądów na podstawie zależności (5.30) i (5.31) można wyznaczyć fazory przestrzenne strumieni sprzężonych uzwojeń stojana i wirnika dla pola rozproszenia żłobkowego.

$$\underline{\Psi}^{s}_{\sigma zs} = \frac{\partial E_{c\sigma zs}(I_{s})}{\partial I_{s}} e^{j\gamma^{s}_{s}} = \Psi_{\sigma zs}(I_{s}) e^{j\gamma^{s}_{s}}, \qquad (5.45)$$

$$\underline{\Psi}_{\sigma \dot{z}r}^{r} = \frac{\partial E_{c\sigma \dot{z}r}(I_{r})}{\partial I_{r}} e^{j\gamma_{r}^{r}} = \Psi_{\sigma \dot{z}r}(I_{r}) e^{j\gamma_{r}^{r}}, \qquad (5.46)$$

gdzie:

 $\frac{\Psi_{\sigma zs}^{s}, \Psi_{\sigma zr}^{r}}{\Psi_{\sigma zs}(I_{s}), \Psi_{\sigma zr}(I_{r})}$

 fazory przestrzenne strumieni sprzężonych uzwojeń stojana i wirnika dla pola rozproszenia żłobkowego oraz syntetyczne charakterystyki strumienia sprzężonego pola rozproszenia żłobkowego stojana i wirnika.

Występujące we wzorach (5.45) - (5.46) funkcje $\Psi_{\sigma zs}(I_s)$, $\Psi_{\sigma zr}(I_r)$ można nazwać syntetycznymi charakterystykami strumienia sprzężonego uzwojeń stojana i wirnika dla pola rozproszenia żłobkowego, które w skrócie nazywać się będzie syntetycznymi charakterystykami strumienia sprzężonego pola rozproszenia żłobkowego stojana lub wirnika.

Na rysunku 5.6 przedstawiono wykresy syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych pola rozproszenia żłobkowego. Z przedstawionych poniżej wykresów wynika, że dla rozpatrywanych konstrukcji żłobków stojana i wirnika nasycenie magnetyczne rdzeni nie jest duże.





Fig. 5.6. Synthetic characteristic of the flux linkage of the stator and rotor slot leakage field



Rys. 5.7. Zmiana konstrukcji żłobka wirnika

construction

Fig. 5.7. Modification change of the rotor slot

Na rysunku 5.8 przedstawiono wykres koenergii pola magnetycznego rozproszenia żłobkowego wirnika oraz wykres syntetycznej charakterystyki strumienia sprzężonego tego pola przy zmienionej konstrukcji żłobka wirnika (rys. 5.7). Z przedstawionego wykresu można wnioskować o silniejszym nasyceniu magnetycznym rdzenia wirnika.



Rys. 5.8. Koenergia pola rozproszenia żłobkowego wirnika oraz syntetyczna charakterystyka strumienia sprzężonego dla zmienionej konstrukcji żłobka wirnika

Fig. 5.8. Coenergy of the rotor slot leakage field and flux linkage synthetic characteristic for the modified slot construction

5.5. Modele obliczeniowe maszyny indukcyjnej stosowane przy wyznaczaniu pola rozproszenia żłobkowego i szczelinowego

W monoharmonicznych modelach matematycznych maszyn elektrycznych prądu przemiennego pole magnetyczne wytworzone przez wyższe harmoniczne okładu prądowego uzwojeń stojana i wirnika zalicza się do pola rozproszenia szczelinowego [3, 8,12].

Linie pola magnetycznego rozproszenia szczelinowego stojana zamykają się wokół głowic zębów stojana, przechodzą także przez szczelinę powietrzną do wirnika i wnikają częściowo do zębów oraz żłobków wirnika, sprzęgają więc częściowo uzwojenia stojana i wirnika. Podobny przebieg mają linie pola magnetycznego rozproszenia szczelinowego wirnika.

Przebieg linii pola magnetycznego rozproszenia szczelinowego stojana i wirnika zależy nie tylko od sposobu rozmieszczenia uzwojeń stojana i wirnika wzdłuż obwodu maszyny, kształtu żłobków, grubości szczeliny roboczej, ale także od wzajemnego położenia żłobków stojana i wirnika, które zmienia się przy wirowaniu wirnika.

Wyznaczenie jedynie pola rozproszenia szczelinowego w maszynach elektrycznych przy uwzględnieniu nasycenia rdzeni jest trudne. W pracy przyjęto do rozważań modele obliczeniowe, w których występują łącznie pola rozproszenia żłobkowego i szczelinowego. W celu uproszczenia analizy stojan i wirnik w modelach obliczeniowych maszyny są względem siebie nieruchome. Rozpatrywane modele obliczeniowe przedstawiono na rys. 5.9.

W celu eliminacji pola magnetycznego głównego wytwarzanego przez podstawową harmoniczną rozkładu obwodowego okładu prądowego uzwojeń stojana lub uzwojeń wirnika, w szczelinie powietrznej umieszczono uzwojenie magnesujące w postaci łuski prądowej o rozłożeniu sinusoidalnym.

Przy obliczaniu pola rozproszenia żłobkowego i szczelinowego stojana przyjęto, że wypadkowy fazor przestrzenny prądu stojana oraz prądu w łusce prądowej jest równy zero. Podobnie, przy obliczaniu pola rozproszenia żłobkowego i szczelinowego wirnika przyjęto, że wypadkowy fazor przestrzenny prądu wirnika oraz łuski prądowej jest równy zero.

$$\underline{I}_{s} + \underline{I}_{ws} = 0, \qquad \underline{I}_{r} + \underline{I}_{wr} = 0, \qquad (5.47)$$

- fazor przestrzenny prądu magnesującego łuski prądowej stojana i wirnika.

gdzie:

84

 $I_{\rm HS}$, $I_{\rm W7}$



- Rys. 5.9. Modele obliczeniowe maszyny indukcyjnej stosowane do wyznaczenia pola rozproszenia szczelinowego stojana i wirnika
- Fig. 5.9. Computational models of induction machine used for computing the stator and rotor air-gap magnetic field

5.6. Właściwości fazorów przestrzennych strumieni sprzężonych uzwojeń stojana i wirnika dla pola rozproszenia żłobkowego i szczelinowego

Przyjmując, że w rozpatrywanych modelach obliczeniowych występuje kompensacja pola magnetycznego głównego, pole magnetyczne w tych modelach składa się z pola rozproszenia żłobkowego oraz szczelinowego stojana lub wirnika. Na rysunku 5.10 przedstawiono przykładowe rozkłady linii pola magnetycznego w rozpatrywanych modelach. Z obrazu linii pola magnetycznego wynika, że pole rozproszenia szczelinowego wnika do wirnika lub stojana.

Koenergia pola magnetycznego w rozpatrywanych modelach obliczeniowych jest w ogólnym przypadku zależna od modułu i argumentu fazora przestrzennego prądu stojana lub prądu wirnika. Przeprowadzone obliczenia pokazały, że koenergia pola magnetycznego zależy praktycznie od modułu fazora przestrzennego prądu stojana lub prądu wirnika. W konsekwencji fazory przestrzenne strumieni sprzężonych uzwojeń stojana i uzwojeń wirnika dla pola rozproszenia żłobkowego i szczelinowego wynoszą:

$$\underline{\Psi}^{s}_{\sigma\,ihs} = \frac{\partial E_{c\sigma\,ihs}(I_{s})}{\partial I_{s}} e^{j\gamma^{s}} = \Psi_{\sigma\,ihs}(I_{s}) e^{j\gamma^{s}}, \qquad (5.48)$$

$$\underline{\Psi}_{\sigma\,ihr}^{r} = \frac{\partial E_{c\sigma\,ihr}(I_{r})}{\partial I_{r}} e^{j\gamma_{r}^{r}} = \Psi_{\sigma\,ihr}(I_{r}) e^{j\gamma_{r}^{r}}, \qquad (5.49)$$

gdzie:

 $E_{c\sigma zhs}$, $E_{c\sigma zhr}$ - koenergia magnetyczna pola rozproszenia żłobkowego i szczelinowego stojana, wirnika,

 $\underline{\Psi}_{\sigma ihs}^{r}$, $\underline{\Psi}_{\sigma ihr}^{r}$ - fazor przestrzenny strumienia sprzężonego uzwojeń stojana, wirnika dla pola rozproszenia żłobkowego i szczelinowego,

 $\Psi_{\sigma \ ihs}(I_s), \Psi_{\sigma \ ihr}(I_r)$ - syntetyczna charakterystyka strumienia sprzężonego pola rozproszenia żłobkowego i szczelinowego stojana, wirnika.



Rys. 5.10. Linie pola magnetycznego rozproszenia żłobkowego i szczelinowego stojana i wirnika Fig. 5.10. Slot and air-gap leakage magnetic field of the of the stator and rotor

Na rysunku 5.11 przedstawiono wykresy koenergii pola magnetycznego rozproszenia żłobkowego i szczelinowego stojana i wirnika w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu stojana i prądu wirnika. Natomiast na rys. 5.12 przedstawiono wykresy syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych uzwojeń stojana i wirnika dla pola rozproszenia żłobkowego i szczelinowego.



- Rys. 5.11. Koenergia pola rozproszenia żłobkowego i szczelinowego stojana i wirnika w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu stojana i wirnika
- Fig. 5.11. Coenergy of the slot and air-gap leakage field of the stator and rotor vs the space phasor module of the stator and rotor current



Rys. 5.12. Syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych pola rozproszenia żłobkowego i szczelinowego stojana i wirnika

Fig. 5.12. Synthetic characteristics of the stator and rotor slot and air-gap leakage flux linkages

5.7. Fazory przestrzenne strumieni sprzężonych pola rozproszenia stojana i wirnika

Przeprowadzone dotychczas rozważania można uzupełnić przyjmując uproszczające założenie, że przy wyznaczeniu pól rozproszenia czół uzwojeń stojana i wirnika oraz pól rozproszenia spowodowanych skosem żłobków stojana lub wirnika można pominąć nasycenie magnetyczne rdzeni. W rezultacie fazory przestrzenne strumieni sprzężonych uzwojeń stojana i wirnika dla pól rozproszenia stojana lub wirnika mają postać:

$$\underline{\Psi}^{s}_{\sigma s} = \left(\Psi_{\sigma z h s}(I_{s}) + L_{\sigma c s} I_{s}\right) e^{j \gamma^{s}_{s}} = \Psi_{\sigma s}(I_{s}) e^{j \gamma^{s}_{s}}, \qquad (5.50)$$

$$\underline{\Psi}_{\sigma r}^{r} = \left(\Psi_{\sigma z h r}(I_{r}) + \left(L_{\sigma r} + L_{\sigma s r}\right)I_{r}\right) e^{j \gamma_{r}^{r}} = \Psi_{\sigma r}(I_{r}) e^{j \gamma_{r}^{r}}, \qquad (5.51)$$

w których:

 $L_{\sigma cs}$, $L_{\sigma cr}$, $L_{\sigma sr}$ - indukcyjności rozproszenia czół uzwojeń stojana, wirnika, indukcyjność rozproszenia spowodowana skosem żłobków, $\Psi_{\sigma s}(I_s)$, $\Psi_{\sigma r}(I_r)$ - syntetyczne charakterystyki strumienia sprzężonego pola rozproszenia stojana, wirnika.

Syntetyczne charakterystyki strumienia sprzężonego pola rozproszenia stojana i wirnika zależą tylko od modułów fazorów przestrzennych odpowiednich prądów, co pozwala przedstawić zależności (5.50) i (5.51) we wspólnym układzie współrzędnych (x, y).

$$\Psi_{\sigma,s} = \Psi_{\sigma,s}(I_s) e^{j\gamma_s} , \qquad (5.52)$$

$$\underline{\Psi}_{\sigma r} = \Psi_{\sigma r}(I_r) e^{j\gamma_r} , \qquad (5.53)$$

$$\gamma_s = \gamma_s^s - \vartheta_x, \qquad \gamma_r = \gamma_r^r - (\vartheta_x - \vartheta), \qquad (5.54)$$

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...

gdzie:

$\underline{\Psi}_{\sigma s}$, $\underline{\Psi}_{\sigma r}$ - fazory przestrzenne strumieni sprzężonych uzwojeń stojana, wirnika w układzie współrzędnych (x,y).

Zależności (5.52) i (5.53) pokazują, że przy przyjętych założeniach fazory przestrzenne strumieni sprzężonych uzwojeń stojana i wirnika dla pół rozproszenia stojana i wirnika w dowolnym układzie współrzędnych można określić za pomocą syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych pola rozproszenia stojana lub wirnika zależnych od modułów fazorów przestrzennych pradów stojana lub wirnika.

Właściwość ta ułatwia sformułowanie modeli matematycznych maszyn elektrycznych prądu przemiennego, które uwzględniają nasycenie magnetyczne rdzeni.

And a second sec

and a 1 k and a share of the second sec

6. INDUKCYJNOŚCI STATYCZNE I DYNAMICZNE MASZYN ELEKTRYCZNYCH PRĄDU PRZEMIENNEGO. SPRZĘŻENIE SKROŚNE STATYCZNE I DYNAMICZNE

Przy formułowaniu równań różniczkowych napięciowo-prądowych maszyn elektrycznych prądu przemiennego zachodzi potrzeba obliczenia pochodnych względem czasu strumieni sprzeżonych uzwojeń maszyn dla pola magnetycznego głównego i dla pól rozproszenia oraz wyrażenia tych pochodnych za pośrednictwem pochodnych względem czasu odpowiednich prądów. W tym celu wprowadza się do rozważań parametry maszyny zwane indukcyjnościami dynamicznymi. Równocześnie także często strumieni sprzeżone uzwojeń wyraża sie za pośrednictwem odpowiednich prądów oraz nieliniowych współczynników mających wymiar indukcyjności i nazywanych indukcyjnościami statycznymi. Jeśli w rozważaniach nie uwzględnia się nasycenia magnetycznego rdzeni, indukcyjności statyczne i dynamiczne sa sobie równe oraz stałe. Pochodne strumieni sprzężonych oraz strumienie sprzężone można określić dla uzwojeń fazowych stojana i wirnika otrzymując wówczas zbiór indukcyjności statycznych i dynamicznych tych uzwojeń. Pochodne strumieni sprzężonych oraz strumienie sprzeżone można także określić dla odpowiednich składowych osiowych fazorów przestrzennych strumieni sprzężonych, otrzymując wówczas zbiór indukcyjności statycznych i dynamicznych maszyny w odpowiednich osiach układów współrzędnych. Indukcyjności dynamiczne i statyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego w dwuosiowych układach współrzędnych będą przedmiotem rozważań w dalszej cześci pracy.

Fazory przestrzenne strumieni sprzężonych pola głównego i pola rozproszenia stojana i wirnika oraz ich składowe osiowych mają następujące postaci:

• dla maszyny synchronicznej

$$\underline{\Psi}_{m} = \underline{\Psi}_{m}(I_{m}, \gamma_{m}) = \Psi_{md}(I_{m}, \gamma_{m}) + j \Psi_{mq}(I_{m}, \gamma_{m}), \qquad (6.1)$$

$$\underline{\Psi}_{\sigma s} = \underline{\Psi}_{\sigma s}(I_s, \gamma_s) = \Psi_{\sigma sd}(I_s, \gamma_s) + j \Psi_{\sigma sq}(I_s, \gamma_s), \qquad (6.2)$$

• dla maszyny asynchronicznej

$$\underline{\Psi}_{m} = \underline{\Psi}_{m}(I_{m}, \gamma_{m}) = \Psi_{mx}(I_{m}, \gamma_{m}) + j \Psi_{my}(I_{m}, \gamma_{m}), \qquad (6.3)$$

$$\underline{\Psi}_{\sigma s} = \underline{\Psi}_{\sigma s}(I_s, \gamma_s) = \Psi_{\sigma ss}(I_s, \gamma_s) + j \Psi_{\sigma sv}(I_s, \gamma_s), \qquad (6.4)$$

$$\underline{\Psi}_{\sigma r} = \underline{\Psi}_{\sigma r}(I_r, \gamma_r) = \Psi_{\sigma rx}(I_r, \gamma_r) + j \Psi_{\sigma ry}(I_r, \gamma_r).$$
(6.5)

Z uwagi na podobną strukturę przedstawionych relacji w dalszej części pracy w sposób szczegółowy wyprowadzone zostaną zależności określające indukcyjności statyczne i dynamiczne związane z polem głównym maszyny synchronicznej, natomiast dla indukcyjności dynamicznych i statycznych związanych z polami rozproszenia podane zostaną ostateczne wzory.

6.1. Indukcyjności magnesujące statyczne maszyny synchronicznej. Sprzężenie skrośne statyczne

Podobnie jak dla liniowych obwodów elektrycznych, składowe osiowe d i q fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego można wyrazić za pomocą nieliniowego układu równań algebraicznych zapisanego w postaci macierzowej:

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...

$$\begin{vmatrix} \Psi_{md} \\ \Psi_{mg} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} L_{mdd}(I_m, \gamma_m) & L_{mdg}(I_m, \gamma_m) & I_{md} \\ L_{mgd}(I_m, \gamma_m) & L_{mgg}(I_m, \gamma_m) & I_{mg} \end{vmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_{md} \\ \Psi_{mq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{mdd}(I_{md}, I_{mq}) & L_{mdq}(I_{md}, I_{mq}) \\ L_{mqd}(I_{md}, I_{mq}) & L_{mqq}(I_{md}, I_{mq}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{md} \\ I_{mq} \end{bmatrix},$$
(6.7)

gdzie:

 L_{mdd} , L_{mqg} , L_{mdg} , L_{mqd} - indukcyjności statyczne magnesujące w osiach d i q maszyny.

W równaniach tych nieliniowe współczynniki wiążące składowe osiowe fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego z odpowiednimi składowymi osiowymi fazora przestrzennego prądu magnesującego noszą nazwę indukcyjności magnesujących statycznych, zwanych niekiedy także indukcyjnościami nasyconymi bądź nieliniowymi [11, 28].

Indukcyjności statyczne są nieliniowymi funkcjami modułu i argumentu fazora przestrzennego prądu magnesującego lub też jego składowych osiowych i nie można ich określić jednoznacznie na podstawie sformułowanego wyżej układu równań, ponieważ liczba niewiadomych przewyższa liczbę równań [11, 28]. Jednoznaczne określenie indukcyjności statycznych wymaga sformułowania dodatkowych warunków, które można przyjąć w sposób arbitralny. W konsekwencji indukcyjności statyczne mogą przyjmować różną postać oraz wartości, dlatego też wykorzystując indukcyjności statyczne należy sprecyzować warunki, dla których indukcyjności określono.

W pracy rozpatrzono dwa typy indukcyjności statycznych magnesujących:

 $L_{mda}(I_m, \gamma_m) = L_{mad}(I_m, \gamma_m) = 0,$

• indukcyjności statyczne magnesujące główne przyjmując, że

stąd

$$\Psi_{md}(I_m, \gamma_m) = L_{mdd}(I_m, \gamma_m) = \frac{\Psi_{md}(I_m, \gamma_m)}{I_m} = \frac{\Psi_{md}(I_m, \gamma_m)}{I_m \cos(\gamma_m)},$$
(6.9)

$$L_{mq}(I_m, \gamma_m) = L_{mqq}(I_m, \gamma_m) = \frac{\Psi_{mq}(I_m, \gamma_m)}{I_{mq}} = \frac{\Psi_{mq}(I_m, \gamma_m)}{I_m \sin(\gamma_m)},$$
(6.10)

- indukcyjności statyczne magnesujące wyrażające skrośne sprzężenie magnetyczne przyjmując, że:
 - indukcyjności statyczne magnesujące własne

$$L_{mdd}(I_{md}) = \frac{\Psi_{md}(I_{md})}{I_{md}}, \qquad \qquad L_{mqq}(I_{mq}) = \frac{\Psi_{mq}(I_{mq})}{I_{mq}}, \qquad (6.11)$$

indukcyjności statyczne magnesujące wzajemne

$$L_{mdq}(I_{md}, I_{mq}) = \frac{\Delta \Psi_{md}(I_{md}, I_{mq})}{I_{mq}} = \frac{\Psi_{md}(I_{md}, I_{mq}) - \Psi_{md}(I_{md})}{I_{mq}}, \qquad (6.12)$$

89

(6.6)

(6.8)

lub

$$L_{mgd}(I_{md}, I_{mq}) = \frac{\Delta \Psi_{mq}(I_{md}, I_{mq})}{I_{md}} = \frac{\Psi_{mq}(I_{md}, I_{mq}) - \Psi_{mq}(I_{mq})}{I_{md}}.$$
(6.13)



Rys. 6.1. Ilustracja skrośnego statycznego sprzężenia magnetycznego uzwojeń
Fig. 6.1. Illustration of the static cross-coupling of windings

Indukcyjności magnesujące statyczne wzajemne określają dodatkowe strumienie sprzężone zastępczego uzwojenia magnesujacego dla pola głównego w jednej osi, spowodowane występowaniem pradu w uzwojeniu magnesującym drugiej osi. To zjawisko dodatkowego sprzężenia magnetycznego zastępczych uzwojeń magnesujacych nosi nazwę skrośnego statycznego sprzężenia magnetycznego (static cross-coupling) [129], [227, 232]. Skrośne statyczne sprzeżenie magnetyczne spowodowane jest nasyceniem magnetycznym rdzeni maszyny. Sprzężenie to nie występuje, gdy charakterystyki magnesowania materiałów rdzeni są liniowe. Na rysunku 6.1 przedstawiono zastępcze uzwojenia magnesujące w osi d i q maszyny oraz w sposób symboliczny skrośne statyczne sprzężenia magnetyczne tych uzwojeń.

Na rysunku 6.2 przedstawiono wyniki obliczeń składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego zastępczych uzwojeń magnesujących turbogeneratora dla pola głównego. Do obliczeń wykorzystano syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych $\Psi_{md,q1}, \Psi_{md,q3}$ przedstawione w rozdziale 4.2.2. Na rysunku 6.2 pokazano w jaki sposób zmieniają się charakterystyki składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego, gdy występuje prąd w drugim zastępczym uzwojeniu magnesującym.





Przedstawione wykresy wskazują na występowanie skrośnego statycznego sprzężenia magnetycznego zastępczych uzwojeń magnesujących. Strumień sprzężony każdego zastępczego uzwojenia zależy nie tylko od wartości prądu tego uzwojenia, ale także od wartości prądu w drugim uzwojeniu. Występowanie prądu w drugim uzwojeniu powoduje zmniejszenie strumienia sprzężonego w rozpatrywanym uzwojeniu. Na rysunku 6.3 pokazano różnice strumieni sprzężonych zastępczych uzwojeń magnesujących spowodowane występowaniem prądu w drugim uzwojeniu.



Rys. 6.3. Różnice składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego w jednej osi spowodowane występowaniem prądu w zastępczym uzwojeniu drugiej osi

Fig. 6.3. Differences of the axis components of the main flux linkage space phasor in one axis caused by the current flow in the equivalent winding of the other axis

Zdefiniowane wyżej indukcyjności statyczne wyznaczyć można wprost z charakterystyk strumieni sprzężonych w osi d i q bądź też korzystając z syntetycznych charakterystyk. W tym drugim przypadku statyczne indukcyjności magnesujące określone są w następujący sposób:

indukcyjności magnesujące statyczne główne

$$L_{md}(I_m, \gamma_m) = \sum_{i=1,3,\dots} \frac{\Psi_{mdi}(I_m)}{I_m} \cdot \frac{\cos(i\gamma_m)}{\cos(\gamma_m)} = \sum_{i=1,3,\dots} L_{mdi}(I_m) \frac{\cos(i\gamma_m)}{\cos(\gamma_m)}, \quad (6.14)$$

$$L_{mq}(I_m, \gamma_m) = \sum_{i=1,3,\dots} \frac{\Psi_{mqi}(I_m)}{I_m} \cdot \frac{\sin(i\gamma_m)}{\sin(\gamma_m)} = \sum_{i=1,3,\dots} L_{mqi}(I_m) \frac{\sin(i\gamma_m)}{\sin(\gamma_m)}, \quad (6.15)$$

indukcyjności statyczne wyrażające skrośne statyczne sprzężenie magnetyczne

$$L_{mdd}(I_{md}) = \sum_{i=1,3,\dots} \frac{\Psi_{mdi}(I_{md})}{I_{md}}, \qquad L_{mdd}(I_{mq}) = \sum_{i=1,3,\dots} \frac{\Psi_{mdi}(I_{mq})\sin(i\frac{\pi}{2})}{I_{mq}}, \qquad (6.16)$$

$$L_{mdq}(I_m, \gamma_m) = \sum_{i=1,3,\dots} \frac{\Psi_{mdi}(I_m)}{I_m} \cdot \frac{\cos(i\gamma_m)}{\sin(\gamma_m)} - L_{mdd}(I_{md})\operatorname{ctg}(\gamma_m), \qquad (6.17)$$

$$L_{mqd}(I_m, \gamma_m) = \sum_{i=1,3,\dots} \frac{\Psi_{mqi}(I_m)}{I_m} \cdot \frac{\sin(i\gamma_m)}{\cos(\gamma_m)} - L_{mqq}(I_{mq}) \operatorname{tg}(\gamma_m).$$
(6.18)

90

0.9

1.2

1.2

Wyznaczone za pomocą syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych indukcyjności magnesujące statyczne główne turbogeneratora przedstawiono na rysunku 6.4.



Rys. 6.4. Indukcyjności magnesujące statyczne główne turbogeneratora Fig. 6.4. Main static magnetizing inductances of turbogenerator

Na rysunku 6.5 przedstawiono indukcyjności magnesujące statyczne własne i wzajemne uwzględniające skrośne sprzężenie magnetyczne



Rys. 6.5. Indukcyjności magnesujące statyczne własne i wzajemne Fig. 6.5. Self- and mutual static magnetizing inductances

6.2. Indukcyjności magnesujące dynamiczne maszyny synchronicznej. Sprzężenie skrośne dynamiczne

W stanach nieustalonych moduł jak i argument fazora przestrzennego prądu magnesującego są funkcjami czasu, stąd pochodne składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego względem czasu wynoszą:

$$\frac{\mathrm{d}\,\Psi_{md}}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial\Psi_{md}(I_m,\gamma_m)}{\partial I_m}\frac{\mathrm{d}I_m}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial\Psi_{md}(I_m,\gamma_m)}{\partial\gamma_m}\frac{\mathrm{d}\gamma_m}{\mathrm{d}t},\tag{6.19}$$

$$\frac{\mathrm{d}\,\Psi_{mq}}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial\Psi_{mq}(I_m,\gamma_m)}{\partial I_m}\frac{\mathrm{d}I_m}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial\Psi_{mq}(I_m,\gamma_m)}{\partial\gamma_m}\frac{\mathrm{d}\gamma_m}{\mathrm{d}t} \,. \tag{6.20}$$

Uwzględniając, że:

$$\underline{I}_m = I_m \mathrm{e}^{\mathrm{j}\gamma_m} , \qquad \underline{I}_m^* = I_m \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\gamma_m} , \qquad (6.21)$$

$$\frac{\mathrm{d}I_m}{\mathrm{d}t} = \mathrm{Re}\left\{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\gamma_m} \frac{\mathrm{d}\underline{I}_m}{\mathrm{d}t}\right\}, \qquad \qquad \frac{\mathrm{d}\gamma_m}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{I_m}\mathrm{Im}\left\{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\gamma_m} \frac{\mathrm{d}\underline{I}_m}{\mathrm{d}t}\right\}, \qquad (6.22)$$

zależności (6.19-20) można zapisać w postaci macierzowej:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \Psi_{md} \\ \Psi_{mq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{Dmd}(I_m, \gamma_m) & L_{Dmdq}(I_m, \gamma_m) \\ L_{Dmqd}(I_m, \gamma_m) & L_{Dmq}(I_m, \gamma_m) \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{md} \\ I_{mq} \end{bmatrix},$$
(6.23)

w której:

$$L_{Dmd}(I_m, \gamma_m) = \frac{\partial \Psi_{md}(I_m, \gamma_m)}{\partial I_m} \cos(\gamma_m) - \frac{1}{I_m} \frac{\partial \Psi_{md}(I_m, \gamma_m)}{\partial \gamma_m} \sin(\gamma_m), \qquad (6.24)$$

$$L_{Dmq}(I_m, \gamma_m) = \frac{\partial \Psi_{mq}(I_m, \gamma_m)}{\partial I_m} \sin(\gamma_m) + \frac{1}{I_m} \frac{\partial \Psi_{mq}(I_m, \gamma_m)}{\partial \gamma_m} \cos(\gamma_m), \qquad (6.25)$$

$$L_{Dmdq}(I_m, \gamma_m) = \frac{\partial \Psi_{md}(I_m, \gamma_m)}{\partial I_m} \sin(\gamma_m) + \frac{1}{I_m} \frac{\partial \Psi_{md}(I_m, \gamma_m)}{\partial \gamma_m} \cos(\gamma_m), \qquad (6.26)$$

$$L_{Dmqd}(I_m, \gamma_m) = \frac{\partial \Psi_{mq}(I_m, \gamma_m)}{\partial I_m} \cos(\gamma_m) - \frac{1}{I_m} \frac{\partial \Psi_{mq}(I_m, \gamma_m)}{\partial \gamma_m} \sin(\gamma_m), \qquad (6.27)$$

gdzie:

- indukcyjności magnesujące dynamiczne własne i wzajemne. L_{Dmd}, L_{Dmg} L_{Dmdg}, L_{Dmgd}

Aproksymując charakterystyki składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego za pomocą charakterystyk syntetycznych otrzymuje się:

$$\mathcal{L}_{Dmd}(I_m, \gamma_m) = \sum_{i=1,3,\dots} \left(\frac{\mathrm{d} \, \Psi_{mdi}(I_m)}{\mathrm{d} I_m} \cos(i\gamma_m) \cos(\gamma_m) + i \frac{\Psi_{mdi}(I_m)}{I_m} \sin(i\gamma_m) \sin(\gamma_m) \right), \tag{6.28}$$

$$L_{Dmq}(I_m, \gamma_m) = \sum_{i=1,3,\dots} \left(\frac{\mathrm{d} \Psi_{mqi}(I_m)}{\mathrm{d} I_m} \sin(i\gamma_m) \sin(\gamma_m) + i \frac{\Psi_{mqi}(I_m)}{I_m} \cos(i\gamma_m) \cos(\gamma_m) \right), \tag{6.29}$$

$$L_{Dmdq}(I_m, \gamma_m) = \sum_{i=1,3,\dots} \left(\frac{\mathrm{d} \Psi_{mdi}(I_m)}{\mathrm{d} I_m} \cos(i\gamma_m) \sin(\gamma_m) - i \frac{\Psi_{mdi}(I_m)}{I_m} \sin(i\gamma_m) \cos(\gamma_m) \right), \tag{6.30}$$

$$L_{Dmqd}(I_m, \gamma_m) = \sum_{i=1,3,\dots} \left(\frac{\mathrm{d} \, \Psi_{mqi}(I_m)}{\mathrm{d} I_m} \mathrm{sin}(i\gamma_m) \cos(\gamma_m) - i \frac{\Psi_{mqi}(I_m)}{I_m} \cos(i\gamma_m) \mathrm{sin}(\gamma_m) \right). \tag{6.31}$$

W przypadku gdy charakterystyki składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego aproksymuje się tylko za pomocą jednej w każdej osi syntetycznej, charakterystyki strumienia sprzężonego wyrażenia na indukcyjności dynamiczne magnesujące ulegają uproszczeniu.

$$L_{Dmd}(I_m, \gamma_m) = \frac{d\Psi_{md1}(I_m)}{dI_m} \cos^2(\gamma_m) + \frac{\Psi_{md1}(I_m)}{I_m} \sin^2(\gamma_m), \qquad (6.32)$$

$$\mathcal{L}_{Dmq}(I_m, \gamma_m) = \frac{\mathrm{d}\,\mathcal{\Psi}_{mq1}(I_m)}{\mathrm{d}I_m} \sin^2(\gamma_m) + \frac{\mathcal{\Psi}_{mq1}(I_m)}{I_m} \cos^2(\gamma_m), \qquad (6.33)$$

$$L_{Dmdq}(I_m, \gamma_m) = \frac{1}{2} \left(\frac{\mathrm{d} \, \Psi_{md1}(I_m)}{\mathrm{d} I_m} - \frac{\Psi_{md1}(I_m)}{I_m} \right) \sin(2\gamma_m) \,, \tag{6.34}$$

$$L_{Dmgd}(I_m, \gamma_m) = \frac{1}{2} \left(\frac{\mathrm{d} \, \Psi_{mq1}(I_m)}{\mathrm{d} I_m} - \frac{\Psi_{mq1}(I_m)}{I_m} \right) \sin(2\gamma_m) \,. \tag{6.35}$$

Na rysunku 6.6 przedstawiono wykresy indukcyjności magnesujących dynamicznych własnych i wzajemnych turbogeneratora w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego przy parametrycznie zmiennym jego argumencie. Obliczenia wykonano przyjmując jako syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych pola głównego turbogeneratora charakterystyki $\Psi_{md,g1}, \Psi_{md,g3}$, przedstawione w rozdziale 4.2.2.

L_{Dmd}(I_{md}, I_{mq}) Rys. 6.7. Ilustracja skrośnego sprzężenia

Londa (Ind Ing)

Fig. 6.6. Self and mutual dynamic magnetizing inductances of turbogenerator

dynamicznego uzwojeń Fig. 6.7. Illustration of the dynamic cross coupling of windings

 $\frac{d \left[\Psi_{md} \right]}{dt \left[\Psi_{mq} \right]} = \begin{bmatrix} L_{Dmd} & L_{Dmdq} \\ L_{Dmdq} & L_{Dmq} \end{bmatrix} \frac{d \left[I_{md} \right]}{dt \left[I_{mq} \right]}$

Indukcyjności magnesujące dynamiczne wzajemne powodują dodatkowe skrośne dynamiczne sprzężenie magnetyczne zastępczych uzwojeń magnesujących w osi dią maszyny. Skrośne sprzężenie dynamiczne [155] podobnie jak skrośne sprzężenie statyczne nie występuje, gdy właściwości magnetyczne materiałów tworzących rdzenie są liniowe. Skrośne powoduje sprzeżenie dynamiczne dodatkową zmianę pochodnej względem czasu strumienia sprzężonego zastępczego uzwojenia magnesującego w jednej osi spowodowaną pochodną względem czasu występującego w zastępczym prądu uzwojeniu magnesującym w drugiej osi, Występowanie skrośnego sprzężenia uzwojeń symbolicznie dynamicznego przedstawiono na rys. 6.7.



Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...

Przedstawione dotychczas zależności dotyczyły maszyny synchronicznej. Podobne wyrażenia można przedstawić także dla maszyny indukcyjnej.

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \Psi_{mx} \\ \Psi_{my} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{Dmx}(I_m, \gamma_m) & L_{Dmxy}(I_m, \gamma_m) \\ L_{Dmyx}(I_m, \gamma_m) & L_{Dmy}(I_m, \gamma_m) \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{mx} \\ I_{my} \end{bmatrix},$$
(6.36)

przy czym indukcyjności magnesujące dynamiczne maszyny indukcyjnej mają postać:

$$L_{Dmx}(I_m, \gamma_m) = L_{Dm}(I_m)\cos^2(\gamma_m) + L_m(I_m)\sin^2(\gamma_m), \qquad (6.37)$$

$$L_{Dmy}(I_m, \gamma_m) = L_{Dm}(I_m)\sin^2(\gamma_m) + L_m(I_m)\cos^2(\gamma_m),$$
(6.38)

$$L_{Dmxy}(I_m, \gamma_m) = \frac{1}{2} (L_{Dm}(I_m) - L_m(I_m)) \sin(2\gamma_m) = L_{Dmyx}(I_m, \gamma_m), \qquad (6.39)$$

gdzie:

$$\mathcal{L}_{Dm}(I_m) = \frac{\partial \Psi_m(I_m)}{\partial I_m} \,. \tag{6.40}$$

Uwzględniając, że fazor przestrzenny strumienia sprzężonego pola głównego można przedstawić w postaci:

$$\underline{\Psi}_{m} = \Psi_{m}(I_{m})e^{j\gamma_{m}} = \frac{\Psi_{m}(I_{m})}{I_{m}}\underline{I}_{m} = L_{m}(I_{m})\underline{I}_{m}, \qquad (6.41)$$

a nieliniowy współczynnik $L_m(I_m)$ można nazwać indukcyjnością magnesującą statyczną, składowe osiowe fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego wynoszą:

$$\begin{bmatrix} \Psi_{mx} \\ \Psi_{my} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_m(I_m) & 0 \\ 0 & L_m(I_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{mx} \\ I_{my} \end{bmatrix}.$$
(6.42)

Postępując w podobny sposób dla fazorów przestrzennych strumieni sprzężonych pola rozproszenia stojana i wirnika można napisać zależności na indukcyjności dynamiczne i statyczne rozproszenia stojana i wirnika:

• indukcyjności dynamiczne rozproszenia stojana

$$L_{D_{\text{COXX}}}(I_s, \gamma_s) = L_{D_{\text{COX}}}(I_s) \cos^2(\gamma_s) + L_{\text{COX}}(I_s) \sin^2(\gamma_s),$$

$$L_{D_{\text{COXY}}}(I_s, \gamma_s) = L_{D_{\text{COX}}}(I_s) \sin^2(\gamma_s) + L_{\text{COX}}(I_s) \cos^2(\gamma_s),$$

$$L_{D_{\text{COXY}}}(I_s, \gamma_s) = \frac{1}{2} \left(L_{D_{\text{COX}}}(I_s) - L_{\text{COX}}(I_s) \right) \sin(2\gamma_s) = L_{D_{\text{COXYX}}}(I_s, \gamma_s),$$
(6.43)

• indukcyjności dynamiczne rozproszenia wirnika (sprowadzone na stronę stojana)

$$L_{D\sigmarx}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet},\gamma_{r}) = L_{D\sigmar}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet})\cos^{2}(\gamma_{r}) + L_{\sigma r}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet})\sin^{2}(\gamma_{r}),$$

$$L_{D\sigmary}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet},\gamma_{r}) = L_{D\sigma r}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet})\sin^{2}(\gamma_{r}) + L_{\sigma r}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet})\cos^{2}(\gamma_{r}),$$

$$L_{D\sigmarxy}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet},\gamma_{r}) = \frac{1}{2} \Big(L_{D\sigma r}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet}) - L_{\sigma r}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet}) \Big) \sin(2\gamma_{r}) = L_{D\sigma ryx}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet},\gamma_{r}),$$
(6.44)

gdzie:

$$L_{D\sigma s}(I_s) = \frac{\partial \Psi_{\sigma s}(I_s)}{\partial I_s}, \qquad \qquad L_{D\sigma r}^{\bullet}(I_r^{\bullet}) = \frac{\partial \Psi_{\sigma r}^{\bullet}(I_r^{\bullet})}{\partial I_r^{\bullet}}, \qquad (6.45)$$

indukcyjności statyczne rozproszenia stojana i wirnika

$$L_{\sigma s}(I_s) = \frac{\Psi_{\sigma s}(I_s)}{I_s}, \qquad L^{\bullet}_{\sigma r}(I_r^{\bullet}) = \frac{\Psi_{r}^{\bullet}(I_r^{\bullet})}{I_r^{\bullet}}. \tag{6.46}$$

Indukcyjności magnesujące i rozproszenia statyczne oraz dynamiczne można wyznaczyć za pomocą odpowiednich syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych. Dla maszyny indukcyjnej o mocy znamionowej 3 kW syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych pola głównego oraz pola rozproszenia stojana przedstawiono na rysunku 6.8.



- Rys. 6.8. Charakterystyki syntetyczne strumienia sprzężonego pola głównego i pola rozproszenia stojana maszyny indukcyjnej
- Fig. 6.8. Synthetic characteristics of the main and stator leakage flux linkage of the induction machine

Syntetyczne charakterystyki aproksymowano funkcjami przedstawionymi w rozdziale 8 i za ich pomocą wyznaczono indukcyjności statyczne i dynamiczne dla pola głównego i pola rozproszenia.

Na rysunku 6.9 przedstawiono wykresy indukcyjności statycznych maszyny dla pola głównego i pola rozproszenia stojana w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego i prądu stojana.

97



Rys. 6.9. Indukcyjności statyczne magnesujące i indukcyjności statyczne rozproszenia stojana Fig. 6.9. Static magnetizing and leakage inductances of the stator

Na rysunku 6.10 przedstawiono przykładowe wykresy indukcyjności dynamicznych maszyny dla pola głównego i pola rozproszenia w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego i prądu stojana przy parametrycznie zmiennych ich argumentach.



Rys. 6.10. Indukcyjności dynamiczne magnesujące i indukcyjności dynamiczne rozproszenia stojana Fig. 6.10. Dynamic magnetizing and leakage inductances of the stator

Przedstawione powyżej zależności określające parametry elektromagnetyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego – indukcyjności statyczne i dynamiczne zależne od stanu nasycenia rdzeni magnetycznych zostaną wykorzystane przy formułowaniu modeli matematycznych maszyn elektrycznych prądu przemiennego.

7. MODELE MATEMATYCZNE MASZYN ASYNCHRONICZNYCH UWZGLĘDNIAJĄCE NASYCENIE MAGNETYCZNE RDZENI

7.1. Wprowadzenie

Jerzy Kudla

Modele matematyczne maszyn elektrycznych w naturalny sposób formułuje się we współrzędnych fazowych, następnie stosując odpowiednie założenia i transformacje [18, 23, 24, 28] równania tworzące modele przekształca się do prostszych postaci, które łatwiej można rozwiązać i analizować.

W taki sam sposób opracowane zostaną także modele matematyczne maszyn asynchronicznych uwzględniające nasycenie magnetyczne rdzeni.

W pracy zostaną sformułowane modele matematyczne maszyn asynchronicznych o wirniku pierścieniowym, klatkowym zwykłym, w którym można pominąć zjawisko wypierania prądu w prętach wirnika oraz klatkowym głębokożłobkowym, w którym zjawisko to należy uwzględnić.

Przy formułowaniu równań wymienionych maszyn przyjęto następujące założenia:

- Charakterystyki magnesowania rdzeni magnetycznych stojana i wirnika są nieliniowe i jednoznaczne.
- Wypadkowe pole magnetyczne w maszynie jest sumą pola głównego oraz pola rozproszenia stojana i wirnika.
- Pole magnetyczne główne oraz pola rozproszenia stojana i wirnika magnesują w sposób niezależny rdzenie maszyny.
- Uzwojenia stojana i wirnika są symetryczne.
- Uzwojenia stojana i wirnika są ze sobą sprzężone przez podstawową harmoniczną rozkładu obwodowego składowej promieniowej indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej maszyny.
- Prądy fazowe stojana i wirnika są określone jednoznacznie za pomocą fazorów przestrzennych odpowiednich prądów.
- Strumienie sprzężone uzwojeń stojana i wirnika (sprowadzone na stronę stojana) dla pola magnetycznego głównego są określone w jednoznaczny sposób przez fazor przestrzenny strumienia sprzężonego pola głównego.
- Strumienie sprzężone uzwojeń stojana dla pola rozproszenia stojana są określone jednoznacznie przez fazor przestrzenny strumienia sprzężonego pola rozproszenia stojana.
- Strumienie sprzężone uzwojeń wirnika dla pola rozproszenia wirnika są określone jednoznacznie przez fazor przestrzenny strumienia sprzężonego pola rozproszenia wirnika.
- Moduły fazorów przestrzennych strumieni sprzężonych pola głównego, pola rozproszenia stojana oraz pola rozproszenia wirnika są funkcjami nieliniowymi modułów fazorów przestrzennych odpowiednich prądów: prądu magnesującego, prądu stojana i prądu wirnika.
- Argumenty wymienionych fazorów przestrzennych strumieni sprzężonych są równe argumentom fazorów przestrzennych odpowiednich prądów: prądu magnesującego, prądu stojana i prądu wirnika.

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...

7.2. Równania maszyn asynchronicznych we współrzędnych fazowych

Równania opisujące stany elektrodynamiczne nieustalone maszyn asynchronicznych wyrażone we współrzędnych fazowych składają się z:

- układu równań napięciowych stojana i wirnika,
- układu równań strumieni sprzężonych uzwojeń stojana i wirnika,
- równania ruchu.

W pracy wymienione równania zostaną wyprowadzone przyjmując, że uzwojenia wirnika sprowadzono na stronę stojana według wzoru:

$$u_r^* = n_{sr}u_r^*, \qquad \Psi_r^* = n_{sr}\Psi_r^*, \qquad i_r^* = \frac{i_r}{n_{rr}}^*, \qquad P_r^* = n_{sr}^2 P_r^*,$$
(7.1)

gdzie:

- $n_{sr} = \sqrt{\frac{m_s}{m_r} \frac{N_s k_{ws}}{N_r k_{wr}}}$ przekładnia między stojanem a wirnikiem,
- u_{r}^{\bullet} chwilowe napięcie wirnika sprowadzone na stronę stojana,
- i chwilowy prąd wirnika sprowadzony na stronę stojana,
- " chwilowy strumień sprzężony uzwojenia wirnika sprowadzony na stronę stojana,
- P. dowolny parametr skupiony wirnika sprowadzony na stronę stojana.

7.2.1. Równania napięciowe stojana i wirnika

W stojanie maszyn asynchronicznych występuje 3-fazowe symetryczne uzwojenie (rys. 7.1). Równania napięciowe uzwojeń stojana mają postać:

$$u_{sk} = R_s i_{sk} + \frac{\mathrm{d} \, \Psi_{msk}}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d} \, \Psi_{msk}}{\mathrm{d}t}, \qquad k \in (1, 2, 3), \tag{7.2}$$

gdzie:

 u_{sk} , i_{sk} - chwilowe napięcia i prądy fazowe stojana,

 Ψ_{msk} , Ψ_{osk} - chwilowe strumienie sprzężone uzwojeń stojana dla pola głównego oraz dla pola rozproszenia stojana,

R_s - rezystancja uzwojenia stojana.

W wirniku pierścieniowym maszyny asynchronicznej występuje także 3-fazowe symetryczne uzwojenie. W konsekwencji równania napięciowe wirnika sprowadzone na stronę stojana mają postać:

$$u_{rl}^{*} = R_{r}^{*} i_{rl}^{*} + \frac{\mathrm{d} \Psi_{mrl}^{*}}{\mathrm{d} t} + \frac{\mathrm{d} \Psi_{mrl}^{*}}{\mathrm{d} t}, \qquad l \in (1, 2, 3),$$
(7.3)

gdzie:

- u_{rl}^{*} , i_{rl}^{*} chwilowe napięcia i prądy fazowe wirnika sprowadzone na stronę stojana,
- Ψ_{mrl}^* , Ψ_{orl}^* chwilowe strumienie sprzężone uzwojeń wirnika dla pola głównego, dla pola rozproszenia wirnika sprowadzone na stronę stojana,

R[•] - rezystancja uzwojenia wirnika sprowadzona na stronę stojana.



Rys. 7.1. Schemat ideowy uzwojeń stojana i wirnika maszyny pierścieniowej Fig. 7.1. Schematic diagram of slip-ring machine stator and rotor windings

W wirniku klatkowym maszyny indukcyjnej pręty wirnika są połączone ze sobą galwanicznie za pomocą segmentów pierścieni zwierających, tworząc zamknięte obwody elektryczne (rysunek 7.2).





Rys. 7.2. Schemat ideowy uzwojeń wirnika klatkowego Fig. 7.2. Schematic diagram of squirrel-cage rotor windings

Równania napięciowe utworzonych w ten sposób oczek można określić obierając jako prądy fazowe: prądy oczkowe oraz prąd płynący w oczku utworzonym przez jeden z pierścieni zwierających. Przyjmując, że w symetrycznych stanach pracy prąd oczkowy $i_{rQ_r+1}^{\bullet} = 0$, dla *l*-tego oczka wirnika można napisać następujące równanie:

100

$$0 = \left(2R_{pr}^{\bullet} + 2R_{cr}^{\bullet}\right)i_{rl}^{\bullet} - R_{pr}^{\bullet}\left(i_{r(l-1)}^{\bullet} + i_{r(l+1)}^{\bullet}\right) + \frac{\mathrm{d}\,\mathcal{\Psi}_{mrl}^{\bullet}}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\,\mathcal{\Psi}_{\sigma\,rl}^{\bullet}}{\mathrm{d}t}, \quad l \in (1, ..., Q_r), \tag{7.4}$$

gdzie: i_{rl}^{\bullet}

- chwilowy prąd l-tego oczka wirnika sprowadzony na stronę stojana,
- Ψ_{mrl}^{\bullet} , $\Psi_{\sigma rl}^{\bullet}$ chwilowy strumień sprzężony *l*-tego oczka wirnika dla pola głównego i dla pola rozproszenia wirnika sprowadzony na stronę stojana,
- R_{pr}^{\bullet} , R_{cr}^{\bullet} rezystancja pręta i segmentu pierścienia zwierającego wirnika sprowadzone na stronę stojana.

W prętach wirnika klatkowego głębokożłobkowego występuje zjawisko wypierania prądu, które powoduje nierównomierny rozkład wektora gęstości prądu w przekroju poprzecznym prętów. Wypieranie prądu w prętach wirnika oraz nasycenie magnetyczne rdzenia wirnika przez pole rozproszenia można uwzględnić w sposób przybliżony przyjmując dodatkowo następujące założenia:

- pole rozproszenia wirnika nasyca rdzeń wirnika tylko w strefie przyszczelinowej,
- nasycenie magnetyczne strefy przyszczelinowej rdzenia wirnika zależy tylko od prądów płynących w prętach wirnika, a nie zależy od rozkładu gęstości tych prądów w przekroju poprzecznym prętów,
- obszary rdzenia wirnika przylegające bezpośrednio do prętów wirnika są magnetycznie nienasycone i można przyjąć uproszczenie, że ich przenikalność magnetyczna jest nieskończenie duża (rys. 7.3),
- pole magnetyczne w szczerbinie żłobkowej bezpośrednio przylegające do pręta wirnika jest równomierne.

Przyjmując te założenia, czynne części prętów wirnika, w których występuje wypieranie prądu, można zastąpić na schemacie ideowym oczka wirnika napięciami prętowymi (rys. 7.3).



- Rys. 7.3. Schemat ideowy oczka wirnika klatkowego głębokożłobkowego oraz przekrój poprzeczny pręta wirnika z warunkami brzegowymi
- Fig. 7.3. Schematic diagram of the deep-bar squirrel-cage rotor loop and cross section of the rotor bar with the boundary conditions

Dla l-tego oczka wirnika równania napięciowe wynoszą:

$$0 = \left(2R_{per}^{\bullet} + 2R_{cr}^{\bullet}\right)i_{rl}^{\bullet} - R_{per}^{\bullet}\left(i_{r(l-1)}^{\bullet} + i_{r(l+1)}^{\bullet}\right) + \frac{\mathrm{d}\,\Psi_{mrl}^{\bullet}}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\,\Psi_{\sigma erl}^{\bullet}}{\mathrm{d}t} - \left(u_{pir(l)}^{\bullet} - u_{pir(l+1)}^{\bullet}\right),\tag{7.5}$$

$$l \in (1, ..., Q_{r}),$$

gdzie:

 $u_{pir(l)}$, i_{prl} - chwilowe napięcie czynnej części pręta i chwilowy prąd l - tego pręta wirnika,

$$\Psi_{ml}$$
, $\Psi_{\sigma erl}$ - chwilowy strumień sprzężony *l*-tego oczka wirnika dla pola głównego i dla

pola rozproszenia wirnika sprowadzony na stronę stojana (pole rozproszenia obejmuje: pole rozproszenia żłobkowego przyszczelinowej części wirnika, pole rozproszenia segmentów pierścieni zwierających i części prętów wirnika wystających poza pakiet rdzenia wirnika, pole rozproszenia szczelinowego),

R[•]_{per}, R[•]_{cr} - rezystancja części pręta wirnika wystającego poza pakiet rdzenia wirnika, segmentu pierścienia zwierającego wirnika sprowadzone na stronę stojana.

Napięcia prętowe wirnika powiązane są z prądami prętowymi za pomocą równań pola elektromagnetycznego wewnątrz prętów wirnika [9,21]:

$$\frac{\partial}{\partial x_r} \left(v \frac{\partial A_l}{\partial x_r} \right) + \frac{\partial}{\partial y_r} \left(v \frac{\partial A_l}{\partial y_r} \right) = \sigma \frac{\partial A_l}{\partial t} - \frac{\sigma}{l_{\sigma}} u_{pir(l)},$$
(7.6)

$$i_{prl} = i_{r(l)} - i_{r(l-1)} = \iint_{s_{pr}} \left(-\sigma \frac{\partial A_l}{\partial t} + \frac{\sigma}{l_{er}} u_{pir(l)} \right) ds_{pr} , \qquad (7.7)$$

$$u_{pir(l)} = \frac{1}{n_{sr}} u_{pir(l)}^{\bullet}, \qquad i_{prl} = n_{sr} i_{prl}^{\bullet} = i_{r(l)} - i_{r(l-1)} = n_{sr} \left(i_{r(l)}^{\bullet} - i_{r(l-1)}^{\bullet} \right), \tag{7.8}$$

gdzie:

 A_l - składowa wzdłuż osi z wektorowego potencjału magnetycznego w przekroju poprzecznym czynnej części pręta,

- ler długość czynnej części pręta wirnika,
- σ przewodność elektryczna materiału pręta wirnika,
- s_{nr} pole powierzchni przekroju poprzecznego pręta wirnika.

Uwzględniając założenia można przyjąć, że na części brzegu pręta otoczonego materiałem magnetycznym o nieskończenie dużej przenikalności magnetycznej występuje jednorodny warunek brzegowy Neumana, a na części brzegu stykającym się ze szczerbiną żłobkową występuje jednorodny warunek brzegowy Dirichleta (rys. 7.3).

7.2.2. Równania strumieni sprzężonych uzwojeń stojana i wirnika

Strumienie sprzężone uzwojeń stojana są sumą strumieni sprzężonych uzwojeń dla pola głównego oraz dla pola rozproszenia stojana.

• Dla k-tej fazy stojana można napisać:

$$\Psi_{sk} = \Psi_{\sigma,sk} + \Psi_{msk}, \qquad k \in (1,2,3), \tag{7.9}$$

przy czym:

$$\Psi_{\sigma sk} = \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{Re}\left(\underline{a}^{-(k-1)} \underline{\Psi}_{\sigma s}^{s}(I_{s}, \gamma_{s}^{s})\right), \qquad \Psi_{msk} = \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{Re}\left(\underline{a}^{-(k-1)} \underline{\Psi}_{m}^{s}(I_{m}, \gamma_{m}^{s})\right).$$
(7.10)

Strumienie sprzężone uzwojeń wirnika pierścieniowego są także sumą strumieni sprzężonych uzwojeń dla pola głównego oraz dla pola rozproszenia wirnika.

• Dla l-tej fazy wirnika pierścieniowego zachodzi:

$$\Psi_{rl}^{*} = \Psi_{\sigma rl}^{*} + \Psi_{mrl}^{*}, \qquad l \in (1,2,3), \tag{7.11}$$

przy czym

$$\Psi_{\sigma rl}^{\bullet} = \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{Re}\left(\underline{a}^{-(l-1)} \underline{\Psi}_{\sigma r}^{\bullet r}(I_{r}^{\bullet}, \gamma_{r}^{r})\right), \qquad \Psi_{mrl}^{\bullet} = \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{Re}\left(\underline{a}^{-(l-1)} \underline{\Psi}_{m}^{r}(I_{m}, \gamma_{m}^{r})\right), \tag{7.12}$$

gdzie:

 $\underline{\Psi}_{m}^{s}, \underline{\Psi}_{m}^{r}, = \frac{1}{6}$ fazory przestrzenne strumieni sprzężonych pola głównego, pola rozproszenia stojana, pola rozproszenia wirnika sprowadzone na stronę stojana w układach współrzędnych związanych ze stojanem lub wirnikiem.

Podobne relacje obowiązują dla strumieni sprzężonych oczek wirnika klatkowego i wirnika klatkowego głębokożłobkowego.

• Dla l-tego oczka wirnika klatkowego

$$\Psi_{\sigma r l}^{\bullet} = \left(2L_{\sigma cr}^{\bullet} + 2L_{\sigma per}^{\bullet}\right)i_{rl}^{\bullet} - L_{\sigma per}^{\bullet}\left(i_{r(l-1)}^{\bullet} + i_{r(l+1)}^{\bullet}\right) + \sqrt{\frac{2}{\mathcal{Q}_{r}}}\operatorname{Re}\left(\underline{b}^{-(l-1)}\underline{\Psi}_{\sigma ir}^{\bullet r}\left(I_{r}^{\bullet}, \gamma_{r}^{r}\right)\right),$$
(7.13)

$$\Psi_{mrl}^{\bullet} = \sqrt{\frac{2}{Q_r}} \operatorname{Re}\left(\underline{\mathbf{b}}^{-(l-1)} \underline{\Psi}_m^r(I_m, \gamma_m^r)\right), \qquad l \in (1, \dots, Q_r), \tag{7.14}$$

gdzie:

- $\underline{\Psi}_{\sigma ir}^{\bullet r}$ fazor przestrzenny strumienia sprzężonego pola rozproszenia czynnych części oczek wirnika sprowadzony na stronę stojana (w układzie współrzędnych związanym z wirnikiem),
- $L^{\bullet}_{\sigma cr}$, L^{\bullet}_{oper} indukcyjność rozproszenia segmentu pierścienia zwierającego oraz zewnętrznej, wystającej poza pakiet rdzenia wirnika części pręta wirnika sprowadzone na stronę stojana.
 - Dla l-tego oczka wirnika klatkowego głębokożłobkowego

$$\mathcal{\Psi}_{oerl}^{\bullet} = \left(2L_{\sigma cr}^{\bullet} + 2L_{oper}^{\bullet}\right)i_{rl}^{\bullet} - L_{oper}^{\bullet}\left(i_{r(l-1)}^{\bullet} + i_{r(l+1)}^{\bullet}\right) + \sqrt{\frac{2}{Q_{r}}}\operatorname{Re}\left(\underline{b}^{-(l-1)}\underline{\Psi}_{ol\delta}^{\bullet r}\left(I_{r}^{\bullet}, \gamma_{r}^{r}\right)\right), \quad (7.15)$$

$$\Psi_{mrl}^{\bullet} = \sqrt{\frac{2}{Q_r}} \operatorname{Re}\left(\underline{b}^{-(l-1)} \underline{\Psi}_m^r(I_m, \gamma_m^r)\right), \quad l \in (1, ..., Q_r), \quad (7.16)$$

gdzie:

 $\Psi_{\sigma\delta}^{\bullet}$ - fazor przestrzenny strumienia sprzężonego pola rozproszenia żłobkowego przyszczelinowej części wirnika oraz pola rozproszenia szczelinowego wirnika sprowadzony na stronę stojana (w układzie współrzędnych prostokątnych związanym z wirnikiem). W równaniach strumieni sprzężonych uzwojeń stojana i wirnika dla pola głównego oraz dla pola rozproszenia stojana i wirnika występują fazory przestrzenne odpowiednich strumieni sprzężonych zależne od modułów i argumentów fazorów przestrzennych odpowiednich prądów. Zgodnie z zależnościami podanymi w rozdziale 4 moduły i argumenty fazorów przestrzennych prądów zależą od chwilowych prądów fazowych stojana i wirnika. W konsekwencji nie dokonując dalszych przekształceń można przyjąć, że równania strumieni sprzężonych uzwojeń fazowych stojana i wirnika stanowią nieliniowy układ równań algebraicznych, wiążący strumienie sprzężone uzwojeń stojana i wirnika z prądami fazowymi stojana i wirnika.

7.2.3. Moment elektromagnetyczny

Równanie ruchu wirnika maszyny indukcyjnej jest takie samo jak równanie (3.4), przy czym moment elektromagnetyczny maszyny wynosi:

$$T_e = p \frac{dE_{cm}}{\partial \vartheta}.$$
(7.17)

7.3. Równania maszyn asynchronicznych wyrażone za pomocą fazorów przestrzennych

Korzystając z definicji fazorów przestrzennych, równania różniczkowe napięciowe stojana i wirnika oraz równania algebraiczne strumieni sprzężonych uzwojeń stojana i wirnika można pomnożyć kolejno przez $\sqrt{\frac{2}{3}} \underline{a}^{(k-1)} e^{-j\vartheta_x}$ oraz przez $\sqrt{\frac{2}{Q_r}} \underline{b}^{(l-1)} e^{-j(\vartheta_x - \vartheta)}$, a następnie

zsumować [23]. W wyniku otrzymuje się przykładowo:

• sumę równań różniczkowych napięciowych stojana

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \sum_{k=1}^{3} \underline{\mathbf{a}}^{(k-1)} u_{sk} e^{-j\vartheta_x} = R_s \sqrt{\frac{2}{3}} \sum_{k=1}^{3} \underline{\mathbf{a}}^{(k-1)} i_{sk} e^{-j\vartheta_x} + e^{-j\vartheta_x} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\sqrt{\frac{2}{3}} \sum_{k=1}^{3} \underline{\mathbf{a}}^{(k-1)} \psi_{sk} \right), \tag{7.18}$$

• sumę równań różniczkowych napięciowych wirnika klatkowego

$$\left(2R_{cr}^{\bullet} + 2R_{pr}^{\bullet}\right) \sqrt{\frac{2}{Q_r}} \sum_{l=1}^{Q_r} \underline{\mathbf{b}}^{(l-1)} i_{rl}^{\bullet} \mathbf{e}^{-\mathbf{j}(\vartheta_x - \vartheta)} - R_{pr}^{\bullet} \sqrt{\frac{2}{Q_r}} \left(\sum_{l=1}^{Q_r} \underline{\mathbf{b}}^{(l-1)} (i_{r(l-1)}^{\bullet} + i_{r(l+1)}^{\bullet})\right) \mathbf{e}^{-\mathbf{j}(\vartheta_x - \vartheta)} + \mathbf{e}^{-\mathbf{j}(\vartheta_x - \vartheta)} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\sqrt{\frac{2}{Q_r}} \sum_{l=1}^{Q_r} \underline{\mathbf{b}}^{(l-1)} \boldsymbol{\psi}_{rl}^{\bullet}\right).$$

$$(7.19)$$

Wykonując odpowiednie przekształcenia, równania (7.18) i (7.19) przyjmują postać:

• równań napięciowych stojana wyrażonych przez fazory przestrzenne stojana

$$\underline{U}_{s} = R_{s}\underline{I}_{s} + \frac{\mathrm{d}\underline{\Psi}_{s}}{\mathrm{d}t} + j\omega_{x}\underline{\Psi}_{s}, \qquad (7.20)$$

równań napięciowych wirnika klatkowego wyrażone przez fazory przestrzenne wirnika

$$0 = R_r^{\bullet} \underline{I}_r^{\bullet} + \frac{\mathrm{d} \underline{\Psi}_r^{\bullet}}{\mathrm{d} t} + \mathbf{j} (\omega_x - \omega) \underline{\Psi}_r^{\bullet}, \qquad (7.21)$$

(7.23)

(7.31)

gdzie:

$$R_r^{\bullet} = \left(2R_c^{\bullet} + 4R_{pr}^{\bullet}\sin^2\left(\frac{\pi p}{Q_r}\right)\right) - \text{zastępcza rezystancja wirnika sprowadzona na stronę stojana.}$$

Przeprowadzając podobne działania dla pozostałych równań maszyn asynchronicznych otrzymuje się następujące równania:

dla stojana maszyny indukcyjnej pierścieniowej i klatkowej

$$\underline{I}_{s} = R_{s}\underline{I}_{s} + \frac{\mathrm{d}\underline{\Psi}_{s}}{\mathrm{d}t} + \mathrm{j}\omega_{x}\underline{\Psi}_{s}, \qquad (7.22)$$

 $\underline{\Psi}_{s} = \underline{\Psi}_{\sigma s} (I_{s}, \gamma_{s}) + \underline{\Psi}_{m} (I_{m}, \gamma_{m}),$ dla wirnika maszvny indukcyjnej pierścieniowej

$$\underline{J}_{r}^{\bullet} = R_{r}^{\bullet} \underline{I}_{r}^{\bullet} + \frac{\underline{\alpha}\underline{T}_{r}}{\mathrm{d}t} + j(\omega_{x} - \omega)\underline{\Psi}_{r}^{\bullet}, \qquad (7.24)$$

$$\underline{\Psi}_{-r}^{\bullet} = \underline{\Psi}_{\sigma r}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet} \gamma_{r}) + \underline{\Psi}_{m}(I_{m}, \gamma_{m}), \qquad (7.25)$$

dla wirnika maszyny indukcyjnej klatkowej

$$0 = R_r^{\bullet} I_r^{\bullet} + \frac{\mathrm{d} \underline{\Psi}_r^{\bullet}}{\mathrm{d} t} + \bar{j}(\omega_x - \omega) \underline{\Psi}_r^{\bullet}, \qquad (7.26)$$

$$\underline{\Psi}_{r}^{\star} = L_{\sigma er}^{\star} \underline{I}_{r}^{\star} + \underline{\Psi}_{\sigma ir}^{\star} (I_{r}^{\star}, \gamma_{r}) + \underline{\Psi}_{m} (I_{m}, \gamma_{m}) = \underline{\Psi}_{\sigma r}^{\star} (I_{r}^{\star}, \gamma_{r}) + \underline{\Psi}_{m} (I_{m}, \gamma_{m}) , \qquad (7.27)$$

gdzie:

 $L^{\bullet}_{\sigma er} = \left(2L^{\bullet}_{\sigma c} + 4L^{\bullet}_{\sigma per}\sin^2\left(\frac{\pi p}{Q_r}\right)\right) - \text{zastępc}$ w stost

 zastępcza indukcyjność rozproszenia zewnętrznej w stosunku do rdzenia wirnika części klatki wirnika.

W przypadku maszyny indukcyjnej z wirnikiem głębokożłobkowym wygodniej jest przyjąć do rozważań układ współrzędnych związany z wirnikiem. W tym układzie współrzędnych równania mają postać:

dla stojana maszyny indukcyjnej głębokożłobkowej

$$\underline{U}_{s} = R_{s}\underline{I}_{s} + \frac{\mathrm{d}\underline{\Psi}_{s}}{\mathrm{d}t} + j\omega \ \underline{\Psi}_{s}, \qquad (7.28)$$

$$\underline{\underline{P}}_{s} = \underline{\underline{\Psi}}_{\sigma s}(I_{s}, \gamma_{s}) + \underline{\underline{\Psi}}_{m}(I_{m}, \gamma_{m}), \qquad (7.29)$$

dla wirnika maszyny indukcyjnej głębokożłobkowej

$$0 = R_r^{\bullet} \underline{I}_r^{\bullet} + \frac{d\underline{\Psi}_r^{\bullet}}{dt} - \underline{U}_r^{\bullet}, \qquad (7.30)$$

gdzie:

- $\underline{U}_{r}^{\bullet}$ fazor przestrzenny napięć oczkowych wynikający z napięć prętowych w oczkach wirnika sprowadzony na stronę stojana,
- I fazor przestrzenny prądów oczkowych wirnika sprowadzony na stronę stojana,

 $\underline{\Psi}_{r}^{\bullet} = L_{\sigma r}^{\bullet} \underline{I}_{r}^{\bullet} + \underline{\Psi}_{\sigma i \hat{\alpha} r}^{\bullet} (I_{r}^{\bullet} \gamma_{r}) + \underline{\Psi}_{m} (I_{m}, \gamma_{m}) = \underline{\Psi}_{\sigma r}^{\bullet} (I_{r}^{\bullet} \gamma_{r}) + \underline{\Psi}_{m} (I_{m}, \gamma_{m}),$

$$R_r^{\bullet} = \left(2R_c^{\bullet} + 4R_{per}^{\bullet}\sin^2\left(\frac{\pi p}{Q_r}\right)\right)$$

 rezystancja zastępcza nieaktywnych części wirnika silnika głębokożłobkowego sprowadzona na stronę stojana,

$$L_{\sigma r}^{*} = \left(2L_{\sigma c}^{\bullet} + 4L_{\sigma per}^{\bullet}\sin^{2}\left(\frac{\pi p}{Q_{r}}\right)\right)$$

 zastępcza indukcyjność rozproszenia nieaktywnych części wirnika silnika głębokożłobkowego sprowadzona na stronę stojana.

Fazory przestrzenne napięć i prądów oczkowych powiązane są z fazorami przestrzennymi napięć i prądów prętowych za pomocą zależności:

$$\underline{U}_{r}^{\bullet} = \left(1 - \underline{\mathbf{b}}^{-1}\right) \underline{U}_{pr}^{\bullet}, \qquad \underline{I}_{pr}^{\bullet} = \left(1 - \underline{\mathbf{b}}\right) \underline{I}_{r}^{\bullet}.$$
(7.32)

Fazory przestrzenne napięć i prądów prętowych są liniową kombinacją napięć i prądów prętowych. Liniowe są także równania pola elektromagnetycznego wewnątrz prętów wirnika wraz z jednorodnymi warunkami brzegowymi. W konsekwencji relacje pomiędzy fazorami przestrzennymi napięć i prądów prętowych określić można za pomocą równania pola elektromagnetycznego:

$$\frac{\partial}{\partial x_r} \left(\nu \frac{\partial \underline{A}}{\partial x_r} \right) + \frac{\partial}{\partial y_r} \left(\nu \frac{\partial \underline{A}}{\partial y_r} \right) = \sigma \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} - \frac{\sigma}{I_{fe}} \underline{U}_{pr}^{\bullet}, \qquad (7.33)$$

$$\underline{I}_{pr}^{\bullet} = \iint_{s_{pr}} \left(-\sigma \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} + \frac{\sigma}{\overline{l}_{fe}} \underline{U}_{pr}^{\bullet} \right) ds_{pr} .$$
(7.34)

Uwzględniając rozważania przedstawione w [23, 177] związki w dziedzinie czasu między fazorami przestrzennymi napięć i prądów prętowych określone przez równania (7.33) i (7.34) można w sposób przybliżony zastąpić zależnościami wynikającymi z układu równań różniczkowych o pochodnych zwyczajnych opisujących stan dynamiczny nieskończenie dużej liczby połączonych równolegle dwójników typu R, L, tworzących zastępcze obwody pręta, przy czym zwykle dobre przybliżenie otrzymuje się już przy 2÷3 zastępczych obwodach (rysunek 7.4).



Rys. 7.4. Dwójniki typu R, L aproksymujące pręt głębokożłobkowy wirnika Fig. 7.4. Two-terminal networks of R, L type approximating the rotor deep-bar

W konsekwencji otrzymuje się nieskończony układ równań różniczkowych pochodnych zwyczajnych. Równanie różniczkowe dla *i*-tego dwójnika ma postać:

$$\underline{U}_{pr}^{\bullet} = R_{pi}^{\bullet} \underline{I}_{pi}^{\bullet} + L_{opi}^{\bullet} \frac{d\underline{I}_{pi}^{\bullet}}{dt}, \quad i \in (1, ..., \infty),$$

$$(7.35)$$

przy czym zachodzi

$$\underline{I}_{pr}^{\bullet} = \sum_{i=1}^{\infty} \underline{I}_{pi}^{\bullet} , \qquad (7.36)$$

gdzie:

- $\underline{I}_{pi}^{\bullet}$ fazor przestrzenny prądu *i* tego zastępczego obwodu pręta wirnika sprowadzony na stronę stojana ,
- R_{pi}^{\bullet} , L_{opi}^{\bullet} rezystancja i indukcyjność rozproszenia *i* tego zastępczego obwodu reprezentującego aktywną część pręta wirnika, sprowadzone na stronę stojana.

Uwzględniając (7.32) równania (7.35) i (7.36) można przedstawić w postaci:

$$-\underline{U}_{r}^{\bullet} = \left(1 - \underline{b}^{-1}\right)\left(1 - \underline{b}\right)\left(R_{pi}^{\bullet}\underline{I}_{ri}^{\bullet} + L_{opi}^{\bullet}\frac{d\underline{I}_{ri}^{\bullet}}{dt}\right) = 4\sin^{2}\left(\frac{\pi p}{Q_{r}}\right)\left(R_{pi}^{\bullet}\underline{I}_{ri}^{\bullet} + L_{opi}^{\bullet}\frac{d\underline{I}_{ri}^{\bullet}}{dt}\right)$$
(7.37)

oraz

$$\underline{I}_{pi}^{\bullet} = (1 - \underline{b})\underline{I}_{ri}^{\bullet}, \qquad \underline{I}_{r}^{\bullet} = \sum_{i=1}^{\infty} \underline{I}_{ri}^{\bullet}. \qquad (7.38)$$

Przyjmując oznaczenia

$$R_{ri}^{\bullet} = 4\sin^2\left(\frac{\pi p}{Q_r}\right)R_{pi}^{\bullet}, \qquad L_{\sigma ri}^{\bullet} = 4\sin^2\left(\frac{\pi p}{Q_r}\right)L_{\sigma pi}^{\bullet}, \tag{7.39}$$

otrzymuje się równanie:

$$-\underline{U}_{r}^{\bullet} = R_{ri}^{\bullet}\underline{I}_{ri}^{\bullet} + L_{ori}^{\bullet}\frac{d\underline{I}_{ri}^{\bullet}}{dt}.$$
(7.40)

Podstawiając równanie (7.40) do równania (7.30) oraz uwzględniając (7.31) otrzymuje się równanie różniczkowe dla *i*-tego zastępczego obwodu wirnika.

$$0 = R_r^{\bullet} \sum_{i=1}^{\infty} \underline{I}_{ri}^{\bullet} + R_{ri}^{\bullet} \underline{I}_{ri}^{\bullet} + \frac{\mathrm{d}\underline{\Psi}_{ri}^{\bullet}}{\mathrm{d}t}, \qquad (7.41)$$

$$\underline{\Psi}_{ri}^{\bullet} = \underline{\Psi}_{\sigma r}^{\bullet} (I_{r}^{\bullet} \gamma_{r}) + L_{\sigma ri}^{\bullet} \underline{I}_{ri}^{\bullet} + \underline{\Psi}_{m} (I_{m}, \gamma_{m}), \qquad (7.42)$$

gdzie:

 R_{pi}^{\bullet} , L_{opi}^{\bullet} - rezystancja i indukcyjność rozproszenia *i* - tego zastępczego obwodu reperzentującego aktywną część pręta wirnika sprowadzone na stronę stojana,

- R_{ri}^{\bullet} , $L_{\sigma ri}^{\bullet}$ rezystancja i indukcyjność rozproszenia *i* tego obwodu zastępczego obwodu wirnika sprowadzone na stronę stojana,
- fazor przestrzenny prądu *i* tego zastępczego obwodu wirnika sprowadzony na stronę stojana.

Uwzględniając dotychczasowe rozważania równania stanu elektromagnetycznego rozpatrywanych maszyn można przedstawić w następującej postaci:

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...

dla maszyny indukcyjnej pierścieniowej i klatkowej zwykłej

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_s \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_r^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_s \\ \underline{I}_r^* \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \underline{\Psi}_s \\ \underline{\Psi}_r^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} j\omega_x & 0 \\ 0 & j(\omega_x - \omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Psi}_s \\ \underline{\Psi}_r^* \end{bmatrix}, \quad (7.43)$$

$$\frac{\underline{\Psi}_{s}}{\underline{\Psi}_{r}^{\bullet}} = \left[\underbrace{\underline{\Psi}_{\sigma r}^{\bullet}(I_{s}, \gamma_{s})}_{\underline{\Psi}_{\sigma r}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet}, \gamma_{r})} \right] + \left[\underbrace{\underline{\Psi}_{m}(I_{m}, \gamma_{m})}_{\underline{\Psi}_{m}(I_{m}, \gamma_{m})} \right],$$
(7.44)

 dla maszyny indukcyjnej z wirnikiem klatkowym głębokożłobkowym przy uwzględnieniu dwóch zastępczych obwodów w wirniku

$$\begin{bmatrix} \underline{\mathcal{U}}_{s} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{s} & 0 & 0 \\ 0 & R_{r}^{\bullet} + R_{r1}^{\bullet} & R_{r}^{\bullet} \\ 0 & R_{r}^{\bullet} & R_{r}^{\bullet} + R_{r2}^{\bullet} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{s} \\ \underline{I}_{r1}^{\bullet} \\ \underline{I}_{r2}^{\bullet} \end{bmatrix} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} \underline{\Psi}_{s} \\ \underline{\Psi}_{r1}^{\bullet} \\ \underline{\Psi}_{r2}^{\bullet} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathrm{j}\,\omega_{x} & 0 & 0 \\ 0 & \mathrm{j}(\omega_{x} - \omega) & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{j}(\omega_{x} - \omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Psi}_{s} \\ \underline{\Psi}_{r1}^{\bullet} \\ \underline{\Psi}_{r2}^{\bullet} \end{bmatrix},$$
(7.45)

$$\begin{bmatrix} \underline{\Psi}_{s} \\ \underline{\Psi}_{r1}^{\bullet} \\ \underline{\Psi}_{r2}^{\bullet} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\Psi}_{\sigma s}(I_{s}, \gamma_{s}) \\ \underline{\Psi}_{\sigma r}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet}, \gamma_{r}) \\ \underline{\Psi}_{\sigma r}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet}, \gamma_{r}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\Psi}_{m}(I_{m}, \gamma_{m}) \\ \underline{\Psi}_{m}(I_{m}, \gamma_{m}) \\ \underline{\Psi}_{m}(I_{m}, \gamma_{m}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ L_{\sigma r1} \underline{L}_{r1}^{\bullet} \\ L_{\sigma r2} \underline{L}_{r2}^{\bullet} \end{bmatrix}.$$
(7.46)

Dla wszystkich rozpatrywanych maszyn równanie ruchu wirnika jest opisane za pomocą równania (3.6). Moment elektromagnetyczny maszyn można wyznaczyć uwzględniając, że koenergia pola magnetycznego głównego jest funkcją modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego. W konsekwencji otrzymuje się:

$$T_e = p \frac{\partial E_{cm}(I_m)}{\partial \vartheta} = p \frac{\partial E_{cm}(I_m)}{\partial I_m} \frac{\partial I_m}{\partial \vartheta} = p \Psi_m(I_m) \frac{\partial I_m}{\partial \vartheta}$$
(7.47)

$$\frac{\partial I_m}{\partial \vartheta} = \frac{\partial \left(\left| \underline{I}_s^s \mathbf{e}^{-j\vartheta_s} + \underline{I}_r^{r \bullet} \mathbf{e}^{-j(\vartheta_s - \vartheta)} \right| \right)}{\partial \vartheta} = \frac{1}{I_m} \operatorname{Re}(j \underline{I}_r^{\bullet} \underline{I}_s^{*}) .$$
(7.48)

Stad moment elektromagnetyczny ma postać

$$T_e = pL_m(I_m)\operatorname{Re}(j\underline{I}_r^{\bullet}\underline{I}_s^{*}) = p\operatorname{Re}(j\underline{\Psi}_s\underline{I}_s^{*}).$$
(7.49)

Równania stanu elektromagnetycznego maszyn łącznie z równaniem ruchu tworzą modele matematyczne maszyn asynchronicznych, uwzględniające nasycenie magnetyczne rdzeni oraz wypieranie prądu w prętach wirnika. Modele te zapisane za pomocą fazorów przestrzennych mają prostszą postać, a ich struktura nawiązuje do klasycznych równań maszyn indukcyjnych, w których nie uwzględnia się zjawiska nasycenia.

7.4. Równania stanu elektrodynamicznego maszyn asynchronicznych przy wyborze prądów stojana i wirnika jako zmiennych stanu. Schematy zastępcze maszyn asynchronicznych w stanach dynamicznych

Równania algebraiczno-różniczkowe maszyn indukcyjnych przedstawione w rozdziale 7.3 przekształca się zwykle do układu równań różniczkowych, obierając fazory przestrzenne (lub ich składowe osiowe) prądów lub strumieni sprzężonych stojana i wirnika jako zmienne stanu elektromagnetycznego. W przypadku modeli matematycznych maszyn asynchronicznych

uwzględniających nasycenie magnetyczne rdzeni jako zmienne stanu wygodnie jest wybrać składowe osiowe fazorów przestrzennych prądów stojana i wirnika.

Obierając składowe osiowe fazorów przestrzennych prądów stojana i wirnika jako zmienne stanu konieczne jest przekształcenie równań algebraiczno-różniczkowych maszyny. Przykładowo dla maszyny indukcyjnej klatkowej równania stojana i wirnika należy przekształcić do postaci:

• równania dla stojana

$$\begin{bmatrix} U_{sx} \\ U_{sy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{sx} \\ I_{sy} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{sx} \\ \Psi_{sy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x \\ \omega_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{sx} \\ \Psi_{sy} \end{bmatrix},$$
(7.50)

$$\begin{bmatrix} \Psi_{sx} \\ \Psi_{sy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_{\sigma sx} \\ \Psi_{\sigma sy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Psi_{mx} \\ \Psi_{my} \end{bmatrix},$$
(7.51)

• równania dla wirnika

$$\begin{bmatrix} 0\\0\\0\\\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r^{\bullet} & 0\\0 & R_r^{\bullet} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{rx}^{\bullet}\\I_{ry}^{\bullet} \end{bmatrix} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} \Psi_{rx}^{\bullet}\\\Psi_{ry}^{\bullet} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -(\omega_x - \omega)\\(\omega_x - \omega) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{rx}^{\bullet}\\\Psi_{ry}^{\bullet} \end{bmatrix}.$$
(7.52)

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_{r_{X}}^{\bullet} \\ \boldsymbol{\Psi}_{r_{Y}}^{\bullet} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_{\sigma r_{X}}^{\bullet} \\ \boldsymbol{\Psi}_{\sigma r_{Y}}^{\bullet} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_{m_{X}} \\ \boldsymbol{\Psi}_{m_{Y}} \end{bmatrix}.$$
(7.53)

Uwzględniając, że pochodne składowych osiowych fazorów przestrzennych strumieni sprzężonych powiązane są z pochodnymi składowych osiowych fazorów przestrzennych prądów za pomocą indukcyjności dynamicznych, otrzymuje się:

pochodne składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \Psi_{mx} \\ \Psi_{my} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{Dmx}(I_m, \gamma_m) & L_{Dmxy}(I_m, \gamma_m) \\ L_{Dmyx}(I_m, \gamma_m) & L_{Dmy}(I_m, \gamma_m) \end{bmatrix} \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} I_{mx} \\ I_{my} \end{bmatrix}$$
(7.54)

 pochodne składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola rozproszenia stojana

$$\frac{1}{t} \begin{bmatrix} \Psi_{\sigma sx} \\ \Psi_{\sigma sy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{D\sigma sx}(I_s, \gamma_s) & L_{D\sigma sxy}(I_s, \gamma_s) \\ L_{D\sigma syx}(I_s, \gamma_s) & L_{D\sigma sy}(I_s, \gamma_s) \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{sx} \\ I_{sy} \end{bmatrix},$$
(7.55)

 pochodne składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola rozproszenia wirnika sprowadzone na stronę stojana

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} \Psi_{\sigma_{rx}}^{\bullet} \\ \Psi_{\sigma_{ry}}^{\bullet} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{D\sigma_{rx}}(I_{r}^{\bullet}, \gamma_{r}) & L_{D\sigma_{rxy}}(I_{r}^{\bullet}, \gamma_{r}) \\ L_{D\sigma_{ryx}}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet}, \gamma_{r}) & L_{D\sigma_{ry}}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet}, \gamma_{r}) \end{bmatrix} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} I_{rx}^{\bullet} \\ I_{ry}^{\bullet} \end{bmatrix}.$$
(7.56)

Biorąc pod uwagę, że składowe osiowe fazorów przestrzennych strumieni sprzężonych powiązane są ze składowymi osiowymi fazorów przestrzennych prądów za pomocą indukcyjności statycznych, otrzymuje się:

• składowe osiowe fazora przestrzennego strumienia sprzężonego znego pola głównego

$$\begin{bmatrix} \Psi_{mx} \\ \Psi_{my} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_m(I_m) & 0 \\ 0 & L_m(I_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{mx} \\ I_{my} \end{bmatrix},$$
(7.57)

 składowe osiowe fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola rozproszenia pola rozproszenia stojana

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_{\sigma sx} \\ \boldsymbol{\Psi}_{\sigma sy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{L}_{\sigma s}(\boldsymbol{I}_{s}) & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{L}_{\sigma s}(\boldsymbol{I}_{s}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_{sx} \\ \boldsymbol{I}_{sy} \end{bmatrix},$$
(7.58)

 składowe osiowe fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola rozproszenia wirnika sprowadzone na stronę stojana

$$\begin{bmatrix} \Psi_{\sigma rx}^{\bullet} \\ \Psi_{\sigma ry}^{\bullet} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\sigma r}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet}) & 0 \\ 0 & L_{\sigma r}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{rx}^{\bullet} \\ I_{ry}^{\bullet} \end{bmatrix}.$$
(7.59)

Podstawiając zależności (7.54) – (7.59) do równań (7.50) – (7.53), po przekształceniach otrzymuje się układ równań różniczkowych:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{U}_{s} \\ \boldsymbol{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{SS} & \boldsymbol{R}_{SR} \\ \boldsymbol{R}_{RS} & \boldsymbol{R}_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_{s} \\ \boldsymbol{I}_{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{L}_{DSS} & \boldsymbol{L}_{DSR} \\ \boldsymbol{L}_{DSR}^{T} & \boldsymbol{L}_{DRR} \end{bmatrix} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_{s} \\ \boldsymbol{I}_{r} \end{bmatrix}.$$
(7.60)

W równaniu macierzowym (7.60) wektory i macierze wynoszą:

wektory

$$U_{s} = \begin{bmatrix} U_{sx} & U_{sy} \end{bmatrix}^{T}, \quad I_{s} = \begin{bmatrix} I_{sx} & I_{sy} \end{bmatrix}^{T}, \quad \theta = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^{T}, \quad I_{R} = \begin{bmatrix} I_{rx} & I_{ry} \end{bmatrix}^{T}, \quad (7.61)$$

macierze zawierające rezystancje i indukcyjności statyczne

$$\boldsymbol{R}_{SS} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_s & -\omega_x(L_{\sigma s}(\boldsymbol{I}_s) + L_m(\boldsymbol{I}_m)) \\ \omega_x(L_{\sigma s}(\boldsymbol{I}_s) + L_m(\boldsymbol{I}_m)) & \boldsymbol{R}_s \end{bmatrix},$$
(7.62)

$$R_{RR} = \begin{bmatrix} R_r^{\bullet} & -(\omega_x - \omega)(L_{\sigma r}^{\bullet}(I_r^{\bullet}) + L_m(I_m)) \\ (\omega_x - \omega)(L_{\sigma r}^{\bullet}(I_r^{\bullet}) + L_m(I_m)) & R_r^{\bullet} \end{bmatrix},$$
(7.63)

$$\boldsymbol{R}_{SR} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x \ L_m(I_m) \\ \omega_x \ L_m(I_m) & 0 \end{bmatrix}, \tag{7.64}$$

$$\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{R}\boldsymbol{R}} = \begin{bmatrix} 0 & -(\omega_x - \omega) L_m(\boldsymbol{I}_m) \\ (\omega_x - \omega) L_m(\boldsymbol{I}_m) & 0 \end{bmatrix},$$
(7.65)

macierze zawierające indukcyjności dynamiczne

$$L_{DSS} = \begin{bmatrix} L_{Dosx}(I_s, \gamma_s) + L_{Dmx}(I_m, \gamma_m) & L_{Dosxy}(I_s, \gamma_s) + L_{Dmxy}(I_m, \gamma_m) \\ L_{Dosxy}(I_s, \gamma_s) + L_{Dmxy}(I_m, \gamma_m) & L_{Dosxy}(I_s, \gamma_s) + L_{Dmy}(I_m, \gamma_m) \end{bmatrix},$$
(7.66)

$$L_{DRR} = \begin{bmatrix} L_{Dorx}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet},\gamma_{r}) + L_{Dmx}(I_{m},\gamma_{m}) & L_{Dorxy}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet},\gamma_{r}) + L_{Dmxy}(I_{m},\gamma_{m}) \\ L_{Dorxy}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet},\gamma_{r}) + L_{Dmxy}(I_{m},\gamma_{m}) & L_{Dory}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet},\gamma_{r}) + L_{Dmy}(I_{m},\gamma_{m}) \end{bmatrix},$$
(7.67)

$$L_{DSR} = \begin{bmatrix} L_{Dmx}(I_m, \gamma_m) & L_{Dmxy}(I_m, \gamma_m) \\ L_{Dmxy}(I_m, \gamma_m) & L_{Dmy}(I_m, \gamma_m) \end{bmatrix}$$
(7.68)

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...

112

Układowi równań (7.60) uwzględniając (7.61) - (7.68) można przyporządkować schemat zastępczy maszyny indukcyjnej przedstawiony na rys. 7.5.



Rys. 7.5. Schemat zastępczy maszyny indukcyjnej uwzględniający nasycenie magnetyczne rdzeni Fig. 7.5. Equivalent circuit of induction machine taking into account saturation of magnetic cores

W podobny sposób przekształca się równania maszyny indukcyjnej z wirnikiem klatkowym głębokożłobkowym, w których uwzględniono dwa zastępcze obwody w wirniku. W wyniku otrzymuje się układ równań różniczkowych o podobnej strukturze jak w równaniu (7.60), przy czym wektory i macierze występujące w tym układzie mają postać:

• wektory

$$U_{s} = \begin{bmatrix} U_{sx} & U_{sy} \end{bmatrix}^{T}, \qquad I_{s} = \begin{bmatrix} I_{sx} & I_{sy} \end{bmatrix}^{T}, \qquad (7.69)$$

$$\theta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{T}, \qquad I_{R} = \begin{bmatrix} I_{r1x}^{\bullet} & I_{r2y}^{\bullet} & I_{r2y}^{\bullet} \end{bmatrix}^{T}, \qquad (7.70)$$

• macierze zawierające rezystancje i nieliniowe indukcyjności statyczne

$$R_{SS} = R_S + \Omega_s L_{SS}, \qquad R_{RS} = \Omega_r L_{SR}^T, \qquad (7.71)$$

$$R_{SR} = \Omega_s L_{SR}, \qquad \qquad R_{RR} = R_R + \Omega_r L_{RR}, \qquad (7.72)$$

$$\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{S}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{S}} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{S}} \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{S}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{x}} \\ \boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{x}} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}, \qquad (7.73)$$

$$L_{SS} = \begin{bmatrix} L_{\sigma S}(I_{s}) + L_{m}(I_{m}) & 0\\ 0 & L_{\sigma S}(I_{s}) + L_{m}(I_{m}) \end{bmatrix},$$
(7.74)

$$L_{SR} = \begin{bmatrix} L_m(I_m) & 0 & L_m(I_m) & 0\\ 0 & L_m(I_m) & 0 & L_m(I_m) \end{bmatrix},$$
(7.75)

$$\Omega_{r} = \begin{bmatrix}
0 & -(\omega_{x} - \omega) & 0 & 0 \\
(\omega_{x} - \omega) & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -(\omega_{x} - \omega) \\
0 & 0 & (\omega_{x} - \omega) & 0
\end{bmatrix},$$
(7.76)

$$R_{R} = \begin{bmatrix} R_{r1}^{\bullet} + R_{r}^{\bullet} & 0 & R_{r}^{\bullet} & 0 \\ 0 & R_{r1}^{\bullet} + R_{r}^{\bullet} & 0 & R_{r}^{\bullet} \\ R_{r}^{\bullet} & 0 & R_{r2}^{\bullet} + R_{r}^{\bullet} & 0 \\ 0 & R_{r}^{\bullet} & 0 & R_{r2}^{\bullet} + R_{r}^{\bullet} \end{bmatrix},$$
(7.77)

$$L_{RR} = L_{\sigma rr} + L_{\sigma r}(I_r^*) + L_{mr}(I_m), \qquad (7.70)$$

$$L_{\sigma rr} = diag(L_{\sigma r1}, L_{\sigma r1}, L_{\sigma r2}, L_{\sigma r2}),$$
(7.79)

$$L_{\sigma r}(I_{\Box}^{\bullet}) = \begin{bmatrix} L_{\sigma r}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet}) & 0 & L_{\sigma r}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet}) & 0 \\ 0 & L_{\sigma r}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet}) & 0 & L_{\sigma r}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet}) \\ L_{\sigma r}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet}) & 0 & L_{\sigma r}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet}) & 0 \\ 0 & L_{\sigma r}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet}) & 0 & L_{\sigma r}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet}) \end{bmatrix}$$
(7.80)

(7 70)

$$_{mr}(I_m) = \begin{bmatrix} L_m(I_m) & 0 & L_m(I_m) & 0\\ 0 & L_m(I_m) & 0 & L_m(I_m)\\ L_m(I_m) & 0 & L_m(I_m) & 0\\ 0 & L_m(I_m) & 0 & L_m(I_m) \end{bmatrix},$$
(7.81)

macierze zawierające nieliniowe indukcyjności dynamiczne

1

$$L_{DSS} = \begin{bmatrix} L_{Doxx}(I_s, \gamma_s) + L_{Dmx}(I_m, \gamma_m) & L_{Doxxy}(I_s, \gamma_s) + L_{Dmxy}(I_m, \gamma_m) \\ L_{Doxxy}(I_s, \gamma_s) + L_{Dmxy}(I_m, \gamma_m) & L_{Doxxy}(I_s, \gamma_s) + L_{Dmy}(I_m, \gamma_m) \end{bmatrix},$$
(7.82)

$$L_{DRR} = L_{\sigma rr} + L_{D\sigma r} (I_{\tau}^*, \gamma_{\tau}) + L_{Dmr} (I_m, \gamma_m), \qquad (7.83)$$

$$L_{D\sigma r}(I_{r}^{*},\gamma_{r}) = \begin{bmatrix} L_{D\sigma x}(I_{r}^{*},\gamma_{r}) & L_{D\sigma xy}(I_{r}^{*},\gamma_{r}) & L_{D\sigma rxy}(I_{r}^{*},\gamma_{r}) & L_{D\sigma rxy}(I_{r}^{*},\gamma_{r}) \\ L_{D\sigma rxy}(I_{r}^{*},\gamma_{r}) & L_{D\sigma ry}(I_{r}^{*},\gamma_{r}) & L_{D\sigma rxy}(I_{r}^{*},\gamma_{r}) & L_{D\sigma rxy}(I_{r}^{*},\gamma_{r}) \\ L_{D\sigma rxy}(I_{r}^{*},\gamma_{r}) & L_{D\sigma rxy}(I_{r}^{*},\gamma_{r}) & L_{D\sigma rxy}(I_{r}^{*},\gamma_{r}) & L_{D\sigma rxy}(I_{r}^{*},\gamma_{r}) \\ L_{D\sigma rxy}(I_{r}^{*},\gamma_{r}) & L_{D\sigma rxy}(I_{r}^{*},\gamma_{r}) & L_{D\sigma rxy}(I_{r}^{*},\gamma_{r}) & L_{D\sigma rxy}(I_{r}^{*},\gamma_{r}) \end{bmatrix},$$
(7.84)
$$L_{Dmr}(I_{m},\gamma_{m}) = \begin{bmatrix} L_{Dmx}(I_{m},\gamma_{m}) & L_{Dmxy}(I_{m},\gamma_{m}) & L_{Dmxy}(I_{m},\gamma_{m}) & L_{Dmxy}(I_{m},\gamma_{m}) \\ L_{Dmxy}(I_{m},\gamma_{m}) & L_{Dmy}(I_{m},\gamma_{m}) & L_{Dmxy}(I_{m},\gamma_{m}) & L_{Dmxy}(I_{m},\gamma_{m}) \\ L_{Dmxy}(I_{m},\gamma_{m}) & L_{Dmxy}(I_{m},\gamma_{m}) & L_{Dmxy}(I_{m},\gamma_{m}) & L_{Dmxy}(I_{m},\gamma_{m}) \\ L_{Dmxy}(I_{m},\gamma_{m}) & L_{Dmy}(I_{m},\gamma_{m}) & L_{Dmxy}(I_{m},\gamma_{m}) & L_{Dmxy}(I_{m},\gamma_{m}) \\ L_{Dmxy}(I_{m},\gamma_{m}) & L_{Dmy}(I_{m},\gamma_{m}) & L_{Dmxy}(I_{m},\gamma_{m}) & L_{Dmxy}(I_{m},\gamma_{m}) \\ L_{Dmxy}(I_{m},\gamma_{m}) & L_{Dmy}(I_{m},\gamma_{m}) & L_{Dmxy}(I_{m},\gamma_{m}) & L_{Dmy}(I_{m},\gamma_{m}) \\ L_{Dmxy}(I_{m},\gamma_{m}) & L_{Dmxy}(I_{m},\gamma_{m}) & L_{Dmxy}(I_{m},\gamma_{m}) & L_{Dmx}(I_{m},\gamma_{m}) \\ L_{Dmxy}(I_{m},\gamma_{m}) & L_{Dmx}(I_{m},\gamma_{m}) & L_{Dmx}(I_{m},\gamma_{m}) & L_{Dmx}($$

Układowi równań (7.60) uwzględniając (7.69) – (7.86) przyporządkować można schemat zastępczy maszyny indukcyjnej głębokożłobkowej przedstawiony na rys. 7.6.



Rys. 7.6. Schemat zastępczy maszyny indukcyjnej z wirnikiem klatkowym głębokożłobkowym Fig. 7.6. Equivalent diagram of induction machine with deep-slot squirrel-cage rotor

Na schemacie zastępczym oznaczono:

$$E_{\sigma r 1, 2x} = -(\omega_x - \omega) L_{\sigma r 1, 2}^* I_{r 1, 2y}^*, \qquad \qquad E_{\sigma r 1, 2y} = (\omega_x - \omega) L_{\sigma r 1, 2}^* I_{r 1, 2x}^*.$$
(7.87)

Równania stanu elektromagnetycznego uzupełnia się równaniem ruchu wirnika (3.4) uwzględniając, że moment elektromagnetyczny wynosi:

$$T_e = pL_m(I_m) (I_{mx} I_{sy} - I_{my} I_{sy}),$$
(7.88)

przy czym:

• dla maszyny z jednym obwodem w wirniku

$$I_{mx} = I_{sx} + I_{rx}^{*}, \qquad I_{my} = I_{sy} + I_{ry}^{*}, \tag{7.89}$$

• dla maszyny z dwoma zastępczymi obwodami w wirniku

$$I_{mx} = I_{sx} + I_{rx1}^* + I_{r1x}^*, \quad I_{my} = I_{sy} + I_{r1y}^* + I_{r2y}^*.$$
(7.90)

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego.

- obecności różniących się między sobą indukcyjności statycznych i dynamicznych,
- zmian wartości indukcyjności statycznych i dynamicznych spowodowanych zmianami modułów i argumentów fazorów przestrzennych odpowiednich prądów,
- występowaniem sprzężenia magnetycznego obwodów elektrycznych maszyn w osiach x, y, spowodowanych nasyceniem rdzeni magnetycznych przez pole główne i pola rozproszenia stojana i wirnika.

Wymienione różnice wyróżniono ideowo na schematach zastępczych maszyn.

7.5. Równania i schematy zastępcze maszyny indukcyjnej w stanach ustalonych symetrycznych

W stanach symetrycznych stojan maszyny indukcyjnej zasilany jest z 3-fazowego symetrycznego źródła napięcia sinusoidalnie zmiennego w czasie o pulsacji ω_s . Fazor przestrzenny napięcia stojana

$$\underline{U}_{s0} = \underline{U}_{s0} e^{j(\omega_s - \omega_x)t}, \qquad \underline{U}_{s0} = U_{s0} e^{j\varphi_{\omega}}$$
(7.91)

ma stały moduł niezależny od czasu. W konsekwencji można przyjąć, że w stanach ustalonych symetrycznych:

 fazory przestrzenne prądu i strumieni sprzężonych stojana oznaczone ogólnym symbolem W

$$\underline{W}_{s} = \underline{W}_{s0} e^{j(\omega_{s} - \omega_{s})t}, \qquad \qquad \underline{W}_{s0} = W_{s0} e^{j\varphi_{ws}}, \qquad (7.92)$$

 fazory przestrzenne prądów, napięć i strumieni sprzężonych wirnika pierścieniowego i wirnika klatkowego oznaczone ogólnym symbolem W^{*}.

$$\underline{W}_{r}^{\bullet} = \underline{W}_{r0}^{\bullet} \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega_{x} - \omega_{x})r}, \qquad \underline{W}_{r0}^{\bullet} = W_{r0}^{\bullet} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_{wr}}, \qquad (7.93)$$

 fazory przestrzenne prądów i strumieni sprzężonych zastępczych obwodów wirnika klatkowego głębokożłobkowego

$$\underline{W}_{r1} = \underline{W}_{r10} e^{j(\omega_r - \omega_x)t} \qquad \qquad \underline{W}_{r10}^{\bullet} = W_{r0}^{\bullet} e^{j\varphi_{wr1}}, \qquad (7.94)$$

$$\underline{W}_{r20}^{\bullet} = \underline{W}_{r20}^{\bullet} e^{j(\omega_s - \omega_x)t} \qquad \qquad \underline{W}_{r20}^{\bullet} = W_{r20}^{\bullet} e^{j\varphi_{wr2}}, \qquad (7.95)$$

gdzie:

 $\underline{W}_{s0}, \underline{W}_{r0}^{\bullet}, \underline{W}_{r10}^{\bullet}, W_{r20}^{\bullet}$ - fazory przestrzenne dowolnych wielkości elektromagnetycznych stojana i wirnika dla chwili czasu *t*=0.

Podstawiając zależności (7.92) – (7.95) do równań (7.43) i (7.44) po przekształceniach otrzymuje się dla maszyny indukcyjnej pierścieniowej i klatkowej:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{s0} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_r^{\bullet} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{s0} \\ \underline{I}_{r0}^{\bullet} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} j \omega_s & 0 \\ 0 & j(\omega_s - \omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Psi}_{s0} \\ \underline{\Psi}_{r0}^{\bullet} \end{bmatrix},$$
(7.96)

$$\begin{bmatrix} \underline{\Psi}_{s0} \\ \underline{\Psi}_{r0}^{\bullet} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\sigma s}(I_{s0}) + L_m(I_{m0}) & L_m(I_{m0}) \\ L_m(I_{m0}) & L_{\sigma r}(I_{r0}^{\bullet}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s0} \\ I_{r0} \end{bmatrix},$$
(7.97)

stąd:

go

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{s0} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + j\omega_s (L_{\infty}(I_{s0}) + L_m(I_{m0})) & j\omega_s L_m(I_{m0}) \\ js\omega_s L_m(I_{m0}) & R_r^{\bullet} + js\omega_s (L_{\infty}(I_{s0}) + L_m(I_{m0})) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{s0} \\ \underline{I}_{r0}^{\bullet} \end{bmatrix},$$
(7.98)
Izie:

$$s = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s}$$
 - poślizg wirnika.

Układowi równań (7.98) można przyporządkować schemat zastępczy przedstawiony na rys. 7.7.



Rys. 7.7. Schemat zastępczy maszyny indukcyjnej w stanie ustalonym Fig. 7.7. Equivalent circuit of induction machine under steady state conditions

Postępując w podobny sposób, równania (7.45) i (7.46) przyjmują postać:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{s0} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_r^{\bullet} + R_{r1}^{\bullet} & R_r^{\bullet} \\ 0 & R_r^{\bullet} & R_r^{\bullet} + R_{r2}^{\bullet} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{s0} \\ \underline{I}_{r10}^{\bullet} \\ \underline{I}_{r20}^{\bullet} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} j\omega_s & 0 & 0 \\ 0 & j(\omega_s - \omega) & 0 \\ 0 & 0 & j(\omega_s - \omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Psi}_{s0} \\ \underline{\Psi}_{r10}^{\bullet} \\ \underline{\Psi}_{r20}^{\bullet} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{\Psi}_{s0} \\ \underline{\Psi}_{r10}^{\bullet} \\ \underline{L}_m(I_{m0}) & L_m(I_{m0}) & L_m(I_{m0}) \\ L_m(I_{m0}) & L_{\sigma r}(I_{r0}^{\bullet}) + L_{\sigma r1} + L_m(I_{m0}) & L_{\sigma r}(I_{r0}^{\bullet}) + L_m(I_{m0}) \\ L_m(I_{m0}) & L_{\sigma r}^{\bullet}(I_{r0}^{\bullet}) + L_m(I_{m0}) & L_{\sigma r2}^{\bullet}(I_{r0}^{\bullet}) + L_m(I_{m0}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{s0} \\ \underline{I}_{r10}^{\bullet} \\ \underline{I}_{r20}^{\bullet} \end{bmatrix}$$

$$(7.99)$$

116

W rezultacie otrzymuje się układ równań algebraicznych nieliniowych:

$$\underline{U}_{s0} = (R_s + j\omega_s L_{\sigma s}(I_{s0}))\underline{I}_{s0} + j\omega_s L_m(I_{m0})(\underline{I}_{s0} + \underline{I}_{r10}^{\bullet} + \underline{I}_{r20}^{\bullet})$$

$$0 = (R_{r1}^{\bullet} + js\omega_s L_{\sigma r1}^{\bullet})\underline{I}_{r10}^{\bullet} + (R_r^{\bullet} + js\omega_s L_{\sigma r}^{\bullet}(I_{r0}^{\bullet}))(\underline{I}_{r10}^{\bullet} + \underline{I}_{r20}^{\bullet}) + js\omega_s L_m(I_{m0})(\underline{I}_{s0} + \underline{I}_{r10}^{\bullet} + \underline{I}_{r20}^{\bullet})$$

$$0 = (R_{r2}^{\bullet} + js\omega_s L_{\sigma r2}^{\bullet})\underline{I}_{r20}^{\bullet} + (R_r^{\bullet} + js\omega_s L_{\sigma r}^{\bullet}(I_{r0}^{\bullet}))(\underline{I}_{r10}^{\bullet} + \underline{I}_{r20}^{\bullet}) + js\omega_s L_m(I_{m0})(\underline{I}_{s0} + \underline{I}_{r10}^{\bullet} + \underline{I}_{r20}^{\bullet})$$

$$(7.101)$$

Przedstawionemu układowi równań przyporządkować można schemat zastępczy pokazany na rys. 7.8.



Rys. 7.8. Schemat zastępczy maszyny indukcyjnej głębokożłobkowej w stanie ustalonym Fig. 7.8. Equivalent circuit of deep-bar induction machine under steady state conditions

Sformułowane modele matematyczne maszyn indukcyjnych w stanach ustalonych mają strukturę podobną do klasycznych modeli maszyn indukcyjnych. Nasycenie magnetyczne rdzeni stojana i wirnika powoduje jedynie zmianę wartości odpowiednich indukcyjności statycznych.



8. WYNIKI BADAN SYMULACYJNYCH MASZYNY INDUKCYJNEJ

Model matematyczny maszyny indukcyjnej uwzględniający nasycenie magnetyczne rdzeni wykorzystano do badań symulacyjnych typowych stanów nieustalonych oraz stanów ustalonych. Celem badań symulacyjnych było porównanie przebiegów dynamicznych i charakterystyk statycznych silnika wyznaczonych przy uwzględnieniu i pominięciu nasycenia magnetycznego rdzeni. Badania symulacyjne przeprowadzono dla silnika indukcyjnego klatkowego o danych znamionowych:

$$P_n = 3 \text{ kW}, U_{sn} = 220/380 \text{ V}, I_{sn} = 11,5/6,7 \text{ A}, \cos(\varphi_{sn}) = 0,82, n_n = 1430 \text{ obr/min.}$$

Do obliczeń przyjęto parametry skupione oraz syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych silnika wyznaczone na podstawie pomiarów stanu jałowego i zwarcia. W badaniach symulacyjnych, w których pominięto nasycenie magnetyczne rdzeni, jako parametry stanu nienasyconego przyjęto wartości maksymalne odpowiednich indukcyjności statycznych.

 $R_s = 2,0 \ \Omega, \ R_r^{\bullet} = 1,65 \ \Omega, \ L_{\sigma\sigma} = 0,01 \ H, \ L_{\sigma r}^{\bullet} = 0,01 \ H, \ L_m = 0,281 \ H, \ J = 0,01 \ \text{kgm}^2.$

Syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych pola głównego oraz pola rozproszenia przedstawiono na rys. 8.1.



Rys. 8.1. Charakterystyki syntetyczne strumieni sprzężonych pola głównego i pola rozproszenia stojana Fig. 8.1. Synthetic characteristics of flux linkages of the main and stator leakage field

Syntetyczne charakterystyki aproksymowano funkcjami:

$$\mathcal{V}_m(I_m) = A_m \operatorname{arctg}(B_m I_m) + C_m I_m, \qquad (8.1)$$

$$\Psi_{\sigma s}(I_s) = A_{\sigma s} \operatorname{arctg}(B_{\sigma s}I_s) + C_{\sigma s}I_s$$
(8.2)

oraz przyjęto, że

$$\Psi_{\sigma r}^{\bullet}(I_{r}^{\bullet}) = A_{\sigma r} \operatorname{arctg}(B_{\sigma r}I_{r}^{\bullet}) + C_{\sigma r}I_{r}^{\bullet} = \Psi_{\sigma s}(I_{s}), \qquad (8.3)$$

przy czym współczynniki funkcji wynoszą :

 $A_{\sigma_s} = 0,097 \text{ Wb}, A_m = 1,30 \text{ Wb}, B_{\sigma_s} = 0,07 \text{ 1/A}, B_m = 0,226 \text{ 1/A}, C_{\sigma_s} = 0,0045 \text{ Wb/A}.$

Na rysunkach 8.2 - 8.4 przedstawiono przebiegi wybranych wielkości elektromagnetycznych i elektrodynamicznych silnika podczas rozruchu. W obliczeniach przyjęto, że silnik załączono do sieci o napięciu znamionowym.



Rys. 8.2. Moduł fazora przestrzennego prądu stojana oraz moment elektromagnetyczny podczas rozruchu silnika obliczone przy uwzględnieniu (model nieliniowy) i pominięciu (model liniowy) nasycenia magnetycznego

Fig. 8.2. Stator current space phasor module and electromagnetic torque during motor starting computed when taking into account (nonlinear model) and neglecting (linear model) magnetic saturation



- Rys. 8.3. Moc chwilowa i moc bierna chwilowa stojana podczas rozruchu silnika obliczone przy uwzględnieniu (model nieliniowy) i pominięciu (model liniowy) nasycenia magnetycznego
- Fig. 8.3. Instantaneous power and reactive instantaneous power of the stator during motor starting computed when taking into account (nonlinear model) and neglecting (linear model) magnetic saturation



- Rys. 8.4. Prędkość kątowa elektryczna wirnika oraz trajektoria momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości elektrycznej wirnika podczas rozruchu silnika obliczone przy uwzględnieniu (model nieliniowy) i pominięciu (model liniowy) nasycenia magnetycznego
- Fig. 8.4. Rotor electric angular speed and electromagnetic torque trajectory vs rotor electric speed during motor starting computed when taking into account (nonlinear model) and neglecting (linear model) magnetic saturation





- Rys. 8.5. Moduł fazora przestrzennego prądu stojana oraz moment elektromagnetyczny w funkcji poślizgu obliczone przy uwzględnieniu (model nieliniowy) i pominięciu (model liniowy) nasycenia magnetycznego
- Fig. 8.5. Module of the stator current space phasor and electromagnetic torque vs the slip computed when taking into account (nonlinear model) and neglecting (linear model) magnetic saturation



- Rys. 8.6. Moc czynna i bierna stojana w funkcji poślizgu obliczone przy uwzględnieniu (model nieliniowy) i pominięciu (model liniowy) nasycenia magnetycznego
- Fig. 8.6. Stator active and reactive power vs the slip computed when taking into account (nonlinear model) and neglecting (linear model) magnetic saturation

W celu określenia wpływu współczynników funkcji aproksymujących syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych na charakterystyki silnika obliczono wrażliwość mocy czynnej i biernej stojana na zmiany współczynników. W pracy rozpatrzono charakterystyki wrażliwości względnej zdefiniowane w następujący sposób:

$$S_{P_{m,\sigma i}}^{P_{s}} = \frac{\partial P_{s}}{\partial P_{m,\sigma i}} \frac{P_{m,\sigma i}}{P_{s}}, \qquad S_{P_{m,\sigma i}}^{Q_{s}} = \frac{\partial Q_{s}}{\partial P_{m,\sigma i}} \frac{P_{m,\sigma i}}{Q_{s}} , \qquad (8.4)$$

gdzie:

 $P_m = \begin{bmatrix} A_m & B_m \end{bmatrix}^T$ $P_\sigma = \begin{bmatrix} A_\sigma & B_\sigma & C_\sigma \end{bmatrix}^T$

wektory zawierające współczynniki funkcji aproksymujących syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych pola głównego i pola rozproszenia,

 $P_{m,\sigma i}$ - *i*-ty parametr syntetycznej charakterystyki pola głównego i pola rozproszenia,

Am

Bm

1.0

0.8

 $S_{P_{m,oi}}^{P_s,Q_s}$ - wrażliwość względna mocy czynnej oraz mocy biernej stojana na zmianę *i*-tego parametru.

Charakterystyki wrażliwości umożliwiają ocenę względnych zmian parametrów na względne zmiany mocy czynnej i biernej stojana. Na podstawie charakterystyk wrażliwości można ocenić wpływ na charakterystyki maszyny w stanie ustalonym nasycenia magnetycznego rdzeni przez pole główne i pola rozproszenia.

Na rysunku 8.7 przedstawiono charakterystyki wrażliwości mocy czynnej i biernej na zmianę współczynników określających syntetyczną charakterystykę strumienia sprzężonego pola głównego. Na rysunku 8.8 przedstawiono charakterystyki wrażliwości mocy czynnej i biernej na zmianę współczynników określających syntetyczną charakterystykę strumienia sprzężonego pola rozproszenia.



Rys. 8.7. Wrażliwość mocy czynnej i biernej stojana w funkcji poślizgu na zmianę współczynników określających syntetyczną charakterystykę strumienia sprzężonego pola głównego

Fig. 8.7. Sensitivity of the stator active and reactive power vs the slip to the change of coefficients determining the synthetic characteristic of the main flux linkage



Rys. 8.8. Wrażliwość mocy czynnej i biernej stojana w funkcji poślizgu na zmianę współczynników określających syntetyczną charakterystykę strumienia sprzężonego pola rozproszenia
 Fig. 8.8. Sensitivity of the stator active and reactive power vs the slip to the change of coefficients

determining the synthetic characteristic of the leakage flux linkage

Przedstawione wybrane wyniki badań wykazały potrzebę uwzględnienia nasycenia magnetycznego rdzeni w modelu matematycznym maszyny asynchronicznej. Porównania przebiegów, obliczonych przy uwzględnieniu i pominięciu zjawiska nasycenia w modelu matematycznym maszyny, wskazały na istnienie rozbieżności między przebiegami. Przykładowo, różnice między wartościami maksymalnymi modułu fazora przestrzennego prądu stojana wynoszą około (5÷18)%, a maksymalne różnice między wartościami maksymalnymi momentu elektromagnetycznego wynoszą 30%. Podobne różnice można zaobserwować na charakterystykach silnika w stanie ustalonym. Główną przyczyną obserwowanych rozbieżności jest nasycenie rdzeni maszyny przez pole rozproszenia. Nasycenie magnetyczne rdzeni przez pole magnetyczne główne nie ma istotnego wpływu na wartości maksymalne przebiegów w początkowym okresie procesu rozruchu. Wpływ tego nasycenia zaznacza się przy poślizgach wirnika maszyny zbliżonych do zera. Potwierdzają te wnioski charakterystyki wrażliwości mocy czynnej i biernej na zmianę współczynników określających syntetyczną charakterystykę strumienia sprzężonego pola głównego. Wpływ nasycenia rdzeni przez pole główne można zaobserwować na przebiegach silnika wyznaczonych przy podwyższonym napięciu zasilania silnika. Na rysunku 8.9 przedstawiono porównanie wyników obliczeń przebiegów silnika podczas rozruchu, wyznaczonych przy znamionowym oraz powiększonym o 50% napięciu zasilania. W prezentowanych wynikach obliczeń pominięto nasycenie rdzeni maszyny przez pole rozproszenia.



- Rys. 8.9. Moduł fazora przestrzennego prądu stojana oraz moment elektromagnetyczny podczas rozruchu silnika obliczone przy uwzględnieniu (model nieliniowy) i pominięciu (model liniowy) nasycenia magnetycznego rdzeni przez pole magnetyczne główne
- Fig. 8.9. Stator current space phasor module and electromagnetic torque during motor starting computed when taking into account (nonlinear model) and neglecting (linear model) magnetic saturation of cores by the main magnetic field

Uwzględnienie nasycenia magnetycznego rdzeni maszyny w obwodowym modelu matematycznym przyczynia się do poprawy dokładności obliczeń stanów nieustalonych i ustalonych maszyny asynchronicznej.

122

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...

9. WYZNACZENIE PARAMETRÓW ELEKTROMAGNETYCZNYCH MODELI MATEMATYCZNYCH MASZYN INDUKCYJNYCH

Modele matematyczne maszyn indukcyjnych uwzględniające nasycenie magnetyczne rdzeni można wykorzystać w badaniach symulacyjnych, gdy znane są:

- charakterystyki syntetyczne strumieni sprzężonych pola głównego oraz pola rozproszenia stojana i wirnika, za pomocą których wyznacza się indukcyjności statyczne i dynamiczne maszyny,
- parametry skupione: rezystancja stojana oraz rezystancja wirnika sprowadzone na stronę stojana - w przypadku maszyn indukcyjnych pierścieniowych i klatkowych zwykłych,
- parametry skupione: rezystancja stojana oraz rezystancje i indukcyjności rozproszenia zastępczych obwodów wirnika sprowadzone na stronę stojana - w przypadku maszyn indukcyjnych klatkowych głębokożłobkowych.

Wymienione charakterystyki i parametry skupione można wyznaczyć na podstawie:

- danych konstrukcyjnych korzystając z metodyki obliczeń przedstawionej w rozdziałach 4, 5, 6 oraz zależności projektowych [3, 6, 8, 12, 29, 31, 32, 34],
- wyników pomiarów wybranych wielkości wejściowych i wyjściowych maszyn indukcyjnych w stanach ustalonych lub nieustalonych,
- wyników obliczeń symulacyjnych wybranych stanów ustalonych lub nieustalonych maszyn asynchronicznych wykonanych za pomocą modeli polowo-obwodowych.

W pracy zostaną wyznaczone charakterystyki syntetyczne strumieni sprzężonych oraz parametry skupione dwóch silników indukcyjnych o mocy znamionowej 3 kW i 1,5 kW. Charakterystyki i parametry skupione silnika indukcyjnego o mocy 3 kW zostaną wyznaczone na podstawie wyników pomiarów, natomiast silnika o mocy 1,5 kW na podstawie wyników obliczeń symulacyjnych polowo-obwodowych.

Najprostszym sposobem wyznaczenia syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych oraz parametrów skupionych modeli matematycznych maszyn asynchronicznych o wirniku pierścieniowym i klatkowym zwykłym jest wykonanie pomiarów lub symulacji w stanie jałowym i w stanie zwarcia. Na ich podstawie wyznacza się wartość rezystancji wirnika sprowadzonej na stronę stojana (rezystancja stojana wyznaczana jest metodą techniczną) oraz w postaci tabelarycznej syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych Wyznaczone w ten sposób parametry skupione oraz syntetyczne charakterystyki odwzorowują właściwości eksploatacyjne maszyn w innych stanach pracy niezbyt dokładnie. W konsekwencji konieczne jest opracowanie metodyki wyznaczenia takiego zbioru parametrów skupionych oraz charakterystyk syntetycznych strumieni sprzężonych, które odwzorowywałyby z dobrą dokładnością właściwości maszyn asynchronicznych w całym zakresie pracy silnikowej przy różnych napięciach zasilania stojana.

Modele maszyn indukcyjnych przedstawione w rozdziałe 7 nie są w pełni modelami parametrycznymi, obok bowiem stałych parametrów skupionych, występują w modelu indukcyjności statyczne i dynamiczne, których wartości zależą od stanu nasycenia rdzeni maszyny i są wyznaczane są za pomocą charakterystyk syntetycznych. Bezpośrednie wyznaczenie tych charakterystyk w postaci tabelarycznej jest trudne, dlatego też wygodnie jest je aproksymować za pomocą funkcji o nieznanych " a priori" współczynnikach, które uzupełniając zbiór parametrów modeli matematycznych maszyn indukcyjnych powodują, że modele te są parametryczne.

9.1. Schematy zastępcze parametryczne maszyny indukcyjnej w stanach ustalonych i nieustalonych

Aproksymując charakterystyki syntetyczne strumieni sprzężonych pola głównego oraz pola rozproszenia stojana i wirnika funkcjami:

$$\Psi_{\sigma}(I_s) = A_{\sigma} \operatorname{arctg}(B_{\sigma}I_s) + C_{\sigma}I_s , \qquad \Psi_{\sigma}^{\bullet}(I_r) = A_{\sigma} \operatorname{arctg}(B_{\sigma}I_r) + C_{\sigma}I_r^{\bullet} , \qquad (9.1)$$

$$\Psi_m(I_m) = A_m \operatorname{arctg}(B_m I_m), \qquad (9.2)$$

indukcyjności statyczne maszyny określone są przez następujące zależności:

$$L_{\sigma r}(I_s) = \frac{A_{\sigma r} \operatorname{arctg}(B_{\sigma r} I_s)}{I_s} + C_{\sigma r}, \qquad L_{\sigma r}^{\bullet}(I_r^{\bullet}) = \frac{A_{\sigma r} \operatorname{arctg}(B_{\sigma r} I_r^{\bullet})}{I_r^{\bullet}} + C_{\sigma r}, \qquad (9.3)$$

$$L_m(I_m) = \frac{A_m \operatorname{arctg}(B_m I_m)}{I_m},$$
(9.4)

zaś indukcyjności dynamiczne maszyny przedstawione w rozdziale 6.3 można obliczyć korzystając z następujących zależności:

$$L_{Dor}(I_s) = \frac{A_{\sigma r} B_{\sigma s}}{1 + B_{\sigma r}^2 I_s^2} + C_{\sigma r}, \qquad \qquad L_{Dor}^{\bullet}(I_r^{\bullet}) = \frac{A_{\sigma r} B_{\sigma r}}{1 + B_{\sigma r}^2 I_r^{\bullet 2}} + C_{\sigma r}, \qquad (9.5)$$

$$L_{Dm}(I_m) = \frac{A_m B_m}{1 + B_m^2 I_m^2} \,. \tag{9.6}$$



- Rys. 9.1. Schemat zastępczy parametrycznego modelu matematycznego maszyny indukcyjnej w stanach ustalonych
- Fig. 9.1. Equivalent diagram of the parametric mathematical model of induction machine under steady conditions

Uwzględniając wzory (9.3) – (9.6) zbiór parametrów modelu matematycznego maszyny indukcyjnej o wirniku jednoklatkowym ma następującą postać:

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{P}_{\boldsymbol{R}} & \boldsymbol{P}_{\sigma s} & \boldsymbol{P}_{\sigma r} & \boldsymbol{P}_{m} \end{bmatrix}^{T}, \qquad (9.7)$$

gdzie:

$$\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{R}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{s} & \boldsymbol{R}_{r}^{\bullet} \end{bmatrix}^{T}, \quad \boldsymbol{P}_{\sigma s, r} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{\sigma s, r} & \boldsymbol{B}_{\sigma s, r} & \boldsymbol{C}_{\sigma s, r} \end{bmatrix}^{T}, \quad \boldsymbol{P}_{m} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{m} & \boldsymbol{B}_{m} \end{bmatrix}^{T}, \quad (9.8)$$

(0 1)

 A_m , B_m , $A_{\sigma s}$, $B_{\sigma s}$, $C_{\sigma s}$, $A_{\sigma r}$, $B_{\sigma r}$, $C_{\sigma r}$ - współczynniki określające postać analityczną charakterystyk syntetycznych strumieni sprzężonych pola głównego (*m*), pola rozproszenia stojana (σs) i pola rozproszenia wirnika (σr).

Za pomocą tak zdefiniowanego zbioru parametrów można sformułować model parametryczny maszyny indukcyjnej, który w stanach ustalonych i nieustalonych reprezentowany jest przez odpowiednie schematy zastępcze przedstawione na rys. 9.1 i 9.2.



- Rys. 9.2. Schemat zastępczy parametrycznego modelu matematycznego maszyny indukcyjnej w stanach nieustalonych
- Fig. 9.2. Equivalent circuit of the parametric mathematical model of induction machine under transient conditions

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...

9.2. Metodyka wyznaczania parametrów modelu matematycznego maszyny indukcyjnej na podstawie pomiarów

Parametry modelu matematycznego maszyny indukcyjnej można wyznaczyć na podstawie pomiarów charakterystyk statycznych lub przebiegów dynamicznych. W pracy parametry maszyny wyznaczono na podstawie pomiarów charakterystyk statycznych mocy czynnej i biernej stojana w funkcji prędkości obrotowej wirnika oraz pomiarów przebiegów mocy chwilowej i mocy chwilowej biernej w stanach dynamicznych.

W procedurze wyznaczania parametrów wykorzystano metodę najmniejszych kwadratów, polegającą na takim doborze parametrów modelu, które powodują minimalizację błędu średniokwadratowego między charakterystykami lub przebiegami zmierzonymi oraz obliczonymi za pomocą modelu. Schemat ideowy ilustrujący procedurę wyznaczania parametrów na podstawie charakterystyk statycznych przedstawiono na rys. 9.3.



- Rys. 9.3. Schemat ideowy wyznaczania parametrów na podstawie charakterystyk mocy czynnej i biernej w funkcji prędkości obrotowej silnika
- Fig. 9.3. Schematic diagram for determining parameters basing on active and reactive power characterristics as a function motor rotational speed

9.3. Opis stanowiska laboratoryjnego, metodyka przeprowadzenia pomiarów

W badaniach pomiarowych wykorzystano stanowisko laboratoryjne, składające się z badanego silnika indukcyjnego połączonego za pośrednictwem sprzęgieł z układem wirujących tarcz o różnych momentach bezwładności (rys. 9.4). Pomiary wykonano za pomocą trójfazowego analizatora mocy firmy LEM-NORMA D 6100, gwarantującego bardzo dobrą dokładność pomiaru mierzonych sygnałów elektrycznych. Sterowanie procesem pomiarowym, akwizycję mierzonych sygnałów oraz ich obróbkę i wizualizację wykonano za pomocą

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego ...



mikrokomputera oraz opracowanego przez autora programu komputerowego pracującego

Rys. 9.4. Schemat ideowy stanowiska laboratoryjnego Fig. 9.4. Schematic diagram of the laboratory stand

Na stanowisku laboratoryjnym przeprowadzono pomiary charakterystyk maszyny w stanach quasi-ustalonych oraz przebiegów dynamicznych.

9.3.1. Pomiarowe wyznaczenie mocy chwilowej i chwilowej mocy biernej stojana

Moc chwilową stojana oraz moc chwilową bierną stojana można wyznaczyć korzystając z następujących zależności:

$$p_s = \operatorname{Re}(\underline{U}_s^s \, \underline{I}_s^{s*}), \qquad q_s = \operatorname{Im}(\underline{U}_s^s \, \underline{I}_s^{s*}). \tag{9.9}$$

Fazory przestrzenne napięcia i prądu stojana można wyznaczyć dokonując pomiaru prądów fazowych oraz napięć międzyprzewodowych stojana.

$$\underline{I}_{s}^{s} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(i_{s1} + \underline{a} \ i_{s2} + \underline{a}^{2} i_{s3} \right), \qquad \qquad \underline{U}_{s}^{s} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{1 - \underline{a}^{2}} \left(u_{s12} + \underline{a} \ u_{s23} + \underline{a}^{2} u_{s31} \right)$$
(9.10)

Przykładowe wyniki pomiarów przebiegu prądu fazowego i napięcia międzyprzewodowego podczas rozruchu silnika indukcyjnego o mocy znamionowej 3 kW przedstawiono na rys. 9.5.



Rys. 9.5. Przebieg prądu fazowego i napięcia międzyprzewodowego stojana podczas rozruchu silnika Fig. 9.5. Waveforms of the stator phase current and stator line-to-line voltage during motor starting

Wyznaczone na podstawie zależności (9.10) przebiegi hodografów fazorów przestrzennych prądów i napięć stojana oraz ich modułów podczas rozruchu silnika przedstawiono na rys. 9.6 i 9.7.



-400 -200 0 200 400 $Re(U_s)$ [M]

Rys. 9.6. Hodograf fazora przestrzennego prądu i napięcia stojana Fig. 9.6. Hodograph of the stator current and voltage space phasor



Rys. 9.7. Przebiegi modułu fazora przestrzennego prądu i napięcia stojana Fig. 9.7. Waveforms of the current and voltage space phasor module of the stator 129

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...

Na rysunku 9.8 przedstawiono obliczone na podstawie zależności (9.9) przebiegi mocy chwilowej i mocy chwilowej biernej stojana.



Rys. 9.8. Przebiegi mocy chwilowej oraz chwilowej mocy biernej stojana Fig. 9.8. Waveforms of the instantaneous and instantaneous reactive power of the stator

9.3.2. Pomiarowe wyznaczenie charakterystyk statycznych maszyny indukcyjnej

Charakterystyki statyczne maszyn indukcyjnych można wyznaczyć tradycyjnymi metodami, obciążając maszynę indukcyjną hamownicą oraz dokonując pomiaru odpowiednich wielkości w całym zakresie pracy silnikowej. Pomiary takie zazwyczaj są przeprowadzane w laboratoriach badawczych oraz na stacjach prób fabryk wytwarzających maszyny elektryczne. Trudno jest pomiary takich charakterystyk wykonać w normalnych warunkach eksploatacyjnych. W warunkach przemysłowych można wyznaczyć charakterystyki statyczne silników indukcyjnych na podstawie pomiaru przebiegów wielkości elektrycznych i mechanicznych podczas rozruchu lub nawrotu silnika, przyjmując że moment bezwładności układu mechanicznego silnika jest na tyle duży, że można założyć, iż przebiegi dynamiczne występujące w silniku są na tyle wolne, że można je uznać za quasi-ustalone.

W konsekwencji uwzględniając przebieg prędkości obrotowej podczas rozruchu silnika przedstawiony na rys. 9.9 można rozpatrywane przebiegi przedstawić w funkcji prędkości obrotowej, otrzymując quasi-statyczne charakterystyki maszyny indukcyjnej w funkcji prędkości obrotowej (rys. 9.10).



Rys. 9.9. Przebieg prędkości obrotowej wirnika podczas rozruchu silnika Fig. 9.9. Waveform of the rotor speed during motor starting



Rys. 9.10 Charakterystyki quasi-statyczne silnika indukcyjnego o mocy znamionowej 3 kW Fig. 9.10. Quasi-static characteristics of 3 kW induction motor

Uśredniając quasi-statyczne charakterystyki za pomocą procedury uśredniania (średnia ruchoma) otrzymuje się charakterystyki statyczne silnika przedstawione na rysunku 9.11.



Rys. 9.11. Charakterystyki statyczne mocy czynnej i biernej stojana w funkcji prędkości obrotowej wirnika

Fig. 9.11. Static characteristics of the stator active and reactive power vs the rotor speed

9.4. Algorytm estymacji parametrów modelu matematycznego maszyny na podstawie wyników pomiaru charakterystyk statycznych

Na podstawie analizy wrażliwości wpływu parametrów elektromagnetycznych maszyny na jej charakterystyki przedstawione w rozdziale 8 przyjęto, że:

 współczynniki opisujące syntetyczną charakterystykę strumienia sprzężonego pola głównego wyznaczy się z charakterystyki biegu jałowego maszyny,

pozostałe parametry wyznaczy się na podstawie charakterystyki mocy czynnej i biernej stojana w funkcji predkości obrotowej wirnika.

W celu ułatwienia obliczeń zmodyfikowano postaci niektórych parametrów:

$$m = \omega_s A_m, \quad A_\sigma = \omega_s A_{\sigma s} = \omega_s A_{\sigma r}, \quad C_\sigma^* = \omega_s C_{\sigma s} = \omega_s C_{\sigma r}$$
(9.11)

oraz przyjęto, że współczynniki opisujące syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych pola rozproszenia stojana i wirnika są sobie równe.

W procesie estymacji parametrów jako miarę zgodności modelu matematycznego maszyny z maszyną rzeczywistą przyjęto błąd średniokwadratowy wyznaczony dla mocy czynnej i biernej stojana:

$$\mathcal{E}(\mathbf{P}) = \sum_{k} \left\{ \left(\frac{P_{s(p)}(n_k) - P_{s(m)}(\mathbf{P}, n_k)}{P_{s(p)}(n_k)} \right)^2 + \left(\frac{Q_{s(p)}(n_k) - Q_{s(m)}(\mathbf{P}, n_k)}{Q_{s(p)}(n_k)} \right)^2 \right\},$$
(9.12)

gdzie:

 $P_{s(p)}, Q_{s(p)}, P_{s(m)}, Q_{s(m)}$ - moc czynna i bierna stojana zmierzona (p) oraz obliczona (m) za pomocą modelu.



Rys. 9.12. Schemat blokowy algorytmu estymacji parametrów

Fig. 9.12. Flow chart of the parameter estimation algorithm

Poszukiwany zbiór parametrów modelu matematycznego maszyny otrzymuje się w wyniku minimalizacji powyższego błędu. Do minimalizacji funkcji celu można stosować różne algorytmy (algorytmy bezgradientowe, gradientowe oraz algorytmy sztucznej inteligencii). W pracy zastosowano dwa algorytmy: algorytm genetyczny oraz algorytm gradientowy. Przy stosowaniu obu algorytmów dla każdego zbioru potencjalnych parametrów oblicza się funkcję celu, co wymaga dodatkowego rozwiązania nieliniowego układu równań algebraicznych określających stan ustalony maszyny. Rozwiązanie nieliniowego układu równań algebraicznych otrzymuje sie metodami iteracyjnymi, co powoduje wydłużenie procesu estymacji parametrów. Jest to szczególnie istotne przy stosowaniu algorytmów genetycznych, w których operuje się jednocześnie cała populacja potencjalnych rozwiazań. Schemat blokowy algorytmu estymacji parametrów przedstawiono na rys. 9.12.

W celu skrócenia czasu wykonywania obliczeń oraz zapewnienia ich zbieżności przydatna jest możliwość ograniczenia obszaru poszukiwań potencialnych rozwiazań przez zadanie ich dolnej i górnej granicy zmian.

9.5. Wyniki estymacji parametrów na podstawie pomiaru charakterystyk statycznych

Estymacie parametrów elektromagnetycznych przeprowadzono dla silnika indukcyjnego klatkowego o mocy 3 kW, w którym, jak wynika z pracy [141], praktycznie można pominąć zjawisko wypierania pradu w wirniku. Dane znamionowe badanego silnika wynoszą:

> $P_n = 3 \text{ kW}$, $U_{sn} = 220/380 \text{ V}$, $I_{sn} = 11,5/6,7 \text{ A}$, $\cos(\phi_{nn}) = 0.82, n_n = 1430 \text{ obr/min}.$

Współczynniki opisujące syntetyczną charakterystykę strumienia sprzężonego pola głównego wyznaczono z biegu jałowego silnika $A_m^* = 411,234 \text{ V}, B_m = 0,225 \text{ 1/A}.$

Estymacje pozostałych parametrów przeprowadzono w dwóch etapach. W pierwszym etapie na podstawie charakterystyk silnika zasilanego z sieci o napieciu 380 V i przy wykorzystaniu algorytmu genetycznego wyznaczono zbiór wstępnych parametrów maszyny traktując go jako punkt startowy dla drugiego etapu, w którym wykorzystano algorytm gradientowy. Przy stosowaniu algorytmu genetycznego [1] przyjęto binarny system kodowania oraz metode turniejowa (dla podgrup złożonych z 2 osobników) jako sposób selekcji. Do obliczeń wybrano algorytm genetyczny z ustalonym stanem (steady state), w którym przyjęto, że 11% procent populacji jest przekazywane do następnej generacji, bez stosowania operatorów reprodukcji. Pozostałe parametry algorytmu genetycznego oraz wynik końcowy zestawiono w tabl. 9.1.

Tablica 9.1

Wyniki estymacji parametrów przy wykorzystaniu algorytmu genetycznego

Parametry algorytmu genetycznego	Parametry maszyny	Górny zakres	Dolny zakres	Wyniki końcowe	
Liczebność populacji	31	$A_{\sigma}^* V$	60,00	10,00	43,603
Liczba generacji	1500	B_{σ} 1/A	0,200	0,020	0,111
Prawdopodobieństwo krzyżowania	0,77	$C^*_{\sigma} \Omega$	5,00	0,50	1,057
Prawdopodobieństwo mutacji	0,0077	R_r^{\bullet}	5,00	0,50	1,251

Podane w tablicy górny i dolny zakres wartości zmian parametrów określają obszar poszukiwań, a liczba znaków po przecinku tych liczb oznacza dodatkowo rozdzielczość.

Tablica 9.2

Łącznie decydują one o liczbie genów, za pomocą których jest zakodowany poszukiwany parametr oraz w konsekwencji o długości chromosomu odpowiadającemu wektorowi parametrów. Algorytm genetyczny wykorzystano do wyznaczenia czterech parametrów. Liczba genów reprezentująca poszczególne parametry wynosiła: $A_{\sigma}^*=13$, $B_{\sigma}=8$, $C_{\sigma}^*=9$, $R_r^*=9$, zaś długość chromosomu była równa 39.

Przy wstępnym wyznaczaniu parametrów za pomocą algorytmu genetycznego wartość rezystancji stojana przyjęto z pomiarów metodą techniczną ($R_s = 2,1 \Omega$). Na rysunku 9.13 przedstawiono przebieg minimalnej wartości funkcji celu dla kolejnych generacji.



Rys. 9.13. Wykres minimalnej wartości funkcji celu dla kolejnych generacji

We wild a stress ?!

Fig. 9.13. The minimum value of the objective function for successive generations

W drugim etapie do wyznaczenia ostatecznych wartości parametrów modelu matematycznego maszyny zastosowano algorytm gradientowy, w którym ograniczono obszar poszukiwań parametrów poprzez zadanie dolnego i górnego zakresu ich zmian.

W ten sposób wyznaczono ostateczne parametry maszyny dla różnych napięć zasilania stojana. Wyniki tego etapu estymacji zestawiono w tabl. 9.2 umieszczając w niej również wartości dolnych i górnych zakresów zmian parametrów.

Parametry	Dolny zakres	Górny zakres	$U_{\rm s}$ =380 V	$U_{\rm s}=300~{\rm V}$	$U_{\rm s}$ =220 V	$U_{\rm s}=150 \text{ V}$
$A_{\sigma}^* V$	5,00	60,00	43,105	43,295	42,456	40,789
B_{σ} 1/A	0,010	0,400	0,076	0,069	0,062	0,064
$C^*_\sigma \Omega$	0,300	5,00	1,167	1,091	1,064	0,964
$R_s \Omega$	2,00	2,50	2,255	2,401	2,436	2,50
$R_r^{\bullet} \Omega$	1,20	1,65	1,258	1,251	1,251	1,20
ε			0,0178	0,253	0,0813	0,140

Jakość odwzorowania charakterystyk maszyny przez jej model matematyczny i wyznaczone dla tego modelu parametry można ocenić porównując ze sobą charakterystyki zmierzone i obliczone, co przedstawiono na rys. 9.14.



Rys. 9.14. Porównanie charakterystyk mocy czynnej i biernej stojana zmierzonych (p) i obliczonych za pomocą wyznaczonych parametrów (m)

Fig. 9.14. Comparison of the stator active and reactive power characteristics measured (p) and computed (m) by means of the calculated parameters

Z porównania charakterystyk dla różnych napięć zasilania stojana wynika dobra zgodność charakterystyk maszyny rzeczywistej z charakterystykami wyznaczonymi za pomocą modelu.

9.6. Ocena wiarygodności wyznaczonych parametrów modelu matematycznego maszyny indukcyjnej

Wyznaczone na podstawie pomiarów parametry modelu matematycznego maszyny indukcyjnej umożliwiają przeprowadzenie badań symulacyjnych właściwości dynamicznych i statycznych maszyny indukcyjnej w różnorodnych stanach jej pracy. Wyniki takich badań można wykorzystać do oceny wiarygodności opracowanego modelu matematycznego maszyny. Weryfikację modelu i jego parametrów przeprowadza się zazwyczaj dla typowych warunków pracy maszyny, rzadziej do stanów awaryjnych. W przypadku modelu matematycznego maszyny indukcyjnej, uwzględniającego nasycenie magnetyczne rdzeni, korzystne jest przeprowadzenie takiej weryfikacji dla różnych stopni nasycenia rdzeni magnetycznych. Miarą wiarygodności opracowanego modelu oraz wyznaczonego zbioru parametrów są zwykle różnice pomiędzy przebiegami czasowymi lub charakterystykami maszyny zmierzonymi na obiekcie rzeczywistym oraz obliczonymi za pomocą komputerów przy wykorzystaniu jej modelu matematycznego. W niniejszej pracy taką weryfikacje przeprowadzono dla stanu nieustalonego. Pomiary i symulacje wykonano dla dwóch wartości napiecia zasilania maszyny: napiecia znamionowego (380 V) oraz napiecia (220 V), zmieniajac w ten sposób stan nasycenia rdzeni magnetycznych maszyny. Wyniki badań przedstawiono na rysunkach 9.15-9.17.

Na rysunkach 9.15-9.16 przedstawiono przebiegi prądu fazowego stojana (zmierzone i obliczone) podczas rozruchu silnika zasilanego z sieci o napięciu 380 V oraz z sieci o napięciu 220 V. W celu łatwiejszego porównania wyników pomiarów i symulacji przebiegi te przedstawiono na początku i końcu rozruchu. Z porównania przebiegów dla różnych napięć zasilania stojana wynika dobra zgodność przebiegów maszyny rzeczywistej z przebiegami wyznaczonymi na podstawie modelu. Pojawiające się rozbieżności pomiędzy wynikami symulacji oraz pomiarów, szczególnie widoczne pod koniec rozruchu, spowodowane są dynamiką zmian prędkości obrotowej wirnika. Wolniej narastająca prędkość obrotowa wirnika w rzeczywistym silniku indukcyjnym w porównaniu z prędkością obrotową obliczoną z symulacji (rys. 9.17) może być spowodowana nieuwzględnieniem w modelu maszyny zjawisk pasożytniczych, które powodują zniekształcenie charakterystyki momentu elektromagnetycznego silnika oraz niedokładnym oszacowaniem momentu wynikającego ze strat mechanicznych.



Rys. 9.15. Przebieg prądu stojana silnika podczas rozruchu silnika zmierzony i obliczony Fig. 9.15. Waveform of the motor stator current during motor starting measured and computed

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...



Rys. 9.16. Przebieg prądu stojana silnika podczas rozruchu silnika zmierzony i obliczony Fig. 9.16. Waveform of the motor stator current during motor starting measured and computed



Rys. 9.17. Przebieg prędkości obrotowej wirnika podczas rozruchu silnika zmierzony i obliczony Fig. 9.17. Waveform of the rotor speed during motor starting measured and computed

T 11' 00

9.7. Algorytm i wyniki estymacji parametrów modelu matematycznego maszyny indukcyjnej na podstawie wyników pomiaru przebiegów dynamicznych

Parametry modelu matematycznego maszyny indukcyjnej można także wyznaczyć na podstawie pomiarów przebiegów dynamicznych. W procesie wyznaczania parametrów jako miarę zgodności modelu matematycznego maszyny z maszyną rzeczywistą przyjęto także błąd średniokwadratowy wyznaczony na podstawie określonych w dyskretnych chwilach czasu wartości mocy chwilowej i mocy chwilowej biernej stojana:

$$\varepsilon(\mathbf{P}) = \sum_{k} \left\{ \left(\frac{p_{s(p)}(t_k) - p_{s(m)}(\mathbf{P}, t_k)}{p_{s(p)}(t_k)} \right)^2 + \left(\frac{q_{s(p)}(t_k) - q_{s(m)}(\mathbf{P}, t_k)}{q_{s(p)}(t_k)} \right)^2 \right\}.$$
 (9.13)

Poszukiwany zbiór parametrów modelu matematycznego maszyny otrzymuje się w wyniku minimalizacji powyższego błędu. Do minimalizacji funkcji celu wykorzystano algorytm gradientowy. W procesie minimalizacji błędu średniokwadratowego dla każdego potencjalnego zbioru parametrów konieczne jest numeryczne rozwiązanie układu równań różniczkowych tworzących model matematyczny maszyny i wyznaczenie wartości chwilowych mocy wynikających z modelu matematycznego.

Podstawą procesu estymacji były wyniki pomiaru rozruchu silnika zasilanego z sieci o napięciu 380 V. Wyniki estymacji parametrów przedstawiono w tabl. 9.3

Parametry	Parametry startowe	Ograniczenia górne	Ograniczenia dolne	Parametry końcowe
$R_s \Omega$	2,255	5,00	1,00	2,270
R_{τ}^{\bullet} Ω	1,258	3,00	0,50	1,238
$A_{\sigma r} = A_{\sigma r}$ Wb	0,1372	0,30	0,05	0,138
$B_{\sigma s} = B_{\sigma r} 1/A$	0,076	0,20	0,010	0,077
$C_{\sigma s} = C_{\sigma r} $ Wb/A	0,00372	0,01	0,0005	0,0037
A _m Wb	1,309	2,00	0,70	1,277
<i>B_m</i> 1/A	0,225	0,50	0,10	0,223

Jakość estymowanych parametrów można ocenić porównując zmierzone i obliczone przebiegi czasowe wybranych wielkości. Porównania te przedstawiono na rys. 9.18-9.19.



Rys. 9.18. Przebiegi mocy chwilowej, mocy chwilowej biernej, prądu fazowego stojana i prędkości obrotowej podczas rozruchu zmierzone i obliczone na podstawie wyznaczonych parametrów
 Fig. 9.18. Waveforms of the instantaneous power, instantaneous reactive power, stator phase current and

rotational speed measured and computed basing on the calculated parameters





- Rys. 9.20. Schemat ideowy wyznaczania parametrów na podstawie wyników obliczeń polowoobwodowych
- Fig. 9.20. Schematic diagram for calculating parameters basing on the results of field-circuit computations

9.9. Obliczenia charakterystyk statycznych za pomocą metody elementów skończonych

Podczas nawrotu silnika z odpowiednio powiększonym momentem bezwładności prędkość obrotowa wirnika zmienia się na tyle wolno, że procesy elektromagnetyczne występujące w silniku są quasi-ustalone. W konsekwencji pomijając początkowy stan nieustalony można przyjąć, że zmiany quasi-ustalonych przebiegów spowodowane są głównie zmianami prędkości obrotowej wirnika. Przebiegi quasi-ustalone analizowanych wielkości zawierają składowe stałe oraz składowe przemienne. Składowe stałe można wyodrębnić z przebiegów quasi-ustalonych za pomocą uśredniania, stosując procedurę średniej ruchomej. Przedstawiając wyodrębnioną składową średnią w funkcji prędkości obrotowej otrzymuje się charakterystyki statyczne silnika.

Procedura obliczenia charakterystyk statycznych maszyny indukcyjnej za pomocą metody elementów skończonych składa się z więc z dwóch etapów obliczeń:

- w etapie pierwszym przeprowadza się obliczenia polowo-obwodowe stanów dynamicznych silnika występujących podczas nawrotu i wyznacza się przebiegi odpowiednich wielkości elektromagnetycznych i mechanicznych,
- w etapie drugim pomija się początkowy stan nieustalony i uśrednia się (średnia ruchoma) obliczone przebiegi, a następnie przedstawia się je w funkcji prędkości obrotowei.

W programie Maxwell-2D w wyniku obliczeń polowo-obwodowych wyznacza się bezpośrednio między innymi wartości chwilowe prądów stojana, momentu elektromagnety-



Rys. 9.19. Przebiegi mocy chwilowej, mocy chwilowej biernej, prądu fazowego stojana i prędkości obrotowej na początku rozruchu silnika pomiar ______ symulacja ______

25000 q. [V·A] 20000

15000

0.04

0.04

0.06

t (s

0.06

t Isl

0.08

0.08

0.10

0.10

Fig. 9.19. Waveforms of the instantaneous power, instantaneous reactive power, stator phase current and rotational speed at the beginning of motor starting measurement ______ simulation ______

9.8. Metodyka wyznaczania parametrów modelu obwodwego maszyny indukcyjnej na podstawie wyników obliczeń polowo-obwodowych

Dla nowo projektowanych silników indukcyjnych lub silników o znanych danych geometrycznych i materiałowych parametry modelu matematycznego maszyny można wyznaczyć na podstawie charakterystyk statycznych lub przebiegów dynamicznych obliczonych za pomocą metody elementów skończonych. Rozwój metody elementów skończonych oraz związanego z nią oprogramowania spowodował, że w obliczeniach polowo-obwodowych można uwzględnić zarówno napięciowe zasilanie uzwojeń stojana, jak i ruch wirnika względem stojana. W konsekwencji wyniki obliczeń polowo-obwodowych w dużym stopniu odwzorowują rzeczywiste warunki pracy maszyny.

W pracy parametry modelu matematycznego maszyny wyznaczono za pomocą zbioru charakterystyk statycznych wyznaczonych za pomocą odpowiedniego opracowania quasiustalonych przebiegów dynamicznych obliczonych podczas symulacji nawrotu silnika z dostatecznie dużym momentem bezwładności. Do wyznaczenia parametrów zastosowano metodę najmniejszych kwadratów. Na rysunku 9.20 przedstawiono schemat ideowy procedury wyznaczania parametrów na podstawie wyników obliczeń wykonanych za pomocą modelu polowo-obwodowego.

30000 ps [V·A] 25000

20000

15000
cznego oraz prędkości obrotowej. Potrzebne do estymacji parametrów silnika przebiegi chwilowej mocy stojana i chwilowej mocy biernej stojana oraz fazora przestrzennego prądu stojana wyznacza się według wzorów (9.9) - (9.10).

Obliczenia wykonano dla silnika indukcyjnego o następujących danych znamionowych:

 $P_n = 1500 \text{ W}$, $U_{sN} = 400/230 \text{ V}$, $I_{sn} = 3.4/5.4 \text{ A}$;

 $\cos(\varphi_{sn}) = 0.79$, $n_n = 1400$ obr/min; $T_{en} = 10.25$ N·m.

W obliczeniach nawrotu silnika z powiększonym momentem bezwładności metodą prób przyjęto jako zadowalający podział modelu obliczeniowego maszyny na około 12 tys. elementów skończonych, a krok całkowania równań w dziedzinie czasu ustalono na 0,0001s. Na rysunku 9.21 przedstawiono siatkę elementów skończonych oraz dane szczegółowe dotyczące siatki.



feer man	rerentres	TOTAL APER
irGap	2320	30.7805
end	1002	0.10039
otor	3338	911.534
Busite	1.52	175.019
tatos	3726	1639.6
bar]	113	40.16
Dec).1	106	40.14
DAEJi2	108	40.16
barl.0	96	40.16
bar).4	108	40.16
bar).5	106	40.16
barl.d	115	40.16
phase_A]	130	54.0100
phone Al.1	3.22	54.8189
phase Al.2	129	54,0107
phase B)	1.29	54.0107
L.(G_seady	122	54.0100
phase_P).2	130	54.0100
plume_C1	135	84.8188
phase_C3.1	118	54.8188
phose_Cl.2	135	54.0107
ackground	1264	5369.92

Rys. 9.21. Siatka elementów skończonych oraz dane dotyczące siatki (model obliczeniowy nie obejmuje obszaru tła - background)

Fig. 9.21. Finite element mesh and its data (the computational model does not include the background area)

Na rysunku 9.22 przedstawiono przykładowe wyniki obliczeń polowych w postaci przebiegu izolinii wektorowego potencjału magnetycznego dla dwóch wybranych chwil czasu podczas nawrotu silnika zasilanego z sieci 400V.



- Rys. 9.22. Wykresy izolinii wektorowego potencjału magnetycznego dla a) t=0,05 s, n=-1195,34 obr/min, dla b t=0,25 s, n=130,923 obr/min
- Fig. 9.22. Isolines of the magnetic vector potential for a)t=0,05 s, n=-1195,34 r.p.m., b) t=0,25 s, n=130,923 r.p.m.

Obliczenia charakterystyk quasi-statycznych maszyny indukcyjnej przeprowadzono dla różnych napięć zasilania uzwojeń stojana. Wyniki obliczeń charakterystyk mocy chwilowej stojana oraz mocy chwilowej biernej stojana oraz modułu fazora przestrzennego prądu stojana podzielonego przez $\sqrt{3}$ oraz opracowane na ich podstawie rodziny charakterystyk statycznych przedstawiono na rys. 9.23b.



Rys. 9.23. Charakterystyki quasi-statyczne i statyczne maszyny indukcyjnej wyznaczone z nawrotu silnika

Fig. 9.23. Quasi-static and static characteristics of induction machine computed form the motor reverse

Tablica 9.4

9.10. Estymacja parametrów obwodowego modelu maszyny indukcyjnej

W procesie estymacji parametrów modelu matematycznego maszyny indukcyjnej jako miarę zgodności rodziny charakterystyk statycznych wyznaczonych za pomocą modelu polowo-obwodowego z rodziną charakterystyk statycznych wyznaczonych za pomocą modelu obwodowego przyjęto błąd średniokwadratowy wyznaczony dla mocy czynnej, biernej oraz prądu fazowego stojana.

$$\mathcal{E}(\mathbf{P}) = \sum_{m=k} \left\{ \frac{\left[\frac{P_{s(pm)}(U_{sm}, n_{k}) - P_{s(om)}(\mathbf{P}, U_{sm}, n_{k})}{P_{s(pm)}(U_{sm}, n = 0)}\right]^{2} + \left[\frac{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n_{k}) - Q_{s(om)}(\mathbf{P}, U_{sm}, n_{k})}{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n = 0)}\right]^{2} + \left[\frac{I_{sf(pm)}(U_{sm}, n_{k}) - I_{sf(om)}(\mathbf{P}, U_{sm}, n_{k})}{I_{s(pm)}(U_{sm}, n = 0)}\right]^{2} + \left[\frac{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n_{k}) - Q_{s(om)}(\mathbf{P}, U_{sm}, n_{k})}{I_{s(pm)}(U_{sm}, n = 0)}\right]^{2} + \left[\frac{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n_{k}) - Q_{s(om)}(\mathbf{P}, U_{sm}, n_{k})}{I_{s(pm)}(U_{sm}, n = 0)}\right]^{2} + \left[\frac{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n_{k}) - Q_{s(om)}(\mathbf{P}, U_{sm}, n_{k})}{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n = 0)}\right]^{2} + \left[\frac{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n_{k}) - Q_{s(om)}(\mathbf{P}, U_{sm}, n_{k})}{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n = 0)}\right]^{2} + \left[\frac{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n_{k}) - Q_{s(om)}(\mathbf{P}, U_{sm}, n_{k})}{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n = 0)}\right]^{2} + \left[\frac{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n_{k}) - Q_{s(om)}(\mathbf{P}, U_{sm}, n_{k})}{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n = 0)}\right]^{2} + \left[\frac{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n_{k}) - Q_{s(om)}(\mathbf{P}, U_{sm}, n_{k})}{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n = 0)}\right]^{2} + \left[\frac{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n_{k}) - Q_{s(om)}(\mathbf{P}, U_{sm}, n_{k})}{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n = 0)}\right]^{2} + \left[\frac{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n_{k}) - Q_{s(om)}(\mathbf{P}, U_{sm}, n_{k})}{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n = 0)}\right]^{2} + \left[\frac{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n_{k}) - Q_{s(om)}(\mathbf{P}, U_{sm}, n_{k})}{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n = 0)}\right]^{2} + \left[\frac{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n_{k}) - Q_{s(om)}(\mathbf{P}, U_{sm}, n_{k})}{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n = 0)}\right]^{2} + \left[\frac{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n_{k}) - Q_{s(om)}(\mathbf{P}, U_{sm}, n_{k})}{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n = 0)}\right]^{2} + \left[\frac{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n_{k}) - Q_{s(om)}(\mathbf{P}, U_{sm}, n_{k})}{Q_{s(pm)}(\mathbf{P}, U_{sm}, n_{k})}\right]^{2} + \left[\frac{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n_{k}) - Q_{s(om)}(\mathbf{P}, U_{sm}, n_{k})}{Q_{s(pm)}(\mathbf{P}, U_{sm}, n_{k})}\right]^{2} + \left[\frac{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n_{k}) - Q_{s(om)}(\mathbf{P}, U_{sm}, n_{k})}{Q_{s(pm)}(\mathbf{P}, U_{sm}, n_{k})}\right]^{2} + \left[\frac{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n_{k}) - Q_{s(om)}(\mathbf{P}, U_{sm}, n_{k})}{Q_{s(om)}(\mathbf{P}, U_{sm}, n_{k})}\right]^{2} + \left[\frac{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n_{k}) - Q_{s(om)}(\mathbf{P}, U_{sm}, n_{k})}{Q_{s(om)}(\mathbf{P}, U_{sm}, n_{k})}\right]^{2} + \left[\frac{Q_{s(pm)}(U_{sm}, n_{k}) - Q_{s(om)}(\mathbf{P},$$

gdzie: $P_{s(pm)}$, $P_{s(om)}$, $Q_{s(pm)}$, $Q_{s(om)}$, $I_{s(pm)}$, $I_{s(om)}$ - moc czynna, bierna oraz prąd fazowy stojana wyznaczone z modelu polowo-obwodowego (pm) oraz modelu obwodowego (om) dla różnych napięć stojana U_{sm} i różnych prędkości wirnika n_k w zakresie pracy silnikowej.

Poszukiwany zbiór parametrów otrzymuje się w wyniku minimalizacji powyższego błędu, stanowiącego funkcję celu. Do minimalizacji funkcji celu zastosowano algorytm gradientowy.

Jako początkowy zbiór parametrów przyjęto parametry wyznaczone z charakterystyk biegu jałowego i zwarcia wyznaczonych na podstawie modelu polowo-obwodowego. W celu uproszczenia obliczeń zmodyfikowano niektóre parametry oraz przyjęto, że syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych pola rozproszenia stojana i wirnika są identyczne.

$$A_m^* = \omega_{sn} A_m, \quad A_\sigma^* = \omega_{sn} A_{\sigma s} = \omega_{sn} A_{\sigma r}, \quad C_\sigma^* = \omega_{sn} C_{\sigma s} = \omega_{sn} C_{\sigma r}.$$
(9.15)

Rezystancję stojana przyjęto z obliczeń projektowych ($R_s = 6,608 \Omega$). Wyniki estymacji parametrów zestawiono w tabl. 9.4. W tablicy tej podano także wartości startowe poszukiwanych parametrów oraz przyjęte ograniczenia dolne i górne zmian parametrów.

P _{poszukiwane}	Pstartowe	Pdoine	Pgórne	Pestymowane
$A_{\sigma}^* V$	71,268	30,0	150,0	70,683
<i>B</i> _σ 1/A	0,047	0,02	0,1	0,051
$C^*_{\sigma} \Omega$	1,06	0,50	3,0	1,116
$A_m^* V$	356,573	300,0	600,0	469,258
<i>B_m</i> 1/A	0,641	0,10	2,0	0,258
$R_r^{\bullet} \Omega$	4,37	4,0	6,0	4,365

Jakość estymacji parametrów można ocenić porównując ze sobą charakterystyki statyczne silnika wyznaczone za pomocą modelu polowo-obwodowego z charakterystykami silnika obliczonymi za pomocą modelu obwodowego. Porównanie odpowiednich charakterystyk przedstawiono na rys. 9.24 - 9.25.



Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...

Rys. 9.24. Porównanie charakterystyk statycznych obliczonych za pomocą modelu polowo-obwodowego i modelu obwodowego

Fig. 9.24. Comparison of the static characteristics computed by means of the field-circuit and circuit model

144



Rys. 9.25. Porównanie charakterystyk statycznych obliczonych za pomocą modelu polowo-obwodowego

Fig. 9.25. Comparison of the static characteristics computed by means of the field-circuit and circuit model

Porównując charakterystyki statyczne silnika indukcyjnego wyznaczone za pomocą modelu polowo - obwodowego z charakterystykami obliczonymi za pomocą modelu obwodowego można zauważyć dobrą zbieżność charakterystyk mocy czynnej oraz prądu stojana w funkcji poślizgu oraz nieco gorszą zbieżność charakterystyk mocy biernej. Szczególnie wyraźne są rozbieżności charakterystyk dla poślizgów mniejszych od 0,3. Analizując wartości otrzymanych parametrów można zauważyć, że parametry opisujące syntetyczną charakterystykę strumienia sprzężonego pola rozproszenia są bliskie parametrom startowym określonym ze stanu zwarcia, natomiast parametry opisujące syntetyczną charakterystykę strumienia sprzężonego pola głównego znacznie odbiegają od parametrów startowych określonych ze stanu jałowego. Jest to jeden z powodów rozbieżności charakterystyk modelu obwodowego obserwowanych dla małych poślizgów. Przyczyną rozbieżności są także założenia upraszczające przyjęte przy konstruowaniu obwodowego modelu maszyny, dotyczące głównie rozdzielnego traktowania zjawisk nasycenia rdzeni magnetycznych przez pole główne oraz pola rozproszenia.

9.11. Wnioski

Zaproponowana w pracy metodyka wyznaczania parametrów modelu matematycznego maszyny indukcyjnej, uwzględniającego nasycenie magnetyczne rdzeni (współczynników opisujących analityczne postaci syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych oraz rezystancji stojana i wirnika), na podstawie zmierzonych lub obliczonych charakterystyk statycznych i przebiegów dynamicznych umożliwia wyznaczenie parametrów modeli matematycznych maszyn indukcyjnych pracujących w przemyśle przy wykorzystaniu dostępnego sprzętu pomiarowego w postaci analizatorów mocy lub kart przetworników analogowo-cyfrowych, jak również dla maszyn będących na etapie projektowania przy wykorzystaniu programów metody elementów skończonych.

Zastosowana procedura estymacji parametrów, wykorzystująca korzystne cechy zarówno algorytmu genetycznego (brak konieczności określenia punktu startowego, praca na populacji parametrów), jak i algorytmu gradientowego (szybkość obliczeń), może być także z powodzeniem zastosowana do estymacji parametrów modeli matematycznych maszyn indukcyjnych głębokożłobkowych.

Opracowane w pracy obwodowe modele matematyczne maszyn indukcyjnych uwzględniające nasycenie rdzeni magnetycznych z dobrą dokładnością odwzorowują właściwości eksploatacyjne maszyn w stanach ustalonych i nieustalonych przy zmieniających sie warunkach nasycenia rdzeni.

10. MODELE MATEMATYCZNE MASZYN SYNCHRONICZNYCH UWZGLĘDNIAJĄCE NASYCENIE MAGNETYCZNE RDZENI

10.1. Wprowadzenie

Przedmiotem rozważań są modele matematyczne maszyn synchronicznych dużych mocy – turbogeneratorów i hydrogeneratorów stanowiących podstawowe źródło energii elektrycznej w systemie elektroenergetycznym. Maszyny te charakteryzują się:

- złożoną strukturą geometryczną i materiałową, którą tworzą:
 - pakietowane rdzenie magnetyczne stojana o nieliniowych właściwościach magnetycznych,
 - pakietowane lub lite rdzenie magnetyczne wirnika o nieliniowych właściwościach magnetycznych,
 - uzwojenia stojana oraz uzwojenie wzbudzenia,
 - klatka tłumiąca i kliny żłobkowe,
- złożonością zjawisk elektromagnetycznych występujących w maszynach, spowodowanych nasyceniem magnetycznym rdzeni oraz indukowaniem się prądów w elementach przewodzących wirnika (blok lity, klatka tłumiąca, kliny przewodzące).



Rys. 10.1. Struktura modelu fizycznego maszyny synchronicznej Fig. 10.1. Structure of the synchronous machine physical model

ściwości dynamiczne tych maszyn można w sposób naturalny opisać za pomocą modeli polowo-obwodowych . Opracowanie zaś ich uproszczonych obwodowych modeli matematycznych, uwzględniających zarówno nasycenie magnetyczne rdzeni jak i indukowanie się pradów wirowych w wirniku, wymaga przyjęcia założeń upraszczających. Do najbardziej podstawowych założeń należy przyjęcie struktury modelu fizycznego maszyny, w którym występuja uzwojenia stojana i uzwojenie wzbudzenia jak skończona liczba n_d, n_q fikcyjnych (wirtualnych) zastępczych obwodów elektrycznych umieszczonych w osi d i q wirnika (rys. 10.1). Struktura taka określa typ modelu w postaci pary liczb (1+n_d, n_a) [2]. Wprowadzenie do modelu fizycznego maszyny zastępczych obwodów elektrycznych w wirniku umożliwia uwzględnienie w przybliżony sposób wpływu prądów płynących w przewodzących elementach wirnika na

Wymienione cechy powodują, że wła-

właściwości dynamiczne maszyny. W konsekwencji liczba uwzględnianych zastępczych obwodów elektrycznych w wirniku ma wpływ na niedokładność odwzorowania właściwości dynamicznych maszyny, które ocenia się na podstawie przebiegów wielkości elektromagnetycznych (napięć, prądów, strumieni sprzężonych) uzwojeń stojana, uzwojenia

wzbudzenia oraz przebiegów momentu elektromagnetycznego oraz prędkości kątowej wirnika. Zwykle w badaniach symulacyjnych maszyn synchronicznych pracujących w systemie elektroenergetycznym przyjmuje się w osi d wirnika maksymalnie dwa zastępcze obwody elektryczne, a w osi q wirnika trzy zastępcze obwody elektryczne [2, 19]. Przesłanką do przyjęcia struktury modelu fizycznego maszyny typu (3,3) jest fizykalna interpretacja struktury modelu matematycznego maszyny synchronicznej otrzymanego w wyniku syntezy transmitancji widmowych maszyny [2] wyznaczonych przy przyjęciu liniowych charakterystyk magnesowania rdzeni magnetycznych. Strukturę takiego modelu fizycznego maszyny synchronicznej przyjęto do dalszych rozważań w pracy. Występowanie w modelu fizycznym maszyny zastępczych obwodów elektrycznych w wirniku powoduje, że w modelu takim uwzględnić można nasycenie magnetyczne rdzeni maszyny przez pole magnetyczne główne oraz przez pole rozproszenia uzwojeń stojana. Uwzględniając bowiem rozważania przedstawione w rozdziale 4.1 przy rozpatrywaniu nasycenia magnetycznego rdzeni maszyny przez pole magnetyczne główne istotna jest znajomość rozkładu przestrzennego wypadkowego okładu prądowego uzwojeń, który można założyć dla zastępczych uzwojeń wirnika. Przy rozpatrywaniu natomiast nasycenia rdzeni przez pola rozproszenia konieczna jest obecność rzeczywistych uzwojeń w maszynie.

Przy formułowaniu równań opisujących stan dynamiczny modelu fizycznego maszyny, w którym uwzględnia się nasycenie magnetyczne rdzeni, przyjmuje się następujące założenia:

- Rdzenie magnetyczne stojana i wirnika są pakietowane tak, że można pominąć wpływ indukowanych w nich prądów.
- Charakterystyki magnesowania rdzeni magnetycznych stojana i wirnika są nieliniowe i jednoznaczne.
- Wypadkowe pole magnetyczne w maszynie jest sumą pola magnetycznego głównego oraz pól rozproszenia stojana i wirnika.
- Pole magnetyczne główne oraz pola rozproszenia w sposób niezależny od siebie magnesują rdzenie magnetyczne.
- Uzwojenia stojana oraz wzbudzenia oraz fikcyjne uzwojenia reprezentujące zastępcze obwody elektryczne w wirniku są uzwojeniami o rozłożeniu sinusoidalnym, tak że są sprzężone ze sobą za pomocą podstawowej harmonicznej składowej promieniowej indukcji magnetycznej w szczelinie roboczej maszyny.
- Uzwojenia stojana są symetryczne.
- Prądy fazowe stojana są jednoznacznie określone za pomocą fazora przestrzennego prądu stojana.
- Strumienie sprzężone uzwojeń stojana i wirnika (sprowadzone na stronę stojana) dla pola głównego można w sposób jednoznaczny określić za pomocą fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego.
- Strumienie sprzężone uzwojeń stojana dla pola rozproszenia stojana można w sposób jednoznaczny określić za pomocą fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola rozproszenia stojana.
- Zastępcze obwody wirnika są sprzężone z uzwojeniem wzbudzenia za pośrednictwem dodatkowych strumieni rozproszenia różnicowego.

10.2. Równania napięciowe oraz równania strumieni sprzężonych uzwojeń stojana we współrzędnych fazowych i dwuosiowych

Rozpatrując model fizyczny maszyny przedstawiony na rys. 10.1 można sformułować układ równań różniczkowych opisujących stan równowagi napięciowej uzwojeń stojana, uzwojenia wzbudzenia oraz zastępczych obwodów elektrycznych w wirniku. Równania te

równania napięciowe uzwojeń stojana •

$$u_k = Ri_k + \frac{\mathrm{d}\,\mathcal{Y}_{mk}}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\,\mathcal{Y}_{\sigma k}}{\mathrm{d}t}, \qquad k \in (1, 2, 3), \tag{10.1}$$

równania strumieni sprzężonych uzwojeń stojana

$$k = \Psi_{\sigma k} + \Psi_{mk}, \qquad k \in (1,2,3), \qquad (10.2)$$

gdzie:

 u_k , i_k , R - chwilowe napięcia, prądy fazowe stojana, rezystancja uzwojenia stojana,

 Ψ_{mk} , Ψ_{ck} , - chwilowe strumienie sprzężone uzwojeń stojana dla pola głównego oraz dla pola rozproszenia stojana.

W rozpatrywanym modelu podobnie jak w przypadku maszyny asynchronicznej równania napięciowe stojana oraz równania strumieni sprzężonych można zapisać prościej stosując zapis w postaci fazorów przestrzennych. Ze względu na strukturę rdzeni magnetycznych wirnika i uzwojeń wirnika jedynym układem współrzędnych upraszczającym strukturę równań jest układ związany z wirnikiem. W konsekwencji otrzymuje się następujące równania:

• równania napięciowe stojana w układzie współrzędnych d, g

$$\underline{U} = R\underline{I} + \frac{d\Psi}{dt} - j\omega\Psi, \qquad (10.3)$$

$$U_d = RI_d + \frac{\mathrm{d}\,\Psi_d}{\mathrm{d}t} - \omega\Psi_q, \qquad \qquad U_q = RI_q + \frac{\mathrm{d}\,\Psi_q}{\mathrm{d}t} + \omega\Psi_d, \qquad (10.4)$$

równania strumieni sprzężonych uzwojeń stojana w układzie współrzędnych dą ٠

$$\Psi_d = \Psi_{od} + \Psi_{md} , \qquad \qquad \Psi_q = \Psi_{oq} + \Psi_{mq} , \qquad (10.5)$$

gdzie:

 $U_d, U_q, I_d, I_q, \Psi_d, \Psi_q$ - składowe osiowe fazora przestrzennego napięcia, prądu, strumienia sprzężonego stojana,

 Ψ_{md} , Ψ_{mq} , $\Psi_{\sigma d}$, $\Psi_{\sigma q}$ - składowe osiowe fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego i pola rozproszenia stojana, α - prędkość kątowa elektryczna wirnika.

10.3. Równania napieciowe oraz równania strumieni sprzężonych uzwojenia wzbudzenia i zastępczych obwodów elektrycznych wirnika

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...

W rozpatrywanym modelu fizycznym maszyny uzwojenie wzbudzenia oraz zastępcze obwody elektryczne umieszczone są w osiach d i g wirnika, nie ma wiec potrzeby ich transformacji do nowego układu współrzędnych. W konsekwencji równania tych obwodów można traktować jako zapisane w naturalnym układzie współrzednych. Równania te tworzą:

• równania napięciowe dla uzwojenia wzbudzenia oraz zastępczych obwodów elektrycznych w wirniku

$$u_{f}^{\bullet} = R_{f}^{\bullet} i_{f}^{\bullet} + \frac{\mathrm{d} \, \Psi_{f}^{\bullet}}{\mathrm{d} t}, \qquad 0 = R_{Q1}^{\bullet} \cdot i_{Q1}^{\bullet} + \frac{\mathrm{d} \, \Psi_{Q1}^{\bullet}}{\mathrm{d} t}, \qquad (10.6)$$

$$R_{D1}^{\bullet}i_{D1}^{\bullet} + \frac{\mathrm{d}\,\Psi_{D1}^{\bullet}}{\mathrm{d}t}, \qquad 0 = R_{Q2}^{\bullet}i_{Q2}^{\bullet} + \frac{\mathrm{d}\,\Psi_{Q2}^{\bullet}}{\mathrm{d}t}, \qquad (10.7)$$

$$R_{D2}^{\bullet}i_{D2} + \frac{\mathrm{d}\,\Psi_{D2}^{\bullet}}{\mathrm{d}t}, \qquad 0 = R_{Q3}^{\bullet}i_{Q3}^{\bullet} + \frac{\mathrm{d}\,\Psi_{Q3}}{\mathrm{d}t}, \qquad (10.8)$$

równania strumieni sprzężonych uzwojenia wzbudzenia i zastępczych obwodów elektrycznych w wirniku

$$\Psi_{f} = L_{\sigma f} i_{f} + L_{\sigma f} (i_{f} + i_{D1} + i_{D2}) + L_{\sigma f2} (i_{f} + i_{D2}) + \Psi_{md}, \qquad \Psi_{Q1} = L_{\sigma Q1} i_{Q1} + \Psi_{mq}, \qquad (10.9)$$

$$\Psi_{D1}^{\bullet} = L_{\sigma D1}^{\bullet} i_{D1}^{\bullet} + L_{\sigma f1}^{\bullet} \left(i_{f}^{\bullet} + i_{D1}^{\bullet} + i_{D2}^{\bullet} \right) + \Psi_{md} , \qquad \qquad \Psi_{Q2}^{\bullet} = L_{\sigma Q2}^{\bullet} i_{Q2}^{\bullet} + \Psi_{mq} , \qquad (10.10)$$

$$\Psi_{D2}^{\bullet} = L_{\sigma D2}^{\bullet} i_{D2}^{\bullet} + L_{\sigma f1}^{\bullet} \left(i_{f}^{\bullet} + i_{D1}^{\bullet} + i_{D2}^{\bullet} \right) + L_{\sigma f2}^{\bullet} \left(i_{f}^{\bullet} + i_{D2}^{\bullet} \right) \Psi_{md} , \qquad \Psi_{Q3}^{\bullet} = L_{\sigma Q3}^{\bullet} i_{Q3}^{\bullet} + \Psi_{mq} . \tag{10.11}$$

10.4. Równania strumieni sprzężonych pola magnetycznego głównego oraz pola rozproszenia stojana uwzględniające nasycenie magnetyczne rdzeni

W przedstawionych powyżej równaniach wyodrębniono składniki zależne od nasycenia magnetycznego maszyny. Uwzględniając nasycenie magnetyczne rdzeni przez pole magnetyczne rozproszenia stojana oraz pole magnetyczne główne, składowe osiowe fazorów przestrzennych strumieni sprzeżonych dla tych pól można wyznaczyć za pomocą charakterystyk syntetycznych strumieni sprzężonych, które zależą od modułu i argumentu fazora przestrzennego odpowiednich prądów:

pradu magnesujacego - dla pola głównego

0 =

0 = h

$$\Psi_{md} = \Psi_{md}(I_m, \gamma_m) = \sum_{i=1,3,...} \Psi_{mdi}(I_m) \cos(i\gamma_m), \qquad (10.12)$$

$$\Psi_{mq} = \Psi_{mq}(I_m, \gamma_m) = \sum_{i=1,3,\dots} \Psi_{mqi}(I_m) \sin(i\gamma_m), \qquad (10.13)$$

prądu stojana - dla pola rozproszenia stojana

$$\Psi_{\sigma d} = \Psi_{\sigma d}(I_s, \gamma_s) = \Psi_{\sigma}(I_s) \cos(\gamma_s), \qquad (10.14)$$

150

 $\Psi_{\sigma q} = \Psi_{\sigma q}(I_s, \gamma_s) = \Psi_{\sigma}(I_s) \sin(\gamma_s),$ (10.15)

gdzie:

152

$$I_m = \sqrt{(I_{md})^2 + (I_{mq})^2}, \qquad \gamma_m = \operatorname{arctg}\left(\frac{I_{mq}}{I_{md}}\right), \qquad (10.16)$$

$$I_{md} = I_d + i_f + i_{D1} + i_{D2}, \qquad I_{mq} = I_q + i_{Q1} + i_{Q2} + i_{Q3}, \qquad (10.17)$$

$$I_s = \sqrt{(I_d)^2 + (I_q)^2}, \qquad \gamma_s = \operatorname{arctg}\left(\frac{I_q}{I_d}\right), \qquad (10.18)$$

gdzie:

 $u_{f}^{\bullet}, i_{f}^{\bullet}, \Psi_{f}^{\bullet}$ - chwilowe napięcie, prąd, strumień sprzężony uzwojenia wzbudzenia sprowadzone na strone stojana,

 $i_{D1}, i_{D2}, \Psi_{D1}, \Psi_{D2}, i_{O1}, i_{O2}, i_{O3}, \Psi_{O1}, \Psi_{O2}, \Psi_{O3}$ - chwilowe prądy i strumienie sprzężone zastępczych obwodów elektrycznych w wirniku w osi d i g sprowadzone na strone stojana.

R, R_{f}^{\bullet} , R_{D1}^{\bullet} , R_{D2}^{\bullet} , R_{O1}^{\bullet} , R_{O2}^{\bullet} , R_{O3}^{\bullet} - rezystancja stojana, uzwojenia wzbudzenia, zastępczych obwodów elektrycznych w wirniku w osi d i g sprowadzone na strone stojana

 $L^{\bullet}_{\sigma f}, L^{\bullet}_{\sigma f1}, L^{\bullet}_{\sigma f2}, L^{\bullet}_{\sigma D1}, L^{\bullet}_{\sigma D2}, L^{\bullet}_{\sigma O1}, L^{\bullet}_{\sigma O2}, L^{\bullet}_{\sigma O3}$ - indukcyjność rozproszenia uzwojenia wzbudzenia, indukcyjności rozproszenia różnicowego, indukcyjności zastepczych obwodów elektrycznych w wirniku w osi d i g sprowadzone na stronę stojana.

10.5. Równania maszyny synchronicznej przy wyborze prądów stojana i wirnika jako zmiennych stanu. Schemat zastępczy maszyny synchronicznej w stanach dynamicznych

Podobnie jak w przypadku maszyny asynchronicznej przy wyprowadzaniu równań maszyny, w których prądy stojana i wirnika w osiach d i q są zmiennymi stanu, zachodzi potrzeba obliczenia pochodnych składowych osiowych fazorów przestrzennych strumieni sprzężonych pola głównego i pola rozproszenia stojana wzgledem czasu i wyrażenia ich za pomocą odpowiednich indukcyjności dynamicznych oraz pochodnych względem czasu składowych osiowych odpowiednich pradów. Uwzględniając rozważania przedstawione w rozdziale 6 można napisać:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \Psi_{md} \\ \Psi_{mg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{Dmd}(I_m, \gamma_m) & L_{Dmdq}(I_m, \gamma_m) \\ L_{Dmqd}(I_m, \gamma_m) & L_{Dmq}(I_m, \gamma_m) \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{md} \\ I_{mq} \end{bmatrix},$$
(10.20)

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \Psi_{\sigma d} \\ \Psi_{\sigma d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{D\sigma d}(I_s, \gamma_s) & L_{D\sigma dq}(I_s, \gamma_s) \\ L_{D\sigma qd}(I_s, \gamma_s) & L_{D\sigma q}(I_s, \gamma_s) \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix}.$$
(10.21)

Składowe osiowe fazorów przestrzennych strumieni sprzężonych pola głównego oraz pola rozproszenia stojana można także wyrazić za pomocą odpowiednich indukcyjności statycznych głównych oraz składowych osiowych fazorów przestrzennych odpowiednich prądów:

$$\begin{bmatrix} \Psi_{md} \\ \Psi_{mq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{md}(I_m, \gamma_m) & 0 \\ 0 & L_{mq}(I_m, \gamma_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{md} \\ I_{mq} \end{bmatrix},$$
(10.22)
$$\begin{bmatrix} \Psi_{\sigma d} \\ \Psi_{\sigma d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\sigma}(I_s) & 0 \\ 0 & L_{\sigma}(I_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix}.$$
(10.23)

Uwzględniając wzory (10.20)-(10.22) równania maszyny synchronicznej wraz z równaniem ruchu można doprowadzić do następującej postaci:

$$\begin{bmatrix} U_D \\ U_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D & -\Omega_Q L_Q \\ \Omega_D L_D & R_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_D \\ I_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{DD} & L_{DDQ} \\ L_{DDQ} & L_{DQ} \end{bmatrix} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} \begin{bmatrix} I_D \\ I_Q \end{bmatrix},$$
(10.25)
$$\frac{J}{n} \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{dt}} = p \left(L_{md} (I_m, \gamma_m) I_{md} I_q - L_{mq} (I_m, \gamma_m) I_{mq} I_d \right) - T_m,$$
(10.26)

gdzie wektory i macierze występujące w powyższym układzie równań przyjmują postać:

wektory $\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{D}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{U}_{d} & \boldsymbol{u}_{f}^{\bullet} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}^{T}, \qquad \boldsymbol{I}_{\boldsymbol{D}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_{d} & \boldsymbol{i}_{f}^{\bullet} & \boldsymbol{i}_{D1}^{\bullet} & \boldsymbol{i}_{D2}^{\bullet} \end{bmatrix}^{T},$ (10.27)

$$U_{Q} = \begin{bmatrix} U_{q} & 0 & 0 \end{bmatrix}^{T}, \qquad I_{Q} = \begin{bmatrix} I_{q} & i_{Q1} & i_{Q2} & i_{Q3} \end{bmatrix}^{T}, \qquad (10.28)$$

macierze rezystancji

 $R_{D} = \text{diag} \left(R \quad R_{f}^{*} \quad R_{D1}^{*} \quad R_{D2}^{*} \right), \quad R_{Q} = \text{diag} \left(R \quad R_{Q1}^{*} \quad R_{Q2}^{*} \quad R_{Q3}^{*} \right),$ (10.29)macierze indukcyjności statycznych maszyny, zawierające statyczne indukcyjności

magnesujące i rozproszenia

$$= L_{p}(L) + L_{pd}(I_{m}, y_{m}) K_{D}, \qquad (10.30)$$

$$L_{\alpha} = L_{\alpha}(\mathbf{I}_{s}) + L_{ma}(I_{m}, \gamma_{m}) \mathbf{K}_{\mathbf{Q}}, \qquad (10.31)$$

$$\boldsymbol{L}_{\sigma \boldsymbol{D}}(\boldsymbol{I}_{s}) = \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{L}_{\sigma}(\boldsymbol{I}_{s}) \quad \boldsymbol{L}_{\sigma f}^{\bullet} \quad \boldsymbol{L}_{\sigma D1}^{\bullet} \quad \boldsymbol{L}_{\sigma D2}^{\bullet}\right) + \boldsymbol{L}_{\sigma f1}^{\bullet} \boldsymbol{K}_{\sigma D1} + \boldsymbol{L}_{\sigma f2}^{\bullet} \boldsymbol{K}_{\sigma D2}, \qquad (10.32)$$

$$L_{\sigma Q}(I_s) = \operatorname{diag} \begin{pmatrix} L_{\sigma}(I_s) & L_{\sigma Q1} & L_{\sigma Q2} & L_{\sigma Q3} \end{pmatrix},$$

macierze indukcyjności dynamicznych maszyny, zawierające indukcyjności

magnesujące dynamiczne zależne od stanu nasycenia rdzeni magnetycznych stojana i wirnika

$$\boldsymbol{L}_{DD} = \boldsymbol{L}_{D\sigma d} (\boldsymbol{I}_s, \boldsymbol{\gamma}_s) + \boldsymbol{L}_{Dmd} (\boldsymbol{I}_m, \boldsymbol{\gamma}_m) \boldsymbol{K}_{\boldsymbol{D}}, \qquad (10.34)$$

$$\boldsymbol{L}_{DQ} = \boldsymbol{L}_{D\sigma q} (\boldsymbol{I}_{s}, \boldsymbol{\gamma}_{s}) + \boldsymbol{L}_{Dmq} (\boldsymbol{I}_{m}, \boldsymbol{\gamma}_{m}) \boldsymbol{K}_{\boldsymbol{Q}}, \qquad (10.35)$$

$$\boldsymbol{L}_{DDQ} = \boldsymbol{L}_{D\sigma\,dq}(\boldsymbol{I}_s, \boldsymbol{\gamma}_s) \boldsymbol{K}_{\sigma DQ} + \boldsymbol{L}_{Dmdq}(\boldsymbol{I}_m, \boldsymbol{\gamma}_m) \boldsymbol{K}_{DQ}, \qquad (10.36)$$

$$L_{\sigma\sigma}(I_s,\gamma_s) = \operatorname{diag}(L_{D\sigma\sigma}(I_s,\gamma_s)) \quad L_{\sigma f} \quad L_{\sigma D1} \quad L_{\sigma D2} + L_{\sigma f1} K_{\sigma D1} + L_{\sigma f2} K_{\sigma D2} , \qquad (10.37)$$

$$E_{\sigma Q1} = E_{\sigma Q1} = E_{\sigma Q1} = E_{\sigma Q2} = E_{\sigma Q3},$$

macierze pomocnicze

 Ω_D

$$= \operatorname{diag}(\omega \ 0 \ 0 \ 0), \qquad \Omega_{Q} = \operatorname{diag}(\omega \ 0 \ 0 \ 0), \qquad (10.39)$$

$$K_{\sigma DQ} = \operatorname{diag}(1 \ 0 \ 0 \ 0), \qquad (10.39)$$

Jerzy Kudła

(10.38)



Rys. 10.2. Schemat zastępczy maszyny synchronicznej w osi d i q w stanach dynamicznych Fig. 10.2. Equivalent circuit of synchronous machine in d and q axis in dynamic states

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...

Opracowany model matematyczny maszyny synchronicznej różni się od modelu matematycznego maszyny, w którym pominieto nasycenie rdzeni. Różnice miedzy tymi modelami wynikaja:

- z obecności różniacych się między sobą macierzy indukcyjności statycznych i dynamicznych.
- z wystepowania dodatkowego sprzeżenia magnetycznego miedzy obwodami elektrycznymi maszyny w osi d i q,
- ze zmian wartości statycznych i dynamicznych indukcyjności magnesujących i rozproszenia stojana.

Wymienione różnice są widoczne na schematach zastępczych maszyny synchronicznej przedstawionych na rys. 10.2.

10.6. Równania i schemat zastępczy maszyny synchronicznej w stanach ustalonych symetrycznych

Maszyny synchroniczne pracują w stanach symetrycznych, gdy jako prądnice pracujące samotnie obciążone są symetrycznym odbiornikiem 3-fazowym lub też gdy współpracują równolegle z symetrycznym systemem elektroenergetycznym reprezentowanym często przez symetryczną sieć sztywną. W stanach ustalonych symetrycznych przebiegi wielkości elektromagnetycnych uzwojeń stojana są symetryczne i sinusoidalnie zmienne w czasie, natomiast przebiegi wielkości elektromagnetycznych uzwojenia wzbudzenia sa stałe w czasie, a predkość katowa elektryczna wirnika jest stała i równa pulsacji przebiegów elektromagnetycznych w stojanie. W takim stanie pracy nie płyną prądy w zastępczych obwodach wirnika. W stanach ustalonych można pominać nasycenie rdzenia stojana przez pole rozproszenia, przyjmując do rozważań tylko nasycenie magnetyczne rdzeni przez pole magnetyczne główne.

W konsekwencji równania maszyny synchronicznej w stanie ustalonym symetrycznym przyjmuja postać:

$$\begin{bmatrix} U_{d0} \\ U_{q0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & -\omega_0 L_\sigma \\ \omega_0 L_\sigma & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{d0} \\ I_{q0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\omega_0 \Psi_{mq}(I_{m0}, \gamma_{m0}) \\ \omega_0 \Psi_{md}(I_{m0}, \gamma_{m0}) \end{bmatrix},$$
(10.42)

gdzie:

$$I_{m0} = \sqrt{\left(I_{d0} + i_{f0}^{*}\right)^{2} + I_{q0}^{2}}, \qquad \gamma_{m0} = \operatorname{arctg}(\frac{I_{q0}}{I_{d0} + i_{f0}^{*}}). \qquad (10.43)$$

Przedstawione równania można zapisać również w innej postaci, wykorzystując w tym celu definicje statycznych indukcyjności magnesujących. Uwzględniając wyrażenia określające główne statyczne indukcyjności magnesujące, równania maszyny synchronicznej w stanie ustalonym przyjmują następujące równoważne postaci:

$$\begin{bmatrix} U_{d0} \\ U_{q0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & -\omega_0 \left(L_{\sigma} + L_{mq} (I_{m0}, \gamma_{m0}) \right) \\ \omega_0 \left(L_{\sigma} + L_{md} (I_{m0}, \gamma_{m0}) \right) & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{d0} \\ I_{q0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_0 L_{md} (I_{m0}, \gamma_{m0}) i_{f0}^* \end{bmatrix}.$$
(10.44)

Przedstawionemu układowi nieliniowych równań algebraicznych przyporządkować można schematy zastępcze maszyny przedstawione na rysunku 10.3, na których zaznaczono parametry i wielkości zależne od stanu nasycenia.



Rys. 10.3. Schemat zastępczy maszyny synchronicznej w osi d i q w stanach ustalonych symetrycznych Fig. 10.3. Equivalent circuit of synchronous machine in d and q axis in symmetrical steady states

10.7. Linearyzacja równań algebraiczno-różniczkowych maszyny synchronicznej

Badania symulacyjne właściwości dynamicznych generatorów synchronicznych pracujących w systemie elektroenergetycznym przy małych zakłóceniach ustalonego stanu pracy przeprowadza się wykorzystując zlinearyzowane równania różniczkowe maszyny. Badania takie wykonywane w dziedzinie czasu, w dziedzinie częstotliwości oraz w dziedzinie modalnej wykorzystywane są do oceny stabilności lokalnej generatorów synchronicznych oraz do doboru struktury oraz parametrów układów sterowania.

W rozważaniach przyjęto, że maszyna synchroniczna współpracuje z siecią sztywną, przy czym zarówno amplituda jak i częstotliwość napięcia sieci mogą ulegać niewielkim zmianom. Linearyzację równań opisujących stan dynamiczny maszyny synchronicznej można przeprowadzić w dwojaki sposób:

- przekształcając równania maszyny, w których niewielkie zmiany wielkości elektromagnetycznych i mechanicznych wokół ustalonego stanu pracy reprezentowane są za pomocą odpowiednich przyrostów (pomijając przy tym składniki zawierające iloczyny przyrostów),
- rozwijając w szereg Taylora występujące w równaniach funkcje reprezentujące wielkości elektromagnetyczne i mechaniczne oraz pomijając w tym szeregu wyrazy wyższych rzędów.

Stosując oba te sposoby dla modelu maszyny, w którym uwzględniono w sposób przybliżony zjawisko nasycenia dla pola rozproszenia stojana i pola głównego oraz zawierającego dwa zastępcze obwody tłumiące w osi d i trzy zastępcze obwody tłumiące w osi q, otrzymano:

układ napięciowych równań różniczkowych dla wielkości przyrostowych

$$\begin{aligned} \Delta U_{ds} &= R \Delta I_d + \frac{d}{dt} \Delta \Psi_d - \omega_0 \Delta \Psi_q - \Psi_{q0} \Delta \omega + U_{qs0} \Delta \delta , \\ \Delta U_{qs} &= R \Delta I_q + \frac{d}{dt} \Delta \Psi_q + \omega_0 \Delta \Psi_d + \Psi_{d0} \Delta \omega - U_{ds0} \Delta \delta , \\ \Delta u_f^{\bullet} &= R_f^{\bullet} \Delta i_f^{\bullet} + \frac{d}{dt} \Delta \Psi_f^{\bullet} , \qquad 0 = R_{Q1}^{\bullet} \cdot \Delta i_{Q1}^{\bullet} + \frac{d}{dt} \Delta \Psi_{Q1}^{\bullet} , \end{aligned}$$
(10.45)
$$\begin{aligned} 0 &= R_{D1}^{\bullet} \Delta i_{D1}^{\bullet} + \frac{d}{dt} \Delta \Psi_{D1}^{\bullet} , \qquad 0 = R_{Q2}^{\bullet} \Delta i_{Q2}^{\bullet} + \frac{d}{dt} \Delta \Psi_{Q2}^{\bullet} , \\ 0 &= R_{D2}^{\bullet} \Delta i_{D2}^{\bullet} + \frac{d}{dt} \Delta \Psi_{D2}^{\bullet} , \qquad 0 = R_{Q3}^{\bullet} \Delta i_{Q3}^{\bullet} + \frac{d}{dt} \Delta \Psi_{Q3}^{\bullet} , \end{aligned}$$

układ równań algebraicznych strumieni sprzężonych dla wielkości przyrostowych

$$\Delta \Psi_{d} = \Delta \Psi_{\sigma d} + \Delta \Psi_{m d}, \qquad \Delta \Psi_{q} = \Delta \Psi_{\sigma q} + \Delta \Psi_{m q},$$

$$\Delta \Psi_{f}^{\bullet} = L_{\sigma f} \Delta i_{f}^{\bullet} + L_{\sigma f1}^{\bullet} \left(\Delta i_{f}^{\bullet} + \Delta i_{D1}^{\bullet} + \Delta i_{D2}^{\bullet} \right) + L_{\sigma f2}^{\bullet} \left(\Delta i_{f}^{\bullet} + \Delta i_{D2}^{\bullet} \right) + \Delta \Psi_{m d},$$

$$\Delta \Psi_{D1}^{\bullet} = L_{\sigma D1} \Delta i_{D1}^{\bullet} + L_{\sigma f1}^{\bullet} \left(\Delta i_{f}^{\bullet} + \Delta i_{D1}^{\bullet} + \Delta i_{D2}^{\bullet} \right) + \Delta \Psi_{m d},$$

$$\Delta \Psi_{D2}^{\bullet} = L_{\sigma D2} \Delta i_{D2}^{\bullet} + L_{\sigma f1}^{\bullet} \left(\Delta i_{f}^{\bullet} + \Delta i_{D1}^{\bullet} + \Delta i_{D2}^{\bullet} \right) + L_{\sigma f2}^{\bullet} \left(\Delta i_{f}^{\bullet} + \Delta i_{D2}^{\bullet} \right) + \Delta \Psi_{m d},$$

$$\Delta \Psi_{Q1}^{\bullet} = L_{\sigma Q1} \Delta i_{Q1}^{\bullet} + \Delta \Psi_{m q} \qquad \Delta \Psi_{Q2}^{\bullet} = L_{\sigma Q2} \Delta i_{Q2}^{\bullet} + \Delta \Psi_{m q},$$

$$\Delta \Psi_{03}^{\bullet} = L_{\sigma O3} \Delta i_{Q3}^{\bullet} + \Delta \Psi_{m q},$$
(10.46)

równania ruchu dla wielkości przyrostowych $\frac{J}{p}\frac{d}{dt}\Delta\omega = p(\Psi_{md0}\Delta I_q - \Psi_{mq0}\Delta I_d + I_{q0}\Delta\Psi_{md} - I_{d0}\Delta\Psi_{mq}) + \Delta T_m,$

$$\frac{d}{dt}\Delta\delta=\Delta\omega_{s}-\Delta\omega.$$

156

(10.47)

10.8. Wyznaczenie przyrostów składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego

W równaniach (10.46) wyodrębniono przyrosty składowych osiowych fazorów przestrzennych strumieni sprzężonych pola rozproszenia stojana oraz pola głównego, co wynika z uwzględnienia w nieliniowym modelu matematycznym maszyny nasycenia rdzeni magnetycznych dla obu tych pól. Przyjmując, że w ustalonym stanie pracy prądy stojana nie przekraczają wartości znamionowych, można w dalszych rozważaniach pominąć zjawisko nasycenia dla pola rozproszenia stojana przyjmując, że:

$$\Delta \Psi_{\sigma q} = L_{\sigma} \Delta I_{q} \,, \qquad \qquad \Delta \Psi_{\sigma q} = L_{\sigma} \Delta I_{q} \,. \tag{10.48}$$

W konsekwencji więc w zlinearyzowanym modelu matematycznym maszyny uwzględniono jedynie zjawisko nasycenia dla pola głównego.

Wyznaczenie przyrostów składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego wygodnie jest przeprowadzić rozwijając w szereg Taylora funkcje strumieni sprzężonych, które zależą od amplitudy i argumentu fazora przestrzennego prądu magnesującego.

$$\Psi_{md} = \Psi_{md}(I_m, \gamma_m), \qquad \qquad \Psi_{mq} = \Psi_{mq}(I_m, \gamma_m), \qquad (10.49)$$

$$I_m = \sqrt{(I_{md})^2 + (I_{mq})^2}, \quad \gamma_m = \operatorname{arctg}\left(\frac{I_{mq}}{I_{md}}\right). \quad (10.50)$$

Uwzględniając tylko dwa pierwsze wyrazy w szeregu Taylora otrzymuje się:

$$\Delta \Psi_{md} = \left(\frac{\partial \Psi_{md}}{\partial I_m}\right)_0 \Delta I_m + \left(\frac{\partial \Psi_{md}}{\partial \gamma_m}\right)_0 \Delta \gamma_m,$$

$$\Delta \Psi_{mq} = \left(\frac{\partial \Psi_{mq}}{\partial I_m}\right)_0 \Delta I_m + \left(\frac{\partial \Psi_{mq}}{\partial \gamma_m}\right)_0 \Delta \gamma_m,$$
(10.51)

$$\Delta I_m = \frac{I_{md0}}{I_{m0}} \Delta I_{md} + \frac{I_{mq0}}{I_{m0}} \Delta I_{mq}, \quad \Delta \gamma_m = -\frac{I_{mq0}}{I_{m0}^2} \Delta I_{md} + \frac{I_{md0}}{I_{m0}^2} \Delta I_{mq}.$$
(10.52)

Podstawiając (10.52) do (10.51) oraz uwzględniając, że:

$$\frac{I_{md0}}{I_{m0}} = \cos(\gamma_{m0}), \qquad \qquad \frac{I_{mq0}}{I_{m0}} = \sin(\gamma_{m0}), \qquad (10.53)$$

otrzymuje się wyrażenia:

$$\Delta \Psi_{md} = L_{Dmd}(I_{m0}, \gamma_{m0})\Delta I_{md} + L_{Dmdq}(I_{m0}, \gamma_{m0})\Delta I_{mq},$$

$$\Delta \Psi_{mq} = L_{Dmqd}(I_{m0}, \gamma_{m0})\Delta I_{md} + L_{Dmq}(I_{m0}, \gamma_{m0})\Delta I_{mq}.$$
(10.54)

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...

10.9. Zlinearyzowane równania różniczkowe napięciowo-prądowe. Schemat zastępczy maszyny synchronicznej dla wielkości przyrostowych

Obierając prądy stojana i wirnika jako zmienne stanu, układ równań algebraicznoróżniczkowych (10.45-10.47) przy uwzględnieniu relacji (10.48),(10.54) można sprowadzić do następującego układu równań różniczkowych:

$$\begin{bmatrix} \Delta U_{D} \\ \Delta U_{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{D} - \Omega_{Q} L^{T} D D Q 0 & -\Omega_{Q} L_{D} Q 0 \\ \Omega_{D} L_{DD0} & R_{Q} + \Omega_{D} L_{D} D Q 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I_{D} \\ \Delta I_{Q} \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} L_{DD0} & L_{D} D Q 0 \\ L_{D} D Q 0 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta I_{D} \\ \Delta I_{Q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\Psi_{Q} 0 \\ \Psi_{D0} \end{bmatrix} \Delta \omega + \begin{bmatrix} U_{Q} s 0 \\ -U_{D} s 0 \end{bmatrix} \Delta \delta,$$

$$\vdots \frac{d}{dt} \Delta \omega = p (\Psi_{md0} \Delta I_{q} - \Psi_{mq0} \Delta I_{d} + I_{q0} \Delta \Psi_{md} - I_{d0} \Delta \Psi_{mq}) + \Delta T_{m}.$$
(10.55)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Delta\delta = \Delta\omega_s - \Delta\omega \; ,$$

gdzie:

$$\Delta \Psi_{md} = L_{Dmd0} \left(\Delta I_d + \Delta i_f^{\bullet} + \Delta i_{D1}^{\bullet} + \Delta i_{D2}^{\bullet} \right) + L_{Dmdq0} \left(\Delta I_q + \Delta i_{Q1} + \Delta i_{Q2} + \Delta i_{Q3} \right), \tag{1057}$$

$$\Delta \Psi_{md} = L_{Dmqd0} \left(\Delta I_d + \Delta i_f^{\bullet} + \Delta i_{D1}^{\bullet} + \Delta i_{D2}^{\bullet} \right) + L_{Dmq0} \left(\Delta I_q + \Delta i_{Q1}^{\bullet} + \Delta i_{Q2}^{\bullet} + \Delta i_{Q3}^{\bullet} \right).$$
(1058)
Wysterpujące w układzie równań (10.55) wektory i macierze mają postać:

- wektory

$$\Delta \boldsymbol{U}_{\boldsymbol{D}} = \begin{bmatrix} \Delta U_{ds} & \Delta u_{f}^{*} & 0 & 0 \end{bmatrix}^{T}, \qquad \Delta \boldsymbol{I}_{\boldsymbol{D}} = \begin{bmatrix} \Delta I_{d} & \Delta i_{f}^{*} & \Delta i_{D1}^{*} & \Delta i_{D2}^{*} \end{bmatrix}^{T}, \\
\Delta \boldsymbol{U}_{\boldsymbol{Q}} = \begin{bmatrix} \Delta U_{qs} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{T}, \qquad , \Delta \boldsymbol{I}_{\boldsymbol{Q}} = \begin{bmatrix} \Delta I_{q} & \Delta i_{Q1}^{*} & \Delta i_{Q2}^{*} & \Delta i_{Q3}^{*} \end{bmatrix}^{T}, \\
U_{\boldsymbol{D}\boldsymbol{0}} = \begin{bmatrix} U_{ds0} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{T}, \qquad \qquad \boldsymbol{\Psi}_{\boldsymbol{D}\boldsymbol{0}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_{d0} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{T}, \qquad (10.59) \\
U_{\boldsymbol{Q}\boldsymbol{0}} = \begin{bmatrix} U_{qs0} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{T}, \qquad \qquad \boldsymbol{\Psi}_{\boldsymbol{Q}\boldsymbol{0}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_{q0} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{T}, \end{aligned}$$

macierze rezystancji

$$\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{D}} = \operatorname{diag} \begin{pmatrix} R & R_{f} & R_{D1} & R_{D2} \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{Q}} = \operatorname{diag} \begin{pmatrix} R & R_{Q1} & R_{Q2} & R_{Q3} \end{pmatrix}, \qquad (10.60)$$

LDD

$$\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{D}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{Q}} = \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{Q}} + \boldsymbol{L}_{Dmd0}\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{D}}, \qquad \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{D}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{Q}} = \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{Q}} + \boldsymbol{L}_{Dmq0}\boldsymbol{\kappa}_{\boldsymbol{Q}}, \qquad (10.61)$$
$$\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{Q}} = \boldsymbol{L}_{Dmdq0}\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{D}\boldsymbol{Q}},$$

$$\boldsymbol{L}_{\sigma \boldsymbol{D}} = \operatorname{diag} \begin{pmatrix} L_{\sigma} & L_{\sigma DI}^{*} & L_{\sigma DI}^{*} & L_{\sigma D2}^{*} \end{pmatrix} + L_{\sigma II}^{*} \boldsymbol{K}_{\sigma D1} + L_{\sigma I2}^{*} \boldsymbol{K}_{\sigma D2} ,$$

$$\boldsymbol{L}_{\sigma \boldsymbol{Q}} = \operatorname{diag} \begin{pmatrix} L_{\sigma} & L_{\sigma QI}^{*} & L_{\sigma Q2}^{*} & L_{\sigma Q2}^{*} \end{pmatrix}, \qquad (10.62)$$

- macierze pomocnicze

$$\boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{D}} = \operatorname{diag}(\boldsymbol{\omega}_{o} \quad 0 \quad 0 \quad 0), \qquad \qquad \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{Q}} = \operatorname{diag}(\boldsymbol{\omega}_{o} \quad 0 \quad 0 \quad 0), \qquad (10.63)$$

Równaniom (10.55) można przyporządkować schemat zastępczy maszyny, który przedstawiono na rys. 10.4.



Rys. 10.4. Schemat zastępczy maszyny synchronicznej dla wielkości przyrostowych Fig. 10.4. Equivalent circuit of synchronous machine for incremental quantities

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...

Opracowany model matematyczny generatora synchronicznego uwzględniający zjawisko nasycenia dla pola magnetycznego głównego i pola rozproszenia stojana można wykorzystać w badaniach stanów dynamicznych generatorów synchronicznych pracujących w systemie elektroenergetycznym. Uwzględnienie zjawiska nasycenia dla pola rozproszenia umożliwia dokładniejszą analizę zjawisk zwarciowych występujących w generatorze i w systemie. Natomiast uwzględnienie zjawiska nasycenia dla pola głównego umożliwia dokładniejsze wyznaczenie stanu ustalonego generatorów synchronicznych pracujących w systemie, przyczyniając się tym samym do precyzyjniejszych badań stabilności dynamicznej i lokalnej systemu.



11. WYNIKI BADAŃ SYMULACYJNYCH MASZYNY SYNCHRONICZNEJ

Opracowany model matematyczny maszyny synchronicznej uwzględniający nasycenie magnetyczne rdzeni przez pole magnetyczne główne i pole rozproszenia stojana wykorzystano w badaniach symulacyjnych typowych stanów pracy generatora synchronicznego współpracującego z siecią sztywną. Przedmiotem badań był generator synchroniczny o następujących danych znamionowych:

 $S_n=235,3$ MV-A, $P_n=200$ MW, $U_n=15,75$ kV, $I_n=8625$ A, $\cos\varphi_n=0,85$. Badania przeprowadzono dla modelu typu (3,3). Jako parametry skupione modelu matematycznego przyjęto:

$$\begin{split} R_{(r)} &= \ 0,00181, \qquad R_{f(r)}^{\bullet} = 0,00122, \qquad R_{D1(r)}^{\bullet} = 0,00603, \qquad R_{D2(r)}^{\bullet} = 0,00137, \\ R_{Q1(r)}^{\bullet} &= 0,00413, \qquad R_{Q2(r)}^{\bullet} = 0,00316, \qquad R_{Q3(r)}^{\bullet} = 0,04351, \\ L_{\sigma f(r)}^{\bullet} &= 0,09469, \qquad L_{\sigma f1(r)}^{\bullet} = 0,15866, \qquad L_{\sigma f2(r)}^{\bullet} = -0,1533, \qquad L_{\sigma D1(r)}^{\bullet} = 21,4807, \\ L_{\sigma D2(r)}^{\bullet} &= 0,00002, \qquad L_{\sigma Q1(r)}^{\bullet} = 11,7925, \qquad L_{\sigma Q2(r)}^{\bullet} = 0,20827, \qquad L_{\sigma Q3(r)}^{\bullet} = -0,0064, \\ L_{\sigma(r)} &= \ 0,154, \qquad L_{md(r)} = 1,682, \qquad L_{mq(r)}^{\bullet} = 0,1655 - \text{dla stanu nienasyconego.} \end{split}$$

Indukcyjności statyczne i dynamiczne związane z polem magnetycznym głównym oraz polem rozproszenia wyznaczono korzystając z syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych przedstawionych na rys. 11.1.



Rys. 11.1. Syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych pola głównego i pola rozproszenia stojana Fig. 11.1. Synthetic characteristics of the main and stator leakage flux linkages

Badania symulacyjne przeprowadzono przy uwzględnieniu i pominięciu nasycenia magnetycznego rdzeni. W tym drugim przypadku do obliczeń przyjęto stałe wartości indukcyjności odpowiadające maksymalnym wartościom indukcyjności statycznych.



Rys. 11.2. Przebiegi prądu stojana w osi d podczas przemijającego trójfazowego zwarcia na zaciskach stojana, obliczone przy uwzględnieniu i pominięciu nasycenia magnetycznego rdzeni

Fig. 11.2. Waveforms of the stator current in d axis during the cleared three-phase short-circuit at the stator terminals computed when taking into account or neglecting magnetic saturation of cores

Rys. 11.3. Przebiegi prądu stojana w osi q podczas przemijającego trójfazowego zwarcia na zaciskach stojana, obliczone przy uwzględnieniu i pominięciu nasycenia magnetycznego rdzeni
Fig. 11.3. Waveforms of the stator current in q axis during the cleared three-phase short-circuit at the

ig. 11.3. Waveforms of the stator current in q axis during the clouds into participation of cores stator terminals computed when taking into account or neglecting magnetic saturation of cores

Rys. 11.4. Przebiegi prądu wzbudzenia oraz kąta obciążenia generatora podczas przemijającego trójfazowego zwarcia na zaciskach stojana, obliczone przy uwzględnieniu i pominięciu nasycenia magnetycznego rdzeni

Fig. 11.4. Waveforms of the field current and generator load angle during the cleared three-phase shortcircuit at the stator terminals computed when taking into account or neglecting magnetic saturation of cores

2.5

Obliczenia wykonano dla stanów nieustalonych przy dużych i małych zakłóceniach stanu równowagi oraz dla stanów ustalonych. Na rysunkach 11.2 - 11.4 przedstawiono przebiegi prądu stojana w osi d i q i prądu wzbudzenia po przemijającym zwarciu trójfazowym symetrycznym (czas trwania zwarcia $t_z=0,2$ s) przy uwzględnieniu i pominięciu nasycenia rdzeni maszyny. Wyniki obliczeń przedstawiono dla generatora obciążonego mocą czynną $P_{s(r)}=-0,8$ i bierną $Q_{s(r)}=-0,6$

Na rysunku 11.5 pokazano charakterystyki kątowe generatora synchronicznego współpracującego z siecią sztywną. Natomiast na rys. 11.6 przedstawiono krzywe V generatora współpracującego z siecią sztywną. Na rysunku 11.7 przedstawiono także wynikającego z warunków pracy określonych przez krzywe V charakterystyki składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego.

Rys. 11.5. Charakterystyki kątowe mocy czynnej generatora synchronicznego obliczone przy uwzględnieniu i pominięciu nasycenia magnetycznego rdzeni

Fig. 11.5. Load angle characteristics of the synchronous generator active power computed when taking into account or neglecting magnetic saturation of cores

- Rys. 11.6. Krzywe V generatora synchronicznego obliczone przy uwzględnieniu i pominięciu nasycenia magnetycznego rdzeni
- Fig. 11.6. V curves of synchronous generator computed when taking into account or neglecting magnetic saturation of cores

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...

- Rys. 11.7. Charakterystyki składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego w funkcji modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego wyznaczone dla stałej mocy czynnej stojana przy uwzględnieniu nasycenia magnetycznego rdzeni
- Fig. 11.7. Axis components of the main flux linkage space phasor vs the magnetizing current space phasor module calculated for constant stator active power when taking into account magnetic saturation of cores

Badania symulacyjne przy małych zakłóceniach ustalonego stanu pracy przeprowadzono przyjmując jako zakłócenia:

- skok napięcia wzbudzenia o 5%,
- skok momentu turbiny o 10%.

Wyniki badań symulacyjnych w postaci wykresów przebiegów wybranych wielkości elektromagnetycznych generatora (prądów stojana, prądu wzbudzenia oraz kąta obciążenia) przedstawiono na rys. 11.8. W obliczeniach przyjęto, że w stanie pracy ustalonej generator pracował w warunkach znamionowych ($U_{s(r)}=1$, $P_{s(r)}=-0.85$, $Q_{s(r)}=-0.527$).

Przeprowadzone badania symulacyjne oraz przedstawione wybrane wyniki badań wykazały potrzebę uwzględnienia w modelu matematycznym maszyny synchronicznej zjawiska nasycenia rdzeni magnetycznych przez pole magnetyczne główne i pole rozproszenia stojana. Uzyskane wyniki badań oraz dokonane porównania przebiegów wielkości elektromagnetycznych i elektromechanicznych maszyny w stanie nieustalonym oraz charakterystyk w stanie ustalonym wskazały na istnienie rozbieżności między przebiegami i charakterystykami obliczonymi przy uwzględnieniu i pominięciu nasycenia magnetycznego.

Rozbieżności te są szczególnie duże w początkowym okresie zwarcia, co spowodowane jest przede wszystkim uwzględnieniem nasycenia magnetycznego rdzeni przez pole rozproszenia stojana. Uwzględnienie nasycenia magnetycznego rdzeni przez pole magnetycznego główne ma niewielki wpływ na te przebiegi.

Wpływ uwzględnienia nasycenia magnetycznego rdzeni przez pole magnetyczne główne można zaobserwować na krzywych V (różnice między wartościami maksymalnymi prądu stojana wynoszą około 10%) oraz w stanach dynamicznych przy małych zakłóceniach stanu ustalonego (maksymalne różnice między przebiegami wynoszą: $10\div20\%$ dla prądu stojana, $5\div10\%$ dla prądu wzbudzenia, $1\div2\%$ dla kąta obciążenia).

Wykorzystanie w badaniach symulacyjnych generatorów synchronicznych obwodowego modelu, w którym uwzględnia się nasycenie magnetyczne rdzeni przez pole główne i pole rozproszenia, stojan w dokładniejszy sposób odwzorowuje właściwości eksploatacyjne maszyny przy dużych i małych zakłóceniach stanu ustalonego oraz w stanach ustalonych.

Rys. 11.8. Przebiegi niektórych wielkości generatora po skokowym wzroście napięcia wzbudzenia i momentu turbiny (model uwzględniający nasycenie —), (model, w którym pominięto nasycenie ----) Fig. 11.8. Wawforma of any statute transported and statute and sta

Fig. 11.8. Waveforms of generator quantities after step of the field voltage and turbine torque (model including saturation —), (model neglecting saturation ----)

12. WYZNACZENIE PARAMETRÓW ELEKTROMAGNETYCZNYCH MODELI MATEMATYCZNYCH MASZYN SYNCHRONICZNYCH

12.1. Wprowadzenie

Modele matematyczne maszyn synchronicznych uwzględniające nasycenie magnetyczne rdzeni można wykorzystać w badaniach symulacyjnych, gdy znane są:

- charakterystyki syntetyczne strumieni sprzężonych pola głównego w osi d i q oraz syntetyczna charakterystyka strumienia sprzężonego pola rozproszenia stojana,
- rezystancja uzwojenia stojana, rezystancja uzwojenia wzbudzenia oraz rezystancje zastępczych obwodów elektrycznych w wirniku sprowadzone na stronę stojana,
- indukcyjność rozproszenia uzwojenia wzbudzenia oraz indukcyjności rozproszenia zastępczych obwodów elektrycznych w wirniku sprowadzone na stronę stojana, Wymienione charakterystyki i parametry skupione wyznaczyć można na podstawie:
- danych konstrukcyjnych korzystając z metodyki obliczeń przedstawionej w rozdziale 4 oraz zależności projektowych [6,8,20],
- wyników pomiarów wybranych wielkości wejściowych i wyjściowych maszyny synchronicznej w stanach ustalonych i nieustalonych,
- wyników obliczeń wybranych wielkości wejściowych i wyjściowych maszyny w stanach ustalonych i nieustalonych wykonanych za pomocą modeli polowoobwodowych.

W literaturze naukowo-technicznej wyróżnia się dwie zasadnicze metody pomiarowego wyznaczania parametrów modeli matematycznych maszyn synchronicznych:

- pomiary wykonane na postoju maszyny,
- pomiary wykonane przy wirującej maszynie.

Na postoju maszyny wykonuje się pomiary charakterystyk częstotliwościowych maszyny synchronicznej lub pomiary przebiegu zaniku prądu stojana w osi d i q. Pomiary na postoju przeprowadzane są w warunkach, w których rdzenie magnetyczne maszyny są nienasycone, dlatego na ich podstawie nie można wyznaczyć charakterystyk syntetycznych strumieni sprzężonych.

Pomiary przy wirującym wirniku wykonuje się podczas normalnej pracy maszyny synchronicznej. W konsekwencji na ich podstawie oprócz parametrów skupionych można także wyznaczyć syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych. W tej grupie testów do szczególnie ważnych i możliwych do przeprowadzenia w elektrowni należą pomiary w stanach ustalonych krzywych V oraz pomiary w stanach nieustalonych przebiegów po tak zwanym zrzucie obciążenia maszyny [23]. W pracy ograniczono się do przedstawienia metodyki wyznaczania:

- charakterystyk syntetycznych strumieni sprzężonych pola głównego na podstawie wyników pomiaru lub obliczeń krzywych V,
- parametrów skupionych typu R, L na podstawie pomiaru zaniku prądu stojana.

Opracowaną metodykę wykorzystano do wyznaczenia parametrów modelu matematycznego turbogeneratora oraz silnika synchronicznego. Charakterystyki i parametry skupione turbogeneratora wyznaczono na podstawie wyników obliczeń polowo-obwodowych, natomiast charakterystyki i parametry skupione silnika synchronicznego wyznaczono na podstawie wyników pomiarów wykonanych w laboratorium.

166

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego ...

12.2. Metodyka wyznaczania charakterystyk syntetycznych strumieni sprzeżonych pola głównego

Przedstawione w rozdziale 4.2.2 rozważania pokazały, że charakterystyki składowych osiowych fazora przestrzennego pola głównego przy dużych zmianach modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego $(I_{m(r)} = 0 + 1,8)$ z dobrą dokładnością można aproksymować za pomocą czterech syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych (po dwie charakterystyki syntetyczne w każdej osi). Przy mniejszych zmianach modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego dobrą aproksymację uzyskuje się dla dwóch syntetycznych charakterystyk strumieni sprzeżonych. Obliczenia krzywych V pokazały, że przy znamionowym napięciu stojana moduł prądu magnesującego badanego turbogeneratora zmienia się w przedziale ($I_{m(r)} = 0.5 \div 0.8$) i dlatego w dalszej części pracy ograniczono się do

wyznaczenia tylko tych dwóch syntetycznych charakterystyk. W pracy przedstawiono dwie metody wyznaczania syntetycznych charakterystyk strumieni sprzeżonych:

- metode oparta na aproksymacji gromady syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych wyznaczonych w sposób bezpośredni na podstawie pomiarów lub obliczeń krzywych V,
- metodę opartą na poszukiwaniu charakterystyk strumieni sprzeżonych, które najlepiej w sensie błedu średniokwadratowego aproksymuja zmierzone lub obliczone krzywe V.

W obu metodach przyjęto, że syntetyczne charakterystyki strumieni sprzeżonych w osiach d i qwyrażone sa za pomoca funkcji:

$$\Psi_{mdl}(I_m) = A_{md} \arctan(B_{md}I_m) + C_{md}I_m, \qquad (12.1)$$

$$\Psi_{mq1}(I_m) = A_{mq} \arctan(B_{mq}I_m) + C_{mq}I_m .$$
(12.2)

Wyznaczenie syntetycznych charakterystyk strumieni sprzeżonych polega wiec na określeniu zbioru następujących parametrów:

 $\boldsymbol{P}_{md} = \begin{bmatrix} A_{md} & B_{md} & C_{md} \end{bmatrix}^T, \qquad \boldsymbol{P}_{mg} = \begin{bmatrix} A_{mg} & B_{mg} & C_{mg} \end{bmatrix}^T,$ (12.3)

gdzie:

Amd,q, Bmd,q, Cmd,q - współczynniki funkcji określających syntetyczne charakterystyki strumieni sprzeżonych pola głównego w osi d i q.

Przy wyznaczaniu syntetycznych charakterystyk strumieni sprzeżonych pola głównego przyjęto, że znane są wartości rezystancji stojana, indukcyjności rozproszenia stojana oraz współczynnika sprowadzenia prądu wzbudzenia na strone stojana.

12.2.1. Wyznaczanie charakterystyk syntetycznych strumieni sprzeżonych pola głównego w sposób bezpośredni na podstawie krzywych V

Charakterystyki syntetyczne strumieni sprzężonych pola głównego można wyznaczyć w sposób bezpośredni na podstawie krzywych V. Wymaga to dodatkowego wyznaczenia kata obciążenia maszyny. Znając kat obciążenia maszyny dla każdego punktu krzywych V można określić składowe osiowe fazora przestrzennego napiecia i pradu stojana i w konsekwencji także składowe osiowe oraz moduł i argument fazora przestrzennego pradu magnesujacego;

$$I_{md} = I_d + i_f^*, \qquad \qquad I_{mq} = I_q, \qquad (12.4)$$

$$I_m = \sqrt{(I_d + i_f^*)^2 + I_q^2}$$
, $\gamma_m = \arctan(\frac{I_q}{I_d + i_f^*})$. (12.5)

W konsekwencji na podstawie równań maszyny synchronicznej w stanie ustalonym

$$\begin{bmatrix} U_d \\ U_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & -\omega_s L_\sigma \\ \omega_s L_\sigma & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\omega_s \Psi_{mq}(I_m, \gamma_m) \\ \omega_s \Psi_{md}(I_m, \gamma_m) \end{bmatrix},$$
(12.6)

 $\Psi_{md}(I_m, \gamma_m) \cong \Psi_{md1}(I_m) \cos(\gamma_m), \qquad \Psi_{mq}(I_m, \gamma_m) \cong \Psi_{mq1}(I_m) \sin(\gamma_m) ,$ przyjmując, że (12.7)

dla każdej krzywej V wyznaczonej dla stałej mocy czynnej stojana P_s można obliczyć IL DI - OLI

charakterystyki:

$$\Psi_{md1}(I_m, P_s) = \frac{U_q - \omega_s L_\sigma I_d - RI_q}{\omega_s \cos(\gamma_m)}, \quad \Psi_{mq1}(I_m, P_s) = \frac{-U_d + RI_d - \omega_s 2\sigma^2 q}{\omega_s \sin(\gamma_m)}. \quad (12.8)$$

Otrzymaną w ten sposób rodzinę charakterystyk aproksymuje się funkcjami (12.1) (12.2), a współczynniki tych funkcji wyznacza się minimalizując błąd średniokwadratowy.

$$\varepsilon_{md}(\boldsymbol{P}_{md}) = \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{m(k)} |\Psi_{md1}(I_{m_i}, P_{s_k}) - \Psi_{md1}(I_{m_i}, \boldsymbol{P}_{md})|^2, \qquad (12.9)$$

$$\varepsilon_{mq}(\boldsymbol{P}_{mq}) = \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{m(k)} |\Psi_{mq1}(I_{m_i}, \boldsymbol{P}_{s_k}) - \Psi_{mq1}(I_{m_i}, \boldsymbol{P}_{mq})|^2, \qquad (12.10)$$

n, m(k) – liczba krzywych V, liczba punktów dla k-tej krzywej V.

Schemat ideowy ilustrujący procedurę wyznaczania współczynników funkcji aproksymujących syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych wyznaczonych bezpośrednio na podstawie krzywych V obliczonych za pomocą modelu polowo-obwodowego przedstawiono na rys. 12.1.

Rys. 12.1. Schemat ideowy wyznaczania współczynników funkcji aproksymujących syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych wyznaczone bezpośrednio z krzywych V Fig.12.1. Schematic diagram for calculating coefficients of functions approximating synthetic

characteristics of flux linkages computed directly from V curves

Rys. 12.2. Krzywe V turbogeneratora wyznaczone za pomocą modelu polowo-obwodowego oraz modelu obwodowego

Fig.12.2. V curves of turbogenerator computed by means of the field -circuit and circuit model

Do minimalizacji błędu średniokwadratowego wykorzystano algorytm genetyczny. Na rysunku 12.2 przedstawiono krzywe V turbogeneratora wyznaczone za pomocą modelu polowo-obwodowego [50]. Natomiast na rysunku 12.3 przedstawiono obliczone na ich podstawie punkty należące do rodziny charakterystyk $\Psi_{md1}(I_m, P_s)$, $\Psi_{mg1}(I_m, P_s)$. Przy wyznaczaniu gromady charakterystyk przyjęto jako znane następujące parametry:

 $R_{(r)} = 0,00181$, $L_{\sigma(r)} = 0,15$.

Obliczone charakterystyki nie pokrywają się ze sobą, ponieważ model obwodowy jest przybliżeniem modelu polowego i syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych w przybliżeniu aproksymują chara-

kterystyki składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego.

Na rysunku 12.3 przedstawiono wyznaczone na podstawie zbioru punktów syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych. Syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych wyrażone za pomocą funkcji (12.11) i (12.12) mają postać:

$$\mathcal{W}_{md1(r)} = 1,062 \arctan(2,453I_{m(r)}), \qquad (12.11)$$

$$\Psi_{mql(r)} = 0,586 \arctan(2,682I_{m(r)}) + 0,331I_{m(r)}.$$
(12.12)

Rys. 12.3. Zbiór punktów charakterystyk obliczonych na podstawie krzywych V (MES) oraz wyznaczone na ich podstawie syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych (APR)

Fig. 12.3. Points of the characteristics computed basing on the V curves (MES) and synthetic characteristics of flux linkages (APR) computed on their basis

- Rys. 12.4. Syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych (APR) oraz zbiór punktów charakterystyk syntetycznych wyznaczonych na podstawie krzywych V obliczonych za pomocą metody elementów skończonych (MES)
- Fig. 12.4. Synthetic characteristics of flux linkages (APR) and points of the synthetic characteristics calculated on a basis of the V curves computed by means of the finite element method (MES)

Z wykresów przedstawionych na rys. 12.2 wynika, że model obwodowy maszyny synchronicznej, wykorzystując wyznaczone syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych, w zadowalający sposób aproksymuje krzywe V turbogeneratora wyznaczone za pomocą modelu polowo-obwodowego. Na podstawie rys. 12.4 można zauważyć także, że wiarygodność wyznaczonych charakterystyk jest ograniczona, co wynika z ograniczonego zakresu zmian modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego. Zakres wiarygodności charakterystyk jest jednak wystarczający do symulacji stanów ustalonych i nieustalonych maszyny synchronicznej przy znamionowym napięciu stojana i normalnych warunkach obciażenia.

12.2.2. Wyznaczanie charakterystyk syntetycznych strumieni sprzężonych pola głównego w sposób pośredni na podstawie krzywych V

Przedstawionej powyżej metody nie można stosować, gdy nie dysponuje się przyrządem do pomiaru kąta obciążenia maszyny. W takim przypadku syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych można wyznaczyć na podstawie krzywych V w sposób pośredni.

Wyznaczenie syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych odbywa się w dwóch etapach:

- w pierwszym etapie na podstawie krzywej V dla mocy czynnej stojana $P_s = 0$ wyznacza się współczynniki określające analityczną postać charakterystyki syntetycznej strumienia sprzężonego w osi d $\Psi_{md1}(I_m)$,
- w drugim etapie na podstawie pozostałych krzywych V wyznacza się współczynniki określające analityczną postać charakterystyki syntetycznej w osi q $\Psi_{mq1}(I_m)$.

W obu etapach współczynniki funkcji analitycznych wyznacza się minimalizując błąd średniokwadratowy pomiędzy krzywymi V obliczonymi lub zmierzonymi, a krzywymi V wyznaczonymi na podstawie modelu matematycznego maszyny.

$$\varepsilon_{md}(P_{md}) = \sum_{i} \left| I_{sp}(I_{fi}^*, P_s = 0) - I_{sm}(I_{f_i}^*, P_s = 0, P_{md}) \right|^2, \quad (12.12)$$

$$P_{mq} = \sum_{k} \sum_{i} \left| I_{sp} (I_{fi}^{*}, P_{sk}) - I_{sm} (I_{f_i}^{*}, P_{sk}, P_{mq}) \right|^{2}, \qquad (12.13)$$

gdzie:

 ε_{mq} (

172

 I_{sp} , I_{sm} - moduł fazora przestrzennego prądu stojana dla zadanego prądu wzbudzenia oraz mocy czynnej stojana wyznaczony za pomocą pomiarów (p) oraz na podstawie modelu obwodowego (m) maszyny.

Schemat ideowy ilustrujący procedurę wyznaczania współczynników funkcji określających syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych za pomocą aproksymacji krzywych V wyznaczonych z pomiarów przedstawiono na rys. 12.5.

- Rys. 12.5. Schemat ideowy procedury wyznaczania współczynników funkcji określających syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych za pomocą aproksymacji krzywych V
- Fig. 12.5. Schematic diagram of the procedure for computing coefficients of functions expressing determining synthetic characteristics of flux linkages by means of approximation of V curves

Przedstawioną metodykę wykorzystano do wyznaczenia syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych pola głównego silnika synchronicznego o danych znamionowych:

 $S_n=30 \text{ kV-A}, U_n=400 \text{ V}, I_n=43,3 \text{ A}, \cos\varphi_n=0.8, n_n=1500 \text{ obr/min}, f_n=50 \text{ Hz}, I_{f_n}=23 \text{ A}.$

Jako parametry znane wyznaczone z dodatkowych pomiarów przyjęto:

 $R_{(r)} = 0,06$, $L_{\sigma(r)} = 0,15$, $n_{sf} = 0,19$ - współczynnik sprowadzenia prądu wzbudzenia na stronę stojana.

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...

Na rysunku 12.6. przedstawiono krzywą V dla $P_s \approx 0$ oraz wyznaczoną na jej podstawie syntetyczną charakterystykę strumienia sprzężonego w osi d. Dla porównania na tym samym rysunku przedstawiono również zmierzoną charakterystykę biegu jałowego.

- Rys. 12.6. Krzywa V silnika synchronicznego dla $P_s \approx 0$ i wyznaczona na jej podstawie syntetyczna charakterystyka w osi d oraz zmierzona charakterystyka biegu jałowego
- Fig. 12.6. V curve of synchronous motor for $P_s \approx 0$ and the synthetic characteristic in d axis computed on its basis as well as the measured no-load characteristic

Na rysunku 12.7 przedstawiono zmierzone krzywe V oraz wyznaczone na ich podstawie charakterystyki strumieni sprzężonych. Na tym samym rysunku porównano także krzywe V wyznaczone na podstawie pomiarów oraz obliczone za pomocą modelu obwodowego maszyny. Z przedstawionych rysunków wynika, że model obwodowy wyrażony za pomocą syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych $\Psi_{mal}(I_m)$ oraz $\Psi_{mgl}(I_m)$ w zadowala-

jący sposób aproksymuje krzywe V silnika synchronicznego.

Rys. 12.7. Porównanie krzywych V silnika synchronicznego zmierzonych (pomiar) i obliczonych (model) za pomocą wyznaczonych syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych w osi d i q

Fig. 12.7. Comparison of the synchronous motor V curves measured (pomiar) and computed (model) by means of the computed synthetic characteristics of flux linkages in d and q axis

Wyznaczone na podstawie wyników pomiarów syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych pola głównego wyrażone za pomocą funkcji (12.11) i (12.12) mają postać:

Jerzv Kudla

Tablica 12.1

osi d

3

Wyniki estymacji parametrów

$$\Psi_{md1(r)} = 1,538 \arctan(1,236I_{m(r)}),$$
 (12.11)

$$\Psi_{mal(r)} = 1,873 \arctan(0,36I_{m(r)}).$$
 (12.12)

12.3. Wyznaczanie parametrów skupionych modelu matematycznego maszyny na podstawie testu zaniku pradu stojana w osi d i g

Metoda wyznaczenia parametrów skupionych maszyn synchronicznych na podstawje pomiaru zaniku prądu stojana w osi d i q jest znana i opisana w literaturze [23]. Dlatego w pracy ograniczono się do zaprezentowania końcowych wyników badań. Metodyke wyznaczania parametrów przetestowano na podstawie przebiegów zaniku prądu stojana w osi d i q wygenerowanych za pomocą modelu matematycznego turbogeneratora, przy czym jako parametry skupione modelu przyjęto parametry podane w pracy [51]. Parametry te wyznaczono na podstawie charakterystyk czestotliwościowych turbogeneratora obliczonych za pomocą metody elementów skończonych. Przy aproksymacji krzywej zaniku pradu stojana w osi d i q jako funkcję celu przyjęto błędy średniokwadratowe zdefiniowane w następujący sposób:

zanik pradu stojana w osi d •

$$\varepsilon(\mathbf{P}_{d}) = \sum_{i} \left[I_{dp}(t_{i}) - I_{dm}(t_{i}, \mathbf{P}_{d}) \right]^{2} + \left[i_{fp}^{\bullet}(t_{i}) - i_{fm}^{\bullet}(t_{i}, \mathbf{P}_{d}) \right]^{2} , \qquad (12.13)$$

zanik prądu stojana w osi q

$$\varepsilon_q(P_q) = \sum_{i=1}^{n} \left[I_{qp}(t_i) - I_{qm}(t_i, P_q) \right]^2 , \qquad (12.14)$$

gdzie:

 I_{dp} , I_{ap} , i_{p}^{\bullet} - składowe osiowe fazora przestrzennego prądu stojana w osi d i q oraz prąd wzbudzenia sprowadzony na stronę stojana, wyznaczone z pomiaru,

 I_{dm} , I_{am} , i_{fm}^{\bullet} - składowe osiowe fazora przestrzennego prądu stojana w osi d i q oraz prąd

wzbudzenia sprowadzony na stronę stojana wyznaczony z modelu.

Przy wyznaczaniu parametrów skupionych pominięto nasycenie magnetyczne rdzeni ze względu na małe wartości prądów występujących stojanie. Poszukiwany zbiór parametrów skupionych w osi d i q zależy od typu modelu matematycznego maszyny synchronicznej [2,19]. Dla klasycznego modelu matematycznego typu (2,2), będącego przedmiotem testów, zbiór ten obejmuje następujące parametry:

$$\boldsymbol{P}_{d} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{L}_{md} & \boldsymbol{R}_{f}^{*} & \boldsymbol{L}_{\sigma f}^{*} & \boldsymbol{L}_{\sigma D1}^{*} & \boldsymbol{R}_{D1}^{*} \end{bmatrix}^{T} , \qquad \boldsymbol{P}_{q} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{L}_{mq} & \boldsymbol{R}_{\sigma Q1}^{*} & \boldsymbol{L}_{\sigma Q1}^{*} & \boldsymbol{L}_{\sigma Q2}^{*} & \boldsymbol{R}_{Q2}^{*} \end{bmatrix}^{T}.$$
(12.15)

Do minimalizacji funkcji celu wykorzystano algorytm gradientowy z ograniczeniem dolnego i górnego obszaru poszukiwań parametrów.

Zbiór poszukiwanych parametrów modelu matematycznego turbogeneratora przedstawiono w tabl. 12.1. W tablicy zamieszczono także wyniki estymacji parametrów dla jednego z wybranych testów algorytmu, w którym badano jego zbieżność przy zmianie początkowego zbioru parametrów. Za poczatkowy zbiór parametrów przyjęto parametry rzeczywiste turbogeneratora, które następnie powiększono lub zmniejszono o 50% i 100%.

Modele matematyczne maszyn	elektrycznych	prądu	przemieniegom	
	The second s			

L. mamiennego

								Darametry D	oczatkowe
Zmiana v	vartości otrów	Parametry p	oczątkowe	Parametry poo	czątkowe : o 50%	Parametry po zmniejszone	czątkowe 0 50%	zmniejszon	e o 100%
początk	owych	powiększou			70 P-10	Fstvm.	Błąd %	Estym.	Błąd %
Parametr L	zeczywisty	Estym	Błąd %	Estym.	Bigu 70	milion			
			0 00044	1.663	0,00025	1,663	0,00047	1,663	0,00045
Lmd(r)	1,663	1,035				1 and 1 and 1	0.07143	0.0012831	0,06879
	0,001284	0,0012849	0,06899	0,0012846	0,04385	0,0012831	C+11/0'0		20051 V
(1)fu	12110	0 11525	0.13184	0,1152	0,08383	0,11494	0,13602	0,11495	0606110
Later	101110		0.0014	0 0012694	0.04395	0,0012709	0,07180	0,001272	0,06912
Reit	0,00127	0,0012691	0,00914					59051000	1.5368
vDI(r)		0.0015534	1.53136	0,0015454	1,00592	0,0015055	1,59933	conc100'0	
LoDI(r)	CCTOD'O	Location's			i underformer	r nei a	-		Tablica 12
				Wyniki estymac	I paramenon	Darametry	noczatkowe	Parametry	początkowe
Zmian	a wartości	Parametr	y początkowe zone o 100%	Parametry powiększ	początkowe	zmniejszo	ne o 50%	zmniejsz0	ne o 100%
para	umetrow				N1.10/	Letum	Bład %	Estym.	Błąd %
Parametr	rzeczywist	ty Estym	Błąd %	Estym.	1518,d 70	reachine.			00000
		1 603	0 0000	1,622	0,0000	1,622	0,0000	1,622	0,000
Lmq(r)	1,622	770'1			0 0040	0.0021100	0.0024	0,0031199	0,0016
•••	0.0031	2 0,003120	1 0,0021	0,0031201	0,0040	CTICON'N			0.0041
RQI(r)		0 20202	0.0046	0,39204	0,0091	0,39198	0,0051	0,39198	0,0041
Laour	0,392	70765'0				12201000	0.0107	0.0012671	0,0076
- A- 24				0 0010550	11/11/11	A MALLAN A	NºVAV.		

0.2458

0,010474

0,5385

0,010443

0,6678

0,01057

0,3506

0,010537

0,0105

La02(r)

0,0107

0,0012671

0,0170

0,0012668

0,0092

0,0012669

0,001267

R.02(

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego.

Tablica 12.3

Na rysunku 12.8 pokazano przykładowe wzorcowe przebiegi zaniku prądu stojana w osi d i q wygenerowane na podstawie znanych parametrów modelu generatora oraz przebiegi obliczone za pomocą początkowych wartości parametrów. We wszystkich zaprezentowanych wynikach testów przebiegi obliczone na podstawie wyznaczonych w procesie estymacji parametrów pokrywały się z przebiegami wzorcowymi.

Rys. 12.8. Wzorcowe przebiegi prądu stojana w osi d i q i prądu wzbudzenia (par.rzeczywiste) oraz obliczone dla początkowych wartości poszukiwanych parametrów (par.poczatkowe)
Fig. 12.8. Stator current in d and q axis and field current standard waveforms (par.rzeczywiste) and computed for the initial values of the searched parameters (par.poczatkowe)

Przetestowaną procedurę wyznaczania parametrów wykorzystano do estymacji parametrów silnika synchronicznego. Na podstawie przeprowadzonych badań i analiz do rozważań przyjęto model typu (2,0) badanego silnika. Wyniki estymacji parametrów w osi d przedstawiono w tabl. 12.3.

Wyniki estymacji parametrów w osi d i q

L _{md(r)}	$R^{\bullet}_{f(r)}$	$L^{\bullet}_{of(r)}$	$R_{D1(r)}$	$L_{\sigma D1(r)}$	$L_{ma(r)}$
1,584	0,00707	0,219	0,0337	1.00	0.667

W celu dokonania oceny jakości obliczonych parametrów na rys. 12.9 przedstawiono porównanie przebiegów pomiarowych zaniku prądu stojana w osi d silnika z przebiegami obliczonymi za pomocą modelu przy wykorzystaniu wyznaczonych parametrów.

- Rys. 12.9. Przebiegi prądu stojana w osi d i q i prądu wzbudzenia zmierzone (pomiar) oraz obliczone za pomocą wyznaczonych parametrów (estymacja)
- Fig. 12.9. Stator current in d and q axis and field current waveforms measured (pomiar) and computed by means of the computed parameters (estymacja)

Na podstawie porównania przebiegów można stwierdzić dobrą zbieżność wyników i tym samym dobrą jakość wyznaczonych parametrów.

Zaprezentowana w pracy metodyka wyznaczania syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych pola głównego na podstawie pomiarów w stanie ustalonym oraz pozostałych parametrów skupionych na podstawie przebiegów dynamicznych może być zastosowana do wyznaczania parametrów modeli matematycznych generatorów synchronicznych pracujących w systemie elektroenergetycznym. Zaproponowane pomiary są łatwe do przeprowadzenia i nie powodują zagrożenia dla pracy generatorów w systemie elektroenergetycznym.

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...

13. PODSUMOWANIE

Przedmiotem pracy było opracowanie modeli obwodowych maszyn elektrycznych prądu przemiennego uwzględniających nasycenie magnetyczne rdzeni maszyny i w konsekwencji udowodnienie sformułowanych w rozdziale 3 tez pracy.

Modele obwodowe maszyn elektrycznych prądu przemiennego opracowano stosując konsekwentnie teorię fazorów przestrzennych oraz bazując na trzech podstawowych założeniach:

- wypadkowe pole magnetyczne w maszynie jest sumą pola magnetycznego głównego oraz pola rozproszenia stojana i wirnika, przy czym pola te w sposób niezależny magnesują rdzenie stojana i wirnika,
- sprzężenia magnetyczne uzwojeń maszyny dla pola magnetycznego głównego spowodowane są tylko przez podstawową harmoniczną przestrzenną składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej w szczelinie roboczej maszyny,
- chwilowe prądy fazowe stojana i wirnika w sposób jednoznaczny wyznaczone są przez odpowiednie fazory przestrzenne prądu stojana i prądu wirnika.

Stosując zasadę podziału wypadkowego pola magnetycznego w maszynie na pole magnetyczne główne oraz pola magnetyczne rozproszenia, w pracy przedstawiono modele obliczeniowe maszyn elektrycznych, w których wymienione pola składowe występują samodzielnie bądź też są dominujące.

Modele obliczeniowe maszyn wykorzystano do wyznaczenia rozkładów przestrzennych pól magnetycznych oraz do wyznaczenia strumieni sprzężonych uzwojeń dla tych pól. Strumienie sprzężone uzwojeń maszyny dla odpowiednich pół wyznaczono obliczając pochodne koenergii magnetycznej względem odpowiednich prądów lub obliczając podstawową harmoniczną składowej promieniowej indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej maszyny oraz stosując odpowiednie zależności analityczne. Uwzględniając strukturę geometrycznomateriałową modeli obliczeniowych oraz cechy charakterystyczne rozkładu przestrzennego uzwojeń, przeprowadzono analizę jakościową właściwości fazorów przestrzennych strumieni sprzężonych oraz ich składowych osiowych.

W celu wyznaczenia pola magnetycznego głównego w pracy rozpatrzono dwa typy modeli obliczeniowych:

- modele obliczeniowe o wyidealizowanej pozbawionej żłobków strukturze geometrycznej rdzeni magnetycznych stojana i wirnika, zawierające nieskończenie cienkie uzwojenia o rozłożeniu sinusoidalnym, umieszczone na przyszczelinowych powierzchniach walcowych stojana i wirnika,
- modele obliczeniowe o rzeczywistej strukturze rdzeni magnetycznych stojana i wirnika oraz uzwojeniach umieszczonych w żłobkach maszyny.

Wyidealizowane modele obliczeniowe wykorzystano do wprowadzenia do rozważań następujących pojęć: zastępczego uzwojenia magnesującego maszyny, fazora przestrzennego prądu magnesującego, fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola magnetycznego głównego.

Uwzględniając cechy charakterystyczne struktury geometrycznej i materiałowej modeli obliczeniowych oraz sinusoidalny rozkład okładu prądowego zastępczych uzwojeń magnesujących przeprowadzono analizę jakościową właściwości składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego. Do analizy jakościowej wykorzystano cechy charakterystyczne funkcji koenergii pola magnetycznego głównego oraz cechy charakterystyczne rozkładu obwodowego składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej maszyny. Na podstawie analizy pokazano, że:

- charakterystyki składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego są w ogólnym przypadku funkcjami modułu i argumentu fazora przestrzennego prądu magnesującego,
- charakterystyki składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego można z dobrą dokładnością wyznaczyć za pomocą niewielkiej liczby syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych pola magnetycznego głównego.

Wyniki analizy jakościowej potwierdzono w pracy za pomocą odpowiednich wyników obliczeń, które przedstawiono w postaci wykresów rozkładów linii pola magnetycznego, rozkładów obwodowych składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej oraz odpowiednich charakterystyk.

Wnioski wynikające z analizy zastosowano w modelach obliczeniowych maszyn elektrycznych prądu przemiennego, w których uwzględniono rzeczywistą strukturę rdzeni maszyny. Dla wybranych maszyn elektrycznych prądu przemiennego: silnika indukcyjnego, turbogeneratora i hydrogeneratora wyznaczono rodziny charakterystyk składowych osiowych fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego oraz wyznaczono na ich podstawie zbiór syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych pola głównego.

Przy wyznaczaniu pola rozproszenia stojana i wirnika oraz strumieni sprzężonych uzwojeń stojana i wirnika dla tych pół skorzystano z założenia, że chwilowe prądy fazowe stojana i wirnika są jednoznacznie określone przez fazory przestrzenne odpowiednich prądów: prądu stojana lub prądu wirnika. W konsekwencji także koenergia pola rozproszenia stojana i pola rozproszenia wirnika oraz fazory przestrzenne strumieni sprzężonych uzwojeń stojana lub wirnika dla tych pól są funkcjami modułu i argumentu fazorów przestrzennych odpowiednich pradów.

W celu wyznaczenia pola rozproszenia stojana i wirnika rozpatrzono modele obliczeniowe maszyny, w których występują tylko pole rozproszenia żłobkowego stojana i wirnika oraz modele obliczeniowe, w których występują łącznie pole rozproszenia żłobkowego i pole rozproszenia szczelinowego. Dla obu typów modeli przeprowadzono odpowiednie analizy i obliczenia, które pokazały, że fazor strumienia sprzężonego uzwojeń stojana i uzwojeń wirnika dla odpowiednich pól jest praktycznie tylko funkcją modułu fazora przestrzennego prądu stojana lub prądu wirnika. Przyjęcie takiego wniosku umożliwiło transformację fazorów przestrzennych strumieni sprzężonych uzwojeń stojana lub wirnika do układu współrzędnych (x, y), co uprościło model matematyczny maszyny.

Zależności matematyczne określające fazory przestrzenne strumieni sprzężonych uzwojeń stojana i wirnika dla pola głównego oraz dla pola rozproszenia stojana lub wirnika wykorzystano przy definiowaniu indukcyjności statycznych i dynamicznych maszyny, związanych z odpowiednimi polami. W pracy pokazano, że indukcyjności statyczne i dynamiczne są w ogólnym przypadku funkcją modułu i argumentu fazora przestrzennego odpowiednich prądów oraz że indukcyjności statyczne nie są jednoznacznie określone i w ogólnym przypadku nie spełniają zasady wzajemności.

Definiując indukcyjności statyczne i dynamiczne, zwrócono uwagę na zjawisko skrośnego sprzężenia magnetycznego zastępczych uzwojeń magnesujących, które spowodowane jest nasyceniem magnetycznym rdzeni. Wyróżniono dwa typy sprzężeń: sprzężenie skrośne statyczne i dynamiczne oraz wskazano, że sprzężenia te nie występują, gdy pomija się nasycenie rdzeni, przyjmując dla nich liniowe charakterystyki magnesowania. Znając właściwości fazorów przestrzennych strumieni sprzężonych uzwojeń stojana i wirnika dla pola głównego oraz dla pół rozproszenia stojana i wirnika wyprowadzono równania maszyny asynchronicznej pierścieniowej i klatkowej zwykłej zapisując końcowe równania za pomocą fazorów przestrzennych. Równania maszyn wyprowadzono w tradycyjny sposób, rozpoczynając od równań maszyny we współrzędnych fazowych.

Modele matematyczne maszyn asynchronicznych uzupełniono o model matematyczny maszyny indukcyjnej klatkowej o wirniku głębokożłobkowym. Przy wyprowadzaniu tego modelu założono, że wypieranie prądu w pręcie wirnika spowodowane jest polem rozproszenia wokół jego żłobka, który dla uproszczenia otoczono warstwą materiału o nieskończenie dużej przenikalności magnetycznej. Przyjęcie takiego założenia umożliwiło opracowanie modelu matematycznego, który jednocześnie uwzględnia nasycenie magnetyczne rdzeni oraz wypieranie prądu w prętach wirnika. W opracowanym modelu relacje między fazorami przestrzennymi napięć i prądów prętowych wirnika aproksymowano skończoną liczbą zastępczych obwodów elektrycznych w wirniku.

Opracowanym modelom matematycznym przyporządkowano odpowiednie schematy zastępcze maszyn obowiązujące w stanach nieustalonych oraz ustalonych. Na schematach tych wskazano elementy, których wartości zależne są od nasycenia magnetycznego rdzeni.

Sformułowanie modelu matematycznego maszyny synchronicznej poprzedzono przyjęciem liczby wirtualnych zastępczych obwodów elektrycznych w osi d i q wirnika. Opracowany model matematyczny maszyny synchronicznej uwzględnia nasycenie magnetyczne rdzeni przez pole magnetyczne główne i pole rozproszenia stojana. Modelom maszyny synchronicznej obowiązującym w stanach ustalonych i nieustalonych przyporządkowano schematy zastępcze, pokazując także elementy zależne od nasycenia magnetycznego rdzeni maszyny.

Opracowane modele obwodowe maszyn asynchronicznych i synchronicznych wykorzystano w badaniach symulacyjnych typowych stanów nieustalonych i ustalonych. Obliczenia przeprowadzono uwzględniając nasycenie magnetyczne rdzeni lub też je pomijając. Przy pominięciu nasycenia magnetycznego rdzeni do obliczeń przyjęto stałe wartości odpowiednich indukcyjności równe indukcyjnościom statycznym dla nienasyconego stanu rdzeni maszyny.

Modele matematyczne maszyn elektrycznych uwzględniające nasycenie magnetyczne rdzeni można wykorzystać w badaniach symulacyjnych, gdy znane są syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych pola głównego i pola rozproszenia stojana i wirnika oraz parametry skupione, obejmujące rezystancje i niektóre indukcyjności rozproszenia. W celu wyznaczenia syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych przeprowadzono parametryzację modeli matematycznych, aproksymując syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych za pomocą funkcji nieliniowych o nieznanych współczynnikach. W pracy zaproponowano kilka testów pomiarowych umożliwiających wyznaczenie parametrów maszyn elektrycznych. Parametry modeli matematycznych maszyn asynchronicznych i synchronicznych wyznaczono na podstawie gromady charakterystyk w stanie ustalonym oraz na podstawie przebiegów dynamicznych.

Ze względu na trudności w określeniu zbioru początkowych parametrów, w tym zwłaszcza wartości współczynników funkcji aproksymujących syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych, przy wyznaczaniu parametrów zastosowano algorytmy genetyczne lub algorytmy genetyczne i gradientowe.

W pracy pokazano także, że parametry modeli matematycznych maszyn można wyznaczyć na podstawie danych konstrukcyjnych przy wykorzystaniu wyników odpowiednich

obliczeń polowo-obwodowych. Dla maszyny indukcyjnej przedstawiono metodykę takich obliczeń oraz podano wyniki estymacji odpowiednich parametrów. Zaproponowany sposób wyznaczania parametrów można wykorzystać w obliczeniach projektowych maszyn elektrycznych, uzupełniając zbiór typowych parametrów o nowe parametry, które uwzględniają nasycenie magnetyczne rdzeni maszyny.

Niniejsza praca jest wynikiem wieloletnich badań własnych autora [132-152] w omawianym zakresie.

Za oryginalny wkład własny autor uważa następujące elementy pracy:

- analizę właściwości składowych osiowych strumieni sprzężonych uzwojeń maszyn synchronicznych dla pola głównego przy wykorzystaniu funkcji koenergii magnetycznej oraz funkcji rozkładu obwodowego składowej promieniowej indukcji magnetycznej,
- wprowadzenie do rozważań pojęć syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych i syntetycznych charakterystyk koenergii magnetycznej oraz ich wyznaczenie w maszynach synchronicznych,
- analizę oraz określenie właściwości funkcji koenergii i fazorów przestrzennych strumieni sprzężonych uzwojeń stojana i wirnika dla pól rozproszenia żłobkowego i szczelinowego,
- konsekwentne stosowanie teorii fazorów przestrzennych zarówno przy analizie strumieni sprzężonych uzwojeń, jak i przy wyprowadzaniu modeli matematycznych maszyn elektrycznych prądu przemiennego, w tym także przy wyprowadzeniu równań maszyny indukcyjnej o wirniku głębokożłobkowym,
- opracowanie metodyki pomiarowego wyznaczania syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych oraz innych parametrów skupionych na podstawie wyników pomiarów,
- zastosowanie algorytmów genetycznych do wyznaczania trudnych do wstępnego oszacowania parametrów funkcji aproksymujących syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych,
- wykorzystanie wyników obliczeń modeli polowo-obwodowych do wyznaczania parametrów opracowanych modeli już na etapie projektowania maszyn,
- opracowanie programów komputerowych w środowisku Mathcad, Matlab, LabView wykorzystanych do badań i analiz zagadnień przedstawionych w pracy.

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...

LITERATURA

Książki, monografie

- Arabas J.: Wykłady z algorytmów ewolucyjnych. WNT, Warszawa 2001. 1.
- Boboń A., Kudła J., Żywiec A. : Parametry elektromagnetyczne maszyny synchronicznej. 2. Wykorzystanie metody elementów skończonych. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1998 3.
- Boldea I., Nasar S. A.: The induction machine handbook. CRC Press, 2002. 4.
- Chari M. V. K., Salon S. J.: Numerical methods in electromagnetism. Academic Press, 2000. 5.
- Chee Mun Ong: Dynamic simulation of electric machinery using Matlab /Simulink. Prentice Hall PTR 1998. 6.
- Ciganek L.: Stavba elektrickych stroju. SNTL, Praha 1958. 7.
- Dąbrowski M.: Pola i obwody magnetyczne maszyn elektrycznych. WNT, Warszawa 1971. 8.
- Dąbrowski M.: Projektowanie maszyn elektrycznych prądu przemiennego. WNT, Warszawa 1994. 9.
- Demenko A.: Symulacja dynamicznych stanów pracy maszyn elektrycznych w ujęciu polowym. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 1997. 10.
- Dems M.: Symulacja komputerowa przebiegów elektromechanicznych w silnikach indukcyjnych klatkowych. Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej nr 754, Rozprawy nukowe, z. 229, Łódź 1996. 11.
- Filc R. W.: Matematiczeskije osnowy teorii elektromechaniczeskich preobrazowatelej. Naukowa Dumka, Kiew 1979 12.
- Głowacki A.: Obliczenia elektromagnetyczne silników indukcyjnych trójfazowych. WNT, Warszawa 1993. 13.
- Hammeyer K., Belmans R.: Numerical modelling and design of electrical machines and devices. WIT Press 1999. 14.
- Jażdżyński W.: Projektowanie maszyn elektrycznych i identyfikacja ich modeli z wykorzystaniem optymalizacji wielokryterialnej. Wydawnictwo AGH, Kraków 1995. 15.
- Kamiński G.: Silniki elektryczne z toczącymi się wirnikami. Oficyna Wydawnicza Poaltechniki Warszawskiej, Warszawa 2003. 16.
- Komęza K.: Modelowanie pól elektromagnetycznych w urządzeniach elektrycznych z zastosowaniem hierarchicznych elementów skończonych typu hermitowskiego. Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej nr 724, Rozprawy nukowe, z. 216, Łódź 1995.
- Kovacs P. K .: Transient phenomena in electrical machines. Akademia Kiado, Budapest 1984. 17. 18.
- Krause P.C.: Analysis of electric machinery. New York, McGraw-Hill Inc, 1986. 19.
- Kundur P.: Power system stability and control. McGraw-Hill, Inc, 1994. 20.
- Latek W.: Turbogeneratory. WNT, Warszawa 1973. 21.
- Nowak L.: Modele polowe przetworników elektromechanicznych w stanach ustalonych. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 1999. 22.
- Ostovic V.: Dynamic of saturated electrical machines. Springer Verlag, Berlin 1987. 23.
- Paszek W.: Dynamika maszyn elektrycznych prądu przemiennego. Helion, Gliwice 1998. 24.
- Puchala A.: Dynamika maszyn i układów elektromechanicznych. PWN, Warszawa 1977. 25.
- Reece A. B. J., Preston T. W. Finite element methods in electrical power engineering. Oxford University Press, 2000.
- Ronkowski M .: Circuit oriented models of electrical machines for simulation of converter 26. systems. Zeszyty Nukowe Politechniki Gdańskiej " Elektryka" nr 523, Gdańsk 1995. 27.
- Salon S. J.: Finite element analysis of electrical machines. Kluwer 2000. 28.
- Sobczyk T. Metodyczne aspekty modelowania maszyn elektrycznych prądu przemiennego. WNT, Warszawa 2004. 29.
- Stepina J.: Prostorove fazory jako zaklad teorie elektrickych stroju. Zapadoceska Univerzita, 1993.
- Stepina J.: Soumerne slozky v teorii tocivych elektrickych stroju. Akademia, Praha 1969. 30.

- Śliwiński T, Głowacki A.: Parametry rozruchowe silników indukcyjnych. PWN, Warszawa 1982. 31.
- Turowski J.: Obliczenia elektromagnetyczne elementów maszyn i urządzeń elektrycznych. WNT, 32.
- Warszawa 1982. Vas P.: Electrical machines and drives. A space-vector theory approach. Oxford University Press, 33. 1992.
- Vogt K.: Elektrische Maschinen. Berechnung rotierende electrischer Machinen. Verlag Technik, 34. Berlin 1983.
- White D. C. Woodson H. H.: Electromechnical energy conversion. John Wiley & Sons, New York 35. 1959.

Artykuły

- Abdel-Halim M.A., Manning C.D.: Direct Phase Modelling of Synchronous Generators. IEE 36. Proceedings-B, vol. 137, No. 4, July 1990, pp. 239-247.
- Al Miah H., Lagonotte P., Trigeassou J-C .: Modelling and Recursive Identification of Parameters 37. of Saturated Induction Machines. 6th European Conference on "Power Electronics and Applications", EPE'95, 19-21 September 1995, Sevilla, Spain, pp. 3.656-3.661.
- Anvari H.A., Faucher J., Trannoy B.: On the cross coupling effect in synchronous and its 38. computation by a finite diference solution. International Conference on Electrical Machines, ICEM' 86, 8-10 September 1986 München, pp. 451-454.
- Anvari H.A., Faucher J.: Simulation of some transient behaviours of a saturated converted fed 39. synchronous motor drive considering the cross - coupling magnetization effect. Laboratoire D' Electrotechnique Et D' Electronique Industrielle, France, ICEM'88, pp. 519-524.
- Arjona M.A.: Parameter calculation of a turbogenerator during an open-circuit transient 40. excitation. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 19, March 2004, pp. 46-52.
- Arjona M.A.L., Macdonald D.C.: A new lumped steady-state synchronous machine model derived 41. from finite element analysis. IEEE Transaction on Energy Conversion, Vol.14, No.1, March 1999, pp. 1-7.
- ArjonaL M.A., Macdonald D.C.: Saturation effects on the steady-state stability limit of turbine-42. generators. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 14, June 1999, pp. 133-138.
- Ashtiani C.N., Lowther D.A.: The use of finite elements in the simulation of the steady state 43. operation of a synchronous generator with a known terminal loading condition. IEEE Transactions on Magnetics, vol. MAG-19, no. 6, November 1983, pp. 2381-2384.
- Auckland D.W., Kabir S.M.L., Shuttleworth R.: Generator model for power system studies. IEE 44. Procedings, vol. 137, no. 6, November 1990, pp. 383-390.
- Awad M.L., Slemon G.R., Iravani M.R.: Distributed steady state nonlinear modeling of 45. turboalternators. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 15, September 2000, pp. 233 -239.
- Baldassari P., Demerdash N.A.: A combined finite element state space modeling environment 46. for induction motors in the ABC frame of reference: the blocked - rotor and sinusoidally energized load conditions. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 7, no. 4, December 1992, pp. 710-720.
- Bargallo R., Llaverias J., Martin H.: Contribution to Parameter Validation of the Induction Motor 47. with Saturation. Transient Behaviour and PWM Supply. International Conference on Electrical Machines, 2-4 September 1998, Istanbul, ICEM 98, pp. 1533-1537.
- Benkhoris M.F., Lasquellec S., Feliachi M., Le Doeuff R.: Saturation Effect On the Simulation of 48. the Synchronous Machine-Power Electronic Converter Set. International Conference on Electrical Machines, 2-4 September 1998, Istanbul, ICEM 98, pp. 48-53.
- Boboń A., Kudła J.: Use of a synchronous generator non-linear mathematical model in simulations of transient states. Krajowa Konferencja "Elektricke Pohony a Vykonova Elektronika" 49. EPVE'2001, 13-14 November 2001, Brno (Czechy), pp. 14-19

- Boboń A., Kudła J.: Wpływ zjawiska nasycenia na charakterystyki statyczne generatorów synchronicznych pracujących w systemie elektroenergetycznym. X Międzynarodowa Konferencja Naukowa "Aktualne Problemy w Elektroenergetyce", tom I, 6-8.06.2001, Gdańsk-Jurata, ss. 231-238.
- Boboń A., Kudła J., Żywiec A.: Parametry nieliniowych modeli matematycznych generatorów synchronicznych stosowanych w badaniach stanów nieustalonych systemów elektroene-rgetycznych. X Międzynarodowa Konferencja Naukowa "Aktualne Problemy w Elektroene-getyce", tom I, 6-8.06.2001, Gdańsk-Jurata, ss. 175-182.
 Boldea I. Dorrell D.G. Paramusca C.D. Mill. 75-182.
- Boldea I., Dorrell D.G., Rasmussen C.B., Miller T.J.E.: Leakage reactance saturation in induction motors. International Conference on Electrical Machines, 28-30 August 2000, Helsinki, ICEM'2000, Vol. I, pp. 203-207.
- Boldea I., Nasar S.A.: Upon unitary treatment of magnetic saturation in orthogonal axis models of electrical machinery. International Conference on Electrical Machines, 8-10 September 1986, Munchen, ICEM 86, Proc. Part 2, pp. 172-175.
 Bouillault F. Bazek A.: Dumonic machines and for the second sec
- Bouillault F., Razek A.: Dynamic model for eddy current calculaton in saturated electric machines. IEEE Transaction on Magnetics, vol. 19, No. 6, November 1983, pp. 2639-2642.
 Brandwain V.: Representation of magnetics.
- Brandwajn V.: Representation of magnetic saturation in the synchronous machine model in an electro magnetic transients program. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-99, no. 5, September/October 1980, pp. 1996-2002.
 Brown J.E., Koyacs K.P. Vas P.: A mathed spin-electric diagram of the synchronous machine model.
- Brown J.E., Kovacs K.P., Vas P.: A method of including the effects of main flux path saturation in the generalized equations of A.C. machines. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-102, no. 1, January 1983, pp. 96-103.
 Campeanu A. Campeanu T. Jopaceu A.L. M. J. M. J. K. M. J. K.
- Campeanu A., Campeanu T., Ionescu A-I.: Modeling and simulation of induction motors taking into account the saturation effect using mixed combinations of currents and flux linkages as state variables. 39 International Conference "Intelligent Motion", PCIM'2002, May 14-16, 2002, Nurnberg, Germany.
 Changhong L. Buoping X: A new serveral to the last of the last of
- Changhong L., Ruoping Y.: A new approach to calculate equivalent circuit parameters of the induction motor with solid rotor. Electric Machines and Drives Conference, IEMDC'03. IEEE International 2003, vol. 3, 1-4 June 2003, pp. 1612 1615.
 Chaudhuy S.B. Ahmed Zaid S. Durandi M. Mattalana and Matt
- Chaudhry S.R., Ahmed-Zaid S., Demerdash N.A.: Coupled finite-element/state-space modeling of turbogenerators in the abc frame of reference-the no-load case. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 10, March 1995, pp. 56 62.
 Chaudhry S.R. Ahmed-Zaid S. Demerdash N.A.: Coupled finite-element/state-space modeling of Conversion, vol. 10, March 1995, pp. 56 62.
- 60. Chaudhry S.R., Ahmed-Zaid S., Demerdash N.A.: Coupled finite-element/state-space modeling of turbogenerators in the abc frame of reference-the short-circuit and load cases including saturated parameters. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 10, March 1995, pp. 63 70.
- Chaudhry S.R., Ahmed-Zaid S., Demerdash N.A.: An artificial-neural-network method for the identification of saturated turbogenerator parameters based on a coupled finite-element/state-space computational algorithm. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 10, December 1995, pp. 625 633.
 Chiricozzi E. Di Napoli A : Saturation of a diagonal di diagonal diagonal diagonal di diagonal diagonal diagonal di
- 62. Chiricozzi E., Di Napoli A.: Saturation effect on the magnetic field distribution in tooth region of electric machines. IEEE Transaction on Magnetics, vol. 14, No. 5, September 1978, pp. 473-475.
- Corzine K.A., Kuhn B.T., Sudhoff S.D., Hegner H.J.: An improved method for incorporating magnetic saturation in the q-d synchronous machine model. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 13, September 1998, pp. 270 275.
 Crappe M., Delbaye M. Mnanda M. Scoren L. J. Statistical and the statistical statistical
- Crappe M., Delhaye M., Mpanda M., Soenen L.: Experimental validation of synchronous machine saturated models. International Conference on Electrical Machines, 12-14 September 1988, Pisa, pp. 381-386.
 De Jesus I M F : A model for saturation in indication of synchronous machine.
- De Jesus J.M.F.: A model for saturation in induction machines. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 3, September 1988, pp. 682 - 688.
 De Jong H.C.L. Saturation in Solicet Poly Social So
- De Jong H.C.J.: Saturation in Salient-Pole Synchronous Machines. International Conference on Electrical Machines, 5-9 September 1982, Budapest, ICEM 82, Proceedings Part 1, pp. 80-83.
 De Mello F.P. Hannett I, H.: Representation of the second second
- 67. De Mello F.P., Hannett L.H.: Representation of saturation in synchronous machines. IEEE Transaction on Power Systems, vol. PWRS-1, No. 4, November 1986, pp. 8-18.

- Dejaeger E.: An Accurate method for the prediction of the steady state performances of saturated salient pole synchronous machines. International Conference on Electrical Machines, 12-14 September 1988, Pisa, pp. 101-104.
- 69. Deleroi W., Hallenius K.E., Vas P.: Transient analysis of smooth air gap machines incorporating the effects of main and leakage flux saturation. International Conference on Electrical Machines, 1984, Lausanne, ICEM'84, pp. 269-272.
- 70. Deleroi W., Kovacs K.: Simple mathematical model for the determination of the magnetic conditions in a saturated induction machine. BICEM PAPER, August 1987, pp. 189-193.
- Deleroi W.: Coupling of main field and leakage field saturation in rotating field machine transients. International Conference on Electrical Machines, 8-10 September 1986, Munchen, ICEM 86, Proc. Part 2, pp. 583-586.
- Delfino B., Denegri G.B., Galanti Occulti C, Massucco S.: Evaluating saturation effects on turbogenerator performances an oriented approach to excitation system modeling. International Conference on Electrical Machines, ICEM' 82, 5-9 September 1982 Budapest, pp. 442-445.
- Demenko A.: Modelowanie rozkładu pola elektromagnetycznego w magnetowodach maszyn elektrycznych z uzwojeniem klatkowym, Rozprawy Elektrotechniczne, t. 33, z. 3-4, 1987, ss. 799-822.
- 74. Demerdash N.A., Shah M.R.: A Practical Approach to Inclusion of Electromagnetic Field Nonlinearities in Dynamic Modeling of Large Turbogenerators - Part I: Basic Principles for Inclusion of Instantaneous Magnetic Saturation. IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, vol. 100, No. 1, 1981, pp. 14-24.
- Demerdash N.A.O., Baldassari P.: A combined finite element-state space modeling environment for induction motors in the ABC frame of reference: the no-load condition. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 7, December 1992, pp. 698 – 709.
- 76. Di Napoli A.: Induction machine equivalent network parameters computation from electrical and magnetic fields analysis. IEEE Transactions on Magnetics, vol. MAG-15, November 1979, pp. 1470-1472.
- Dolinar D. Ljusev, P.; Stumberger, G.: Input-output linearising tracking control of an induction motor including magnetic saturation effects. IEE Proceedings Electric Power Applications, vol. 150, 7 November 2003, pp. 703-711.
- Donescu, V.; Charette, A.; Yao, Z.; Rajagopalan, V.: Modeling and simulation of saturated induction motors in phase quantities. Transactions on Energy Conversion, IEEE'99, vol. 14, 3 September 1999, pp. 386 – 393.
- Drozdowski P.: An equivalent permeance of the air-gap of induction motor in case of saturation. Prace Seminarium z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów, "Pola elektromagnetyczne sprzężone", tom I, XVII SPETO, 1994, ss. 167-172.
- El-Serafi A.M., Abdallach A.S., El-Sherbiny M.K., Badawy E.H.: Modelling of saturated synchronous machines including the cross – magnetizing effect for steady – state stability studies. International Conference on Electrical Machines, ICEM' 88, 12-14 September 1988 Pisa, pp. 299-302.
- El-Serafi A.M., Abdallah A.S., El-Sherbiny M.K., Badawy E.H.: Experimental study of the saturation and the cross-magnetizing phenomenon in saturated synchronous machines. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 3, December 1988, pp. 815 – 823.
- El-Serafi A.M., Abdallah A.S.: Effect of saturation on the steady-state stability of a synchronous machine connected to an infinite bus system. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 6, September 1991, pp. 514 – 521.
- El-Serafi A.M., Abdallah A.S.: Saturated synchronous reactances of synchronous machines. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 7, September 1992, pp. 570 – 579.
- El-Serafi A.M., Kar N.C.: Methods for determining the q-axis saturation characteristics of salientpole synchronous machines from the measured d-axis characteristics. IEEE Transaction on Energy Conversion, vol. 18, No. 1, March 2003, pp. 80-86.

- El-Serafi A.M., Kar N.C.: Representation of the Cross-Magnetizing Phenomenon in Saturated Synchronous Machine Models. International Conference on Electrical Machines, 25-28 August 2002, Brugge, Belgium, ICEM 2002.
 El-Serafi A.M., Liang X. Faried S.O.: Determination of the Device Devi
- El-Serafi A.M., Liang X., Faried S.O.: Determination of the Parameters Representing the Cross-Magnetizing Phenomenon in Saturated Synchronous Machines by the Finite Element Method. International Conference on Electrical Machines, 25-28 August 2002, Brugge, Belgium, ICEM 2002.
- El-Serafi A.M., Wu J., Abdallah A.S.: Saturation representation in Synchronous Machines models. Elect. Mach. Power Syst., vol. 20, No. 4, July/August 1992, pp. 355-369.
 El-Serafi A.M., Yumin Xu: An experimental mathed for determined for determined.
- El-Serafi A.M., Yumin Xu: An experimental method for determining the saturation characteristics in the intermediate axes of synchronous machines. International Conference on Electrical Machines, 28-30 August 2000, Helsinki, ICEM'2000, Vol. II, pp. 1143-1147.
- El-Serafi A.M., Wu J.: Determination of the parameters representing the cross-magnetizing effect in saturated synchronous machines. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 8, September 1993, pp. 333 – 342.
- El-Sherbiny M.K., El-Serafi A.M.: Analysis of dynamic performance of saturated machine and analog simulation. IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, vol. 101, No. 7, 1982, pp. 1899-1906.
- 91. Erdelyi E.A., Ahamed S.V., Hopkins R.E.: Nonlinear theory of synchronous machines on load. IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-85, 1966, pp. 792-801.
- Fahmy S.M., Browne B.T., Silvester P., Barton T.H.: The open-circuit magnetic field of a saturated synchronous machine, an experimental and computational study. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-94, September/October 1975, pp. 1584-1588.
- Filc R., Hladkyj W., Cieslik S.: Modelowanie matematyczne uogólnionego przetwornika elektromechanicznego z niejawnobiegunowym rdzeniem ferromagnetycznym. Międzynarodowa Konferencja z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów, XXII IC-SPETO, Gliwice-Ustroń, 19-22.05.1999, ss. 175-180.
- Flores J.C., Buckley G.W., McPerson G.: The effect of saturation on the armature leakage reactance of large synchronous machines. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-103, no. 3, March 1984, pp. 593-600.
- 95. Fuchs E.F., Chang L.H., Appelbaum J.: Magnetizing current, iron losses and forces of threephase induction machines at sinusoidal and nonsinusoidal terminal voltages. Part I: Analysis. IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-103, no. 11, November 1984, pp. 303-312.
- Fuchs E.F., Roesler D.J., Chang L.H.: Magnetizing current, iron losses and forces of three phase induction machines at sinusoidal and nonsinusoidal terminal voltages.Part II: Results. IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-103, no. 11, November 1984, p. 313-325.
- 97. Fuchs E.F., Erdelyi E.A.: Determination of waterwheel alternator transient reactances from flux plots. IEEE Power Engineering Society, January 1972, pp. 1795-1802.
- Fuchs E.F., Erdelyi E.A.: Nonlinear Theory of Turboalternators. Part I: Magnetic Fields at Noload and Balanced Loads. IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, vol. 92, No. 2, 1973, pp. 583-591.
 Fuchs E.F., Erdelyi F.A.: Nonlinear Theory of Turboalternation Down to the Statement of Systems and Systems and
- Fuchs E.F., Erdelyi E.A.: Nonlinear Theory of Turboalternators. Part II: Load Dependent Synchronous Reactances. IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, vol. 92, No. 2, 1973, pp. 592-599.
 Fuchs E.F., Polouiadoff M. Neal G.W.: Starting performance for a block of the starting performance for a
- Fuchs E.F., Poloujadoff M., Neal G.W.: Starting performance of saturable three-phase induction motors. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 3, no. 3, September 1988, pp. 624-635.
- Ganji A., Guillaume P., Pintelon R., Lataire P.: Induction motor dynamic and static inductance identification using a broadband excitation technique. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 13, March 1998, pp. 15 – 20.

- 102. Garcia Soto G., Yahiaoui A., Mendes E., Bouillault F.: Numerical and Experimental Determination of an Induction Machine Parameters Depending on the Magnetising Current. International Conference on Electrical Machines, 2-4 September 1998, Istanbul, ICEM 98, pp. 243-247.
- 103. Gerada C., Bradley K., Sumner M., Sewell P.: Evaluation and modelling of cross saturation due to leakage flux in vector controlled induction machines. IEEE International Electric Machines and Drives Conference, 2003. IEMDC'03., vol. 3, 1-4 June 2003, pp. 1983 – 1989.
- 104. Goldemberg C., Penteado A.A., Salotti F.A.M.: Induction motor analysis in the ABC/abc reference frame including saturation effects. International Conference on Electrical Machines, 28-30 August 2000, Helsinki, ICEM 2000, Vol. I, pp. 397-401.
- 105. Gołębiowski L., Mazur D.: System ATP oraz PSPICE w modelowaniu maszyny synchronicznej z nasycającym się obwodem magnetycznym. Proceedings of XXXI International Symposium on Electrical Machines. Synchronous Machines, Gliwice-7, 20-23 September 1995, ss. 371-376.
- Gordon C., Barton T.H.: Reluctance distribution modelling of saturated salient pole synchronous machines. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 9, June 1994, pp. 323 – 329.
- 107. Hallenius K.-E., Vas P., Brown J.E.: The analysis of a saturated self-excited asynchronous generator. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 6, June 1991, pp. 336 345.
- Hallenius K.E.: On the theory on main flux saturation in smooth air gap electrical machines. Archiv fur Elektrotechnik, 1986, pp. 137-142.
- Harley R.G., Limebeer D.J.N.: Comparative study of saturation methods in synchronous machine models. IEE Proceedings, vol. 127, no. 1, January 1980, pp. 1-7.
- 110. He Y.K., Lipo T.A.: Computer simulation of an induction machine with spatially dependent saturation. IEEE Transactions on Apparatus and Systems, vol. PAS-103, no. 4, April 1984, pp. 707-714.
- 111. Hickiewicz J., Macek-Kamińska K., Wach P.: Simulations investigations and parameters estimation of induction machines model considering saturation of leakage inductances, ICEM, Pisa, 1988.
- 112. Hikihara T., Okajima T.: Physical meaning of the Potier triangle based on the analysis of magnetic flux saturation. IEEE Transaction on Magnetics, vol. 24, No. 5, September 1988, pp. 2186-2193.
- 113. Ide K., Wakui S., Shima K., Takahashi M., Miyakawa, Yagi Y.: Analysis of saturated synchronous reactances of large turbine generator by considering cross-magnetizing reactances using finite elements. IEEE Transaction on Energy Conversion, vol. 14, No. 1, March 1999, pp. 66-71.
- 114. Idikayi M., Maun J.C.: Influence of magnetic saturation on dynamic parameters of large turbogenerators from a 2D finite elements method. International Workshop on Electric and Magnetic Fields, 1992, Liege, pp. 57.1-57.6.
- 115. Idikayi M., Maun J.C.: Small signal dynamic model of saturated turbogenerators by finite elements method. International Workshop on "Electric and Magnetic Fields", From Numerical Models to Industrial Applications, 18-20 May 1994, Leuven (Belgium), pp. 1-4.
- Iglesias I., Garcia-Tabares L., Tamarit J.: A d-q model for the self-commutated synchronous machine considering the effects of magnetic saturation. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 7, December 1992, pp. 768 – 776.
- 117. Jin-Qiu Q., Yun-Qiu T.: Cross-Magnetization effect and D, Q axis coupling reactances of turbogenerator. International Conference on Electrical Machines, vol. 1, 12-14 September 1988, Pisa, pp. 109-112.
- 118. Kaczmarek T., Deskur J., Muszyński R.: Representation of saturation In the salient pole synchronous machine model. International Conference on Electrical Drives and Power Electronics, vol. 2, 5-7 November 1990, pp. 141-146.
- Kar N. C., Murata T., Tamura J.: A New Method to Evaluate the q-axis saturation characteristic of cylindrical-rotor synchronous generator. IEEE Transaction on Energy Conversion, vol.15, No. 3, September 2000, pp. 269-276.

- Kar N.C., Tamura J.: Effects of synchronous machine circuit parameters on steady state stability. International Conference on Electrical Machines, 2-4 September 1998, Istanbul, ICEM 98, pp. 72-77.
- 121. Karayaka H.B., Keyhani A., Agrawal B.L., Selin D.A., Heydt G.T.: Identification of armature, field, and saturated parameters of a large steam turbine-generator from operating data. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 15, June 2000, pp. 181-187.
- Karayaka H.B., Keyhani A., Heydt G.T., Agrawal B.L., Selin D.A.: Synchronous generator model identification and parameter estimation from operating data. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 18, March 2003, pp. 121 – 126.
- Karrari M., Malik O.P.: Identification of Heffron-Phillips model parameters for synchronous generators using online measurements. IEE Proceedings- Generation, Transmission and Distribution, vol. 151, 15 May 2004, pp. 313 – 320.
- Karrari M., Malik O.P.: Identification of physical parameters of a synchronous Generator from online measurements. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 19, June 2004, pp. 407 – 415.
- 125. Karwacki W., Makowski K.: Influence of saturation on the armature leakage reactance during external and internal short circuits of the generator. XII Symposium on Electromagnetic Phenomena in Nonlinear Circuits, October 1991, Poznań, pp. 255-264.
- 126. Keyhani A., Tsai H.: IGSPICE simulation of induction machines with saturable inductances. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 4, March 1989, pp. 118 – 125.
- 127. Keyhani A., Tsai H.: Synchronous generator saturation modeling from operating data. IEEE Conference, 1993, pp. 837-841.
 128. Kouhaa Y. Kamoun M. A. Schling data. I. Linguistics and the second seco
- Koubaa Y., Kamoun M.B.A.: Setting the obviousness with a numerical method of the cross saturation effect in synchronous machines. ELECTRIMACS'96, 17-19 September 1996, pp. 1029-1034.
- 129. Kovacs K. P.: On the theory of cylindrical rotor A.C. machines, including main flux saturation. IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-103, No. 4, April 1984, pp. 754-761.
 130. Kovacs K. P.: Transient Performance for a laboration of the set of
- Kovacs K. P.: Transient Performance of an Induction Machine with Variable Saturation. International Conference on Electrical Machines, 5-9 September 1982, Budapest, ICEM 82, Proceedings Part 1, pp. 84-86.
- Krefta M. P., Wasynczuk O.: A finie element based state model of solid rotor synchronous machines. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. EC-2, No. 1, March 1987, pp. 21-30.
- Kudła J.: Wpływ nasycenia głównego obwodu magnetycznego maszyny synchronicznej na jej właściwości dynamiczne w stanach symetrycznych. Prace VII Sympozjum SPD-7 Symulacja Procesów Dynamicznych, 8-12 czerwiec 1992, Polana Chochołowska, pp. 231-237.
- 133. Kudła J.: Modele matematyczne maszyn indukcyjnych uwzględniające zjawisko nasycenia głównego obwodu magnetycznego w badaniach symulacyjnych napędów przekształtnikowych, V Sympozjum Podstawowe Problemy Energoelektroniki, Materiały konferencyjne, Gliwice Ustroń, 1993, ss. 227-234.
 134. Kudła J.: Indukcyjności maszne elektronego i przekształtnikowych, Kudła J.: Indukcyjności maszne i przekształtnikowych, Kudła J.: Indukcyjności maszne i przekształtnikowych, Indukcyjności maszne i przekształtnikowych, Kudła J.: Indukcyjności maszne i przekształtnikowych, Kudła J.: Indukcyjności maszne i przekształtnikowych, Kudła J.: Indukcyjności
- 134. Kudła J.: Indukcyjności maszyn elektrycznych prądu przemiennego z nieliniowym obwodem magnetycznym głównym. Prace Seminarium z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów, "Teoria Pól, Elektrotechnika przemysłowa", tom II, XVI SPETO, 1993, ss. 369-375.
- 135. Kudła J.: Modele symulacyjne generatorów synchronicznych uwzględniające nieliniowość głównego obwodu magnetycznego maszyny. VI Międzynarodowa Konferencja Naukowa "Aktualne Problemy w Elektroenergetyce", tom II: Sterowanie. APE'1993, Gliwice-Kozubnik, 16-136. Kudła J.: Nieliniowa charaktez utokie za karaktez karaktez za karaktez karaktez karaktez karaktez karaktez karaktez karaktez karaktez karakte
- 136. Kudła J.: Nieliniowe charakterystyki sprzężeń magnetycznych pola głównego w maszynie synchronicznej cylindrycznej. Proceedings of XXXI International Symposium on Electrical Machines. Synchronous Machines, Gliwice-Ustroń, 20-23 September 1995, ss. 144-149.
- Kudła J.: Calculations of Nonlinear Characteristics of Main Magnetic Flux Linkages in a Synchronous Machine with Salient Poles. International Workshop on Electrical Machines, 11-12 September 1996, Prague, pp. 100-109.

- 138. Kudła J.: Obliczanie nieliniowych charakterystyk sprzężeń magnetycznych pola magnetycznego głównego w maszynie synchronicznej z wydatnymi biegunami. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. "Elektryka", z. 154, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1996, ss. 71-86.
- Kudła J.: Obliczenia nieliniowych charakterystyk sprzężeń magnetycznych pola głównego w maszynie synchronicznej cylindrycznej. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. "Elektryka", z. 149. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1996, ss. 99-110.
- 149, wydawnictwo i oncenniki ołąskiej, on nie 1750, su potronicznej cylindrycznej związane
 140. Kudła J.: Indukcyjności statyczne i dynamiczne maszyny synchronicznej cylindrycznej związane z polem magnetycznym głównym. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. "Elektryka", z. 149, Gliwice 1996, ss. 111-122.
- Kudła J., Burlikowski W.: Pomiarowa weryfikacja parametrów maszyn indukcyjnych klatkowych wyznaczonych metodami polowymi (MES). Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. "Elektryka", z. 159, Gliwice 1997, ss. 63-80.
- 142. Kudła J.: Model matematyczny oraz właściwości generatora synchronicznego w stanach ustalonych symetrycznych przy uwzględnieniu zjawiska nasycenia dla pola magnetycznego głównego. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. "Elektryka", z. 159, Gliwice 1997, ss. 125-134
- 143. Kudła J.: Model matematyczny oraz właściwości generatorów synchronicznych w stanach dynamicznych przy uwzględnieniu zjawiska nasycenia dla pola magnetycznego głównego. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. "Elektryka", z. 159, Gliwice 1997, ss. 135-148.
- 144. Kudła J.: Determination of Static and Dynamic Nonlinear Inductances of an Induction Machines. International Workshop on Electrical Machines, 8-9 September 1999, Prague, pp. 77-86.
- 145. Kudła J.: Model matematyczny generatora synchronicznego uwzględniający zjawisko nasycenia
- 145. Rudia J., Woder materiatyczny generativa synchroniencego unegreantycz y sympozium Maszyn dla pola głównego i pola rozproszenia stojana. Międzynarodowe Sympozium Maszyn Elektrycznych "Maszyny Elektryczne w Energetyce", SME'99, 14-16.06.1999, Kazimierz Dolny, Prace Naukowe "Elektryka" z. 111, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1999, ss. 81-90.
- 146. Kudła J.: Równania i schematy zastępcze nieliniowego modelu matematycznego maszyny indukcyjnej. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. "Elektryka", z. 168, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1999, ss. 21-34.
- 147. Kudła J.: Estymacja parametrów elektromagnetycznych modelu matematycznego maszyny indukcyjnej uwzględniającego zjawisko nasycenia. Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej No. 49. Seria: Studia i Materiały No 21. SME 2000, Diagnostyka maszyn elektrycznych. Oficyna Wyd. Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2000, ss. 18-27.
- 148. Kudła J.: Wykorzystanie algorytmu genetycznego i gradientowego do estymacji parametrów elektromagnetycznych nieliniowego modelu matematycznego maszyny indukcyjnej. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. "Elektryka", z. 171, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2000, ss. 107-120.
- Kudła J.: Weryfikacja wiarygodności modelu matematycznego maszyny indukcyjnej w stanach nieustalonych uwzględniającego zjawisko nasycenia. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. "Elektryka", z. 171, Gliwice 2000, ss. 121-130.
- Kudła J.: Equations and parameters of linearized circuital mathematical model of synchronous generator taking into account saturation effect. IX International Workshop on Electrical Machines, 12-13 September 2001, Prague, pp. 63-69.
- Kudła J.: Estymacja parametrów nieliniowego modelu matematycznego maszyny indukcyjnej na podstawie pomiarów w stanach dynamicznych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. "Elektryka", z.177, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2001, ss. 65-72.
- 152. Kudła J.: Estymacja parametrów nieliniowego modelu matematycznego silnika indukcyjnego na
- podstawie charakterystyk statycznych wyznaczonych za pomocą metody elementów skończonych. XL International Symposium on Electrical Machines SME'2004, Conference Proceedings "Losses and Efficiency in Electrical Machines", Hajnówka, Poland, 15-18 June 2004, pp. 137-142.
- 153. Lipo T. A., Consoli A. Modeling and simulation of induction motors with saturable leakage reaktances, IEEE Trans. on Industry Applications, vol. 20 no. 1, 1984 ss. 180-186.

- 154. Lemay J., Barton T.H.: Small perturbation linearization of the saturated synchronous machine equations. IEEE PAS, vol. 91, no. 1, January/February 1972, p. 233-240.
- 155. Levi E., Levi V.A.: Impact of dynamic cross-saturation on accuracy of saturated synchronous machine models. IEEE Transactions on Energy Conversion, June 2000, vol. 15, p. 224 230.
- 156. Levi E., Oros D.J., Jevremovic R.: A novel saturated induction machine model with application in analysis of capacitor braking. ELECTRIMACS'96, 17-19 September 1996, p. 977-982.
- 157. Levi E.: A unified approach to main flux saturation modelling in D-Q axis models of induction machines. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 10, September 1995, pp. 455 461.
- 158. Levi E.: Saturation modelling in d-q axis models of salient pole synchronous machines. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 14, March 1999, pp. 44 50.
- Lubin T., Razik H., Rezzoug A.: Magnetic saturation effects on the control of a synchronous reluctance machine. IEEE International Electric Machines and Drives Conference, IEMDC 2001., 2001, pp. 711 - 714.
- Manning C.D., Abdel Halim M.A.: Modelling saturation of laminated salient-pole synchronous machines. IEE Proceedings, vol. 134, No. 4, July 1987, pp. 215-223.
 Manning C.D., Halim M.A.A.: New America Antiparticle Synchronous
- Manning C.D., Halim M.A.A.: New dynamic inductance concept and its application to synchronous machine modeling. IEE Proceedings, vol. 135, No. 5, September 1988, pp. 231-239.
 Marti J.R. Louis K.W. A phase demonstration of the synchronous machine modeling. IEE Proceedings, vol. 135, No. 5, September 1988, pp. 231-239.
- Marti J.R., Louie K.W.: A phase-domain synchronous generator model including saturation effects. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 12, February 1997, pp. 222 229.
 Martin J.P., Tindall C.E., Morrow D.L., Sensharawa and S. S. Sansharawa and S. Sansh
- Martin J.P., Tindall C.E., Morrow D.J.: Synchronous machine parameter determination using the sudden short-circuit axis currents. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 14, September 1999, pp. 454 – 459.
- Martin J.P., Tindall C.E.: Computer analysis of voltage recovery and field decay test responses. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 15, June 2000, pp. 191 – 196.
 Masmoudi A. Polovindoff M.: A computer of the statement of the
- Masmoudi A., Poloujadoff M.: Accounting for the main magnetic circuit saturation in the steadystate operation analysis of the DFM. International Conference on Electrical Machines, 28-30 Aug 2000, Helsinki, ICEM'2000, Vol. II, pp. 1148-1152.
 Matsuki J. Okada T. Vamanaka M.: Machines, 26
- 166. Matsuki J., Okada T., Yamanaka M.: Monitoring of magnetic saturation level of synchronous generator under load. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 10, no. 2, June 1995, pp. 225-231.
- 167. Melkebeek J.A.: Small signal dynamic modeling of saturated synchronous machines. Lozanna 84, pp. 447-450.
 168. Milanovic J.V., Al-Jowder F., Levi F.: Small Disturber Structure Structu
- Milanovic J.V., Al-Jowder F., Levi E.: Small-Disturbance Stability of Saturated Anisotropic Synchronous Machine Models. International Conference on Electrical Machines, 28-30 August 2000, Helsinki, 7887000, Vol. II, pp. 898-902.
- Minnich S.H., Schulz R.P., Baker D.H., Sharma D.K., Farmer R.G., Fish J.H.: Saturation Functions for Synchronous Generators from Finite Elements. IEEE Transaction on Energy Conversion, vol. 2, No. 4, December 1987, pp. 680-692.
 Minnich S.H.: Small signals large signals.
- Minnich S.H.: Small signals, large signals, and saturation in generator modeling. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. EC-1, no. 1, March 1986, pp. 94-102.
- 171. Nehl T.W., Fouad F.A., Demerdash N.A.: Determination of saturated values of rotating machinery incremental and apparent inductances by an energy perturbation method. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-101, no. 11, November 1982, pp. 4441-4451.
- 172. Nicolet A., Genon A., Legros W., Belmans R., Geysen W.: Numerical evaluation of the inductance coefficient in non-linear circuits. XII Symposium in Electromagnetic Phenomena in Nonlinear Circuits. October 1991, Poznań, pp. 311-318.
 173. Oio J.O., Lino T.A.: An improved model for activation of the sector.
- 173. Ojo J.O., Lipo T.A.: An improved model for saturated salient pole synchronous motors. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 4, March 1989, pp. 135 142.
 174. Oio O. Bhat I: An analysis of since a base sale.
- 174. Ojo O., Bhat I.: An analysis of single-phase self-excited induction generators: model development and steady-state calculations. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 10, June 1995, pp. 254-260.

- 175. Ostović V.: A metod for evaluation of transient and steady state performance in saturated squirrel cage induction machines. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. EC-1, no. 3, September 1986, pp. 190-197.
- 176. Ouhrouche M.A., Do X.D., Le Q.M., Chaîne R.: Self excitation phenomenon and unbalanced operations of an induction generator. ELECTRIMACS'96, 17-19 September 1996, pp. 1071-1076.
- 177. Pawelec Z.:, Model matematyczny silnika klatkowego z uzwzględnieniem dwuwymiarowego wypierania prądu w prętach wirnika o przekroju trapezowym. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. "Elektryka", z. 61, 1983, ss. 19-35.
- Pekarek S.D., Walters E.A., Kuhn B.T.: An efficient and accurate method of representing magnetic saturation in physical-variable models of synchronous machines. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 14, March 1999, pp. 72 – 79.
- Petrović M., Mandić I.: Numerical procedure for determining parameters of electrical machines. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 24, no. 1, January 1988, pp. 508-511.
- Piriou F., Razek A.: Calculation of saturated inductances for numerical simulation of synchronous machines. IEEE Transactions on Magnetics, vol. MAG-19, no. 6, November 1983, pp. 2628-2631.
- Piriou F., Razek A.: Coupling of saturated electromagnetic systems to non-linear power electronic devices. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 24, no. 1, January 1988, pp. 274-277.
- Plancon J.: Finite element analysis for determining the operating parameters of high power generators. ELECTRIMACS'96, 17-19 September 1996, pp. 427-433.
- Pozueta M.A.R., Diaz J.R.L., Pardo J.C.: Space phasors to study transient states of saturated asynchronous machines with space harmonics. International Conference on Electrical Machines, 2-4 September 1998, Istanbul, ICEM 98, pp. 1455-1460.
- Ramshaw R.S., Xie G.: Nonlinear model of nonsalient synchronous machines. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-103, no. 7, July 1984, pp. 1809-1816.
- Rehaoulia H., Poloujadoff M.: Transient behavior of the resultant airgap field during run-up of an induction motor. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. EC-1, no. 4, December 1986, pp. 92-97.
- Reynaud J., Pillay P.: Reclosing transients in induction machines including the effects of saturation of the magnetizing branch and a practical case study. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 9, June 1994, pp. 383 – 389.
- Robert J.: On the transient performance of saturated electrical machines with cylindrical rotor. International Conference on Electrical Machines, 8-10 September 1986, Munchen, ICEM 86,
- Proc. Part 2, pp. 469-471.
 188. Robyns B., Sente P.A., Buyse H.A., Labrique F.: Influence of digital current control strategy on the sensitivity to electrical parameter uncertainties of induction motor indirect field-oriented control. Transactions on Power Electronics, IEEE'99, vol. 14, July 1999, pp. 690 699.
- Roisse H., Hecquet M., Brochet P.: Simulations of synchronous machines using a electricmagnetic coupled network model. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 34, September 1998, pp. 3656 – 3659.
- Said M.S., Benbouzid M.E.H., Nejjari H., Nait-Said N.: Approach of saturated induction machine modeling by means of HG-diagram. International Conference Electric Machines and Drives, IEMD '99, 9-12 May 1999, pp. 333 – 335.
- 191. Saleh A.I., El-Sherbiny M.K., El-Gaafary A.A.M.: Optimal design of an overall controller of saturated synchronous machine under different loading. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-102, June 1983, pp. 1651-1657.
- Salvador R., Pierrat L., Esteves J., Garrido M.S., Santana J.: The Saturation of Leakage Reactances in a Salient-Pole Synchronous Machine. International Conference on Electrical Machines, 2-4 September 1998, Istanbul, ICEM 98, pp. 26-29.
- Sauer P.W.: Constraints on saturation modeling in AC machines. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 7, March 1992, pp. 161 – 167.
- 194. Schulz R.P., Goering C.J., Farmer R.G., Bennet S.M., Selin D.A., Sharma D.K.: Benefit Assessment of finite – element based generator saturation model. IEEE Transactions on Power Systems, vol. PWRS-2, no. 4, November 1987, pp. 1027-1033.

195. Shackshaft G., Henser P.B.: Model of generator saturation for use in power - system studiem. IEE Procedings, vol. 126, no. 8, August 1979, pp. 759-763.

196. Shaltout A.A., Abdel -Halim M.A.: Dynamic stability analysis of saturated salient-pole alternators. IEEE Conference Electrical Machines, vol. 1, 12-14 September 1988, Pisa, pp. 531-

- 197. Sharma D.K., Baker D.H., Dougherty J.W., Kankam M.D. : Generator simulation-model constants by finite elements: comparison with test results. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-104, no. 7, July 1985, pp. 1812-1821.
- 198. Shima K., Ide K., Takahashi M.: Steady-state magnetic circuit analysis of salient-pole synchronous machines considering cross-magnetization. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 18, June 2003, pp. 213- 218. 199.
- Shima K., Ide K., Takahashi M.: Analysis of leakage flux distributions in a salient-pole synchronous machine using finite elements. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 18, March 2003, pp. 63-70. 200.
- Shima K., Ide K., Takahashi M. : Finite-element calculation of leakage inductances of a saturated salient-pole synchronous machine with damper circuits. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 17, December 2002, pp. 463 - 470. 201.
- Slemon G.R., Ismailov E.A.: An analysis of the harmonic impedance of a saturated induction machine. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-99, no. 4, July/August 1980, pp. 1663-1669. 202.
- Slemon G.R.: An equivalent circuit approach to analysis of synchronous machines with saliency and saturation. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 5, September 1990, pp. 538 - 545. 203.
- Slemon G.R.: Analytical models for saturated synchronous machines. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-90, no. 2, March/April 1971, pp. 409-417. 204
- Smith A.C., Healey R.C., Williamson S.: A transient induction motor model including saturation and deep bar effect. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 11, March 1996, pp. 8-15. 205.
- Smith A.C., Williamson S., Smith J.R.: Transient currents and torques in wound-rotor induction motors using the finite-element method. IEE Proceedings Electric Power Applications, vol. 137, May 1990, pp. 160 - 173. 206.
- Smith I.R., Snider L.A.: Prediction of transient performance of isolated saturated synchronous generator. IEE Proceedings, vol. 119, No. 9, September 1972, pp. 1309-1317. 207.
- Smith J.R., Binns K.J., Williamson S.: Buckley G.W.: Determination of saturated reactances of turbogenerators. IEE Proceedings, vol. 127, no. 3, May 1980, pp. 122-128. 208.
- Sobczyk T, J.: An energy based approach to modelling the magnetic non-linearity in ac machines. ICEM'96, Vigo 1996, vol. 3, ss. 68-73. 209.
- Sobczyk T., Sulowicz M., Warzecha A., Weinreb K., Wegiel T.: Modelowanie silnika klatkowego z ekscentrycznością wirnika przy uwzględnieniu nasycenia głównego obwodu magnetycznego. 39th International Symposium on Electrical Machines, SME'2003, 9-11 June 2003, Gdańsk -Jurata, CD, P288.pdf. 210.
- Sobczyk T., Warzecha A.: O dopuszczalności uwzględniania nieliniowości magnetycznej w dwuosiowym modelu maszyn synchronicznych. Proceedings of XXXI International Symposium on Electrical Machines. Synchronous Machines, Gliwice-Ustroń, 20-23 September 1995, ss. 134-137.
- 211. Sobczyk T.: O definiowaniu indukcyjności układu cewek z nieliniowym obwodem magnetycznym. Prace Seminarium z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów, XVIII SPETO, 1995, ss. 27-32. 212.
- Sobczyk T.J., Warzecha A .: Study of saturation effects in one phase reluctance electromechanical converter. Proc. Of SM'100, Zurich, pp. 488-492.
- 213. Sobczyk T.J.: An anallitycal expression for the total magnetising current and its applications to creating AC machine equations. ZN Pol. Łódzkiej, Elektryka, Łódź 1998, nr 91, ss. 57-161.
- 214. Sobczyk T.J.: Approximating the main inductances for salient-pole saturated synchronous machines. Czasopismo Techniczne. Kraków, Wyd. Pol. Krakowskiej 1998, vol. 95, Z. 4E, ss. 97-

- 215. Sobczyk T.J.: Energy-based approach to modelling magnetic non-linearity in AC machines. Part I. General formulas for the coenergy, linked fluxes and inductances. Archives of Electrical Engineering, No. 1-2, 1999, ss. 219-229.
- Sobczyk T.J.: Energy-based approach to modelling the magnetic non-linearity In Ac machines. 216.
- Part II General equations of ac machines accounting for saturation due to the main MMF harmonic. Archives of Electrical Enginering. Warszawa, PWN 1999, vol. 48, Bull. 3, ss. 279-294. Sobczyk T.J.: Mathematical model of induction machines accounting for saturation due to the first
- 217. and the third harmonics. ICEM'98, Istambuł 1998, vol. 3, ss. 1504-1509.
- Sobczyk T.J.: Mathematical model of synchronous generators accounting for saturation due to the first and the third MMF harmonics. Oficyna Wyd. Pol. Warszawskiej, Elektryka, 1999, Z. 111, ss. 218.
- Sobczyk T.J.: Model matematyczny silnika klatkowego uwzględniający lokalne nasycenia magnetyczne. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. "Elektryka", z.177, Wydawnictwo 219. Politechniki Śląskiej, Gliwice 2001, ss. 57-64.
- Sobczyk T.J.: Modeling magnetic non-linearity of AC machines using equivalent magnetising currents. Electromagnetic Phenomena in Non-Linear (EPNC'00), Wyd. PTETis, Poznań 2000, ss. 220.
- Sobczyk T.J.: Newton-Raphson algorithms for steady-state analysis of salient-pole synchronous machines accounting for saturation of a main magnetic circuit. International Conference on 221. Electrical Machines, 28-30 August 2000, Helsinki, ICEM'2000, Vol. II, pp. 1134-1138.
- Sobczyk T.J.: Obwodowe modele matematyczne maszyn elektrycznych stan aktualny i perspektywy. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. "Elektryka", z. 176, Gliwice 2001, ss. 222. 31-40.
- 223. Sudhoff S.D., Aliprantis D.C., Kuhn B.T., Chapman P.L.: Experimental characterization procedure for use with an advanced induction machine model. IEEE Transaction on Energy Conversion, vol.18, No. 1, March 2003, pp. 48-56.
- 224. Sugiyama T., Nishiwaki T., Takeda S., Abe S.: Measurements of synchronous machine parameters under operating condition. IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, vol. 101, No. 4, 1982, pp. 895-904.
- 225. Tahan S.-A., Kamwa I.: A two-factor saturation model for synchronous machines with multiple rotor circuits. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 10, December 1995, pp. 609 - 616.
- Tamura J., Takeda I.: A new model of saturated synchronous machines for power system transient stability simulations. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 10, June 1995, pp. 218-224. 226.
- Tavner P. J.: Cross-magnetization effects in electrical machines. IEE Proceedings- Electric Power 227. Applications, vol. 151, No. 3, May 2004.
- Thompson D.S., Nasr A.M.H.: Ferro resonant oscilations of squirrel cage motors. International Conference on Electrical Machines, ICEM'82, 5-9 September 1982, Budapest, pp. 108-111. 228.
- Tonkal V.B., Blavdzevitch Yu.G., Raptsun N.V.: Synthesis of a turbogenerator nonlinear parametric model for the analysis problems of power industry system regimes. International 229. Symposium on Electromagnetic Fields in Electrical Engineering, ISEF'87, 23-25 September 1987, Pavia, pp. 323-326.
- 230. Tsai H., Keyhani A.: Estimation of saturated parameters of synchronous machines. International Conference on the Evolution and Modern Aspects of Synchronous Machines, 27-29 August 1991, Zürich, pp. 49-54.
- Vahedi A., Meibody TabarF., Sargos F.M., Zaim E.: On the modelling of saturated synchroreluctant machines considering cross magnetization effect. ELECTRIMACS'96, 17-19 September 231. 1996, pp. 321-326.Vas P.: Generalized analysis of saturated A.C. machines, Archiv fur Elektrotechnik (64) 1981, No.1, pp. 57-62.
- 232. Vas P., Brown J.E., Hallenius K.E.: Cross saturation effects in saturated smooth air-gap machines.International Conference on Electrical Machines, 18-21.09 1984, Lozanna, pp. 261-264.
- Vas P., Deleroi W., Brown J.E.: Transient analysis of smooth-air-gap machines incorporating the effects of main and leakage flux saturation. International Conference on Electrical Machines, 18-233. 21.09.1984, Lausanne, ICEM 84, Proc. Part 1, pp. 269-272.

1

- Vas P., Hallenius K.E., Brown J.E.: Computer simulation of saturated cylindrical-rotor synchronous machines. 11th IMACS World Congress, Oslo, Norway, August 1985, Vol. 3, pp. 303-306.
- 235. Vukosavic S.N., Levi E.: A method for transient torque response improvement in optimum efficiency induction motor drives. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 18, December 2003, pp. 484 493.
- Wallace A.K., Wright A.: Novel simulation of cage windings based on mesh circuit model. IEEE Trans., vol. PAS-93, no. 4, January/February. 1974, pp. 377-382.
- 237. Wamkeue R., Kamwa I.: Saturated electromechanical transients based maximum likelihood identification of double-cage induction generator parameters. International Conference on Electrical Machines, 28-30 August 2000, Helsinki, ICEM'2000, Vol. I, pp. 286-290.
- Wamkeue R., Kamwa L., Daï-Do X.: A Detailed model of grounded synchronous machines for saturated unsymetrical. ELECTRIMACS'96, 17-19 September 1996, pp. 333-340.
- Wang J.C., Chiang H.D., Huang C.T., Chen Y.T.: Identification of synchronous generator saturation models based on on-line digital measurements. IEE Proceedings Generator Transm. Distrib., vol. 142, no. 3, May 1995, pp. 225-232.
- Wang S., Wang X., Li Y., Su P., Ma W., Zhang G.: Steady-state performance of synchronous generators with ac and dc stator connections considering saturation. IEEE Transaction on Energy Conversion, vol. 17, No. 2, June 2002, pp. 176-182.
- 241. Warzecha A., Weinreb K., Wegiel T.: Modyfikacja funkcji permeancji szczeliny powietrznej uwzgledniająca efekty nasyceniowe w silniku asynchronicznym z ekscentrycznością wirnika. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. "Elektryka", z. 177, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2001, ss. 113-120.
- 242. Warzecha A.: Wyznaczanie efektów nasyceniowych w silniku asynchronicznym na podstawie obliczeń polowych. Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej No 50. Seria: Studia i Materiały No 22. SME 2000, Modelowanie maszyn elektrycznych. Oficyna Wyd. Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2000, ss. 198-206.
- 243. Wegiel T., Weinreb K., Sulowicz M.: J.: Aplikacja metody bilansu harmonicznych dla modelu silnika asynchronicznego klatkowego z nasyconym głównym obwodem magnetycznym. XL International Symposium on Electrical Machines SME'2004, Conference Proceedings "Losses and Efficiency in Electrical Machines", Hajnówka, Poland, 15-18 June 2004, pp. 213-219.
- 244. Weinreb K., Wegiel T., Warzecha A., Sulowicz M.: Wpływ nasycenia głównego obwodu magnetycznego na ocenę ekscentryczności dynamicznej silnika asynchronicznego klatkowego. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej s. "Elektryka", z. 177, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2001, ss. 121-128.
- 245. Wiliamson S., Ralph J.W.: Finite-element analysis of an induction motor fed from a constantvoltage source. IEE Proceedings, vol. 130, no. 1, January 1983, pp. 18-24.
- 246. Xie G., Ramshaw R.S.: Nonlinear model of synchronous machines with saliency. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. EC-1, no. 3, September 1986, pp. 198-204.
- Yamazaki K.: Comparison of induction motor characteristics calculated from electromagnetic field and equivalent circuit determined by 3D FEM. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 36, July 2000, pp. 1881 – 1885.
- 248. You-Guang Y., Yun-Giu T.: Numerical Calculation and Analysis of Saturated Power Angle Characteristic of Salient Pole Synchronous Machine. International Conference on Electrical Machines, 12-14 Septekmber 1988, Pisa, ICEM 88, Proc. vol.1, pp. 81-84.
- Zagradišnik I., Hribernik B.: Influence of anisotropy of magnetic material on the saturation harmonics in the three-phase induction motor. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 24, no. 1, January 1988, pp. 491-494.
- Zhou J., Lou Y., Wang M.: Determination of power angle curves of synchronous machines considering cross-magnetizing saturation effect. IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, vol. 1, 23-27 January 2000, pp. 228 – 232.

SILNIK TM90-4M

Dane znamionowe	15	kW
	1,5	V
loc silnika	10 155	N·m
lapięcie zasilania	0.805	
Aoment znamionowy	2 12	А
Współczynnik mocy	1.06	A
Prąd znamionowy	5 30	
Prąd biegu jałowego	2,50	
Krotność prądu rozruchowego	2,047	
Krotność momentu rozi uchowego	1410.5	obr/min
Liczba par biegunow	50	Hz
Prędkość znamionowa	30	
Częstotliwość napięcia zasnamu	3	
Liczba faz stojana		
Straty		W
	14	W
Straty mechaniczne	83,8	W
Straty w żelazie	226,6	W
Straty w stojanie	97,4	W
Straty w wirniku	9,7	**
Straty dodatkowe		
Wymiary geometryczne	100	mm
in the line	125	mm
Długość idealna silnika	135	mm
Średnica zewnętrzna stojana	0.25	mm
Średnica wewnętrzna stojana	0,25	mm
Grubość szczeliny powietrzicj	83,5	mm
Zewnętrzna średnica wirnika	30	11444
Wewnętrzna średnica wirnika (srednica wirnika	30	
Liczba żłobków stojana	28	
Liczba żłobków wirnika		
Pozostałe wymiary geometryczne podanie stojana		
O Livojenie stoj	48	
Liczba zwojów w żłobku	96	
Liczba przewodów w żłobku	288	
Liczba zwojów jednej fazy	1	
Liczba warstw uzwojenia	9	
Poskok	0,530	mm
Średnica przewodu	0,3	mm
Izolacja żłobka	63,01	%
Wypelnienie żłobków stojana	0,95979	95
Współczynnik uzwojenia dla podstawowej narmonicznej		

194

Załacznik 1

196

Rys. Z.1. Przekrój poprzeczny rdzenia stojana silnika wraz z wymiarami geometrycznymi Rys. Z.1. Przekrój poprzeczny rdzenia stojana silnika wraz z wymiarami geometrycznymi

Rys. Z.2. Przekrój poprzeczny żłobka stojana silnika wraz z wymiarami geometrycznymi Rys. Z.2. Przekrój poprzeczny żłobka stojana silnika wraz z wymiarami geometrycznymi

Rys. Z.3. Przekrój poprzeczny rdzenia wirnika silnika wraz z wymiarami geometrycznymi Rys. Z.3. Przekrój poprzeczny rdzenia wirnika silnika wraz z wymiarami geometrycznymi

WIRNIK SILNIKA

Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego...

Streszczenie

MODELE MATEMATYCZNE MASZYN ELEKTRYCZNYCH PRĄDU PRZEMIENNEGO UWZGLĘDNIAJĄCE NASYCENIE MAGNETYCZNE RDZENI

STRESZCZENIE

Przedmiotem pracy są zagadnienia związane z opracowaniem modeli obwodowych maszyn elektrycznych prądu przemiennego (asynchronicznych i synchronicznych) uwzględniających nasycenie magnetyczne rdzeni oraz zagadnienia dotyczące wyznaczania parametrów elektromagnetycznych opracowanych modeli.

Przy opracowaniu modeli matematycznych maszyn przyjęto trzy zasadnicze założenia:

- Wypadkowe pole magnetyczne w maszynie jest sumą pola magnetycznego głównego oraz pola rozproszenia stojana i wirnika, przy czym pola te w sposób niezależny magnesują rdzenie stojana i wirnika. •
- Strumienie sprzężone uzwojeń maszyny spowodowane polem magnetycznym głównym wywołane są tylko przez podstawową harmoniczną przestrzenną składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej w szczelinie roboczej maszyny.
- Chwilowe prądy fazowe stojana i wirnika w sposób jednoznaczny wyznaczone są przez odpowiednie fazory przestrzenne prądu stojana i prądu wirnika.

Stosując zasadę podziału wypadkowego pola magnetycznego w maszynie na pole magnetyczne główne oraz pola magnetyczne rozproszenia, w pracy opracowano modele obliczeniowe maszyn elektrycznych, w których wymienione pola występują samodzielnie bądź też są dominujące. Modele obliczeniowe maszyn wykorzystano do wyznaczenia rozkładów przestrzennych pól magnetycznych oraz do wyznaczenia strumieni sprzężonych uzwojeń spowodowanych przez te pola. Strumienie sprzężone uzwojeń maszyny wyznaczono obliczając pochodne koenergii magnetycznej względem odpowiednich prądów (pole magnetyczne główne i pola rozproszenia) lub obliczając podstawową harmoniczną składowej promieniowej indukcji magnetycznej w szczelinie maszyny i stosując odpowiednie zależności analityczne (pole magnetyczne główne).

Uwzględniając strukturę geometryczno-materiałową modeli obliczeniowych oraz charakterystyczne cechy rozkładu przestrzennego uzwojeń, przeprowadzono analizę jakościową właściwości fazorów przestrzennych strumieni sprzężonych uzwojeń maszyn spowodowanych polem głównym oraz polami rozproszenia. Wyniki analizy jakościowej potwierdzono oraz uzupełniono w oparciu o wyniki obliczeń numerycznych. Na podstawie przeprowadzonych badań i analiz w pracy wykazano, że:

• W monoharmonicznych modelach matematycznych maszyn elektrycznych prądu przemiennego (asynchronicznych i synchronicznych) strumienie sprzężone uzwojeń spowodowane polem magnetycznym głównym można wyznaczyć za pomocą fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego, który jest nieliniową funkcją modułu i argumentu fazora przestrzennego prądu magnesującego.

- Składowe osiowe fazora przestrzennego strumienia sprzężonego pola głównego można z dobrym przybliżeniem wyrazić za pomocą niewielkiej liczby syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych, które są funkcjami tylko modułu fazora przestrzennego prądu magnesującego.
- W symetrycznych stanach pracy maszyn elektrycznych prądu przemiennego, strumienie sprzężone uzwojeń stojana (maszyny asynchroniczne i synchroniczne) i strumienie sprzężone uzwojeń wirnika (maszyny asynchroniczne) spowodowane polami rozproszenia można wyznaczyć za pomocą fazorów przestrzennych strumieni sprzężonych pól rozproszenia, które są nieliniowymi funkcjami modułu i argumentu fazora przestrzennego odpowiednich prądów: prądu stojana, prądu wirnika.

• Składowe osiowe fazorów przestrzennych strumieni sprzężonych pola rozproszenia

stojana i wirnika można wyrazić za pomocą syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych, które są funkcją tylko modułu fazorów przestrzennych odpowiednich

Zależności matematyczne określające fazory przestrzenne strumieni sprzężonych pola głównego oraz z pola rozproszenia stojana lub wirnika wykorzystano przy definiowaniu indukcyjności statycznych i dynamicznych maszyny, związanych z odpowiednimi polami. Przy analizie indukcyjności statycznych i dynamicznych zwrócono uwagę na zjawisko skrośnego sprzężenia magnetycznego zastępczych uzwojeń magnesujących, które spowodowane jest nasyceniem magnetycznym rdzeni. Wyróżniono dwa typy sprzężeń: sprzężenie skrośne statyczne i dynamiczne oraz wskazano, że sprzężenia te nie występują, gdy pomija się nasycenie rdzeni, przyjmując liniowe charakterystyki magnesowania.

Znając właściwości fazorów przestrzennych strumieni sprzężonych pola magnetycznego głównego i pól rozproszenia stojana i wirnika oraz odpowiednie indukcyjności statyczne i dynamiczne, sformułowano modele matematyczne maszyn asynchronicznych (pierścieniowej, klatkowej zwykłej i głębokożłobkowej) oraz maszyn synchronicznych.

Opracowanym modelom matematycznym przyporządkowano schematy zastępcze obowiązujące w stanach nieustalonych oraz ustalonych. Na schematach zastępczych pokazano elementy, których wartości zależne są od nasycenia magnetycznego rdzeni. Opracowane modele obwodowe maszyn asynchronicznych i synchronicznych wykorzystano w badaniach symulacyjnych typowych stanów nieustalonych i ustalonych. Obliczenia przeprowadzono uwzględniając nasycenie magnetyczne rdzeni lub też je pomijając.

W celu pomiarowego wyznaczenia syntetycznych charakterystyk strumieni sprzężonych przeprowadzono parametryzację modeli matematycznych, aproksymując syntetyczne charakterystyki strumieni sprzężonych za pomocą funkcji nieliniowych o nieznanych współczynnikach. W pracy zaproponowano kilka testów pomiarowych umożliwiających wyznaczenie wymienionych współczynników oraz innych parametrów skupionych modeli matematycznych maszyn elektrycznych. Parametry modeli matematycznych maszyn asynchronicznych i synchronicznych wyznaczono na podstawie charakterystyk maszyn w stanie ustalonym oraz na podstawie przebiegów dynamicznych. Do wyznaczenia parametrów zastosowano algorytmy genetyczne i gradientowe.

W pracy pokazano także, że parametry modeli matematycznych maszyn elektrycznych prądu przemiennego można wyznaczyć na podstawie danych konstrukcyjnych przy wykorzystaniu wyników odpowiednich obliczeń polowo-obwodowych. Dla maszyny indukcyjnej przedstawiono metodykę takich obliczeń oraz podano wyniki estymacji odpowiednich parametrów. Zaproponowany sposób wyznaczania parametrów można wykorzystać w obliczeniach projektowych maszyn elektrycznych, uzupełniając zbiór typowych parametrów o nowe parametry, które uwzględniają nasycenie magnetyczne rdzeni.

MATHEMATICAL MODELS OF ALTERNATING CURRENT ELECTRICAL MACHINES TAKING INTO ACCOUNT MAGNETIC SATURATION OF CORES

SUMMARY

The monograph deals with problems connected with working out circuit models of alternating current electrical machines (asynchronous and synchronous) that take into account magnetic saturation of cores and problems concerned with determining electromagnetic parameters of the worked out models.

When developing the mathematical models the following basic assumptions were made:

- resultant magnetic field in a machine is a sum of the main magnetic field and the stator and rotor leakage magnetic field, while the stator and rotor cores are magnetised by these fields independently of each other,
- flux linkages of the machine windings for the main magnetic field are produced only by the fundamental space harmonic of the magnetic flux density vector radial component in the machine air-gap,
- instantaneous phase currents of the stator and rotor are explicitly determined by the appropriate space phasors of the stator and rotor current.

Applying the principle of dividing the resultant magnetic field into the main magnetic field and the leakage magnetic field, there were worked out the computational models of electrical machines in which these fields occur separately or are dominant. The machine computational models were used for calculating space distributions of the magnetic fields and flux linkages of the windings for these fields. The flux linkages of the machine windings for the main field and leakage fields were determined by computing derivatives of the magnetic coenergy of with respect to the appropriate currents, or for the main magnetic field by computing the fundamental harmonic of the magnetic flux density radial component in the machine air-gap and using the suitable analytical relationships.

Taking into account the geometrical and material structure of the computational models and characteristic features of the winding space distribution, the qualitative analysis of the properties of the flux linkages space phasors of the machine winding for the main and leakage fields was performed. The qualitative analysis results were verified by numerical calculations. Basing on the investigations and analyses performed, it was proved that:

- in monoharmonic mathematical models of alternating current electrical machines (asynchronous and synchronous) it is possible to determine the flux linkages of the windings for the main magnetic field by means of the main flux linkage phasor which is a nonlinear function of the module and argument of the magnetising current space
- axis components of the main flux linkage space phasor can be expressed with a good

accuracy by means of a small number of the synthetic characteristics of magnetic flux linkages which are functions of the module of the magnetising current space phasor

• in symmetrical operation of alternating current electrical machines the flux linkages of the stator windings (asynchronous and synchronous machines) and the flux linkages of the rotor windings (asynchronous machines) for the leakage fields can be determined by means of the leakage flux linkages space phasors which are nonlinear functions of the module and argument of the space phasor of the corresponding currents: stator current and rotor current,

- axis components of the stator and rotor leakage flux linkages space phasors can be
- expressed by means of the synthetic characteristics of magnetic flux linkages which are a function of the module of the space phasors of the corresponding currents only.

The mathematical dependences determining the space phasors of the main magnetic field linkages and the stator or rotor leakage field were used when defining the machine static and dynamic inductances associated with the appropriate fields. When analysing the static and dynamic inductances, the attention was paid to the phenomenon of magnetic cross-coupling of the equivalent magnetising windings caused by magnetic saturation of the cores. Two kinds of couplings are distinguished: static and dynamic cross-coupling. It was shown that they do not occur when saturation of the cores is neglected and linear magnetising characteristics are assumed.

Basing on the knowledge of the flux linkage space phasors of the main field as well as the stator and rotor leakage fields together with the appropriate static and dynamic inductances, the mathematical models of asynchronous (wound rotor, squirrel-cage and deep-bar squirrel-cage) and synchronous machines were formulated.

There were developed the equivalent circuits for transient and steady states corresponding to the mathematical models worked out. The elements whose values depend on magnetic saturation of the cores are shown in these circuits. The developed circuit models of asynchronous and synchronous machines were used for simulation investigations of the typical transient and steady states. The computations were made when taking into account magnetic saturation of the cores or neglecting it.

In order to determine the synthetic characteristics of flux linkages by measurements, parametrisation of the mathematical models was carried out. It consisted in approximation of the synthetic characteristics of flux linkages by means of nonlinear functions of unknown coefficients. Several measuring tests enabling determination of these coefficients and other lumped parameters of the mathematical models of electrical machines have been proposed in the monograph. The parameters of the mathematical models of asynchronous and synchronous machines were determined on the basis of the machine characteristics in steady state and the waveforms in transient state. Genetic and gradient algorithms were used for determining the parameters.

It has also been shown in the monograph that the parameters of the mathematical models of alternating current electrical machines can be determined basing on constructional data when using the results of the appropriate field-circuit computations. The methodology of such computations has been presented for induction machine. The results of estimation of the appropriate parameters have been given as well. The proposed way of determining parameters can be used in design computations of electrical machines, as a supplement for the set of typical parameters with the new ones which take into account magnetic saturation of the machine cores.

Wydano za zgodą Rektora Politechniki Śląskiej

WYDAWNICTWO POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ ul. Akademicka 5, 44-100 Gliwice; tel. (0-32) 237-13-81 http://wydawnictwo.polsl.pl

Sprzedaż i Marketing

tel. (0-32) 237-18-48

wydawnictwo_mark@polsl.pl

Nakł. 100+50	Ark.	wyd.	19,5	Ark, druk, 12 875	Danias of a second
Oddano do druku 06	07 2005 -			D 11	rapier offset. /0x100,80g
	07.20051.		-	Podpisano do druku 06.07.2005 r.	Druk ukończ. w lipcu 2005 r.

Wydrukowano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach, ul. Kujawska 1 zam. 306/05

Książki Wydawnictwa można nabyć w księgarniach

GLIWICE

- Punkt Sprzedaży ul. Akademicka 2 (237-17-87)
- "FORMAT" Akademicka 5 (architektura i budownictwo) ٠
- "LAMBDA" ul. Akademicka 2 (237-21-40) ٠
- Punkt Sprzedaży ul. Akademicka 16 (automatyka, elektronika, informatyka) ٠
- "ŻAK" ul. Kaszubska ۰.

RYBNIK

- "ORBITA" ul. Rynek 12
- ◆ "NEMEZIS" ul. Hallera 26

CZĘSTOCHOWA

"AKADEMICKA" – Al. Armii Krajowej 46 (fax. 32-254-70)

ŁÓDŹ

- "POLITECHNIKA 100" ul. Żeromskiego 116 PL. .
- Hurtownia "BIBLIOFIL" ul. Jędrowizna 9a (042) 679-26-77

KATOWICE

- Punkt Sprzedaży ul. Krasińskiego 8
- Hurtownia "DIK" ul. Dulęby 7 (032) 204-82-30 ٠
- Hurtownia "JERZY" ul. Słoneczna 24 (258-99-58) ٠

TYCHY

"I Ja Tours" - ul. Piłsudskiego 10 (217-00-91 w.130)

ZABRZE

Punkt Sprzedaży – ul. Roosevelta 26

KRAKÓW

- Techniczna ul. Podwale 4 (012) 422-48-09 ٠
- Punkt Sprzedaży WND AGH, Al. Mickiewicza 30 •

GDAŃSK

EKO-BIS – ul. Dyrekcyjna 6 (058) 305-28-53

WARSZAWA

- Studencka Pl. Politechniki 1 (022) 628-77-58 ٠
- Techniczna ul. Kaliskiego 15 (022) 666-98-02 ٠
- Techniczna ul. Świętokrzyska 14 ٠
- MDM ul. Piękna 31 ٠

BIAŁYSTOK

Dom Książki (Księgarnia 84) – ul. Wiejska 45 c

POZNAŃ

- Księgarnia "POLITECHNIK" ul. Piotrowo 3 (061) 665-23-24 ٠
- Księgarnia Techniczna ul. Półwiejska 28 (061) 659-00-38 ٠

NOWY SĄCZ

Księgarnia "ATOM" – ul. Hoffmanowej 3 (018) 446-08-72

BIBLIOTEKA GŁÓWNA Politechniki Śląskiej Druk, Drukamia Gliwice, ul. Zwycięstwa 27, tel. 230 49 50

