POLITECHNIKA ŚLĄSKA W GLIWICACH
WYDZIAŁ BUDOWNICTWA
KATEDRA KONSTRUKCJI BUDOWLANYCH

Kamil Słowiński

BADANIE NOŚNOŚCI ŚCISKANYCH OSIOWO ELEMENTÓW BLISKOGAŁĘZIOWYCH Z PODATNYMI POŁĄCZENIAMI

ROZPRAWA DOKTORSKA

Promotor pracy
dr hab. inż. Walter Wuwer, prof. Pol. Śl.

Gliwice, 2013

SPIS TREŚCI

WAŻNIEJSZE OZNACZENIA 7

1. WPROWADZENIE 9

1.1. Geneza tematu 9

1.2. Przegląd literatury 16

1.2.1. Optymalizacja przekrojów prętów jednogałęziowych 16

1.2.2. Kształtowanie prętów o przekrojach złożonych 21

1.2.3. Wybrane systemy wykonywania połączeń montażowych 28

1.2.3.1. Łączniki śrubowe 29

1.2.3.2. Wkręty samowiercące i samogwintujące 31

1.2.3.3. Innowacyjne systemy łączników jednostronnych 32

1.2.3.4. Inne systemy 42

1.2.4. Podsumowanie 42

2. CEL I ZAKRES PRACY 44

2.1. Cel pracy 44

2.2. Zakres pracy 44

3. BADANIA ELEMENTÓW ZŁOŻONYCH KRĘPYCH 46

3.1. Cel badań 46

3.2. Dobór parametrów elementów próbnych 46

3.3. Model analityczny 48

3.3.1. Założenia 48

3.3.2. Rozwiązanie 49

3.4. Badania doświadczalne 52

3.4.1. Przygotowanie elementów próbnych 52

3.4.2. Stanowisko badawcze 54

3.4.3. Procedura badawcza 56

3.5. Analiza wyników badań doświadczalnych i teoretycznych 56

3.5.1. Obciążenie graniczne i postacie zniszczenia elementów próbnych 56

3.5.2. Rozdział siły osiowej na współpracujące gałęzie 58

3.5.3. Wytężenie połączeń 63

3.6. Podsumowanie 65

4. BADANIA ELEMENTÓW ZŁOŻONYCH SMUKŁYCH 66
4.1. Cel badań 66
4.2. Dobór parametrów elementów próbnych 66
4.2.1. Pręt główny 66
4.2.2. Gałęzie wspomagające 67
4.2.3. Połączenia 68
4.3. Model analityczny 69
4.3.1. Założenia 69
4.3.2. Wyboczenie elementu w płaszczyźnie *xy* 71
4.3.3. Wyboczenie elementu w płaszczyźnie *xz* 81
4.4. Badania materiałowe 90
4.4.1. Cel badań 90
4.4.2. Przygotowanie elementów próbnych 90
4.4.3. Procedura badawcza 91
4.4.4. Wyniki badań 92
4.5. Badania połączeń 95
4.5.1. Cel badań 95
4.5.2. Konstrukcja elementów próbnych 95
4.5.3. Inwentaryzacja elementów próbnych 96
4.5.4. Scalanie gałęzi elementów próbnych 100
4.5.5. Procedura badawcza 101
4.5.6. Wyniki badań doświadczalnych 102
4.5.7. Nośność obliczeniowa połączeń 106
4.5.8. Analityczne ujęcie wyników badań doświadczalnych 108
4.6. Badania elementów bliskogałęziowych 109
4.6.1. Inwentaryzacja gałęzi przed badaniem 109
4.6.2. Montaż elementów próbnych 117
4.6.3. Stanowisko badawcze 115
4.6.4. Procedura badawcza 121
4.6.5. Wyniki badań doświadczalnych 122
4.6.5.1. Kryteria stanu granicznego nośności elementów 122
4.6.5.2. Obciążenie graniczne i postać zniszczenia elementów próbnych 122
4.6.5.3. Początek uplastycznienia ścianek gałęzi 125
4.6.5.4. Wytężenie połączeń 127

4.6.5.5. Czynniki wpływające na nośność elementów 130
4.6.5.6. Nośność obliczeniowa elementów 131
4.7. Porównanie wyników badań doświadczalnych i analitycznych 132
4.8. Podsumowanie 138

5. ZAKOŃCZENIE 140
5.1. Podsumowanie rezultatów pracy 140
5.2. Uwagi ogólne 141
5.3. Kierunki dalszych badań 142

LITERATURA 143

STRESZCZENIE 151

ZAŁĄCZNIK Z1 DO ROZDZIAŁU 3 153

ZAŁĄCZNIK Z2 DO ROZDZIAŁU 4 155

WAŻNIEJSZE OZNACZENIA

Symbole łacińskie

a_s, b_s - parametry funkcji wykładniczej opisującej zależność T_i-Δv w połączeniach zakładkowych jednociętych,

$a_{y,L/2}$, $a_{z,L/2}$ - wartość strzałki początkowej krzywizny pręta złożonego, odpowiednio, w płaszczyźnie *xy* i *xz*,

A_R, A_U - pole przekroju poprzecznego, odpowiednio, gałęzi rurowej „R” i ceowej „U”,

E_{obs} - pomierzona wartość modułu sprężystości podłużnej

E_R, E_U - moduł sprężystości podłużnej materiału, odpowiednio, gałęzi rurowej „R” i ceowej „U”,

I_R, I_U - moment bezwładności, odpowiednio, gałęzi rurowej „R” i ceowej „U”,

L - długość efektywna przy wyboczeniu giętnym pręta złożonego,

L_i - odległość od węzła podporowego do węzła *i*-tego,

N - ściskająca siła osiowa obciążająca pręt złożony,

N_{gr} - obciążenie o wartości granicznej,

$N_{gr,E}$ - obciążenie powodujące sprężyste wyboczenie pręta,

N_{pl} - obciążenie powodujące początek uplastycznienia ścianek przekroju dowolnej gałęzi,

N_R, N_U - siła osiowa, odpowiednio, w przekroju gałęzi rurowej „R” i ceowej „U”,

N_{Rd} - wartość obciążenia siłą osiową *N*, przy której przekroczona zostaje nośność obliczeniowa pojedynczego łącznika,

M_y(x), M_z(x) - zewnętrzny moment zginający względem, odpowiednio, osi *y* i *z* przekroju złożonego

r - liczba łączników w połączeniu dwu ścianek gałęzi,

R_d - nośność obliczeniowa pojedynczego łącznika na docisk (używane wymiennie z oznaczeniem P_d),

$R_{d,Bz}$ - obliczeniowa wartość nośności wyboczeniowej pręta złożonego,

$R_{d,zast}$ - obliczeniowa wartość nośności wyboczeniowej pręta złożonego według rozwiązania analitycznego dla $a_{y,L/2} = L/250$,

$R_{p,obs}$ - pomierzona wartość umownej granicy plastyczności na poziomie wydłużenia plastycznego 0,2%,

$R_{m,obs}$ - pomierzona wartość wytrzymałości na rozciąganie,

s_i - odcinek złożonego pręta bliskogałęziowego między węzłami i oraz i+1,

t_{obs} - pomierzona wartość grubości ścianki,

T_i - siła tnąca działająca na połączenie znajdujące się w i-tym węźle,

T_S - siła tnąca działająca na pojedynczy łącznik,

$u_{y,i}$, $u_{z,i}$ - ugięcie pręta złożonego w dowolnym przekroju na długości odcinka s_i, odpowiednio, w płaszczyźnie xy i xz,

$u_{y,L/2}$, $u_{z,L/2}$ - zadana wartość strzałki ugięcia pręta złożonego.

Symbole greckie

ε_R, ε_U - odkształcenia osiowe, odpowiednio, gałęzi rurowej „R” i ceowej „U”,

κ - krzywizna gałęzi pręta złożonego,

Δv_i - wzajemne przemieszczenie między łączonymi ściankami zachodzące w osi łącznika/połączenia, znajdującego się w i-tym węźle.

ROZDZIAŁ 1

WPROWADZENIE

1.1. Geneza tematu

Postęp techniczny w dziedzinie budownictwa nakłada na projektantów i konstruktorów obowiązek racjonalnego kształtowania konstrukcji stalowych, zarówno w odniesieniu do obiektów nowoprojektowanych, jak i wzmacniania istniejących.

Szczególnego znaczenia nabiera wówczas umiejętność wyboru optymalnych dla obiektu rozwiązań konstrukcyjnych oraz odpowiedniego wykorzystania dostępnych środków materiałowych i technologicznych.

Zagadnienia racjonalnego kształtowania obiektów budowlanych zostały współcześnie ujęte w postulaty stosunkowo nowego kierunku w budownictwie, tzw. budownictwa zrównoważonego. Termin ten oznacza działalność człowieka związaną z projektowaniem i wznoszeniem obiektów budowlanych, przy wykorzystaniu zachowań właściwych dla zrównoważonego rozwoju, przejawiających się w szczególności w dbałości o środowisko naturalne oraz oszczędne gospodarowanie surowcami w całym cyklu budowlanym – począwszy od projektu, przez prace montażowe, eksploatacyjne w tym konserwatorskie i modernizacyjne – aż do rozbiórki obiektu.

Spośród wielu ważnych postulatów budownictwa zrównoważonego na szczególną uwagę zasługują następujące, odnoszące się do racjonalnego kształtowania obiektów budowlanych:

- projektowanie obiektów w taki sposób, aby możliwe było mniejsze zużycie materiałów budowlanych, zasobów naturalnych i energii,
- projektowanie obiektów o długim okresie eksploatacji, z materiałów trwałych i niewymagających częstych napraw i remontów,
- unikanie materiałów uciążliwych dla środowiska naturalnego,
- wykorzystanie materiałów dostępnych lokalnie i o wysokim stopniu recyklizacji,
- unikanie materiałów generujących kłopotliwe odpady.

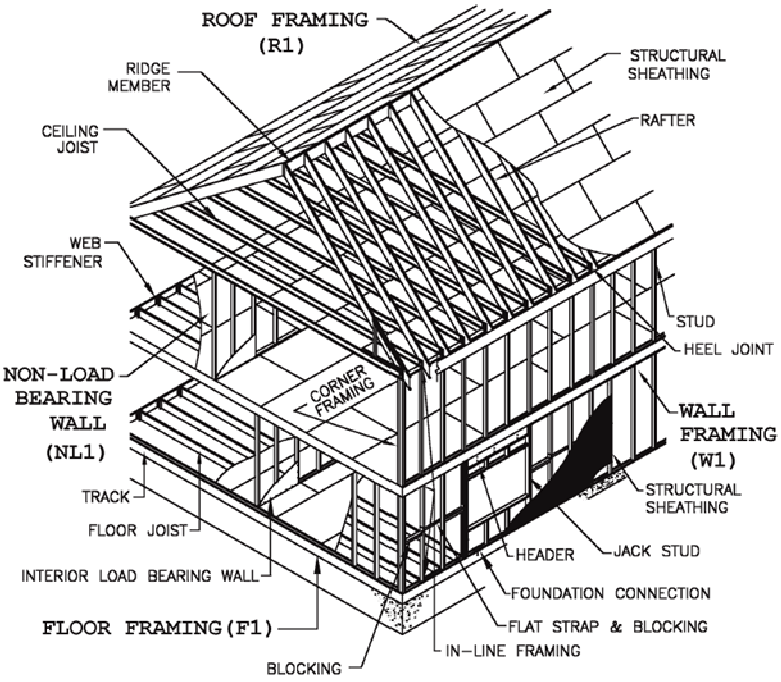
Obecnie, spełnienie postulatów budownictwa zrównoważonego nie jest już tylko kwestią mody, ale często jest czynnikiem decydującym o powodzeniu przedsięwzięcia budowlanego.

Szczególnym przejawem dążeń do realizacji postulatów budownictwa zrównoważonego w obszarze budownictwa stalowego jest obserwowany obecnie, dynamiczny rozwój lekkich i ekonomicznych konstrukcji nośnych budynków mieszkalnych, użyteczności publicznej, jak również przemysłowych.

Postęp techniczny w budownictwie wyrażający się przede wszystkim w obniżeniu ciężaru konstrukcji, kosztów i czasu potrzebnego do wzniesienia obiektu jest w sposób szczególny zauważalny w obszarze konstrukcji wykonanych ze stalowych kształtowników profilowanych na zimno z blach.

Cechą charakterystyczną konstrukcji z kształtowników giętych jest wykorzystanie elementów o przekrojach otwartych łączonych w węzłach przy zastosowaniu łączników mechanicznych. Spawanie, z uwagi na istotne trudności technologiczne związane z wykonywaniem połączeń montażowych kształtowników giętych, w opinii projektantów i konstruktorów uznawane jest za niepraktyczny sposób łączenia tego typu elementów i stosowane jest stosunkowo rzadko [10].

Szerokie zastosowanie prętów o przekrojach profilowanych na zimno na konstrukcje nośne oraz elementy drugorzędne i detale architektoniczne obserwuje się w sektorze lekkich konstrukcji szkieletowych, przeznaczonych dla budownictwa mieszkaniowego w Stanach Zjednoczonych (rys. 1.1).



Rys. 1.1. Schemat typowego szkieletu stalowego budynku mieszkalnego [111]

Cechami wyróżniającymi tego typu konstrukcje spośród innych – również wykonanych z kształtowników giętych – są przede wszystkim: daleko posunięta unifikacja przekrojów kształtowników wykorzystywanych na pręty ustrojów nośnych oraz łatwy i szybki montaż konstrukcji na placu budowy, wykonywany najczęściej przy użyciu wkrętów samowiercących lub samogwintujących.

Od wielu już lat, obserwuje się wzmożone wykorzystanie w projektowaniu stalowych konstrukcji nośnych kształtowników o przekrojach zamkniętych. Kształtowniki te, zwykle o przekrojach okrągłych, prostokątnych lub kwadratowych, zarówno gięte na zimno jak i gorącowalcowane, znajdują zastosowanie przede wszystkim w konstrukcjach kratownic dachowych oraz słupów jednogałęziowych i kratowych [11].

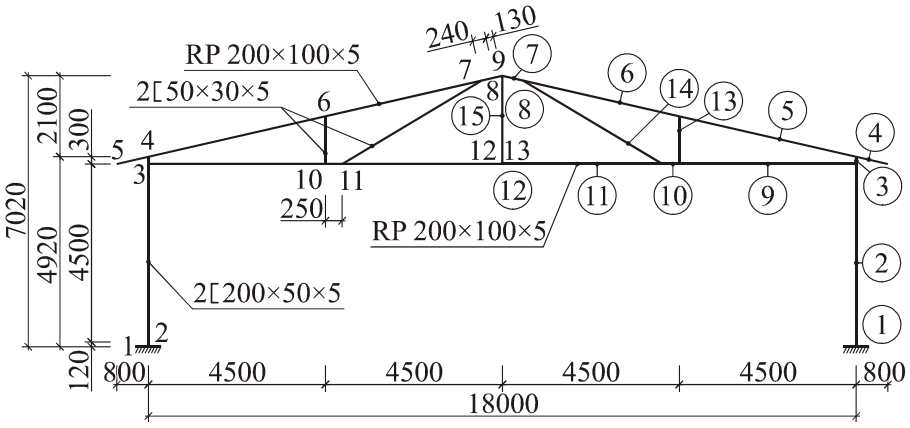
W aspekcie racjonalnego kształtowania konstrukcji budowlanych, poważną wadą tego typu rozwiązań jest powszechne stosowanie spawania do wykonywania połączeń prętów w węzłach, z uwagi na trudności związane z zastosowaniem łączników mechanicznych.

Ilość tzw. energii wbudowanej obiektu, w postaci energii zużytej do wykonania połączeń spawanych i transportu elementów montażowych na plac budowy, nie pozwala zakwalifikować tego typu konstrukcji, jako spełniających wymagania stawiane lekkim obiektom stalowym oraz postulaty zrównoważonego rozwoju w budownictwie.

Brakuje obecnie skutecznych i sprawdzonych rozwiązań konstrukcyjnych, pozwalających łączyć zalety wynikające z możliwości wykorzystania w projektowaniu zarówno kształtowników o przekrojach zamkniętych, jak i otwartych, umożliwiających ponadto łatwy i szybki montaż konstrukcji na placu budowy, za pomocą łączników mechanicznych.

Od kilkunastu lat, na Wydziale Budownictwa Politechniki Śląskiej, realizowany jest – zapoczątkowany przez Wuwera [83] – program badawczy, dotyczący zagadnień racjonalnego kształtowania połączeń w konstrukcjach prętowych, wykonanych ze stalowych kształtowników giętych na zimno, przy zastosowaniu nowoczesnej technologii wykonywania połączeń zakładkowych, przy użyciu łączników jednostronnych typu BOM [86], [100].

Celem tego programu jest opracowanie – opartego o krajowy asortyment stalowych kształtowników giętych na zimno o przekrojach otwartych i zamkniętych – systemu konstrukcyjnego lekkich i ekonomicznych obiektów użyteczności publicznej, hal przemysłowych i magazynowych (rys. 1.2) oraz budynków mieszkalnych.



Rys. 1.2. Rama kratowa z prętów o przekrojach otwartych i zamkniętych, z połączeniami w węzłach wykonanymi za pomocą łączników jednostronnych BOM [83]

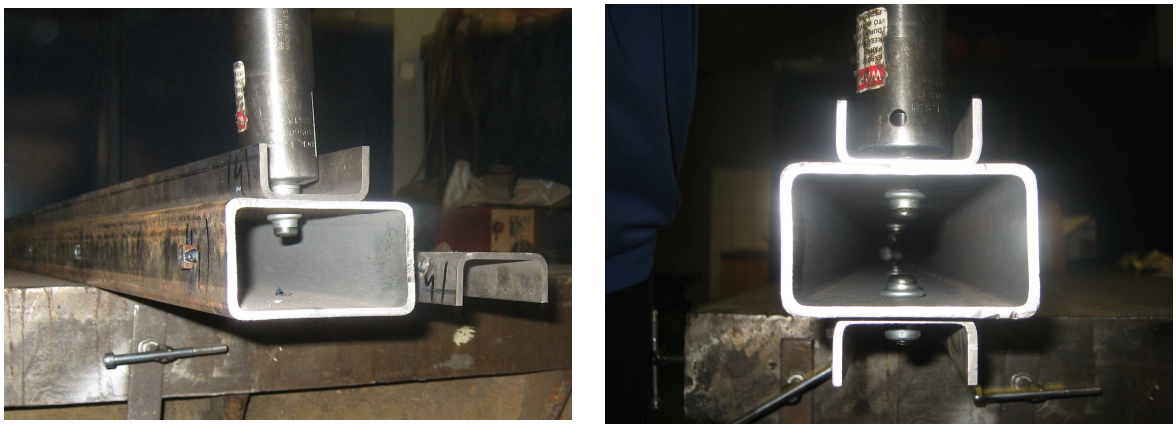
Możliwości wynikające ze stosowania innowacyjnego systemu łączników jednostronnych typu BOM (prod. ALCOA), do wykonywania montażowych połączeń zakładkowych elementów prętowych, zarówno o przekrojach otwartych jak i ekonomicznych zamkniętych (rys. 1.3), wiążą się również z potrzebą możliwie dokładnego uwzględnienia w analizach konstrukcji rzeczywistych charakterystyk sztywnościowych tego typu złączy, które jak się okazało, charakteryzuje znaczący stopień podatności [83].

Proponowana technologia wpisuje się w postulaty zrównoważonego budownictwa, począwszy od prac konstrukcyjnych przez eksploatację obiektu, aż do prac remontowych i konserwatorskich. Oszczędne gospodarowanie zasobami przejawia się tutaj, m.in. przez:

- znaczące – w porównaniu do tradycyjnych konstrukcji z kształtowników walcowanych na gorąco – zmniejszenie zużycia materiałów budowlanych, w tym przypadku stali,

poprzez zastosowanie ekonomicznych kształtowników giętych na zimno o przekrojach otwartych i zamkniętych,

- ograniczenie zużycia tzw. energii wbudowanej i eksploatacyjnej budynku, poprzez zmniejszenie wydatków energii potrzebnej do realizacji:
  - transportu elementów na plac budowy,
  - wzniesienia obiektów, przez zastosowanie nowoczesnej technologii wykonywania połączeń, za pomocą sworzni jednostronnych typu BOM, pozwalającej na bardzo szybki, efektywny i niewymagający ciężkiego sprzętu montaż konstrukcji z pojedynczych elementów prętowych na placu budowy,
  - remontów i konserwacji, poprzez zastosowanie elementów ocynkowanych, odznaczających się dużą odpornością na wpływy atmosferyczne oraz mechaniczne,
- optymalizację rozwiązań konstrukcyjnych, m.in. na drodze eliminacji blach węzłowych oraz możliwości kształtowania prętów złożonych bliskogałęziowych.

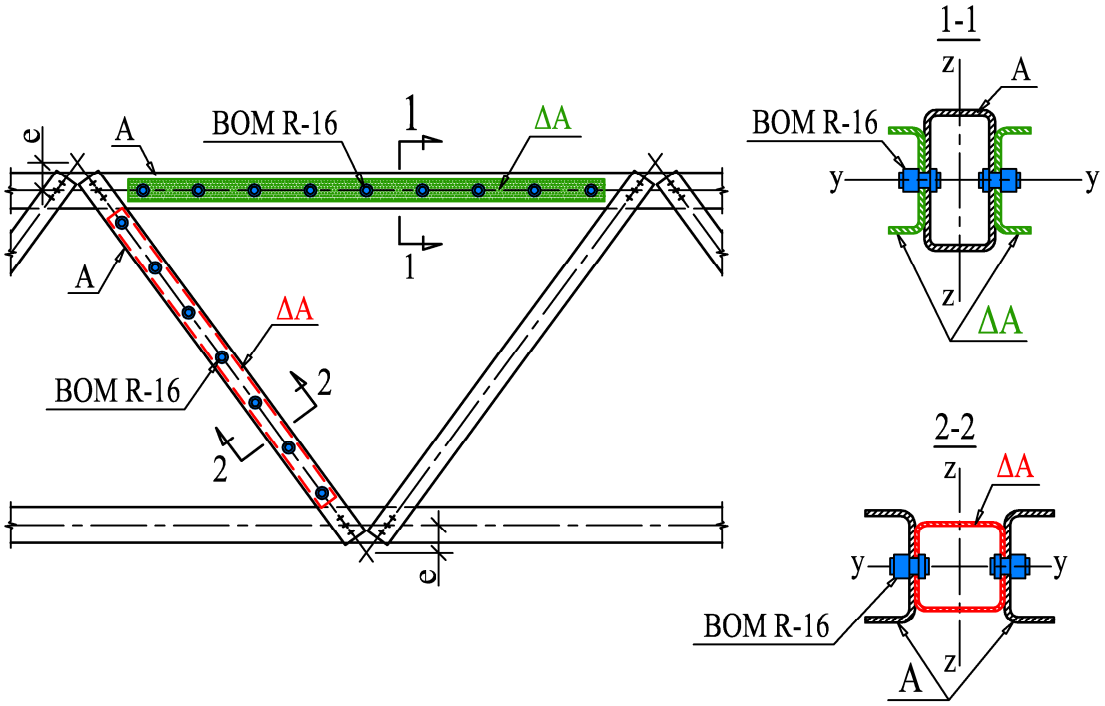


Rys. 1.3. Proces instalacji łączników BOM w połączeniach ścianek kształtowników o przekrojach otwartych i zamkniętych

Temat badań, podjętych w ramach niniejszej rozprawy doktorskiej, wpisuje się w zakres przedstawionego wyżej programu badawczego i dotyczy zagadnień kształtowania złożonych prętów bliskogałęziowych. Zastosowanie tego typu elementów wielogałęziowych nabiera szczególnego znaczenia w aspekcie racjonalnego kształtowania lekkich konstrukcji prętowych, spełniających postulaty budownictwa zrównoważonego, gdzie przykładowo, potrzeba lokalnego poprawienia parametrów wytrzymałościowych wybranego elementu konstrukcji, nie powinna wymuszać istotnych zmian w skali całego obiektu. Proponowany sposób kształtowania konstrukcji może mieć zastosowanie zarówno w odniesieniu do obiektów nowoprojektowanych, jak i istniejących.

W ramach niniejszej pracy doktorskiej badane będzie zachowanie ściskanych osiowo prętów złożonych bliskogałęziowych, w których ścianki współpracujących ze sobą gałęzi pręta głównego (A), do którego przykładane jest obciążenie, oraz dwóch gałęzi wspomagających (ΔA), połączone są wzajemnie, za pomocą łączników jednostronnych typu BOM (rys. 1.4).

Łączenie pręta głównego-wzmacnianego między węzłami konstrukcyjnymi kratownicy z dodatkowymi, krótszymi od niego gałęziami (por. rys. 1.4), daje możliwość swobodnego kształtowania elementów złożonych o wymaganych charakterystykach geometrycznych, przede wszystkim z uwagi na poprawienie warunków stateczności prętów ściskanych osiowo. Wówczas nie ma potrzeby doprowadzania gałęzi wspomagających do węzłów podporowych pręta głównego. Ta ostatnia właściwość nabiera szczególnego znaczenia przy wykonywaniu wzmocnień prętów konstrukcji istniejących, gdyż nie zachodzi potrzeba ingerencji w konstrukcję węzłów ustroju.



Rys. 1.4. Kształtowanie prętów złożonych bliskogałęziowych w celu poprawienia nośności ściskanych osiowo: pasa górnego i krzyżulca kratownicy [85]

Zastosowanie do wykonywania połączeń gałęzi innowacyjnego systemu łączników jednostronnych typu BOM, daje możliwość kształtowania elementów złożonych z prętów o przekrojach otwartych i zamkniętych.

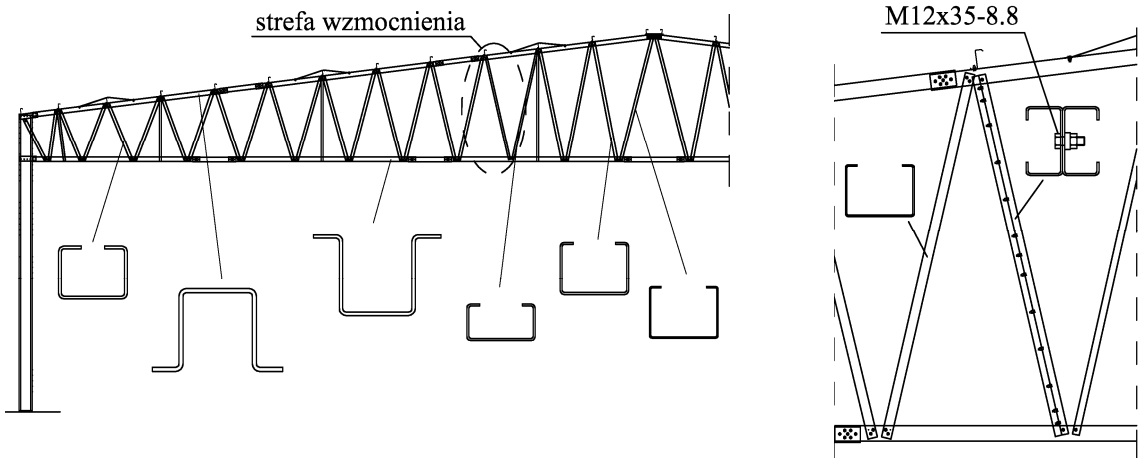
Rozwiązania podobne do rozważanych w ramach niniejszej rozprawy, stosowane są już do wzmacniania ściskanych osiowo krzyżulców kratownic dachowych, wykonanych z kształtowników profilowanych na zimno o przekrojach otwartych (rys. 1.5), oferowanych przez jednego z krajowych producentów hal systemowych.

W rozwiązaniach tych, połączenia gałęzi wykonywane są przy użyciu standardowych śrub M12 klasy 8.8, osadzanych w otworach o średnicy 12,5 mm. Jak pokazano na rysunku 1.5b, końce gałęzi wspomagającej nie są łączone w węzłach z pasami kratownicy. Zadaniem dodatkowej gałęzi jest w tym przypadku zwiększenie promienia bezwładności ściskanego krzyżulca, bez udziału w przenoszeniu siły osiowej, co wymaga umożliwienia wystąpienia poślizgów w połączeniach przylegających do siebie ścianek gałęzi. Dzięki takiemu

rozwiązaniu możliwe było szybkie przystosowanie konstrukcji obiektu istniejącego do nowych warunków eksploatacyjnych.

W przypadku prętów złożonych bliskogałęziowych będących przedmiotem rozważań autora niniejszej rozprawy, szczególna właściwość łączników BOM, wynikająca z możliwości szczelnego wypełnienia otworów w łączonych ściankach przez materiał tulejki sworznia powoduje, że realizacja wzmocnienia wiąże się zarówno ze zwiększeniem promienia i momentu bezwładności przekroju elementu konstrukcyjnego, jak i jego sztywności osiowej na długości wzmocnienia. Transfer sił tnących w połączeniach, powoduje bowiem włączenie się gałęzi wspomagających w przenoszenie siły osiowej.

a) b)



Rys. 1.5. Konstrukcja hali stalowej oferowanej przez firmę Llentab: a) fragment układu poprzecznego, b) wzmocnienie krzyżulca ściskanego

Uwzględnienie w projektowaniu prętów bliskogałęziowych nośności połączeń z łącznikami typu BOM, z uwagi na ich wytężenie przy docisku, związane jest z istotnymi korzyściami ekonomicznymi, m.in. poprzez ograniczenie liczby łączników potrzebnych do wykonania połączeń montażowych współpracujących gałęzi. To ostatnie wiąże się również ze stosownymi ułatwieniami w zakresie obróbki warsztatowej gałęzi i montażu elementów złożonych na placu budowy.

Przeprowadzone dotychczas badania doświadczalne 1-ciętych złączy zakładkowych na łączniki typu BOM [73], [83] wykazały jednak, że z uwagi na wspomniany dociskowy charakter wytężenia, połączenia te charakteryzują się znaczącym stopniem podatności.

Podatność połączeń pręta głównego i gałęzi wspomagających może z kolei nie zapewniać pełnego – tj. wynikającego ze sztywności osiowej przekrojów – udziału gałęzi wspomagających w przenoszeniu obciążenia. Rozdział sił wewnętrznych na współpracujące gałęzie elementu złożonego może w dużym stopniu wynikać ze sztywności złączy i może istotnie różnić się od tego, kiedy ścianki przylegających do siebie kształtowników połączone są w sposób nieprzesuwny.

Zagadnienia dotyczące sposobów analitycznego ujęcia nośności i sztywności rozważanych prętów złożonych bliskogałęziowych, nie znalazły jak dotąd ujęcia

w obowiązujących normach krajowych i zagranicznych oraz w literaturze przedmiotu. Uzasadnione jest zatem podjęcie stosownych działań zmierzających do uzupełnienia wiedzy na temat zachowania się tego typu ustrojów wielogałęziowych.

Wyniki, przewidzianych w ramach niniejszej rozprawy doktorskiej, badań doświadczalnych i teoretycznych, pozwolą poznać – zdeterminowany sztywnością połączeń – rzeczywisty rozdział sił wewnętrznych na poszczególne gałęzie ściskanego osiowo pręta złożonego, co pozwoli następnie na poprawną ocenę stanu jego wytężenia.

1.2. Przegląd literatury

W niniejszej części rozdziału przedstawione zostaną wybrane, stosowane współcześnie na świecie metody racjonalnego kształtowania konstrukcji lekkich obiektów stalowych, nowoprojektowanych oraz istniejących.

Celem takiego przeglądu jest rozpoznanie zasadniczych kierunków postępu w zakresie optymalnego projektowania i wykonywania elementów nośnych lekkich konstrukcji stalowych, a ponadto identyfikacja najistotniejszych problemów, potrzeb i wyzwań stojących przed tym sektorem budownictwa.

Omówione będą rozwiązania stosowane w konstrukcjach wykonanych przede wszystkim z kształtowników giętych na zimno o przekrojach otwartych oraz gorącowalcowanych i profilowanych na zimno o przekrojach zamkniętych, jako wyznaczające – w przekonaniu autora – kierunki rozwoju lekkiego, innowacyjnego budownictwa stalowego, opartego o kryteria budownictwa zrównoważonego.

Przedstawione rozwiązania ograniczone będą – z uwagi na temat niniejszej rozprawy – przede wszystkim do elementów ściskanych osiowo lub rzadziej, znajdujących się w złożonych stanach obciążenia, jednak przy dominującym wpływie obciążenia osiowego.

Zagadnienia optymalnego kształtowania konstrukcji, we wskazanym zakresie, przedstawione będą w ramach trzech głównych obszarów tematycznych, tj.:

- optymalnego doboru kształtu przekroju prętów jednogałęziowych,
- kształtowania elementów o przekrojach złożonych,
- poszukiwań efektywnego sposobu wykonywania połączeń montażowych ścianek gałęzi prętów złożonych.

1.2.1. Optymalizacja przekrojów prętów jednogałęziowych

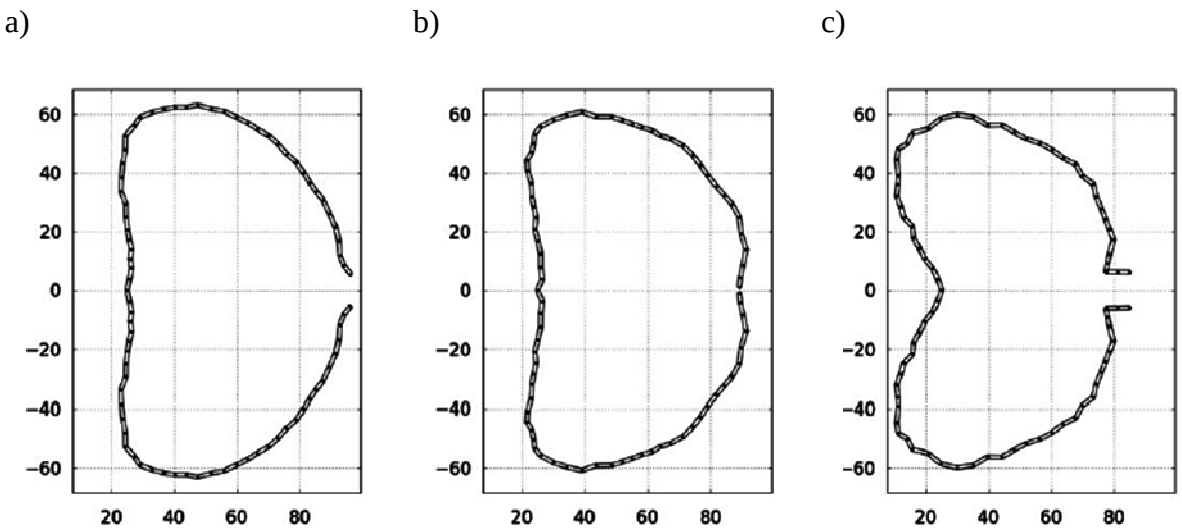
Korzystne parametry wytrzymałościowe kształtowników giętych na zimno zależą głównie od kształtu ich przekroju poprzecznego. Kształt przekroju warunkuje bowiem odporność pręta ściskanego na trzy podstawowe formy utraty stateczności, tj.: utratę lokalnej stateczności ścianek przekroju, niestateczność typu dystorsyjnego i globalną formę utraty stateczności elementu.

Stosunkowo duża łatwość otrzymywania w procesie gięcia na zimno elementów o zróżnicowanych kształtach jest czynnikiem sprzyjającym do poszukiwania przekrojów, o coraz lepszych parametrach wytrzymałościowych, przy minimalnym zużyciu materiału.

Do poszukiwań tych wykorzystuje się obecnie zaawansowane programy optymalizacyjne. W opracowaniu [31] przedstawiono procedurę optymalizacyjną, której algorytm oparty był na wynikach obliczeń wytrzymałościowych, uzyskanych przy użyciu: metody nośności bezpośrednich (ang. Direct Strength Method) [62] i metody pasm skończonych (ang. Finite Strip Method) [46], [63].

Optymalizacja dotyczyła ściskanych osiowo elementów o przekrojach mono-symetrycznych, przy określonych dopuszczalnych wymiarach przekroju 200×100 mm

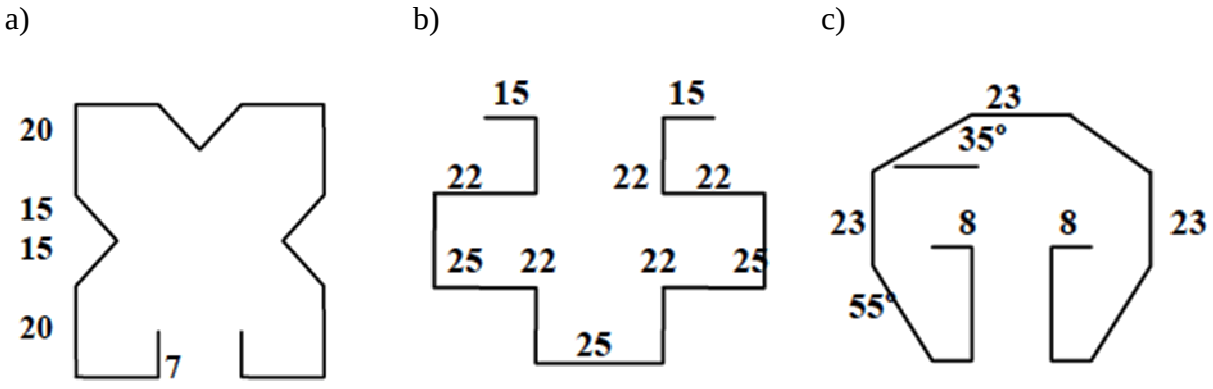
i grubości ścianki 1,2 mm. W rezultacie, dla elementów o zróżnicowanych długościach od 1000 mm do 2500 mm, otrzymano optymalne – z uwagi na występujące formy niestateczności lokalnej, dystorsyjnej i globalnej – kształty przekrojów. Przykładowe przekroje poprzeczne pokazano na rysunku 1.6.



Rys. 1.6. Optymalne przekroje poprzeczne, uporządkowane według tzw. stopnia przystosowania: a) stopień 1, b) stopień 3, c) stopień 10 [31]

Autorzy pracy zapowiedzieli dalsze prace nad udoskonaleniem opracowanego algorytmu, aby uwzględniał on również obecne możliwości procesu wytwarzania kształtowników giętych na zimno, co pozwoli na aplikację otrzymanych wyników w praktyce projektowej.

Inne badania elementów konstrukcyjnych o innowacyjnych kształtach, których celem było uzyskanie ekonomicznych przekrojów elementów ściskanych o zróżnicowanych długościach od 100 mm do 1000 mm, przedstawiono w pracy [51] (rys. 1.7). Wskaźnikiem efektywności uzyskanych rozwiązań był współczynnik określający relację wytrzymałości elementu – głównie z uwagi na dystorsyjną formę utraty stateczności – do jego ciężaru.



Rys. 1.7. Wybrane przekroje elementów ściskanych [51]

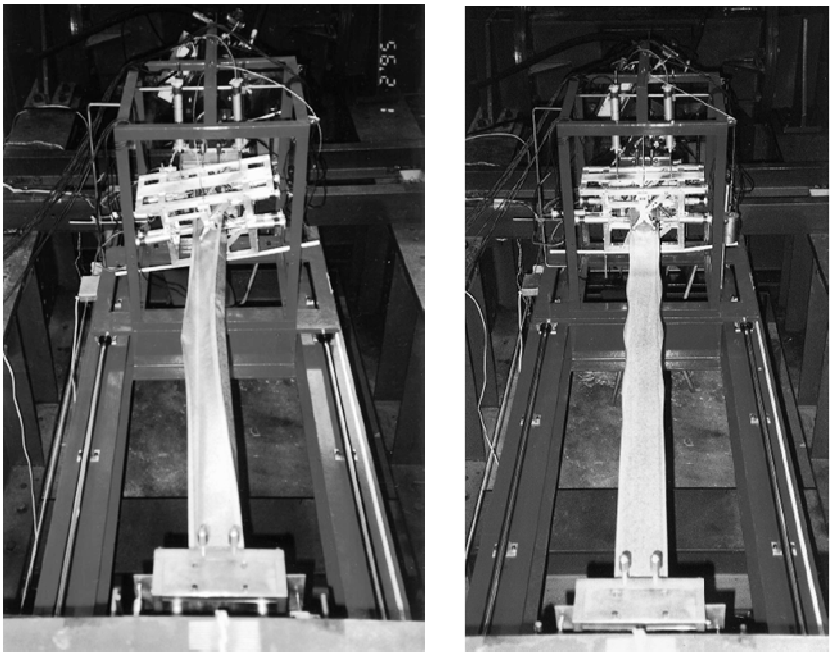
Wyniki badan doświadczalnych i teoretycznych dotyczące zastosowań kształtowników o innowacyjnych kształtach przekrojów poprzecznych, można ponadto znaleźć w pracach [15], [37] i [90].

Do najchętniej obecnie stosowanych rozwiązań w obszarze lekkiego budownictwa mieszkaniowego [13], [18], [99], użyteczności publicznej i przemysłowego [22], [54] można zaliczyć kształtowniki o przekrojach monosymetrycznych półzamkniętych.

Kształtowniki te powstają z elementów o przekrojach ceowych poprzez wygięcie – najczęściej pod kątem prostym w kierunku wnętrza przekroju – swobodnych krawędzi pasów [65].

Porównanie nośności elementów konstrukcyjnych wykonanych z przekrojów ceowych z usztywnionymi i nieusztywnionymi ściankami pasów, znaleźć można w opracowaniu [91]. Autorzy badali doświadczalnie ściskane osiowo pręty wykonane z kształtowników o przekrojach półzamkniętych i płaskich (tj. o pasach nieusztywnionych), o grubościach ścianek 1,5 mm oraz zróżnicowanych długościach i warunkach podparcia (rys. 1.8).

a) b)



Rys. 1.8. Formy zniszczenia elementów próbnych o utwierdzonych końcach, wykonanych z ceowników: a) półzamkniętych, b) płaskich, tj. o nieusztywnionych pasach [91]

Celem badań była ocena wpływu lokalnych deformacji ścianek przekrojów na nośność utwierdzonych lub podpartych obustronnie przegubowo elementów. Wykazano, że na nośność elementów ściskanych o przekrojach nieusztywnionych zasadniczy wpływ ma lokalna utrata stateczności pasów, natomiast w elementach z usztywnionymi ściankami – – niestateczność typu dystorsyjnego. Zaobserwowano przy tym znacząco większe nośności elementów wykonanych z kształtowników półzamkniętych, w stosunku do tych ze ściankami nieusztywnionymi.

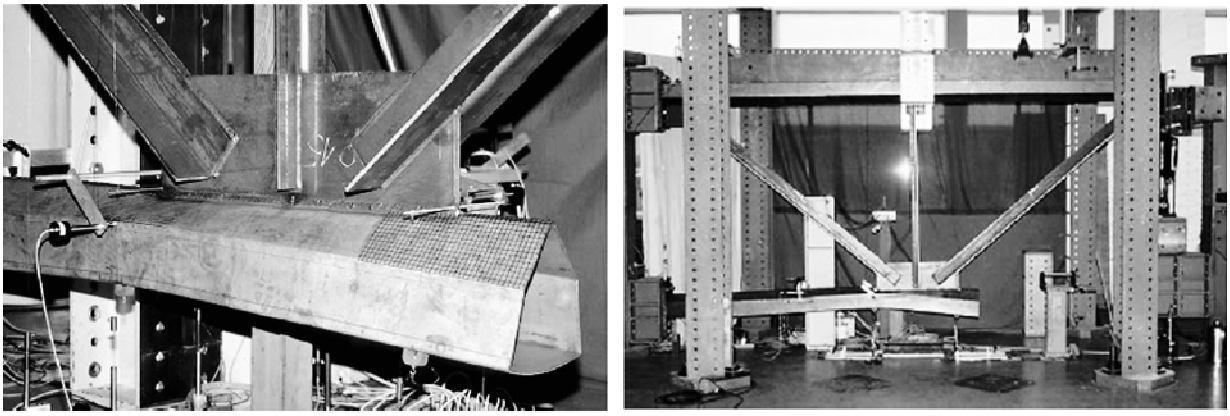
Podobne badania, dotyczące zastosowania kształtowników ceowych o pasach płaskich oraz z usztywnieniami na słupy ściskane osiowo, przedstawiono również w pracy [89].

Kształtowniki zamknięte gorącowalcowane oraz gięte na zimno ze szwem, z uwagi na korzystne parametry wytrzymałościowe, odporność na oddziaływania korozyjne

oraz estetykę wykonanych z nich konstrukcji, od wielu lat są przedmiotem licznych badań, również w zakresie optymalizacji przekrojów poprzecznych.

Zalety zastosowania kształtowników giętych na zimno o przekroju zamkniętym-pięciokątnym na pasy kratownic średnich i dużych rozpiętości, przy zastosowaniu blach węzłowych spawanych do pasów, przedstawiono w artykule [9]. Istotnym problemem tego rozwiązania były trudności związane z właściwym ujęciem w analizach konstrukcji deformacji pasów w bliskim obszarze węzłów (por. rys. 1.9).

a) b)



Rys. 1.9. Badania kratownicy z pasami o przekroju pięciokątnym: a) spawane połączenie pasa z krzyżulcami, b) forma zniszczenia elementu próbnego [9]

W pracy [32] przedstawiono z kolei badania ściskanych osiowo prętów o długościach 780 mm, o przekrojach w kształcie ośmio-, dwunasto- i szesnastoboku foremnego, o grubościach ścianek od 1,36 mm do 1,89 mm. Przekroje takie, wykonywane na drodze gięcia blach na zimno, wykorzystuje się przede wszystkim na konstrukcje wsporcze linii wysokiego napięcia, anten czy oświetlenia stadionów. Celem przedstawionych badań była obserwacja zjawiska lokalnej utraty stateczności płaskich ścianek elementu. Wyniki badań wykazały, że odporność elementów na lokalną utratę stateczności wzrasta wraz z liczbą ścianek przekroju. Autorzy badań zwrócili jednak uwagę, że wzrastającej liczbie ścianek przekrojów towarzyszą stosownie zwiększone koszty wytworzenia elementów.

Równocześnie z optymalizacją kształtu przekrojów zamkniętych stosowanych w elementach ściskanych, postępują badania nad zastosowaniami stali wysoko-wytrzymałościowych oraz o zwiększonej odporności na oddziaływania korozyjne. Przykładem stosownych działań w tym kierunku mogą być badania omówione w pracy [29], dotyczące ściskanych osiowo króćców o przekrojach zamkniętych prostokątnych, wykonanych ze stali 18Mn2CrMoBA, o nominalnej granicy plastyczności w zakresie 745 ÷ 800 MPa. Podobnie badania, dotyczące elementów o przekrojach z rur prostokątnych i kwadratowych, wykonanych ze stali nierdzewnej, przedstawiono w opracowaniu [40].

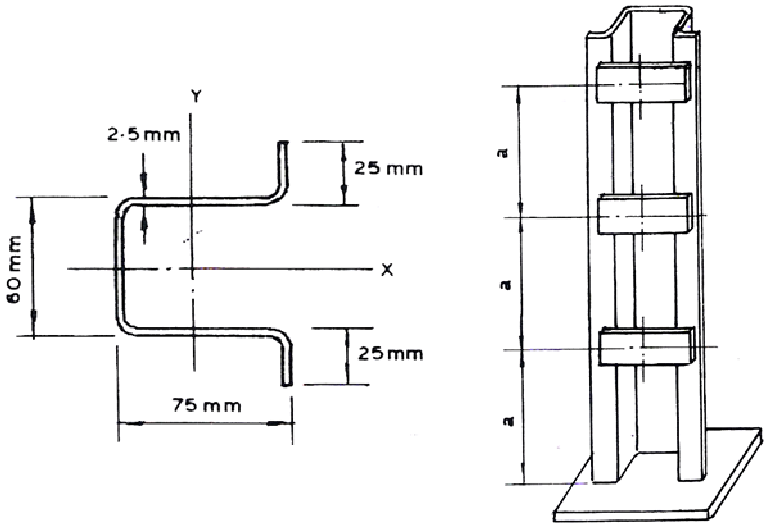
Powyżej przedstawiono sposoby poprawiania parametrów wytrzymałościowych elementów konstrukcyjnych poprzez wprowadzanie stosownych modyfikacji w zakresie kształtu przekroju poprzecznego lub charakterystyki zastosowanego materiału. Działania takie

ograniczają się jednak przede wszystkim do elementów konstrukcyjnych w obiektach nowoprojektowanych.

Sposobem efektywnego poprawiania nośności jednogałęziowych prętów ściskanych, zarówno w konstrukcjach nowoprojektowanych oraz istniejących, może być łączenie z nimi dodatkowych elementów wspomagających, wskazanych z uwagi na zminimalizowanie bądź zapobieganie występowaniu konkretnych form utraty stateczności elementu.

Autor pracy [82] przeprowadził teoretyczne i doświadczalne badania nad wpływem rozstawu i liczby przewiązek, na nośność wyboczeniową ściskanych osiowo i mimośrodowo prętów o przekrojach kapeluszowych (rys. 1.10).

a) b)



Rys. 1.10. Ściskane osiowo i mimośrodowo elementy cienkościenne: a) przekrój poprzeczny, b) widok ogólny [82]

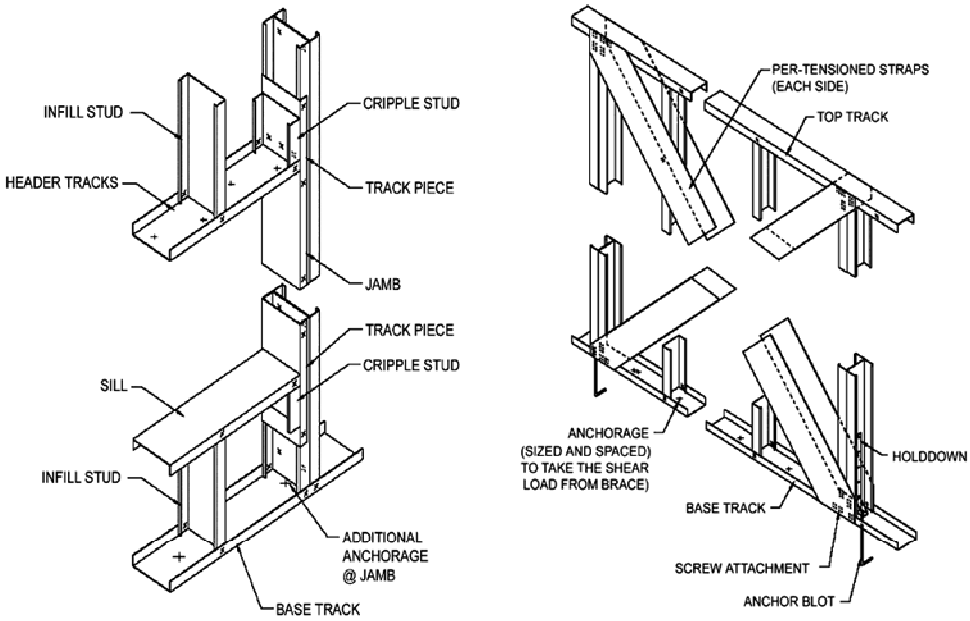
Przekroje kapeluszowe, z uwagi na korzystne parametry geometryczne i wytrzymałościowe, znajdują obecnie szerokie zastosowanie w konstrukcjach lekkich hal stalowych. W rozwiązaniach systemowych, dostarczanych przez firmę Llentab [110], kształtowniki te wykorzystywane są na pasy kratownic o rozpiętościach dochodzących do 30 m. W rozwiązaniach tych, krzyżulce wykonane z ceowników półzamkniętych „wchodzą" do wnętrza „kapelusza" i są z nim łączone, za pomocą łączników śrubowych. Uzyskano w ten sposób estetyczne i łatwe w montażu rozwiązanie węzła kratownicowego, bez blach węzłowych.

Dużym zaniedbaniem, w mniemaniu autora rozprawy, byłoby pominięcie w niniejszym przeglądzie badań związanych z zagadnieniem optymalnego projektowania przekrojów poprzecznych elementów giętych na zimno, dotyczących właściwego ujęcia w analizach numerycznych imperfekcji geometrycznych i strukturalnych, występujących w przekroju. Do prac o istotnym – zdaniem autora – znaczeniu w tym zakresie należy zaliczyć pozycje: [21], [64] i [95].

1.2.2. Kształtowanie prętów o przekrojach złożonych

Znaczący, w ostatnich kilkunastu latach, rozwój technologii systemów łączników mechanicznych, umożliwiających łatwe i szybkie wykonywania połączeń montażowych sprawił, że – unikane dotąd z uwagi na dużą pracochłonność – rozwiązania związane z łączeniem pojedynczych gałęzi w układy złożone stały się przedmiotem licznych badań doświadczalnych i teoretycznych.

a) b)



Rys. 1.11. Przykłady zastosowania prętów złożonych z kształtowników giętych w lekkich konstrukcjach szkieletowych budynków mieszkalnych [71]

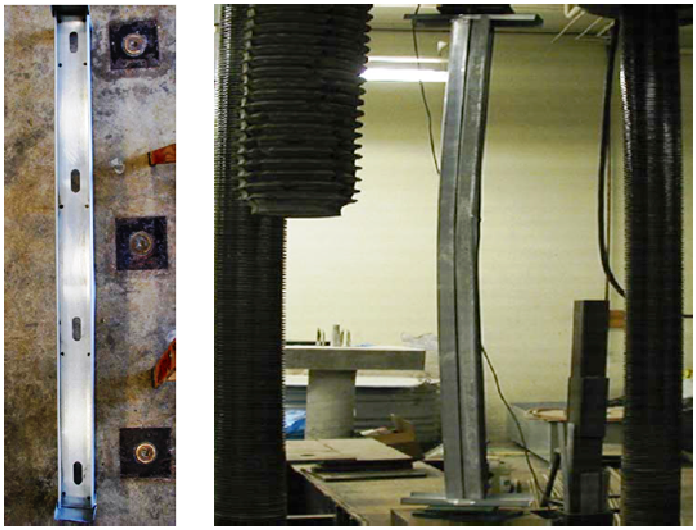
Wzmożone zainteresowanie stosowaniem prętów o przekrojach złożonych wiąże się niewątpliwie z intensywnym rozwojem – w Stanach Zjednoczonych – sektora budownictwa mieszkaniowego na bazie stalowych szkieletów, wykonanych w całości z cienkościennych kształtowników giętych na zimno (rys. 1.11). Dążenie do zminimalizowania niezbędnego do wzniesienia obiektu asortymentu kształtowników, było przyczynkiem do stosowania – tam gdzie to konieczne – elementów złożonych w postaci połączonych ze sobą kształtowników o tych samych przekrojach poprzecznych.

W pracy [71] opisano badania doświadczalne ściskanych osiowo prętów złożonych, wykonanych z dwóch kształtowników cienkościennych o przekroju ceowym półzamkniętym, połączonych wzajemnie środnikami, za pomocą wkrętów samowiercących w zróżnicowanych rozstawach na długości elementów, co 305, 610 i 914 mm (rys. 1.12). Celem badań była ocena nośności wyboczeniowej tego typu elementów złożonych bliskogałeziowych, powszechnie wykorzystywanych w obszarze budownictwa mieszkaniowego w USA.

Widoczne jest dążenie do maksymalnego uproszczenia konstrukcji badanych elementów i zminimalizowania pracy potrzebnej do ich wykonania. Uwagę zwraca przede wszystkim użycie do połączenia gałęzi wkrętów samowiercących, do tego w znaczących rozstawach.

Dominującą formą zniszczenia prętów złożonych było ich wyboczenie względem osi niemateriałowej, poprzedzone lokalnymi formami utraty stateczności ścianek ceowników na odcinkach między połączeniami.

a) b)



Rys. 1.12. Badania cienkościennych prętów złożonych: a) widok ogólny elementu próbnego, b) wyboczenie pręta ściskanego osiowo [71]

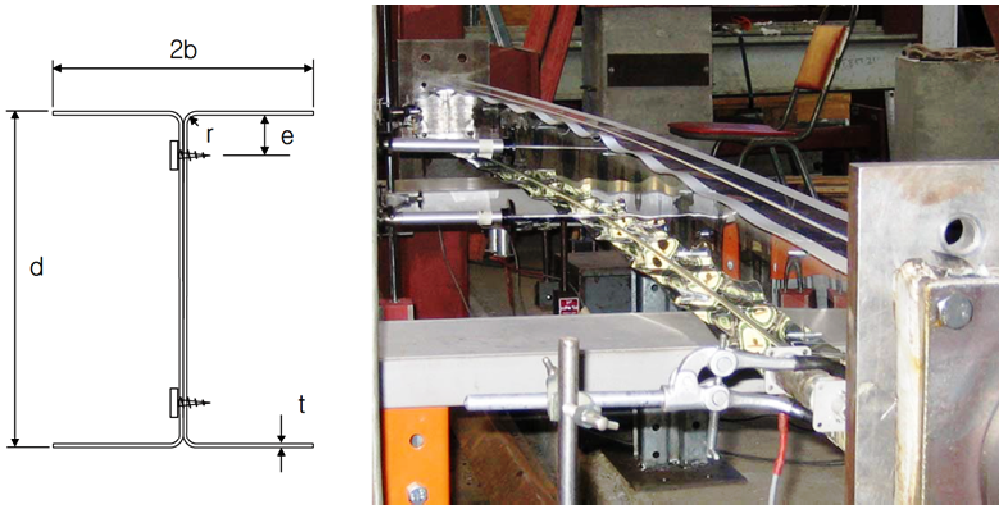
Pomimo prostoty rozwiązania, pozytywnie zaskakują otrzymane wyniki. Wykazano bowiem, że elementy próbne o grubościach ścianek przekroju 1,155 mm i 1,372 mm, osiągnęły nośność na ściskanie równą elementom złożonym z idealnie sztywnymi połączeniami gałęzi. Mniejsze nośności elementów próbnych o grubościach ścianek 0,841 mm i 0,88 mm, wynikały natomiast z podatności translacyjnej zakładkowych połączeń gałęzi.

Połączenie dwóch gałęzi o przekrojach otwartych w przekrój złożony bisymetryczny, skutkowało uzyskaniem porównywalnych sztywności elementu złożonego względem jego dwóch głównych osi bezwładności oraz wyłączeniem – charakterystycznej dla ściskanych osiowo elementów jednogałęziowych o przekrojach otwartych – skrętnej i giętno-skrętnej formy utraty stateczności ogólnej.

Podobne badania przedstawiono w pracy [4]. Autorzy obserwowali zachowanie się elementów ściskanych mimośrodowo, złożonych z dwóch giętych na zimno kształtowników o przekrojach ceowych, wykonanych ze stali nierdzewnych, połączonych środnikami, również za pomocą wkrętów samowiercących (rys. 1.13).

Badaniom poddano pręty o długościach od 500 mm do 3000 mm, przy zróżnicowanym rozstawie połączeń na długości prętów, dochodzącym maksymalnie do 500 mm. W przypadku wszystkich elementów próbnych obserwowano interakcję lokalnych i globalnych form utraty stateczności (por. rys. 113).

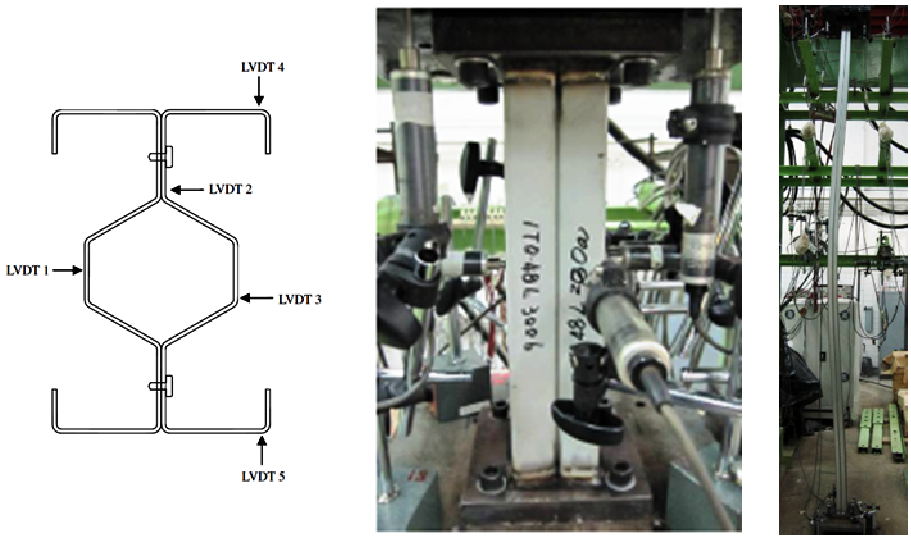
a) b)



Rys. 1.13. Ściskane mimośrodowo elementy złożone: a) przekrój poprzeczny, b) stanowisko badawcze i forma zniszczenia elementu o długości 3000 mm [4]

W pracy [96] przedstawiono natomiast próbę uzyskania optymalnego przekroju poprzecznego, poprzez połączenie środnikami dwóch gałęzi o przekroju sigma (rys. 1.14).

a) b) c)



Rys. 1.14. Ściskane osiowo pręty dwugałęziowe: a) przekrój poprzeczny, b) stanowisko badawcze elementu o długości 300 mm, c) Forma zniszczenia elementu o długości 3200 mm [96]

Kształtowniki te, o dużych walorach estetycznych i korzystnych parametrach wytrzymałościowych, do tej pory stosowane przede wszystkim jako drugorzędne elementy nośne – głównie jako płatwie dużych rozpiętości – wykorzystywane są coraz częściej do wykonywania elementów konstrukcji nośnych budynków. Walory użytkowe zastosowanych kształtowników dodatkowo podnosi fakt, że gałęzie wykonano z wysokowytrzymałościowej stali powlekanej warstwą cynku. Do połączenia gałęzi wykorzystano wkręty samogwintujące.

Optymalizacja w tym przypadku przeprowadzona została na dwóch płaszczyznach, tj.: na płaszczyźnie doboru przekroju poprzecznego pojedynczej gałęzi oraz konstrukcji elementu złożonego, poprzez istotne uproszczenie montażu gałęzi, który – jak można się spodziewać – prowadzony będzie na placu budowy. Wyniki badań wykazały, że dominującą formą zniszczenia ściskanych osiowo, obustronnie utwierdzonych elementów próbnych była interakcja lokalnej, dystorsyjnej i globalnej-giętnej formy wyboczenia.

Opracowanie skutecznego sposobu zapobiegania wystąpieniu niestateczności typu dystorsyjnego, było motywacją do badań elementów złożonych, przedstawionych w pracy [30]. Autorzy obserwowali zachowanie 12. zginanych i 8. osiowo ściskanych (w założeniu) elementów o przekrojach złożonych z dwóch cienkościennych, giętych na zimno kształtowników o przekrojach Z-owych (Z200 i Z250), połączonych za pomocą przekładki o przekroju zamkniętym (rys. 1.15). Elementy ściskane, o długości efektywnej 4500 mm, badane były dla trzech wariantów rozstawów przekładek, tj.: 1 m, 1,5 m i 2 m.

a) b)

Rys. 1.15. Badania prętów złożonych z dwóch gałęzi o przekroju zetowym: a) przekrój poprzeczny, b) typowa forma zniszczenia elementów próbnych [30]

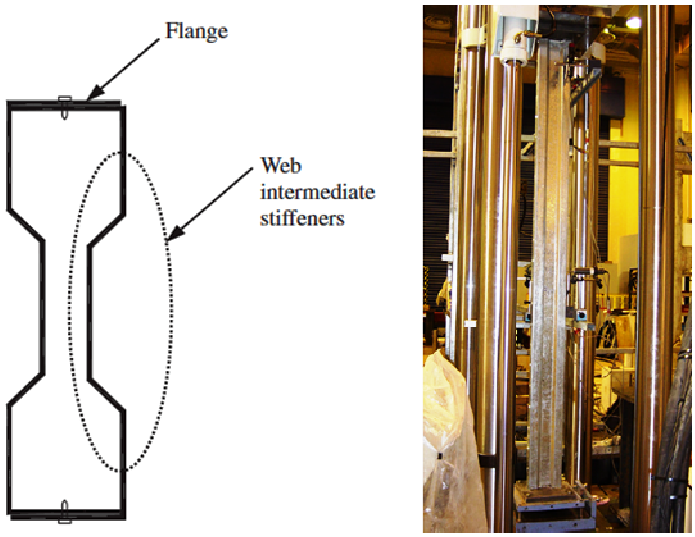
Jak się okazało, największy wpływ na uzyskane formy zniszczenia elementów próbnych, tj. wyboczenie giętno-skrętne oraz niestateczność typu dystorsyjnego – występujące zawsze tylko w jednym z kształtowników (por. rys. 1.15) – miały niezamierzone mimośrody w przyłożeniu obciążenia. Autorzy badań wskazali na możliwości zastosowania badanych rozwiązań w sektorach budownictwa mieszkaniowego, użyteczności publicznej oraz przemysłowym.

Od kilku lat trwają również prace na kolejnym froncie zastosowań cienkościennych elementów giętych na zimno, w tym również złożonych z połączeniami ścianek na łączniki mechaniczne, na elementy nośne w konstrukcjach narażonych na wpływy sejsmiczne [19].

W pracy [59] zaprezentowano możliwości zastosowania kształtowników giętych na zimno o przekrojach ceowych z usztywnionymi ściankami na elementy konstrukcyjne wielokondygnacyjnych budynków szkieletowych, zdolne do dyssypacji energii w trakcie trzęsienia ziemi.

W artykule [89] przedstawiono natomiast przykład możliwości ukształtowania przekroju złożonego z kształtowników o przekrojach poprzecznych ceowych, z usztywnionym środnikiem (rys. 1.16).

a) b)



Rys. 1.16. Elementy złożone o przekroju zamkniętym: a) przekrój poprzeczny, b) element próbny ściskany osiowo [89]

Przeprowadzono badania elementów złożonych z dwóch kształtowników sigma, o grubościach ścianek przekroju: 1,0, 1,5 i 1,9 mm i połączonych ze sobą w taki sposób, aby ukształtowały element złożony o przekroju zamkniętym. Zachodzące na siebie pasy przekrojów gałęzi, połączone zostały za pomocą wkrętów samogwintujących w rozstawie na długości elementu, co 100 mm. Utwierdzone obustronnie elementy próbne o zróżnicowanych długościach od 300 mm do 3000 mm, poddawane były ściskaniu osiowemu.

W rozważanym przypadku, wykonanie elementu o przekroju zamkniętym – w porównaniu do przedstawionych wcześniej rozwiązań o przekrojach otwartych – skutkowało większą sztywnością przekroju na skręcanie, dzięki czemu możliwe do wystąpienia były tylko giętne formy utraty stateczności ogólnej, dla elementów o dużej smukłości, oraz – z uwagi na połączenia zakładkowe pasów – większą odpornością przekroju na lokalne i dystorsyjne formy niestateczności – w elementach krępych.

Pomimo istotnych trudności technologicznych związanych ze spawaniem elementów giętych na zimno, powodujących, że w powszechnej świadomości środowisk naukowych i projektowych spawanie uchodzi na niepraktyczny sposób wykonywania połączeń montażowych w tego typu elementach [61], można znaleźć w literaturze przykłady zastosowania spawania do łączenia gałęzi elementów złożonych.

W pracy [56] przedstawiono badania ściskanych osiowo prętów o przekroju złożonym z dwóch giętych na zimno ceowników półzamkniętych, połączonych w przekrój skrzynkowy, za pomocą spoin odcinkowych. Inny przykład zastosowania spawania można znaleźć w opracowaniu [23], gdzie przedstawiono analizę numeryczną ściskanych osiowo elementów złożonych z czterech – również giętych na zimno – cienkościennych kątowników połączonych przewiązkami. Pomimo obecności tego typu rozwiązań w praktyce budowlanej,

należy jednak podkreślić ich małą liczbę, w stosunku do rozwiązań z zastosowaniem łączników mechanicznych.

Przedstawione powyżej przykłady kształtowania prętów złożonych z kształtowników o przekrojach otwartych, giętych na zimno, z wykorzystaniem łączników mechanicznych do wykonania połączeń gałęzi, wiązało się zwykle z możliwością przeprowadzenia szybkiego i efektywnego montażu na placu budowy.

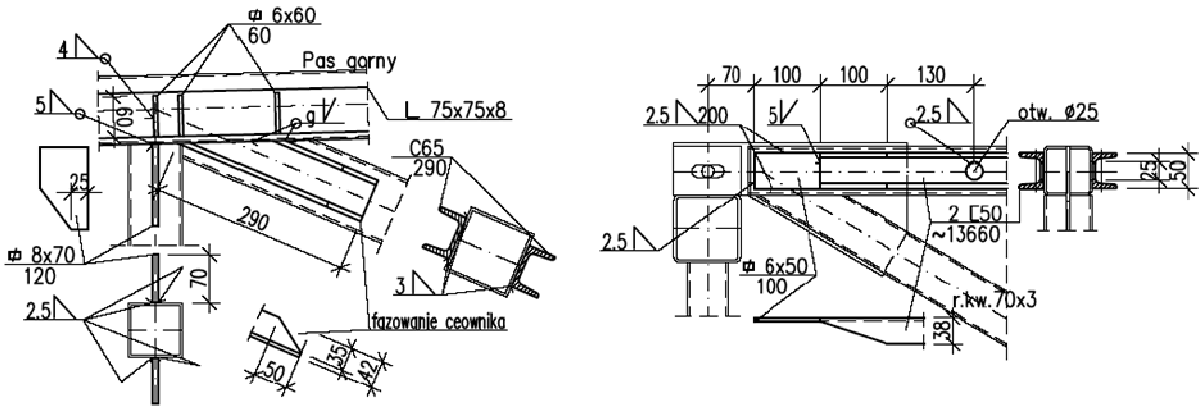
Z kolei dostępne w literaturze przykłady kształtowania prętów złożonych z gałęziami o przekrojach zamkniętych, ograniczają się przede wszystkim do wzmacniania konstrukcji istniejących, głównie przy zastosowaniu spawania. Przyczyną takiego stanu rzeczy, są bez wątpienia trudności technologiczne związane z wykonywaniem połączeń na łączniki mechaniczne w elementach rurowych.

W opracowaniu [97] opisano przyczyny awarii i sposoby naprawy stalowej konstrukcji nośnej dużego obiektu halowego. Awarii uległ główny dźwigar kratowy, na którym opierały się płatwie kratowe. Następstwem awarii dźwigara i jego załamania się było m.in. obniżenie linii podparcia płatwii kratowych, a w konsekwencji naruszenie geometrii płaszczyzny dachu.

W wyniku weryfikacji dokumentacji projektowej obiektu stwierdzono m.in.: trzykrotne przekroczenie nośności pasów górnych dźwigarów kratowych oraz 70%-owe przekroczenie nośności górnych pasów płatwii kratowych.

Autorzy zaproponowali sposoby naprawy konstrukcji. Na rysunku 1.17 pokazano zastosowane sposoby wzmocnienia. Jak widać, wzmocnienia pasów górnych dźwigarów głównych o przekrojach zamkniętych wykonano poprzez przyspawanie do ich pionowych ścianek kątowników walcowanych na gorąco. Wzmocnienia krzyżulców przypodporowych wykonano za pomocą przykładek z ceowników walcowanych na gorąco, przyspawanych w węźle i na części długości krzyżulców.

a) b)



Rys. 1.17. Zastosowane sposoby wzmocnienia: a) dźwigarów dachowych, b) płatwii kratowych [97]

Pasy górne płatwii kratowych (por. rys. 1.17b), wzmocniono za pomocą obustronnych przykładek z ceowników gorącowalcowanych, przyspawanych do pasów w węźle podporowym, za pomocą spoiny doczołowej oraz na długości pasa, za pomocą spoin

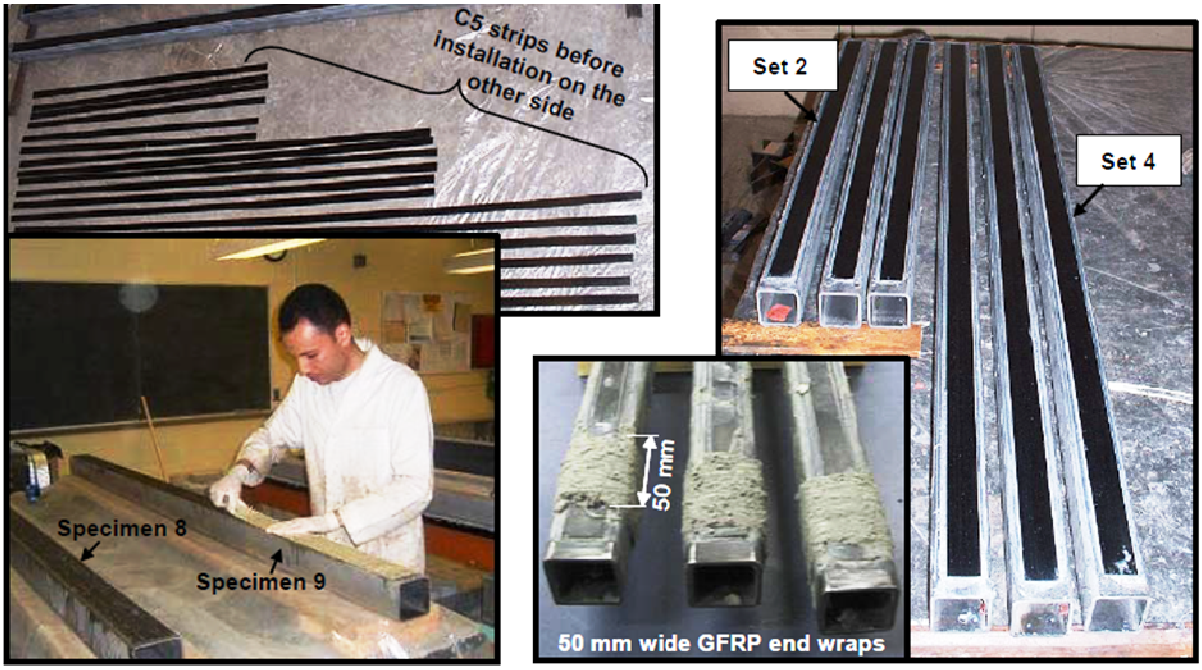
obwodowych wykonywanych w otworach o średnicy 25 mm, wykonanych w przykładkach ceowych.

Nietrudno sobie wyobrazić jak pracochłonnym i kosztownym zadaniem było wykonanie wzmocnienia przy użyciu spawania. Konieczność wzmacniania elementów o przekrojach zamkniętych wykluczała wykorzystanie standardowych łączników śrubowych do wykonania połączeń montażowych pasów górnych dźwigarów i płatwii kratowych z gałęziami wzmacniającymi.

Obecnie należy stwierdzić brak, zweryfikowanych na drodze badań doświadczalnych i teoretycznych, rozwiązań, które zapewniałyby możliwość wykonania szybkiego, skutecznego i niewymagającego dużych nakładów finansowych, wzmocnienia elementów o przekrojach zamkniętych przy użyciu łączników mechanicznych.

Wzmocnienia konstrukcji istniejących, w tym również stalowych, stanowią specjalną grupę zagadnień konstrukcji warstwowych [39], [42], [58], [76]. Warte uwagi w tym zakresie, są rozwiązania z zastosowaniem kompozytów FRP oraz CFRP („fiber-reinforced polimer" oraz „carbon fiber-reinforced polimer"), wykonanych na bazie polimerowej osnowy, wzmocnionej wytrzymałymi włóknami, wykazującymi właściwości niemal idealnej sprężystości [17].

Zagadnienia dotyczące wzmacniania ściskanych osiowo smukłych elementów stalowych o przekrojach zamkniętych kwadratowych, wzmocnionych arkuszami kompozytu CFRP, zostały szeroko omówione w pracy [66] (rys. 1.18).

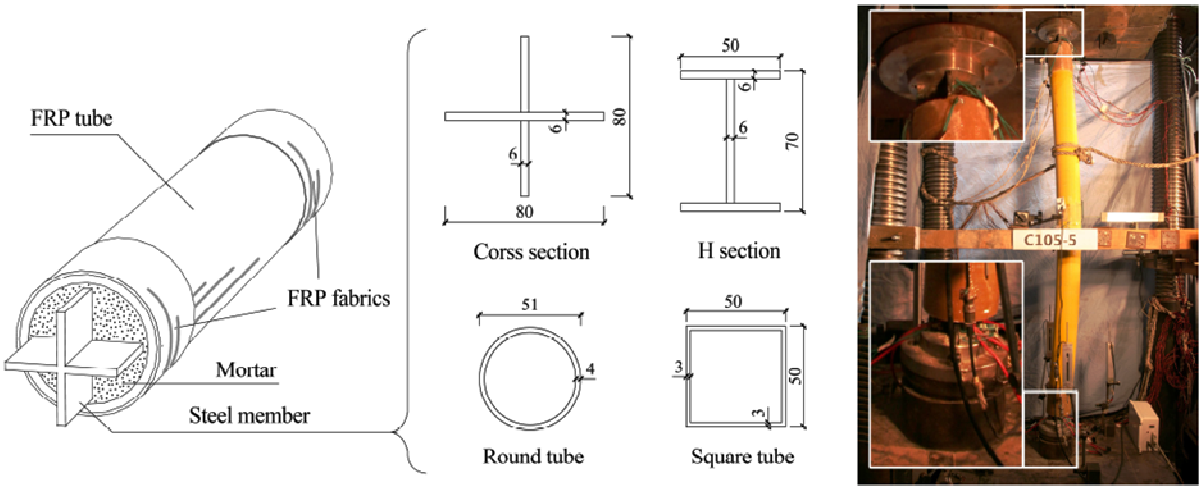


Rys. 1.18. Montaż kompozytów FRP do kształtowników stalowych [66]

Celem tych badań było określenie wpływu lokalizacji i liczby warstw kompozytów na nośność wzmacnianych elementów z uwagi na utratę stateczności lokalnej ścianek i ogólnej elementu. Dla wzmocnionych elementów uzyskano wzrost nośności wyboczeniowej nawet o 70%. Autor pracy [66] potwierdził wysoką skuteczność zastosowanych wzmocnień

w elementach o stosunkowo dużych wstępnych imperfekcjach kształtu, co ma istotne znaczenie w odniesieniu do wzmacniania elementów w konstrukcjach istniejących.

W pracy [26] opisano z kolei badania ściskanych osiowo elementów złożonych, których bisymetryczny stalowy trzon o zróżnicowanych przekrojach, m.in. zamkniętym okrągłym i kwadratowym (rys. 1.19), umieszczony został we wnętrzu rury, wykonanej z kompozytów FRP, wypełnionej zaprawą ekspansywną o wysokiej płynności. We wnioskach z badań stwierdzono, m.in. wyraźny wzrost nośności na wyboczenie wzmocnionych elementów, sięgający aż 215%.



Rys. 1.19. Badania prętów ściskanych, wzmacnianych za pomocą rury ukształtowanej z kompozytu FRP, wypełnionej zaprawą cementową [26]

Poważną wadą kompozytów FRP i CFRP jest ich bardzo wysoka cena, która ogranicza ich zastosowanie jedynie do wzmocnień o charakterze lokalnym [79]. Ponadto ważnym zagadnieniem, które wciąż nie doczekało się właściwego ujęcia jest przygotowanie powierzchni wzmacnianych elementów [79], tak aby zapewnić wymaganą wzajemną przyczepność warstw oraz skuteczność wykonanego wzmocnienia.

Ciekawe także wydają się rozwiązania polegające na wypełnianiu wnętrza stalowych kształtowników rurowych betonem, w zastosowaniach do poprawiania nośności ściskanych osiowo smukłych elementów konstrukcyjnych [3], [35], [36].

Z uwagi na znaczący stopień skomplikowania oraz wysokie koszty kształtowania prętów złożonych w układy dwóch lub więcej współpracujących ze sobą warstw wykonanych z różnych materiałów, przedstawione rozwiązania nie mogą być uznane za efektywne metody kształtowania lekkich konstrukcji stalowych.

Obszerny przegląd współczesnych osiągnięć w zakresie wykorzystania techniki klejenia w konstrukcjach metalowych przedstawiono w pracy [55].

1.2.3. Wybrane systemy wykonywania połączeń montażowych

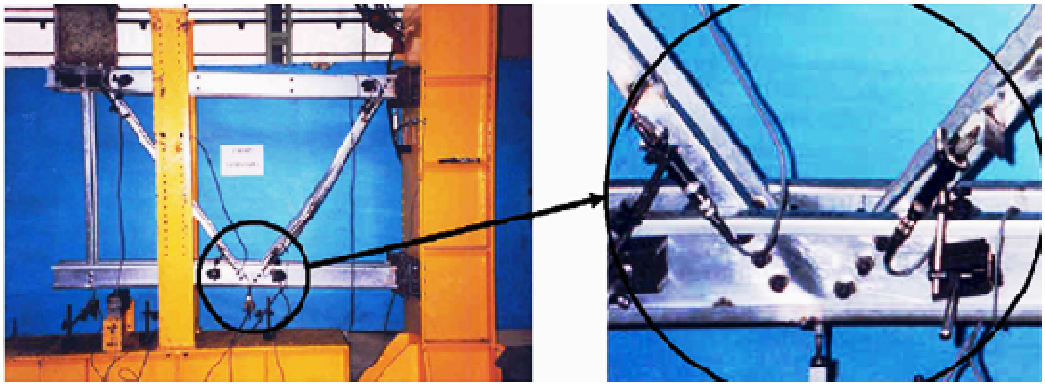
W p. 1.2.2 wskazano, że czynnikami, które powinny wyróżniać efektywny montaż gałęzi lekkich konstrukcji stalowych są przede wszystkim: łatwy i szybki proces instalacji łączników w połączeniach oraz niezawodność wykonanych złączy.

Właściwą ocenę poszczególnych rozwiązań, umożliwi przegląd stosowanych obecnie w obszarze lekkiego budownictwa stalowego, systemów umożliwiających wykonywanie połączeń montażowych, przy użyciu łączników mechanicznych.

1.2.3.1. Łączniki śrubowe

Do wykonywania połączeń w elementach prętowych o przekrojach otwartych najczęściej wykorzystywane są łączniki śrubowe, głównie z uwagi na ich dostępność i łatwą instalację w złączach.

W pracy [93] przedstawiono badania jednociętych połączeń zakładkowych na śruby, stosowanych w węzłach kratownic wykonanych w całości z kształtowników giętych na zimno, o przekrojach ceowych półzamkniętych (rys. 1.20). Celem badań było określenie sztywności połączeń krzyżulców z pasami, którą należało następnie ująć w obliczeniach statycznych konstrukcji.

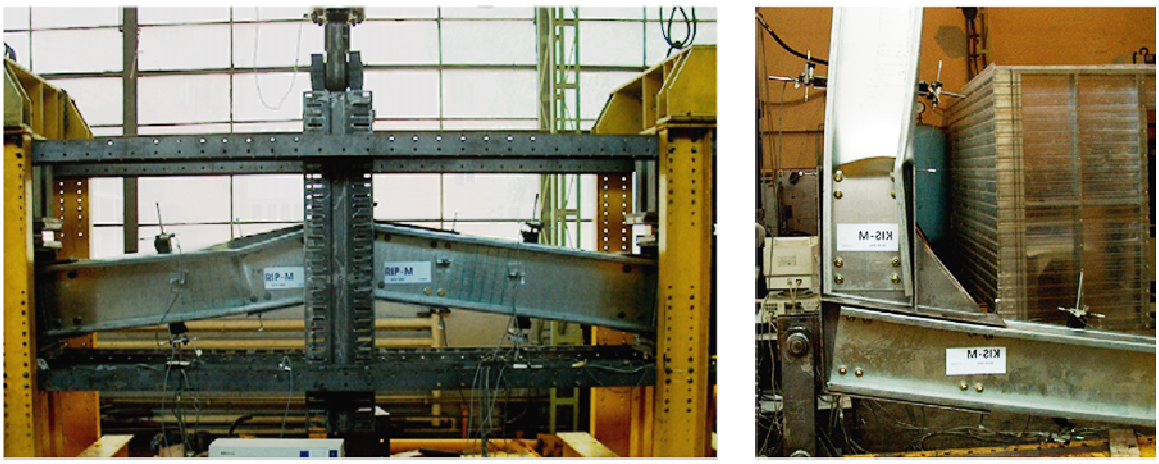


Rys. 1.20. Badania fragmentu kratownicy wykonanej z ceowników półzamkniętych, z połączeniami śrubowymi w węzłach [18]

Przebadano fragment kratownicy, wykonanej w skali 1:1, z połączeniami krzyżulców z pasami wykonanymi za pomocą 6-ciu śrub M12 klasy 8.8 (por. rys. 1.20). Wyniki badań wykazały znaczącą podatność obserwowanych połączeń. Autorzy potwierdzili jednak możliwość i celowość stosowania badanych połączeń śrubowych w konstrukcjach lekkich kratownic o dużych rozpiętościach, wykonanych w całości z kształtowników o przekrojach otwartych ceowych i montowanych z pojedynczych prętów na placu budowy.

W opracowaniach [18] i [20] przedstawiono z kolei badania nad możliwościami zastosowania lekkich, ramowych konstrukcji wykonanych z kształtowników profilowanych na zimno, na terenach aktywnych sejsmicznie (rys. 1.21).

W tym celu zbadano, m.in. węzły ram portalowych ze słupami i ryglami o przekrojach złożonych dwugałęziowych, wykonanych z profilowanych na zimno kształtowników ceowych-półzamkniętych C350/3.0, wykorzystywanych w systemowych rozwiązaniach budynków mieszkalnych, oferowanych przez firmę Lindab. Połączenia w narożach i kalenicy, wykonane były przy użyciu blach węzłowych, łączonych z prętami słupów i rygli, za pomocą śrub M20 klasy 6.6.



Rys. 1.21. Badania węzłów ram portalowych [18]

Pomimo, że przedstawione powyżej badania dotyczyły dwóch odmiennych systemów konstrukcyjnych, w obu przypadkach nośność i sztywność badanych złączy uzależniona była od odpowiedzi połączeń z uwagi na ich wytężenie przy docisku.

Obszerne badania dotyczące nośności na docisk połączeń śrubowych wykonanych w cienkich blachach oraz kątownikach i ceownikach profilowanych na zimno, zaprezentowano w pracy [47]. Celem tych badań było porównanie wyników badań doświadczalnych z zapisami norm amerykańskich, europejskich, a przede wszystkim normy brazylijskiej, w zakresie nośności obliczeniowych na docisk połączeń zakładkowych. Przebadano połączenia wykonane z płaskich blach o grubościach od 2 mm do 4,75 mm, dla różnych średnic łączników od 12,5 mm do 16 mm oraz zróżnicowanej liczby i rozmieszczenia łączników. Ponadto, badaniom poddano złącza wykonane w kątownikach i ceownikach, o grubościach ścianek od 1,5 mm do 3,75 mm. W przypadku złączy wykonanych w elementach profilowanych na zimno stwierdzono, że nośności doświadczalne były mniejsze od 10% do 30%, od nośności obliczeniowych na docisk, obliczonych wg ww. norm. Przykład ten wskazuje na potrzebę prowadzenia dalszych badań w zakresie nośności i sztywności połączeń w konstrukcjach z kształtowników giętych na zimno, z uwagi na decydujący w złączach docisk.

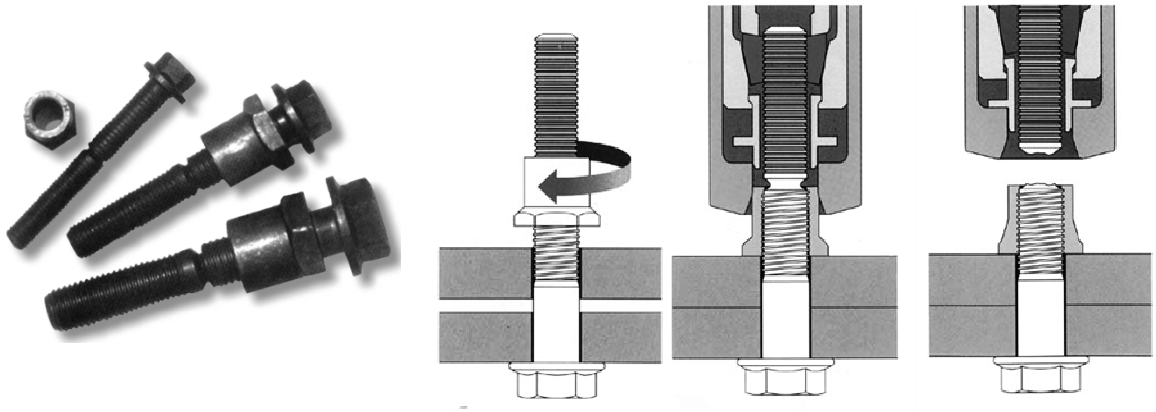
Z kolei w opracowaniu [1], przedstawiono badania połączeń śrubowych płaskich blach, wykonanych ze stali wysokowytrzymałościowej. Pomocą w tego rodzaju badaniach są modele numeryczne, pozwalające na obszerne analizy parametryczne połączeń, np. z uwagi na rodzaj i sposób obróbki łączonych materiałów [14], rozmieszczenie łączników [38] lub nietypowe warunki eksploatacyjne [88], bez konieczności prowadzenia długotrwałych i kosztownych badań doświadczalnych.

Z doświadczenia autora niniejszej pracy, wynikającego z udziału w Szóstej Międzynarodowej Konferencji „Thin Walled Structures”, która odbyła się w Rumunii w 2011 roku wynika, że zdecydowana większość badań połączeń na łączniki mechaniczne, wykonywana jest obecnie przy użyciu zaawansowanych modeli numerycznych, przy mocno ograniczonym froncie badań doświadczalnych.

Alternatywnym – dla standardowych łączników śrubowych – rozwiązaniem do wykonywania połączeń elementów stalowych o przekrojach otwartych są łączniki HUCK-FIT, produkowane przez firmę HUCK [100] (rys. 1.22).

Łączniki te mają budowę dwukomponentową, tj. składają się ze sworznia o sześciokątnej główce i gwintowanego na całej długości trzpienia z przewężeniem oraz pierścienia, który zakuwany jest na sworzniu w trakcie instalacji łącznika w połączeniu, za pomocą systemowego osadzaka. Według informacji dostarczonych przez producenta tych łączników [100], mogą one być alternatywą dla śrub sprężających o wysokiej wytrzymałości, klasy 10.9.

a) b)



Rys. 1.22. Łączniki typu HUCK-FIT: a) widok ogólny, b) proces instalacji w połączeniu [100]

Badania, których celem było określenie siły wstępnego sprężenia uzyskiwanego przy użyciu łączników HUCK-FIT w doczołowych połączeniach blach z wypukłościami lub wklęśnięciami przedstawiono w opracowaniu [50]. Wyniki tych badań potwierdziły, że przedmiotowe łączniki zapewniają realizację przewidywanego, wstępnego sprężenia połączeń dla imperfekcji o amplitudach w granicach tolerancji płaskości płyt, przewidywanych przez wytyczne europejskie [101]. Potwierdzono również przy tym, że proces instalacji łącznika w połączeniu, za pomocą systemowego osadzaka, zapewnia uzyskanie siły zaciskającej w złączu, porównywalnej do tej, osiąganej przy wstępnym sprężeniu śruby wysokiej wytrzymałości o tej samej średnicy i klasie wytrzymałości.

1.2.3.2. Wkręty samowiercące i samogwintujące

W przeciągu ostatnich kilkunastu lat, wkręty samowiercące i samogwintujące znalazły szerokie zastosowanie w odpowiedzialnych połączeniach konstrukcji nośnych, czego wyraz możemy znaleźć w stosownym ich ujęciu w obowiązującej normie krajowej [114] i wytycznych europejskich [104], jak również w omówionych już wcześniej pracach z zakresu kształtowania elementów złożonych (por. [4], [71], [96]). Warto przy tym zwrócić uwagę na wskazane już zastosowanie wkrętów do kształtowania elementów o przekrojach zamkniętych (por. [89]) oraz możliwości ich dalszego wykorzystania do kształtowania elementów wielogałęziowych z wykorzystaniem kształtowników rurowych.

Wysiłek badawczy w zakresie połączeń na wkręty skupia się przede wszystkim na określeniu ich nośności na ścinanie. Zestawienie i stosowny komentarz do poczynionych działań w tym zakresie, można znaleźć w raportach badawczych [57] i [98]. Przykładowo, w opracowaniu [98] podsumowano wyniki 1890 testów połączeń na wkręty.

Przytoczone w p. 1.2.2 prace, dotyczące zastosowania wkrętów samowiercących i samogwintujących do łączenia gałęzi prętów złożonych (por. [4], [71] i [96]), nie podają informacji o zachowaniu się łączników w połączeniach. Można jednak przypuszczać, że z uwagi na cienkie ścianki łączonych gałęzi, zniszczenie połączeń mogło by wystąpić na skutek wytężenia przy docisku lub wyrwania łącznika ze złącza albo przeciągnięcia główki wkręta przez ściankę przekroju gałęzi. Wyniki badań ujmujących dwie ostatnie formy zniszczenia, szczególnie istotne dla elementów o cienkich ściankach i stosunkowo rzadkim rozstawie połączeń, przedstawiono, m.in. w opracowaniach [27] i [49].

Wskazany już wcześniej trend do prowadzenia badań połączeń na bazie rozbudowanych modeli numerycznych, zauważalny jest również w obszarze połączeń na wkręty [25], [45], co jest naturalną konsekwencją coraz szerszego zasięgu ich zastosowań, wynikającego przede wszystkim z łatwego i szybkiego montażu konstrukcji przy ich użyciu.

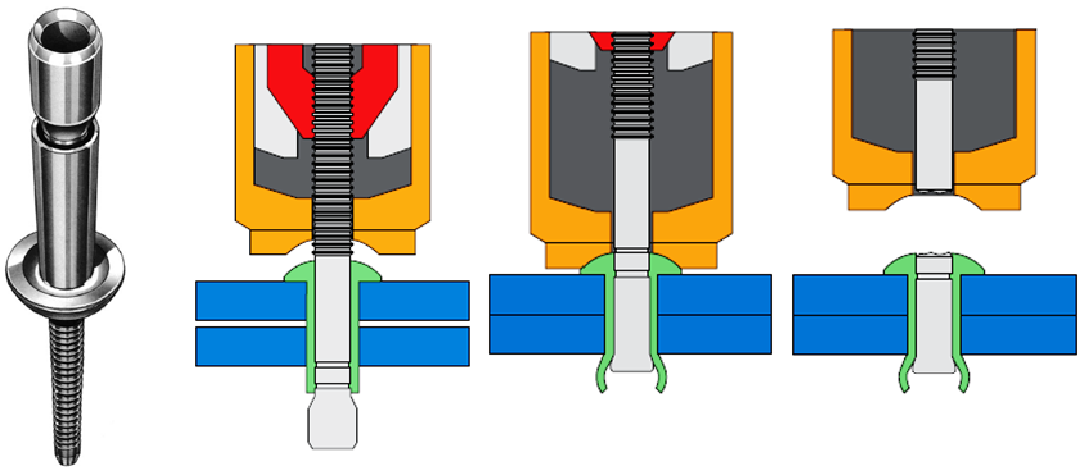
O roli, jaką obecnie przypisuje się połączeniom na te łączniki, mogą również świadczyć badania jednociętych połączeń zakładkowych, opisane w pracy [72].

1.2.3.3. Innowacyjne systemy łączników jednostronnych

Problem podatności konstrukcji z kształtowników cienkościennych, z zastosowaniem połączeń wykonanych przy użyciu wkrętów samogwintujących, a także śrub pasowanych i nitów typu MAGNA-LOK oraz sworzni jednostronnych BOM [100], poruszono w referacie [84].

Łączniki MAGNA-LOK określane są przez producenta jako nity o wysokich parametrach wytrzymałościowych, charakteryzujące się dużą odpornością na wibracje [100] (rys. 1.23).

a) b)



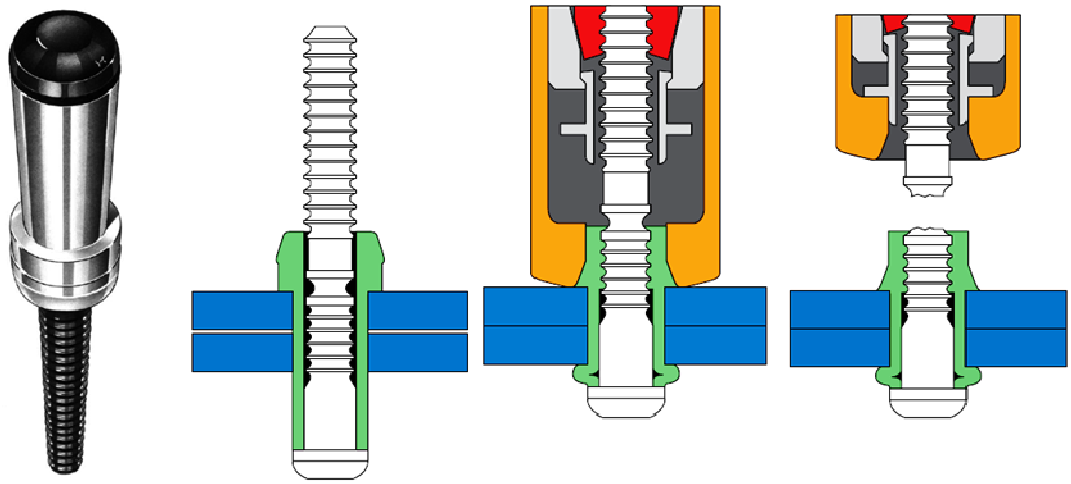
Rys. 1.23. Łącznik MAGNA-LOK: a) widok ogólny, b) proces instalacji w połączeniu [100]

Łączniki BOM będą omówione w dalszej części pracy. Autor opracowania [84], przeprowadził badania jednociętych połączeń zakładkowych, wykonanych w elementach próbnych, rozciąganych osiowo. Na podstawie otrzymanych wyników, m.in. dokonano oceny odkształceń trwałych towarzyszących nośnościom obliczeniowym na docisk poszczególnych łączników. Wartości tych odkształceń wynosiły odpowiednio: 0,42 mm – dla śrub pasowanych M6, od 0,44 mm do 0,8 mm – dla wkrętów samowiercących i samogwintujących o średnicy 6,3 mm, 0,2 mm – dla nitów MAGNA-LOK MGL P-R12-12 o średnicy 9,8 mm oraz 1,0 mm – dla łączników BOM-R12, o średnicy 9,6 mm. Wyniki badań doświadczalnych pozwoliły na analityczne ujęcie ścieżek równowagi połączeń i zastosowanie ich do analizy układów ramowych z węzłami podatnymi, wykonanych z giętych na zimno kształtowników o przekrojach zamkniętych i otwartych.

Poszukiwanie optymalnych sposobów łączenia elementów konstrukcyjnych z kształtowników profilowanych na zimno stało się również przyczynkiem do badań doświadczalnych i analitycznych jednociętych połączeń zakładkowych, wykonanych przy użyciu łączników jednostronnych typu BOM (ang. Blind Oversized Mechanical fastener) [100]. Łączniki te spełniają analogiczne funkcje co łączniki śrubowe i nitowe, jednak umożliwiają łączenie elementów z dostępem jednostronnym [107], [108].

Sworznie typu BOM to łączniki dwukomponentowe, składające się z rowkowanego poprzecznie trzpienia z przewężeniem oraz tulejki (rys. 1.24). Wykonane są ze stali zwykłej gatunku AISI 1038, według amerykańskiej normy SAE J 403 DEC. 88, pokrytej warstwą cynku, o grubości nie mniejszej niż 10 µm [108]. Pozwalają one na wykonywanie połączeń elementów o łącznej grubości ścianek w zakresie 2,3 ÷ 41 mm, w zależności od średnicy zastosowanego łącznika, tj. od Ø5 mm do Ø19 mm.

a) b)



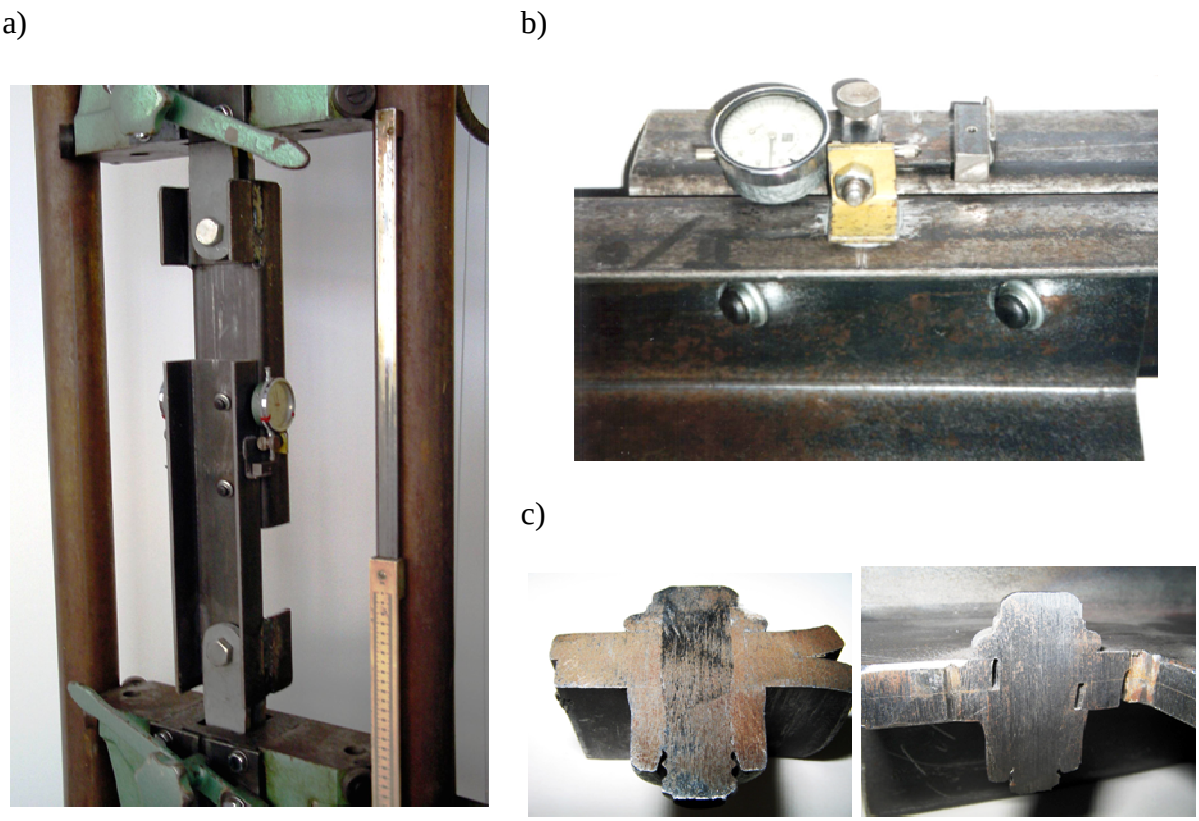
Rys. 1.24. Łącznik BOM: a) widok ogólny, b) proces instalacji w połączeniu [100]

Instalacja łączników BOM w połączeniu odbywa się przy użyciu systemowego osadzaka (por. rys. 1.24) [100]. W trakcie procesu osadzania, szczęki osadzaka zaciskają się na końcówce sworznia, a następnie ma miejsce tzw. zakucie tulejki na sworzniu i ściśnięcie

materiału tulejki, powodujące jej plastyczne formowanie się w tzw. główkę i pierścień. Proces plastycznego formowania się tulejki trwa do momentu zerwania końcówki trzpienia, w miejscu jego przewężenia. Osadzenie pojedynczego łącznika przebiega w ciągu kilku sekund, a obsługa osadzaka nie sprawia większych trudności, dzięki czemu, możliwy jest szybki i łatwy montaż konstrukcji, również na placu budowy.

Łączniki typu BOM od lat wykorzystywane były w przemyśle lotniczym i motoryzacyjnym, głównie z uwagi na ich dużą odporność na drgania i wspomniane zalety odnośnie dużej efektywności montażu. Z informacji uzyskanych od producenta łączników wynika, że sworznie BOM stosowane są obecnie na szeroką skalę również w połączeniach płaszczy wież wiatrowych.

Poprawna instalacja sworzni BOM, zapewnia uzyskanie w połączeniu wstępnego sprężenia [105]. W dotychczasowych aplikacjach, wielkość tego sprężenia wyznaczała akceptowany przez producenta zakres stosowania łączników BOM. Poślizg w złączu oznaczał kres nośności połączenia. Takie złącza wykonywane były przy użyciu dużej ilości łączników, co podnosiło koszty inwestycji. Zwykle jednak zwiększone koszty materiałowe były z naddatkiem bilansowane przez oszczędności związane szybkim i efektywnym montażem połączeń w konstrukcji.



Rys. 1.25. Badania połączeń zakładkowych z łącznikami BOM: a) element próbny rozciągany osiowo, b) forma zniszczenia badanego złącza, c) stan wypełnienia przez materiał tulejki sworzni otworów w łączonych ściankach, od lewej: przed i po badaniu [83]

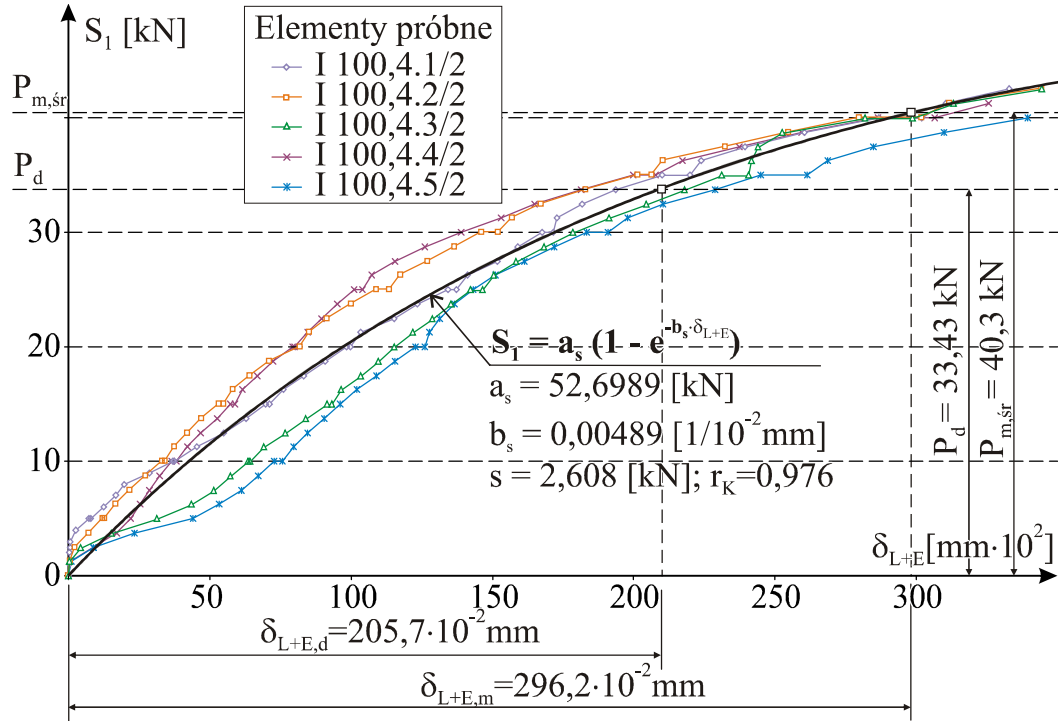
Poszukiwanie rozwiązań, które przy niewątpliwych plusach prezentowanej technologii, dodatkowo pozwoliłyby zredukować potrzebną liczbę łączników w połączeniach, umożliwiając szybkie i niewymagające dużych nakładów finansowych wykonywanie

połączeń w lekkich konstrukcjach stalowych, stało się początkiem programu badawczego nad nośnością i sztywnością jednociętych połączeń zakładkowych na łączniki typu BOM, prowadzonego na Wydziale Budownictwa Politechniki Śląskiej.

Jak dotąd, za najważniejsze opracowania dotyczące badania połączeń zakładkowych z łącznikami typu BOM, należy uznać prace [73] i [83].

Do wielu ważnych osiągnięć rozprawy [83] należy zaliczyć, m.in.: rozwiązanie analityczne w postaci układu równań opisujących zachowanie się dowolnego połączenia wielosworzniowego ścianek o różnych grubościach, obciążonego momentem zginającym i siłą ścinającą oraz wyznaczenie doświadczalne ścieżek równowagi statycznej, opisujących zachowanie się ścinanych, jednociętych połączeń zakładkowych z łącznikami typu BOM-R16.

Badania doświadczalne obejmowały elementy próbne o grubościach ścianek 4 mm i 5 mm ze stali St3S, w których do wykonania połączeń użyto sworzni, odpowiednio, BOM-R16-4 i BOM-R16-6. Typowy element próbny pokazano na rysunku 1.25a. Program badań zakładał realizację obciążenia połączeń siłą osiową rozciągającą, przykładaną w sposób cykliczny. Na rysunku 1.26 pokazano uzyskane z badań ścieżki równowagi statycznej (ŚRS) połączeń elementów o grubościach ścianek 4 mm, w postaci zależności między obciążeniem S_1 pojedynczego sworznia, a przemieszczeniem δ_{L+E}, tj. trwałym δ_L i sprężystym δ_E, zachodzącym między łączonymi ściankami w osi łącznika (por. również rys. 1.25b).



Rys. 1.26. Zależność *S*- δ_{L+E} przy łączeniu ścianek grubości 4,0 mm w 5-ciu elementach typu „I” [83]

Pracę łączników BOM w badanych połączeniach można podzielić na 4 zasadnicze fazy. W fazie I, w początkowym zakresie obciążenia połączeń, tj. kiedy siła $S_1 \leq 5$ kN, połączenia pracują w zakresie dużych sztywności początkowych, z uwagi na ich niewielkie wstępne sprężenie. Faza I wyznaczała zalecany przez producenta, dotychczasowy zakres aplikacji

połączeń na łączniki BOM. Kiedy obciążenie pojedynczego łącznika przekracza 5 kN, rozpoczyna się II faza pracy złącza, tj. faza stabilizacji położenia łączników w otworach. Faza ta zwykle charakteryzuje się zauważalnym spadkiem sztywności połączenia. Po wybraniu się luzów w złączu, następuje faza III, wyznaczająca początek dociskowej pracy połączeń. Wówczas obserwowany jest przyrost sztywności złącza oraz niemalże liniowy przebieg zależności S_1-δ_{L+E}. Początek fazy IV wyznacza zdecydowany przyrost odkształceń trwałych w złączu i zauważalne obniżenie jego sztywności. Ścieżka równowagi statycznej ma wówczas zdecydowanie charakter sprężysto-plastyczny. W fazie V, ma miejsce dalszy, znaczący przyrost odkształceń trwałych oraz dalsza degradacja sztywności połączenia, prowadząca do zniszczenia złącza.

Na rysunek 1.26 naniesiono również opracowaną na drodze statystycznej krzywą wynikową z 5-ciu badanych połączeń, w postaci funkcji wykładniczej oraz określone na podstawie wytycznych ECCS [103] nośności: charakterystyczną i obliczeniową badanych połączeń na docisk. Wartości tych nośności – w zestawieniu z dotychczasowym zakresem stosowania połączeń na łączniki BOM – ukazują niewykorzystany jak dotąd potencjał tych łączników, tkwiący w zakresie dociskowej pracy złączy. Analogiczne – do opisanych – badania doświadczalne i teoretyczne wykonał autor opracowania [73] z tym, że badaniom poddane były również elementy ocynkowane.

Przeprowadzone w ramach prac [73] i [83] badania doświadczalne i teoretyczne, dostarczyły ważnych informacji o zachowaniu się łącznika BOM w otworze, w przypadku gdy ścianka otworu doznaje uplastycznienia. Na rysunku 1.25c pokazano przekrój połączenia w elemencie obciążanym naprzemiennie, przed i po obciążeniu. Widoczne jest szczelne wypełnienie otworu przez materiał tulejki sworznia po instalacji łącznika w połączeniu i trwałe odkształcenia plastyczne ścianek otworu po zakończeniu badania. Szczelne wypełnienie otworu przez materiał spęczniałej tulejki łącznika, możliwe jest tylko przy odpowiednim dobraniu parametrów połączenia (por. [83]). Z informacji zasięgniętych u producenta łączników wynika, że efekt ten jak dotąd nie był przedmiotem badań, głównie z uwagi na dotychczasowe granice aplikacji przedmiotowych łączników.

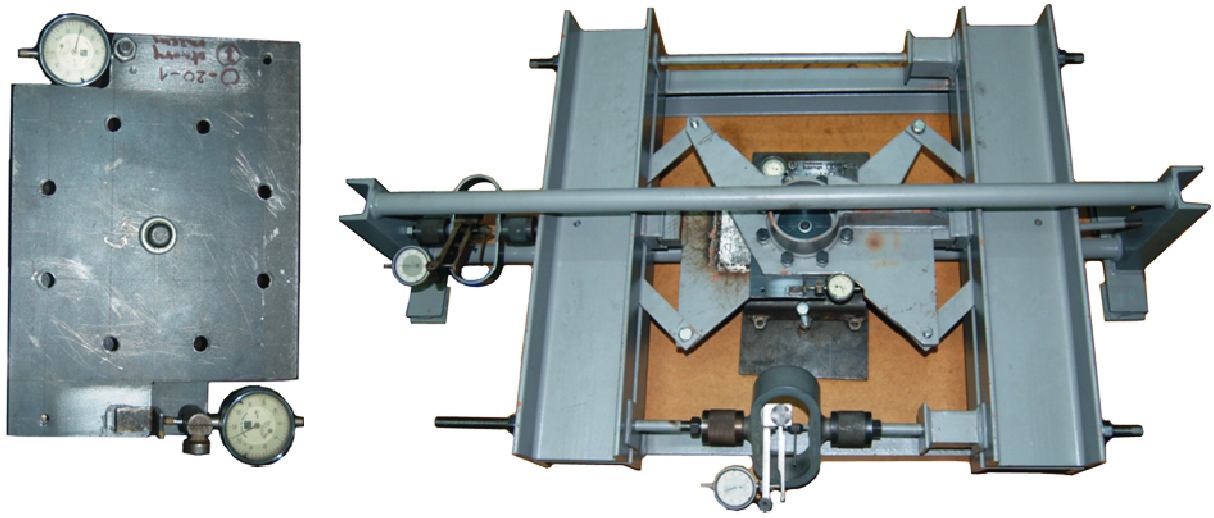
Wypełnienie otworu przez materiał tulejki sworznia nabiera jednak dużego znaczenia, kiedy połączenie pracuje głównie z uwagi na docisk uformowanej plastycznie pobocznicy tulejki do ścianek otworu. Właściwość ta decyduje o dużych możliwościach stosowania tego typu łączników w połączeniach elementów konstrukcji budowlanych, przede wszystkim wykonanych z kształtowników giętych na zimno, w tym cienkościennych, gdzie nośności i sztywności węzłów zdeterminowane są przeważnie przez docisk występujący w połączeniach.

W ramach opracowania [83] przebadano również jednocięte połączenia rozciągane, równocześnie rozciągane i zginane oraz zginane naprzemiennie.

Autor pracy [73] przeanalizował ponadto wpływ tzw. „tarcia" obrotowego na zachowanie się badanych połączeń. Tarcie obrotowe – cytując za [73] – to siła istniejąca w otoczeniu każdego sworznia w połączeniu jednocześnie zginanym i ścinanym, która przeciwstawia się

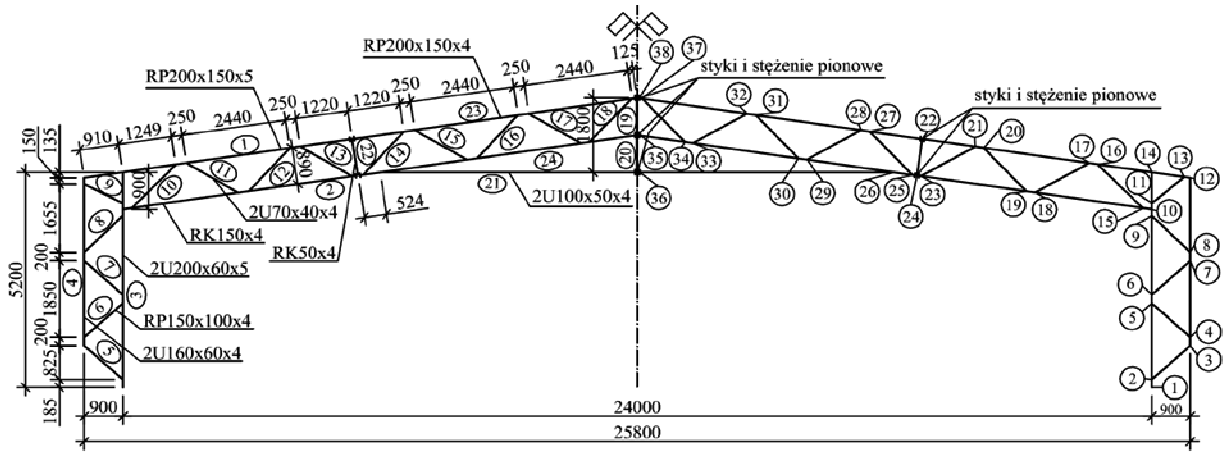
wzajemnemu obrotowi łączonych blach. Do zbadania problemu wykorzystano elementy próbne złożone z dwóch blach, w wariantach: ocynkowanych i nieocynkowanych, połączonych ze sobą za pomocą jednego sworznia BOM R-16-4 (rys. 1.27). Elementy próbne badane były na stanowisku badawczym, wymuszającym równoczesne wystąpienie w połączeniu siły ścinającej oraz momentu skrętnego (por. rys. 1.27). Wyniki badań wykazały istnienie oporu w postaci „tarcia" obrotowego w otoczeniu sworznia, zarówno w połączeniach ocynkowanych jak i nieocynkowanych.

a) b)



Rys. 1.27. Badanie tarcia obrotowego w połączeniu z pojedynczym łącznikiem BOM: a) element próbny, b) stanowisko badawcze [73]

Możliwości aplikacyjne opracowanej technologii wykonywania połączeń przedstawiono m.in. w pracach [74] i [75]. Autorzy poddali analizie konstrukcję lekkiej ramy z ryglem kratowym o rozpiętości 24 m, zaprojektowaną z ocynkowanych kształtowników giętych na zimno o przekrojach otwartych i zamkniętych, połączonych wzajemnie bez blach węzłowych, za pomocą łączników jednostronnych typu BOM R-16 (rys. 1.28).



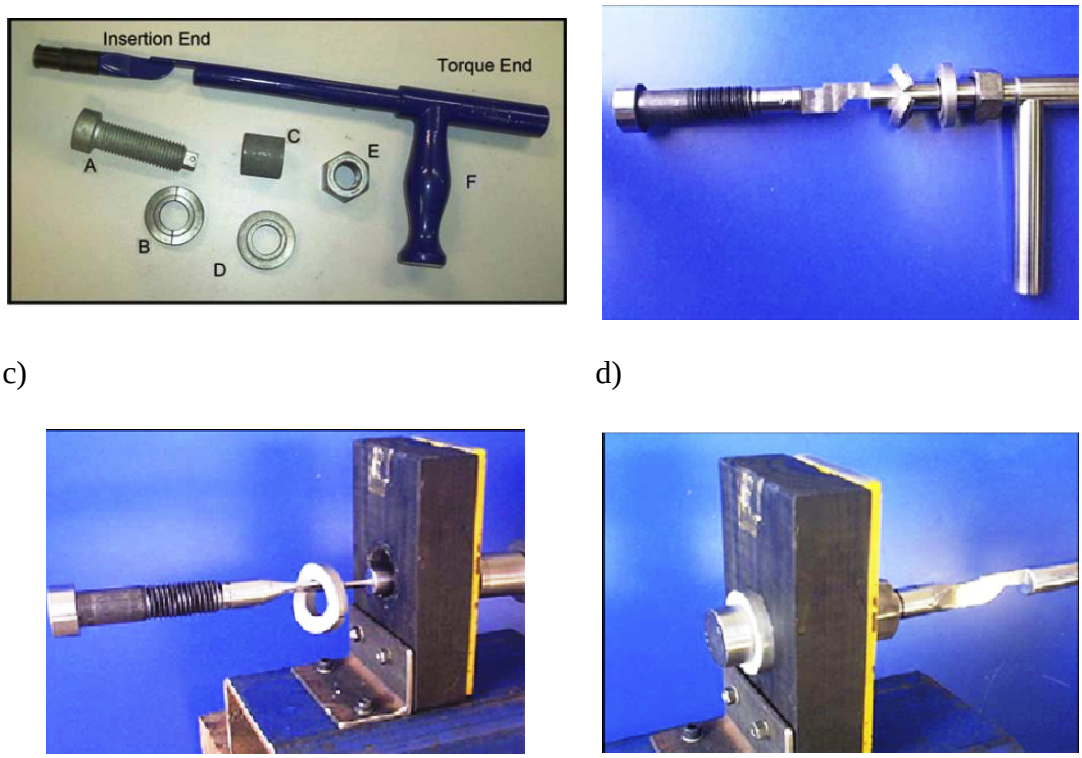
Rys. 1.28. Rama kratowa z połączeniami wykonanymi przy użyciu łączników BOM [74]

Warte podkreślenia jest, że na podstawie przeprowadzonych analiz, autorzy potwierdzili możliwość zastosowania metody składnikowej wg EC3 [116], do obliczania sztywności połączeń w rozważanych układach prętowych, co jest dużym uproszczeniem w stosunku do stosowanych dotychczas metod numerycznych. Postęp w zakresie aplikacji metody składnikowej wg EC3, do obliczeń połączeń podatnych z łącznikami typu BOM dokonał się także dzięki pracom [87] i [94].

W artykule [43] autorzy zmierzyli się z kolei z zagadnieniem nośności i sztywności połączenia słupa o przekroju rurowym-kwadratowym z belką dwuteową, przy użyciu nakładek teowych na pasach belki. Rozwiązania tego typu, z nakładkami na stopkach rygla lub/oraz przykładkami na środniku są powszechnie znane [12]. Autorzy opracowania [43] rozważali możliwość zastosowania opracowanego przez siebie rozwiązania w konstrukcjach nośnych budynków mieszkalnych.

Do wykonania połączeń autorzy użyli łączników jednostronnych AJAX ONESIDE (rys. 1.29).

a) b)



c) d)

Rys. 1.29. Proces instalacji łącznika AJAX ONESIDE w złączu [43] (opis w tekście)

Procedura instalacji łącznika w połączeniu z dostępem jednostronnym przebiega następująco (rys. 1.29a): najpierw komponenty łącznika mocowane są do ramienia narzędzia instalacyjnego (F) (por. rys. 1.29b), następnie główka łącznika (A) oraz złożona w pół podkładka wewnętrzna (B) wkładane są przez otwór do wnętrza rury (por. rys. 1.29c). Aby włożyć podkładkę wymagane jest wykonanie otworów powiększonych (dla łącznika o średnicy 16 mm wymagany jest otwór Ø24 mm). Dalej, ramię osadzaka (F) obraca się, aby umożliwić otwarcie się podkładki i cofa powodując zaparcie się podkładki i główki łącznika

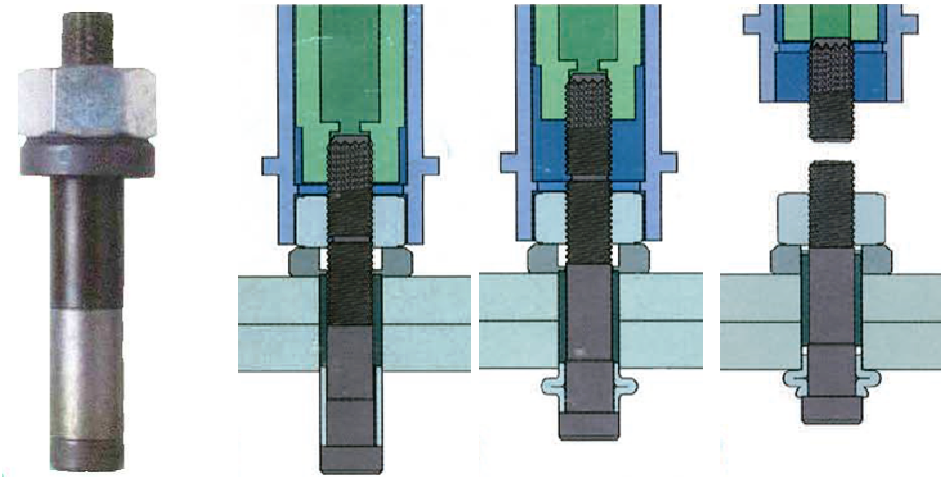
o wewnętrzną powierzchnię rury (por. rys. 1.29d). W kolejnym kroku należy umieścić pierścień (C) w otworze, podkładkę (D) na zewnętrznej ścianie rury i ręcznie dokręcić nakrętkę. Po demontażu ramienia osadzaka, ma miejsce dokręcenie nakrętki za pomocą powszechnie stosowanych narzędzi.

Autorzy badań skupili się na identyfikacji parametrów determinujących zarówno nośność jak i sztywność obciążonego momentem zginającym połączenia słupa o przekroju zamkniętym kwadratowym i belki dwuteowej. Zbadano trzy różne elementy próbne, odwzorowujące zachowanie się połączeń w strefach rozciąganych i ściskanych węzła. Na podstawie otrzymanych wyników, autorzy potwierdzili możliwość stosowania rozważanego systemu, jako alternatywnego do spawania, sposobu wykonywania połączeń.

Inne ciekawe badania przedstawiono w artykule [60], gdzie rozważano, m.in. możliwość aplikacji łączników jednostronnych ULTRA-TWIST produkcji HUCK [106], do wykonywania połączeń słupów kwadratowych z belkami dwuteowymi, za pośrednictwem blachy czołowej.

Łączniki ULTRA-TWIST składają się z sześciu komponentów, tj.: gwintowanego trzpienia, odkształcalnej tulei, pierścienia, dwóch podkładek oraz nakrętki (rys. 1.30). Instalacja łącznika w połączeniu odbywa się za pomocą systemowego osadzaka (por. rys. 1.30). Najpierw osadzak chwyta końcówkę trzpienia umieszczonego w otworze łącznika, a następnie poprzez dokręcanie trzpienia wokół jego osi, dochodzi do uplastycznienia tulei i uformowania się główki od strony niedostępnej. W dalszym etapie następuje dociśnięcie główki do powierzchni ścianki elementu i dalsze dokręcanie nakrętki, aż do zerwania trzpienia w miejscu jego przewężenia.

a) b)



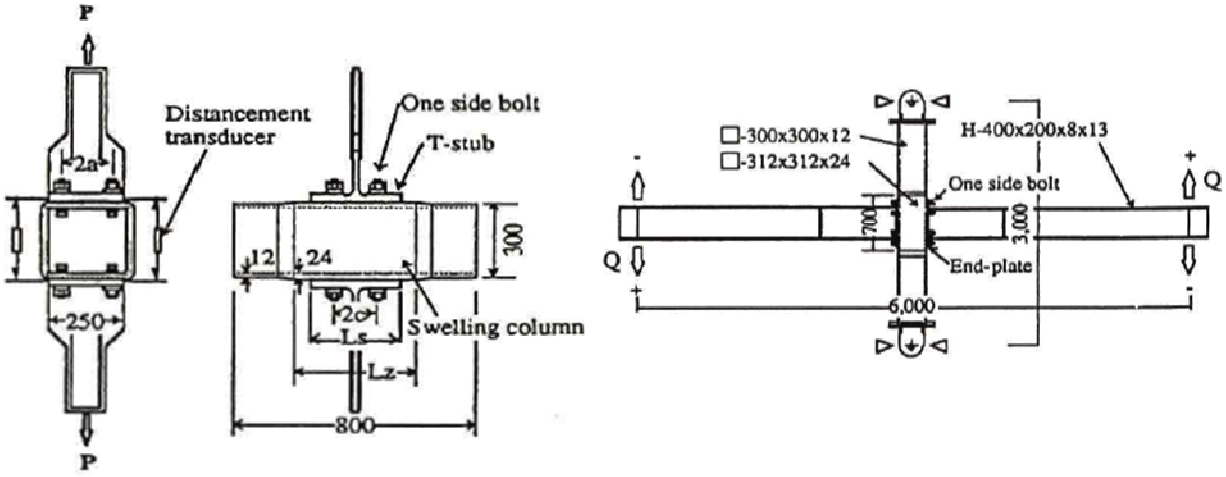
Rys. 1.30. Łącznik ULTRA-TWIST: a) widok ogólny, b) proces instalacji w połączeniu [106]

Autorzy pracy [60] przeprowadzili testy fragmentów węzłów, składających się z odcinka rury 300×300×12÷24 i dwóch króćców teowych, do których przykładane było obciążenie rozciągające lub ściskające, połączonych ze ściankami rury, za pomocą czterech łączników ULTRA-TWIST. Odcinek rurowy w obszarze połączenia został pogrubiony z 12 mm

do 24 mm (rys. 1.31). Pogrubienie to uzyskano metodą specjalnej obróbki plastycznej odcinka rury, po jej lokalnym nagrzaniu. Autorzy potwierdzili przewidywaną, wysoką skuteczność wykonanych połączeń, które mogą być skuteczną alternatywą dla złączy spawanych.

Inne badania łączników ULTRA-TWIST można znaleźć w opracowaniu [77], gdzie skupiono się na wyznaczeniu adekwatnych współczynników bezpieczeństwa przy określaniu nośności obliczeniowych tych łączników na rozciąganie.

a) b)

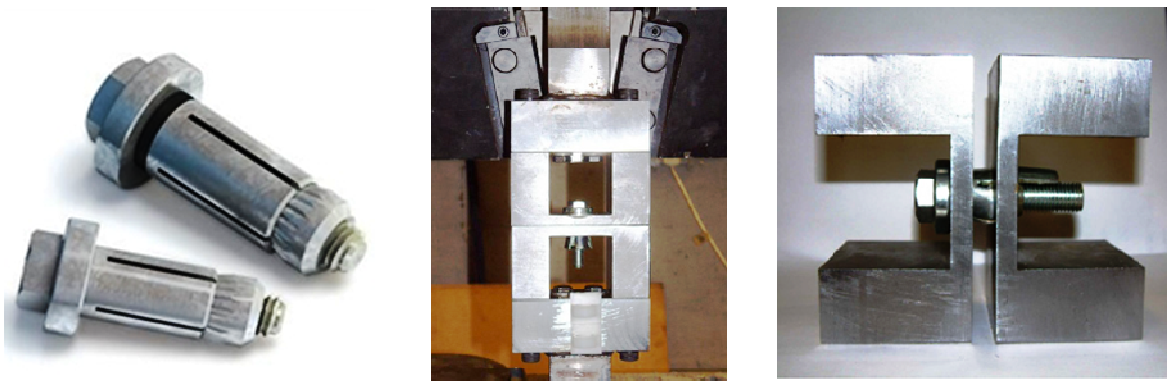


Rys. 1.31. Badania połączeń na łączniki ULTRA-TWIST: a) schemat węzła ściskanego i rozciąganego poprzecznie b) schemat elementu próbnego obciążanego w sposób cykliczny [60]

Kolejny system łączników jednostronnych, w zastosowaniu do wykonywania połączeń montażowych rygli o przekrojach dwuteowych ze słupami o przekrojach zamkniętych, przedstawiono w pracy [24].

Opisany tutaj system HOLLO-BOLT (rys. 1.32a), produkcji LINDAPTER [109], w przeciwieństwie do przedstawionych wcześniej rozwiązań, nie wymaga do instalacji łącznika w połączeniu specjalnych urządzeń montażowych.

a) b)



Rys. 1.32. Badania połączeń na łączniki HOLLO-BOLT: a) widok łączników [109], b) badania nośności łącznika na rozciąganie, od lewej: stanowisko badawcze i postać zniszczenia łącznika [24]

Łącznik ten składa się z gwintowanego trzpienia umieszczonego wewnątrz tulejki, która rozszerza się od strony końcówki trzpienia śruby podczas dokręcania łącznika. Średnice otworów, w których instalowane są przedmiotowe łączniki muszą być odpowiednio większe niż te, wymagane dla łączników śrubowych, np. Ø21 mm i Ø28 mm, odpowiednio dla łączników M12 i M16.

Badania rozpoczęto od próby rozciągania połączeń z rozważanymi łącznikami (por. rys. 1.32b). W trakcie badań stwierdzono, że wyczerpanie nośności połączeń miało miejsce przy znaczących – dochodzących do 9 mm dla łącznika M16 – deformacjach tulejki, prowadzących ostatecznie do jej pęknięcia (por. rys. 1.32b). Otrzymane wyniki wykorzystano następnie do właściwego zaprojektowania badań połączeń słupów o przekrojach zamkniętych kwadratowych i prostokątnych z ryglami dwuteowymi. Badaniom poddano elementy próbne z połączeniami doczołowymi z nakładkami z kątowników na pasach rygla, przy zastosowaniu przedmiotowych łączników jednostronnych (rys. 1.33).

Rys. 1.33. Formy zniszczenia połączeń rygle ze słupem, na łączniki HOLLO-BOLT [24]

Elementy próbne poddawane były obciążeniu monotonicznemu i cyklicznemu. Postacie zniszczenia elementów obciążonych monotonicznie pokazano na rysunku 1.33. W podsumowaniu autorzy stwierdzili, że z uwagi na niewielką sztywność badanych połączeń, ich zastosowanie powinno być ograniczone głównie do ustrojów stężonych lub w węzłach ram przechyłowych w drugorzędnych konstrukcjach nośnych.

Przedstawiony tutaj przegląd nowoczesnych systemów łączników mechanicznych warto uzupełnić o prace dotyczące łączników wstrzeliwanych [44] oraz prezentujące wysiłki w kierunku zwiększania nośności jednociętych połączeń zakładkowych na nity jednostronne [2].

Reasumując należy stwierdzić, że zdecydowana większość z przedstawionych powyżej systemów wykonywania połączeń montażowych, nosi znamiona rozwiązań innowacyjnych i efektywnych, co jest głównym wyznacznikiem ich dużej popularności. Na szczególną uwagę pod tym względem zasługują łączniki jednostronne, łączące w sobie szybkość i łatwość procesu wykonywania połączeń, które mogą być wykorzystywane w węzłach lekkich konstrukcji stalowych, wykonanych z kształtowników o przekrojach zamkniętych.

Obszerny przegląd systemów wykonywania połączeń montażowych przy użyciu łączników mechanicznych przedstawiono w pracy [33].

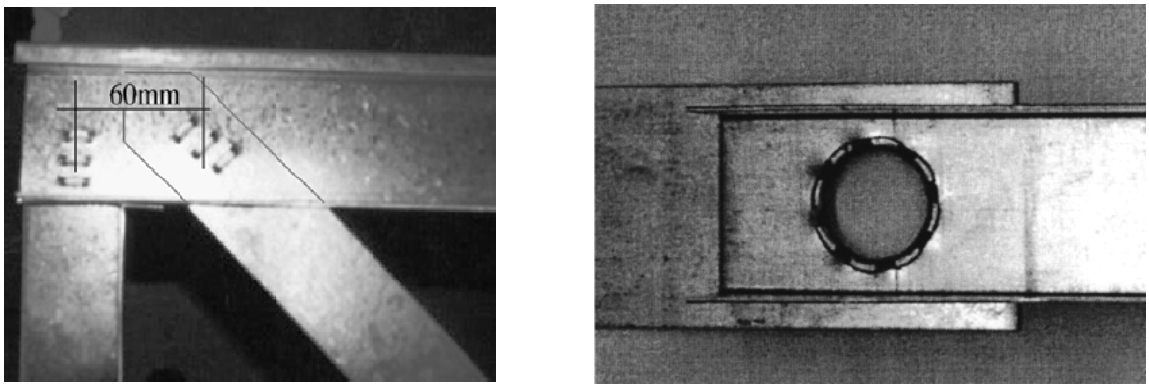
1.2.3.4. Inne systemy

Niniejszy przegląd warto uzupełnić o niestandardowe – zdaniem autora – metody wykonywania połączeń montażowych.

W pracach [16], [52] i [53], wykazano efektywność tzw. połączeń wciskowych, wykonywanych w cienkich blachach (rys. 1.34a), m.in. na podstawie doświadczalnych badań połączeń zakładkowych wykonanych w węzłach kratownicy.

Z kolei w opracowaniu [48] autorzy przedstawili badania złączy typu rozetowego (rys. 1.34b) oraz możliwości ich zastosowania w konstrukcjach węzłów lekkich kratownic wykonanych z kształtowników giętych.

a) b)



Rys. 1.34. Złącza typu : a) wciskowego [52], b) rozetowego [48]

Inna niestandardowa technika wykonywania połączeń montażowych o nazwie FLOWDRILL, opisana w opracowaniu [11], polega na nawiercaniu otworu w łączonych ściankach, za pomocą wiertła z nawęglanej stali, które obracając się z dużą prędkością wytwarza w otoczeniu otworu pole wysokiej temperatury, wskutek czego powstaje kołnierz, który po nagwintowaniu pozwala na użycie standardowych łączników śrubowych.

1.2.4. Podsumowanie

Sposoby racjonalnego kształtowania prętów ściskanych osiowo w konstrukcjach lekkich obiektów stalowych, wiążą się przede wszystkim z poszukiwaniem optymalnego przekroju poprzecznego pojedynczej gałęzi oraz z wykonywaniem prętów o przekrojach złożonych, z montażowymi połączeniami gałęzi.

Stosunkowo łatwy proces wytwarzania kształtowników giętych na zimno z blach, sprzyja powstawaniu przekrojów poprzecznych o urozmaiconych kształtach, coraz lepiej dopasowanych do specyficznych warunków obciążenia konstrukcji. Jednak często okazuje się, że znacznemu obniżeniu zużycia stali nie towarzyszy równocześnie, proporcjonalne obniżenie kosztów wykonania konstrukcji. Nadmierne dążenie do obniżenia wykorzystania

materiału w poszczególnych prętach, może zatem rozmijać się z kryteriami właściwymi dla optymalnego projektowania prętów konstrukcji [10].

Z uwagi na dużą popularność połączeń montażowych wykonywanych w węzłach konstrukcji, za pomocą standardowych łączników śrubowych, optymalizacji kształtu podlegają przede wszystkim elementy o przekrojach monosymetrycznych otwartych.

Paradoksalnie, w związku z wspomnianą popularnością łączników śrubowych oraz z uwagi na brak możliwości ich stosowania w złączach z dostępem jednostronnym, wykorzystanie kształtowników o – optymalnych pod wieloma względami – przekrojach zamkniętych w segmencie lekkich konstrukcji stalowych, z łatwym i szybkim montażem na placu budowy, należy ocenić jako marginalne.

Na zmianę takiego niekorzystnego stanu rzeczy może mieć wpływ upowszechnienie wśród projektantów i konstruktorów, innowacyjnych systemów łączników jednostronnych, pozwalających na łączenie kształtowników rurowych z elementami o przekrojach otwartych.

Skutecznym sposobem poprawiania nośności ściskanych osiowo elementów konstrukcyjnych w obiektach nowoprojektowanych oraz istniejących jest również kształtowanie elementów o przekrojach złożonych bliskogałęziowych. Wzmożona w ostatnich latach popularność konstrukcji złożonych w obszarze budownictwa lekkich obiektów stalowych, związana jest z dynamicznym rozwojem innowacyjnych systemów łączników mechanicznych, które pozwalają na łatwe i szybkie wykonywanie połączeń gałęzi na placu budowy.

Potencjał wynikający z możliwości zastosowania do wykonywania na placu budowy połączeń za pomocą nowoczesnych systemów łączników jednostronnych, można wykorzystać do opracowania systemu konstrukcyjnego, który pozwala racjonalnie kształtować prętowe elementy złożone, zarówno w obiektach nowoprojektowanych, jak i istniejących. System taki powinien łączyć korzyści wynikające, zarówno z projektowania elementów konstrukcyjnych z kształtowników o przekrojach zamkniętych, jak również z szybkiego, łatwego i efektywnego montażu konstrukcji na placu budowy.

ROZDZIAŁ 2

CEL I ZAKRES PRACY

2.1. Cel pracy

Celem pracy jest teoretyczne opisanie zachowania się złożonego elementu bliskogałęziowego, o trzech wzajemnie ze sobą współpracujących gałęziach, obciążonego osiowo siłą ściskającą.

Współpracę trzech gałęzi mają zapewniać podatne połączenia zakładkowe przylegających do siebie ścianek kształtowników, wykonane na długości elementu złożonego za pomocą sworzni jednostronnych typu BOM [100].

Do opisania zachowania się konstrukcji pręta złożonego, z uwzględnieniem imperfekcji geometrycznych i technologicznych, zostanie wykorzystany, opracowany do tego celu, model analityczny.

Wyniki badań teoretycznych złożonych elementów trójgałęziowych, należy zweryfikować na drodze doświadczalnej, badając dwa różniące się pod względem konstrukcyjnym elementy próbne, najpierw krępe, a następnie smukłe.

Poznanie zachowania ściskanych osiowo prętów złożonych z podatnymi połączeniami gałęzi, powinno stanowić podstawy do racjonalnego pod względem konstrukcyjnym oraz ekonomicznego, z uwagi na ciężar konstrukcji, projektowania elementów prętowych, przykładowo w kratowych układach ramowych, w całości wykonanych z kształtowników giętych na zimno z blach, o przekrojach zamkniętych prostokątnych lub kwadratowych i otwartych ceowych.

Niewspółśrodkowe połączenia w węzłach, prętów skratowania z pasami, pozwolą uniknąć blach węzłowych, a zastosowanie jednostronnych łączników mechanicznych BOM, zapewni szybki i sprawny montaż lekkich kratowych konstrukcji ramowych na placu budowy. Łatwy będzie transport pojedynczych elementów wysyłkowych, ocynkowanych, z nawierconymi uprzednio otworami.

2.2. Zakres pracy

Zakres pracy, przewidziany do realizacji postawionego celu, obejmuje:

- studia literaturowe nad metodami analizy i sposobami kształtowania prętowych elementów ściskanych osiowo (jednogałęziowych i złożonych), jak też elementów równocześnie ściskanych i zginanych, zwłaszcza wykonanych z kształtowników giętych na zimno z blach;
- badania teoretyczne i doświadczalne ściskanych osiowo krępych prętów trójgałęziowych, z pominięciem efektów utraty stateczności ogólnej, w tym:

  - opracowanie modelu analitycznego pozwalającego na ocenę stopnia współpracy dwu zewnętrznych gałęzi o przekroju ceowym, poddanych osiowemu ściskaniu, połączonych na długości z prętem środkowym (wspomagającym) o przekroju rurowym, za pomocą sworzni BOM,
  - wykonanie badań doświadczalnych trzech elementów próbnych,
  - porównanie wyników badań doświadczalnych z rezultatami rozwiązania analitycznego;
- badania teoretyczne i doświadczalne ściskanych osiowo smukłych prętów złożonych trójgałęziowych, z uwzględnieniem możliwości utraty stateczności ogólnej elementów, w tym:
  - opracowanie – z wykorzystaniem wyników otrzymanych dla elementów krępych – modelu analitycznego pozwalającego dokonać oceny nośności wyboczeniowej elementu bliskogałęziowego, złożonego ze ściskanego osiowo pręta głównego o przekroju zamkniętym prostokątnym, połączonego na długości z dwoma gałęziami zewnętrznymi o przekroju otwartym ceowym, za pomocą łączników BOM,
  - przeprowadzenie badań doświadczalnych minimum pięciu elementów próbnych,
  - zdefiniowanie obliczeniowego kryterium nośności granicznej badanych elementów,
  - porównanie wyników badań doświadczalnych z rezultatami rozwiązania analitycznego;
- przedstawienie propozycji dotyczących sposobu analizy i projektowania prętów złożonych bliskogałęziowych, z podatnymi połączeniami gałęzi.

ROZDZIAŁ 3

BADANIA ELEMENTÓW ZŁOŻONYCH KRĘPYCH

3.1. Cel badań

Celem badań było ustalenie funkcji rozdziału siły osiowej w pręcie złożonym bliskogałęziowym ściskanym osiowo na trzy gałęzie, tj. na dwa pasy zewnętrzne stanowiące pręt główny oraz środkową gałąź wspomagającą, spełniającą zarazem rolę ciągłej przewiązki, wiążącej gałęzie zewnętrzne.

Należało równocześnie ocenić wpływ podatności jednociętych zakładkowych połączeń ścianek gałęzi, wykonanych przy użyciu łączników BOM na stopień współpracy 3-ch gałęzi pręta złożonego w przenoszeniu obciążenia osiowego, z pominięciem efektu utraty stateczności ogólnej elementu.

Wyniki Przeprowadzonych badań doświadczalnych pozwoliły zweryfikować wcześniej opracowany model obliczeniowy, opisujący zachowanie się złożonego elementu 3-gałęziowego.

3.2. Dobór parametrów elementów próbnych

Zaplanowano, że badania doświadczalne ściskanych osiowo prętów złożonych krępych, przeprowadzone zostaną na maszynie wytrzymałościowej o napędzie hydraulicznym, pozwalającej na uzyskanie obciążenia siłą ściskającą do 1000 kN, przy dopuszczalnej długości elementów próbnych: 3200 mm.

W celu ustalenia rozdziału całkowitej siły osiowej, przyłożonej do pręta głównego w węźle podporowym i przekazującej się dalej na gałęzie wspomagające (por. p. 1.1) za pośrednictwem jednociętych sworzniowych połączeń ścianek kształtowników, elementy próbne należało zaprojektować w taki sposób, aby wykluczyć wystąpienie w trakcie badań czynników, które mogłyby ujemnie wpłynąć na otrzymane wyniki.

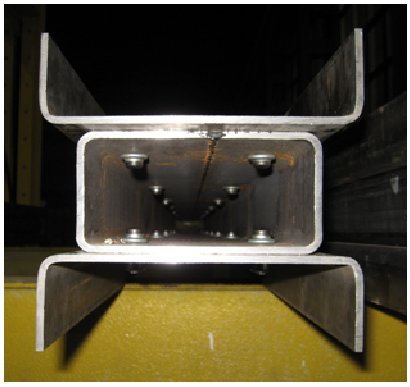
Toteż parametry geometryczne i materiałowe przekrojów pręta głównego i gałęzi wspomagającej oraz liczbę i charakterystyki połączeń gałęzi dobrano w taki sposób, aby wykluczyć możliwość utraty stateczności ogólnej elementów, jak również wystąpienie lokalnych form niestateczności ścianek przekrojów gałęzi.

Założono przy tym, że w modelu analitycznym, opisującym zachowanie się rozważanych prętów złożonych, wykorzystane zostaną ścieżki równowagi statycznej połączeń, wyznaczone na podstawie wcześniejszych badań doświadczalnych złączy jednociętych wykonanych w elementach giętych na zimno o grubościach ścianek przekroju 4 mm lub 5 mm, przy użyciu łączników typu BOM (por. p. 1.2.3.3). Przekroje gałęzi należało zatem wybrać z asortymentu

kształtowników profilowanych na zimno o grubościach ścianek także równych 4 mm lub 5 mm.

Starano się uzyskać możliwie duże obciążenie elementów próbnych siłą ściskającą, przy towarzyszącym takim wytężeniu łączników w połączeniach, aby otrzymane podczas badań zależności między siłami tnącymi występującymi w złączach gałęzi a przemieszczeniami zachodzącymi między łączonymi ściankami miały charakter nieliniowy (por. rys. 1.26).

W wyniku wstępnych obliczeń, przekrój pręta głównego zaprojektowano jako złożony z dwóch kształtowników giętych na zimno U 60/200/60×5 o długości 2940 mm, wykonanych ze stali konstrukcyjnej S235 (rys. 3.1). Gałąź wspomagającą przyjęto o długości 2890 mm, wykonaną z kształtownika profilowanego na zimno o przekroju zamkniętym 160/80×5, tj. największym znajdującym się w asortymencie lokalnego producenta kształtowników giętych na zimno (por. rys. 3.1).



Rys. 3.1. Przekrój poprzeczny elementu próbnego

Polaczenia ścianek o grubości 5 mm przylegających do siebie kształtowników o przekrojach: zamkniętym i otwartym wykonano za pomocą sworzni jednostronnych BOM-R16-6 [100], umożliwiających łączenie ścianek o łącznej grubości w przedziale (9,6 ÷ 12,7) mm.

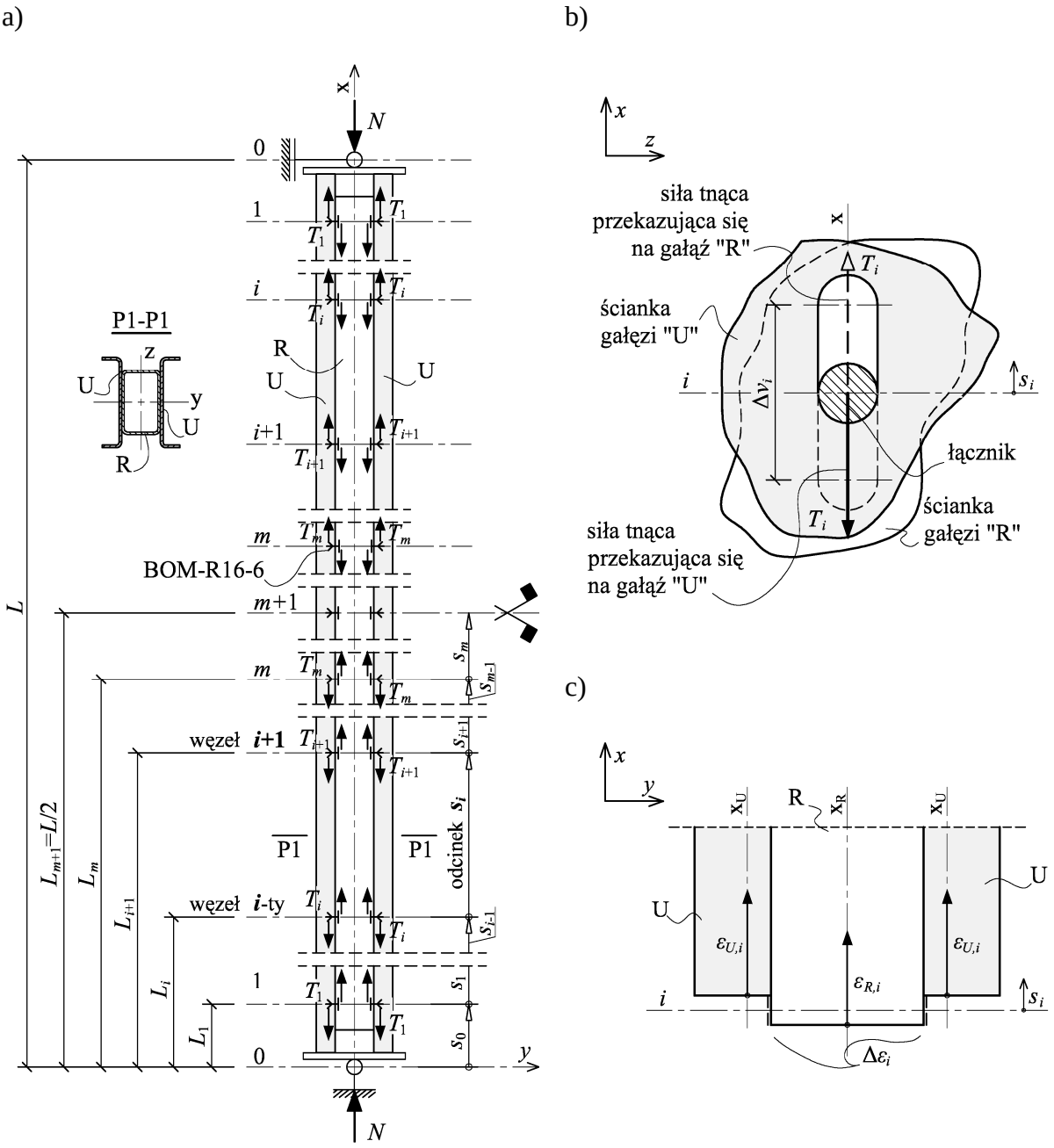
Kierowano się także ważnym kryterium, dotyczącym kształtowania konstrukcji elementów próbnych, wpisującym się w postulaty racjonalnego kształtowania konstrukcji, stąd ograniczono liczbę połączeń na długości gałęzi, a tym samym również nakłady pracy i kosztów związanych z wykonaniem elementów badawczych.

Ostatecznie przyjęto, że przylegające do siebie środniki każdego z dwóch kształtowników ceowych oraz ścianek gałęzi rurowej połączone będą wzajemnie za pomocą 9-ciu połączeń, równomiernie rozmieszczonych na długości pręta złożonego w odstępach co 340 mm, po 2 łączniki w każdym połączeniu (por. rys. 3.1). Łącznie do wykonania wszystkich połączeń wykorzystano 36 łączników BOM-R16-6.

3.3. Model analityczny

3.3.1. Założenia

Analizie poddany został pręt złożony ściskany osiowo, zamocowany przegubowo w węzłach podporowych (rys. 3.2), w którym przylegające do siebie ścianki zostały połączone za pomocą łączników BOM-R-16-6. Na podstawie wyników dotychczasowych badań doświadczalnych, przekonano się, że te jednocięte połączenia zakładkowe charakteryzuje znaczący stopień podatności translacyjnej (por. p. 1.2.3.3).



Rys. 3.2. Model obliczeniowy: a) obciążenie pręta złożonego i kierunki sił tnących w połączeniach gałęzi, b) plan przemieszczeń między łączonymi ściankami w osi łącznika znajdującego się w *i*-tym węźle, c) plan odkształceń w osi *i*-tego węzła

Do celów analizy przyjęto pręt bez krzywizny początkowej. Obliczona wg normy [113] smukłość względna $\overline{\lambda}_z$ przekroju złożonego względem osi *z* (por. rys. 3.2a), przy założeniu jednakowej długości teoretycznej trzech gałęzi (równej długości efektywnej *L* (por. rys. 3.2a)) oraz nieprzesuwnego połączenia ścianek przylegających gałęzi, wynosi $\overline{\lambda}_z = 0{,}66$. Określona, również wg Eurokodu [113], nośność wyboczeniowa takiego elementu jest większa od nośności obliczeniowej na ściskanie najbardziej obciążonego, niewzmocnionego, a więc przypodporowego przekroju pręta głównego (por. rys. 3.2), obliczonej wg normy [114].

Z uwagi na symetrię pręta złożonego względem osi poziomej usytuowanej w połowie długości elementu, analizę ograniczono do połowy układu (por. rys. 3.2a).

Przyjęto oznaczenia gałęzi: „U" – dla pojedynczej gałęzi ceowej pręta głównego oraz „R" – dla gałęzi wspomagającej o przekroju rurowym.

Na długości *L*/2 pręta złożonego oznaczono – w osiach kolejnych połączeń – węzły $i = 1 \div m+1$ (por. rys. 3.2a). W każdym węźle znajdują się 2 połączenia; po jednym w styku każdej z dwóch zewnętrznych gałęzi ceowych z gałęzią wewnętrzną o przekroju rurowym. W każdym połączeniu znajdują się 2 łączniki BOM-R16-6 (por. p. 3.2).

W rozwiązaniu zadania, dla zadanej wartości obciążenia siłą osiową *N*, określone zostaną wartości sił tnących *T* w połączeniach ścianek gałęzi. Obliczona wartość siły tnącej *T* jest sumą sił tnących działających na 2 łączniki znajdujące się w połączeniu.

Znajomość wartości sił tnących w połączeniach gałęzi, pozwoli ustalić rozdział siły osiowej *N* na dwie gałęzie pręta głównego i gałąź wspomagającą oraz określić na tej podstawie – zdeterminowany podatnością translacyjną złączy zakładkowych – stopień współpracy 3-ch gałęzi i wytężenie pręta złożonego.

3.3.2. Rozwiązanie

W analizie zostaną uwzględnione siły wewnętrzne w gałęziach oraz stan odkształceń i przemieszczeń w stykach gałęzi pręta złożonego, na długości *L*/2 (por. rys. 3.2a).

Z uwagi na jednakowe rozmieszczenie połączeń obu gałęzi zewnętrznych z gałęzią środkową, rozważania można ograniczyć do jednego tylko styku współpracujących ze sobą kształtowników.

Ze względu na podatność zakładkowych połączeń z łącznikami typu BOM, siły tnące T_i występujące w połączeniu gałęzi ceowej i rurowej w *i*-tym węźle (dla $i = 1 \div m$) na długości *L*/2 pręta złożonego (por. rys. 3.2a), są związane z przemieszczeniami Δv_i zachodzącymi w osi pojedynczego sworznia, między łączonymi ściankami (por. rys. 3.2b). W literaturze przedmiotu przemieszczenia te przyjęło się nazywać poślizgami [42].

Przy założeniu, że odkształcenia ściskające w przekroju złożonym określone są w sposób dodatni, stan odkształceń zachodzący na długości dowolnego odcinka s_i (dla $i = 1 \div m$) w stykach gałęzi pręta głównego „U" z gałęzią wspomagającą „R", wynikający z obciążenia elementu złożonego siłą osiową *N*, można opisać zależnością (por. rys. 3.2c):

$$\Delta\varepsilon_i = \varepsilon_{U,i} - \varepsilon_{R,i}, \tag{3.1}$$

gdzie: $\varepsilon_{R,i}$, $\varepsilon_{U,i}$ - odkształcenia, odpowiednio, gałęzi „R” i „U”.

Z warunków równowagi obciążenia zewnętrznego, przekrojowych sił normalnych w gałęziach oraz sił tnących T_i występujących w dowolnym i-tym węźle (dla $i = 1 \div m$), otrzymać można zależności na siły osiowe w gałęzi „U” i „R”, występujące na długości odcinka s_i (por. rys. 3.2a), kolejno:

$$N_{U,i} = N/2 - \sum_{1}^{i} T_i, \tag{3.2}$$

$$N_{R,i} = 2\sum_{1}^{i} T_i. \tag{3.3}$$

Korzystając z relacji łączących siły osiowe w gałęziach z odkształceniami tychże gałęzi, stan odkształceń w styku połączonych gałęzi, opisany równaniem (3.1), można przedstawić w następującej postaci:

$$\Delta\varepsilon_i = \frac{N/2 - \sum_{1}^{i} T_i}{E_U A_U} - \frac{2\sum_{1}^{i} T_i}{E_R A_R}, \tag{3.4}$$

gdzie: A_R, A_U - pola powierzchni przekrojów poprzecznych, odpowiednio, gałęzi „R” i „U”,
E_R, E_U - moduły sprężystości podłużnej, odpowiednio, gałęzi „R” i „U”.

Aby wyznaczyć wartości sił tnących T_i w połączeniu gałęzi w i-tym węźle, równania wyrażające stan odkształceń w stykach należy przekształcić do zależności opisujących poślizgi w osiach poszczególnych połączeń.

Z uwagi na symetrię konstrukcji pręta złożonego względem osi poziomej, przecinającej pręt w połowie jego długości (por. rys. 3.2a), w każdym punkcie przekroju znajdującego się w tejże osi symetrii, spełniony jest warunek ciągłości pola przemieszczeń. Zatem w stykach gałęzi ceowych z rurową znajdujących się w osi węzła m+1 (por. rys. 3.2a) nie występują przemieszczenia między łączonymi ściankami. Jednak w dowolnym przekroju złożonym poza osią symetrii elementu, można stwierdzić występowanie poślizgów Δv_i w złączach, przy czym wielkość tych poślizgów zwiększa się w miarę oddalania się od środka długości rozważanego układu złożonego.

Korzystając z zależności (3.4), wielkość poślizgu w złączu m – tj. najbliższym środka długości elementu (w grupie połączeń znajdujących się poza osią symetrii, (por. rys. 3.2a)) – można wyrazić w sposób następujący:

$$\Delta v_m = \int_{L_m}^{L_{m+1}} \Delta\varepsilon_m \, \mathrm{d}x. \tag{3.5}$$

Ponieważ zależności na siły osiowe w gałęziach i opisujące stan odkształceń w stykach zdefiniowane są osobno dla każdego odcinka s_i (por. rys. 3.2a) między sąsiednimi węzłami,

wartości poślizgów zachodzących w kolejnych złączach, coraz bardziej oddalonych od osi symetrii pręta, można wyznaczyć w postaci sum całkowych:

$$\Delta v_i = \sum_{i}^{m} \int_{L_i}^{L_{i+1}} \Delta\varepsilon_i \, \mathrm{d}x, \tag{3.6}$$

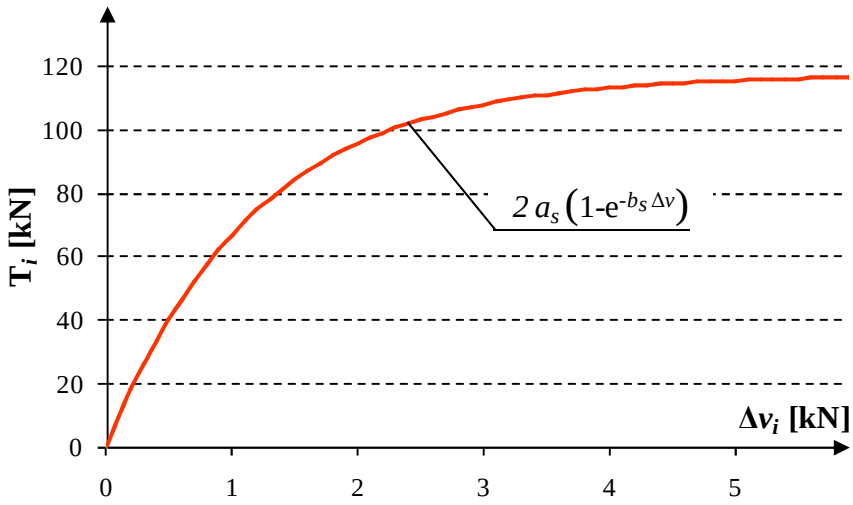
Aby wyznaczyć siły tnące T_i występujące połączeniu w dowolnym *i*-tym węźle, równanie (3.6) należy uzupełnić o warunki brzegowe występujące w rozważanym złączu, czyli uwzględnić relację zachodzącą między wielkością poślizgu Δv_i i wartością siły tnącej T_i.

Relacje takie, dla jednociętych połączeń zakładkowych elementów o grubościach ścianek 4 mm i 5 mm, z łącznikami, odpowiednio, BOM-R16-4 i BOM-R-16-6, określone zostały na podstawie badań doświadczalnych [73] i [83] w postaci funkcji wykładniczych. Dla połączeń elementów o grubościach ścianek 5 mm, stosowna funkcja analityczna określona została w postaci [83]:

$$T_i = r\, a_s \left(1 - e^{-b_s \Delta v_i}\right), \tag{3.7}$$

gdzie: a_s = 58,58 [kN] - asymptota krzywej wykładniczej, odpowiadająca nośności granicznej połączenia,
b_s = 0,8456 [1/mm] - parametr kierunkowy krzywej,
r - liczba łączników połączeniu jednej gałęzi ceowej „U” z gałęzią rurową „R”.

Wykres funkcji (3.7), dla wartości parametru r = 2, tj. kiedy w połączeniu występują 2 łączniki, pokazano na rysunku 3.3.



Rys. 3.3. Wynikowa zależność doświadczalna T_i–Δv_i dla jednociętych połączeń zakładkowych z łącznikami typu BOM-R6-6 (wg [83])

Równanie (3.6) określające wielkość poślizgu w połączeniu w *i*-tym węźle pręta wymaga przekształcenia zależności (3.7) do postaci funkcji odwrotnej, tj.:

$$\Delta v_i = \frac{\ln\left(1 - \dfrac{T_i}{r\, a_s}\right)}{-b_s}. \tag{3.8}$$

Ostatecznie, relację łączącą stan wzajemnych przemieszczeń Δv_i i siłę tnącą T_i w połączeniu znajdującym się w i-tym węźle, można zapisać w postaci:

$$\sum_{i}^{m} \int_{L_i}^{L_{i+1}} \Delta\varepsilon_i \, \mathrm{d}x = \frac{\ln\left(1 - \dfrac{T_i}{r\, a_s}\right)}{-b_s}. \tag{3.9}$$

Układ równań postaci (3.9), przypisanych połączeniom jednej gałęzi ceowej z prętem rurowym w każdym i-tym węźle (dla $i = 1 \div m$), znajdującym się na długości $L/2$ pręta złożonego (por. rys. 3.2a), pozwala wyznaczyć wartości sił tnących $T_{1\div m}$.

Pełną postać układu równań dla rozważanego pręta złożonego, z połączeniami występującymi w węzłach $i = 1 \div 4$, przedstawiono w załączniku Z1.

3.4. Badania doświadczalne

3.4.1. Przygotowanie elementów próbnych

Badaniom doświadczalnym poddano 3 jednakowe elementy próbne, składające się z pręta głównego o przekroju złożonym z dwóch kształtowników giętych na zimno U 60/200/60×5 oraz dodatkowej, środkowej gałęzi-przekładki, również profilowanej na zimno, o przekroju zamkniętym RP 160/80×5 (por. p. 3.2). Kształtowniki wykonano ze stali konstrukcyjnej S235. Z atestów dostarczonych przez producenta kształtowników wynikało, że elementy o tym samym przekroju poprzecznym, wykonane zostały z jednej partii materiału.

Dla kształtowników przeprowadzono pomiary pola powierzchni przekroju A_{obs} oraz grubości ścianek t_{obs}. Wykonano również badania materiałowe, według zaleceń normy [117], pozwalające określić, m.in. umowną granicę plastyczności $R_{p,obs}$ na poziomie wydłużenia plastycznego 0,2%, wytrzymałość na rozciąganie $R_{m,obs}$ oraz wartość modułu sprężystości podłużnej E_{obs} materiału gałęzi. Uśrednione wartości pomierzonych wielkości zestawiono w tablicy 3.1.

Tablica 3.1

Parametry mechaniczne i geometryczne kształtowników

Przekrój	$R_{p,obs}$	$R_{m,obs}$	E_{obs}	A_{obs}	t_{obs}
	[MPa]			[mm^2]	[mm]
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
U 60/200/60×5	274,5	365,9	197358	1455	4,82
RP 160/80×5	385,4	446,8	203943	2191	4,90

Inwentaryzacja gałęzi w kilku przypadkach wykazała znaczące deformacje ścianek kształtowników ceowych (rys. 3.4). Forma tych deformacji wskazywała, że powstały one na skutek oddziaływań mechanicznych.

Rys. 3.4. Deformacje ścianek gałęzi ceowej

Instalację łączników BOM w otworach w ściankach łączonych kształtowników wykonano przy użyciu systemowego osadzaka hydraulicznego „HUCK POWERIG” (rys. 3.5).

Rys. 3.5. Proces scalania gałęzi elementów próbnych

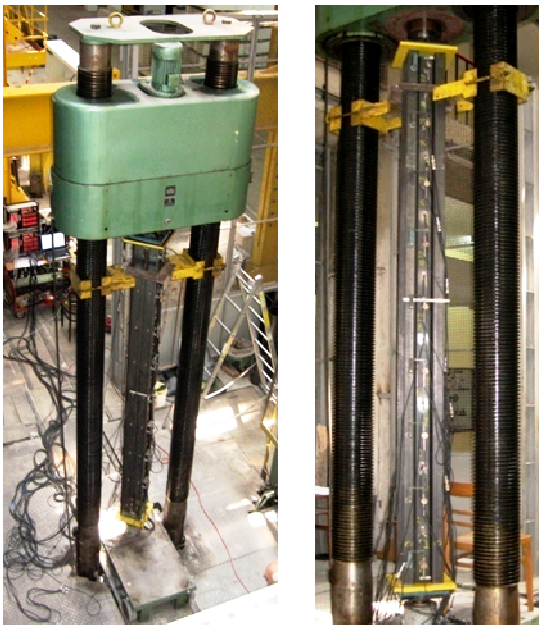
Łączniki osadzane były w otworach o średnicach Ø14 mm. Otwory wykonywane były przy użyciu wiertła, w warunkach laboratoryjnych. Scalanie gałęzi prowadzono, poczynając od środka długości elementu złożonego, na przemian w kierunku obu jego końców. W ocenie doświadczonego montażysty, wszystkie połączenia zostały wykonane prawidłowo.

Po scaleniu gałęzi, sprawdzono stan przylegania do siebie połączonych ścianek, przede wszystkim w miejscach, w których wcześniej stwierdzono deformacje ścianek kształtowników. Stwierdzono ścisłe przyleganie do siebie ścianek na całej długości styku połączonych gałęzi. Można stwierdzić, że uzyskiwane w trakcie instalacji wysokie siły

sprężające w trzpieniach sworzni (por. [105]) spowodowały, że zdeformowane ścianki gałęzi uległy stosownym odkształceniom do pierwotnej „płaskiej” postaci.

3.4.2. Stanowisko badawcze

Elementy próbne poddawane były ściskaniu osiowemu w maszynie wytrzymałościowej o napędzie hydraulicznym (rys. 3.6).



Rys. 3.6. Widoki ogólne na stanowisko badawcze z zabudowanym elementem próbnym

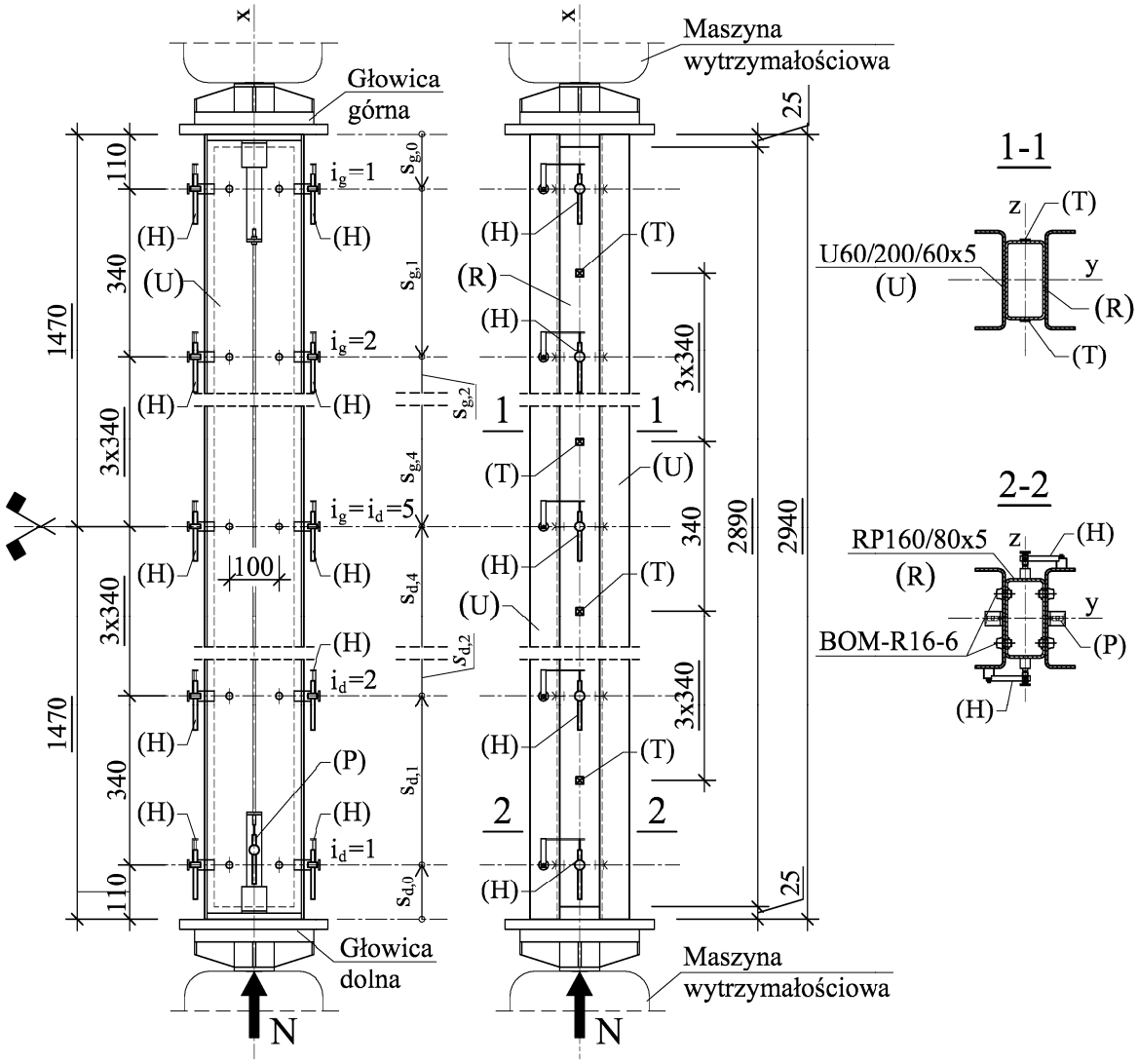
Schemat elementu próbnego zabudowanego na stanowisku badawczym pokazano na rysunku 3.7.

Elementy próbne zamocowano obustronnie przegubowo za pośrednictwem głowic: górnej i dolnej (rys. 3.8).

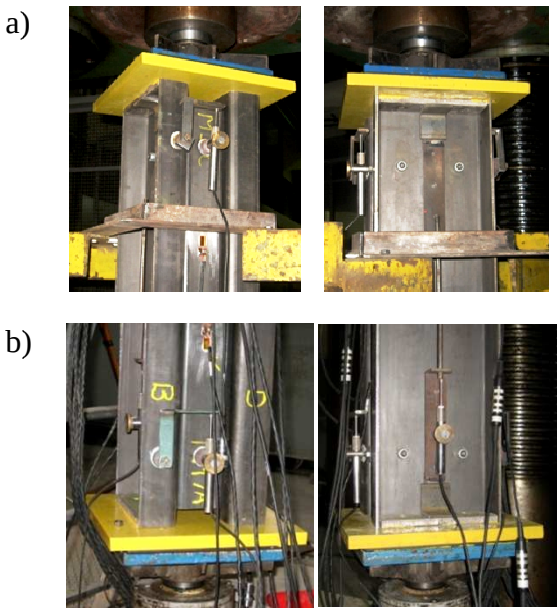
Końce gałęzi ceowych sfrezowano, aby zapewnić ich właściwy docisk do poziomych blach głowic podporowych (por. rys. 3.8). Obie głowice wyposażone zostały w odpowiednio wyprofilowane płaskowniki stabilizujące pasy we właściwym położeniu, zapewniając osiowe przekazywanie obciążenia na element próbny.

Podczas obciążania prętów złożonych mierzone były, za pomocą czujników indukcyjnych (H) – z dokładnością 0,001 mm – przemieszczenia między łączonymi ściankami przylegających gałęzi w osiach łączników (por. rys. 3.7). Ponadto mierzona była całkowita zmiana długości pręta złożonego, za pomocą czujników indukcyjnych (P) (por. rys. 3.7 i 3.8b). System czujników indukcyjnych sprzężonych z stanowiskiem komputerowym, pozwalał na zapis wyników co 0,5 sekundy.

Odkształcenia w ściankach rury – nieprzylegających do ceowników – mierzone były za pomocą tensometrów foliowych (T), zamocowanych w połowie odległości pomiędzy sąsiednimi węzłami połączeń (por. rys. 3.7).



Rys. 3.7. Schemat elementu próbnego podpartego przegubowo w maszynie wytrzymałościowej



Rys. 3.8. Węzły podporowe elementu próbnego: a) górny, b) dolny

Pomimo, że wstępne analizy wykazały, iż pręt nie ulegnie wyboczeniu przed uplastycznieniem niewzmocnionych, przypodporowych przekrojów gałęzi ceowych (por. rys. 3.8), prowadzono pomiar poziomych strzałek ugięcia elementów za pomocą 2-ch teodolitów, rozmieszczonych na przedłużeniu głównych osi bezwładności *y* i *z* przekroju złożonego (por. rys. 3.7).

3.4.3. Procedura badawcza

Z uwagi na cel prowadzonych badań, którego realizacja wymagała obserwacji zachowania się jednociętych połączeń zakładkowych przylegających do siebie ścianek gałęzi, procedurę obciążania elementów próbnych oparto o zalecenia wytycznych [104], opracowanych przez ECCS („European Convention for Constructional Steelwork"). Wytyczne te dotyczące sposobu badania i określania nośności obliczeniowej, m.in. połączeń zakładkowych z łącznikami mechanicznymi, zalecają ciągły przyrost obciążenia elementów próbnych w tempie 10 kN/min.

Ze względu na ograniczenia techniczne maszyny wytrzymałościowej, na której prowadzone były badania, nie było możliwe uzyskanie tak określonego przyrostu obciążenia. Przyjęto, że siła osiowa przykładana będzie do elementów próbnych w sposób skokowy, co 10 kN/min.

Warto tutaj zwrócić uwagę, że norma krajowa [114], w części dotyczącej doświadczalnych badań elementów profilowanych na zimno, również zaleca realizację obciążenia w regularnych skokach i odstępach czasowych. Taki sposób obciążania elementów próbnych wskazany jest przede wszystkim w sytuacji, kiedy konstrukcja podlega deformacjom zmiennym w czasie. Przeprowadzone badania doświadczalne połączeń zakładkowych z łącznikami BOM [73], [83] wykazały, że na stałym poziomie obciążenia, w połączeniach tych ma miejsce dalszy przyrost deformacji w złączach. Pomiary przemieszczeń miedzy łączonymi ściankami wykonywane były wówczas – zgodnie z zaleceniami normy [114] – po ustabilizowaniu się odczytów.

Siła osiowa *N* przykładana była do badanych prętów za pośrednictwem głowicy dolnej. Elementy próbne obciążane były do momentu, w którym nie były w stanie przenieść dodatkowego obciążenia.

3.5. Analiza wyników badań doświadczalnych i teoretycznych

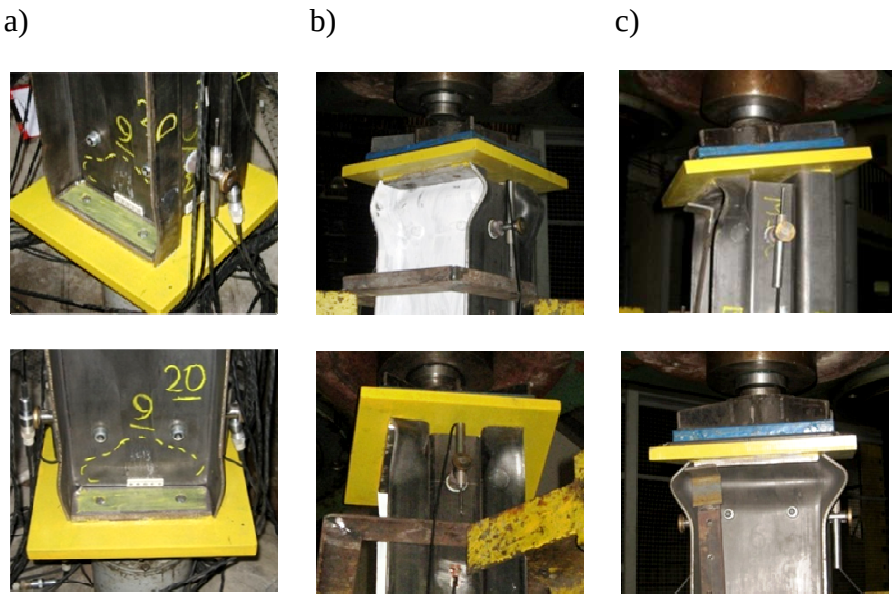
3.5.1. Obciążenie graniczne i postacie zniszczenia elementów próbnych

Przyjęto oznaczenia 3-ch elementów próbnych, kolejno: „Bg-1", „Bg-2", „Bg-3".

Zniszczenie wszystkich elementów próbnych wystąpiło wskutek wyczerpania nośności na ściskanie przypodporowych przekrojów, zewnętrznych gałęzi ceowych (rys. 3.9).

W elementach próbnych „Bg-1" i „Bg-3" zniszczeniu uległy pojedyncze pasy ceowe w węzłach podporowych, odpowiednio, dolnym i górnym (por. rys. 3.9a, c), natomiast

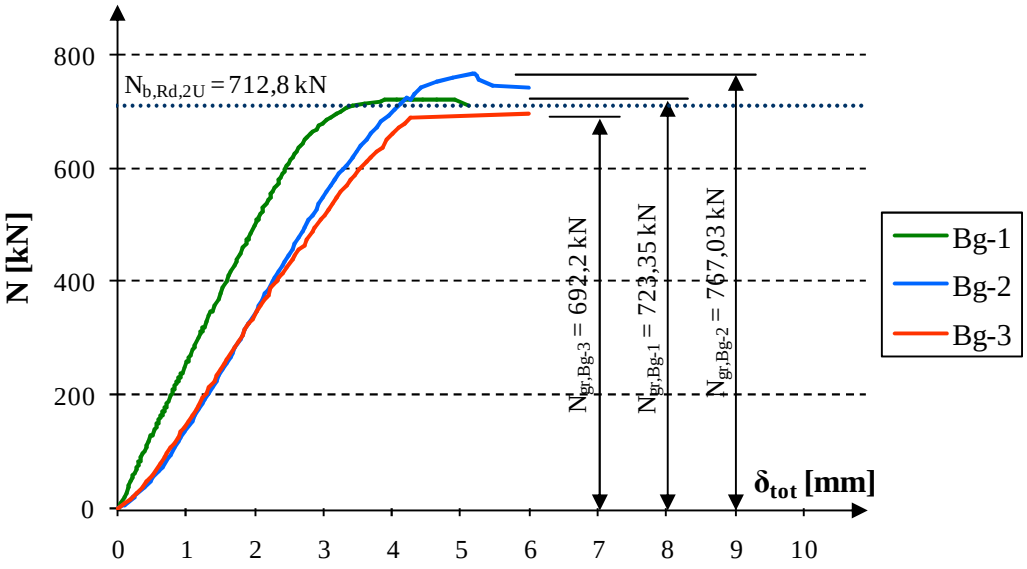
w elemencie „Bg-2” wyczerpanie nośności nastąpiło jednocześnie w obu gałęziach zewnętrznych przy podporze górnej (por. rys. 3.9b).



Rys. 3.9. Postacie zniszczenia przypodporowych odcinków gałęzi ceowych w elementach próbnych: a) Bg-1, b) Bg-2, c) Bg-3 [85]

Analiza wyników badań elementów „Bg-1” i „Bg-3” wykazała nierównomierne obciążenie obu gałęzi ceowych, co tłumaczy niesymetryczne formy zniszczenia przekrojów przypodporowych, obserwowane w przypadku tych elementów. W pozostałych przypodporowych przekrojach ceowników, w których nie nastąpiło zniszczenie, stwierdzono jedynie nieznaczne deformacje ścianek o charakterze lokalnym.

Pomiary wykonane za pomocą teodolitów nie wykazały przyrostu ugięć poziomych elementów próbnych w całym zakresie obciążenia *N*.



Rys. 3.10. Zależności N–δ_{tot} dla elementów próbnych

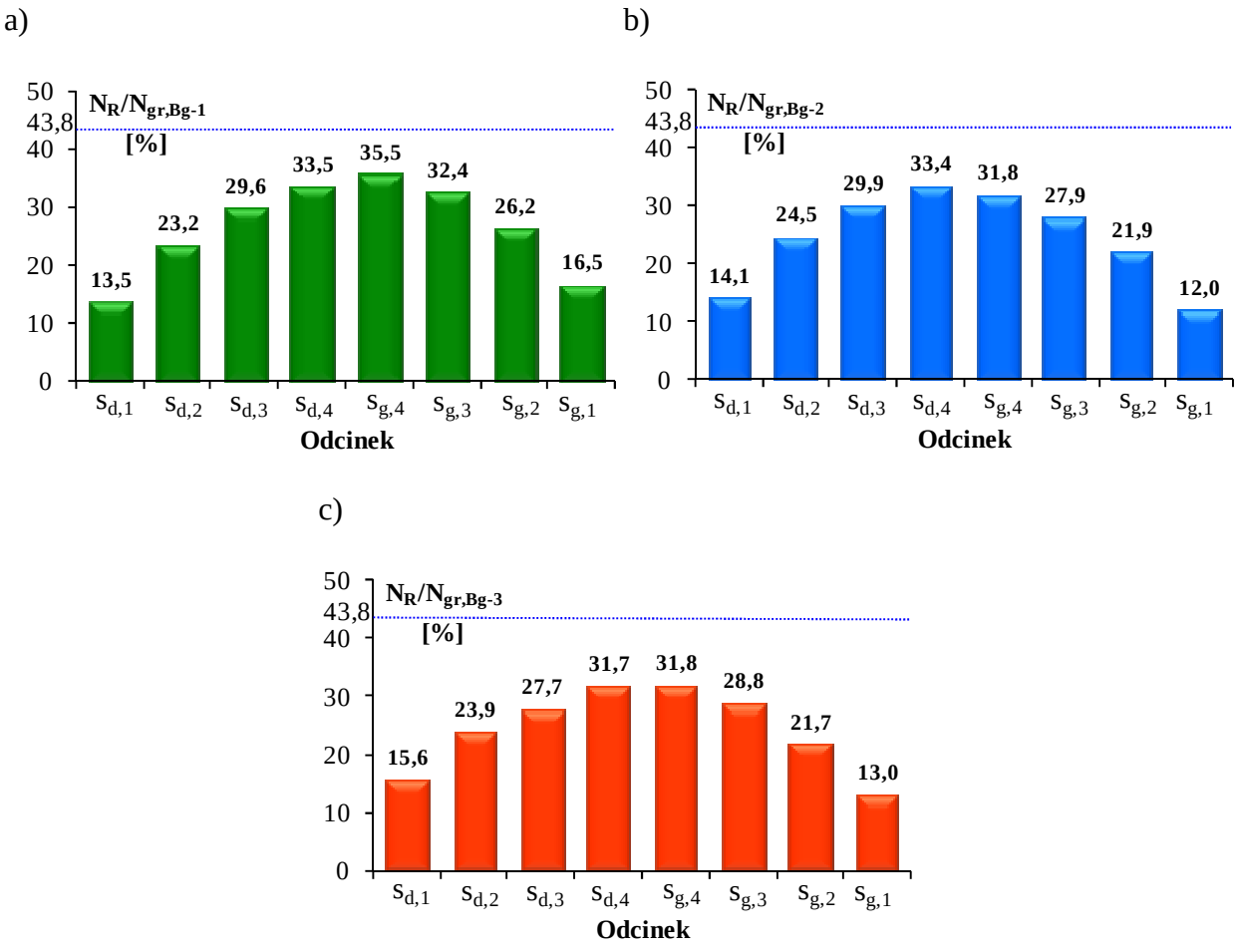
Na rysunku 3.10 przedstawiono wykres zależności między ściskającą siłą osiową N a skróceniem badanych elementów δ_{tot}, zarejestrowanym za pomocą czujników indukcyjnych (P) (por. rys. 3.7).

Wyraźnie mniejszy przyrost deformacji osiowych w elemencie Bg-1, tłumaczyć należy – niezamierzonym – zbyt szybkim tempem obciążenia tego elementu, w wyniku czego, w połączeniach zakładkowych ścianek gałęzi nie doszło do ustabilizowania się przyrostów przemieszczeń między łączonymi ściankami na danym poziomie siły osiowej.

Jak widać (por. rys. 3.10), określone eksperymentalnie nośności graniczne N_{gr} dla poszczególnych elementów próbnych mają wartości zbliżone do nośności obliczeniowej na ściskanie $N_{b,Rd,2U}$ przekroju złożonego z dwóch gałęzi ceowych, równej 712,8 kN ustalonej wg normy [114].

3.5.2. Rozdział siły osiowej na współpracujące gałęzie

Stopień współpracy połączonych wzajemnie dwóch gałęzi ceowych z gałęzią o przekroju rurowym, ocenić można na podstawie procentowego udziału tej ostatniej w przenoszeniu całkowitego obciążenia osiowego N, przyłożonego w węzłach podporowych do obu gałęzi pręta głównego (rys. 3.11).



Rys. 3.11. Procentowy udział wspomagającej gałęzi rurowej w przenoszeniu obciążenia ściskającego N o wartości granicznej N_{gr}, w elementach próbnych: a) „Bg-1”, b) „Bg-2”, c) „Bg-3”

Wartość siły osiowej N_R w kolejnych odcinkach $s_{d,0} \div s_{d,1}$ oraz $s_{g,1} \div s_{g,1}$ (por. rys. 3.7) pręta rurowego obliczono na podstawie wyników pomiarów odkształceń, wykonanych za pomocą tensometrów (T) (por. rys. 3.7), przyjmując w obliczeniach pomierzone wartości parametrów geometrycznych A_{obs} oraz t_{obs} przekroju poprzecznego rury (por. tabl. 3.1).

Na rysunku 3.11, dla 3-ch elementów próbnych, pokazano rozkład funkcji procentowego udziału gałęzi wspomagającej „R" w przenoszeniu obciążenia całkowitego N. Rozkład ten określony został w momencie osiągnięcia przez poszczególne elementy próbne obciążenia granicznego N_{gr} (por. rys. 3.10).

Na wykresach oznaczono również obliczony, maksymalny poziom współpracy gałęzi rurowej, równy 43,8%, wynikający ze sztywności osiowej przekroju zamkniętego w stosunku do sztywności całego przekroju złożonego, przy założeniu nieprzesuwnych (tj. sztywnych) połączeń gałęzi. Jak widać (por. rys. 3.11), dla każdego elementu próbnego, określony doświadczalnie największy poziom współpracy gałęzi rurowej na odcinkach $s_{d,4}$ i $s_{g,4}$ jest mniejszy od obliczonego, o maksymalnej wartości 43,8%. W sposób wyraźny ujawnił się tutaj wpływ podatności translacyjnej zastosowanych połączeń zakładkowych z łącznikami BOM-R16-6 na stopień współpracy 3-ch gałęzi.

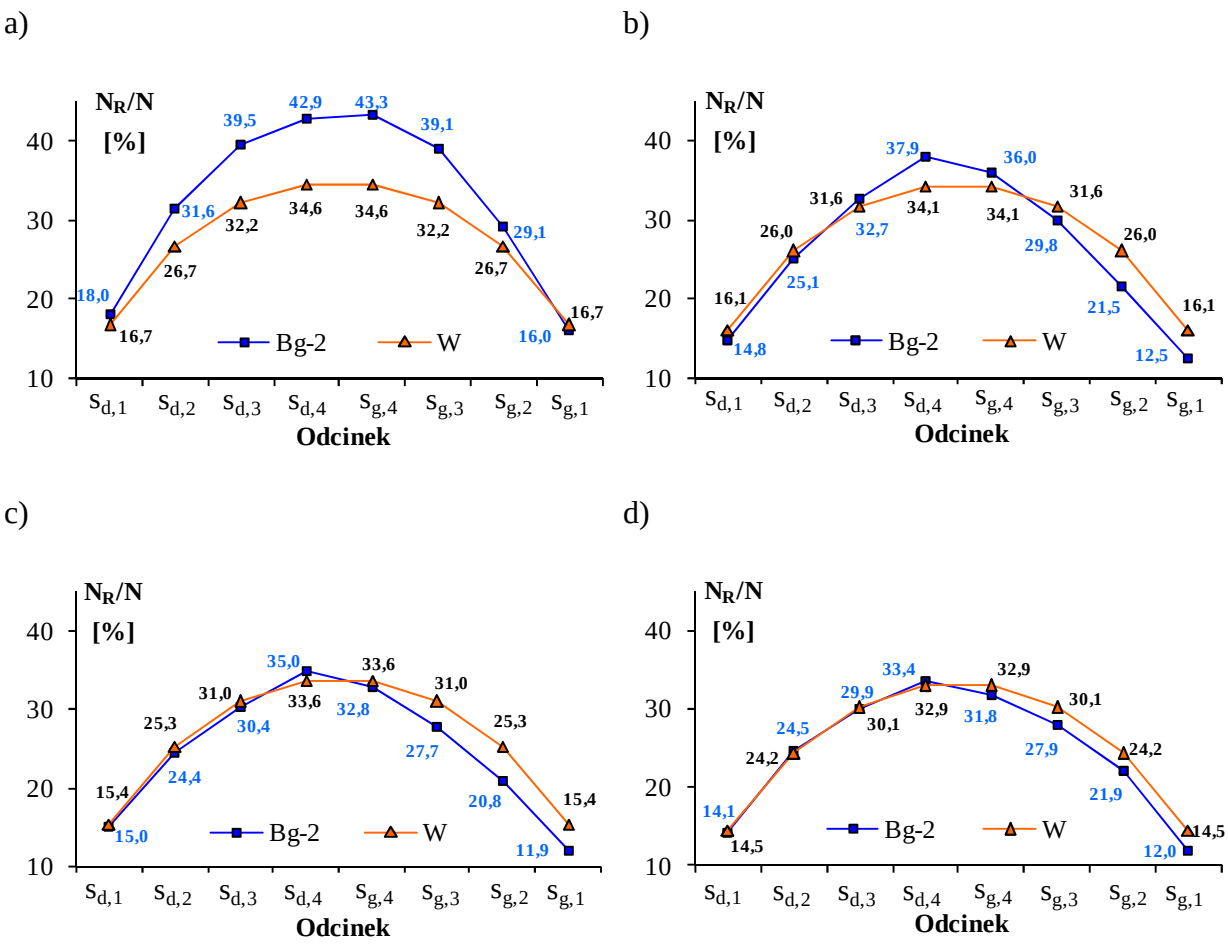
Wyniki badań doświadczalnych otrzymane dla 3-ch badanych elementów wykazały, że wraz ze wzrostem obciążenia prętów złożonych siłą osiową N ma miejsce zjawisko redukcji stopnia współpracy gałęzi rurowej w przenoszeniu obciążenia. Przykładowo, w pręcie wspomagającym o przekroju zamkniętym w elemencie próbnym „Bg-2" (krzywa w kolorze niebieskim ze znacznikami w postaci „kwadratów", na rysunku 3.12), na poziomie obciążenia N = 100 kN (por. rys. 3.12a), procentowy udział gałęzi rurowej w przenoszeniu siły osiowej na odcinkach $s_{d,4}$ i $s_{g,4}$ jest tylko nieznacznie tylko mniejszy od obliczonego o maksymalnej wartości 43,8% właściwej dla przypadku sztywnego połączenia gałęzi. Jednak wraz ze wzrostem obciążenia, kolejno do wartości: N = 300 kN, N = 500 kN oraz $N = N_{gr,Bz\text{-}2}$ = 767,03 kN, maksymalny zarejestrowany poziom współpracy gałęzi rurowej zostaje zredukowany, odpowiednio, do wartości: 37,9%, 35% oraz 33,4% (por. rys. 3.12b, c, d).
Na wykresy przedstawione na rysunku 3.12 naniesiono również krzywą „W", otrzymaną w rozwiązaniu analitycznym, za pomocą modelu obliczeniowego przedstawionego w p. 3.3.

Obliczenia wykonano za pomocą programu „Wolfram Mathematica 7", który umożliwia znajdowanie przybliżonych wartości rozwiązań równań nieliniowych [34]. Do obliczeń przyjęto pomierzone wartości parametrów geometrycznych i materiałowych przekrojów gałęzi.

Krzywa „W" przedstawiona na rysunku 3.12 otrzymana została przy zastosowaniu do opisu zachowania się jednociętych połączeń zakładkowych z łącznikami BOM funkcji wykładniczej (3.7) (por. rys. 3.3).

Porównując przebieg krzywych: doświadczalnej „Bg-2" i analitycznej „W" (por. rys. 3.12) widać, że rozwiązanie analityczne daje dobre przybliżenie wyników badań doświadczalnych w zakresie średnich i dużych obciążeń siłą osiową N, natomiast

w przedziale niewielkich sił osiowych N, zauważalne są stosunkowo duże rozrzuty porównywanych wielkości.



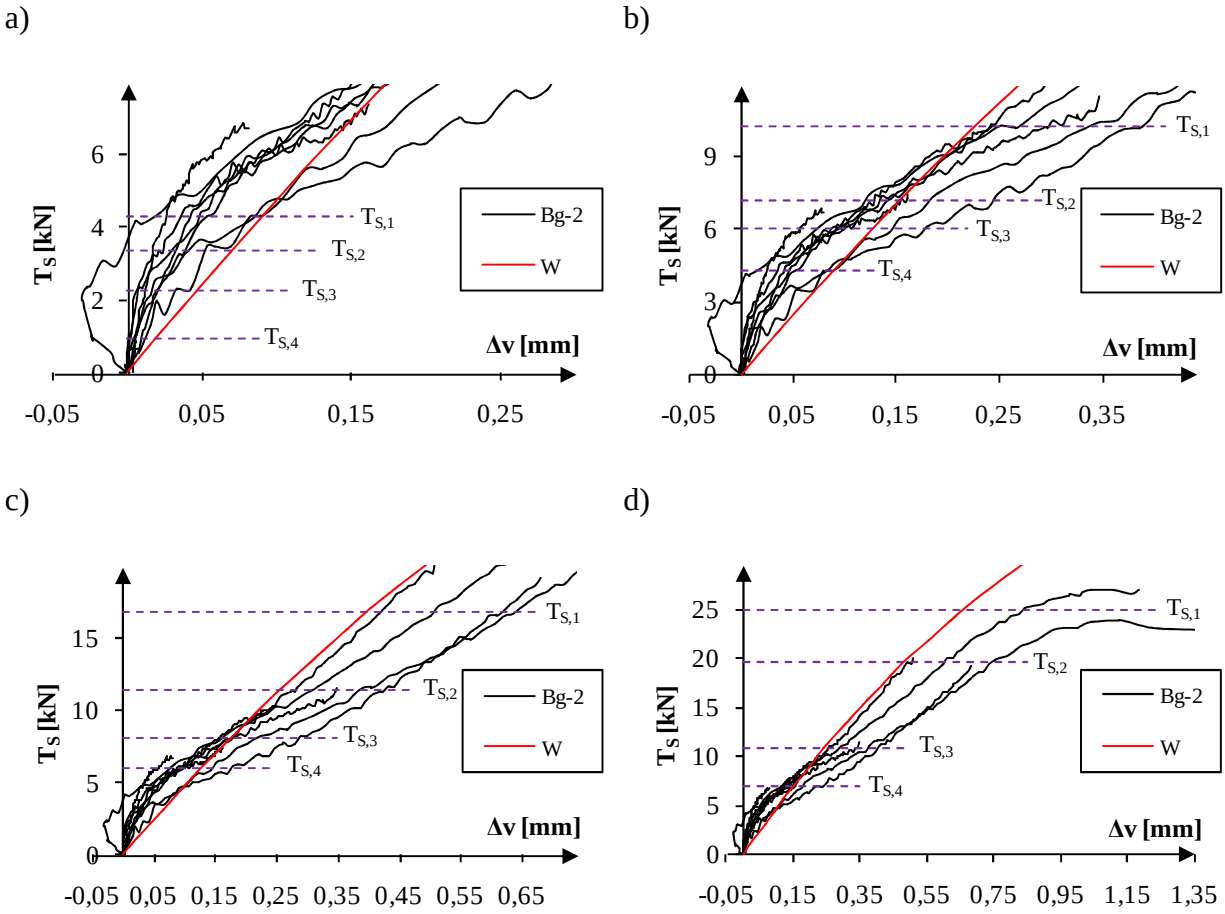
Rys. 3.12. Procentowy udział gałęzi rurowej pręta złożonego „Bg-2” w przenoszeniu obciążenia ściskającego o wartości: a) N = 100 kN, b) N = 300 kN, c) N = 500 kN, d) $N = N_{gr,Bz\text{-}2}$ = 767,03 kN

Na kolejnym rysunku 3.13, za pomocą krzywych w kolorze czarnym, pokazano doświadczalne zależności między siłą tnącą T_S występującą w pojedynczym łączniku a wzajemnym przemieszczeniem Δv, zachodzącym między łączonymi ściankami w osi łącznika, otrzymane dla wszystkich połączeń zakładkowych znajdujących się w elemencie próbnym „Bg-2”. Wielkości przemieszczeń Δv zostały pomierzone przy użyciu czujników indukcyjnych (H) (por. rys. 3.7). Wartości sił tnących T_S obliczono natomiast z rozkładu sił osiowych w gałęziach pręta złożonego. Siły osiowe w gałęziach obliczone zostały z kolei na bazie wyników pomiarów odkształceń ścianek gałęzi rurowej, wykonanych za pomocą tensometrów (T) (por. rys. 3.7).

Na pokazane na rysunku 3.13 zależności doświadczalne naniesiono również krzywą analityczną „W”. Na rysunkach: 3.13a÷d, oznaczono również wartości sił tnących $T_{S,1}$, $T_{S,2}$, $T_{S,3}$, $T_{S,4}$ dla różnych wielkości obciążenia siłą N, gdzie wielkość dowolnej siły tnącej $T_{S,i}$ jest średnią arytmetyczną z sił tnących działających na pojedyncze łączniki w połączeniach,

znajdujących się w węzłach i_g oraz i_d (tj. w górnej i dolnej połowie) pręta złożonego „Bg-2” (por. rys. 3.7).

Można zauważyć (por. rys. 3.13), w zakresie niewielkich wartości sił tnących T_S, ścieżki równowagi statycznej połączeń charakteryzuje duża sztywność początkowa (por. rys. 3.13a), która jest rezultatem niewielkiego sprężenia sworzni podczas ich osadzania w połączeniach (por. [105]). Tłumaczy to wysoki, ponad 43%-owy udział gałęzi rurowej elementu „Bg-2” w przenoszeniu siły osiowej, przy obciążeniu N = 100 kN (por. rys. 3.12a). W miarę wzrostu obciążenia N pręta złożonego w połączeniach zachodzi proces stabilizacji położenia łączników (por. p. 1.2.3.3), któremu towarzyszy zauważalny spadek sztywności połączeń (por. rys. 3.13b, c, d). Mniejsza sztywność zakładkowych połączeń współpracujących gałęzi, przekłada się na stosownie mniejszy udział wspomagającej gałęzi rurowej w przenoszeniu obciążającej pręt złożony siły osiowej N (por. rys. 3.12b, c, d).



Rys. 3.13. Zależności T_S–Δv w elemencie „Bg-2” wraz z wartościami sił tnących w połączeniach zakładkowych dla obciążenia siłą osiową: a) N = 100 kN, b) N = 300 kN, c) N = 500 kN, d) $N = N_{gr,Bz\text{-}2}$ = 767,03 kN

Można również zauważyć, że pokazana na rysunku 3.13a krzywa analityczna „W” nie uwzględnia fazy dużych sztywności początkowych złączy. Stąd wynikają, stwierdzone na rysunku 3.12a, stosunkowo duże rozrzuty wyników badań doświadczalnych i teoretycznych. Wraz ze wzrostem obciążenia N pręta złożonego, krzywa analityczna coraz

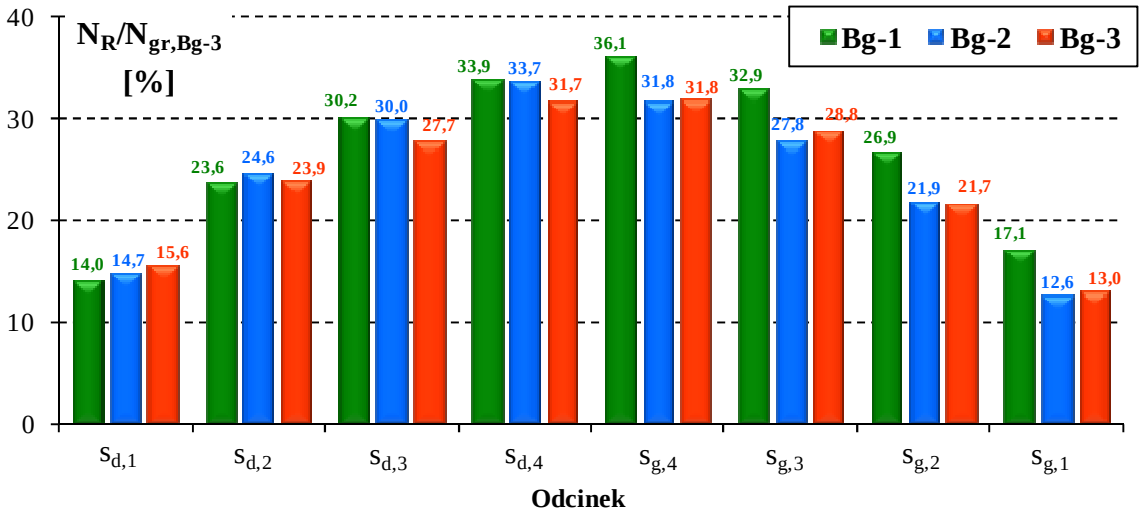
lepiej dopasowuje się do stosownych krzywych doświadczalnych (por. rys. 3.13b, c, d), co z kolei tłumaczy zadowalającą zbieżność – porównywanych na rysunku 3.12 – wyników dla średnich i dużych wartości obciążenia *N*, istotnych dla oceny wytężenia pręta złożonego.

Próby zmodyfikowania, wykorzystywanego w modelu analitycznym, równania funkcji wykładniczej (3.7) w taki sposób, aby uzyskać zadowalającą zbieżność wyników doświadczalnych i analitycznych, również na niskich poziomach obciążeń, przedstawiono w pracy [85].

Pomimo, że powyższe rozważania w przeważającej części dotyczyły elementu próbnego „Bg-2" to jednak należy podkreślić, że w sposób podobny zachowywały się elementy „Bg-1" i „Bg-3".

Z uwagi na wykazaną zależność między wielkością obciążenia elementu złożonego siłą *N* a zdeterminowanym podatnością jednociętych połączeń zakładkowych poziomem współpracy 3-ch gałęzi, wzajemne porównanie dowolnych wielkości doświadczalnych dla 3-ch badanych prętów, można wykonać dla jednej, wspólnej dla wszystkich elementów, zadanej wartości obciążenia siłą *N*.

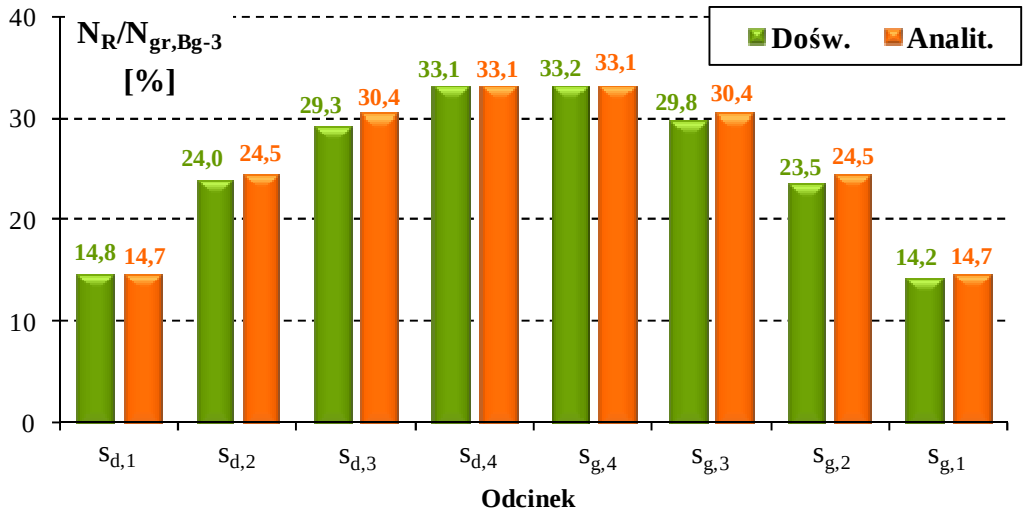
Na rysunku 3.14, dla 3-ch badanych prętów złożonych, przedstawiono procentowy udział gałęzi rurowej w przenoszeniu ściskającej siły osiowej *N* o wartości równej najmniejszemu, otrzymanemu w grupie 3-ch obserwowanych elementów, obciążeniu granicznemu elementu „Bg-3" (por. rys. 3.10).



Rys. 3.14. Udział gałęzi rurowej w przenoszeniu siły osiowej $N = N_{gr,Bg\text{-}3} = 692{,}2$ kN w trzech elementach próbnych

Jak widać otrzymano porównywalny rząd wyników dla 3-ch badanych elementów. Zauważalne jest również, że w grupie badanych elementów, gałąź wspomagająca w pręcie złożonym „Bg-1" w największym stopniu wciąga się do współpracy w przenoszeniu obciążenia. Fakt ten tłumaczyć można – o czym była już mowa w p. 3.5.1 – zbyt szybkim tempem przyrostu obciążenia elementu „Bg-1", przez co nie doszło do ustabilizowania się, zmiennych w czasie, wzajemnych przemieszczeń Δv miedzy łączonymi ściankami gałęzi.

Porównanie uśrednionych wielkości doświadczalnych pokazanych na rysunku 3.14 z rozwiązaniem analitycznym przedstawiono na rysunku 3.15.



Rys. 3.15. Porównanie wyników doświadczalnych i analitycznych (opis w tekście)

Można stwierdzić, że zaproponowany model analityczny w zadowalający sposób przybliża zachowanie się rzeczywistych prętów złożonych.

Omówienie rezultatów badań prętów bliskogałęziowych można znaleźć również w publikacjach [68], [69], [70], [85].

3.5.3. Wytężenie połączeń

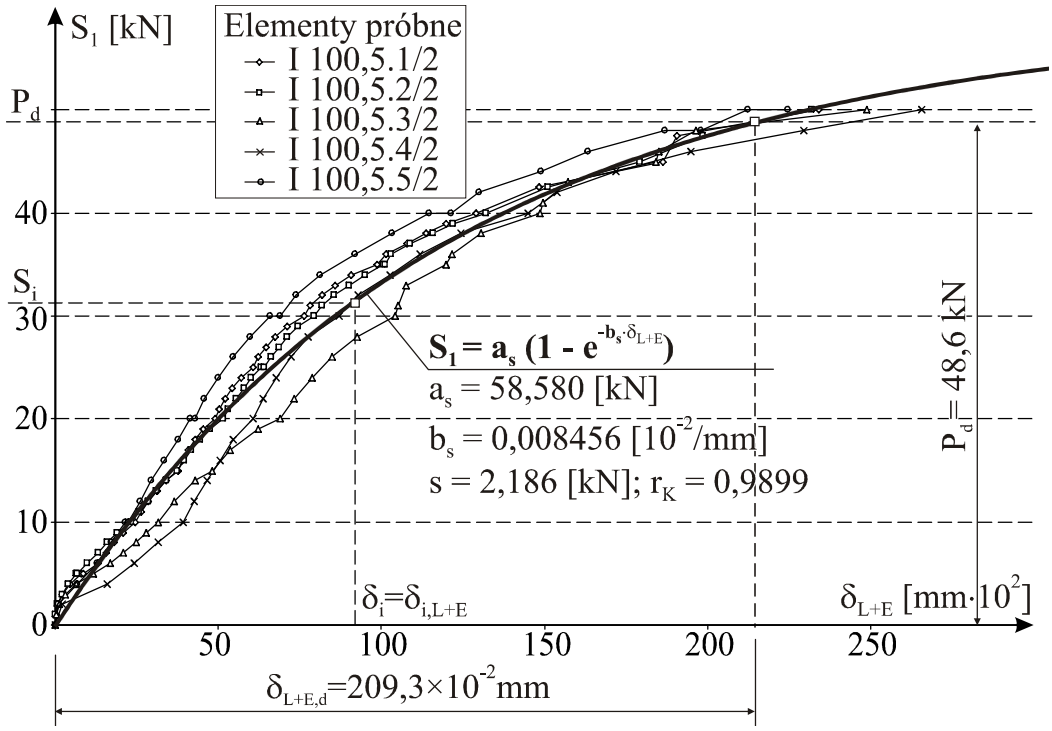
Na rysunku 3.16 przedstawiono, wyznaczony na podstawie badań doświadczalnych jednociętych połączeń zakładkowych z łącznikami BOM-R16-6 [83] (por. p. 1.2.3.3), wykres zależności między obciążeniem S_1 pojedynczego sworznia a przemieszczeniem całkowitym δ_{L+E}, tj. sprężystym δ_E i trwałym „luzowym” δ_L zachodzącym w osi sworznia między łączonymi ściankami. Zastosowanym na rysunku oznaczeniom: S_1 i δ_{L+E}, odpowiadają w niniejszej pracy oznaczenia, odpowiednio, T_S oraz Δv.

Na rysunku 3.16 oznaczono również nośność obliczeniową P_d (ozn. wg [103]) pojedynczego łącznika sworzniowego na docisk, określoną statystycznie na podstawie wyników badań [83], według wytycznych ECCS [103]. Nośność obliczeniowa P_d określona została na podstawie kryterium wzajemnych deformacji łączonych ścianek o wartości 3 mm [83].

Próby określenia alternatywnych – do zaproponowanych w opracowaniach [103] oraz [104] – metod obliczania nośności obliczeniowej na docisk jednociętych połączeń zakładkowych z łącznikami BOM przedstawiono, m.in. w opracowaniach [67] i [73].

W tablicy 3.2 zestawiono wartości sił tnących $T_{S,max}$ działających na pojedynczy sworzeń w najbardziej obciążonych połączeniach poszczególnych elementów próbnych oraz pokazano stopień wykorzystania nośności obliczeniowej P_d w tych złączach. Siły tnące $T_{S,max}$ oraz wytężenie łączników określone zostały dla sytuacji, w której elementy próbne osiągnęły

właściwą im nośność graniczną N_{gr} (por. rys. 3.10). Z kolei wyniki rozwiązania analitycznego obliczone zostały dla siły osiowej N o największej – spośród otrzymanych – wartości obciążenia granicznego, tj. $N_{gr,Bg\text{-}2}$ = 767,03 kN (por. rys. 3.10).



Rys. 3.16. Zależność S_1–δ_{L+E} połączenia ścianek 5,0 mm z oznaczoną nośnością obliczeniową P_d pojedynczego łącznika sworzniowego na docisk, wg [83]

Tablica 3.2

Stopień wytężenia połączeń

Element próbny	$T_{S,max}$ [kN]	$\frac{T_{S,\max}}{P_d}$
1	*2*	*3*
Bg-1	17,66	0,36
Bg-2	20,06	0,41
Bg-3	15,08	0,31
Rozwiązanie analityczne dla $N_{gr,Bg\text{-}2}$ = 767,03 kN	18,76	0,39

Można zauważyć (por. tabl. 3.2), że w najbardziej obciążonych zakładkowych połączeniach gałęzi 3-ch badanych prętów złożonych, istnieją znaczące rezerwy nośności obliczeniowej. Podobnie wytężenie pojedynczego łącznika w najbardziej obciążonym połączeniu, obliczone za pomocą modelu analitycznego, nie przekracza 40%.

Można również stwierdzić, że wszystkie łączniki w połączeniach gałęzi badanych prętów bliskogałęziowych, wytężone były jedynie w zakresie sprężystej fazy pracy przy docisku (por.

p. 1.2.3.3). Możliwe jest zatem zastosowanie w modelu analitycznym uproszczonych, liniowych charakterystyk opisujących zachowanie się rozważanych złączy. Próby opracowania takich charakterystyk przedstawione są, m.in. w pracy [73].

3.6. Podsumowanie

Wyniki badań doświadczalnych pozwoliły określić stopień współpracy, podatnie połączonych ze sobą – przy użyciu łączników BOM – trzech gałęzi pręta złożonego bliskogałęziowego.

Rezultaty doświadczeń pozwoliły na ustalenie rzeczywistego, zależnego od sztywności połączeń zakładkowych, rozdziału siły osiowej na dwie gałęzie pręta głównego oraz trzecią dodatkową gałąź wspomagającą.

Wykazano, że udział wspomagającej gałęzi rurowej w przenoszeniu całkowitej siły osiowej obciążającej pręt złożony, w sposób istotny zależy od podatności translacyjnej zastosowanych jednociętych złączy zakładkowych.

Zauważono, że wraz ze wzrostem obciążenia prętów złożonych do wartości granicznej ma miejsce zjawisko postępującej redukcji stopnia współpracy gałęzi wspomagającej w przenoszeniu obciążenia. Takie zachowanie badanych prętów związane jest ze zmniejszającymi się wraz ze wzrostem całkowitego obciążenia elementu złożonego sztywnościami chwilowymi wzajemnych połączeń gałęzi.

Jednocześnie należy podkreślić, że pomimo niewielkiej liczby zastosowanych połączeń gałęzi, przekrój wzmacniający w sposób znaczący włączył się do współpracy w przejmowaniu obciążenia osiowego, zdecydowanie poprawiając nośność na ściskanie pręta głównego o przekroju dwugałęziowym.

Można zatem stwierdzić, że zastosowanie złożonych elementów bliskogałęziowych w projektowaniu konstrukcji prętowych z kształtowników giętych na zimno z blach wydaje się racjonalne i uzasadnione.

Wyniki badań doświadczalnych potwierdziły ponadto poprawność zaproponowanego modelu teoretycznego, który może być wykorzystany do prowadzenia analiz numerycznych, w celu optymalizacji konstrukcji złożonego pręta bliskogałęziowego.

ROZDZIAŁ 4

BADANIA ELEMENTÓW ZŁOŻONYCH SMUKŁYCH

4.1. Cel badań

Celem badań było określenie nośności obliczeniowej na wyboczenie ściskanych osiowo prętów złożonych.

Należało przy tym ocenić wpływ podatności zakładkowych połączeń ścianek gałęzi wykonanych przy użyciu łączników BOM na stopień współpracy pręta głównego i dwóch gałęzi wspomagających w przenoszeniu siły osiowej i momentu zginającego, wynikającego ze ściskania pręta obarczonego początkową krzywizną.

Badania doświadczalne pozwoliły na weryfikację opracowanego modelu obliczeniowego, opisującego zachowanie się badanych elementów 3-gałęziowych.

4.2. Dobór parametrów elementów próbnych

Przyjęto, że badania doświadczalne ściskanych osiowo smukłych prętów złożonych bliskogałęziowych, przeprowadzone zostaną przy użyciu maszyny wytrzymałościowej o napędzie hydraulicznym, o zakresie maksymalnej siły ściskającej dochodzącej do 1000 kN, przy dopuszczalnej długości elementów próbnych nie przekraczającej 3200 mm.

4.2.1. Pręt główny

Założono, że gałąź pręta głównego wykonana będzie z kształtownika o przekroju zamkniętym prostokątnym lub kwadratowym, znajdującego zastosowanie w praktyce budowlanej, przede wszystkim w konstrukcjach lekkich kratownic dachowych, wykonanych z rur.

Rys. 4.1. Przekrój pręta złożonego 3-gałęziowego

Kluczowym kryterium doboru parametrów przekroju było osiągnięcie jak największej nośności przekroju na ściskanie osiowe, przy możliwie dużej smukłości pręta, zależnej od dopuszczalnej długości elementu próbnego (por. p. 4.2).

Parametry geometryczne przekroju zamkniętego powinny ponadto pozwolić na poprawną instalację łączników w połączeniach tak, aby – przy założeniu symetrycznego połączenia gałęzi wspomagających z prętem głównym (por. rys. 4.1) – uformowana plastycznie główka łącznika BOM, osadzonego w połączeniu dwu ścianek wykonanym z jednej strony łączonych kształtowników, nie kolidowała z łącznikiem osadzonym w otworach ścianek po stronie przeciwnej (rys. 4.1).

Postawionym wymaganiom, w sposób zadowalający mogły sprostać kształtowniki rurowe prostokątne wykonane w technologii walcowania na gorąco lub gięcia na zimno z blach.

W przypadku kształtowników rurowych prostokątnych wykonanych w technologii gięcia na zimno istnieje konieczność wykonania spoiny, zwykle w połowie szerokości jednej ze ścianek przekroju. Obecność szwu w osi ścianki, w miejscu, w którym przewidziano wykonanie połączeń pręta głównego i gałęzi wspomagającej (por. p. 4.2.2) jest jednak niepożądana, z uwagi na brak informacji na temat wpływu szwu na nośność i sztywność połączeń zakładkowych, wykonanych przy użyciu łączników BOM.

Aby uniknąć opisanych niedogodności przyjęto, że gałąź pręta głównego o długości 3000 mm, wykonana będzie z kształtownika rurowego o przekroju prostokątnym, walcowanego na gorąco, o nominalnych wymiarach 100×60×4 (por. rys. 4.1), ze stali S355.

4.2.2. Gałęzie wspomagające

Jednakowe przekroje dwóch krótszych od pręta głównego gałęzi wspomagających należało dobrać w taki sposób, aby znacząco poprawić nośność ściskanego osiowo elementu wzmacnianego.

Jednocześnie, smukłość pręta trójgałęziowego o przekroju bisymetrycznym, powinna umożliwić – z uwagi na założony cel badań (por. p. 4.1) – jego utratę stateczności ogólnej poprzez wyboczenie giętne, przed osiągnięciem stanu granicznego nośności (wg [113]) w przypodporowych, niewzmocnionych odcinkach pręta głównego, a także gałęzi wspomagających na odcinkach między sąsiednimi połączeniami oraz połączeń sworzniowych ścianek gałęzi.

Istotne też było, aby przekrój gałęzi umożliwił swobodne operowanie końcówką osadzaka hydraulicznego, o średnicy ok. 50 mm, w trakcie procesu instalacji łączników BOM-R16-4 w złączach.

Mając powyższe na uwadze, ostatecznie przyjęto, że gałęzie wspomagające o długości 2960 mm każda, wykonane zostaną z kształtowników o przekroju otwartym U30/60/30×4 (por. rys. 4.1), profilowanych na zimno z blach o nominalnej granicy plastyczności 355 MPa.

4.2.3. Połączenia

Połączenia ścianek gałęzi pręta głównego o przekroju zamkniętym ze ściankami prętów wspomagających o przekrojach otwartych, wykonano za pomocą łączników jednostronnych BOM-R16-4, umożliwiających łączenie elementów o łącznej grubości w przedziale (6,3 ÷ 9,6) mm [100].

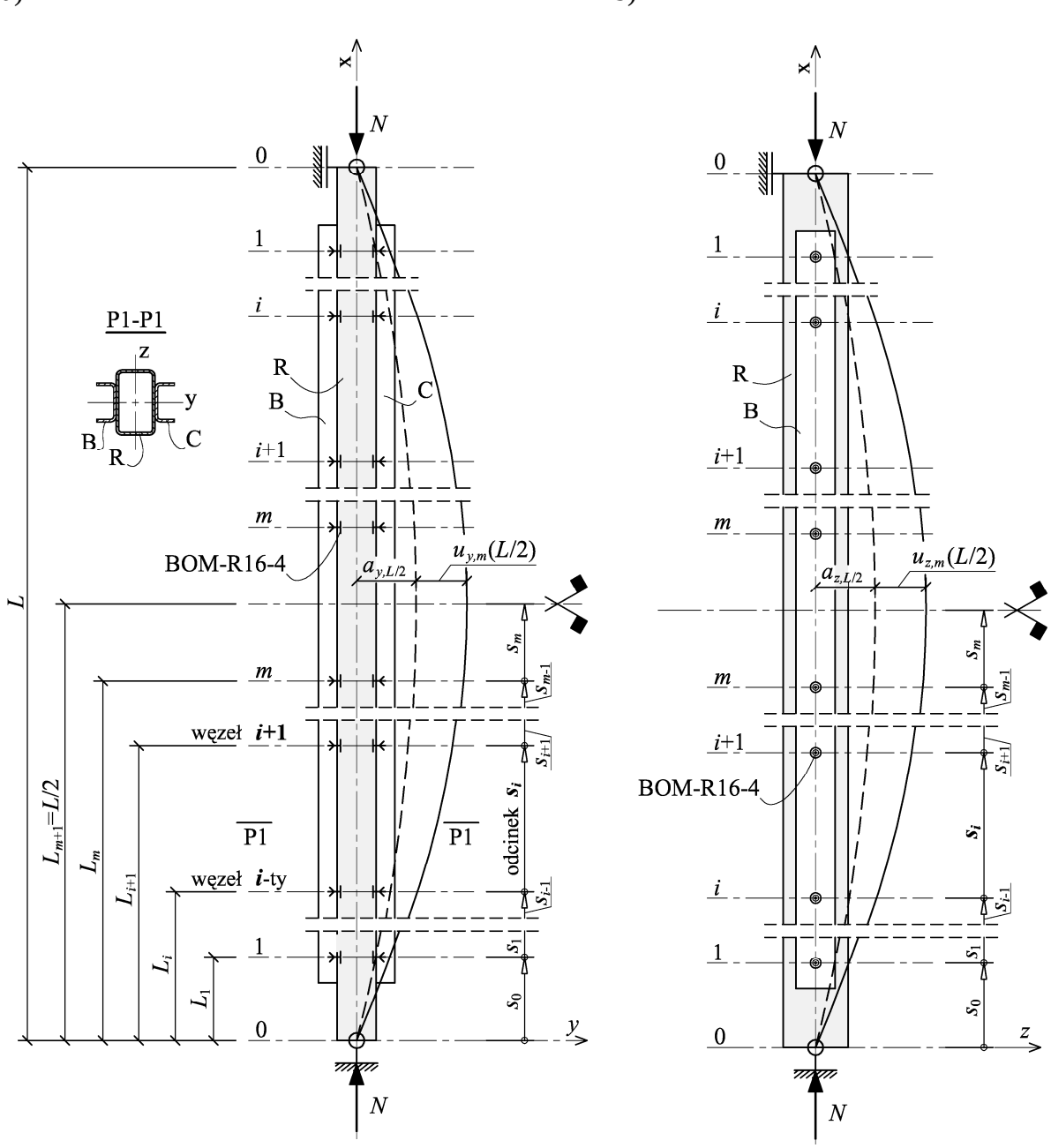
Podstawowym kryterium doboru liczby i rozstawu połączeń na długości elementów próbnych – wpisującym się w postulaty racjonalnego kształtowania konstrukcji – było ograniczenie, potrzebnych do wykonania montażu gałęzi, nakładów pracy, czasu i kosztów.

Kierując się wynikami obliczeń wstępnych przyjęto, że współpraca każdej z dwóch wspomagających gałęzi ceowych z prętem głównym o przekroju rurowym, będzie się realizowała za pośrednictwem ośmiu połączeń, równomiernie rozmieszczonych w odstępach, co 408 mm.

4.3. Model analityczny

4.3.1. Założenia

Analizie poddano ściskany osiowo, zamocowany przegubowo w węzłach podporowych pręt trójgałęziowy (rys. 4.2), w którym przylegające do siebie ścianki gałęzi zostały połączone wzajemnie za pomocą łączników jednostronnych BOM-R16-4.



Rys. 4.2. Schemat modelu obliczeniowego pręta złożonego bliskogałęziowego przy wyboczeniu w płaszczyznach: a) *xy*, b) *xz*

Wyniki licznych badań analitycznych i doświadczalnych prętów ściskanych osiowo, wykazały potrzebę uwzględniania w analizie tego typu elementów dwóch kluczowych form

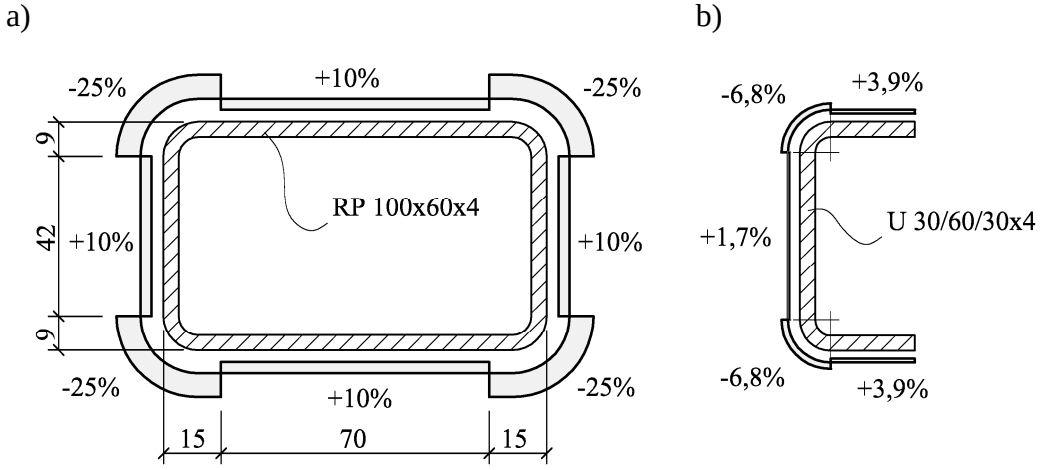
imperfekcji, tj. wstępnej krzywizny elementu oraz stanu naprężeń własnych w przekroju [5], [6], [7], [8], [28], [78].

Do celów analizy założono, że kształt osi pręta wstępnie wygiętego opisany będzie za pomocą półfali funkcji sinusa, o strzałce początkowej krzywizny – jednakowej dla 3-ch gałęzi pręta złożonego (por. rys. 4.2).

Przyjęto, że stan naprężeń normalnych w dowolnym przekroju poprzecznym, którejkolwiek z 3-ch gałęzi jest sumą naprężeń własnych i tych, wynikających z obciążenia elementu siłą ściskającą *N*. Założono upraszczająco jednakowy rozkład naprężeń własnych w dowolnym przekroju na długości gałęzi.

W analizach uwzględniono najniekorzystniejsze – z punktu widzenia nośności prętów ściskanych osiowo – naprężenia własne występujące w kierunku walcowania [64]. Na rysunku 4.3 pokazano – typowe dla procesów wytwórczych – rozkłady naprężeń własnych typu tarczowego w przekrojach kształtowników zamkniętych walcowanych na gorąco oraz ceowych giętych na zimno, przedstawione, odpowiednio, w opracowaniach [41] i [64].

Trzeba zauważyć, że ujemny wpływ, występujących w narożach kształtowników ceowych, nieznacznych naprężeń ściskających będzie z naddatkiem rekompensowany przez podwyższoną wskutek zgniotu granicę plastyczności [64], dlatego może on być pominięty w analizach. W obliczeniach uwzględniony będzie zatem tylko stan naprężeń własnych membranowych, występujący w gałęzi rurowej (por. rys. 4.3).



Rys. 4.3. Rozkład naprężeń własnych membranowych, ściskających (-) i rozciągających (+), jako procent granicy plastyczności materiału w przekrojach,: a) gałęzi rurowej, wg [41] (wymiary w mm), b) gałęzi ceowej, wg [64]

Do obliczeń przyjęto model materiału sprężysto-plastyczny bez wzmocnienia (por. [115]), o wartości modułu sprężystości podłużnej *E* określonej dla poszczególnych gałęzi na podstawie badań doświadczalnych.

Jako obliczeniowe kryterium stanu granicznego nośności rozważanych prętów złożonych, przyjmuje się początek uplastycznienia włókien skrajnych przekroju, którejkolwiek z 3-ch

współpracujących ze sobą gałęzi lub sprężyste wyboczenie pręta albo osiągnięcie nośności obliczeniowej dowolnego połączenia ścianek gałęzi.

Zastosowanie tak określonego kryterium nośności uzasadnione jest uplastycznieniem ścianek przekrojów w bliskim sąsiedztwie złączy, któremu towarzyszy gwałtowny spadek sztywności i nośności połączeń, i związane z tym znaczące obniżenie sztywności osiowej i giętnej pręta złożonego.

Można by wykorzystać rezerwę plastyczną przekrojów gałęzi, dostatecznie oddalonych od połączeń, lecz wymagałoby to zastosowania skomplikowanych – niewspółmiernych do uzyskanych nieznacznych korzyści – metod numerycznych, pozwalających na kontrolę stanu uplastycznienia w licznych przekrojach na długości pręta złożonego.

Z uwagi na obecny, ciągle niewystarczający stan wiedzy o zachowaniu się 1-ciętych połączeń zakładkowych z łącznikami BOM, m.in. w warunkach obciążeń o charakterze naprzemiennym i długotrwałym, przyjęto założenie, że połączenia wytężone będą jedynie w sprężystym zakresie ich pracy przy docisku.

Wyboczenie pręta w każdej z dwóch płaszczyzn: *xy* – przecinającej 3 gałęzie oraz *xz* – przechodzącą przez gałąź pręta głównego (por. rys. 4.2), analizowane będzie oddzielnie.

Symetria pręta złożonego względem osi poziomej *y*, usytuowanej w środku długości pręta (por. rys. 4.2), umożliwia ograniczenie analizy jedynie do połowy układu.

Do celów analizy przyjęto oznaczenia gałęzi: „R” – dla pręta głównego o przekroju zamkniętym prostokątnym oraz „B” i „C” – dla gałęzi wspomagających o przekrojach otwartych ceowych, przy czym w analizie wyboczenia układu w płaszczyźnie *xy*, gałąź „B” zawsze znajduje się po stornie wklęsłej.

Rozwiązanie zadania polega na określeniu – dla zadanych wielkości: strzałki początkowej krzywizny oraz strzałki ugięcia pręta – wartości sił tnących T w połączeniach oraz siły osiowej N, a także funkcji ugięć współpracujących gałęzi.

Tak otrzymane wyniki pozwolą na określenie ścieżek równowagi statycznej analizowanych elementów złożonych, w postaci zależności: siła ściskająca N – ugięcie $u_m(L/2)$ (por. rys. 4.2), które łącznie z analizą stanu naprężeń w gałęziach i stanu wytężenia połączeń, pozwolą określić nośność obliczeniową badanych prętów bliskogałęziowych.

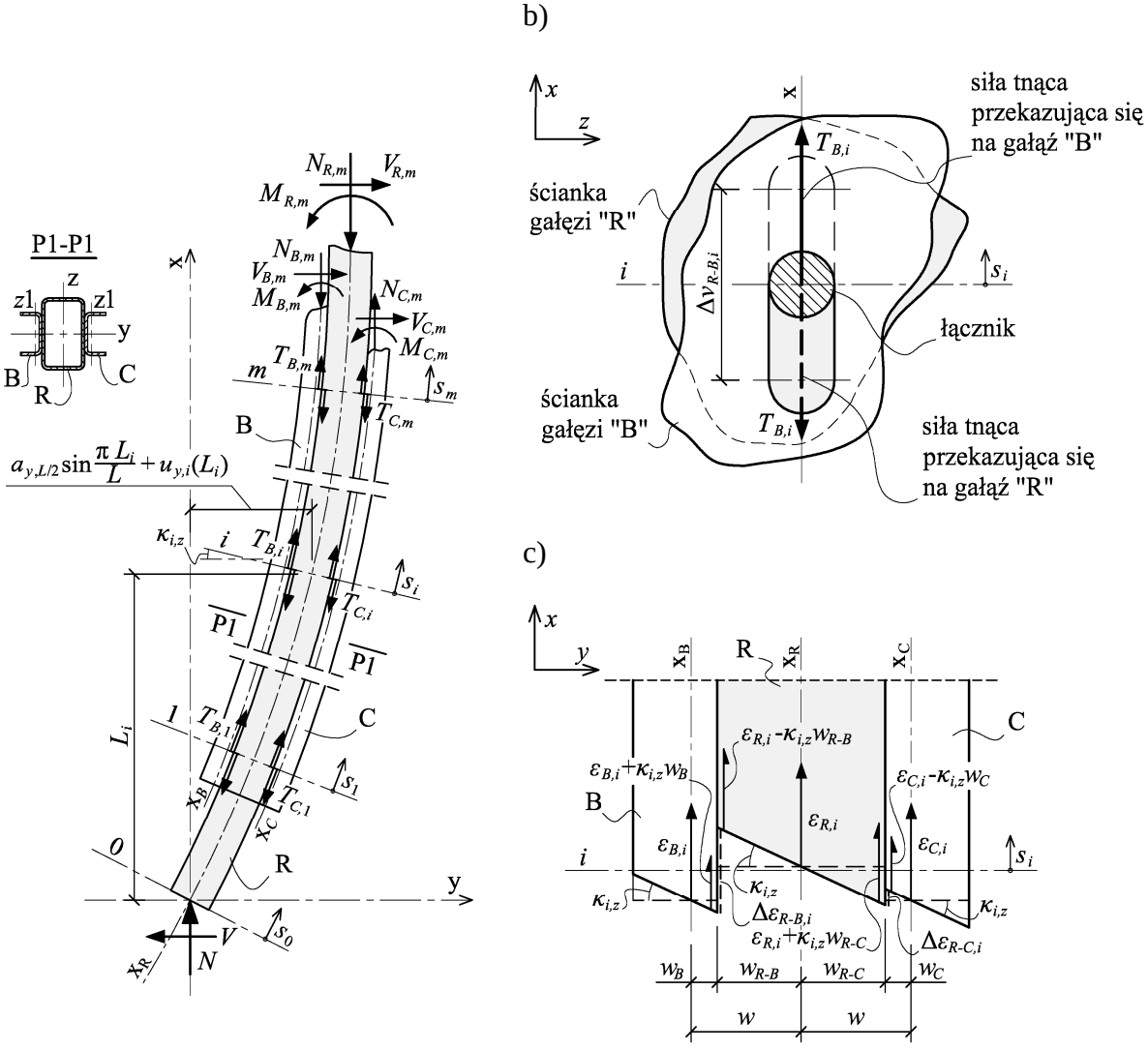
Wyniki uzyskane w rozwiązaniu analitycznym będą zweryfikowane na drodze badań doświadczalnych.

4.3.2. Wyboczenie elementu w płaszczyźnie *xy*

Analizowany będzie rozkład sił wewnętrznych oraz stan odkształceń i przemieszczeń w stykach gałęzi pręta złożonego ściskanego mimośrodowo, zachodzących w płaszczyźnie *xz* (rys. 4.4a).

Równania równowagi sił wewnętrznych w gałęziach pręta złożonego sformułowane zostały przy wstępnym założeniu znaczącego wpływu momentu zginającego i wynikających stąd zwrotów sił tnących T_i w połączeniach współpracujących ze sobą gałęzi (por. rys. 4.4a).

Wiadomo na podstawie dotychczasowych badań doświadczalnych, że jednocięte połączenia zakładkowe wykazują znaczący stopień podatności translacyjnej [73], [83]. Wartości sił tnących T_i występujących w połączeniach gałęzi w i-tym węźle (dla $i = 1 \div m$) na długości $L/2$ pręta złożonego (por. rys. 4.4a), związane są z wzajemnymi przemieszczeniami Δv_i połączonych ścianek w płaszczyźnie kontaktu gałęzi, zachodzącymi w osiach rozważanych złączy (por. rys. 4.4b).



Rys. 4.4. Model obliczeniowy: a) obciążenie pręta złożonego i oznaczenie sił wewnętrznych, b) plan wzajemnych przemieszczeń ścianek w osi łącznika znajdującego się w i-tym węźle, c) plan odkształceń w osi i-tego węzła

Założono upraszczająco, że pomimo poślizgów zachodzących w płaszczyznach kontaktu gałęzi, połączenia rozmieszczone są na tyle gęsto, aby zapewnić wystarczające zespolenie gałęzi w kierunku normalnym do płaszczyzny styków. Takie ujęcie problemu pozwala na przyjęcie w dalszych rozważaniach założenia o jednakowych krzywiznach 3-ch gałęzi pręta złożonego, zarówno w konfiguracji początkowej (por. p. 4.3.1) jak i odkształconej

pod obciążeniem siłą osiową *N*. W dowolnym *i*-tym węźle oraz na odcinku s_i (dla $i = 1 \div m$, por. rys. 4.2) spełniona jest zatem zależność:

$$\kappa_{B,i,z}(x) = \kappa_{R,i,z}(x) = \kappa_{C,i,z}(x) = \kappa_{i,z}(x), \tag{4.1}$$

gdzie: $\kappa_{B,i,z}(x)$, $\kappa_{R,i,z}(x)$, $\kappa_{C,i,z}(x)$ - krzywizny gałęzi, odpowiednio, „B", „R" i „C",
$\kappa_{i,z}(x)$ - krzywizna pręta trójgałęziowego wyrażona, w przyjętym układzie współrzędnych (por. rys. 4.4a), za pomocą relacji (por. [80]):

$$\kappa_{i,z}(x) = -\frac{M_{z,i}(x)}{(EI)_{zast,i}}, \tag{4.2}$$

w której: $M_{z,i}(x)$ - zewnętrzny moment zginający wynikający ze ściskania pręta złożonego, obarczonego początkową krzywizną,
$(EI)_{zast,i}$ - sztywność zastępcza pręta złożonego na odcinku s_i (por. rys. 4.2), wynikająca z ograniczonej – z uwagi na podatność połączeń – współpracy pręta głównego „R" z gałęziami wspomagającymi „B" i „C".

W pierwszej kolejności analizowane będą związki zachodzące pomiędzy poślizgami w złączach i odkształceniami łączonych gałęzi na powierzchniach styków.

Przyjmując, że odkształcenia ściskające określone są w sposób dodatni, stan odkształceń zachodzący w stykach gałęzi „R" i „B" oraz „C" i „R" w dowolnym *i*-tym węźle oraz na długości odcinka s_i (dla $i = 1 \div m$) można opisać, odpowiednio, zależnościami (por. rys. 4.4c):

$$\begin{aligned}\Delta\varepsilon_{R-B,i}(x) &= \varepsilon_{R,i} + \left[-\kappa_{i,z}(x)\right] w_{R-B} - \left(\varepsilon_{B,i} - \left[-\kappa_{i,z}(x)\right] w_B\right) = \\ &= \varepsilon_{R,i} - \varepsilon_{B,i} - \kappa_{i,z}(x)\left[w_B + w_{R-B}\right],\end{aligned} \tag{4.3}$$

oraz

$$\begin{aligned}\Delta\varepsilon_{R-C,i}(x) &= \varepsilon_{C,i} + \left[-\kappa_{i,z}(x)\right] w_C - \left(\varepsilon_{R,i} - \left[-\kappa_{i,z}(x)\right] w_{R-C}\right) = \\ &= \varepsilon_{C,i} - \varepsilon_{R,i} - \kappa_{i,z}(x)\left[w_C + w_{R-C}\right],\end{aligned} \tag{4.4}$$

gdzie: w_B, w_C, $w_{R\text{-}B}$, $w_{R\text{-}C}$ - odległości powierzchni styków do osi obojętnych gałęzi, odpowiednio, „B", „C" i „R",
$\varepsilon_{B,i}$, $\varepsilon_{C,i}$, $\varepsilon_{R,i}$ - odkształcenia gałęzi jw., od działania sił osiowych.

Z warunków równowagi oddziaływań zewnętrznych i cząstkowych sił normalnych (por. rys. 4.4a) w *i*-tym węźle (dla $i = 1 \div m$), można otrzymać zależności na siły osiowe w gałęziach „R", „B" i „C", o stałych wartościach na odcinku s_i, odpowiednio:

$$N_{R,i} = N - N_{B,i} + N_{C,i}, \tag{4.5}$$

$$N_{A,i} = \sum_{1}^{i} T_{B,i}, \tag{4.6}$$

$$N_{B,i} = \sum_{1}^{i} T_{C,i}, \tag{4.7}$$

gdzie: $T_{B,i}$, $T_{C,i}$ - siły tnące w i-tym węźle, odpowiednio, w stykach gałęzi „B" i „R" oraz „C" i „R" (por. rys. 4.4a), zdefiniowane zgodnie z zależnościami:

$$T_{B,i} = T_{B,i,N} + T_{B,i,M}, \tag{4.8}$$

$$T_{C,i} = -T_{C,i,N} + T_{C,i,M}, \tag{4.9}$$

w których: $T_{B,i,N}$, $T_{C,i,N}$ - siły tnące od obciążenia siłą osiową N,
$T_{B,i,M}$, $T_{C,i,M}$ - siły tnące od obciążenia momentem zginającym $M_{z,i}(x)$.

Podobnie, z warunku równowagi momentów zginających w dowolnym przekroju na długości odcinka s_i (dla $i = 1 \div m$) otrzymano (por. rys. 4.4a):

$$M_{z,i}(x) = M_{B,i,z1}(x) + M_{R,i,z}(x) + M_{C,i,z1}(x) + N_{B,i}(w_{R-B} + w_B) + N_{C,i}(w_{R-C} + w_C), \tag{4.10}$$

gdzie: $M_{B,i,z1}(x)$, $M_{C,i,z1}(x)$ - funkcje przekrojowych momentów zginających, odpowiednio, w gałęziach „B" i „C", określone względem osi $z1$,
$M_{R,i,z}(x)$ - funkcja przekrojowego momentu zginającego w gałęzi „R", określona względem osi z.

Korzystając z założenia o jednakowej krzywiźnie 3-ch gałęzi oraz zakładając, że $w_{R-B} + w_B = = w_{R-C} + w_C = w$ (por. rys. 4.4c), a także $E_B I_{B,z1} = E_C I_{C,z1} \equiv E_U I_{U,z1}$, wyrażenia określające funkcje przekrojowych momentów zginających w gałęziach „R", „B" i „C" na długości odcinka s_i można zapisać w postaci:

$$M_{R,i,z}(x) = \frac{M_{z,i}(x) - w(N_{B,i} + N_{C,i})}{2E_U I_{U,z1} + E_R I_{R,z}} E_R I_{R,z}, \tag{4.11}$$

$$M_{B,i,z1}(x) = M_{C,i,z1}(x) = \frac{M_{z,i}(x) - w(N_{B,i} + N_{C,i})}{2E_U I_{U,z1} + E_R I_{R,z}} E_U I_{U,z1}, \tag{4.12}$$

gdzie: E_R, E_U - moduły sprężystości podłużnej materiału gałęzi, odpowiednio, rurowej „R" oraz ceowych „B" i „C" (ozn. „U"),
$I_{R,z}$, $I_{U,z1}$ - momenty bezwładności przekroju gałęzi, odpowiednio, wewnętrznej „R", względem osi z oraz zewnętrznych „B" i „C" (ozn. „U"), względem osi $z1$ (por. rys. 4.4a).

Funkcję zewnętrznego momentu zginającego występującego na długości kolejnych odcinków s_i (dla $i = 0 \div m$, por. rys. 4.4a) – przy założeniu, że kształt początkowej krzywizny pręta złożonego opisany jest półfalą funkcji sinusa – określa zależność (por. rys. 4.2a):

$$M_{z,i}(x) = N\left[u_{y,i}(x) + a_{y,L/2} \sin\frac{\pi x}{L}\right], \tag{4.13}$$

gdzie: $a_{y,L/2}$ - strzałka wstępnej krzywizny pręta złożonego,
L - długość wyboczeniowa pręta,
$u_{y,i}(x)$ - funkcja ugięcia elementu złożonego określona na długości odcinka s_i (dla $i = 0 \div m$).

Wychodząc z równania krzywizny (4.2), funkcję momentu zginającego występującego w dowolnej z 3-ch gałęzi pręta złożonego na długości odcinka s_i (dla $i = 1 \div m$), przykładowo w gałęzi rurowej, można zapisać w postaci:

$$M_{R,i,z}(x) = \frac{M_{z,i}(x)}{(EI)_{zast,i}} E_R I_{R,z}. \tag{4.14}$$

Porównując ze sobą prawe strony równań (4.11) i (4.14), otrzymać można wyrażenie określające sztywność zastępczą $(EI)_{zast,i}$ pręta złożonego:

$$(EI)_{zast,i} = \frac{M_{z,i}(x)\left[2E_U I_{U,z1} + E_R I_{R,z}\right]}{M_{z,i}(x) - w\left(N_{B,i} + N_{C,i}\right)}. \tag{4.15}$$

Stąd równanie krzywizny (4.2) można przedstawić w formie zależności:

$$\frac{\mathrm{d}^2 u_{y,i}}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{M_{z,i}(x) - w\left(N_{B,i} + N_{C,i}\right)}{2E_U I_{U,z1} + E_R I_{R,z}}, \tag{4.16}$$

z której – po uwzględnieniu relacji (4.13) – otrzymujemy równanie linii ugięcia pręta trójgałęziowego, obowiązujące na długości dowolnego odcinka s_i (dla $i = 1 \div m$), w postaci:

$$\left(2E_U I_{U,z1} + E_R I_{R,z}\right)\frac{\mathrm{d}^2 u_{y,i}}{\mathrm{d}x^2} = -N\left[u_{y,i}(x) + a_{y,L/2}\sin\frac{\pi x}{L}\right] + w\left(N_{B,i} + N_{C,i}\right). \tag{4.17}$$

Jak widać, sztywność zginania pręta złożonego w płaszczyźnie *xy* wyrażona jest – po lewej stronie równania – poprzez sumę sztywności poszczególnych gałęzi względem ich własnych powierzchni obojętnych (por. rys. 4.4a). Prawa strona rozważanego równania wyraża natomiast różnicę momentów zginających: zewnętrznego – będącego rezultatem ściskania pręta obarczonego początkową krzywizną, oraz wynikającego z działania sił tnących $T_{B,i}$ i $T_{C,i}$ w połączeniach gałęzi (por. (4.5 ÷ 4.7)). Z relacji (4.10) wynika, że różnica ta równa jest sumie momentów przekrojowych $M_{R,i,z}$, $M_{B,i,z1}$ oraz $M_{C,i,z1}$, występujących w 3-ch współpracujących gałęziach (por. rys. 4.4a).

Na podstawie powyższych rozważań można zatem stwierdzić, że spełniona jest relacja:

$$(EI)_{zast,i}\frac{\mathrm{d}^2 u_{y,i}}{\mathrm{d}x^2} = -M_{z,i}(x) \equiv \left(2E_U I_{U,z1} + E_R I_{R,z}\right)\frac{\mathrm{d}^2 u_{y,i}}{\mathrm{d}x^2} = -M_{z,i}(x) + w\left(N_{B,i} + N_{C,i}\right), \tag{4.18}$$

co pozwala na wykorzystanie zależności postaci (4.17) w dalszych rozważaniach.

W rozpatrywanym przypadku siła osiowa *N* powoduje powstanie momentu zginającego $M_{z,i}(x)$ (por. (4.13)), którego nie można wyznaczyć, dopóki nie określi się ugięć $u_{y,i}(x)$. Rozważany pręt złożony jest zatem ustrojem statycznie niewyznaczalnym, co wymaga rozwiązania układu równań różniczkowych linii ugięcia, postaci (por. rys. 4.2a):

- dla niewzmocnionego fragmentu pręta głównego „R”, na długości skrajnego odcinka s_0

$$E_R I_{R,z}\frac{\mathrm{d}^2 u_{y,0}}{\mathrm{d}x^2} = -N\left[u_{y,0}(x) + a_{y,L/2}\sin\frac{\pi x}{L}\right], \tag{4.19}$$

- dla części pręta o przekroju trójgałęziowym, na długości kolejnych odcinków $s_1 \div s_m$

$$\left(2E_U I_{U,z1} + E_R I_{R,z}\right)\frac{\mathrm{d}^2 u_{y,i}}{\mathrm{d}x^2} = -N\left[u_{y,i}(x) + a_{y,L/2}\sin\frac{\pi x}{L}\right] + w\left(N_{B,i} + N_{C,i}\right). \tag{4.20}$$

Warto w tym miejscu zwrócić uwagę, że przekształcenie zależności (4.19) i (4.20) do postaci równań różniczkowych IV rzędu, pozwoli na późniejszą (por. p. 5.3) łatwą modyfikację tak opracowanego rozwiązania i wykorzystanie go do obliczania prętów bliskogałęziowych o warunkach brzegowych innych, niż przyjęte w niniejszej analizie.

Różniczkując dwukrotnie równania (4.19) i (4.20) otrzymujemy kolejno wzory:

$$E_R I_{R,z} \frac{\mathrm{d}^4 u_{y,0}}{\mathrm{d}x^4} + N \frac{\mathrm{d}^2 u_{y,0}}{\mathrm{d}x^2} - N \frac{a_{y,L/2}\, \pi^2 \sin\dfrac{\pi x}{L}}{L^2} = 0, \tag{4.21}$$

$$\left(2E_U I_{U,z1} + E_R I_{R,z}\right) \frac{\mathrm{d}^4 u_{y,i}}{\mathrm{d}x^4} + N \frac{\mathrm{d}^2 u_{y,i}}{\mathrm{d}x^2} - N \frac{a_{y,L/2}\, \pi^2 \sin\dfrac{\pi x}{L}}{L^2} = 0. \tag{4.22}$$

Stosując oznaczenia:

$$k_R^2 = \frac{N}{E_R I_{R,z}},$$

$$k_{R+U}^2 = \frac{N}{2E_U I_{U,z1} + E_R I_{R,z}},$$

równania (4.21) i (4.22) można przedstawić w postaci, odpowiednio:

$$\frac{\mathrm{d}^4 u_{y,0}}{\mathrm{d}x^4} + k_R^2 \frac{\mathrm{d}^2 u_{y,0}}{\mathrm{d}x^2} - k_R^2 \frac{a_{y,L/2}\, \pi^2 \sin\dfrac{\pi x}{L}}{L^2} = 0, \tag{4.23}$$

$$\frac{\mathrm{d}^4 u_{y,i}}{\mathrm{d}x^4} + k_{R+U}^2 \frac{\mathrm{d}^2 u_{y,i}}{\mathrm{d}x^2} - k_{R+U}^2 \frac{a_{y,L/2}\, \pi^2 \sin\dfrac{\pi x}{L}}{L^2} = 0. \tag{4.24}$$

Ogólnym rozwiązaniem układu równań (4.23) i (4.24) są funkcje ugięć pręta złożonego:
- na długości odcinka s_0

$$u_{y,0}(x) = C_{0,3} x + C_{0,4} - \frac{C_{0,1} \cos(k_R\, x) + C_{0,2} \sin(k_R\, x)}{k_R^2} + \frac{a_{y,L/2}\, k_R^2 L^2 \sin\left(\dfrac{\pi x}{L}\right)}{-k_R^2 L^2 + \pi^2}, \tag{4.25}$$

- na długości kolejnych odcinków $s_1 \div s_m$

$$u_{y,i}(x) = C_{i,3} x + C_{i,4} - \frac{C_{i,1} \cos(k_{R+U,i}\, x) + C_{i,2} \sin(k_{R+U,i}\, x)}{k_{R+U,i}^2} + \frac{a_{y,L/2}\, k_{R+U,i}^2 L^2 \sin\left(\dfrac{\pi x}{L}\right)}{-k_{R+U,i}^2 L^2 + \pi^2}. \tag{4.26}$$

Dla zadanej wartości strzałki ugięcia $u_{y,L/2}$ pręta złożonego, poszukiwaną wielkość obciążenia N oraz stałe całkowania $C_{0,1\div4}$ i $C_{i,1\div4}$ występujące w układzie równań (4.25) i (4.26) przypisanym wszystkim odcinkom $s_0 \div s_m$ na długości $L/2$ pręta złożonego (por. rys. 4.2a), wyznaczyć można korzystając z warunków brzegowych na końcach i w poszczególnych węzłach rozważanego pręta.

Stosując równanie (4.25), z warunku ugięcia pręta na podporze, dla współrzędnej $x = 0$, otrzymujemy:

$$u_{y,0}(0) = 0. \tag{4.27}$$

Korzystając z równania (4.26) i warunku ciągłości ugięć pręta złożonego w dowolnym *i*-tym węźle (dla $i = 1 \div m$), znajdującym się w odległości L_i od węzła podporowego (por. rys. 4.2), otrzymujemy:

$$u_{y,i-1}(L_i) = u_{y,i}(L_i). \tag{4.28}$$

Podobnie dla zadanej wartości ugięcia $u_{y,L/2}$ w połowie długości pręta, tj. dla $x = L/2$ zachodzi:

$$u_{y,m}(L/2) = u_{y,L/2}. \tag{4.29}$$

Ponieważ sąsiadujące ze sobą odcinki s_{i-1} oraz s_i mają w *i*-tym węźle (dla dla $i = 1 \div m$) wspólną styczną, otrzymujemy kolejne równanie:

$$u'_{y,i-1}(L_i) = u'_{y,i}(L_i). \tag{4.30}$$

Z kolei dla stycznej linii ugięcia w połowie długości pręta złożonego, tj. dla $x = L/2$, można zapisać zależność:

$$u'_{y,m}(L/2) = 0. \tag{4.31}$$

Dalej, wiedząc, że w słupie podpartym przegubowo momenty zginające zanikają na końcach, otrzymujemy warunek (por. (4.19)):

$$E_R I_{R,z}\, u''_{y,0}(0) = 0. \tag{4.32}$$

Kolejne warunki brzegowe określające sumę przekrojowych momentów zginających w dowolnym *i*-tym węźle (dla $i = 1 \div m$) na długości $L/2$ pręta złożonego (por. (4.20)), zapisać można w postaci:

$$\left(2E_U I_{U,z1} + E_R I_{R,z}\right) u''_{y,i}(L_i) = -N\left[u_{y,i}(L_i) + a_{y,L/2} \sin\frac{\pi L_i}{L}\right] + w\left(N_{B,i} + N_{C,i}\right). \tag{4.33}$$

Różniczkując równania (4.19) i (4.20) względem zmiennej niezależnej *x*, otrzymać można warunki brzegowe określające sumę przekrojowych sił poprzecznych V w gałęziach pręta złożonego (por. rys. 4.4a):

- w skrajnym węźle $i = 1$

$$E_R I_{R,z}\, u'''_{y,0}(L_1) + N\, u'_{y,0}(L_1) = \left(2E_U I_{U,z1} + E_R I_{R,z}\right) u'''_{y,1}(L_1) + N\, u'_{y,1}(L_1), \tag{4.34}$$

- w kolejnych *i*-tych węzłach (dla $i = 2 \div m$)

$$\left(2E_U I_{U,z1} + E_R I_{R,z}\right) u'''_{y,i-1}(L_i) + N\, u'_{y,i-1}(L_i) = \left(2E_U I_{U,z1} + E_R I_{R,z}\right) u'''_{y,i}(L_i) + N\, u'_{y,i}(L_i), \tag{4.35}$$

- w połowie długości pręta złożonego

$$\left(2E_U I_{U,z1} + E_R I_{R,z}\right) u'''_{y,m}(L/2) + N\, u'_{y,m}(L/2) = 0. \tag{4.36}$$

Uwzględnienie relacji (4.2) oraz wyrażeń łączących siły osiowe w gałęziach „R”, „B” i „C” z odkształceniami tychże gałęzi, danych zależnościami:

$$\varepsilon_{R,i} = \frac{N_{R,i}}{E_R A_R}, \tag{4.37}$$

$$\varepsilon_{B,i} = \frac{N_{B,i}}{E_B A_B}, \tag{4.38}$$

$$\varepsilon_{C,i} = -\frac{N_{C,i}}{E_C A_C}, \tag{4.39}$$

pozwala równania (4.3) i (4.4), opisujące stan odkształceń w obszarze kontaktu gałęzi „B” i „R” oraz „R” i „C”, przedstawić kolejno w następującej postaci:

$$\Delta\varepsilon_{R-B,i}(x) = \frac{N + \sum_{1}^{i}\left(T_{C,i} - T_{B,i}\right)}{E_R A_R} - \frac{\sum_{1}^{i} T_{B,i}}{E_U A_U} + \frac{N\left[u_{y,i}(x) + a_{y,L/2}\sin\dfrac{\pi x}{L}\right] - w\sum_{1}^{i}\left(T_{B,i} + T_{C,i}\right)}{2E_U I_{U,z1} + E_R I_{R,z}} w, \tag{4.40}$$

oraz

$$\Delta\varepsilon_{R-C,i}(x) = -\frac{\sum_{1}^{i} T_{C,i}}{E_U A_U} - \frac{N + \sum_{1}^{i}\left(T_{C,i} - T_{B,i}\right)}{E_R A_R} + \frac{N\left[u_{y,i}(x) + a_{y,L/2}\sin\dfrac{\pi x}{L}\right] - w\sum_{1}^{i}\left(T_{B,i} + T_{C,i}\right)}{2E_U I_{U,z1} + E_R I_{R,z}} w, \tag{4.41}$$

gdzie: A_R, $A_U \equiv A_B = A_C$ - pola przekroju poprzecznego, odpowiednio, pręta głównego „R” oraz gałęzi ceowych „B” i „C”, (ozn. „U”).

Rozwiązanie pozwalające wyznaczyć wartości sił tnących w połączeniach gałęzi wymaga przekształcenia równań (4.40) i (4.41) do zależności opisujących poślizgi w rozważanych złączach.

Ustalenie wielkości poślizgów w poszczególnych złączach, wiąże się z koniecznością przeprowadzenia analizy rozkładu pól przemieszczeń w kolejnych przekrojach poprzecznych na długości rozważanego elementu złożonego.

Można dowieść, że w każdym punkcie przekroju poprzecznego, znajdującego się w osi symetrii analizowanego pręta (por. rys. 4.2) spełniony jest warunek ciągłości pola przemieszczeń (por. p. 3.3.2). Można równocześnie wykazać brak tejże ciągłości – z uwagi na poślizgi zachodzące w złączach – we włóknach dowolnego przekroju złożonego, znajdującego się poza osią symetrii oraz wzrost wielkości stwierdzonych nieciągłości w miarę oddalania się od środka długości pręta bliskogałęziowego, w kierunku obu podpór.

Wielkość poślizgu Δv_i (por. rys. 4.4b) w połączeniu znajdującym się w i-tym węźle (dla $i = 1 \div m$) jest zatem sumą stwierdzonych nieciągłości, realizujących się w stykach ścianek gałęzi „B” i „R” oraz „R” i „C”, na długości od osi symetrii pręta złożonego do rozważanego złącza, co można wyrazić, odpowiednio, w postaci sum całkowych:

$$\Delta v_{R-B,i} = \sum_{i}^{m} \int_{L_i}^{L_{i+1}} \Delta\varepsilon_{R-B,i}(x)\,\mathrm{d}x, \tag{4.42}$$

$$\Delta v_{R-C,i} = \sum_{i}^{m} \int_{L_i}^{L_{i+1}} \Delta\varepsilon_{R-C,i}(x)\,\mathrm{d}x. \tag{4.43}$$

Pełna postać rozwiązania wymaga uzupełnienia układu równań (4.42) i (4.43) o warunki brzegowe określające sztywności połączeń, czyli relację zachodzącą między wielkością poślizgu Δv_i i wartością siły tnącej T_i w złączu (por. rys. 4.4).

Otrzymana na podstawie badań doświadczalnych jednociętych połączeń zakładkowych z łącznikami BOM-R16-4 krzywa wynikowa, opisująca ich zachowanie się, określona została w postaci funkcji wykładniczej [83]:

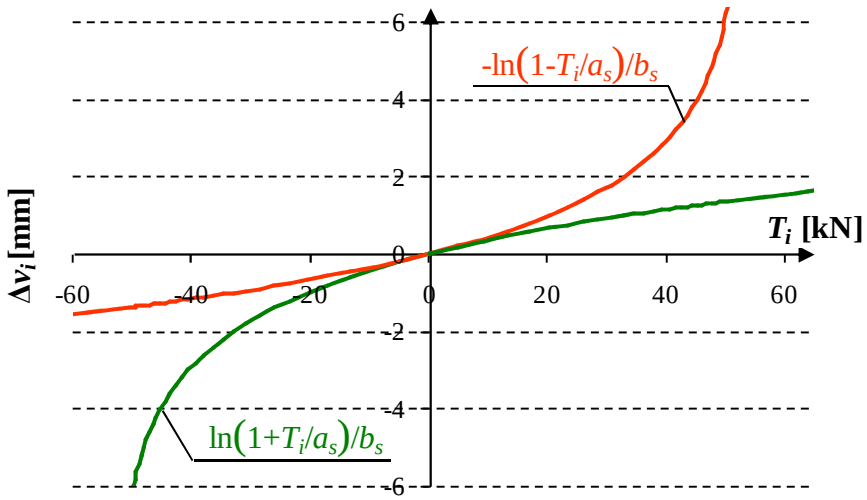
$$T_i = a_s\left(1 - e^{-b_s \Delta v_i}\right), \tag{4.44}$$

gdzie: a_s = 52,6989 [kN] - asymptota krzywej wykładniczej, odpowiadająca nośności granicznej połączenia,

b_s = 0,489 [1/mm] - parametr kierunkowy krzywej.

Funkcja odwrotna do zależności (4.44), dająca się zastosować w równaniach fizycznych kontaktu ścianek gałęzi pręta złożonego, określona jest zależnością (rys. 4.5):

$$\Delta v_i = \frac{\ln\left(1 - \dfrac{T_i}{a_s}\right)}{-b_s}. \tag{4.45}$$



Rys. 4.5. Wynikowa zależność doświadczalna $\Delta v_i - T_i$ dla 1-ciętych połączeń zakładkowych z łącznikami typu BOM-R16-4 (opis w tekście)

Trzeba tutaj zwrócić uwagę, że funkcja (4.45) w sposób właściwy opisuje zachowanie się rozważanych połączeń zakładkowych tylko w zakresie dodatnich wartości sił tnących T_i. Za dodatnie uważa się te siły tnące, których zwroty są zgodne z tymi, pokazanymi na rysunku 4.4. W przypadku przeciwnym, siły tnące uważane są za ujemne i wówczas funkcja poślizgu w złączach powinna być określona relacją (por. rys. 4.5):

$$\Delta v_i = \frac{\ln\left(1+\dfrac{T_i}{a_s}\right)}{b_s}. \tag{4.46}$$

Dogodną do obliczeń postać funkcji Δv_i, która by w sposób poprawny opisywała ścieżkę równowagi statycznej połączeń zarówno w dodatnim jak i ujemnym zakresie sił tnących, uzyskano poprzez zastosowanie funkcji *Heaviside'a*, określonej w następujący sposób [81]:

$$\Theta(T_i)=\begin{cases}1 & \text{dla } T_i>0,\\ 1/2 & \text{dla } T_i=0,\\ 0 & \text{dla } T_i<0.\end{cases} \tag{4.47}$$

Wartość ½ funkcji *Heaviside'a* odpowiada sytuacji, kiedy pręt złożony nie jest obciążony, zatem nie będzie ona brana pod uwagę w obliczeniach, w których zawsze $N > 0$, z czego również wynika, że $T_i \neq 0$.

Dla znanych wartości T_i, funkcja przemieszczeń Δv_i opisana jest relacją:

$$\Delta v_i = \Theta(T_i)\frac{\ln\left(1+\dfrac{T_i}{a_s}\right)}{b_s} + \Theta(T_i)\frac{\ln\left(1-\dfrac{T_i}{a_s}\right)}{-b_s}. \tag{4.48}$$

W rozważanym modelu analitycznym, gdzie zarówno poślizgi Δv_i jak i siły tnące T_i występują w postaci niewiadomych, dogodną do obliczeń postać równania (4.48) można uzyskać stosując metodę kolejnych przybliżeń, gdzie argumentami funkcji *Heaviside'a* w danym kroku obliczeniowym są wartości sił tnących T_i^* obliczone w kroku poprzednim.

Wówczas, zależności (4.42) i (4.43) uzupełnione o warunki brzegowe w połączeniach, przedstawić można w postaci układu równań:

$$\sum_i^m \int_{L_i}^{L_{i+1}} \Delta\varepsilon_{R-B,i}(x)\,\mathrm{d}x = \Theta(T_{B,i}^*)\frac{\ln\left(1+\dfrac{T_{B,i}}{a_s}\right)}{b_s} + \Theta(T_{B,i}^*)\frac{\ln\left(1-\dfrac{T_{B,i}}{a_s}\right)}{-b_s}, \tag{4.49}$$

oraz

$$\sum_i^m \int_{L_i}^{L_{i+1}} \Delta\varepsilon_{R-C,i}(x)\,\mathrm{d}x = \Theta(T_{C,i}^*)\frac{\ln\left(1+\dfrac{T_{C,i}}{a_s}\right)}{b_s} + \Theta(T_{C,i}^*)\frac{\ln\left(1-\dfrac{T_{C,i}}{a_s}\right)}{-b_s}. \tag{4.50}$$

Wartości argumentów funkcji *Heaviside'a* w równaniach (4.49) i (4.50) mogą być ustalone w sposób następujący: w pierwszym kroku obliczeniowym wielkości $T^*_{B,i}$ oraz $T^*_{C,i}$ przyjmują dowolne dodatnie wartości tak, że ŚRS połączeń opisane są tylko zależnością (4.45); w drugim kroku obliczeniowym wielkości $T^*_{B,i}$ oraz $T^*_{C,i}$ przyjmują wartości sił tnących, odpowiednio, $T_{B,i}$ i $T_{C,i}$ określonych w pierwszym kroku obliczeniowym i wówczas ŚRS złączy opisane są – w zależności od wartości funkcji *Heaviside'a* – zależnością (4.45) lub (4.46).

Układ równań (4.49) i (4.50) przypisany połączeniom w stykach gałęzi „R" i „B" oraz „R" i „C" w każdym *i*-tym węźle (dla $i = 1 \div m$), łącznie z równaniami (4.25) i (4.26), uzupełnionymi o warunki brzegowe (4.27) ÷ (4.36), pozwala wyznaczyć wartości sił tnących $T_{B,1\div m}$ oraz $T_{C,1\div m}$ występujących w złączach oraz wielkość obciążenia siłą osiową N, przy zadanej strzałce wstępnej krzywizny $a_{y,L/2}$ i ugięcia $u_{y,L/2}$ w środku długości pręta złożonego.

Pełną postać rozwiązania dla rozważanego pręta złożonego, z połączeniami występującymi w węzłach $i = 1 \div 4$, przedstawiono w załączniku Z2.1.

4.3.3. Wyboczenie elementu w płaszczyźnie *xz*

Podobnie jak w przypadku analizy wyboczenia pręta w płaszczyźnie *xy*, rozważania ograniczono tylko do dolnej połowy pręta (por. p. 4.3.2).

Przyjęto, że współpraca między gałęziami pręta złożonego, obciążonego siłą osiową N i momentem zginającym $M_y(x)$ w płaszczyźnie *xz*, realizuje się poprzez transfer sił tnących T w osiach połączeń (rys. 4.6a, b).

Wypadkową siłę tnącą T_i w połączeniu znajdującym się w *i*-tym węźle, wynikającą z docisku trzpienia łącznika do pobocznic otworów w łączonych ściankach, można rozłożyć na wzajemnie do siebie prostopadłe składowe $T_{i,x}$ oraz $T_{i,z}$, działające, odpowiednio na kierunkach osi *x* i *z* (por. rys. 4.6a, b).

W pierwszej kolejności analizowane będą związki zachodzące między poślizgami w połączeniach i odkształceniami w stykach współpracujących gałęzi, zachodzące na kierunku osi *x* (por. rys. 4.6c).

Stan odkształceń w stykach pręta głównego środkowego z gałęziami zewnętrznymi w dowolnym przekroju na długości odcinka s_i, będący rezultatem działania tylko obciążenia zewnętrznego siłą osiową N, określa relacja (por. rys. 4.6c):

$$\Delta\varepsilon_{i,x} = \varepsilon_{R,i} - \varepsilon_{U,i}, \tag{4.51}$$

gdzie: $\varepsilon_{R,i}$ - odkształcenia gałęzi środkowej „R",
$\varepsilon_{U,i} \equiv \varepsilon_{B,i} = \varepsilon_{C,i}$ - odkształcenia zewnętrznych gałęzi ceowych (ozn. „U"), odpowiednio, „B" oraz „C".

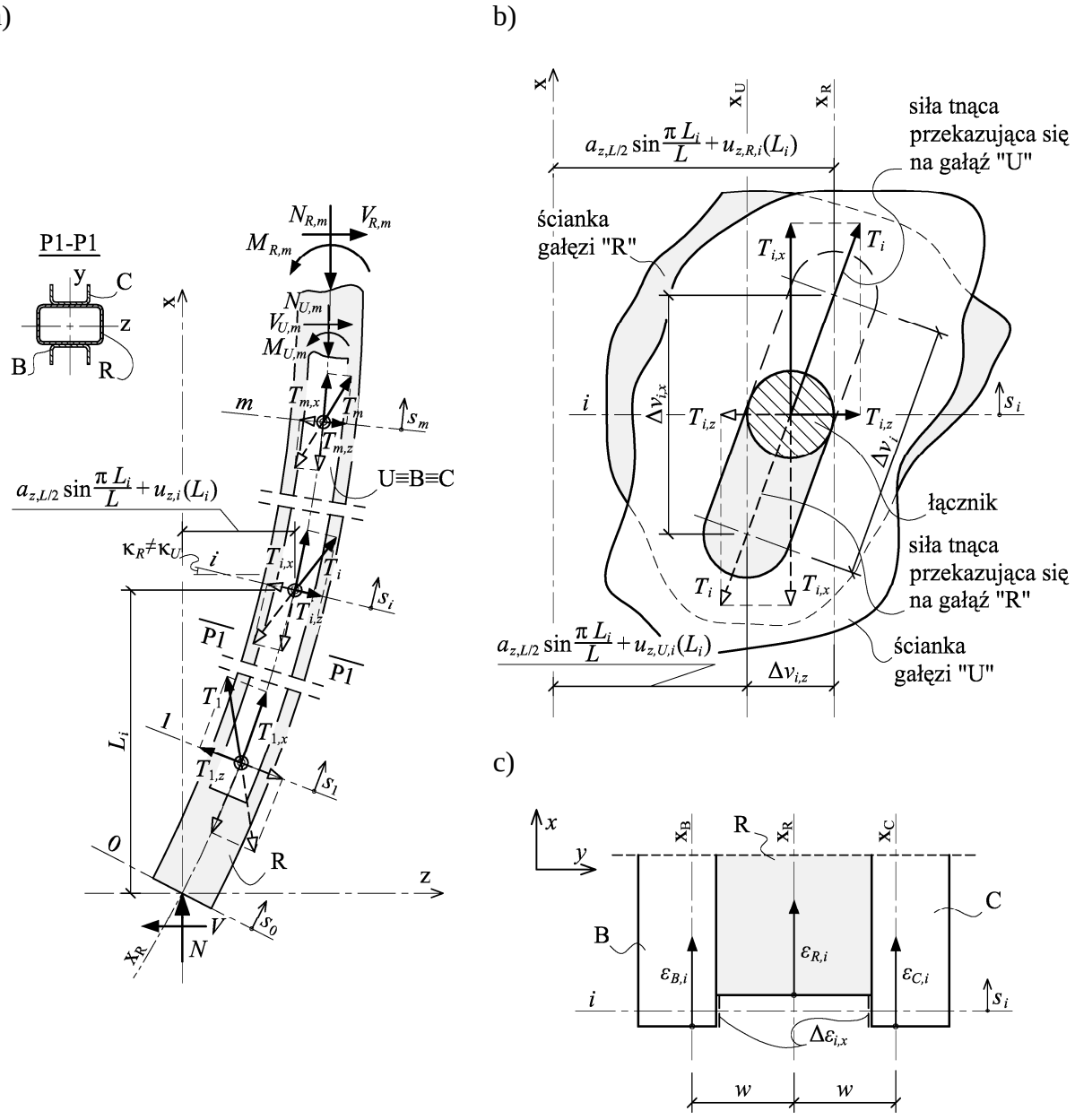
Z warunków równowagi zewnętrznych i przekrojowych sił normalnych w dowolnym odcinku s_i (dla $i = 1 \div m$) na długości $L/2$ pręta złożonego, otrzymano zależności na siły osiowe w gałęzi rurowej „R" i dowolnej ceowej „U", odpowiednio, w postaci:

$$N_{R,i} = N - 2N_{U,i} \tag{4.52}$$

$$N_{U,i} = \sum_{1}^{i} T_{i,x}. \tag{4.53}$$

Korzystając z oznaczeń modułów sprężystości podłużnej i pól przekroju gałęzi, wprowadzonych w p. 4.3.2, zależność (4.51) można przedstawić w sposób następujący:

$$\Delta\varepsilon_{i,x} = \frac{N - 2\sum_{1}^{i} T_{i,x}}{E_R A_R} - \frac{\sum_{1}^{i} T_{i,x}}{E_U A_U}. \tag{4.54}$$



Rys. 4.6. Model obliczeniowy: a) obciążenie i rozdział sił wewnętrznych, b) plan wzajemnych przemieszczeń ścianek w osi łącznika w *i*-tym węźle, c) plan odkształceń w osi połączenia w *i*-tym węźle

Z uwagi na analogiczny – jak w modelu opisującym wyboczenie pręta w płaszczyźnie *xy* – rozkład pół przemieszczeń na długości styków współpracujących gałęzi od siły osiowej *N* (por. p. 4.3.2), wielkość poślizgu w złączu znajdującym się w *i*-tym węźle określa zależność:

$$\Delta v_{i,x} = \sum_{i}^{m} \int_{L_i}^{L_{i+1}} \Delta\varepsilon_{i,x}(x)\,\mathrm{d}x. \tag{4.55}$$

W przypadku ściskania osiowego, zwroty sił tnących w złączach zakładkowych zawsze będą zgodne z tymi, pokazanymi na rysunku 4.6b, zatem wartości sił tnących $T_{i,x}$ w każdym połączeniu w *i*-tym węźle określone będą jako dodatnie. Korzystając z zależności (4.45), relację łączącą stan wzajemnych przemieszczeń ścianek $\Delta v_{i,x}$ w osi łącznika oraz siły tnące $T_{i,x}$ w złączu znajdującym się w *i*-tym węźle, można zapisać w postaci:

$$\sum_{i}^{m} \int_{L_i}^{L_{i+1}} \Delta\varepsilon_{i,x}(x)\,\mathrm{d}x = \frac{\ln\left(1-\dfrac{T_{i,x}}{a_s}\right)}{-b_s}, \tag{4.56}$$

W kolejnym etapie rozważań, analizie poddane zostaną zależności między poślizgami w połączeniach i ugięciami gałęzi będącymi rezultatem zginania pręta złożonego w płaszczyźnie *xz*.

Przyjęto, że kształt osi pręta złożonego w konfiguracji początkowej opisany będzie półfalą funkcji sinusa (por. p. 4.3.1). Przy uwzględnieniu różnych krzywizn pręta głównego „R” i gałęzi wspomagających „U” ($\kappa_R \neq \kappa_U$), w konfiguracji odkształconej pod obciążeniem *N*, funkcje momentów zginających względem osi *y* (por. rys. 4.6a), przyjmują postać:

- dla gałęzi rurowej „R” na długości odcinka s_0

$$M_{R,0,y}(x) = N\left[a_{z,L/2}\sin\frac{\pi x}{L} + u_{z,R,0}(x)\right], \tag{4.57}$$

- dla gałęzi rurowej „R” na długości odcinków $s_1 \div s_m$

$$\begin{aligned} M_{R,i,y}(x) = N\left[a_{z,L/2}\sin\frac{\pi x}{L} + u_{z,R,i}(x)\right] - 2\sum_{1}^{i} T_{i,x}\left[a_{z,L/2}\sin\frac{\pi\,(x-L_i)}{L} - u_{z,R,i}(L_i)\right] + \\ - 2u_{z,R,i}(x)\sum_{1}^{i} T_{i,x} - 2T_{1,z}(x-L_1) + 2\sum_{2}^{i} T_{i,z}(x-L_i), \end{aligned} \tag{4.58}$$

- dla pojedynczej gałęzi ceowej „U”

$$\begin{aligned} M_{U,i,y}(x) = \sum_{1}^{i} T_{i,x}\left[a_{z,L/2}\sin\frac{\pi\,(x-L_i)}{L} - u_{z,U,i}(L_i)\right] + u_{z,U,i}(x)\sum_{1}^{i} T_{i,x} + \\ + T_{1,z}(x-L_1) - \sum_{2}^{i} T_{i,z}(x-L_i), \end{aligned} \tag{4.59}$$

gdzie: $a_{z,L/2}$ - strzałka wstępnej krzywizny pręta złożonego,

$u_{z,R,i}(x)$, $u_{z,U,i}(x)$ - funkcje ugięcia, odpowiednio, gałęzi „R” i „U” na długości odcinka s_i (dla $i = 1 \div m$),

$T_{1,z}$ - siła tnąca w węźle skrajnym $i = 1$, opisana równaniem:

$$T_{1,z} = \sum_{i=2}^{m} T_{i,z}. \tag{4.60}$$

Uwzględniając zależności (4.52) i (4.53), równania (4.58) i (4.59) można przedstawić, kolejno, w sposób następujący:

$$\begin{aligned} M_{R,i,y}(x) = N_{R,i}\, u_{z,R,i}(x) + a_{z,L/2}\left[N \sin\frac{\pi x}{L} - 2\sum_{1}^{i} T_{i,x} \sin\frac{\pi (x - L_i)}{L} \right] + \\ + 2\sum_{1}^{i} T_{i,x}\, u_{z,R,i}(L_i) - 2T_{1,z}(x - L_1) + 2\sum_{2}^{i} T_{i,z}(x - L_i), \end{aligned} \tag{4.61}$$

$$\begin{aligned} M_{U,i,y}(x) = N_{U,i}\, u_{z,U,i}(x) + a_{z,L/2} \sum_{1}^{i} T_{i,x} \sin\frac{\pi (x - L_i)}{L} - \sum_{1}^{i} T_{i,x}\, u_{z,U,i}(L_i) + \\ + T_{1,z}(x - L_1) - \sum_{2}^{i} T_{i,z}(x - L_i). \end{aligned} \tag{4.62}$$

W celu uproszczenia równań momentów zginających (4.61) i (4.62) pominięto w nich wpływ występujących w złączach poślizgów $\Delta v_{i,x}$ oraz $\Delta v_{i,z}$ – jako wielkości pomijalnie małych – na zmianę ramienia działania sił tnących $T_{i,x}$ i $T_{i,z}$ (dla $i = 1 \div m$) (por. rys. 4.6b).

Z uwagi na wzajemne przemieszczenia ścianek połączonych gałęzi na kierunku osi *z*, ugięcia gałęzi pręta głównego „R" różnią się od ugięć określonych dla gałęzi wspomagających „U" (por. rys. 4.6b).

Przy zastosowaniu związków (4.57), (4.61) i (4.62), równania linii ugięcia gałęzi pręta złożonego w konfiguracji odkształconej pod obciążeniem siłą *N*, z uwzględnieniem początkowej krzywizny (por. rys. 4.2b), określone są w sposób następujący:

- dla niewzmocnionego odcinka s_0 gałęzi „R"

$$E_R I_{R,y} \frac{\mathrm{d}^2 u_{z,R,0}}{\mathrm{d}x^2} = -N\left[a_{z,L/2} \sin\frac{\pi x}{L} + u_{z,R,0}(x) \right], \tag{4.63}$$

- dla gałęzi „R", na długości odcinków $s_1 \div s_m$

$$\begin{aligned} E_R I_{R,y} \frac{\mathrm{d}^2 u_{z,R,i}}{\mathrm{d}x^2} = -N_{R,i}\, u_{z,R,i}(x) - a_{z,L/2}\left[N \sin\frac{\pi x}{L} - 2\sum_{1}^{i} T_{i,x} \sin\frac{\pi (x - L_i)}{L} \right] + \\ - 2\sum_{1}^{i} T_{i,x}\, u_{z,R,i}(L_i) + 2T_{1,z}(x - L_1) - 2\sum_{2}^{i} T_{i,z}(x - L_i), \end{aligned} \tag{4.64}$$

- dla gałęzi „U", na długości odcinków $s_1 \div s_m$

$$\begin{aligned} E_U I_{U,y} \frac{\mathrm{d}^2 u_{z,U,i}}{\mathrm{d}x^2} = -N_{U,i}\, u_{z,U,i}(x) - a_{z,L/2} \sum_{1}^{i} T_{i,x} \sin\frac{\pi (x - L_i)}{L} + \sum_{1}^{i} T_{i,x}\, u_{z,U,i}(L_i) + \\ - T_{1,z}(x - L_1) + \sum_{2}^{i} T_{i,z}(x - L_i). \end{aligned} \tag{4.65}$$

gdzie: $I_{R,y}$, $I_{U,y}$ - momenty bezwładności względem osi *y* gałęzi, odpowiednio, „R" i „U" (por. rys. 4.6a).

Podobnie jak w przypadku rozwiązania dotyczącego wyboczenia pręta złożonego w płaszczyźnie *xy*, zależności (4.63) ÷ (4.65) przedstawione zostaną w postaci równań różniczkowych IV rzędu (por. p. 4.3.2). Różniczkując dwukrotnie równania (4.63) ÷ (4.65) otrzymujemy następujące wzory, które wykorzystane będą w dalszych rozważaniach, kolejno:

$$E_R I_{R,y} \frac{\mathrm{d}^4 u_{z,R,0}}{\mathrm{d}x^4} + N \frac{\mathrm{d}^2 u_{z,R,0}}{\mathrm{d}x^2} - N \frac{a_{z,L/2}\, \pi^2 \sin \dfrac{\pi x}{L}}{L^2} = 0, \tag{4.66}$$

$$E_R I_{R,y} \frac{\mathrm{d}^4 u_{z,R,i}}{\mathrm{d}x^4} + N_{R,i} \frac{\mathrm{d}^2 u_{z,R,i}}{\mathrm{d}x^2} - N \frac{a_{z,L/2}\, \pi^2 \sin \dfrac{\pi x}{L}}{L^2} - \frac{2a_{z,L/2}\, \pi^2 \sum\limits_{1}^{i} T_{i,x} \sin \dfrac{\pi \left(L_i - x\right)}{L}}{L^2} = 0, \tag{4.67}$$

$$E_U I_{U,y} \frac{\mathrm{d}^4 u_{z,U,i}}{\mathrm{d}x^4} + N_{U,i} \frac{\mathrm{d}^2 u_{z,U,i}}{\mathrm{d}x^2} - \frac{a_{z,L/2}\, \pi^2 \sum\limits_{1}^{i} T_{i,x} \sin \dfrac{\pi \left(x - L_i\right)}{L}}{L^2} = 0. \tag{4.68}$$

Po wprowadzeniu oznaczeń:

$$k_{R,0} = \sqrt{N / E_R I_{R,y}} \;\text{ i }\; k_{R,i} = \sqrt{N_{R,i} / E_R I_{R,y}}$$

oraz

$$k_{U,i} = \sqrt{N_{U,i} / E_U I_{U,y}},$$

rozwiązanie ogólne układu równań (4.66) ÷ (4.68), w postaci funkcji ugięć gałęzi wygląda następująco:

- dla gałęzi „R” na długości odcinka s_0

$$u_{z,R,0}(x) = B_{0,3} x + B_{0,4} - \frac{B_{0,1} \cos\left(k_{R,0}\, x\right) + B_{0,2} \sin\left(k_{R,0}\, x\right)}{k_{R,0}^2} + \frac{a_{z,L/2}\, k_{R,0}^2 L^2 \sin \dfrac{\pi x}{L}}{-k_{R,0}^2 L^2 + \pi^2}, \tag{4.69}$$

- dla gałęzi „R”, na długości odcinków $s_1 \div s_m$

$$\begin{aligned} u_{z,R,i}(x) = B_{i,3} x + B_{i,4} - \frac{B_{i,1} \cos\left(k_{R,i}\, x\right) + B_{i,2} \sin\left(k_{R,i}\, x\right)}{k_{R,i}^2} + \frac{a_{z,L/2}\, k_{R,0}^2 L^2 \sin \dfrac{\pi x}{L}}{\pi^2 - k_{R,i}^2 L^2} + \\ + \frac{2a_{z,L/2}\, L^2 \sum\limits_{1}^{i} T_{i,x} \sin \dfrac{\pi \left(L_i - x\right)}{L}}{E_R I_{R,y} \left(\pi^2 - k_{R,i}^2 L^2\right)}, \end{aligned} \tag{4.70}$$

- gałęzi ceowej „U” , na długości odcinków $s_1 \div s_m$

$$u_{z,U,i}(x) = C_{i,3} x + C_{i,4} - \frac{C_{i,1} \cos\left(k_{U,i}\, x\right) + C_{i,2} \sin\left(k_{U,i}\, x\right)}{k_{U,i}^2} + \frac{a_{z,L/2}\, L^2 \sum\limits_{1}^{i} T_{i,x} \sin \dfrac{\pi \left(L_i - x\right)}{L}}{E_U I_{U,y} \left(k_{U,i}^2 L^2 - \pi^2\right)}. \tag{4.71}$$

Stałe całkowania $B_{0,1\div4}$, $B_{i,1\div4}$, $C_{i,1\div4}$ występujące w układzie równań (4.69) ÷ (4.71) oraz wartość siły ściskającej N dla zadanej wielkości strzałki ugięcia $u_{z,R,L/2}$, wyznaczyć należy z warunków brzegowych na końcach i w poszczególnych węzłach pręta złożonego.

Z warunku zerowego ugięcia gałęzi rurowej „R” w węźle podporowym, tj. dla $x = 0$, wynika (por. (4.69)):

$$u_{z,R,0}(0) = 0. \tag{4.72}$$

Z kolei z warunku ciągłości ugięć gałęzi rurowej w dowolnym i-tym węźle (dla $i = 1 \div m$) wynika zależność (por. (4.70)):

$$u_{z,R,i-1}(L_i) = u_{z,R,i}(L_i). \tag{4.73}$$

Warunek określający ugięcia w połowie długości pręta rurowego można natomiast zapisać w postaci:

$$u_{z,R,m}(L/2) = u_{z,R,L/2}. \tag{4.74}$$

Podobnie dla gałęzi „U” w węzłach $i = 2 \div m$ zachodzi (por. (4.71)):

$$u_{z,U,i-1}(L_i) = u_{z,U,i}(L_i). \tag{4.75}$$

W dowolnym i-tym węźle sąsiadujące ze sobą odcinki s_{i-1} oraz s_i gałęzi pręta głównego „R” mają wspólną styczną, co pozwala zapisać kolejne warunki:

$$u'_{z,R,i-1}(L_i) = u'_{z,R,i}(L_i). \tag{4.76}$$

Kąt nachylenia stycznej linii ugięcia w połowie długości gałęzi „R” jest równy 0, zatem:

$$u'_{z,R,m}(L/2) = 0. \tag{4.77}$$

Postępując analogicznie, otrzymujemy warunki brzegowe w gałęzi ceowej „U”, w postaci:

$$u'_{z,U,i-1}(L_i) = u'_{z,U,i}(L_i) \quad \text{dla } i = 2 \div m, \tag{4.78}$$

$$u'_{z,U,m}(L/2) = 0. \tag{4.79}$$

Kolejne równania otrzymujemy z warunków momentów zginających w przekrojach gałęzi „R” znajdujących się na podporze oraz w kolejnych i-tych węzłach (dla $i = 1 \div m$):

$$E_R I_{R,y}\, u''_{z,R,0}(0) = 0, \tag{4.80}$$

$$E_R I_{R,y}\, u''_{z,R,i}(L_i) = -M_{R,i,y}(L_i). \tag{4.81}$$

Podobnie w dowolnym i-tym węźle (dla $i = 1 \div m$) gałęzi „U” zachodzi

$$E_U I_{U,y}\, u''_{z,U,i}(L_i) = -M_{U,i,y}(L_i). \tag{4.82}$$

Różniczkując równania (4.63) i (4.64) względem zmiennej niezależnej x, otrzymujemy warunki brzegowe ze względu na siły poprzeczne V_R (por. rys. 4.6a) występujące w przekrojach gałęzi rurowej „R”, odpowiednio:

- w węźle skrajnym $i = 1$

$$E_R I_{R,y}\, u'''_{z,R,0}(L_1) + N\, u'_{z,R,0}(L_1) = E_R I_{R,y}\, u'''_{z,R,1}(L_1) + N_{R,1}\, u'_{z,R,i}(L_1), \tag{4.83}$$

- w kolejnych węzłach $i = 2 \div m$

$$E_R I_{R,y}\, u'''_{z,R,i-1}(L_i) + N_{R,i-1}\, u'_{z,R,i-1}(L_i) = E_R I_{R,y}\, u'''_{z,R,i}(L_i) + N_{R,i}\, u'_{z,R,i}(L_i), \tag{4.84}$$

- w przekroju znajdującym się w połowie długości gałęzi

$$E_R I_{R,y}\, u'''_{z,R,m}(L/2) + N_{R,m}\, u'_{z,R,m}(L/2) = 0. \tag{4.85}$$

Analogiczne równania dla sił poprzecznych V_U w gałęzi ceowej „U", wyglądają następująco:
- w węzłach $i = 2 \div m$

$$E_U I_{U,y}\, u'''_{z,U,i-1}(L_i) + N_{U,i-1}\, u'_{z,U,i-1}(L_i) = E_U I_{U,y}\, u'''_{z,U,i}(L_i) + N_{U,i}\, u'_{z,U,i}(L_i), \tag{4.86}$$

- w przekroju znajdującym się w połowie długości gałęzi

$$E_U I_{U,y}\, u'''_{z,U,m}(L/2) + N_{U,m}\, u'_{z,U,m}(L/2) = 0. \tag{4.87}$$

W oparciu o funkcje określające ugięcia gałęzi „R" i „U", wielkość poślizgu $\Delta v_{i,z}$ zachodzącego w kierunku równoległym do osi z w połączeniu znajdującym się w dowolnym i-tym węźle (dla $i = 1 \div m$), można ustalić – z różnicy tych ugięć – według zależności (por. rys. 4.6b):

$$\Delta v_{i,z} = u_{z,R,i}(L_i) - u_{z,U,i}(L_i). \tag{4.88}$$

W przypadku ściskania osiowego bez udziału zginania, wartości sił tnących $T_{i,x}$ określone były zawsze w sposób dodatni (por. (4.56)). Przy zginaniu, siły tnące $T_{i,z}$ mogą z kolei być określone w sposób dodatni lub ujemny.

Nieliniowe relacje pomiędzy poślizgami $\Delta v_{i,z}$ i siłami tnącymi $T_{i,z}$ w złączach określone zatem powinny być przy zastosowaniu funkcji *Heaviside'a* (por. (4.49) i (4.50)):
- dla połączenia skrajnego w węźle $i = 1$ (por. rys. 4.6a)

$$\Delta v_{1,z} = u_{z,U,1}(L_1) - u_{z,R,1}(L_1) = \Theta(T^*_{1,z}) \frac{\ln\left(1 + \dfrac{T_{1,z}}{a_s}\right)}{b_s} + \Theta(T^*_{1,z}) \frac{\ln\left(1 - \dfrac{T_{1,z}}{a_s}\right)}{-b_s}, \tag{4.89}$$

- dla połączeń w węzłach $i = 2 \div m$

$$\Delta v_{i,z} = u_{z,R,i}(L_i) - u_{z,U,i}(L_i) = \Theta(T^*_{i,z}) \frac{\ln\left(1 + \dfrac{T_{i,z}}{a_s}\right)}{b_s} + \Theta(T^*_{i,z}) \frac{\ln\left(1 - \dfrac{T_{i,z}}{a_s}\right)}{-b_s}, \tag{4.90}$$

gdzie: $T^*_{i,z}$ - argumenty funkcji *Heaviside'a* (metodę, według której należy ustalić wartości tych argumentów opisano w p. 4.3.2).

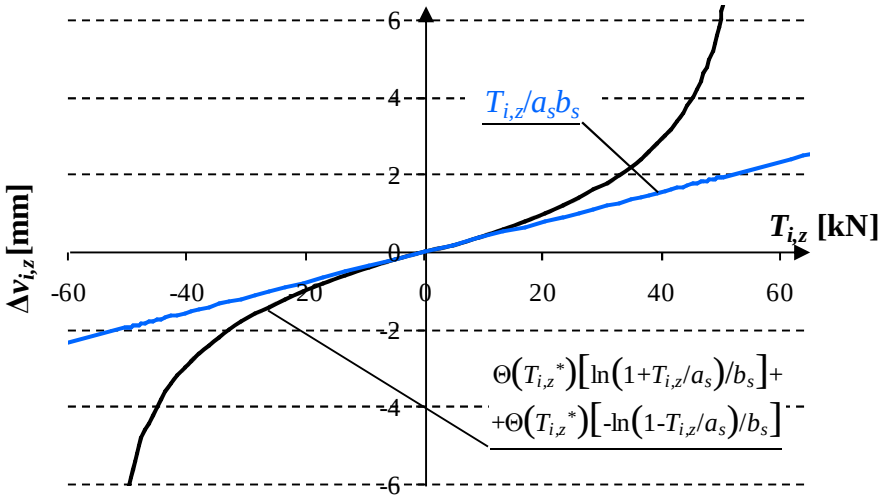
W zakresie spodziewanych, niewielkich wartości składowych sił tnących $T_{i,z}$, bez znaczącego uszczerbku dla dokładności otrzymanych wyników, wygodne jest zastosowanie w obliczeniach, uproszczonych, liniowych zależności $\Delta v_{i,z}$–$T_{i,z}$ (rys. 4.7). Wówczas równania (4.89) i (4.90) można zastąpić zależnościami określonymi, odpowiednio, w postaci:

$$\Delta v_{1,z} = u_{z,U,1}(L_1) - u_{z,R,1}(L_1) = \frac{T_{1,z}}{a_s\, b_s}, \tag{4.91}$$

$$\Delta v_{i,z} = u_{z,R,i}(L_i) - u_{z,U,i}(L_i) = \frac{T_{i,z}}{a_s\, b_s}, \tag{4.92}$$

gdzie iloczyn parametrów a_s i b_s jest tzw. sztywnością początkową krzywej wykładniczej, opisanej zależnością (4.44), (por. rys. 4.7).

Układ równań (4.56) oraz (4.89) i (4.90) (lub odpowiednio, (4.91) i (4.92)), przypisany połączeniom znajdującym się w węzłach $i = 1 \div m$, w styku gałęzi „R" i jednej gałęzi ceowej „U", uzupełniony o warunki brzegowe (4.72 ÷ 4.87), pozwala – przy zadanej strzałce $a_{z,L/2}$ początkowej krzywizny pręta złożonego i ugięcia $u_{z,R,L/2}$ gałęzi „R" pręta głównego – wyznaczyć wartości składowych $T_{i,x}$ oraz $T_{i,z}$ sił tnących T_i (por. rys. 4.6a, b), występujących w złączach oraz wielkość obciążenia siłą osiową N.



Rys. 4.7. Analityczne zależności Δv_i–T_i połączeń zakładkowych na łączniki BOM-R16-4: dokładna – oznaczona kolorem czarnym i uproszczona – oznaczona kolorem niebieskim

Dla znanych wielkości $T_{i,x}$ oraz $T_{i,z}$ ustalić można – na podstawie wzorów (4.45) lub (4.46) – wartości składowych poślizgu $\Delta v_{i,x}$ oraz $\Delta v_{i,z}$. Wówczas – z uwagi na nieliniowy charakter zależności T_i–Δv_i – wypadkową siłę tnącą T_i w połączeniu (por. rys. 4.6a, b), można obliczyć z zależności (por. 4.44), tj.:

$$T_i = a_s\left(1 - e^{-b_s\sqrt{v_{i,x}^2 + v_{i,z}^2}}\right). \tag{4.93}$$

Trzeba w tym miejscu zwrócić uwagę, że wielkości poszczególnych składowych $\Delta v_{i,x}$ oraz $\Delta v_{i,z}$ ustalane są niezależnie od siebie, przy upraszczającym założeniu, że wytężenie połączenia od sił działających na kierunku osi x nie wpływa na zachowanie się złącza przy jego obciążenia w kierunku osi z. Przyjęcie takiego uproszczenia jest jednak uprawnione, z uwagi na spodziewane, niewielkie wartości składowych sił tnących $T_{i,z}$.

W sytuacji, kiedy uzasadnione jest uwzględnienie w analizie łącznego wpływu oddziaływań występujących w obu prostopadłych do siebie kierunkach, na wytężenie połączenia, konieczne jest wprowadzenie do równań (4.56) oraz (4.89) i (4.90), współczynników korygujących funkcje opisujące zachowanie się złączy (por. [83]).

Pełną postać rozwiązania dla rozważanego pręta złożonego, z połączeniami występującymi w węzłach $i = 1 \div 4$, przedstawiono w załączniku Z2.2.

4.4. Badania materiałowe

Przed przystąpieniem do fazy badań zasadniczych, tj. dotyczących obserwacji zachowania się ściskanych osiowo prętów bliskogałęziowych, przeprowadzono stosowne badania wstępne, których celem było określenie kluczowych parametrów mogących mieć wpływ na zachowanie się rozważanych elementów złożonych.

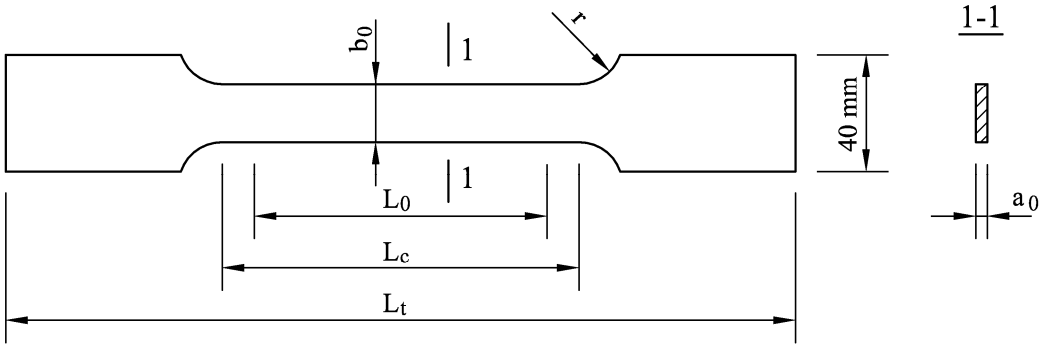
4.4.1. Cel badań

Celem badań materiałowych jest ustalenie własności mechanicznych materiału gałęzi prętów złożonych, przede wszystkim w tych miejscach przekrojów, w których przewidziano wykonanie połączeń gałęzi.

4.4.2. Przygotowanie elementów próbnych

Własności mechaniczne stali kształtowników określono przy zastosowaniu próby rozciągania wg procedury określonej w normie krajowej [117].

Kształt i wymiary próbek do badań – określone jak dla próbek proporcjonalnych wg [117] – podano w tablicy 4.1 i na rysunku 4.8.



Rys. 4.8. Wymiary próbki do badań materiałowych

Tablica 4.1

Parametry geometryczne próbek do badań materiałowych (ozn. wg rys. 4.8)

Parametr	Wymagany wg [117]	Zastosowany
1	*2*	*3*
b_0	$b_0 / a_0 < 8$	20 mm (dla a_0 = 4 mm)
L_0	$L_0 = k\sqrt{S_0}$ dla k równego 5,65 lub 11,3 oraz $S_0 = b_0 a_0$	L_0 = 100 mm (po zaokrągleniu do najbliższej wielokrotności 5 mm)
L_c	$L_c \geq L_0 + 1{,}5\sqrt{S_0}$	L_c = 122 mm
r	$\geq$ 12 mm	15 mm
L_t	-	270 mm

Do badań przewidzianych programem rozprawy doktorskiej zamówiono 2, 12-metrowe odcinki kształtownika gorącowalcowanego RP100×60×4, wykonanego z stali S355J2H oraz 15, 3-metrowych odcinków kształtownika giętego na zimno U30/60/30×4, ze stali S355.

Kształtowniki posiadały stosowne atesty materiałowe, z których wynikało, że elementy o tym samych przekrojach poprzecznych, wykonane zostały z jednej partii materiału. Do badań pobrano po 4 prostokątne fragmenty ścianek środników z jednego pręta rurowego i dwóch kształtowników o przekroju ceowym.

Docelowy kształt próbek do badań uzyskano metodą cięcia strumieniem wody, przy użyciu plotera wodnego. Na wybór takiej technologii wpływ miały pożądane – z uwagi na przedmiot badań – charakterystyki procesu obróbki, jak: brak odkształceń i zmian strukturalnych ciętego materiału, a także duża dokładność procesu cięcia. Gotowe elementy próbne pokazano na rysunku 4.9.

Rys. 4.9. Gotowe elementy próbne do badań materiałowych

Pomiary kontrolne, wykonane za pomocą suwmiarki elektronicznej – z dokładnością pomiaru do 0,01 mm – potwierdziły wysoką precyzję wykonania elementów próbnych.

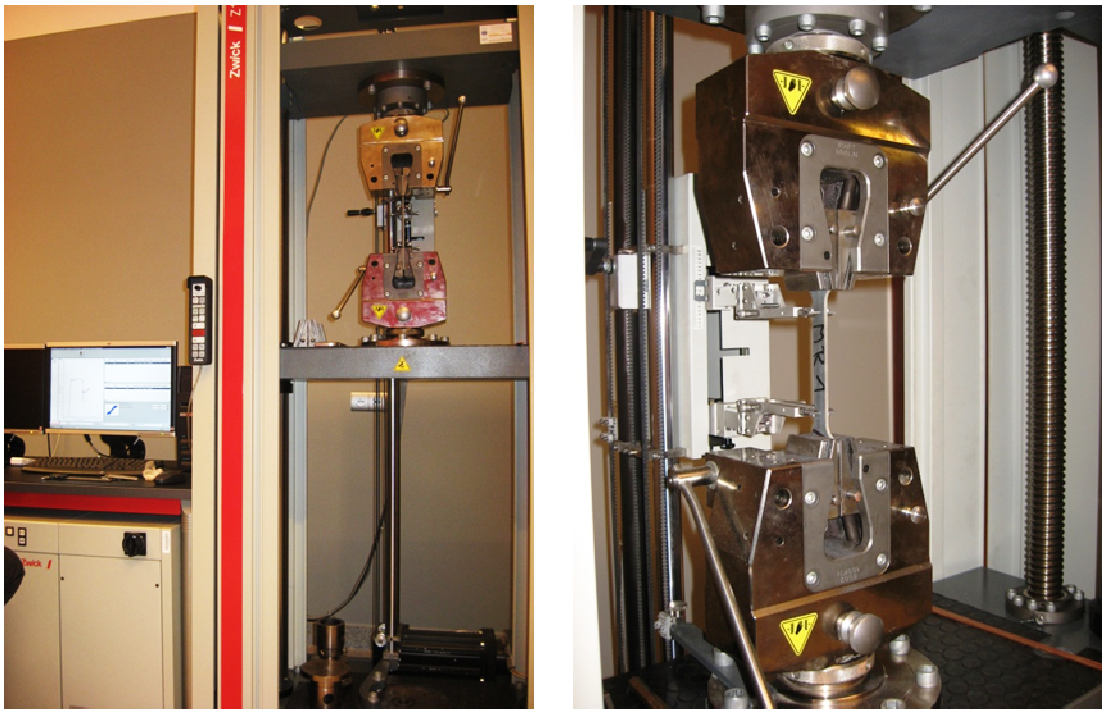
Wyniki pomiarów grubości a_0 (por. rys. 4.8) elementów próbnych zamieszczono w tablicy 4.2. Pomiary te wykazały zmienną grubość materiału na szerokości b_0 (por. rys. 4.8) odcinka pomiarowego. Pomiaru grubości materiału każdego elementu próbnego dokonano w trzech miejscach na długości L_c, tj. w punktach skrajnych i w środku odcinka pomiarowego. Ustalona grubość a_0 (por. tabl. 4.2) dla danego elementu próbnego, stanowi średnią arytmetyczną z pomiarów, łącznie z 9-ciu punktów pomiarowych.

Wprowadzono oznaczenia elementów próbnych; przykładowa notacja Bw-MR/1-1 oznacza: Badania wstępne-Materiałowe kształtownika Rurowego/próbka pobrana z odcinka magazynowego nr 1-element próbny nr 1.

4.4.3. Procedura badawcza

Badania przeprowadzono na sterowanej komputerowo maszynie wytrzymałościowej „ZWICK Z/100” (rys. 4.10), umożliwiającej kontrolę tempa rozciągania na podstawie prędkości odkształcenia, wg zaleceń normy [117].

W celu uniknięcia nieciągłości na krzywej naprężenie-odkształcenie mogących wystąpić w skutek zmian szybkości odkształcenia (por. [117]), zastosowano stałą szybkość odkształcenia w trakcie przebiegu badania, tj: $\dot{e} = 0{,}00025\ s^{-1}$, wg [117]. Pomiar odkształceń przeprowadzono za pomocą ekstensometru (por. rys. 4.10).

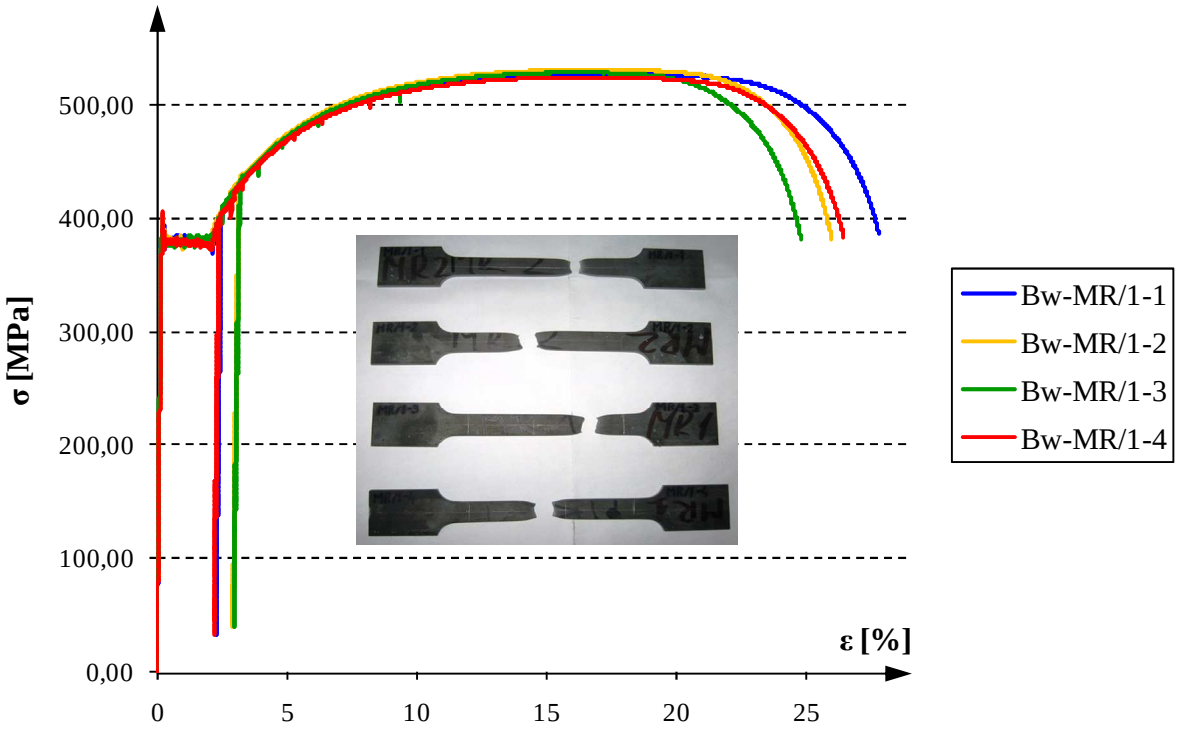


Rys. 4.10. Stanowisko do badań materiałowych

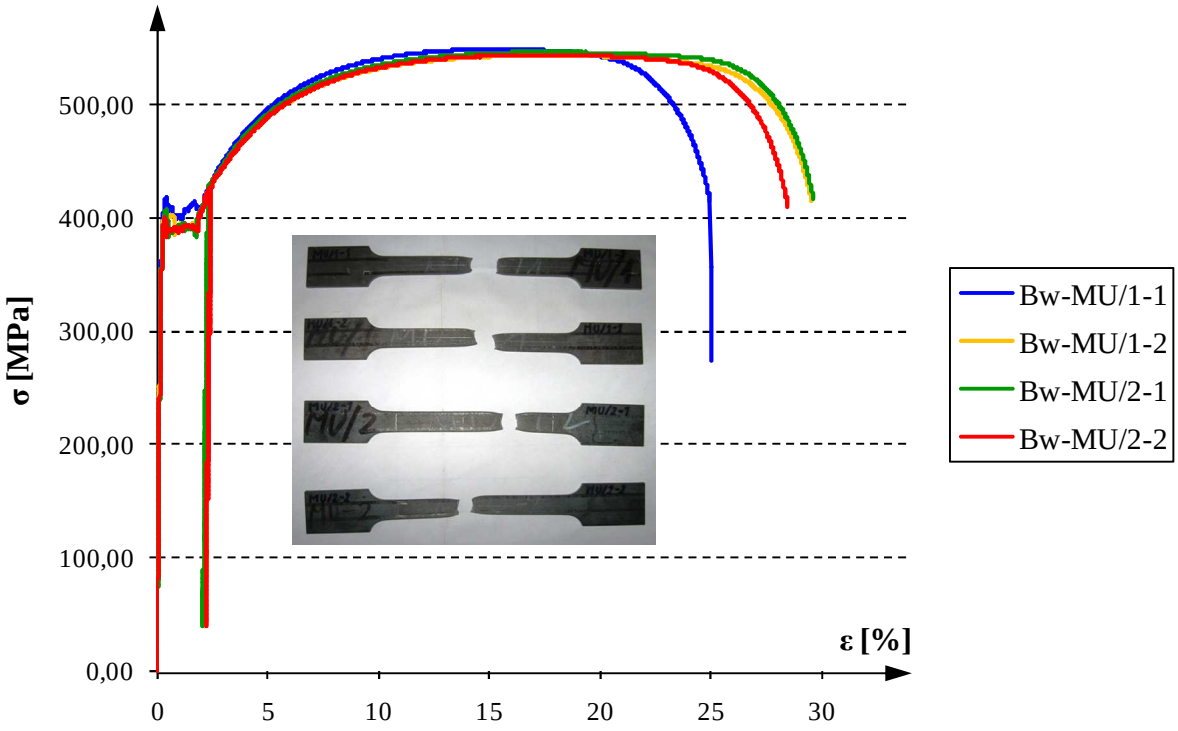
4.4.4. Wyniki badań

Na rysunkach 4.11 i 4.12 przedstawiono charakterystyki σ-ε uzyskane dla elementów próbnych pobranych z kształtowników rurowych i ceowych.

Jak widać, dla obu rodzajów próbek, uzyskano podobne charakterystyki σ-ε z wyraźnie zaznaczoną półką plastyczną. O ile ta ostatnia właściwość jest typowa dla elementów walcowanych na gorąco, o tyle w przypadku giętych na zimno kształtowników ceowych występuje stosunkowo rzadko. Kształtowniki U30/60/30×4 wykonane zostały na sterowanej komputerowo prasie do gięcia „DURMA AD-S 30220” (rys. 4.13). W przypadku zastosowania do produkcji kształtowników pras hydraulicznych lub krawędziarek (jak w przypadku badanych ceowników), zmiany struktury obrabianego materiału mają charakter miejscowy i kumulują się w bliskim sąsiedztwie naroży [10], przez co materiał ścianek środników gałęzi ceowych, zachował swoją pierwotną strukturę.



Rys. 4.11. Charakterystyki σ-ε dla elementów Bw-MR



Rys. 4.12. Charakterystyki σ-ε dla elementów Bw-MU

Rys. 4.13. Proces gięcia na zimno kształtowników U30/60/30×4

W tablicach 4.2 i 4.3 przedstawiono wyznaczone wg [117], własności mechaniczne materiału gałęzi rurowych i ceowych (ozn. odpowiednio „R" i „U"): górnej R_{eH} i dolnej R_{eL} granicy plastyczności, wytrzymałości na rozciąganie R_m oraz współczynników sprężystości podłużnej E.

Tablica 4.2

Wybrane parametry mechaniczne i geometryczne elementów próbnych Bw-MR

Element próbny	$R_{eH,R}$	$R_{eL,R}$	$R_{m,R}$	E_R [1)]	$a_{0,R}$
	[MPa]				[mm]
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
MR/1-1	404,97	369,80	528,05	203797	4,19
MR/1-2	404,86	372,22	531,64	200046	3,88
MR/1-3	393,60	374,69	529,08	209400	3,89
MR/1-4	407,08	372,22	525,05	202255	4,23
średnia	**402,63**	**372,23**	**528,45**	**203874,5**	**4,05**
Odchylenie stand.	6,11	1,99	2,72	3992,38	0,19

Tablica 4.3

Wybrane parametry mechaniczne i geometryczne elementów próbnych Bw-MU

Element próbny	$R_{eH,U}$	$R_{eL,U}$	$R_{m,U}$	E_U [1)]	$a_{0,U}$
	[MPa]				[mm]
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
MU/1-1	418,13	406,42	549,18	194536	4,00
MU/1-2	402,68	391,80	543,78	194378	3,99
MU/1-3	407,34	383,88	546,67	189916	3,98
MU/1-4	400,26	387,79	544,23	180885	3,96
średnia	**407,11**	**392,47**	**545,96**	**189928,75**	**3,98**
Odchylenie Stand.	7,92	9,85	2,49	6398,23	0,02

[1)] Moduły sprężystości podłużnej E_R i E_U wyznaczano metodą regresji liniowej części krzywej σ-ε w granicach od 10% do 50% dolnej granicy plastyczności R_{eL}, wg [117]

4.5. Badania połączeń

4.5.1. Cel badań

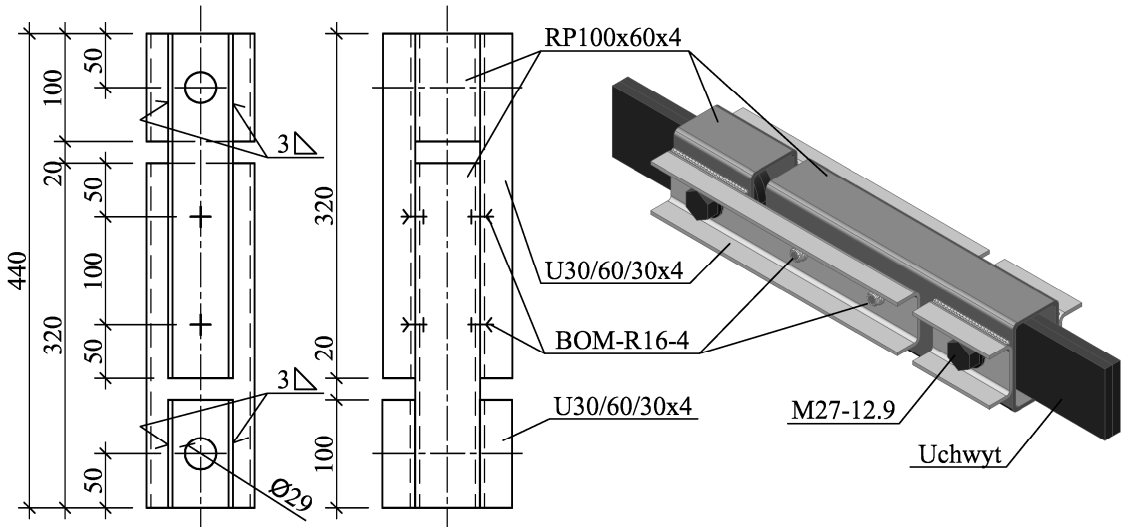
Celem badań jest określenie nośności i sztywności 1-ciętych połączeń zakładkowych z łącznikami typu BOM-R16-4 [100], które będą zastosowane w stykach ścianek gałęzi prętów bliskogałęziowych.

4.5.2. Konstrukcja elementów próbnych

Parametry geometryczne elementów próbnych dobrano w taki sposób, aby jak najlepiej odzwierciedlić warunki panujące w złączach gałęzi ściskanych osiowo prętów bliskogałęziowych.

Z uwagi na ograniczoną, w literaturze przedmiotowej, ilość informacji dotyczących sposobu badań połączeń zakładkowych na łączniki BOM, wymiary elementów próbnych dobrano na podstawie wytycznych ECCS [104] oraz zaleceń zawartych w opracowaniach [73], [83] i [92]. Zakres tematyczny prac [73] i [83] przedstawiono we wcześniejszych rozdziałach niniejszej rozprawy. W opracowaniach [92] i [104] zawarto wskazówki dotyczące badań nośności na docisk i sztywności złączy zakładkowych, m.in. wykonanych za pomocą łączników śrubowych [92] oraz wkrętów samowiercących i nitów [104].

Do badań przewidziano sześć jednakowych elementów próbnych, poddanych rozciąganiu osiowemu. Każdy z badanych elementów składa się z połączonych ze sobą środnikami – w układzie symetrycznym – 3-ch gałęzi, jednej środkowej o przekroju zamkniętym RP 100×60×4 o długości 320 mm oraz dwóch zewnętrznych o przekrojach otwartych U 30/60/30×4 (rys. 4.14). Ścianki przylegających do siebie gałęzi połączone są za pomocą dwóch łączników BOM-R16-4, osadzonych w otworach o nominalnej średnicy 14 mm. Elementy próbne kotwione były na obu końcach w maszynie wytrzymałościowej, za pomocą śrub M27. W celu zwiększenia nośności na docisk zakotwienia, elementy próbne w częściach uchwytowych wyposażone zostały w dodatkowe odcinki kształtowników (por. rys. 4.14).



Rys. 4.14. Konstrukcja i wymiary elementów próbnych do badań połączeń (wymiary w mm)

4.5.3. Inwentaryzacja elementów próbnych

Gałęzie rurowe 6-ciu elementów próbnych pobrane zostały z jednego – spośród dwóch zamówionych – kształtownika rurowego, z którego wcześniej pobrano także fragmenty ścianek do badań materiałowych. Gałęzie ceowe wycięte zostały z trzech – z 15-tu zamówionych – odcinków ceownika.

Wprowadzono oznaczenia elementów próbnych; przykładowa notacja Bw-P-1 oznacza: Badania wstępne-Połączenia-element próbny numer 1.

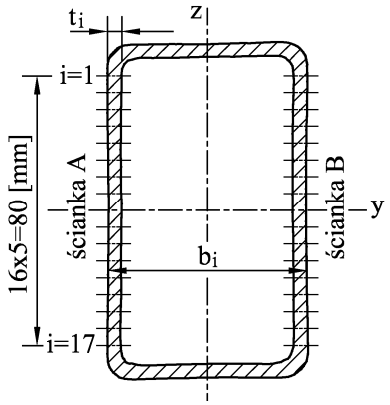
Niezależnie, oznaczono również gałęzie elementów próbnych; przykładowa etykieta: Bw-PU/1-5B, wskazuje na: Badania wstępne-Połączenia, kształtownik U/pobrany z odcinka magazynowego nr 1-element próbny numer 5, gałąź B. Komponenty poszczególnych elementów próbnych zestawiono w tablicy 4.4.

Tablica 4.4

Komponenty elementów próbnych

Element próbny	Bw-P-1	Bw-P-2	Bw-P-3	Bw-P-4	Bw-P-5	Bw-P-6
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
Komponenty Bw-	PR/1-1	PR/1-2	PR/1-3	PR/1-4	PR/1-5	PR/1-6
	PU/1-1A, B	PU/1-2A, B	PU/3-3A, B	PU/3-4A, B	PU/2-5A, B	PU/2-6A, B

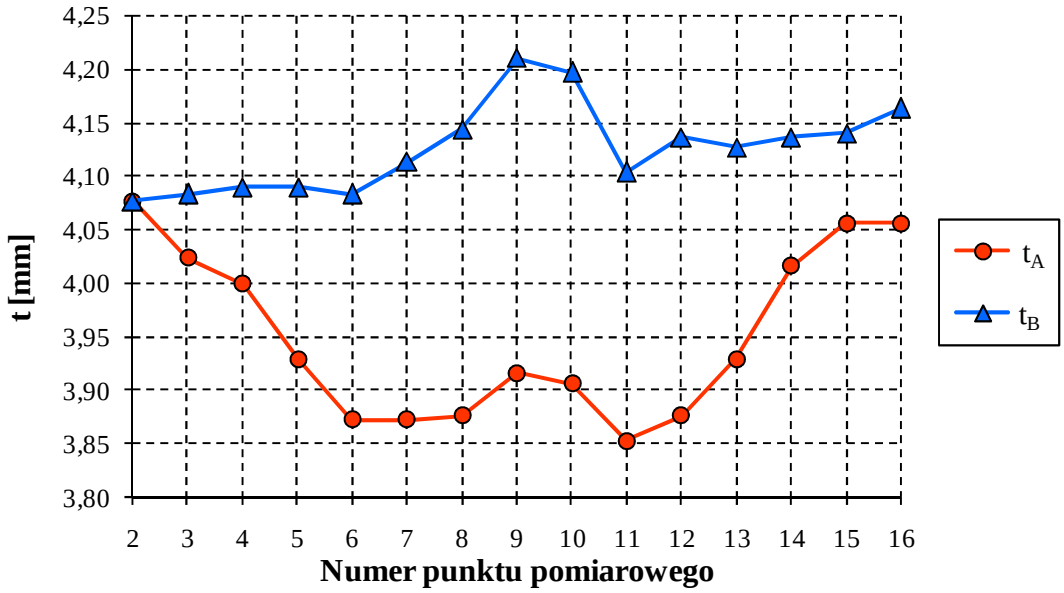
Przeprowadzono pomiary grubości 3-ch – z 6-ciu pobranych do badań ścianek gałęzi rurowych, w kilkunastu punktach pomiarowych na szerokości ścianek „A” i „B” przekroju (rys. 4.15). Pomiary wykonano za pomocą suwmiarki elektronicznej, pozwalającej dokonać pomiaru z dokładnością 0,01 mm.



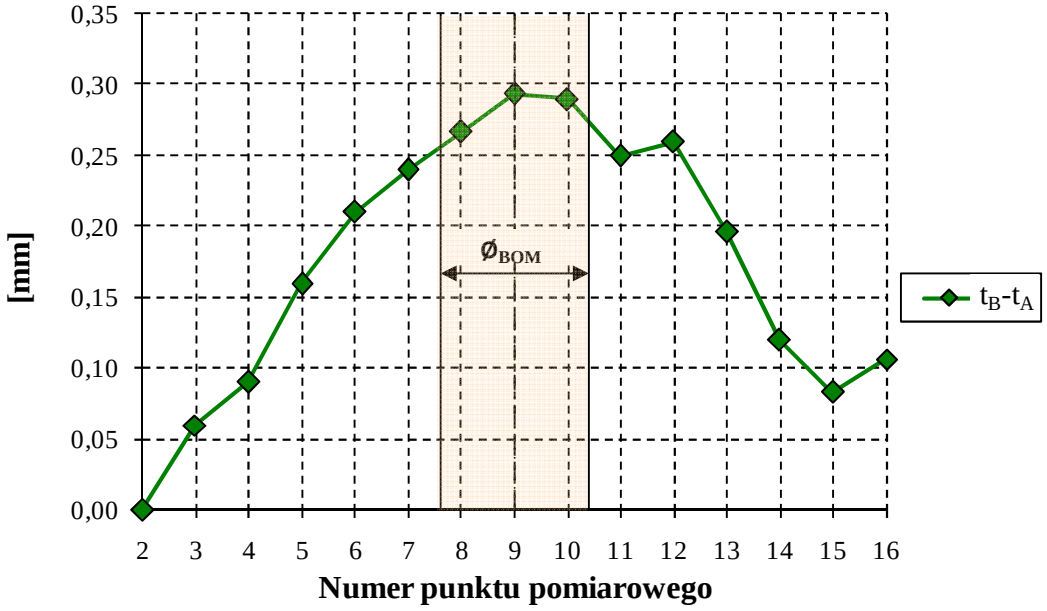
Rys. 4.15. Punkty pomiarowe na przekroju gałęzi rurowych

Na rysunku 4.16 pokazano – uśrednione dla trzech gałęzi – grubości obu zinwentaryzowanych ścianek kształtownika rurowego. Jak widać, grubości obu środników nie są jednakowe i zmieniają się na długości ścianek. Zróżnicowane grubości ścianek, przede wszystkim w miejscach przewidzianych do osadzenia łączników, mogą być przyczyną odmiennych nośności i sztywności połączeń dwu gałęzi ceowych. Jak pokazano na rysunku

4.17, różnica w grubościach przeciwległych ścianek „B” i „A”, dochodzi – w osi przewidzianych łączników sworzniowych – do 0,3 mm.



Rys. 4.16. Rozkład grubości ścianek „A” i „B” przekroju rurowego



Rys. 4.17. Różnica w grubościach ścianek „A” i „B” przekroju rurowego (jw.)

Należy tutaj zauważyć, że analogiczne pomiary wykonane dla 6-ciu gałęzi ceowych, nie wykazały istotnych różnic grubości ścianek przekroju.

Uśrednione grubości *t* środników gałęzi rurowych oraz ceowych wraz z odchyleniem standardowym, podano w tablicy 4.5.

W trakcie inwentaryzacji stwierdzono, że oba środniki przekroju rurowego wykazują łukową krzywiznę w kierunku wnętrza przekroju. Brak przylegania do siebie wklęsłych ścianek rury i prostych – jak się przekonano – ścianek gałęzi ceowych w sąsiedztwie

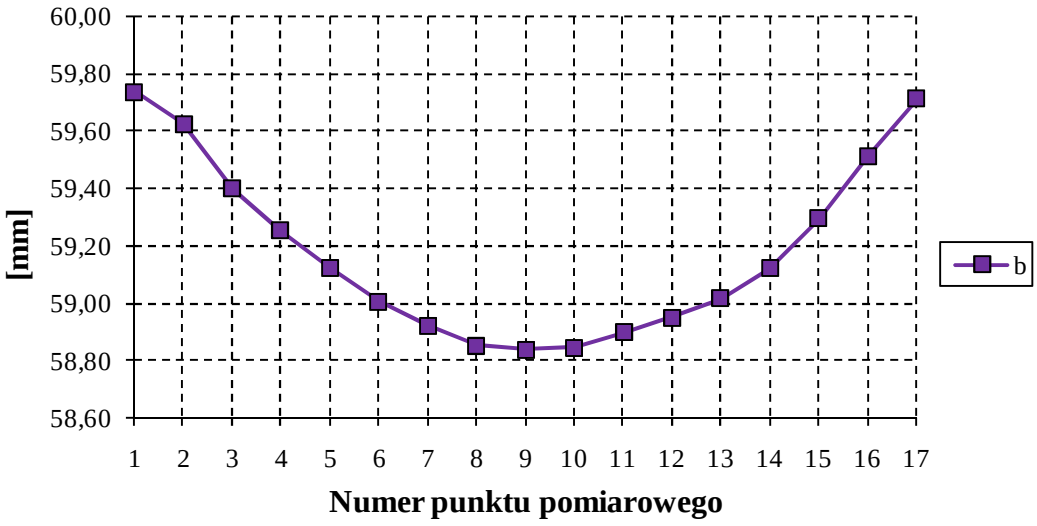
połączeń, również – obok zróżnicowanej grubości środników rury – mógł mieć wpływ na zachowanie się badanych złączy.

Tablica 4.5

Wybrane parametry geometryczne gałęzi

Przekrój poprzeczny gałęzi	Rodzaj wyników	Oznaczenie ścianki	*t* [mm]
1	*2*	*3*	*4*
RP100×60×4	średnia	A	3,95
		B	4,13
	odchylenie standardowe	A	0,08
		B	0,04
U30/60/30×4	średnia	-	3,98
	odchylenie standardowe		0,02

Dla gałęzi rurowych, dla których poprzednio wykonano pomiar grubości środników, wykonano również pomiary szerokości *b* przekroju (por. rys. 4.15), za pomocą suwmiarki elektronicznej. Na rysunku 4.18 pokazano uśrednione wyniki tych pomiarów w poszczególnych punktach pomiarowych (por. rys. 4.15). Należy przy tym zwrócić uwagę, że amplitudy imperfekcji na poszczególnych ściankach były zbliżone do siebie. Na podstawie informacji uzyskanych z wytwórni konstrukcji metalowych, w której odbywała się część procesu przygotowania elementów próbnych do badań, wykluczono możliwość powstania przedmiotowych imperfekcji podczas transportu, składowania lub obróbki warsztatowej elementów.

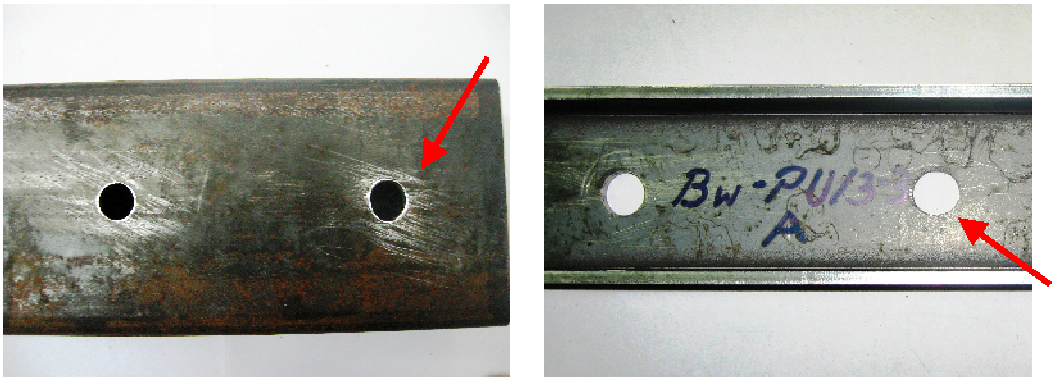


Rys. 4.18. Funkcja rozkładu szerokości przekroju rurowego

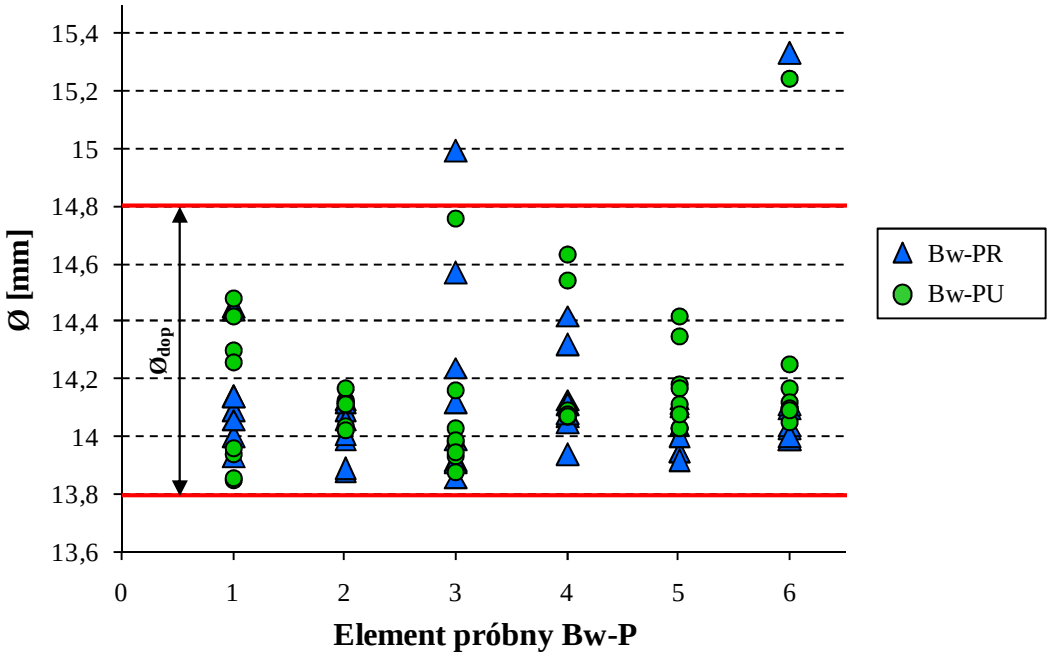
Kolejnym parametrem, który może w istotny sposób wpływać na nośność i sztywność badanych połączeń jest średnica otworów, w których przewidziano instalację łączników

BOM. Przewidziano, że otwory w gałęziach elementów próbnych wykonane zostaną o średnicy nominalnej Ø14 mm, przy użyciu wiertła (por. [73] i [83]), w wytwórni konstrukcji metalowych.

Wykonano pomiary otworów w ściankach wszystkich gałęzi 6-ciu elementów próbnych. Pomiary wykonywane były w kierunku równoległym i prostopadłym do dłuższego wymiaru otworu, gdyż jak się przekonano, zdecydowana większość otworów miała kształt zbliżony do owalnego (rys. 4.19). Na rysunku 4.20 zestawiono wyniki wykonanych pomiarów wraz z oznaczeniem dopuszczalnych przez producenta łączników tolerancji wykonania otworów, wg [100].



Rys. 4.19. Przykłady niewłaściwego owiercenia ścianek gałęzi elementów próbnych



Rys. 4.20. Wymiary otworów w gałęziach poszczególnych elementów próbnych

Informacje dotyczące zachowania się połączeń elementów o grubościach ścianek 4 mm, na łączniki BOM-R16-4, zawarte w opracowaniach [73] i [83], dotyczą złączy z otworami w łączonych ściankach o średnicach Ø14 mm i Ø14,3 mm. Brak tam informacji o wpływie

dokładności wykonania otworów na nośność i sztywność połączeń. Wpływ ten może być istotny w sytuacji, kiedy średnice otworów wykraczają poza wskazane przez producenta łączników tolerancje, czego – jak pokazano na rysunku 4.20 – nie można wykluczyć w praktycznych realizacjach.

Sprawdzono również stan pobocznicy i krawędzi ścianek w otworach. W wyniku wiercenia, na krawędziach otworów wytwarzały się kołnierze, połączone z fragmentami materiału wybranego z otworów. Z informacji uzyskanych u przedstawiciela producenta łączników BOM wynika, że ten nadmiar materiału, powinien być usunięty przed instalacją łączników w złączach. Jednak zastosowana w tym celu procedura, powinna być również możliwa do przeprowadzenia w przypadku otworów wykonanych w gałęziach smukłych prętów bliskogałęziowych, przy ograniczonym wówczas dostępie do krawędzi otworów znajdujących się na wewnętrznej powierzchni ścianki gałęzi rurowej.

Zdecydowano, że kołnierze na krawędziach otworów w gałęziach ceowych oraz zewnętrznych ściankach gałęzi rurowych usunięte będą za pomocą pilnika do metalu. Słabo związane, duże fragmenty materiału na wewnętrznych ściankach kształtowników zamkniętych, które mogłyby przeszkadzać w prawidłowym osadzeniu łączników w otworach, usunięto za pomocą końcówki śrubokręta.

4.5.4. Scalanie gałęzi elementów próbnych

Gałęzie elementów próbnych łączone były, przy użyciu osadzaka hydraulicznego „HUCK POWERIG” (rys. 4.21).

a) b)

Rys. 4.21. Łączenie gałęzi elementów próbnych: a) narzędzia montażowe; b) proces osadzania łączników BOM w otworach ścianek

Pomimo stwierdzonego w trakcie inwentaryzacji gałęzi przekroczenia tolerancji wykonania średnic kilku otworów (por. rys. 4.20), łączniki – w ocenie doświadczonego montażysty – zostały prawidłowo osadzone w połączeniach. Również, pomimo wykazanych w wyniku pomiarów imperfekcji łukowych na szerokości ścianek gałęzi rurowych (por. rys. 4.18), ścianki połączonych ze sobą gałęzi rurowej i ceowych, ściśle do siebie przylegały. Można stwierdzić, że z uwagi na wysokie siły sprężające w trzpieniach, występujące w trakcie instalacji łączników w otworach (por. [105]), obarczone imperfekcjami geometrycznymi przylegające do siebie ścianki łączonych gałęzi uległy stosownym odkształceniom.

Po zakończeniu montażu, w przypadku elementu próbnego „Bw-P-1” stwierdzono niewspółosiowość połączonych ze sobą gałęzi ceowej i rurowej (rys. 4.22).

Rys. 4.22. Niewspółosiowość połączonych odcinków rury i ceownika w elemencie Bw-P-1

4.5.5. Procedura badawcza

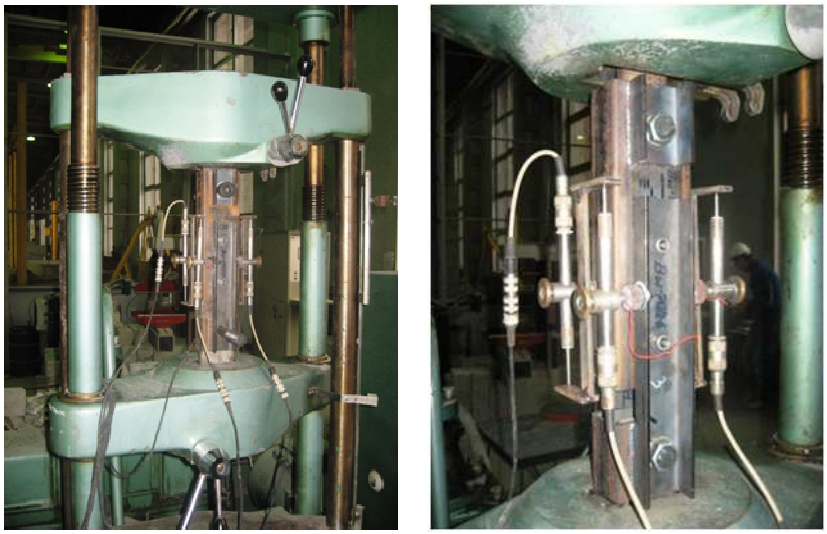
Sześć elementów próbnych poddawanych było rozciąganiu osiowemu w maszynie wytrzymałościowej o napędzie hydraulicznym (rys. 4.23).

Procedurę przykładania obciążenia ustalono w oparciu o zalecenia zawarte w opracowaniach [104] oraz [73] i [83]. Realizacja obciążenia w badaniach opisanych w pracach [73] i [83], wynikała z zaleceń normy europejskiej [120], aby w przedziale obciążeń charakterystycznych, cyklicznie obciążać i odciążać badane połączenie rozciągane, przynajmniej czterokrotnie i co najmniej na czterech różnych poziomach obciążeń. W obecnej wersji normy dotyczącej kształtowników profilowanych na zimno [114], nie zamieszczono informacji dotyczących badania połączeń.

Powszechnie natomiast w zakresie badań ścinanych połączeń zakładkowych na łączniki mechaniczne, stosowane są zalecenia zawarte w opracowaniu [104], a wcześniej [103]. Wytyczne [103] oraz [104], zalecają ciągły przyrost obciążenia elementu próbnego w tempie 1 kN/min.

Z uwagi na ograniczenia sprzętowe, uniemożliwiające realizację tak określonego ciągłego przyrostu obciążenia, przykładana do elementów próbnych siła rozciągająca N, zwiększana była w sposób skokowy, co 1 kN/min., przy czym sam proces przyrostu obciążenia trwał około 10 sekund.

W trakcie badania mierzono wzajemne przemieszczenia Δv ścianek połączonych gałęzi, za pomocą czujników indukcyjnych o dokładności 0,001 mm, przy zastosowaniu automatycznego zapisu wyników co 5 s (por. rys. 4.23). Pomiar przemieszczeń zachodzących pomiędzy gałęzią rurową i każdą z dwóch gałęzi ceowych w połowie odległości pomiędzy łącznikami, wykonano przy użyciu dwóch czujników indukcyjnych (por. rys. 4.23). Łącznie, każdy element próbny wyposażony został w 4 czujniki indukcyjne.



Rys. 4.23. Element próbny zabudowany w stanowisku badawczym

Podobnie jak w badaniach [73] i [83], do ustalenia przebiegu ścieżek równowagi statycznej badanych połączeń wykorzystano wyniki pomiarów zapisanych tuż przed końcem danego kroku obciążenia, pozwalając tym samym, aby odkształcenia trwałe w złączach, po określonym czasie, mogły się ustabilizować. Elementy próbne obciążano do momentu, w którym następował znaczący przyrost przemieszczeń Δv, przy nieznacznym przyroście siły rozciągającej N.

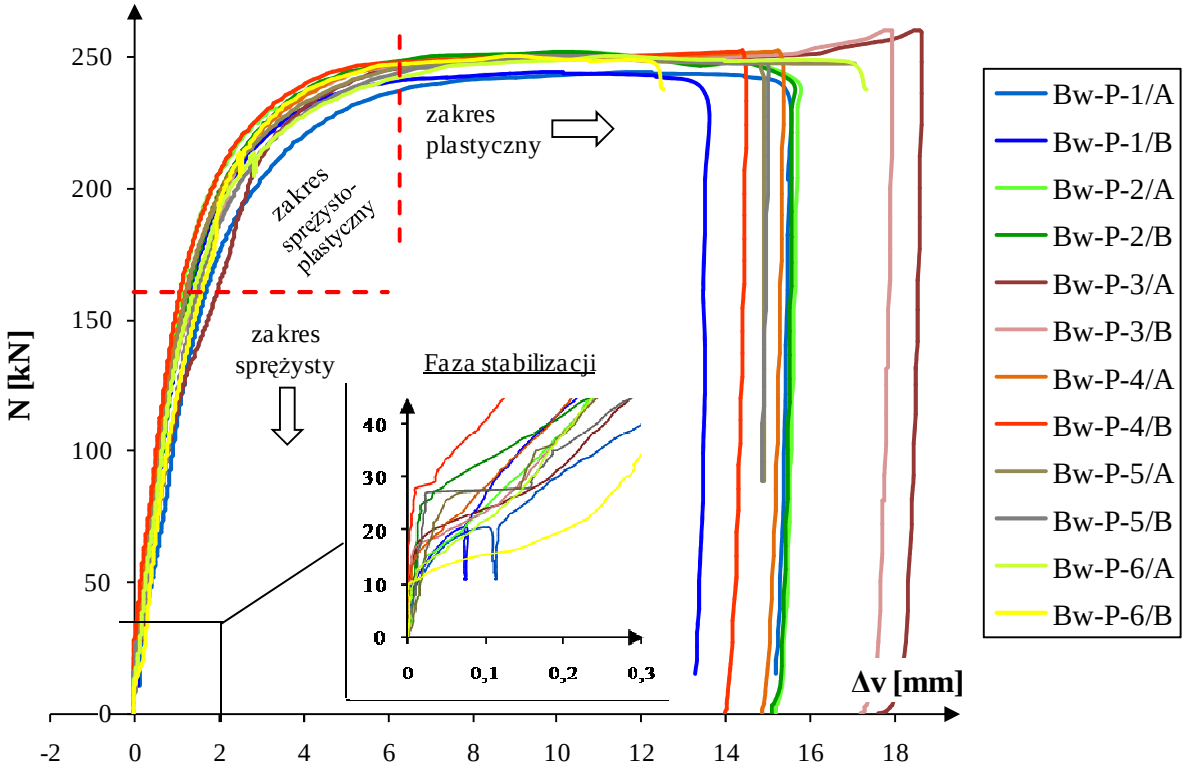
4.5.6. Wyniki badań doświadczalnych

Na rysunku 4.24 pokazano uzyskane z badań doświadczalnych ścieżki równowagi statycznej (ŚRS) połączeń w postaci zależności między siłą rozciągającą N a przemieszczeniem Δv, zachodzącym w osi łączników między łączonymi ściankami.

Dla każdego elementu próbnego „Bw-1÷6” otrzymano po 2 ŚRS, po jednej dla połączeń w każdym z dwóch styków, tj. na ściance „A” i „B” gałęzi rurowej (por. rys. 4.24). Każdą krzywą otrzymano na drodze uśredniania wyników pomiarów dwóch czujników indukcyjnych.

ŚRS wszystkich badanych złączy mają podobny przebieg, pozwalający na wydzielenie kilku zasadniczych faz pracy połączeń. Jak widać na rysunku 4.24, po fazie dużej sztywności początkowej, wynikającej ze wstępnego sprężenia złączy, przy obciążeniu N w zakresie $10 \div 30$ kN, zachodzi proces stabilizacji położenia łączników w otworach, któremu

towarzyszy zauważalny spadek sztywności połączeń. Zjawisku temu towarzyszy przyrost przemieszczeń Δv rzędu 0,05÷0,25 mm (por. rys. 4.24), przy niewielkim wzroście poziomu obciążenia. Po fazie stabilizacji następuję etap wytężenia połączeń przy docisku. Jak wykazały badania opisane w pracach [73] i [83], przyrastające wówczas przemieszczenia Δv mają charakter sprężysto-plastyczny. Przyrost odkształceń trwałych jest jednak na tyle mały, że – jak pokazano na rysunku 4.24 – przebieg zależności N–Δv jest zbliżony do liniowego, stąd tę fazę pracy połączeń określono jako sprężystą.



Rys. 4.24. Ścieżki równowagi statycznej N–Δv połączeń w poszczególnych elementach próbnych

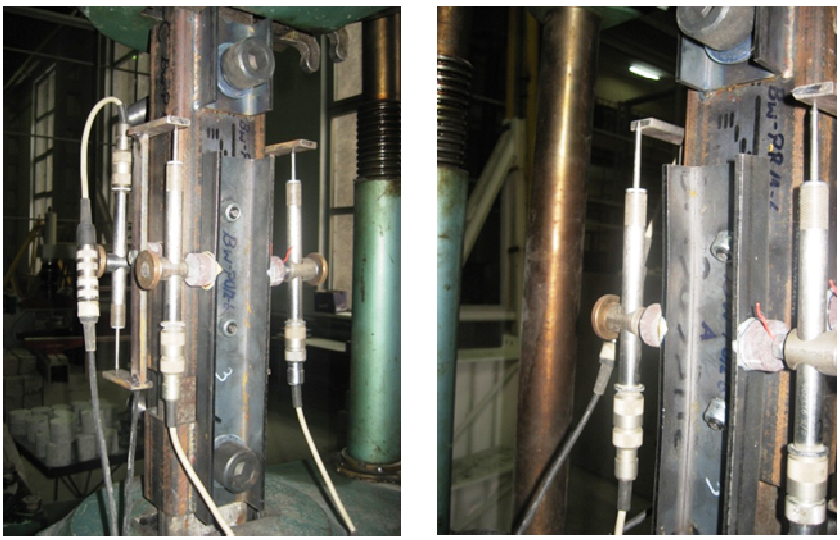
Warto w tym miejscu odnieść się do tolerancji wykonania otworów w gałęziach elementów próbnych. Na szczególną uwagę zasługują tutaj otwory o wymiarach wykraczających poza dopuszczone przez producenta łączników tolerancje wymiarów średnic, wykonane w elementach „Bw-P-3” i „Bw-P-6”. Jak widać na rysunku 4.24, krzywa „Bw-P-6/B” w fazie stabilizacji charakteryzuje się znaczącym poślizgiem, o największej – spośród badanych połączeń – wartości.

Przebieg fazy stabilizacji dla krzywych „Bw-P-3/A” i „Bw-P-3/B” należy uznać za typowy w grupie wyników dla 12-tu obserwowanych złączy. Pewna redukcja sztywności ujawniła się w przypadku krzywej „Bw-P-3/A” dopiero na styku zakresów: quasi-sprężystego i sprężysto-plastycznego wytężenia połączeń (por. rys. 4.24). Trudno jednak jednoznacznie stwierdzić czy zaobserwowany nieznaczny spadek sztywności złącza jest wynikiem większych niż dopuszczalne wymiarów otworów w ściankach łączonych gałęzi, czy raczej należy zaliczyć go do nieuniknionych rozrzutów wyników badań.

Istotny natomiast jest fakt, że wszystkie obserwowane połączenia – po stabilizacji łączników w złączach w sprężystej fazie ich pracy – osiągnęły porównywalne sztywności. Wpływ niedokładności wymiarów średnic otworów uwidocznił się zatem przede wszystkim w początkowej fazie pracy połączeń, nie wpływając w sposób istotny na kolejne, kluczowe fazy pracy złączy.

W miarę przyrostu obciążenia elementów próbnych, połączenia wchodzą w sprężysto-plastyczny zakres wytężenia przy docisku, który charakteryzuje się wyraźnie wyższym – niż w fazie quasi-sprężystej – tempem przyrostu odkształceń trwałych w złączach (por. rys. 4.24). Obserwowano już wówczas przechylanie się łączników w kierunku obciążenia (rys. 4.25a).

a) b)



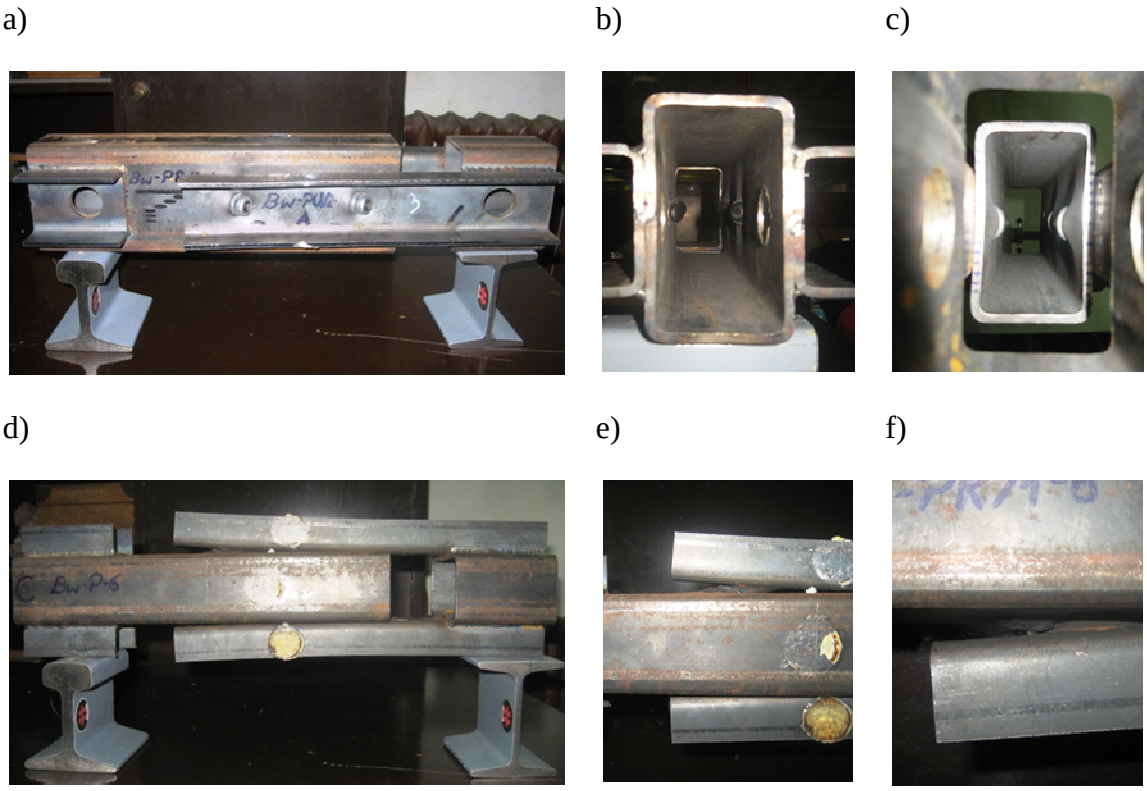
Rys. 4.25. Element próbny Bw-P-6 przy wytężeniu połączeń w zakresie: a) sprężysto-plastycznym, b) plastycznym

W plastycznym zakresie wytężenia złączy obserwuje się znaczący przyrost przemieszczeń Δv, przy nieznacznym przyroście obciążenia N. Zakres ten charakteryzują: dalsze przechylanie się łączników w kierunku działania obciążenia (por. rys. 4.25b), deformacje plastyczne łączonych ścianek w sąsiedztwie sworzni (rys. 4.26a÷c), przy towarzyszących przemieszczeniach $\Delta v \geq 10$ mm oraz wygięcie swobodnych końców gałęzi ceowych z płaszczyzny złączy (por. rys. 4.26d, e).

Z uwagi na niebezpieczeństwo uszkodzenia czujników indukcyjnych, odciążenie elementów próbnych następowało zwykle w zakresie odkształceń połączenia $\Delta v \leq 15$ mm. Jedynie w przypadku elementu „Bw-P-3” obciążenie kontynuowano do osiągnięcia deformacji Δv nieznacznie przekraczających 18 mm. Zauważono przy tym, że w zakresie deformacji $\Delta v > 15$ mm, ma miejsce zauważalny wzrost sztywności i nośności połączeń (por. rys. 4.24).

Zaobserwowany przyrost sztywności badanego połączenia wskazuje na dodatkowe rezerwy jego nośności, wykazane również w badaniach 1-ciętych złączy zakładkowych,

opisanych w pracy [73]. Należy jednak zwrócić uwagę, że w zakresie poślizgów Δv rzędu kilkunastu milimetrów, łączniki – z uwagi na ich znaczące już – i ciągle pogłębiające się pochylenie w kierunku obciążenia (por. rys. 4.25 i 4.26) – pracują w złożonym stanie obciążenia, przenosząc jednocześnie ścinanie, rozciąganie i zginanie. Istotny przy tym jest fakt, że w przypadku kilku elementów próbnych, na poziomie maksymalnego, uzyskanego w badaniach obciążenia N, zauważono przeciągnięcie fragmentu główki łącznika przez ściankę gałęzi rurowej (por. rys. 4.26f). Można zatem przypuszczać, że po uplastycznieniu się ścianek w bliskim sąsiedztwie otworów wskutek docisku i znaczącym przechyleniu się łączników, o dodatkowych rezerwach nośności i sztywności połączeń, decyduje głównie poziom ich wytężenia w stanach granicznych, typowych dla połączeń rozciąganych, tj. m.in. z uwagi na przeciągnięcie główki łącznika przez ściankę elementu. Dodatkowych rezerw nośności i sztywności nie należy jednak utożsamiać z typowym dociskowym zakresem wytężenia połączeń.



Rys. 4.26. Forma zniszczenia elementów próbnych: a) ÷ f) (opis w tekście)

Analizując przebieg ścieżek równowagi statycznej połączeń, pokazanych na rysunku 4.24, można zauważyć nieco odmienne zachowanie się złączy w elemencie „Bw-P-1”, w szczególności zaś połączenia gałęzi ceowej „A” z rurą (krzywa „Bw-P-1/A”). Wpływ na zachowanie się tego elementu próbnego, może mieć – wykazana w trakcie inwentaryzacji – niewspółosiowość połączonych gałęzi rurowej i ceowych (por. rys. 4.22). Inwentaryzacja wykazała wzajemny obrót gałęzi rurowych i ceowych o blisko 1,5°, w wyniku czego, w połączeniach pojawiły się dodatkowe momenty zginające. Taki stan rzeczy tłumaczyłby

nie tylko zmniejszoną sztywność, ale również i mniejszą – w stosunku do pozostałych złączy – nośność rozważanych połączeń.

Nie zauważono natomiast wpływu różnych grubości ścianek środników kształtownika rurowego (por. rys. 4.16), na otrzymany rozkład sztywności i nośności granicznej połączeń.

Podsumowując powyższe rozważania należy stwierdzić, że pomimo stwierdzonych niedokładności wykonania poszczególnych elementów próbnych, zachowanie wszystkich obserwowanych połączeń było podobne, przy stwierdzonych nieznacznych rozrzutach otrzymanych wyników.

4.5.7. Nośność obliczeniowa połączeń

Na podstawie ścieżek równowagi statycznej otrzymanych dla elementów próbnych z czterema łącznikami w połączeniach gałęzi, określono zależności między obciążeniem T pojedynczego łącznika a przemieszczeniem Δv zachodzącym między łączonymi ściankami (rys. 4.27).

Nośność obliczeniową R_d połączeń na docisk, odniesioną do pojedynczego łącznika, ustalono wg zaleceń [104], na podstawie zależności:

$$R_d = \frac{R_k}{\gamma_{M2}}, \tag{4.94}$$

gdzie: R_k - nośność charakterystyczna złącza na docisk,
γ_{M2} - współczynnik częściowy.

Wartość charakterystyczna nośności pojedynczego sworznia określona jest wzorem:

$$R_k = R_m - k\, s, \tag{4.95}$$

gdzie: k - współczynnik obliczeniowy, którego wartość uzależniona jest od liczby badanych elementów,
s - odchylenie standardowe,
R_m - wartość średnia dla zbioru dopasowanych wyników badań $R_{adj,i}$ minimum 5-ciu elementów próbnych.

Dopasowaną wartość $R_{adj,i}$ uzyskaną w i-tej próbie wyznacza się na podstawie wartości pomierzonej $R_{obs,i}$ – odpowiadającej sile tnącej T działającej na pojedynczy łącznik kiedy Δv = 3 mm (por. rys. 4.27) – według zależności:

$$R_{adj,i} = R_{obs,i} / \mu_R. \tag{4.96}$$

Współczynnik dopasowania μ_R, stosowany z uwagi na różnice między pomierzonymi parametrami elementów próbnych a ich wartościami nominalnymi, dany jest wzorem:

$$\mu_R = \left(\frac{f_{u,obs}}{f_u} \right)^{\alpha} \left(\frac{t_{obs,cor}}{t_{cor}} \right), \tag{4.97}$$

gdzie: $f_{u,obs}$ - rzeczywista pomierzona wytrzymałość materiału na rozciąganie,
f_u - nominalna wartość wytrzymałości materiału na rozciąganie,
$t_{obs,cor}$ - rzeczywista pomierzona grubość ścianki elementu,

t_{cor} - nominalna wartość grubości ścianki elementu.

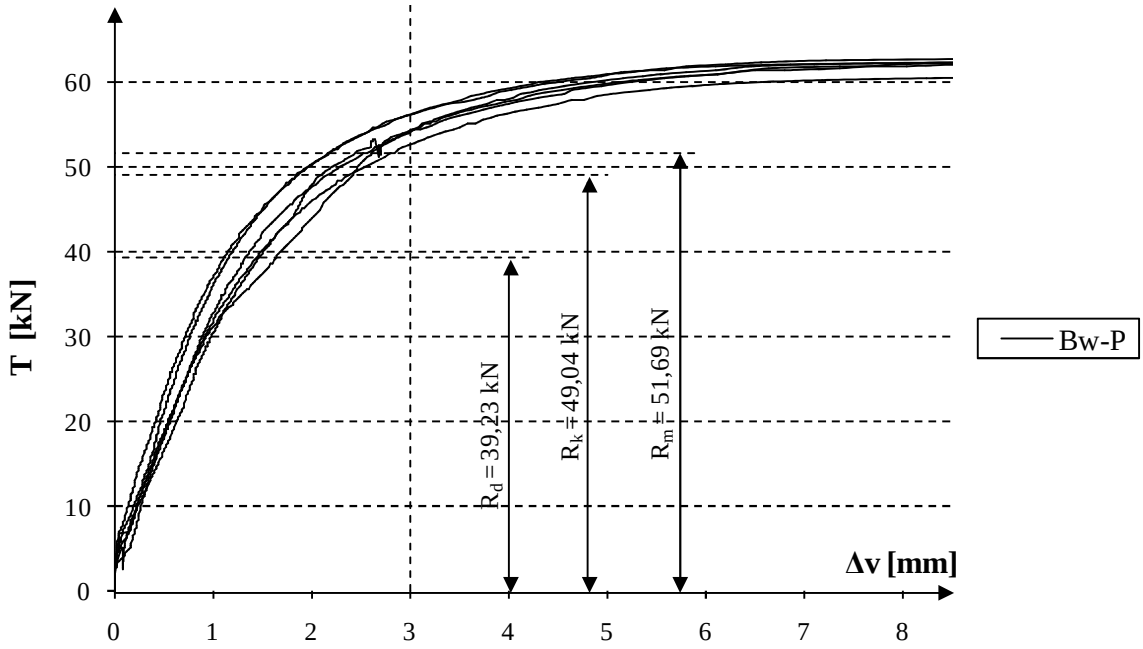
Wykładnik α we wzorze (4.97) przyjmuje się następująco:

- $\alpha = 1$, jeżeli $f_{u,obs} > f_u$,
- $\alpha = 0$, jeżeli $f_{u,obs} \le f_u$.

Odchylenie standardowe wyznacza się według wzoru:

$$s = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(R_{adj,i} - R_m\right)^2 \Big/ (n-1)}, \tag{4.98}$$

gdzie: n - liczba prób (elementów próbnych).



Rys. 4.27. Zależność T–Δv dla pojedynczego łącznika w jednociętych połączeniach ścianek gałęzi elementów próbnych

Wielkości potrzebne do oceny statystycznej wyników, oszacowane na podstawie wzorów (4.94) ÷ (4.98), zestawiono w tablicy 4.6.

Tablica 4.6

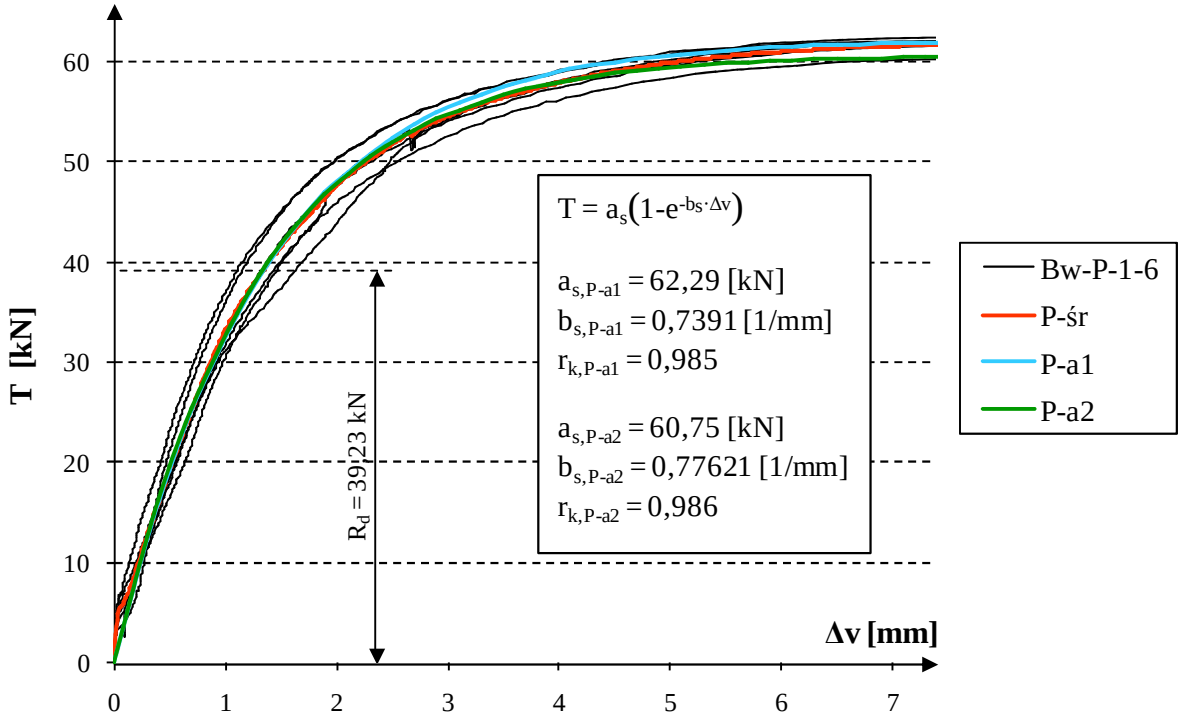
Nośność obliczeniowa R_d pojedynczego łącznika

Element próbny	$R_{obs,i}$ [kN]	μ_R	R_m [kN]	k	s	R_k [kN]	γ_{M2}	R_d [kN]
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*
Bw-P-1	50,50	1,06	51,69	2,18	1,22	49,04	1,25	39,23
Bw-P-2	53,19							
Bw-P-3	50,49							
Bw-P-4	53,12							
Bw-P-5	51,19							
Bw-P-6	51,68							

Wielkości pomierzone $R_{obs,i}$ (por. tabl. 4.6, kol. 2) dla pojedynczego łącznika w danym elemencie próbnym, wyznaczono jako średnią arytmetyczną rzędnych ŚRS połączeń obu gałęzi ceowych z prętem rurowym (por. rys. 4.24), na poziomie deformacji w złączach o wartości 3 mm (por. [104]).

4.5.8. Analityczne ujęcie wyników badań doświadczalnych

Na rysunku 4.28, na doświadczalne zależności T-Δv, naniesiono krzywą uśrednioną „P-śr" oraz – wyznaczone metodą najmniejszych kwadratów – krzywe analityczne „P-a1" i „P-a2", określone w postaci funkcji wykładniczych o parametrach a_s i b_s i współczynniku korelacji r_k.



Rys. 4.28. Doświadczalne i analityczne zależności T –Δv

Porównując przebiegi krzywych uśrednionej i dwóch analitycznych (por. rys. 4.28) widać, że krzywa „P-a1", daje dobre przybliżenie krzywej „P-śr" w zakresach quasi-sprężystym oraz plastycznym, przy niepożądanym zawyżeniu sztywności w sprężysto-plastycznym zakresie wytężenia połączeń. Z kolei krzywą „P-a2" charakteryzuje dobre dopasowanie do krzywej uśrednionej „P-śr" w zakresach sprężystym oraz sprężysto-plastycznym, przy nieznacznie zaniżonych wartościach przy wytężeniu złączy o charakterze plastycznym.

Istotne natomiast jest, że obie krzywe analityczne wykazują zadowalające przybliżenie wyników badań doświadczalnych w zakresie nośności obliczeniowej R_d pojedynczego łącznika na docisk (por. rys. 4.28).

4.6. Badania elementów bliskogałęziowych

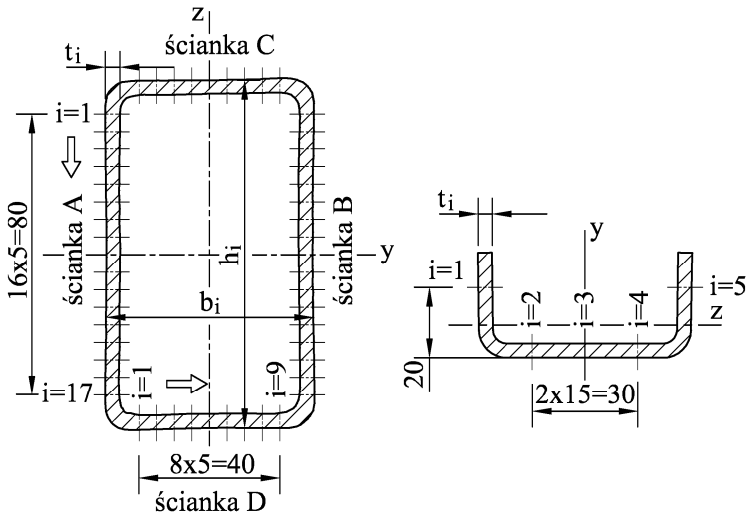
Zgodnie z zapisami normy krajowej [114], dotyczącymi badania elementów osiowo ściskanych, wykonanych z kształtowników profilowanych na zimno, minimalna liczba prób, wymagana do określenia nośności tych elementów, ze względu na formy niestateczności ogólnej, wynosi 5.

Założono, że badaniom, których celem jest określenie nośności wyboczeniowej prętów złożonych trójgałęziowych z podatnymi połączeniami gałęzi, poddanych zostanie 6 jednakowych elementów próbnych.

4.6.1. Inwentaryzacja gałęzi przed badaniem

Wprowadzono następujące oznaczenia elementów próbnych; przykładowa notacja „Bz-1" oznacza: Badania zasadnicze-element próbny numer 1.

Stosownie oznaczono również gałęzie elementów próbnych; przykładowa notacja „Bz-R/2-1" oznacza: Badania zasadnicze-przekrój Rurowy/gałąź pobrana z odcinka magazynowego nr 2-numer identyfikacyjny gałęzi 1. Natomiast oznaczenie „Bz-U-3/B" dotyczy gałęzi o przekroju ceowym U, o numerze identyfikacyjnym 3, przewidzianej do połączenia ze ścianką B przekroju gałęzi rurowej (rys. 4.29). Zestawienie komponentów 6-ciu elementów próbnych przedstawiono w tablicy 4.7.



Rys. 4.29. Wykaz punktów pomiarowych „i" na ściankach przekrojów gałęzi rurowych i ceowych (wymiary w mm)

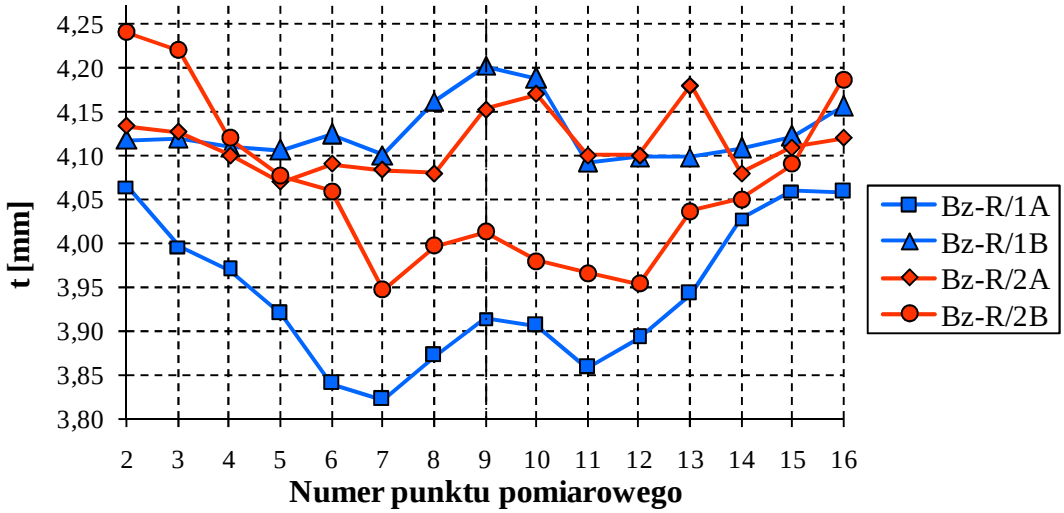
Tablica 4.7

Komponenty elementów próbnych Bz-1÷6

Element próbny	Bz-1	Bz-2	Bz-3	Bz-4	Bz-5	Bz-6
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
Komponenty Bz-	R/2-1	R/2-2	R/2-3	R/2-4	R/1-5	R/1-6
	U-1/A U/-2/B	U-3/A U-4/B	U-5/A U-6/B	U-7/A U-8/B	U-9/A U-10/B	U-11/A U-12/B

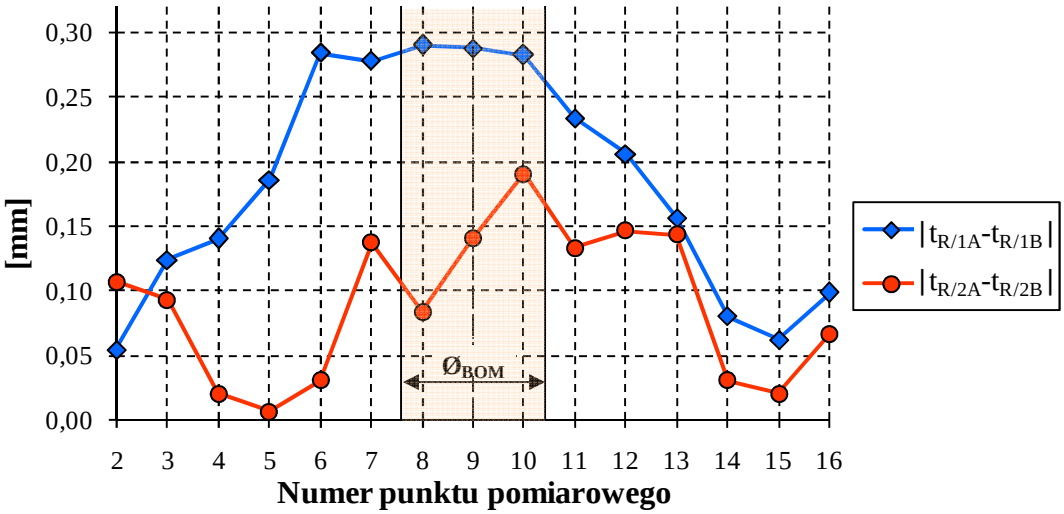
Inwentaryzację rozpoczęto od pomiaru grubości ścianek przekroju gałęzi rurowych. Pomiary wykonano za pomocą suwmiarki elektronicznej, z dokładnością pomiaru do 0,01 mm. Wykaz punktów pomiarowych na ściankach przekroju gałęzi rurowych pokazano na rysunku 4.29.

Na rysunku 4.30 przedstawiono uśrednione wyniki pomiarów grubości *t* ścianek „A” i „B” przekrojów gałęzi rurowych, pobranych, z odcinków magazynowych kształtownika rurowego: „Bz-R/1” i „Bz-R/2”. Jak widać, charakter przebiegu krzywych „Bz-R/1” i „Bz-R/2” jest podobny, przy czym większe różnice w grubościach naprzeciwległych ścianek obserwuje się w gałęziach kształtownika „Bz-R/1”.



Rys. 4.30. Rozkład grubości ścianek „A” i „B” przekrojów gałęzi rurowych pobranych z odcinków magazynowych „Bz-R/1” i „Bz-R/2”

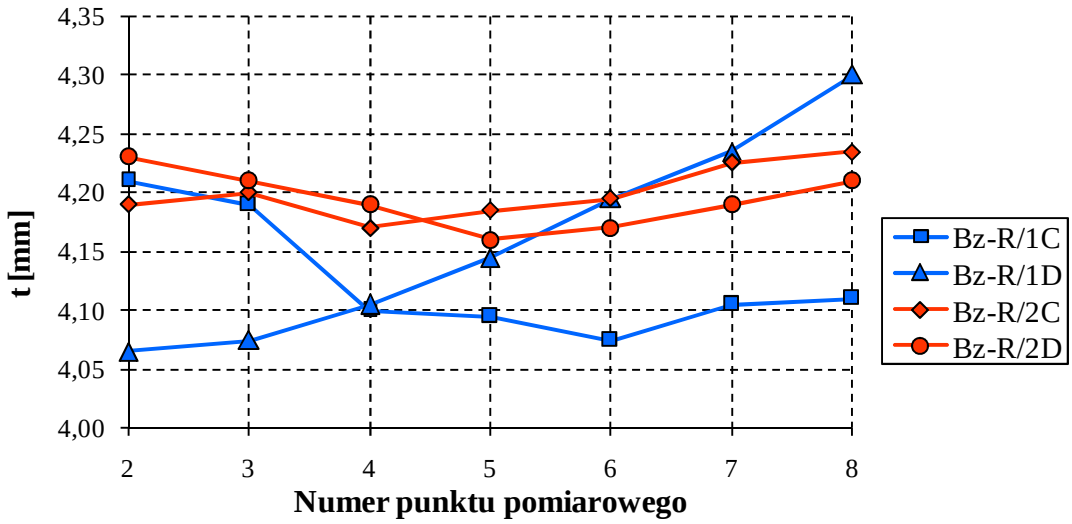
Rozkład funkcji określającej wartość bezwzględną różnicy grubości ścianek „A” i „B” w poszczególnych kształtownikach, pokazano na rysunku 4.31.



Rys. 4.31. Bezwzględna różnica grubości ścianek „A” i „B” gałęzi rurowych pozyskanych z odcinków magazynowych „Bz-R/1” i „Bz-R/2”

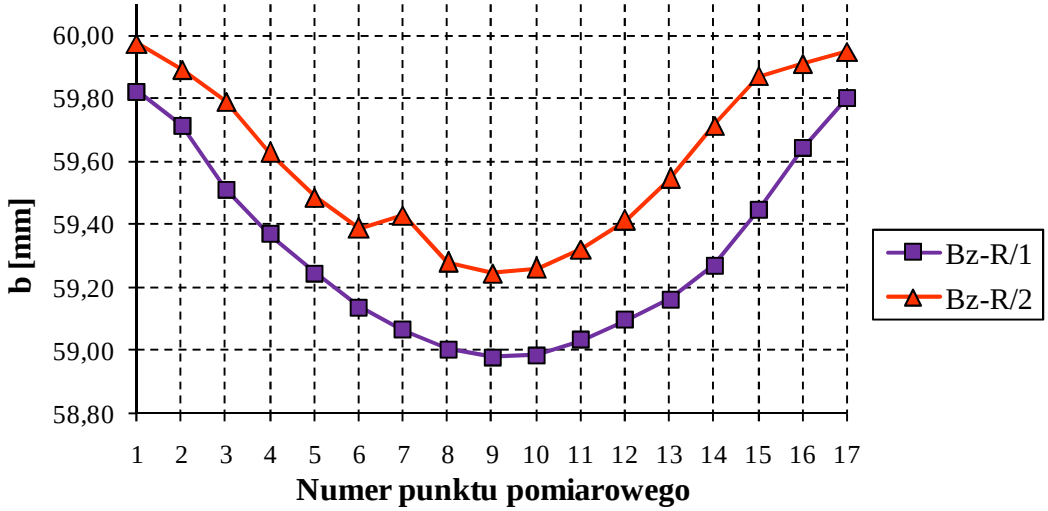
Podobnie jak w przypadku badań połączeń (por. p. 4.5.3), uwagę zwracają przede wszystkim zróżnicowane grubości ścianek „A” i „B” w miejscach, w których przewidziano nawiercenie otworów i instalację łączników w celu połączenia gałęzi.

Na rysunku 4.32 przedstawiono z kolei rozkłady grubości krótszych ścianek „C” i „D” przekroju rurowego, ustalone w punktach pomiarowych $i = 2 \div 8$ (por. rys. 4.29).

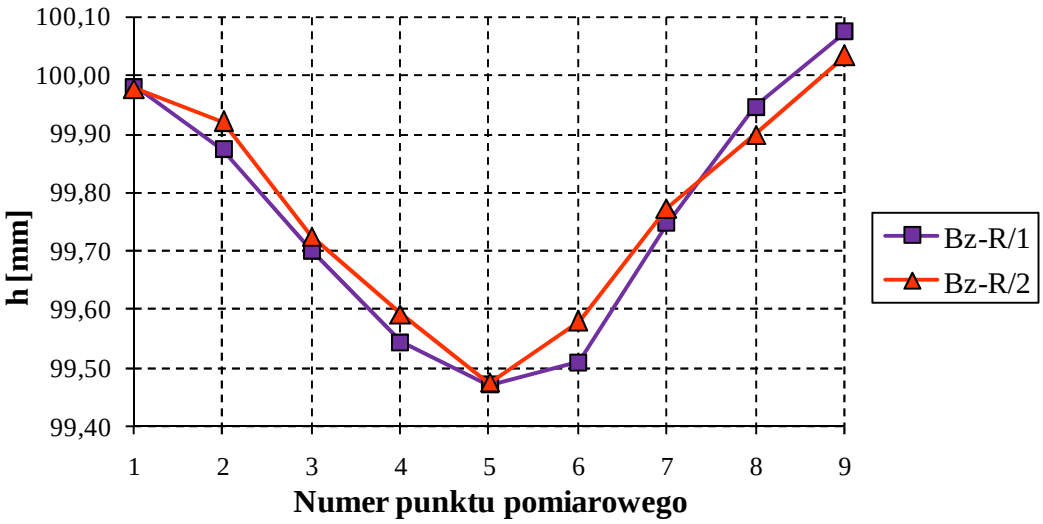


Rys. 4.32. Rozkład grubości ścianek „C” i „D” przekrojów gałęzi rurowych

Wykonano również pomiary szerokości *b* i wysokości *h* przekroju (por. rys. 4.29). Przekroje obu 12-metrowych odcinków kształtowników rurowych, z których pobrano gałęzie elementów próbnych, wykazywały podobny przebieg i wielkości łukowych imperfekcji ścianek (rys. 4.33 i 4.34). Analogiczne pomiary przeprowadzono również dla przekrojów gałęzi ceowych, jednak nie wykazały one istotnych odchyłek wykonawczych.



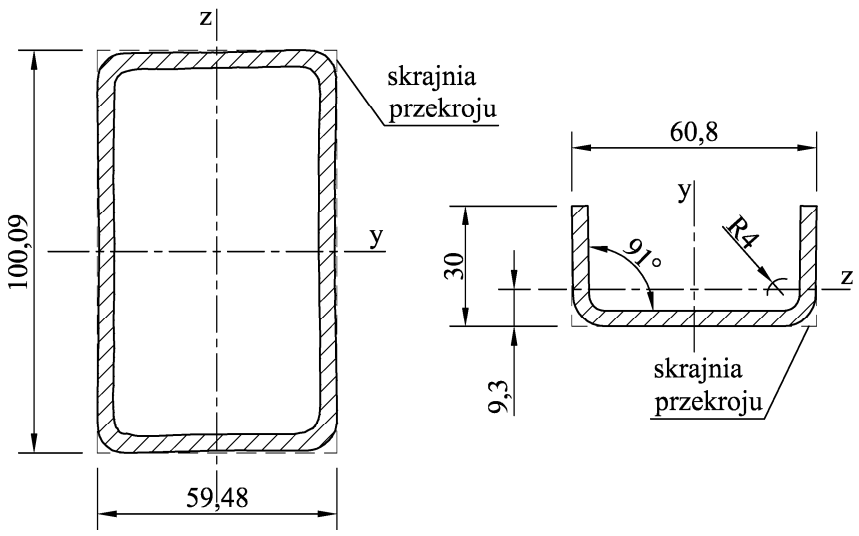
Rys. 4.33. Rozkładu szerokości „b” przekroju kształtowników rurowych



Rys. 4.34. Rozkład wysokości „h” przekroju kształtowników rurowych

Precyzyjne ujęcie takich wielkości geometrycznych jak wewnętrzny promień R naroża, prostopadłość ścianek oraz pole przekroju A, a także momenty bezwładności I_y i I_z względem głównych osi bezwładności y i z (por. rys. 4.29), było możliwe dzięki zeskanowaniu przekrojów inwentaryzowanych gałęzi, a następnie poddaniu obróbce komputerowej uzyskanych obrazów. Uzyskane w ten sposób wypadkowe wielkości parametrów geometrycznych przekrojów gałęzi rurowych i ceowych, pokazano na rysunku 4.35 i zestawiono w tablicy 4.8.

Stwierdzone odchyłki kształtu przekrojów inwentaryzowanych gałęzi mieściły się w zakresie dopuszczonych przez normy [118] i [119] tolerancji wykonawczych.



Rys. 4.35. Wypadkowe parametry geometryczne przekrojów gałęzi

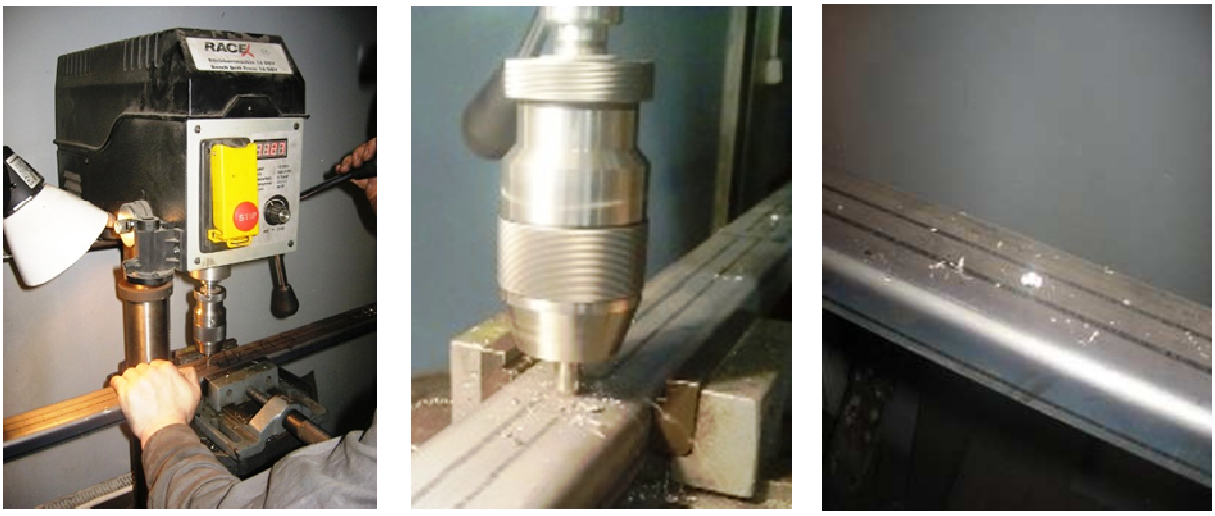
Podobnie jak w przypadku elementów próbnych przeznaczonych do badań połączeń, otwory w gałęziach, o nominalnej średnicy Ø14 mm, wykonywane były w wytwórni konstrukcji metalowych.

Tablica 4.8

Wybrane parametry geometryczne gałęzi

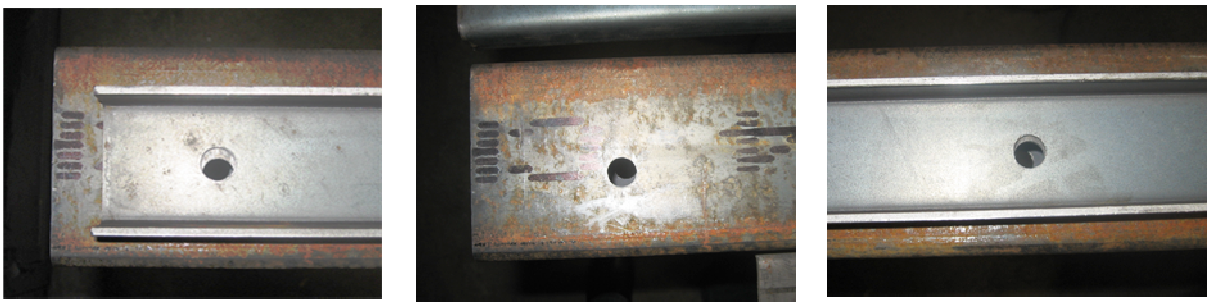
Przekrój gałęzi	t [mm]	A [cm^2]	I_y [cm^4]	I_z [cm^4]
1	*2*	*3*	*4*	*5*
RP100×60×4	4,12	12,27	159,96	69,83
U30/60/30×4	3,98	4,27	21,43	3,43

Proces wiercenia wykonywany był dwuetapowo. W pierwszym etapie, w każdej gałęzi niezależnie nawiercano otwory o średnicach Ø6 mm (rys. 4.36).



Rys. 4.36. Pierwszy etap wiercenia otworów w gałęziach ceowych

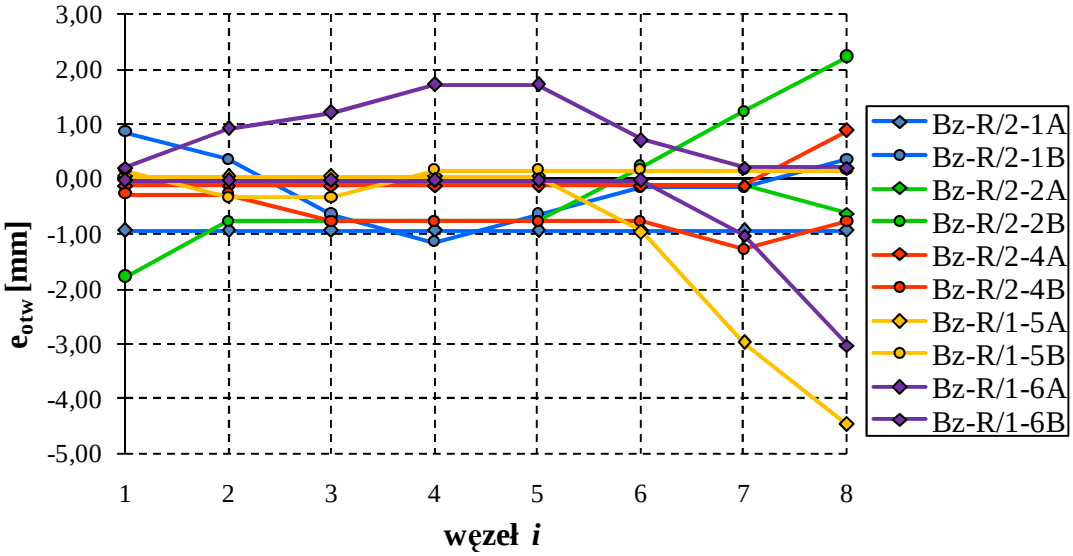
W drugim etapie, dwie gałęzie ceowe i jedną rurową unieruchamiano względem siebie ściągami montażowymi w konfiguracji przewidzianej do dalszego montażu gałęzi, a następnie zachodzące na siebie otwory w ściankach sąsiadujących kształtowników rozwiercano wiertłem Ø14 mm. Tak opracowana procedura, w zamierzeniu, miała pozwolić na uniknięcie niedokładności wykonania otworów, które mogłyby wystąpić kiedy otwory nawiercane byłyby w każdej gałęzi z osobna. Jednak na skutek awarii jednego ze ściągów montażowych, gałęzie elementu próbnego „Bz-3” owiercone zostały niewłaściwie (rys. 4.37), uniemożliwiając późniejsze wykonanie połączeń gałęzi. Tym samym element próbny „Bz-3” został wyłączony z programu badawczego.



Rys. 4.37. Niewłaściwe owiercenie gałęzi w elemencie próbnym „Bz-3”

W gałęziach pozostałych 5-ciu elementów próbnych otwory wykonane zostały w sposób umożliwiający późniejszy montaż gałęzi, jednak z zauważalnymi odchyłkami ich położenia względem osi podłużnych gałęzi.

Na rysunku 4.38 pokazano wielkości poprzecznych przesunięć „e_{otw}" położenia osi kolejnych otworów $i = 1 \div 8$ na długości gałęzi rurowych, wykonanych w ściankach „A" i „B" przekroju tych gałęzi (por. rys. 4.29). Analogiczne do pokazanych na rysunku 4.38 przesunięcia osi otworów występują również w ściankach gałęzi ceowych, przylegających w trakcie wykonywania otworów do ścianek prętów rurowych.



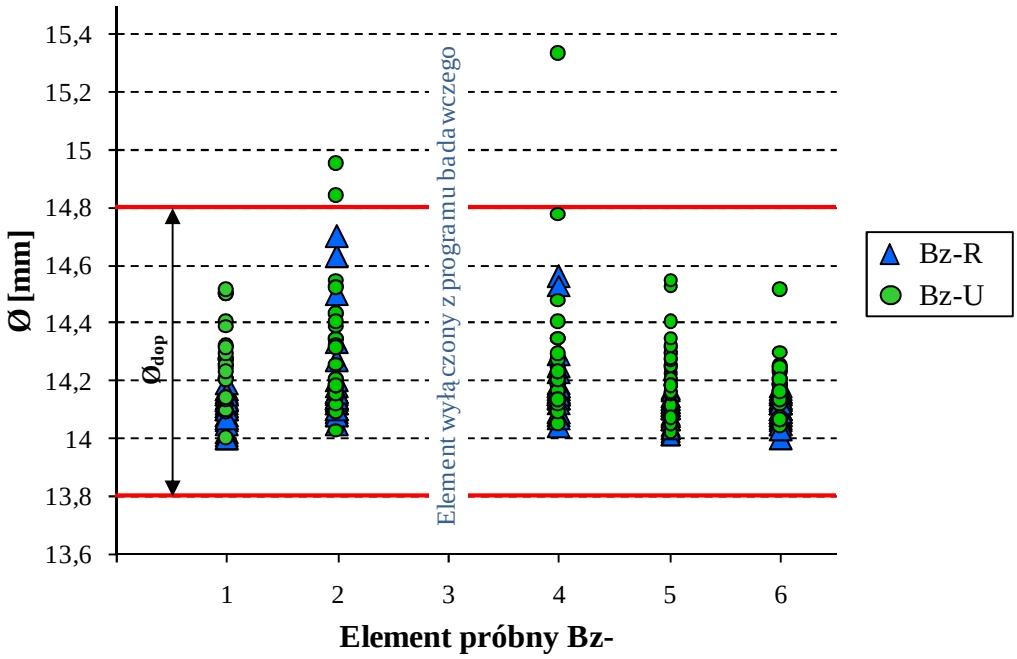
Rys. 4.38. Mimośrody wykonania otworów w ściankach „A" i „B" gałęzi rurowych „Bz-R"

Zwracają uwagę przede wszystkim mimośrody położenia otworów w gałęziach „Bz-R/2-2", „Bz-R/1-6", a przede wszystkim w gałęzi „Bz-R/1-5". Fakt, że stwierdzone niedokładności położenia otworów występują głównie w sąsiedztwie końców gałęzi może wskazywać na niewłaściwe przygotowanie stanowiska roboczego, na którym wykonywano obróbkę warsztatową gałęzi.

Podobnie jak w przypadku gałęzi elementów próbnych przeznaczonych do badania połączeń, zdecydowana większość otworów miała kształt zbliżony do owalnego (por. rys. 4.19).

Na rysunku 4.39. zestawiono wymiary otworów wykonanych w gałęziach poszczególnych elementów próbnych oraz zaznaczono granice – zalecanych przez producenta łączników BOM – tolerancji wymiarów średnic otworów. Jak widać, tolerancje wykonawcze nie zostały dotrzymane w przypadku otworów wykonanych w gałęziach ceowych w elementach próbnych „Bz-2" i „Bz-4". Ponadto, wymiary wielu otworów, pomimo że znajdują się w zakresie dopuszczalnych tolerancji wykonawczych, istotnie jednak odbiegają od wartości nominalnej, tj. Ø14 mm.

Wydaje się, że stwierdzone znaczące odchyłki wykonawcze, również świadczą – o czym była już wcześniej mowa – o niewłaściwej organizacji stanowiska warsztatowego, na którym wykonywano otwory.



Rys. 4.39. Wymiary otworów w gałęziach rurowych „Bz-R” i ceowych „Bz-U” w pięciu elementach próbnych

Pomimo, że wyniki badań złączy zakładkowych nie wykazały wyraźnego wpływu zwiększonych – w stosunku do dopuszczalnych – wymiarów średnic otworów na nośność i sztywność połączeń, to jednak znaczące wielkości stwierdzonych niedokładności, mogły budzić niepokój o poprawną instalację łączników w połączeniach ścianek gałęzi.

4.6.2. Montaż elementów próbnych

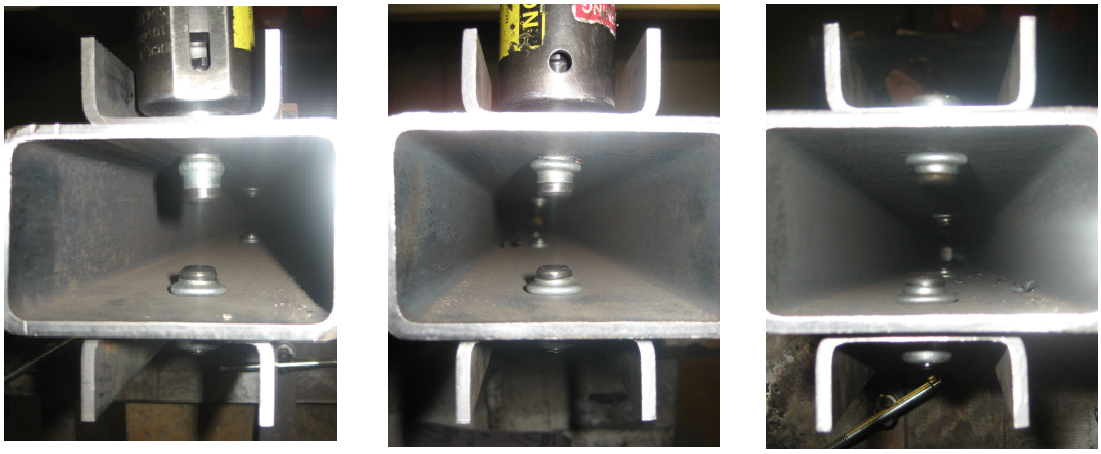
Instalację łączników BOM w połączeniach gałęzi wykonano przy użyciu osadzaka systemowego (rys. 4.40).

Przed rozpoczęciem procesu montażu gałęzi, usunięto, za pomocą śrubokręta, luźne fragmenty materiału z krawędzi otworów gałęzi rurowych i ceowych (rys. 4.40a), (por. p. 4.5.3). Montaż gałęzi, prowadzony był poczynając od środka długości elementu złożonego, na przemian w kierunku obu jego końców (por. rys. 4.40b). Taki sposób montażu pozwalał na uniknięcie kumulowania się stwierdzonych wcześniej niedokładności wykonawczych w otworach znajdujących się na jednym z końców każdego elementu złożonego.

Na rysunku 4.41 pokazano również kolejne etapy plastycznego formowania się główki łącznika w trakcie jego osadzania w połączeniu gałęzi „Bz-R/1-5A” i „Bz-U-9A”, w elemencie „Bz-5” (por. tabl. 4.7). Widać tutaj również wyraźnie wzajemne przesunięcie położenia łączników znajdujących się w połączeniach na naprzeciwległych ścinkach gałęzi rurowej (por. również rys. 4.38).

a) b)

Rys. 4.40. Montaż gałęzi elementów próbnych: a) obróbka krawędzi otworów w gałęzi rurowej, b) proces łączenia gałęzi



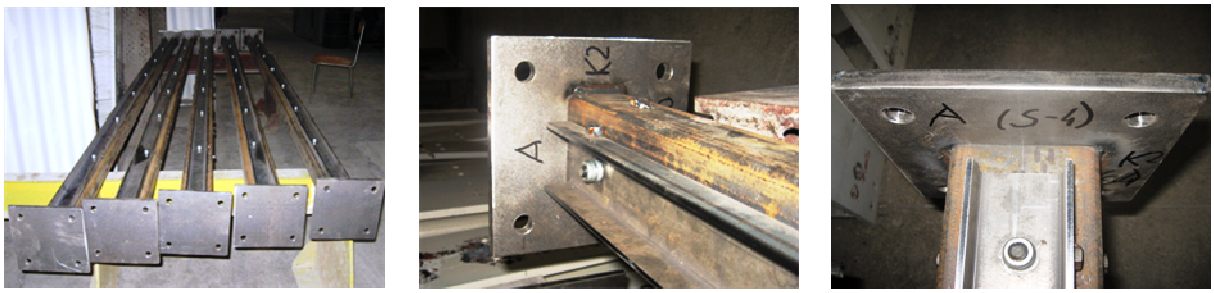
Rys. 4.41. Montaż gałęzi elementów próbnych: a) obróbka wewnętrznych krawędzi otworów w gałęzi rurowej, b) proces łączenia gałęzi, c) kolejne fazy instalacji łącznika w połączeniu

W trakcie montażu, szczególną uwagę zwrócono na instalację łączników w otworach o zwiększonych – ponad dopuszczalne tolerancje – średnicach. W ocenie doświadczonego montażysty, wszystkie połączenia wykonane zostały prawidłowo

Po scaleniu gałęzi, sprawdzono stan przylegania do siebie połączonych ścianek za pomocą szczelinomierza. Kontrola wykazała ścisłe przyleganie do siebie ścianek gałęzi. Nieliczne szczeliny o szerokości dochodzącej do 0,1 mm miały charakter lokalny i wynikały z deformacji ścianek łączonych kształtowników.

W ślad za wytycznymi dotyczącymi badania prętów ściskanych osiowo, zawartymi w publikacjach [28] i [102], końce gałęzi rurowych poddano stosownej obróbce warsztatowej, tak aby zapewnić właściwy, tj. równomierny docisk pręta głównego do blach podstawy.

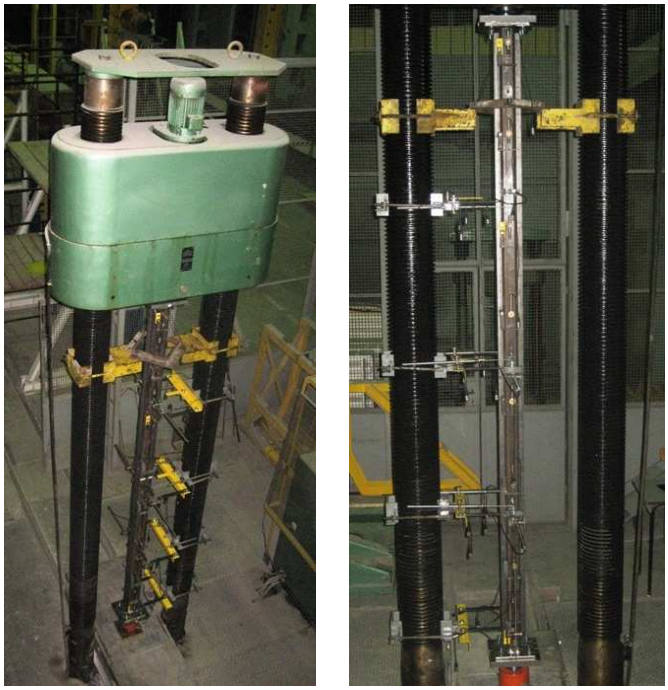
W celu ustabilizowania położenia blach zamykających względem końców rury w taki sposób, aby umożliwić późniejsze osiowe przekazywanie obciążenia ściskającego na element próbny, przylegające elementy zespawano ze sobą spoiną pachwinową, wzdłuż krótszych ścianek prostokątnego przekroju gałęzi rurowej (rys. 4.42).



Rys. 4.42. Montaż blach podstawy

4.6.3. Stanowisko badawcze

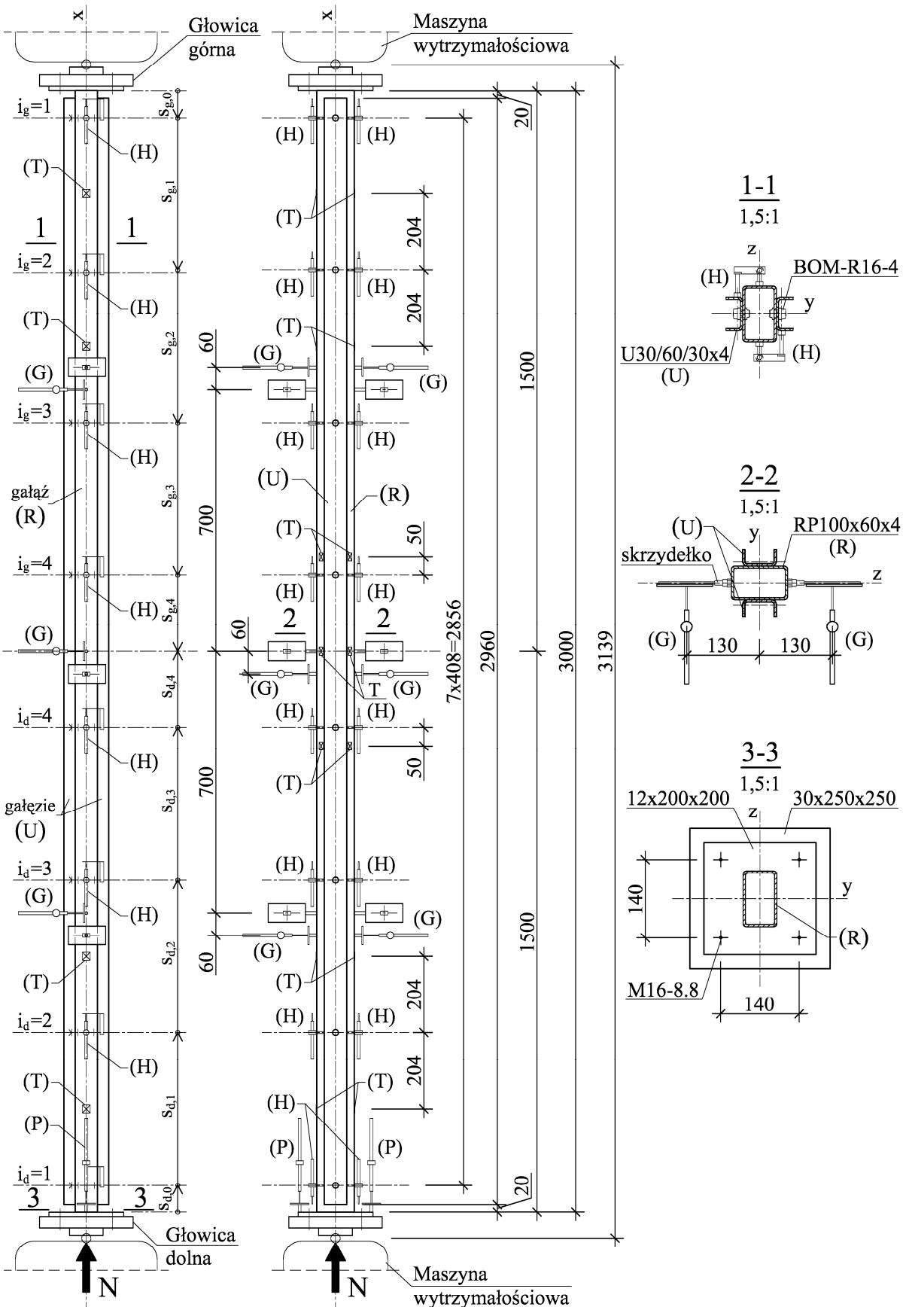
Przyjęto, że elementy próbne badane będą w maszynie wytrzymałościowej o napędzie hydraulicznym, o zakresie obciążenia ściskającego do 1000 kN (rys. 4.43). Schemat stanowiska badawczego pokazano na rysunku 4.44.



Rys. 4.43. Widoki ogólne stanowiska badawczego

Osiowe przekazywanie obciążenia ściskającego z maszyny wytrzymałościowej na elementy próbne, zapewniono poprzez – wykonane z wysoką precyzją – głowice podporowe, górną i dolną (por. rys. 4.44). Zasadniczym elementem każdej z dwóch głowic jest blacha pozioma o grubości 30 mm (por. zalecenia w [102] i [114]), z czterema otworami wykonanymi w rozstawie umożliwiającym jej połączenie z blachą podstawy pręta złożonego

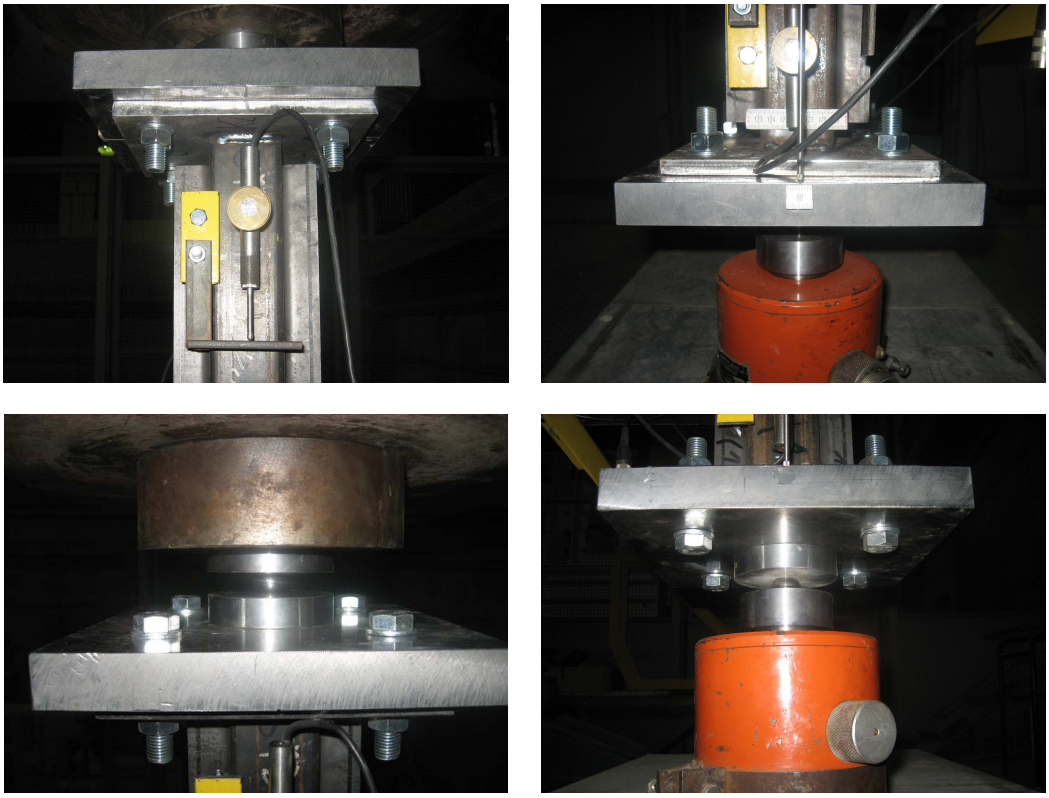
(rys. 4.45). Połączenia obu głowic z blachami podstawy wykonano jako sprężane, za pomocą śrub M16-8.8.



Rys. 4.44. Schemat stanowiska badawczego z zabudowanym elementem próbnym

Każda z głowic połączona była ze stalową nakładką, w której wykonano gniazdo na stalową kulkę o średnicy 2,54 cm (tj. 1 cal), która pełniła rolę przegubu podporowego elementu próbnego (por. rys. 4.45). Siła osiowa przekazywana była z maszyny wytrzymałościowej na element próbny od strony głowicy dolnej (por. rys. 4.44).

a) b)



Rys. 4.45. Głowice podporowe: a) górna, b) dolna

Precyzyjny pomiar obciążenia zapewniał siłomierz zamocowany pomiędzy tłokiem maszyny wytrzymałościowej i głowicą dolną elementu próbnego (por. rys. 4.45).

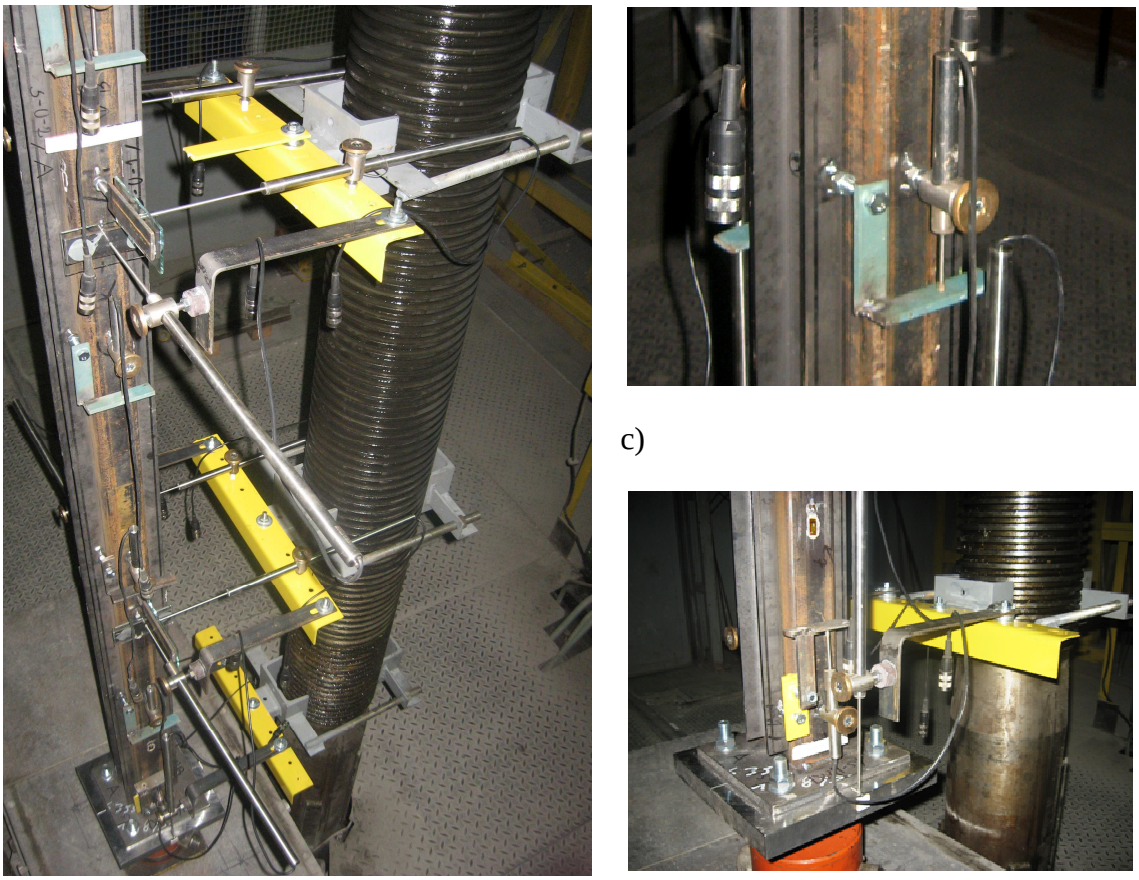
Kluczowym pomiarem w badaniach (por. zalecenia w [102]), była rejestracja zależności pomiędzy przyrostem siły osiowej N i ugięciem poziomym elementu próbnego. Na bazie tak otrzymanej relacji, możliwa była identyfikacja stanu granicznego nośności badanego pręta złożonego.

W ślad za wytycznymi zawartymi w opracowaniu [102], pomiary ugięć poziomych zachodzących w płaszczyznach obu głównych osi bezwładności przekroju poprzecznego pręta złożonego, wykonywane były w 3-ch miejscach na długości elementów próbnych, za pomocą czujników indukcyjnych (G), (por. rys. 4.44, rys. 4.46), przy dokładności pomiaru do 1×10^{-3} mm.

Końcówki pomiarowe czujników indukcyjnych opierały o szklane płytki tzw. skrzydełek (por. rys. 4.44 i rys. 4.46), mocowanych do gałęzi pręta głównego. Tak przygotowana baza pomiarowa umożliwiała również określenie – poza ugięciami poziomymi – ewentualnego kąta obrotu elementów próbnych względem osi podłużnej x (por. rys. 4.44). Kontrolę

wyników pomiarów ugięć elementu próbnego w płaszczyźnie *xy*, otrzymanych przy użyciu czujników indukcyjnych, uzyskano na drodze prowadzenia analogicznych pomiarów przy użyciu teodolitu.

a) b)



c)

Rys. 4.46. Typowy układ pomiarowy elementów próbnych: a) widok ogólny, na pierwszym planie widoczne stanowisko do pomiaru ugięć poziomych w środku długości elementu próbnego, b) stanowisko do pomiaru wzajemnych przemieszczeń łączonych ścianek, c) stanowisko do pomiaru skrócenia elementu

Kolejne istotne pomiary polegały na rejestracji odkształceń zachodzących w ściankach przekroju pręta głównego, za pomocą tensometrów foliowych. Jak widać na rysunku 4.44, na odcinkach $s_{d,1}$, $s_{d,2}$ oraz $s_{g,1}$ i $s_{g,2}$ tensometry (T) przyklejone zostały w osiach obu krótszych ścianek prostokątnego przekroju pręta głównego, w połowie odległości pomiędzy sąsiednimi poziomami połączeń. Celem takiego rozmieszczenia tensometrów było, przede wszystkim, uzyskanie informacji o średnich naprężeniach ściskających w ściankach rury, na bazie których możliwe było, m.in. ustalenie wytężenia – najbardziej obciążonych – połączeń w węzłach: i_d = 1 i 2 oraz i_g = 1 i 2.

Wstępne analizy wykonane za pomocą modelu teoretycznego, opisanego w p. 4.3 wykazały, że w następstwie wyboczenia elementu próbnego w płaszczyźnie *xy*, naprężenia równe granicy plastyczności materiału w pierwszej kolejności osiągnięte zostaną w ściankach gałęzi rurowej, w sąsiedztwie węzłów i_g = 4 oraz i_d = 4, a także w środku długości pręta

głównego. Rejestrację tego zjawiska umożliwiły pomiary odkształceń ścianek, wykonane za pomocą tensometrów (T), rozmieszczonych, odpowiednio, na odcinkach: $s_{d,3}$, $s_{g,3}$ oraz w środku długości elementu próbnego (por. rys. 4.44).

Za pomocą czujników indukcyjnych (H) (por. rys. 4.44) mierzono wzajemne przemieszczenia ścianek łączonych gałęzi w osiach wszystkich połączeń zakładkowych. Tą drogą uzyskano ścieżki równowagi statycznej złączy, w postaci relacji między obciążeniem T pojedynczego łącznika i deformacjami Δv w połączeniu.

Dodatkowo mierzone było skrócenie osiowe elementów próbnych. Pomiar ten wykonywany był za pomocą dwóch czujników indukcyjnych (P) (por. rys. 4.44 i 4.46c).

Wyniki pomiarów czujników indukcyjnych i tensometrów rejestrowane były automatycznie na stanowisku komputerowym, przy kroku zapisu co 0,5 s.

4.6.4. Procedura badawcza

Wytyczne zawarte w opracowaniach [28] i [102], dotyczące doświadczalnych badań prętów ściskanych osiowo, zalecają ciągły przyrost obciążenia w tempie nie większym niż 10 kN/min lub 10 MPa/min. Z uwagi na zastosowane w elementach próbnych jednocięte zakładkowe połączenia gałęzi – warto również rozważyć uwagi zawarte w [104], odnośnie badań tego typu złączy, dopuszczające realizację obciążenia w tempie 10 kN/min.

Norma krajowa [114], w części dotyczącej procedur badawczych kształtowników i blach profilowanych na zimno, zaleca z kolei realizację obciążenia ściskającego w regularnych skokach i odstępach czasowych, szczególnie w przypadku konstrukcji podlegających deformacjom zmiennym w czasie, dla których obciążenie powinno być utrzymywane na stałym poziomie – do momentu ustabilizowania się odczytów.

Z uwagi na ograniczenia techniczne użytej w badaniach maszyny wytrzymałościowej, uniemożliwiające uzyskanie ciągłego przyrostu obciążenia, siła osiowa przykładana była do elementów próbnych w sposób skokowy (por. [114]), w tempie nieprzekraczającym 10 kN/min (por. [28] i [104]), co w przełożeniu na stan naprężeń w przypodporowym, niewzmocnionym odcinku przekroju pręta głównego jest równoważne wielkości 8,15 MPa/min (por. [102]).

W trakcie przebiegu badania, prowadzona była kontrola ugięć poziomych elementów próbnych, towarzyszących kolejnym przyrostom obciążenia. Możliwe było wówczas dostosowanie tempa przyrostu obciążenia do aktualnego stanu wytężenia badanego układu.

Zapis odczytów aparatury pomiarowej rozpoczęto na poziomie obciążenia wstępnego 3,5 kN (por. zalecenia w [28] i [102]). W zakresie proporcjonalnych, do przyrostów siły osiowej, ugięć poziomych, pręty złożone obciążane były w tempie 10 kN/min. Gdy przyrosty ugięć nabierały charakteru nieliniowego, tempo przyrostu obciążenia zredukowano poniżej 5 kN/min (por. [114]).

4.6.5. Wyniki badań doświadczalnych

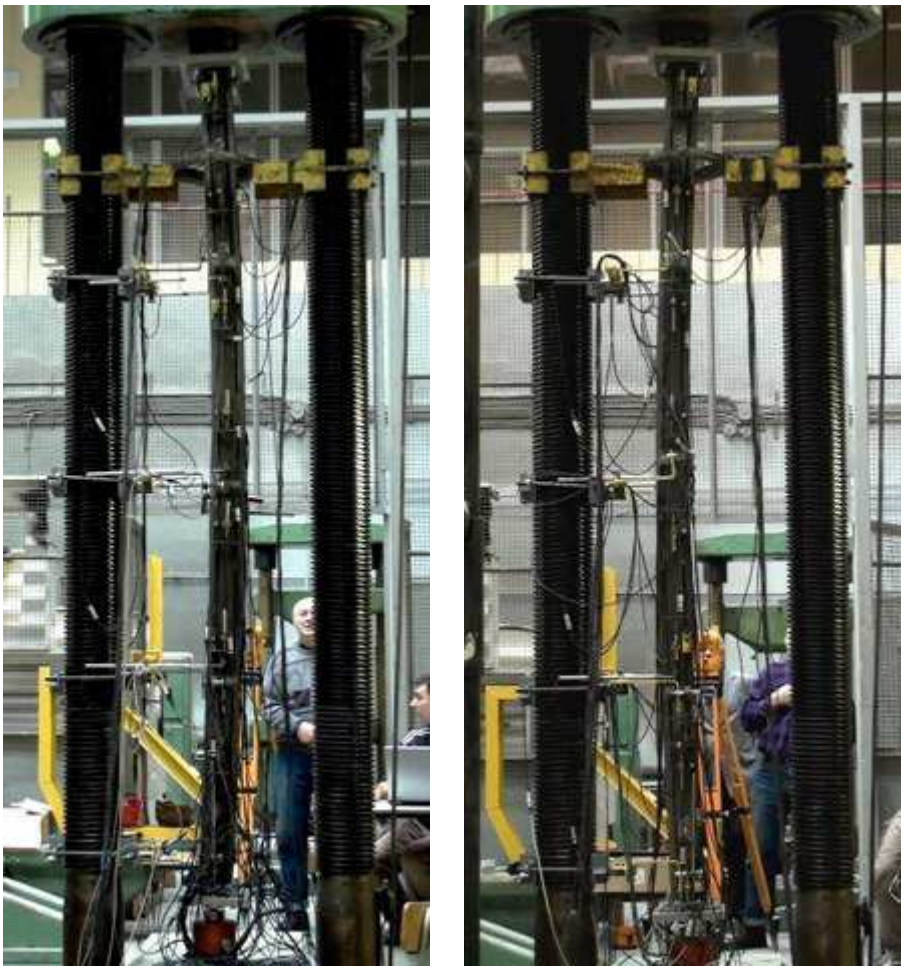
4.6.5.1. Kryteria stanu granicznego nośności elementów

Przyjęto, że obliczeniowym kryterium stanu granicznego nośności badanych prętów złożonych będzie najmniejsza wartość siły osiowej *N*, powodująca: początek uplastycznienia skrajnych włókien przekroju którejkolwiek z 3-ch współpracujących ze sobą gałęzi lub sprężyste wyboczenie pręta albo przekroczenie nośności obliczeniowej dowolnego połączenia ścianek gałęzi (por. p. 4.3.1).

4.6.5.2. Obciążenie graniczne i postać zniszczenia elementów próbnych

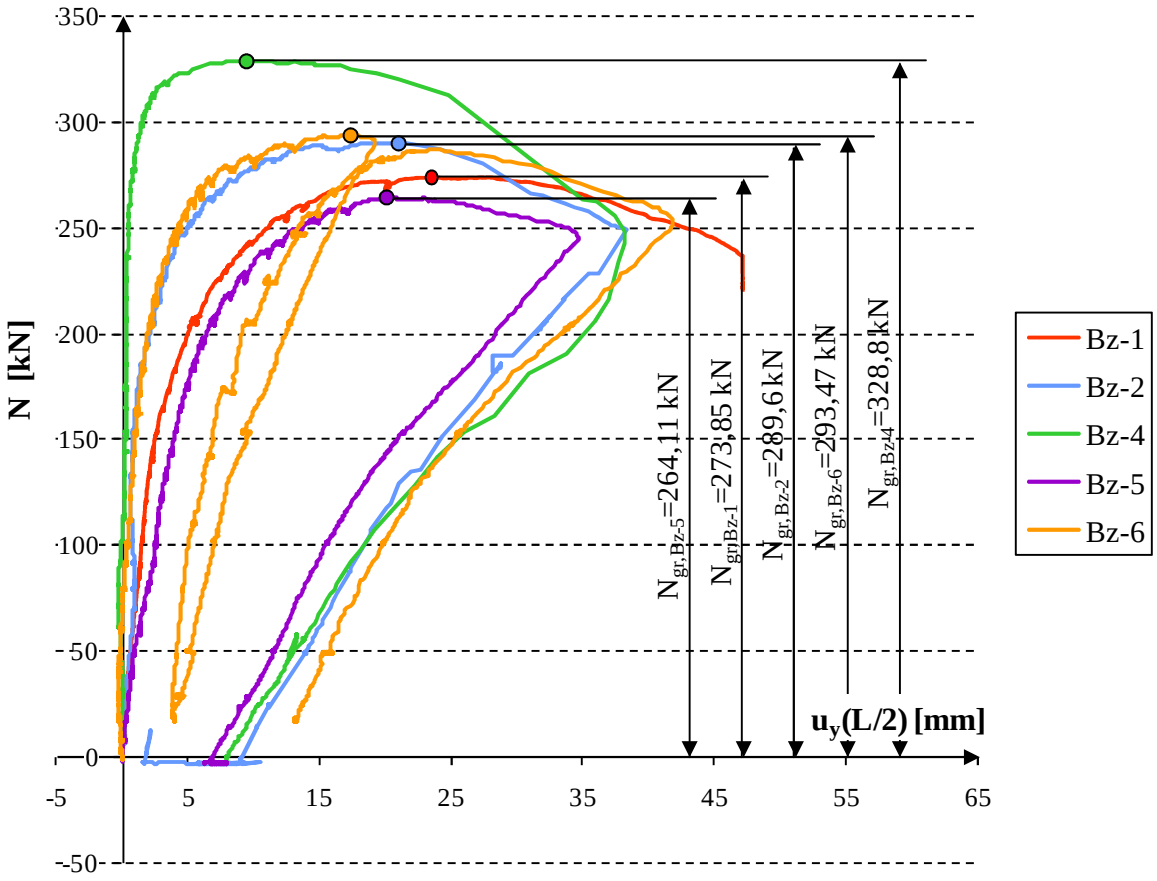
Elementy próbne poddawane były ściskaniu osiowemu do momentu, w którym nie były w stanie przenieść dodatkowego obciążenia. W przypadku wszystkich 5-ciu elementów próbnych, maksymalnemu obciążeniu osiągniętemu w trakcie badania towarzyszył znaczący przyrost ugięć poziomych w płaszczyźnie *xy* (rys. 4.47).

a) b)



Rys. 4.47. Typowa forma zniszczenia elementów próbnych poprzez wyboczenie w płaszczyźnie *xy*, na przykładzie elementów: a) „Bz-1”, b) „Bz-4” (na drugim planie widoczne stanowisko do pomiaru ugięć poziomych, przy użyciu teodolitu)

Na rysunkach 4.48, 4.49 przedstawiono ścieżki równowagi statycznej 5-ciu ściskanych osiowo prętów złożonych, w postaci zależności między siłą osiową N oraz, odpowiednio: ugięciem poziomym $u_y(L/2)$ zachodzącym w płaszczyźnie xy, ugięciem poziomym $u_z(L/2)$ w płaszczyźnie xz oraz kątem obrotu $\varnothing(L/2)$, względem osi podłużnej x (por. rys. 4.44). Wielkości ugięć poziomych i kątów obrotu, określone zostały na podstawie zapisów pomiarów czujników indukcyjnych (G) (por. rys. 4.44), znajdujących się na stanowisku pomiarowym umieszczonym w połowie długości badanych elementów (por. rys. 4.46a).

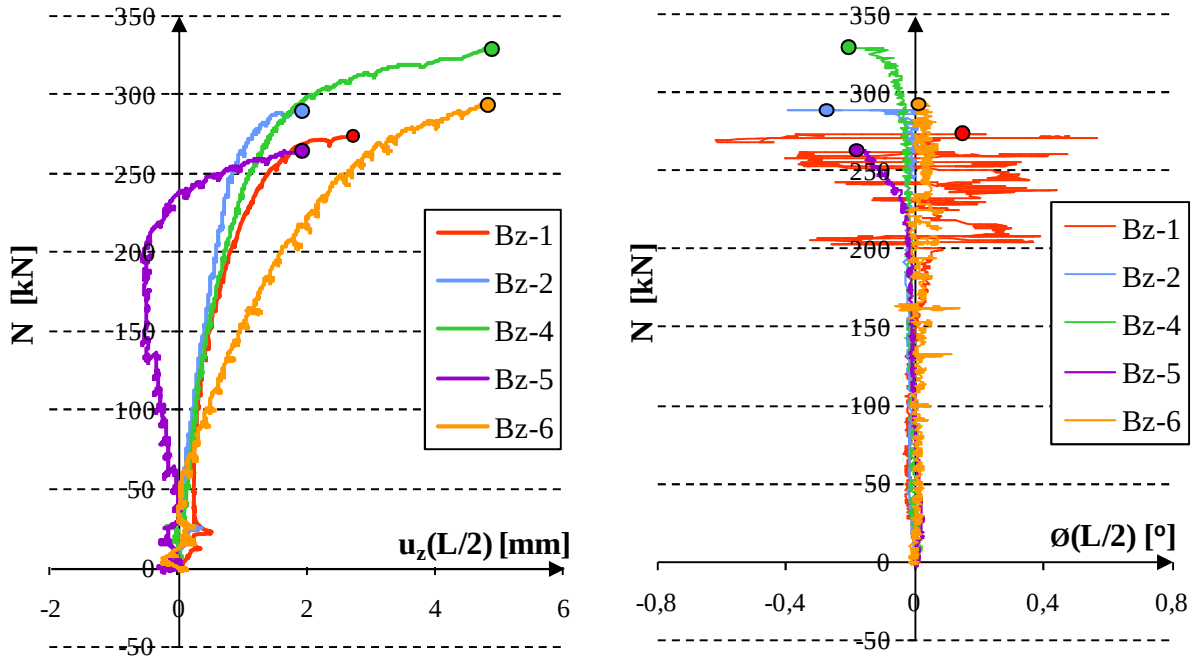


Rys. 4.48. Ścieżki równowagi statycznej N–$u_y(L/2)$ dla 5-ciu elementów próbnych z wartościami obciążenia granicznego N_{gr}

Wartości uzyskanych doświadczalnie obciążeń granicznych N_{gr} dla poszczególnych elementów próbnych, wraz z towarzyszącymi im ugięciami $u_{y,gr}(L/2)$ i $u_{z,gr}(L/2)$ oraz wartością bezwzględną kąta obrotu $\varnothing_{gr}(L/2)$, zestawiono w tablicy 4.9.

Ścieżki równowagi statycznej przy ugięciu badanych prętów złożonych w płaszczyźnie xy pokazane zostały w zakresie przyrostu siły osiowej N do wartości granicznej, jak również po odciążeniu elementów (por. rys. 4.48). Zależności ujęte na rysunku 4.49, pokazane zostały z kolei – dla większej przejrzystości – tylko w zakresie przyrostu siły osiowej do osiągniętej w trakcie badania wartości maksymalnej. Na wykresy naniesiono znaczniki obciążenia granicznego N_{gr} badanych prętów, w postaci „kółek” z czarną obwódką i wypełnieniem w kolorze krzywej, której dotyczy znacznik.

a) b)



Rys. 4.49. Ścieżki równowagi statycznej 5-ciu elementów próbnych, w postaci zależności: a) N– $u_z(L/2)$, b) N– $Ø(L/2$

Tablica 4.9

Nośności graniczne przy ściskaniu osiowym elementów próbnych

Element próbny	N_{gr} [kN]	$u_{y,gr}(L/2)$ [mm]	$u_{z,gr}(L/2)$ [mm]	$Ø_{gr}(L/2)$ [°]
1	*2*	*3*	*4*	*5*
Bz-1	273,85	23,49	2,72	0,152
Bz-2	289,6	20,95	1,93	0,267
Bz-4	328,8	9,41	4,89	0,199
Bz-5	264,11	20,02	1,93	0,176
Bz-6	293,47	17,36	4,83	0,018

Jak widać, ściskającej sile osiowej N_{gr}, tj. o wartości granicznej, towarzyszą znaczące deformacje elementów próbnych w płaszczyźnie *xy* oraz nieznaczne wygięcia w płaszczyźnie *xz*.

Analiza przebiegu uzyskanych na podstawie badań doświadczalnych ścieżek równowagi 5-ciu elementów próbnych (por. rys. 4.48 ÷ 4.49) oraz wielkości przedstawionych w tablicy 4.9, pozwala stwierdzić, że przyczyną zniszczenia badanych prętów złożonych była utrata stateczności ogólnej, poprzez wyboczenie giętne w płaszczyźnie *xy*. Niewielkie wartości kątów obrotu badanych prętów, w całym zakresie przyrostu siły osiowej (por. rys. 4.49b), pozwalają na wykluczenie skrętnych form utraty stateczności ogólnej.

W przypadku wszystkich obserwowanych elementów, po osiągnięciu obciążenia granicznego następował znaczący – zwykle sięgający kilkudziesięciu milimetrów – gwałtowny przyrost ugięć $u_y(L/2)$ (por. rys. 4.48). Niewielkie – rzędu kilku milimetrów – wartości deformacji trwałych występujących po zdjęciu obciążenia z elementów (por. rys. 4.50) wskazują, że ugięcia te miały jednak głównie charakter sprężysty.

W przypadku elementu próbnego „Bz-6”, po osiągnięciu obciążenia granicznego N_{gr} zredukowano wartość siły ściskającej N do ok. 20 kN (por. rys. 4.48), a następnie ponownie obciążono element. Jak widać na rysunku 4.48, ugięcia trwałe, zarejestrowane tuż po osiągnięciu przez element nośności granicznej N_{gr} i odciążeniu nie przekraczały 3 mm, co potwierdza dominujący sprężysty charakter deformacji towarzyszących wyboczeniu badanego pręta.

4.6.5.3. Początek uplastycznienia ścianek gałęzi

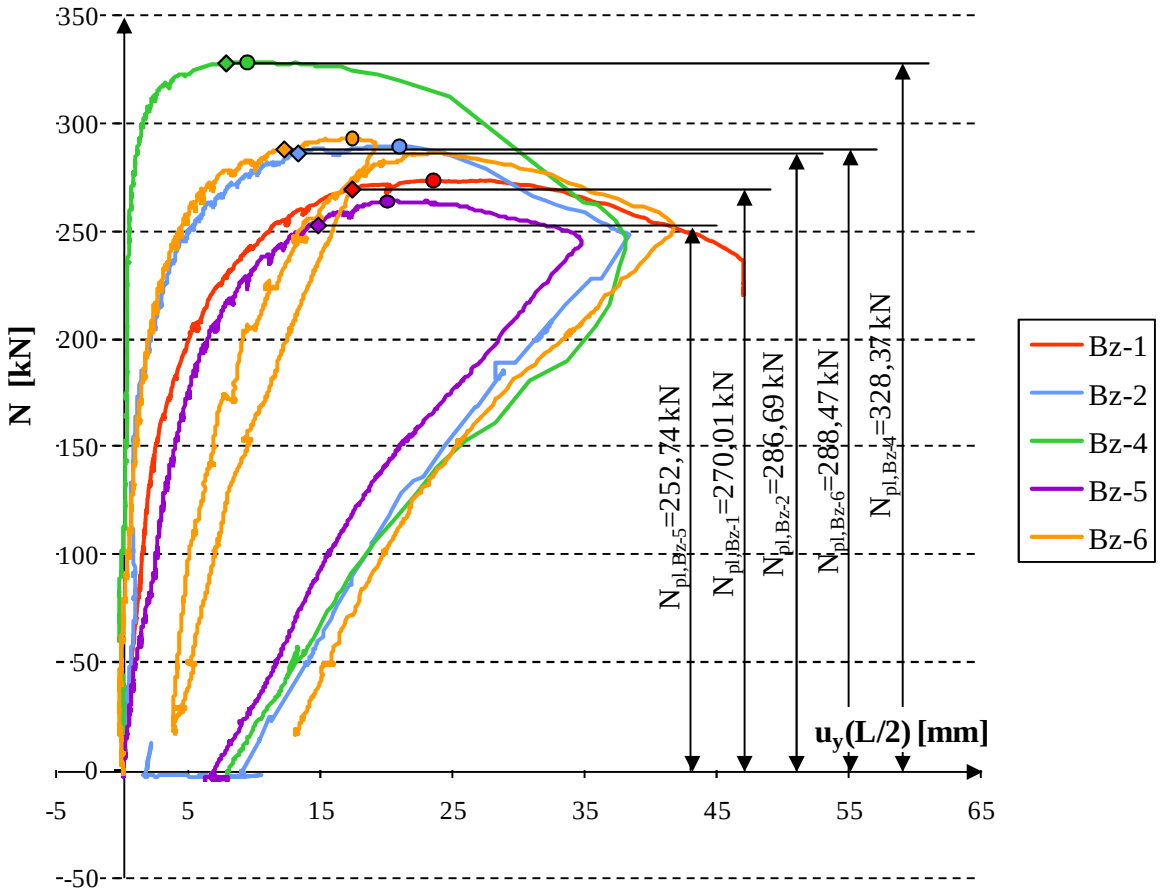
Jak zaznaczono w p. 4.6.3, wstępne analizy wykonane przy użyciu opracowanego wcześniej modelu teoretycznego wykazały, że w następstwie wyboczenia elementów próbnych w płaszczyźnie *xy*, naprężenia równe granicy plastyczności materiału, w pierwszej kolejności osiągnięte zostaną w ściankach gałęzi rurowych, po stronie wklęsłej.

Na podstawie wyników pomiarów odkształceń, wykonanych za pomocą tensometrów (T) (por. rys. 4.44), przy założeniu liniowej charakterystyki właściwości materiału do poziomu naprężeń równych granicy plastyczności, określono stan naprężeń w ściankach pręta głównego.

Do obliczeń przyjęto wartość modułu sprężystości podłużnej E_R gałęzi rurowej, ustaloną na podstawie wykonanych wcześniej badań materiałowych (por. tabl. 4.2) oraz stan naprężeń własnych w przekroju, pokazany na rysunku 4.3. Przyjęto przy tym granicę plastyczności materiału rury $f_{y,RP}$ o wartości 372,23 MPa, tj. na poziomie określonej doświadczalnie dolnej granicy plastyczności $R_{eL,R}$ (por. tabl. 4.2). Wówczas stan ściskających naprężeń własnych w narożach przekroju gałęzi rurowej oszacowany został na 93,1 MPa.

Na rysunku 4.50 pokazano ścieżki równowagi statycznej badanych prętów złożonych przy deformacjach układu w płaszczyźnie wyboczenia *xy*, wraz z naniesionymi znacznikami – w postaci „kółek” z czarną obwódką i wypełnieniem w kolorze krzywej, której dotyczą – poziomu obciążenia N_{pl} powodującego początek uplastycznienia ścianek gałęzi rurowej. Dla porównania, na każdą krzywą naniesiono również znaczniki obciążenia granicznego.

Naprężenia o wartości $f_{y,R}$ we wszystkich elementach próbnych osiągnięte zostały w pierwszej kolejności w ściankach znajdujących się w sąsiedztwie węzła $i_d = 4$ (por. rys. 4.44)



Rys. 4.50. Zależności N–$u_y(L/2)$ dla 5-ciu elementów próbnych z wartościami obciążenia N_{pl}

W tablicy 4.10 zestawiono wyznaczone wielkości N_{pl} oraz towarzyszące im wartości ugięć poziomych $u_{y,pl}(L/2)$, występujących w połowie długości elementów próbnych, a także przedstawiono wyniki oszacowane na podstawie zależności: N_{pl}/N_{gr}.

Tablica 4.10

Wartości siły osiowej N_{pl} powodującej początek uplastycznienia gałęzi rurowej

Element próbny	N_{pl} [kN]	$u_{y,pl}(L/2)$ [mm]	$\frac{N_{pl}}{N_{gr}}$
1	*2*	*3*	*4*
Bz-1	270,01	17,44	0,986
Bz-2	286,69	13,3	0,99
Bz-4	328,37	7,86	0,999
Bz-5	252,74	14,82	0,957
Bz-6	288,47	12,15	0,983

Jak można zauważyć, wartości siły osiowej N_{pl} dla wszystkich elementów próbnych są nieznacznie mniejsze niż wielkości odpowiednich obciążeń granicznych N_{gr}. Widać

również, że początek uplastycznienia ścianek w każdym pręcie złożonym ma miejsce przy znaczących już deformacjach $u_{y,pl}(L/2)$ w płaszczyźnie wyboczenia elementów.

4.6.5.4. Wytężenie połączeń

Wyniki pomiarów odkształceń wykonanych za pomocą tensometrów (T) (por. rys. 4.44), pozwalają, m.in. na określenie wartości średnich naprężeń ściskających w rurze. Możliwe jest wówczas ustalenie rozdziału siły osiowej, zmiennej na długości gałęzi pręta głównego. Różnica wartości sił osiowych występujących w kolejnych, sąsiadujących ze sobą odcinkach s_i oraz s_{i+1} gałęzi rurowej (por. rys. 4.44), wyznacza sumę sił tnących $T_{B,i}$ oraz $T_{C,i}$, przekazujących się w i-tym węźle na gałęzie ceowe, kolejno, „B" i „C", tj. znajdujące się po stronie, odpowiednio, wklęsłej i wypukłej wygiętego pręta (por. rys. 4.4).

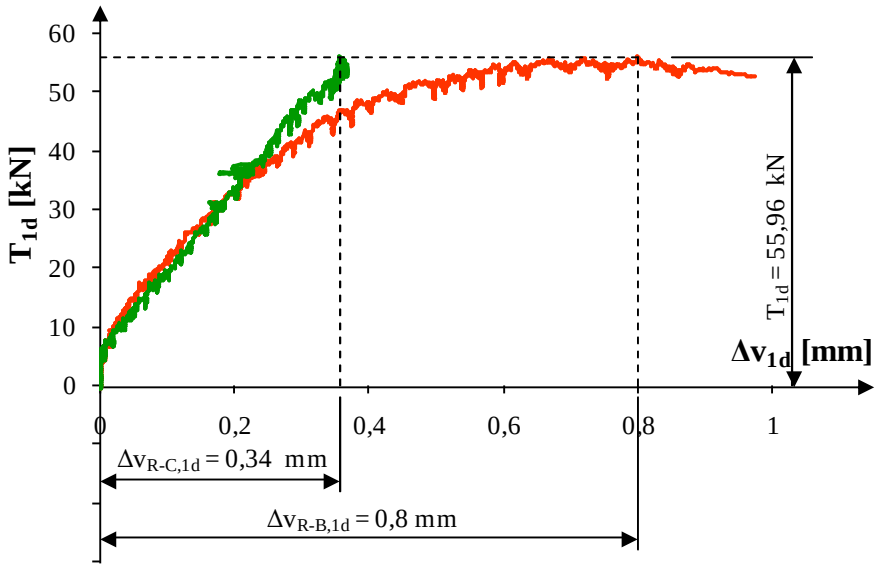
Ustalenie rozdziału całkowitej siły tnącej T_i występującej w i-tym węźle, umożliwić miały pomiary wzajemnych przemieszczeń Δv_i łączonych ścianek. Jednak z uwagi na ograniczenia dostępnej aparatury pomiarowej, bezpośredni pomiar wzajemnych przemieszczeń Δv_i, wykonany w płaszczyźnie styku ścianek łączonych gałęzi w osi i-tego węzła (por. rys. 4.44), obarczony były by znaczącym błędem.

W osi każdego węzła zastosowano zatem parę czujników indukcyjnych (H) (por. rys. 4.44), których zadaniem był pomiar wzajemnych przemieszczeń łączonych ścianek w osiach połączonych gałęzi (por. p. 4.3.2). W tym celu do ścianek gałęzi rurowej i ceowych, przyspawano nakrętki – w osiach wyznaczających położenie powierzchni obojętnych kształtowników – do których następnie przykręcane były uchwyty urządzeń pomiarowych (por. rys. 4.46b).

Opierano się na założeniu, że połączenia będą wytężone jedynie w zakresie sprężystym (por. p. 4.3.1), a więc uzyskane ścieżki równowagi statycznej T_i–Δv_i (por. rys. 4.24) będą miały charakter zbliżony do liniowego. Możliwe wtedy jest, na zasadzie proporcji pomierzonych wartości przemieszczeń Δv_i w połączeniu, dokonanie przybliżonego rozdziału wartości całkowitej siły tnącej T_i na dwa połączenia znajdujące się w i-tym węźle, a następnie określenie wytężenia złączy. Siła T_i jest bowiem sumą sił tnących $T_{B,i}$ oraz $T_{C,i}$ (por. rys. 4.4).

Na podstawie przyjętej w p. 4.3.2 definicji poślizgu można było przewidzieć, że największe siły tnące w połączeniach gałęzi rozważanych prętów złożonych wystąpią w połączeniach skrajnych, znajdujących się po stronie wklęsłej wygiętego elementu próbnego.

Na rysunku 4.51 pokazano uzyskane doświadczalnie ścieżki równowagi statycznej połączeń skrajnych w elemencie próbnym „Bz-6", w postaci zależności między całkowitą siłą tnącą T_{1d} występującą w węźle „1d" (por. rys. 4.44) a przemieszczeniami $\Delta v_{R\text{-}B,1d}$ i $\Delta v_{R\text{-}C,1d}$ (por. p. 4.3.2), zachodzącymi między łączonymi ściankami w osiach połączeń znajdujących się, odpowiednio, po stronie wklęsłej i wypukłej wygiętego pręta. Pokazane zależności określone zostały w zakresie przyrostu siły osiowej N do wartości granicznej $N_{gr,Bz\text{-}6}$ (por. rys. 4.48).



Rys. 4.51. Zależności T_{1d}–$\Delta v_{R\text{-}B,1d}$ (kolor czerwony) oraz T_{1d}–$\Delta v_{R\text{-}C,1d}$ (kolor zielony) dla połączeń w dolnym węźle skrajnym „1d” elementu próbnego „Bz-6” (por. rys. 4.44)

Korzystając ze wspomnianej zasady proporcji sił tnących i wielkości pomierzonych przemieszczeń w połączeniach:

$$\frac{T_{B,1d}}{T_{C,1d}} = \frac{\Delta v_{R-B,1d}}{\Delta v_{R-C,1d}} \tag{4.99}$$

oraz definicji całkowitej siły tnącej T_{1d} w węźle „1d”, w postaci:

$$T_{1d} = T_{B,1d} + T_{C,1d}, \tag{4.100}$$

wartość siły tnącej $T_{B,1d}$, tj. występującej w najbardziej obciążonym połączeniu gałęzi „R” i „B”, można określić z zależności:

$$T_{B,1d} = \frac{T_{1d}}{\dfrac{\Delta v_{R-C,1d}}{\Delta v_{R-B,1d}} + 1}, \tag{4.101}$$

gdzie wielkości poślizgów w złączach $\Delta v_{R\text{-}B,1d}$ i $\Delta v_{R\text{-}C,1d}$ określone zostały na poziomie maksymalnej zarejestrowanej siły tnącej T_{1d} (por. rys. 4.51).

Ustalone według wzoru (4.101) przybliżone wartości sił tnących w połączeniach 5-ciu elementów próbnych oraz stopień ich wytężenia w stosunku do określonej w p. 4.5.7 nośności obliczeniowej tych złączy równej R_d = 39,23 kN, zestawiono w tablicy 4.11.

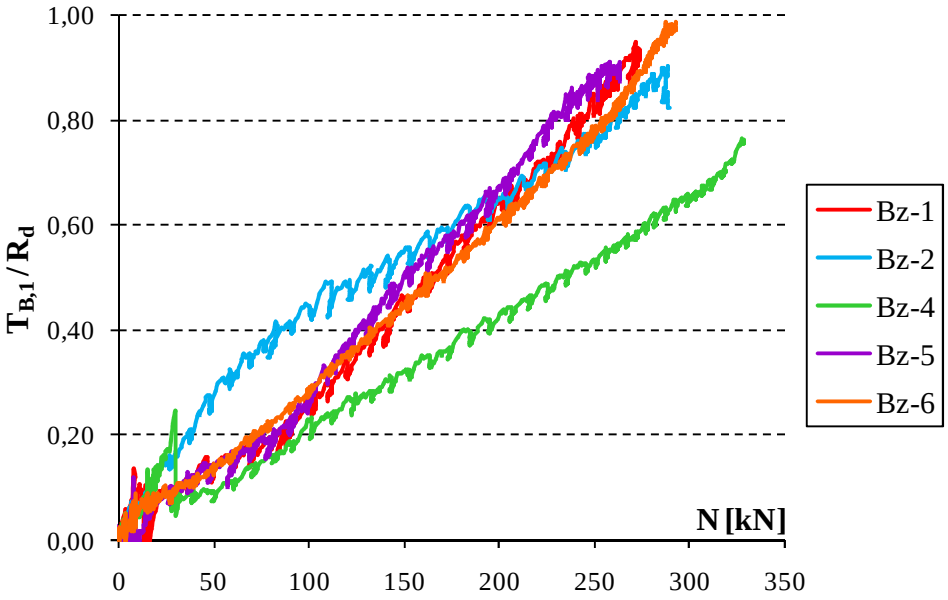
Jak widać, w przypadku 4-ch elementów próbnych połączenia wytężone są na poziomie przynajmniej 90% obliczeniowej nośności połączenia, jednak w żadnym przypadku nie została ona przekroczona. Najmniejszy stopień wytężenia połączeń w elemencie próbnym „Bz-4” związany był niewątpliwie z mniejszymi ugięciami tego pręta w płaszczyźnie wyboczenia (por. rys. 4.48).

Tablica 4.11

Wytężenie zakładkowych połączeń gałęzi

Element próbny	$T_{B,1g}$ [kN]	$T_{B,1d}$ [kN]	$\frac{T_{B,1}=\max\{T_{B,1g};T_{B,1d}\}}{R_d}$
1	*2*	*3*	*4*
Bz-1	37,2	brak odczytu	0,95
Bz-2	35,39	21,51	0,9
Bz-4	23,67	29,95	0,76
Bz-5	22,56	35,63	0,91
Bz-6	36,64	38,7	0,99

Na rysunku 4.52 pokazano zależności zachodzące między wytężeniem najbardziej obciążonych złączy w poszczególnych elementach próbnych, określonym w postaci relacji $T_{B,1}/R_d$, a przyrostem siły osiowej N, gdzie siła tnąca $T_{B,1}$ w połączeniu, określana jest przy danym poziomie obciążenia N, według równania (4.101).



Rys. 4.52. Zależności między stosunkiem siły tnącej $T_{B,1}$ i nośności obliczeniowej połączeń R_d a przyrostem siły osiowej N, określone dla najbardziej obciążonych połączeń w 5-ciu elementach próbnych

Widać, że przedstawione krzywe mają przebieg zbliżony do liniowego, co potwierdza słuszność przyjętego wcześniej założenia, że połączenia pracują w sprężystym zakresie wytężenia przy docisku.

W tym kontekście, nieliniowy przebieg – pokazanych na rysunku 4.51 – zależności T_{1d}–Δv_{1d}, zachodzących w połączeniach elementu „Bz-6” (także analogicznych zależności sporządzonych dla pozostałych elementów próbnych), tłumaczyć należy – również nieliniowym – charakterem przyrostu ugięć poziomych badanych prętów złożonych (por. rys. 4.48).

4.6.5.5. Czynniki wpływające na nośność elementów

Zwracają uwagę stosunkowo duże rozrzuty wyników badań, widoczne na wykresach zależności $N–u_y(L/2)$ (por. rys. 4.50).

Widać, że w grupie 5-ciu badanych prętów, pod względem nośności i sztywności zdecydowanie wyróżnia się element próbny „Bz-4" (por. rys. 4.50). Szczegółowa analiza przyrostów ugięć w tym elemencie w płaszczyznach *xy* i *xz* wykazała, że w zakresie obciążenia siłą osiową *N* do ok. 323 kN, tj. wartości bliskiej obciążeniu granicznemu elementu „Bz-4" (por. tabl. 4.9), ugięcia przyrastały zdecydowanie szybciej w płaszczyźnie *xz* niż w płaszczyźnie wyboczenia *xy* (por. rys. 4.48 i 4.49a). W przypadku pozostałych 4-ch elementów próbnych, od rozpoczęcia obciążenia do zniszczenia prętów, dominujące ugięcia występowały w płaszczyźnie wyboczenia.

Tym, co wyróżniało zachowanie się pręta złożonego „Bz-4" na tle pozostałych elementów próbnych był ponadto wyjątkowo dynamiczny charakter jego zniszczenia, typowy dla wyboczenia bifurkacyjnego.

Warto przy tym zauważyć, że w gałęziach elementu „Bz-4" stwierdzono największe – w grupie inwentaryzowanych gałęzi 5-ciu elementów próbnych – przekroczenie dopuszczalnych tolerancji wykonawczych w odniesieniu do wymiarów otworów w ściankach kształtowników ceowych i rurowego (por. rys. 4.39). Zwiększone – w stosunku do dopuszczalnych – średnice otworów stwierdzono również w ściankach gałęzi elementu próbnego „Bz-2". Porównanie obciążenia granicznego uzyskanego dla tego elementu z nośnościami granicznymi prętów „Bz-1", „Bz-5" i „Bz-6" (por. tabl. 4.9 i rys. 4.39), wskazuje jednak na pomijalnie mały wpływ stwierdzonych odchyłek wykonawczych na uzyskane nośności wyboczeniowe badanych prętów złożonych.

Najmniejszą wartość obciążenia granicznego N_{gr} uzyskano w przypadku elementu „Bz-5" (por. tabl. 4.9). Od początku przykładania *N* obciążenia obserwowano znaczące przyrosty ugięć tego elementu w płaszczyźnie wyboczenia *xy*. Nie bez znaczenia dla nośności tego pręta mogły mieć, stwierdzone w trakcie inwentaryzacji, znaczące mimośrody osi otworów względem osi działania obciążenia, wykonanych w ściankach gałęzi (por. rys. 4.38). W p. 4.5.6 stwierdzono bowiem zauważalny wpływ tego typu niedokładności na redukcję nośności i sztywności jednociętych połączeń zakładkowych z łącznikami BOM.

Podobnie jak w przypadku badania połączeń (por. p. 4.5.6), nie zaobserwowano wyraźnego wpływu różnych grubości dłuższych ścianek gałęzi rurowych (por. p. 4.6.1) na zachowanie się elementów próbnych.

Po zakończeniu badania każdego pręta złożonego sprawdzono – za pomocą szczelinomierza – stan przylegania do siebie ścianek wygiętych w sposób trwały gałęzi. Stwierdzono ścisłe przyleganie do siebie ścianek połączonych wzajemnie kształtowników.

4.6.5.6. Nośność obliczeniowa elementów

Wyprowadzenie wartości obliczeniowej nośności na ściskanie osiowe badanych prętów złożonych $R_{d,Bz}$, przeprowadzono – według zaleceń norm [112] i [114] – poprzez statystyczną ocenę wartości charakterystycznej $R_{k,Bz}$, podzielonej przez współczynnik częściowy $\gamma_{M,Bz}$.

Ustalona statystycznie wartość nośności obliczeniowej $R_{d,Bz}$ porównana będzie z nośnością obliczeniową określoną na podstawie wyników analiz, wykonanych przy użyciu modelu analitycznego, opisanego w p. 4.3. Zgodnie z zapisami normy [114], w sytuacji kiedy wyniki badań doświadczalnych służą kalibracji modelu obliczeniowego, przy wyprowadzaniu wartości obliczeniowych, można pominąć procedurę dopasowania wyników badań, z uwagi na różnice między rzeczywistymi pomierzonymi parametrami elementów próbnych, a ich wartościami nominalnymi.

Wartość charakterystyczna nośności $R_{k,Bz}$, przy minimum 4-ch próbach, może być określona na podstawie zależności:

$$R_{k,Bz} = R_{m,Bz} - k\,s, \tag{4.102}$$

gdzie: $R_{m,Bz}$ - wartość średnia dla zbioru wyników badań $R_{obs,Bz}$,
k - współczynnik obliczeniowy dla 5%-wego kwantyla wartości charakterystycznej,
s - odchylenie standardowe.

Elementy zbioru wyników badania 5-ciu elementów próbnych, określone są – zgodnie z przyjętym obliczeniowym kryterium stanu granicznego nośności rozważanych prętów złożonych (por. p. 4.6.5.1) – w sposób następujący:

$$R_{obs,Bz} = \min\{N_{gr}; N_{pl}; N_{Rd}\} \tag{4.103}$$

gdzie: N_{gr}, N_{pl} - jak wcześniej (por. p. 4.6.5.2 i 4.6.5.3),
N_{Rd} - wartość obciążenia elementu złożonego siłą osiową N, powodująca przekroczenie nośności obliczeniowej R_d w dowolnym 1-sworzniowym połączeniu gałęzi elementu próbnego.

Jak wykazano w p. 4.6.5.4, w połączeniach gałęzi 5-ciu badanych prętów złożonych nie została przekroczona nośność obliczeniowa N_{Rd}. Stwierdzono również, że w przypadku każdego elementu próbnego, wartość obciążenia N_{pl}, tj. powodującego początek uplastycznienia ścianek gałęzi rurowej była mniejsza od wartości obciążenia granicznego N_{gr} (por. tabl. 4.10).

Wartość współczynnika obliczeniowego k we wzorze (4.102), dla sumarycznej liczby 5-ciu prób, zgodnie z zapisami normy [114], przyjęto równą 2,33.

Według [114], wartość współczynnika częściowego $\gamma_{M,Bz}$ stosowanego do wartości charakterystycznej $R_{k,Bz}$ zaleca się przyjmować według odpowiedniego Eurokodu, jeżeli istnieje wystarczające podobieństwo pomiędzy wynikami badań i „zwykłym” zakresem stosowania tego współczynnika.

W Eurokodzie [113], przy sprawdzaniu stateczności elementów ściskanych stosowany jest współczynnik częściowy γ_{M1} = 1,0. Z uwagi na uzyskane w badaniach formy zniszczenia

elementów próbnych poprzez ich wyboczenie giętne, do obliczeń nośności obliczeniowej $R_{d,Bz}$ przyjęto współczynnik częściowy $\gamma_{M,Bz} = 1{,}0$.

Zestawienie wartości parametrów potrzebnych do statystycznej oceny nośności obliczeniowej $R_{d,Bz}$ na podstawie nośności: charakterystycznej $R_{k,Bz}$, zestawiono w tablicy 4.12.

Tablica 4.12

Ocena nośności obliczeniowej $R_{d,Bz}$ ściskanych osiowo prętów bliskogałęziowych

Element próbny	$R_{obs,Bz}$ [kN]	$R_{m,Bz}$ [kN]	k	s	$R_{k,Bz}$ [kN]	$\gamma_{M,Bz}$	$R_{d,Bz}$ [kN]
1	*2*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*
Bz-1	270,01	285,26	2,33	28,11	219,76	1,0	219,76
Bz-2	286,69						
Bz-4	328,37						
Bz-5	252,74						
Bz-6	288,47						

Można zauważyć, że nośność obliczeniowa, z uwagi na znaczące rozrzuty wyników badań doświadczalnych – głównie dla elementu „Bz-4" – określona została na stosunkowo niskim poziomie. Dla porównania, ustalono wartość nośności obliczeniowej dla 4-ch elementów próbnych – z pominięciem elementu „Bz-4". Wartość tak określonej nośności obliczeniowej jest równa: 230,54 kN, a więc jest o niecałe 5% większa od wielkości $R_{d,Bz}$ (por. tabl. 4.12).

Do zweryfikowania opracowanego modelu analitycznego wykorzystana będzie nośność obliczeniowa $R_{d,Bz} = 219{,}76$ kN, tj. ustalona na podstawie wyników badań doświadczalnych wszystkich 5-ciu elementów próbnych.

4.7. Porównanie wyników badań doświadczalnych i analitycznych

Poprawność zaproponowanej w p. 4.3 analitycznej metody obliczania ściskanych mimośrodowo prętów bliskogałęziowych sprawdzono na drodze porównania wyników rozwiązania teoretycznego z wynikami badań doświadczalnych, opracowanych dla 5-ciu elementów próbnych.

Rozwiązanie ogólne dla wyboczenia pręta trójgałęziowego w płaszczyźnie *xy* przedstawiono w p. 4.3.2. Rozwiązanie dla układu złożonego, dla warunków brzegowych określonych jak dla badanych doświadczalnie elementów próbnych, zamieszczono w załączniku Z2.1.

Wielkościami niewiadomymi w zadaniu są: obciążenie siłą osiową N, a także wartości sił tnących $T_{B,1}$, $T_{B,2}$, $T_{B,3}$, $T_{B,4}$ oraz $T_{C,1}$, $T_{C,2}$, $T_{C,3}$, $T_{C,4}$ występujących w połączeniach ścianek gałęzi, odpowiednio, „B" i „*R*" oraz „C" i „R", w węzłach i, kolejno: od 1 do 4, na długości $L/2$ pręta złożonego (por. rys. 4.4). Rozwiązanie zadania wymaga ponadto określenia wartości stałych całkowania równań różniczkowych opisujących linię ugięcia pręta złożonego.

W warunkach początkowych zadania określone zostają: wielkości strzałki wstępnej krzywizny łukowej $a_{y,L/2}$ osi pręta w płaszczyźnie *xy* oraz strzałki ugięcia $u_{y,L/2}$ pod obciążeniem siłą ściskającą *N* (por. rys. 4.2a). Wartości niewiadomych można otrzymać na drodze rozwiązania układu 29-ciu równań nieliniowych (por. Z2.1), w tym: 8-miu równań opisujących związki fizyczne między poślizgami Δv i siłami tnącymi *T* występującymi w połączeniach oraz 21 równań określających warunki brzegowe na podporze i w węzłach ugiętego pręta na długości *L/2*.

W p. 4.3.3 i w załączniku Z2.2 przedstawiono rozwiązanie dla wyboczenia pręta złożonego w płaszczyźnie *xz*, w postaci, odpowiednio, ogólnej i dla warunków brzegowych jak w 5-ciu elementach próbnych.

Dla określonych w zadaniu: amplitudy wstępnej krzywizny $a_{z,L/2}$ pręta złożonego oraz ugięcia $u_{z,R,L/2}$ gałęzi rurowej „R" w płaszczyźnie *xz* (por. rys. 4.2b), można – na drodze rozwiązania układu 44-ch równań nieliniowych – ustalić wartości: obciążenia siłą ściskającą *N*, a także składowe sił tnących: $T_{1,x}$, $T_{2,x}$, $T_{3,x}$, $T_{3,x}$ oraz $T_{1,z}$, $T_{2,z}$, $T_{3,z}$, $T_{3,z}$ występujące w połączeniach gałęzi pręta głównego z dowolną gałęzią ceową, w węzłach, kolejno: 1 ÷ 4, na długości *L*/2 pręta złożonego (por. rys. 4.6). Określone zostają również wartości stałych całkowania równań różniczkowych linii ugięcia pręta głównego i jednej (z dwóch) gałęzi ceowej.

Układ równań tworzy: 8 równań opisujących zależności między poślizgami Δv i siłami tnącymi *T* w połączeniach, a także 21 równań określających warunki brzegowe na podporze i w węzłach gałęzi pręta głównego „R" oraz 15 równań definiujących warunki brzegowe w węzłach gałęzi ceowej „U".

Obliczenia wykonano za pomocą programu „Wolfram Mathematica 7".

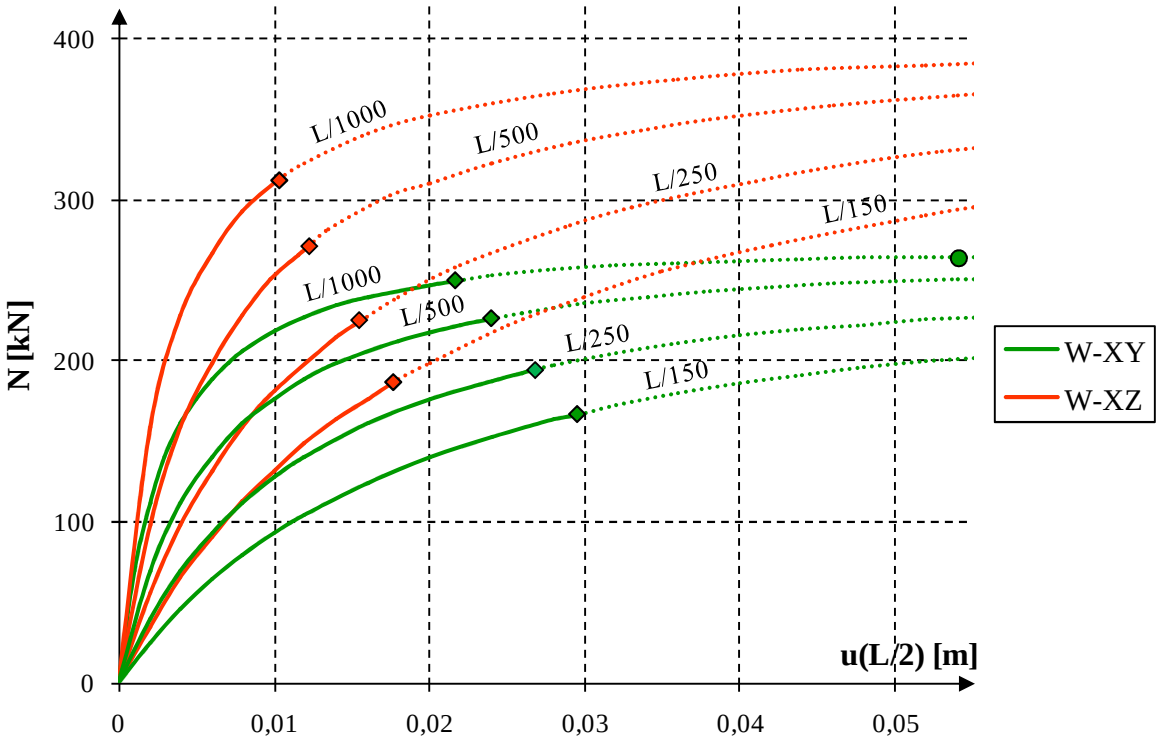
Przyjęto, że modele analityczne opisujące zachowanie się pręta złożonego w płaszczyźnie *xy* oraz *xz* oznaczone będą, odpowiednio, jako: M-XY oraz M-XZ.

W obliczeniach przyjęto pomierzone wartości parametrów geometrycznych i materiałowych gałęzi (por. p. 4.4.4 i p. 4.6.1). Do opisania ścieżek równowagi statycznej zakładkowych połączeń gałęzi, w modelach analitycznych wykorzystano krzywą wynikową „P-a2" (por. p. 4.5.8), określonej w postaci funkcji wykładniczej o parametrach: $a_{s,P\text{-}a2}$ i $b_{s,P\text{-}a2}$ (por. rys. 4.28).

Wyniki obliczeń numerycznych pozwoliły sporządzić krzywe opisujące zależność między siłą osiową *N* a ugięciem poziomym $u(L/2)$ pręta złożonego (rys. 4.53). Krzywe otrzymane za pomocą modeli analitycznych „W-XY" oraz „W-XZ" oznaczono, odpowiednio, kolorami zielonym i pomarańczowym. Przedstawione na rysunku 4.53 krzywe sporządzono dla różnych wartości, przyjętych w obliczeniach, strzałki początkowej krzywizny $a_{y,L/2}$ i $a_{z,L/2}$, odpowiednio, w płaszczyznach *xy* i *xz* (por. rys. 4.2), równych kolejno: *L*/150, *L*/250, *L*/500 i *L*/1000.

Można zauważyć, że dla takich samych wartości strzałki początkowej krzywizny, ugięcia pręta, towarzyszące obciążeniu ściskającemu *N*, w płaszczyźnie *xy* (krzywa zielona) przyrastają znacznie szybciej niż w płaszczyźnie *xz* (krzywa czerwona). Widać również,

że różnica ugięć w rozważanych dwu płaszczyznach powiększa się wraz ze wzrostem siły osiowej. Wskazuje to na mniejszą sztywność przekroju rozważanych elementów złożonych na zginanie w płaszczyźnie *xy*. Potwierdzają to także otrzymane w badaniach doświadczalnych, dla 5-ciu elementów próbnych, jednakowe formy zniszczenia podczas wyboczenia giętnego w płaszczyźnie *xy*.



Rys. 4.53. Zależność N–$u(L/2)$ wyznaczona numerycznie dla przyjętych wartości strzałek początkowej krzywizny elementu złożonego: $L/1000$, $L/500$, $L/250$, $L/150$

Na wszystkie krzywe naniesiono znaczniki (w kształcie „rombów”) w miejscach odpowiadających obciążeniu N_{pl} powodującemu początek uplastycznienia ścianek gałęzi. Zauważalne jest, że uplastycznienie pojawia się przy mniejszej sile osiowej w elementach ulegających deformacjom w płaszczyźnie *xy*.

Podobnie jak w przypadku 5-ciu elementów próbnych, otrzymane z obliczeń wartości naprężeń równych granicy plastyczności materiału gałęzi, jako pierwsze osiągane były w ściankach gałęzi pręta głównego. Sumaryczne naprężenia oszacowane zostały z uwzględnieniem stanu naprężeń własnych w przekroju gałęzi rurowej (por. rys. 4.3 oraz p. 4.6.5.3).

Wyniki obliczeń wykazały ponadto, że obciążenie połączeń jednociętych w żadnym elemencie nie przekroczyło nośności obliczeniowej R_d pojedynczego sworznia (por. p. 4.5.7).

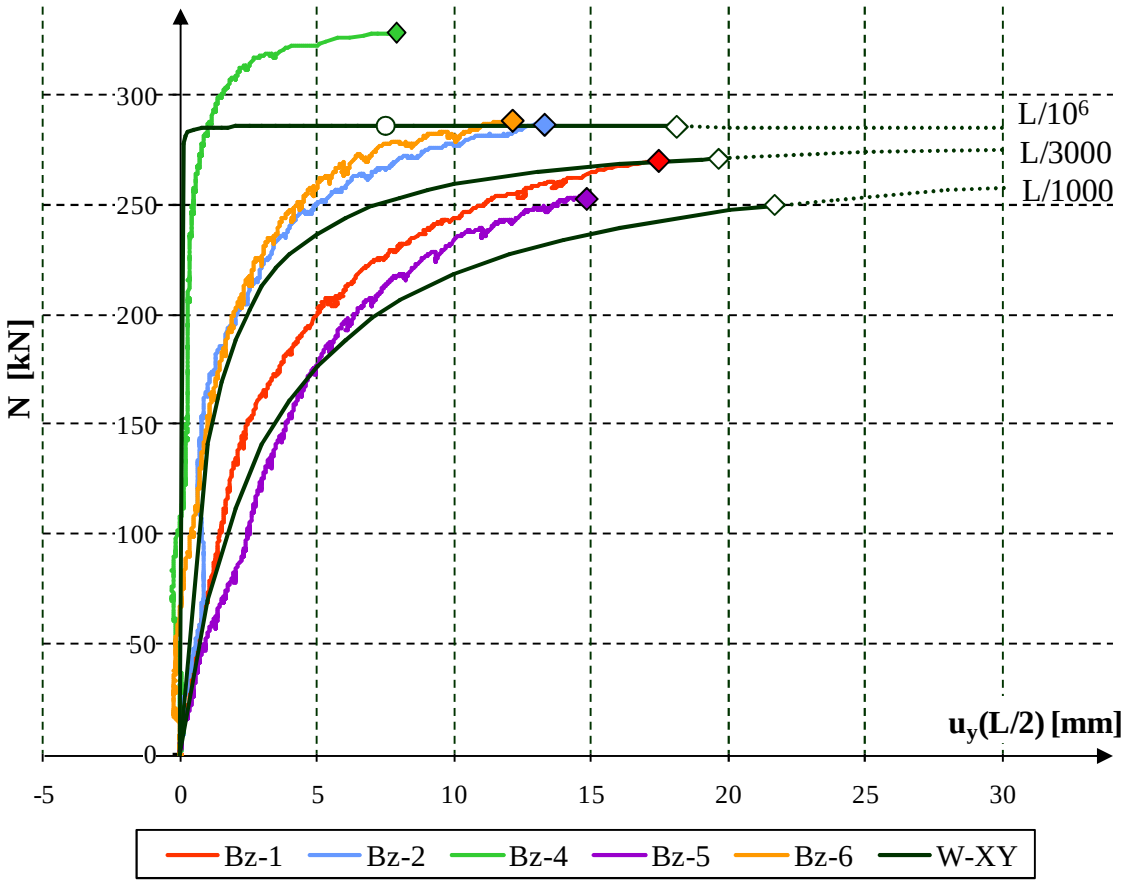
Zarówno według obliczeń oraz wyników doświadczalnych, początek uplastycznienia włókien przekroju wyznacza obliczeniowy stan graniczny nośności rozważanych elementów.

Przebieg krzywych uzyskanych za pomocą modelu obliczeniowego „W-XY” pokazuje, że początek uplastycznienia ścianek przekroju gałęzi rurowej występuje przy znaczących

wygięciach $u(L/2)$ osi pręta. W przypadku elementu o założonej początkowej krzywiźnie $a_{y,L/2} = L/1000$, obliczeniowe kryterium stanu granicznego nośności zdefiniowane jest na poziomie siły osiowej nieznacznie mniejszej od obciążenia granicznego $N_{gr,E}$ (oznaczonego na wykresie „kółkiem"). Obciążenie $N_{gr,E}$ mogłoby spowodować sprężyste wyboczenie pręta, gdyby materiał w dalszym ciągu wytężony był w zakresie naprężeń nieprzekraczających granicy plastyczności kształtownika rurowego (por. p. 4.6.5.3).

Pewnych informacji na temat poziomu na jakim ustalono obliczeniowe kryterium stanu granicznego nośności analizowanych prętów w stosunku do obciążenia granicznego $N_{gr,E}$ może dostarczyć przebieg krzywych kropkowanych, wyznaczonych dla liniowej charakterystyki modułu sprężystości podłużnej E_R (por. tabl. 4.2).

Na rysunku 4.54 można porównać przebiegu krzywych doświadczalnych otrzymanych dla 5-ciu elementów próbnych z krzywymi analitycznymi uzyskanymi za pomocą modelu obliczeniowego „W-XY". Krzywe doświadczalne – dla większej przejrzystości wykresu – pokazano tylko w zakresie przyrostu obciążenia N do osiągnięcia przez elementy próbne obliczeniowego kryterium stanu granicznego nośności, tj. początku uplastycznienia ścianek gałęzi rurowej (por. p. 4.6.5.3). Osiągnięcie tego kryterium w rozwiązaniach analitycznych, ujęto na krzywych za pomocą znaczników w kształcie „rombu" z wypełnieniem w kolorze białym.



Rys. 4.54. Porównanie zależności N–$u_y(L/2)$ dla 5-ciu elementów próbnych z krzywymi analitycznymi, określonymi dla wstępnych krzywizn: $L/1000$, $L/3000$, $L/10^6$

Można stwierdzić, że zadowalające przybliżenie nośności doświadczalnych odpowiada rozwiązaniom analitycznym, w których przyjęto wartości początkowej krzywizny, kolejno równe: $L/1000$, $L3000$ oraz $L/10^6$. Wyjątkiem jest tutaj element „Bz-4", którego nośność jest wyraźnie większa od maksymalnej wartości obciążenia granicznego określonego za pomocą modelu „W-XY", równej 286,1 kN.

Dostępne w literaturze wyniki pomiarów wstępnego wygięcia prętów stalowych o przekrojach zamkniętych wykazały łukowe imperfekcje kształtu o amplitudach od $L/8000$ do $L/1500$, przy średniej $L/6300$ [8], [28], [41]. Można zatem uznać, że zastosowane w rozwiązaniach analitycznych amplitudy początkowej krzywizny (por. rys. 4.54) rozważanych prętów złożonych, niewiele odbiegają od wyników podanych w przytoczonej literaturze.

Trzeba w tym miejscu wspomnieć, że wykonano pomiar wstępnej krzywizny w poszczególnych elementach próbnych; pomierzone wielkości były mniejsze niż błąd pomiaru zastosowanej metody pomiarowej.

Warto zauważyć (por. rys. 4.54), że w rozwiązaniu analitycznym dla przypadku wstępnej krzywizny o amplitudzie $L/10^6$ uplastycznienie wystąpiło już po osiągnięciu obciążenia granicznego $N_{gr,E}$ (oznaczonego „kółkiem" z wypełnieniem w kolorze białym) przy wyboczeniu sprężystym. W przypadku krzywych określonych dla wstępnych imperfekcji $L/1000$ oraz $L/3000$ stosunek wielkości obciążenia N_{pl}, tj. powodującego początek uplastycznienia ścianek do obciążenia $N_{gr,E}$, które mogłoby być osiągnięte przy sprężystym wyboczeniu wynosi, odpowiednio, 0,95 oraz 0,98. Przeprowadzone analizy wykazały, że dla wartości strzałki wstępnej krzywizny mniejszej niż $L/6000$ dominującą formą zniszczenia elementów było by ich wyboczenie sprężyste. Potwierdzają to również wyniki badań doświadczalnych, gdzie wykazano, m.in. dominujący, sprężysty charakter deformacji towarzyszących wyboczeniu elementów próbnych (por. p. 4.6.5.2).

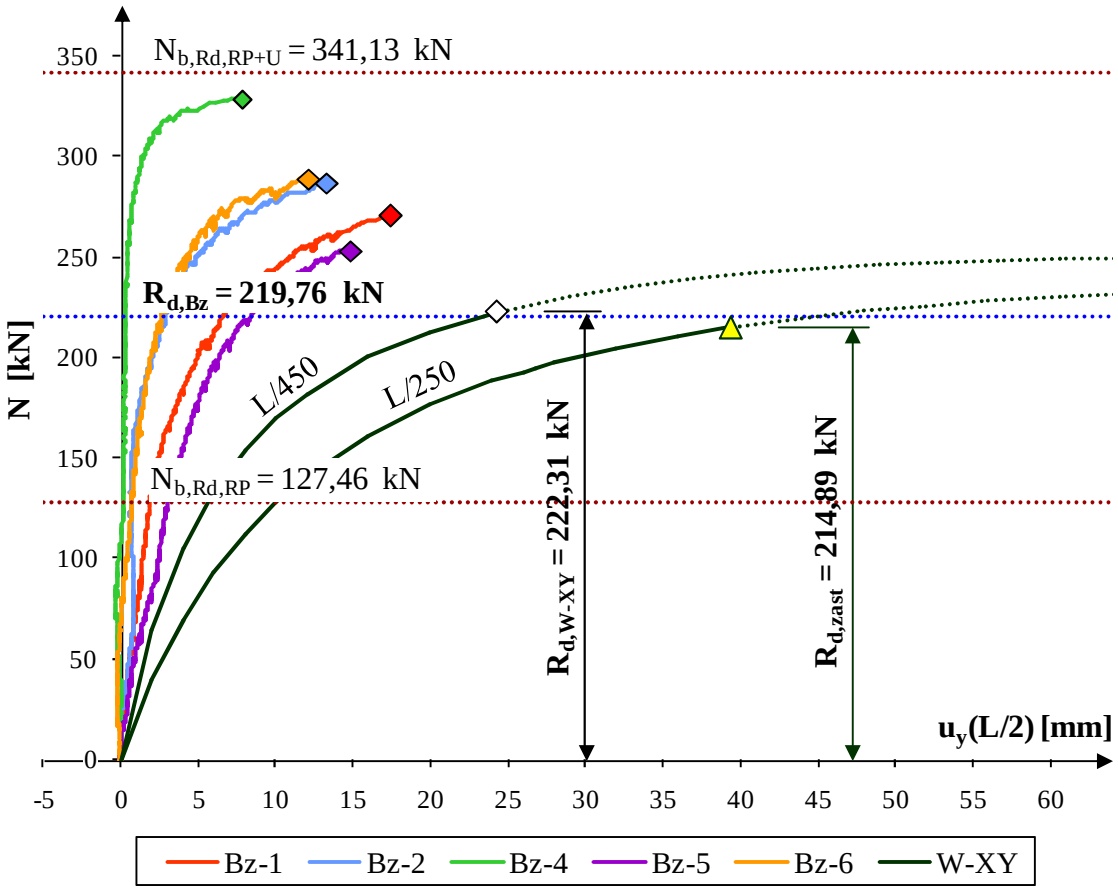
Wykorzystanie nośności obliczeniowej R_d połączeń (por. p. 4.5.7) dla modeli analitycznych z wstępnymi krzywiznami: $L/1000$ oraz $L/3000$ i $L/10^6$ wynosi, odpowiednio: 80% oraz 81%.

Na wykresie zależności $N–u_y(L/2)$ przedstawionym na rysunku 4.55, pokazano, krzywe doświadczalne dla 5-ciu elementów próbnych oraz poziomą linią kropkową w kolorze niebieskim oznaczono określoną statystycznie nośność obliczeniową $R_{d,Bz}$ badanych prętów bliskogałęziowych (kol. 9, tabl. 4.12). Dla porównania, na wykres naniesiono również dwie poziome linie kropkowe w kolorze brązowym oznaczające (obliczone wg Eurokodu [113]) odpowiednio: nośność na wyboczenie $N_{b,Rd,RP}$ = 127,46 kN samej tylko gałęzi rurowej oraz nośność na wyboczenie $N_{b,Rd,RP+U}$ = 341,13 kN pręta o przekroju złożonym, przy założeniu jednakowych długości gałęzi oraz ich wzajemnych sztywnych połączeń. W obliczeniach przyjęto pomierzone parametry geometryczne kształtowników (por. p. 4.6.1) oraz nominalne wartości modułu sprężystości podłużnej i granicy plastyczności dla stali S355.

Można zatem wnioskować, że nośność obliczeniowa $R_{d,Bz}$, pomimo stosunkowo niskiej wartości z uwagi na stwierdzone rozrzuty wyników badań doświadczalnych (por. tabl. 4.12)

jest o ponad 72% większa od nośności samej tylko rury, co potwierdza skuteczność zastosowanego wzmocnienia za pomocą dwóch ceowników. Jednocześnie ustalona wartość nośności obliczeniowej $R_{d,Bz}$ = 219,76 kN badanych prętów złożonych z podatnymi połączeniami gałęzi stanowi około 64% nośności $N_{b,Rd,RP+U}$ pręta o przekroju monolitycznym. Ponownie zwraca tutaj uwagę uzyskana w badaniach nośność graniczna pręta „Bz-4", która stanowi aż 96% nośności wyboczeniowej pręta z idealnie sztywnymi połączeniami gałęzi.

Na wykres pokazany na rysunku 4.55 naniesiono również dwie krzywe analityczne uzyskane za pomocą modelu analitycznego „W-XY" dla elementów posiadających strzałkę początkowej krzywizny równą $L/450$ i $L/250$.



Rys. 4.55. Porównanie nośności ustalonych na drodze doświadczalnej i analitycznej (opis w tekście)

Na krzywej odpowiadającej wstępnej imperfekcji $L/450$ zaznaczono, za pomocą „rombu" z wypełnieniem w kolorze białym, kryterium początku uplastycznienia gałęzi rurowej. Jak widać, otrzymana analitycznie wartość nośności obliczeniowej $R_{d,W\text{-}XY}$ = 222,31 kN jest tylko nieznacznie większa od wyznaczonej doświadczalnie nośności obliczeniowej $R_{d,Bz}$ = 219,76 kN. Trzeba przy tym podkreślić, że w obliczeniach naprężeń w ściankach gałęzi pręta głównego, tak jak wcześniej, uwzględniany był stan naprężeń własnych w przekroju kształtownika rurowego (por. p. 4.6.5.3). Wytężenie najbardziej obciążonego połączenia osiąga wówczas poziom 79%. Trzeba zauważyć, że stopień wytężenia połączeń,

określony w rozwiązaniach analitycznych jest mniejszy, niż ten ustalony na podstawie wyników badań doświadczalnych (por. tabl. 4.11).

Można zatem stwierdzić, że zastosowanie w obliczeniach wstępnej krzywizny łukowej o wartości strzałki ugięcia $L/450$, przy uwzględnieniu stanu naprężeń własnych w przekroju gałęzi rurowej, pozwala z zadowalającym przybliżeniem określić nośność obliczeniową badanych prętów złożonych.

Druga z pokazanych na rysunku 4.55 krzywych analitycznych, otrzymana została przy założeniu w obliczeniach zastępczej imperfekcji łukowej o wartości strzałki ugięcia $L/250$, która obejmuje zarówno imperfekcje geometryczne jak i materiałowe analizowanych elementów złożonych. W obliczeniach naprężeń normalnych występujących w gałęzi pręta głównego nie jest zatem uwzględniany stan naprężeń własnych w przekroju. Kryterium stanu granicznego nośności jest w tym przypadku osiągnięcie – jedynie w wyniku przyłożonego obciążenia – naprężeń we włóknach skrajnych dowolnego przekroju gałęzi rurowej, równych granicy plastyczności $f_{y,RP}$ (znacznik w postaci trójkąta z wypełnieniem w kolorze żółtym) (por. p. 4.6.5.3). Jak widać (por. rys. 4.55), określona analitycznie, na podstawie zastępczej imperfekcji geometrycznej $L/250$, nośność obliczeniowa $R_{d,zast}$ = 214,89 kN jest tylko nieznacznie mniejsza od określonej doświadczalnie nośności obliczeniowej $R_{d,Bz}$. Wytężenie najbardziej obciążonego połączenia wynosi wtedy nieco ponad 95%, a zatem jest zbliżone do wielkości otrzymanych w badaniach doświadczalnych (por. tabl. 4.11).

Zastosowanie w obliczeniach wstępnej zastępczej imperfekcji geometrycznej o wartości strzałki ugięcia $L/250$, umożliwia z zadowalającą dokładnością określenie nośności obliczeniowej badanych prętów złożonych bliskogałęziowych.

Warto tutaj jeszcze zwrócić uwagę, że wstępna imperfekcja kształtu o wartości strzałki ugięcia $L/250$ stosowana jest również w Eurokodzie [113] w odniesieniu do analizy sprężystej z zastosowaniem w obliczeniach nośności krzywej wyboczeniowej „b”.

4.8. Podsumowanie

Wyniki doświadczalnych i analitycznych badań prętów złożonych smukłych wykazały dużą skuteczność zastosowanego sposobu poprawiania nośności ściskanych osiowo elementów prętowych o przekrojach zamkniętych, na drodze łączenia ich z dodatkowymi gałęziami wspomagającymi o przekrojach otwartych, przy użyciu sworzni jednostronnych typu BOM.

Jak dowiedziono, nośność obliczeniowa $R_{d,Bz}$ badanych prętów o przekrojach złożonych może być nawet o 70% większa od nośności wyboczeniowej samej tylko gałęzi rurowej.

Z uwagi na podatne połączenia ścianek trzech gałęzi, nośność obliczeniowa badanych prętów złożonych jest zauważalnie mniejsza od nośności pręta o takim samym przekroju, ale z idealnie sztywnymi połączeniami gałęzi.

W badaniach doświadczalnych uzyskano jednakową formę zniszczenia wszystkich prętów złożonych, polegającą na wyboczeniu giętnym w płaszczyźnie *xy*. Stan graniczny nośności w każdym z 5-ciu elementów próbnych został osiągnięty w wyniku uplastycznienia ścianek

przekroju pręta głównego, przy znaczących deformacjach układu w płaszczyźnie wyboczenia. Wyniki uzyskane za pomocą modelu analitycznego wykazały, że wartość obciążenia, przy którym w najbardziej obciążonych włóknach przekroju pręta rurowego została osiągnięta granica plastyczności jest tylko nieznacznie mniejsza od nośności granicznej tegoż pręta przy jego sprężystym wyboczeniu.

Wyraźne są rozrzuty wyników badań doświadczalnych. Należy zwrócić uwagę na nietypowe – w grupie 5-ciu elementów próbnych – zachowanie pręta „Bz-4" (por. p. 4.6.5.2). Z uwagi na stwierdzone rozrzuty wyników doświadczeń i małą liczbę elementów próbnych, nośność obliczeniowa $R_{d,Bz}$ badanych prętów złożonych określona została na stosunkowo niskim poziomie. Wartość nośności – ustalona na drodze statystycznej – jest mniejsza o ok. 23% od wartości średniej dla zbioru wyników badań. Można się spodziewać, że przy większej liczbie elementów próbnych nośność obliczeniowa będzie nieco wyższą wielkością.

Wyniki analiz numerycznych wykazały jednak zadowalającą zgodność z rezultatami badań doświadczalnych. Przekonano się, że nośność obliczeniowa badanych elementów złożonych bliskogałęziowych oraz wytężenie jednociętych połączeń ścianek gałęzi, mogą być obliczane – z zadowalającym przybliżeniem – za pomocą opracowanego modelu analitycznego, przy zastosowaniu zastępczej początkowej krzywizny elementu o wartości strzałki wygięcia równej $L/250$, która ujmuje zarówno jego imperfekcje geometryczne oraz materiałowe.

Zadowalające rezultaty daje również analiza prętów złożonych przy zastosowaniu początkowej krzywizny o wartości strzałki $L/450$, przy uwzględnieniu w analizie stanu naprężeń własnych występujących w przekroju gałęzi pręta głównego.

Należy stwierdzić, że z uwagi na stosunkowo duże rozrzuty wyników badań doświadczalnych rozważanych prętów złożonych, na pewno wskazana jest dalsza weryfikacja doświadczalna i doskonalenie zaproponowanego modelu analitycznego.

Większa liczba badań doświadczalnych pozwoli niewątpliwie na dokonanie oceny nośności wyboczeniowej rozważanych elementów złożonych w oparciu o inne, być może bardziej miarodajne, kryteria określania ich stanu granicznego nośności.

ROZDZIAŁ 5

ZAKOŃCZENIE

5.1. Podsumowanie rezultatów pracy

Przeprowadzone badania doświadczalne i analityczne, dostarczyły informacji na temat zachowania się ściskanych osiowo prętów złożonych bliskogałęziowych z podatnymi, zakładkowymi połączeniami gałęzi.

Wyniki badań pozwoliły na opracowanie, jak również weryfikację modelu obliczeniowego, opisującego zachowanie się badanych elementów trójgałęziowych. Zrealizowany został tym samym, cel niniejszej pracy.

Do najważniejszych osiągnięć pracy należy zaliczyć:

- rozwiązanie analityczne w postaci układu równań nieliniowych, opisujących zachowanie się krępego pręta trójgałęziowego obciążonego osiowo siłą ściskającą, które powala wyznaczyć wartości sił tnących działających na poszczególne łączniki w zakładkowych połączeniach ścianek przylegających do siebie gałęzi oraz ustalić rozdział całkowitej siły osiowej na trzy współpracujące ze sobą gałęzie;
- doświadczalną weryfikację rozwiązania analitycznego polegającą na badaniu trzech elementów próbnych ściskanych osiowo, złożonych z dwu zewnętrznych gałęzi o przekroju ceowym, połączonych na długości z środkowym prętem wspomagającym o przekroju zamkniętym prostokątnym, za pomocą łączników jednostronnych typu BOM-R16-6;
- opracowanie – z wykorzystaniem wyników otrzymanych dla prętów krępych – modelu obliczeniowego, w postaci układu równań nieliniowych, w tym równań różniczkowych IV rzędu opisujących linię ugięcia pręta, pozwalającego dokonać oceny nośności wyboczeniowej obciążonych w sposób osiowy siłą ściskającą smukłych prętów trójgałęziowych z początkową krzywizną; układ równań, dla zadanej wartości strzałki początkowej krzywizny i ugięcia elementu złożonego, pozwala wyznaczyć siły tnące w połączeniach gałęzi oraz wielkość obciążenia elementu siłą osiową;
- weryfikację rozwiązania analitycznego na drodze badania 5-ciu elementów próbnych, złożonych z ściskanego osiowo pręta głównego o przekroju zamkniętym prostokątnym, połączonego na długości miedzy węzłami podporowymi z dwoma gałęziami zewnętrznymi o przekroju otwartym ceowym, za pomocą sworzni jednostronnych typu BOM-R16-4;
- określenie obliczeniowego kryterium stanu granicznego nośności badanych prętów trójgałęziowych;

- przedstawienie metody analizy ściskanych osiowo prętów złożonych, przy zastosowaniu w obliczeniach zastępczej początkowej imperfekcji geometrycznej obliczanego pręta;
- badania doświadczalne jednociętych połączeń elementów o grubościach ścianek 4 mm, wykonanych przy użyciu sworzni BOM-R16-4, których celem było wyznaczenie ścieżek równowagi statycznej, opisujących zależność zachodzącą między obciążeniem pojedynczego sworznia a wzajemnym przemieszczeniem łączonych ścianek; zależności te wykorzystano do kalibracji modelu obliczeniowego oraz wyznaczenia nośności obliczeniowej pojedynczego łącznika z uwagi na docisk.

Na tle prowadzonych od kilkunastu lat w Katedrze Konstrukcji Budowlanych Politechniki Śląskiej badań jednociętych połączeń zakładkowych, wykonanych przy użyciu sworzni BOM, za osiągnięcie pracy można niewątpliwie uznać ocenę nieuniknionych niedokładności wykonawczych w przygotowaniu elementów próbnych w profesjonalnej wytwórni konstrukcji metalowych, m.in. dotyczących wpływu wymiarów średnic otworów i niezamierzonych mimośrodów ich położenia względem osi działania obciążenia, na nośność i sztywność badanych złączy.

5.2. Uwagi ogólne

Może warto w zakończeniu przypomnieć genezę podjętego w niniejszej pracy tematu badań, na którą złożyły się:

- dynamiczny w świecie rozwój konstrukcji z kształtowników giętych na zimno z blach, o czym przekonała autora pracy VI Konferencja rangi światowej w Timisoarze, w roku 2011, poświęcona kształtowaniu i obliczaniu tego typu konstrukcji prętowych;
- bogaty asortyment kształtowników giętych, o przekrojach otwartych, półzamkniętych i zamkniętych, oferowany przez huty krajowe, w niewystarczający jednak sposób wykorzystywany przez projektantów w lekkich konstrukcjach stalowych, m.in. ze względu na uciążliwe w wykonaniu węzły spawane;
- setki obiektów wznoszonych od kilkunastu lat na terenie naszego kraju przez firmy zagraniczne, o konstrukcjach nośnych w całości zaprojektowanych z kształtowników giętych, wytworzonych w ich własnych wytwórniach;
- brak w Eurokodzie 3 – obok szerokich wytycznych projektowania węzłów spawanych w łączeniu prętów o przekrojach rurowych prostokątnych w konstrukcjach kratowych – informacji na temat projektowania złożonych prętów bliskogałęziowych i kratownic z połączeniami podatnymi na łączniki sworzniowe, z uwzględnieniem wpływu sztywności takich połączeń na zachowanie się konstrukcji;
- brak w dostępnej literaturze metody obliczania ekonomicznych prętów bliskogałęziowych, z podatnymi połączeniami ścianek.

Wszystkie wymienione argumenty przemawiały za próbą poszukiwania krajowego, racjonalnego i lekkiego systemu konstrukcyjnego z kształtowników giętych,

z ekonomicznymi przekrojami prętów. Systemu konstrukcyjnego, który pozwoli scalać konstrukcję z pojedynczych elementów prętowych na placu budowy, przy zastosowaniu skutecznych i trwałych połączeń montażowych. Są podstawy, aby przypuszczać, że taką rolę mogą spełniać badane nowoczesne łączniki jednostronne typu BOM, gdyż umożliwiają wykorzystanie w konstrukcjach prętowych ekonomicznych kształtowników rurowych. Nie do przecenienia w kształtowaniu konstrukcji ramowych mogą okazać się również – jak się przekonano podczas projektowania kilku ram – badane elementy bliskogałęziowe z podatnymi połączeniami, przykładowo, trzech gałęzi.

5.3. Kierunki dalszych badań

Celowym i uzasadnionym wydaje się kontynuacja badań doświadczalnych ściskanych osiowo smukłych prętów bliskogałęziowych, które umożliwią dalszą weryfikację opracowanego modelu analitycznego oraz zaproponowanej metody analizy tego typu prętów, przy zastosowaniu w obliczeniach zastępczej krzywizny początkowej pręta, obejmującej zarówno jego imperfekcje geometryczne i materiałowe. Badania te pozwolą bowiem na uściślenie wyznaczonej statystycznie nośności obliczeniowej badanych prętów złożonych. Znaczące rozrzuty wyników badania zaledwie 5-ciu elementów próbnych spowodowały, że – zdaniem autora – nośność obliczeniowa określona została na relatywnie niskim poziomie.

Z uwagi na występujące w badanych złączach zakładkowych, odkształcenia trwałe, istotne będą badania prętów bliskogałęziowych poddanych obciążeniom o charakterze naprzemiennym.

Z kolei ze względu na charakter występujących w złączach odkształceń trwałych, które są – jak wykazały badania [73] – zmienne w czasie, równie ważna będzie obserwacja zachowania rozważanych elementów złożonych, poddanych obciążeniom o charakterze długotrwałym.

Mając na uwadze cele aplikacyjne prowadzonych badań, m.in. możliwości zastosowania prętów bliskogałęziowych w konstrukcjach lekkich ram kratowych z mimośrodowymi połączeniami prętów bez blach węzłowych, wskazane jest badanie elementów równocześnie ściskanych i obciążonych momentami zginającymi w węzłach. Należy spodziewać się, że właściwe ujęcie zachowania się takich prętów bliskogałęziowych będzie wymagało zbudowania modelu numerycznego z wykorzystaniem metody elementów skończonych (MES).

Poczynione pierwsze próby wykorzystania metody elementów skończonych do obliczania badanych elementów próbnych ściskanych osiowo wydają się obiecujące.

LITERATURA

1. Aalberg A., Larsen P. K.: The effect of steel strength and ductility on bearing failure of bolted connections. Proceedings of 3rd International Conference on Steel Structures Eurosteel, Coimbra, Portugal 2002, p. 869-878.
2. Al-Samhan A. M.: Analysis of adhesively bonded riveted joints. Journal of King Saud University – Science, Vol. 18, 2005, p. 57-66.
3. An Y.- F., Han L.- H., Zhao X.- L.: Behaviour and design calculations on very slender thin-walled CFDT columns. Thin-Walled Structures, No. 53, 2012, p. 161-175.
4. Becque J., Rasmussen K. J. R.: Experimental investigation of the interaction of local and overall buckling of stainless steel I-columns. Journal of Structural Engineering, November 2009, p. 1340-1348.
5. Bild S., Trahair N. S.: In-plane strengths of steel columns and beam-columns. Journal of Constructional Steel Research, No. 13, 1989, p. 1-22.
6. Bild S., Trahair N. S.: Steel column strength models. Journal of Constructional Steel Research, No. 11, 1988, p. 13-26.
7. Bjorhovde R.: Columns: From theory to practice. AISC Engineering Journal, Vol. 25, No. 1, p. 21-34.
8. Bjorhovde R.: Deterministic and probabilistic approaches to the strength of steel columns. Ph.D. dissertation. Lehigh University 1972.
9. Blümel St., Fontana M.: Load-bearing and deformation behavior of truss joints using thin-walled pentagon cross-sections. Thin-Walled Structures, No. 42, 2004, p. 295-307.
10. Bródka J., Broniewicz M., Giżejowski M.: Kształtowniki Gięte. Poradnik projektanta. Polskie Wydawnictwo Techniczne, Rzeszów 2006.
11. Bródka J., Broniewicz M.: Kształtowniki o przekrojach zamkniętych – Poradnik dla projektantów i konstruktorów cz. II. König Stahl, 2005.
12. Bródka J., Kozłowski A.: Sztywność i Nośność Węzłów Podatnych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Białystok-Rzeszów 1996.
13. Chung K. F., Lau L.: Experimental investigation on bolted moment connections among cold formed steel members. Engineering Structures, No. 21, 1999, p. 898-911.
14. Chung K. F., Ip K. H.: Finite element investigation on the structural behavior of cold-formed steel bolted connections. Engineering Structures, No. 23, 2001, p. 1115-1125.
15. Crisan A., Ungureanu V., Dubina D.: Behaviour of cold-formed steel perforated sections in compression. Thin-Walled Structures, No. 61, 2012, p. 86-96.
16. Davies R., Pedreschi R. F., Sinha B. P.: Moment-rotation behavior of groups of press-joints in cold-formed steel structures. Thin-Walled Structures, No. 27, 1997, p. 203-222.

17. Dawood M., Rizkalla S.: Environmental durability of a CFRP system for strengthening steel structures. Construction and Building Materials, No. 24, 2010, p. 1682-1689.
18. Dubina D.: Structural analysis and design assisted by testing of cold-formed steel structures. Thin-Walled Structures, No. 46, 2008, p. 741-764.
19. Dubina D.: Behavior and performance of cold-formed steel-framed houses under seismic action. Journal of Constructional Steel Research, No. 64, 2008, p. 896-913.
20. Dubina D., Stratan A., Ciutina A., Fulop L., Nagy Z.: Strength, stiffness and ductility of cold-formed steel bolted connections. Proceedings of the 5th International Workshop on Connections in Steel Structures V, Amsterdam, Netherlands 2004, p. 263-272.
21. Dubina D., Ungureanu V.: Effect of imperfections on numerical simulation of instability behavior of cold-formed steel members. Thin-Walled Structures, No. 40, 2002, p. 239-262.
22. Dubina D., Zaharia R., Ungureanu V.: Behaviour of built-up columns made of C sections connected with bolted C stitches. Proceeding of the International Colloquium on Stability and Ductility of Steel Structures, Budapest 2002.
23. El Aghoury M. A., Salem A. H., Hanna M. T., Amoush E. A.: Finite element modeling of uni-axially loaded battened columns composed of four cold-formed angles. Proceedings of the 6th International Conference on Thin-Walled Structures: Recent Research Advancences and Trends. Vol. 1. Timisoara, Romania 2011, p. 255-262.
24. Elghazouli A. Y., Málaga-Chuquitaype C., Castro J. M., Orton A. H.: Experimental monotonic and cyclic behavior of blind-bolted angle connections. Engineering Structures, No. 31, 2009, p. 2540-2553.
25. Fan L., Rondal J., Cescotto S.: Finite element modeling of single lap screw connections in steel sheeting under static shear. Thin-Walled Structures, No. 27, 1997, p. 165-185.
26. Feng P. Zhang Y., Bai Y. Ye L.: Strengthening of steel members in compression by mortar-filled FRP tubes. Thin-Walled Structures, No. 64, 2013, p. 1-12.
27. Fiorino L., Iuorio O., Macillo V., Landolfo R.: Evaluation of shear and tension strength of self-drilling screws by experimental test. Proceedings of the 6th International Conference on Thin-Walled Structures: Recent Research Advancences and Trends. Vol. 1. Timisoara, Romania 2011, p. 497-504.
28. Galambos T. V.: Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures. 5th edition. John Wiley & Sons, INC, New York-Chichester-Weinheim-Brisbane-Singapore-Toronto 1998.
29. Gao L., Sun H., Jin F., Fan H.: Load-carrying capacity of high-strength steel box-sections I: Stub columns. Journal of Constructional Steel Research, No. 65, 2009, p. 918-924.
30. Georgieva I. B., Schueremans L., Pyl L., De Roeck G.: Strength and stiffness characteristics of built-up members of cold-formed steel profiles – experiments and numerical investigation. Proceedings of the 12th International Conference on Metal Structures – Progress in Steel and Composite Structures, Wrocław 2011, p. 152-161.

31. Gilbert B. P., Savoyat T. J.- M., The L. H.: Self-shape optimization application: Optimisation of cold-formed steel columns. Thin-Walled Structures, No. 60, 2012, p. 173-184.
32. Godat A., Legeron F., Bazonga D.: Local buckling behavior of thin-walled tubular polygon columns under axial compression. Proceedings of the 6th International Conference on Thin-Walled Structures: Recent Research Advancences and Trends. Vol. 1. Timisoara, Romania 2011, p. 181-188.
33. Gremza G., Zamorowski J.: Nowoczesne połączenia w konstrukcjach stalowych. Cz. 1: Wybrane połączenia na śruby i śrubonity. Nowoczesne Hale, Nr 2, 2013, s. 22-25.
34. Grzymkowski R., Kapusta A., Kuboszek T., Słota D.: Mathematica 6. Wydawnictwo Pracowni Komputerowej Jacka Skalmierskiego, Gliwice 2008.
35. Han L.- H.: Tests on concrete filled steel tubular columns with high slenderness ratio. Advances in Structural Engineering, Vol. 3, No. 4, 2000, p. 337-344.
36. Han L.-H., He S.-H., Zheng L.-Q., Tao Z.: Curved concrete filled steel tubular (CCFST) built-up members under axial compression: Experiments. Journal of Constructional Steel Research, No. 74, 2012, p. 63-75.
37. Hancock G. J., Kwon Y. B., Bernard E. S.: Strength Design Curves for Thin-Walled Sections Undergoing Distortional Buckling. Journal of Constructional Steel Research, No. 31, 1994, p. 169-186.
38. He Y. C., Wang Y. C.: Load-deflection behavior of thin-walled plates with multiple bolts in shearing. Thin-Walled Structures, No. 55, 2012, p. 51-63.
39. Hop T.: Konstrukcje Warstwowe. Arkady, Warszawa 1980.
40. Huang Y., Young B.: Pin-ended column tests of cold-formed lean duplex stainless steel. Proceedings of the 6th International Conference on Thin-Walled Structures: Recent Research Advancences and Trends. Vol. 2. Timisoara, Romania 2011, p. 603-610.
41. Krentz J. St., Haller W.: Zur Einstufung von rechteckigen und quadratischen Hohlprofilen in DIN 18800. Der Stahlbau, No. 57, 1988, p. 129-134.
42. Kubik J.: Mechanika Konstrukcji Warstwowych. Wydawnictwo TiT, Opole 1993.
43. Lee J., Goldsworthy H. M., Gad E. F.: Blind bolted T-stub connections to unfilled hollow section columns in low rise structures. Journal of Constructional Steel Research, No. 66, 2010, p. 981-992.
44. Lu W., Ma Z., Mäkeläinen P., Outinen J.: Behaviour of shear connectors in cold-formed steel sheeting at ambient and elevated temperatures. Thin-Walled Structures, No. 61, 2012, p. 229-238.
45. Lu W., Mäkeläinen P., Outinen J., Ma Z.: Design of screwed connections in cold-formed steel sheeting in fire. Proceedings of the 6th International Conference on Thin-Walled Structures: Recent Research Advancences and Trends. Vol. 1. Timisoara, Romania 2011, p. 505-512.
46. Macdonald M., Heiyantuduwa M. A., Rhodes J.: Thin-Walled Structures, No. 46, 2008, p. 1047-1053.

47. Maiola C. H., Malite M., Gonçalves R. M., Neto J. M.: On the structural behavior of bolted connections in thin sheets and cold-formed steel members. Proceedings of 3rd International Conference on Steel Structures Eurosteel, Coimbra, Portugal 2002, p. 957-966.
48. Mäkeläinen P., Kesti J.: Advanced method for lightweight steel joining. Journal of Constructional Steel Research, No. 49, 1999, p. 107-116.
49. Misiek T., Käpplein S.: Pull-through resistance of tensile-loaded crew-fastenings of thin-walled sheeting and sandwich panels. Proceedings of the 6th International Conference on Thin-Walled Structures: Recent Research Advancences and Trends. Vol. 1. Timisoara, Romania 2011, p. 521-528.
50. Muzeau J.- P., Missoum A., Faugeras J. C., Ryan I.: Preloaded of Huck-fit fasteners for imperfectly flat plates. IX International Conference on Metal Structures, Kraków 1995, p. 261-270.
51. Narayanan S., Mahendran M.: Ultimate capacity of innovative cold-formed steel columns. Journal of Constructional Steel Research, No. 59, 2003, p. 489-508.
52. Pedreschi R. F., Sinha B. P.: An experimental study of cold-formed steel trusses using mechanical clinching. Construction and Building Materials, No. 22, 2008, p. 921-931.
53. Pedreschi R. F., Sinha B. P.: The potential of press-joining in cold-formed steel structures. Construction and Building Materials, Vol. 10, No. 4, 1996, p. 243-250.
54. Pernes P., Nagy Z.: Calibration of a finite element model for evaluation of cold-formed steel bolted joints in pitch-roof portal frames. Proceedings of the 6th International Conference on Thin-Walled Structures: Recent Research Advancences and Trends. Vol. 1. Timisoara, Romania 2011, p. 537-544.
55. Piekarczyk M.: Zastosowanie połączeń klejonych w konstrukcjach metalowych. Czasopismo Techniczne – Budownictwo, Nr 1-B/2012, Zeszyt 2, s. 99-137.
56. Reyes W., Guzmán A.: Evaluation of the slenderness ratio in built-up cold-formed box sections. Journal of Constructional Steel Research, No. 67, 2011, p. 929-935.
57. Rogers C. A., Hancock G. J.: Research Report No R749 – Bolted connection tests of thin G550 and G300 sheet steels. The University of Sydney, Australia 2006.
58. Romanów F.: Wytrzymałość Konstrukcji Warstwowych. Wydawnictwo Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Zielonej Górze, Zielona Góra 1995.
59. Sabbagh A. B., Petkovski M., Pilakoutas K., Mirghaderi R.: Development of cold-formed steel elements for earthquake resistant moment frame buildings. Thin-Walled Structures, No. 53, 2012, p. 99-108.
60. Sadri S. M., Tanaka T., Tabuchi M., Furumi K., Morita T., Usami K., Matsubara Y.: A new joint/connection technology for SHS steel structures. Advances in Steel Structures, Vol. 1, 1996, p. 397-403.
61. Santos F., Silva L. S.: Connections of cold-formed profiles of industrial buildings. Proceedings of the 6th International Conference on Thin-Walled Structures: Recent Research Advancences and Trends. Vol. 1. Timisoara, Romania 2011, p. 553-560.

62. Schafer B. W.: Reviev: the Direct Strength Method of cold-formed steel member design. Proceedings of the International Colloquium on Stability and Ductility of Steel Structures, Lisbon, Portugal 2006.
63. Schafer B. W., Li Z.: Application of the finite strip method in cold-formed steel member design. Journal of Constructional Steel Research, No. 66, 2010, p. 971-980.
64. Schafer B. W., Peköz T.: Computational modeling of cold-formed steel: characterizing geometric imperfections and residual stresses. Journal of Constructional Steel Research, No. 47, 1998, p. 193-210.
65. Seah L. K., Rhodes J., Lim B. S.: Influence of lips on thin-walled sections. Thin-Walled Structures, No. 16,1993, p. 145-177.
66. Shaat A.: Structural behavior of steel columns and steel-concrete composite girders retrofitted using CFRP. PhD thesis. Queen's University, Kingston, Ontario, Canada 2007.
67. Słowiński K.: Nośność połączeń zakładkowych z łącznikami mechanicznymi BOM. Inżynieria i Budownictwo, Nr 1/2012, s. 380-383.
68. Słowiński K.: Badania prętów złożonych bliskogałęziowych z połączeniami podatnymi. Badania i analizy wybranych z budownictwa. Prace naukowe doktorantów. Praca zbiorowa pod redakcją Joanny Bzówki, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2011.
69. Słowiński K., Wuwer W.: Investigations of closely spaced built-up bars with flexible joints. Proceedings of the 6th International conference on Thin-Walled Structures – Recent research advances and trends. Timisoara, Romania 2011.
70. Słowiński K., Wuwer W.: Badania cienkościennego pręta złożonego bliskogałeziowego z połączeniami podatnymi. Proceedings of the 12th International conference on Metal Structures. Wrocław, Polska 2011.
71. Stone T. A., LaBoube R. A.: Behavior of cold-formed steel built-up I-sections. Thin-Walled Structures, No. 43, 2005, p. 1805-1817.
72. Strnad M.: Flexibility of mechanical fastenings of very thin-walled steel structures. Thin-Walled Structures, No. 2, 1984, p. 227-240.
73. Swierczyna S.: Nośność i sztywność jednociętych połączeń sworzniowych w konstrukcjach z kształtowników giętych. Rozprawa Doktorska. Gliwice 2011.
74. Swierczyna S., Wuwer W.: Thin-walled latticed frame with semi-rigid bolted joints. Proceedings of the 12th International Conference on Metal Structures – Progress in Steel and Composite Structures, Wrocław 2011, p. 256-257.
75. Swierczyna S., Wuwer W.: Lekka hala kratowa z kształtowników giętych. Nowoczesne Hale, Nr 1, 2012, s. 39-43.
76. Szumigała M., Szewczyk P.: Wzmacnianie konstrukcji zespolonych – analiza numeryczna. Konstrukcje Zespolone, tom IX, Zielona Góra 2011, s. 305-316.
77. Tabsh S. W.: Resistance factors for blind bolts in direct tension. Engineering Structures, Vol. 19, No. 12, 1997, p. 995-1000.

78. Tall L., Alpsten G.: Prediction of behavior of steel columns under load. Symposium on Concepts of Safety and Methods of Design, London 1969.
79. Teng J. G., Yu T., Fernando D.: Strengthening of steel structures with fiber-reinforced polymer composites. Journal of Constructional Steel Research, No. 78, 2012, p. 131-143.
80. Timoshenko S. P., Gere J. M.: Teoria stateczności sprężystej. Arkady, Warszawa 1963.
81. Trajdos T.: Matematyka dla inżynierów. Tom 2. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1987.
82. Wang S.- J.: Torsional-flexural buckling of open thin-walled columns with battens. Thin-Walled Structures, No. 3, 1985, p. 323-344.
83. Wuwer W.: Podatne połączenia na sworznie jednostronne w prętowych konstrukcjach cienkościennych. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2006.
84. Wuwer W.: Flexible nodes in calculations of thin-walled structures. Proceedings of 3rd International Conference on Steel Structures Eurosteel, Coimbra, Portugal 2002, p. 1189-1198.
85. Wuwer W., Słowiński K.: Structural behaviour of built-up members made of closed and open cold-formed steel sections. Proceedings of 10th International Conference on New Trends in Statics and Dynamics. Bratislava, Slovakia 2012.
86. Wuwer W., Swierczyna S., Słowiński K.: Nowoczesna technologia sworzniowych połączeń prętów z kształtowników giętych. Materiały Budowlane, Nr 7, 2012, p. 32-34.
87. Wuwer W., Zamorowski J., Swierczyna S.: Lap joints stiffness according to Eurocode EC3 and experimental investigations results. Archives of Civil and Mechanical Engineering, No. 13, 2013, p. 7-13.
88. Yan S., Young B.: Bearing factors for single shear bolted connections of thin sheet steels at elevated temperatures. Thin-Walled Structures, No. 52, 2012, p. 126-142.
89. Young B.: Research on cold-formed steel columns. Thin-Walled Structures, No. 46, 2008, p. 731-740.
90. Young B., Chen J.: Column tests of cold-formed steel non-symmetric lipped angle sections. Journal of Constructional Steel Research, No. 64, 2008, p. 808-815.
91. Young B., Rasmussen K. J. R.: Behaviour of cold-formed singly symmetric columns. Thin-Walled Structures, No. 33, 1999, p. 83-102.
92. Zadanfarrokh F.: Analysis and design of Bolted connections in cold formed steel members. PhD thesis, University of Salford 1991.
93. Zaharia R., Dubina D.: Stiffness of joints in bolted connected cold-formed steel trusses. Journal of Constructional Steel Research, No. 62, 2006, p. 240-249.
94. Zamorowski J., Swierczyna S., Wuwer W.: Zastosowanie metody składnikowej według PN-EN 1993-1-8 do oceny sztywności połączeń zakładkowych. Inżynieria i Budownictwo, Nr 11, 2011, s. 602-606.
95. Zeinoddini V. M., Schafer B. W.: Simulation of geometric imperfections In cold-formed steel members using spectral representation approach. Thin-Walled Structures, No. 60, 2012, p. 105-117.

96. Zhang J.- H., Young B.: Compression tests of cold-formed steel I-shaped open sections with edge and web stiffeners. Thin-Walled Structures, No. 52, 2012, p. 1-11.
97. Żółtowski W., Wierzbicki S., Król P., Witkowski J.: Błędne założenia projektowe przyczyną awarii konstrukcji hali. XXIII Konferencja Naukowo-Techniczna Awarie Budowlane 2007 – zapobieganie, diagnostyka, naprawy, rekonstrukcje. Szczecin-Międzyzdroje 2007, p. 699-706.

Normy, wytyczne, katalogi i aprobaty techniczne

98. AISI American Iron and Steel Institute: Research Report RP04-2 – Strength of Screw Connections Subject to Shear Force. AISI 2006.
99. American Iron and Steel Institute: Design Guide: Cold-Formed Steel Beam and Column – Load/Span Tables. Steel Framing Alliance, Washington 1993.
100. Boltimex: HUCKBOLT – technologia trwałych nieluzujących połączeń dowolnych konstrukcji. Boltimex – przedstawiciel HUCK.
101. CEN/TC: European Prestandard: pr EN 1090-1, Execution of Steel Structures – Part I: General Rules and Rules for Buildings – Final Draft. CEN, 1994.
102. ECCS: Testing Procedures. ECCS publication, Brussels.
103. ECCS TC7: Recommendations for steel construction – The design and testing of connections in steel sheeting and sections. ECCS, Constrado 1990.
104. ECCS TC7 TWG 7.10: Connections in cold-formed steel structures. The testing of connections with mechanical fasteners in steel sheeting and sections. ECCS 2009.
105. Fraunhofer Anwendungszentrum Großstrukturen In der Produktionstechnik: Test Report 2-9/2008 – Clamping Force Measurement of Blind Rivets BOM R8-4 and R12-4. Alcoa Fastening Systems, England 2008.
106. HUCK: The Ultra-Twist fastening system – The world's first A-325 blind bolt. Katalog producenta.
107. Instytut Techniki Budowlanej: Sworznie typu HICK do wykonywania połączeń elementów konstrukcji metalowych. Aprobata Techniczna nr AT-15-3487/99.
108. Instytut Techniki Budowlanej: Opinia techniczna dotycząca wytrzymałości I odporności korozyjnej sworzni HUCK. Opinia nr NK-517/P/98. ITB, Warszawa 1998.
109. Lindapter: Type HB – Hollo-Bolt. Katalog producenta.
110. Llentab Group: Hale Stalowe – 20 lat w Polsce 1992-2012. Katalog producenta.
111. North American Steel Framing Alliance: Low-Rise Residential Construction – Details. Washington 2000.
112. Polski Komitet Normalizacyjny: PN-EN 1990 Eurokod: Podstawy projektowania konstrukcji.
113. Polski Komitet Normalizacyjny: PN-EN 1993-1-1 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.

114. Polski Komitet Normalizacyjny: PN-EN 1993-1-3 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-3: Reguły ogólne – Reguły uzupełniające dla konstrukcji z kształtowników i blach profilowanych na zimno.
115. Polski Komitet Normalizacyjny: PN-EN 1993-1-5 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-5: Blachownice.
116. Polski Komitet Normalizacyjny: PN-EN 1993-1-8 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-8: Projektowanie węzłów.
117. Polski Komitet Normalizacyjny: PN-EN ISO 6892-1: Metale. Próba rozciągania. Część 1: Metoda badania w temperaturze pokojowej.
118. Polski Komitet Normalizacyjny: PN-EN 1090-2+A1:2012P Wykonanie konstrukcji stalowych i aluminiowych. Część 2: Wymagania techniczne dotyczące konstrukcji stalowych.
119. Polski Komitet Normalizacyjny: PN-EN 10162 Kształtowniki stalowe wykonane na zimno. Warunki techniczne dostawy. Tolerancje wymiarów i przekroju poprzecznego.
120. ENV 1993-1-3: Eurocode 3: Design of Steel Structures. General rules - Supplementary rules for cold formed thin gauge members and sheeting. CEN, Brussels, 1992.

BADANIE NOŚNOŚCI ŚCISKANYCH OSIOWO ELEMENTÓW BLISKOGAŁĘZIOWYCH Z PODATNYMI POŁĄCZENIAMI

Streszczenie

W pracy doktorskiej opracowano model teoretyczny opisujący zachowanie się złożonego elementu bliskogałęziowego – o trzech wzajemnie ze sobą współpracujących gałęziach – obciążonego siłą ściskającą. Współpracę trzech gałęzi zapewniają podatne połączenia przylegających do siebie ścianek kształtowników giętych na zimno z blach, wykonane w kilku węzłach na długości elementu złożonego za pomocą jednostronnych łączników sworzniowych BOM (ang. *Blind Oversized Mechanical fastener*).

Wśród wielu powodów, które zadecydowały o podjęciu się badania elementów złożonych bliskogałęziowych, można wymienić następujące: obserwowany na świecie dynamiczny rozwój konstrukcji wykonanych z kształtowników profilowanych na zimno oraz wznoszone na terenie naszego kraju przez firmy zagraniczne setki obiektów w całości zaprojektowanych z tych ekonomicznych przekrojów, bogaty asortyment kształtowników giętych oferowany przez huty krajowe, a także brak w literaturze metody obliczania nośności wyboczeniowej prętów złożonych bliskogałęziowych z podatnymi zakładkowymi połączeniami ścianek gałęzi.

W rozdziale pierwszym rozprawy doktorskiej zamieszczono obszerny przegląd literatury. Opisano sposoby kształtowania elementów prętowych jednogałęziowych i złożonych, ściskanych osiowo, jak również elementów równocześnie ściskanych i zginanych. Podkreślono przy tym brak skutecznego i zweryfikowanego na drodze doświadczalnej systemu konstrukcyjnego, który umożliwiłyby skuteczne, szybkie i trwałe scalanie konstrukcji na placu budowy z pojedynczych elementów prętowych o przekrojach otwartych i zamkniętych. Na tle licznych prac w tej dziedzinie zwrócono uwagę na zalety przebadanych w Katedrze Konstrukcji Budowlanych Politechniki Śląskiej sworzni jednostronnych typu BOM, które umożliwiają łączenie ścianek kształtowników o przekrojach zamkniętych prostokątnych i kwadratowych z przekrojami otwartymi.

W rozdziale drugim sformułowano cel i zakres pracy, zakładając przeprowadzenie teoretycznych i doświadczalnych badań prętów złożonych bliskogałęziowych, poddanych ściskaniu osiowemu.

W rozdziale trzecim zaprezentowano wyniki badań teoretycznych i doświadczalnych ściskanych osiowo krępych elementów trójgałęziowych, z pominięciem efektów utraty stateczności ogólnej. Przedstawiono model analityczny pozwalający ocenić stopień współpracy dwu gałęzi o przekroju ceowym – poddanych osiowemu ściskaniu – z prętem

środkowym (wspomagającym) o przekroju rurowym prostokątnym, zabudowanym między środnikami ceowników, przy połączeniu ścianek przylegających do siebie gałęzi za pomocą łączników jednostronnych BOM. Badano doświadczalnie trzy jednakowe elementy próbne. Ustalono obliczeniowe kryterium nośności granicznej badanych elementów. Porównano wyniki badań doświadczalnych z rezultatami rozwiązania analitycznego, przekonując się o zadowalającej ich zgodności. Wyniki badań pozwoliły na dokonanie oceny stopnia współpracy podatnie połączonych ze sobą trzech gałęzi pręta złożonego bliskogałęziowego w przenoszeniu obciążenia. Wykazano przy tym, że udział wspomagającej gałęzi rurowej w przenoszeniu całkowitej siły osiowej obciążającej pręt złożony, w sposób istotny zależy od podatności translacyjnej zastosowanych jednociętych złączy zakładkowych i maleje ze wzrostem obciążenia.

W rozdziale czwartym szeroko opisano, w kolejności, badania materiałowe, badania połączeń jednociętych na sworznie jednostronne typu BOM oraz badania teoretyczne i doświadczalne ściskanych osiowo smukłych elementów złożonych trójgałęziowych. Opisano model analityczny pozwalający dokonać oceny nośności wyboczeniowej elementu bliskogałęziowego, złożonego ze ściskanego osiowo pręta głównego o przekroju zamkniętym prostokątnym, wzmocnionego na długości za pomocą dwóch gałęzi zewnętrznych o przekroju otwartym ceowym, połączonych z prętem rurowym przy użyciu łączników BOM. Model analityczny został zweryfikowany doświadczalnie. W laboratorium wykonano badanie pięciu elementów próbnych w skali naturalnej, które obciążano osiowo, aż do zniszczenia. Wyniki badań szczegółowo udokumentowano. Zdefiniowano obliczeniowe kryterium nośności granicznej badanych elementów. Porównano wyniki badań doświadczalnych z rezultatami rozwiązania analitycznego. Wykazano dużą skuteczność zastosowanego sposobu poprawiania nośności ściskanych osiowo elementów prętowych o przekrojach zamkniętych, na drodze łączenia ich z dodatkowymi gałęziami wspomagającymi o przekrojach otwartych, przy użyciu sworzni jednostronnych typu BOM. W zakończeniu rozdziału przedstawiono propozycje dotyczące sposobu analizy i projektowania prętów złożonych bliskogałęziowych, z podatnymi połączeniami gałęzi.

W rozdziale piątym podsumowano rezultaty pracy, sformułowano szereg uwag ogólnych i przedstawiono zasadność dalszych badań. Podkreślono przy tym potrzebę wykonania większej liczby badań doświadczalnych w celu dokonania oceny nośności wyboczeniowej rozważanych elementów złożonych w oparciu o inne, być może bardziej miarodajne kryteria określania ich stanu granicznego nośności. Wskazano również na aspekty praktyczne zaprezentowanych wyników badań, które mogą być w najbliższej przyszłości wykorzystane do opracowania krajowego systemu konstrukcyjnego z kształtowników giętych na zimno, zapewniającego szybki i sprawny montaż konstrukcji na placu budowy.

ZAŁĄCZNIK Z1 DO ROZDZIAŁU 3
MODEL ANALITYCZNY

Przedstawiono pełną postać rozwiązania dla pręta trójgałęziowego (por. p. 3.3) z połączeniami występującymi w węzłach $i = 1 \div 4$.

Dane: $A_R, A_U, E_R, E_U, N, L, L_1, L_2, L_3, L_4, a_s, b_s, r$ (oznaczenia jak w p. 3.3).

Niewiadome: T_1, T_2, T_3, T_4 (oznaczenia jak w p. 3.3).

Równania fizyczne opisujące relacje między wielkością poślizgu Δv_i w złączu i siłą tnącą T_i:

- w węźle $i = 1$

$$\int_{L_1}^{L_2} \Delta\varepsilon_1 \, \mathrm{d}x + \int_{L_2}^{L_3} \Delta\varepsilon_2 \, \mathrm{d}x + \int_{L_3}^{L_4} \Delta\varepsilon_3 \, \mathrm{d}x + \int_{L_4}^{L/2} \Delta\varepsilon_4 \, \mathrm{d}x = -\ln\left(1 - \frac{T_1}{r\, a_s}\right) / b_s, \tag{Z1.1}$$

- w węźle $i = 2$

$$\int_{L_2}^{L_3} \Delta\varepsilon_2 \, \mathrm{d}x + \int_{L_3}^{L_4} \Delta\varepsilon_3 \, \mathrm{d}x + \int_{L_4}^{L/2} \Delta\varepsilon_4 \, \mathrm{d}x = -\ln\left(1 - \frac{T_2}{r\, a_s}\right) / b_s, \tag{Z1.2}$$

- w węźle $i = 3$

$$\int_{L_3}^{L_4} \Delta\varepsilon_3 \, \mathrm{d}x + \int_{L_4}^{L/2} \Delta\varepsilon_4 \, \mathrm{d}x = -\ln\left(1 - \frac{T_3}{r\, a_s}\right) / b_s, \tag{Z1.3}$$

- w węźle $i = 4$

$$\int_{L_4}^{L/2} \Delta\varepsilon_4 \, \mathrm{d}x = -\ln\left(1 - \frac{T_4}{r\, a_s}\right) / b_s, \tag{Z1.4}$$

gdzie, kolejno:

$$\Delta\varepsilon_1 = \frac{N/2 - T_1}{E_U A_U} - \frac{2T_1}{E_R A_R}, \tag{Z1.5}$$

$$\Delta\varepsilon_2 = \frac{N/2 - (T_1 + T_2)}{E_U A_U} - \frac{2(T_1 + T_2)}{E_R A_R}, \tag{Z1.6}$$

$$\Delta\varepsilon_3 = \frac{N/2 - (T_1 + T_2 + T_3)}{E_U A_U} - \frac{2(T_1 + T_2 + T_3)}{E_R A_R}, \tag{Z1.7}$$

$$\Delta\varepsilon_4 = \frac{N/2 - (T_1 + T_2 + T_3 + T_4)}{E_U A_U} - \frac{2(T_1 + T_2 + T_3 + T_4)}{E_R A_R}. \tag{Z1.8}$$

ZAŁĄCZNIK Z2 DO ROZDZIAŁU 4
MODEL ANALITYCZNY

Z2.1. Wyboczenie elementu w płaszczyźnie *xy*

Przedstawiono pełną postać rozwiązania dla pręta trójgałęziowego (por. p. 4.3.2), z połączeniami występującymi w węzłach $i = 1 \div 4$.

Dane: $A_R, A_U, E_R, E_U, I_{R,z}, I_{U,z1}, L, L_1, L_2, L_3, L_4, a_s, b_s, a_{y,L/2}, u_{y,L/2}$ (oznaczenia jak w p. 4.3.2).

Niewiadome: $N, T_{A,1}, T_{A,2}, T_{A,3}, T_{A,4}, T_{B,1}, T_{B,2}, T_{B,3}, T_{B,5}$ oraz stałe całkowania w równaniach funkcji ugięć pręta złożonego (oznaczenia jak w p. 4.3.2).

Rozwiązanie.
Równania opisujące relacje między wielkością poślizgu Δv_i i siłą tnącą T_i w połączeniach:
- w węźle $i = 1$

$$\int_{L_4}^{L/2} \Delta\varepsilon_{R-B,4}(x)\,\mathrm{d}x + \int_{L_3}^{L_4} \Delta\varepsilon_{R-B,3}(x)\,\mathrm{d}x + \int_{L_2}^{L_3} \Delta\varepsilon_{R-B,2}(x)\,\mathrm{d}x + \int_{L_1}^{L_2} \Delta\varepsilon_{R-B,1}(x)\,\mathrm{d}x = \Theta\left(T_{B,1}^*\right)\frac{\ln\left(1+\dfrac{T_{B,1}}{a_s}\right)}{b_s} + \Theta\left(T_{B,1}^*\right)\frac{\ln\left(1-\dfrac{T_{B,1}}{a_s}\right)}{-b_s}, \tag{Z2.1}$$

$$\int_{L_4}^{L/2} \Delta\varepsilon_{R-C,4}(x)\,\mathrm{d}x + \int_{L_3}^{L_4} \Delta\varepsilon_{R-C,3}(x)\,\mathrm{d}x + \int_{L_2}^{L_3} \Delta\varepsilon_{R-C,2}(x)\,\mathrm{d}x + \int_{L_1}^{L_2} \Delta\varepsilon_{R-C,1}(x)\,\mathrm{d}x = \Theta\left(T_{C,1}^*\right)\frac{\ln\left(1+\dfrac{T_{C,1}}{a_s}\right)}{b_s} + \Theta\left(T_{C,1}^*\right)\frac{\ln\left(1-\dfrac{T_{C,1}}{a_s}\right)}{-b_s}; \tag{Z2.2}$$

- w węźle $i = 2$

$$\int_{L_4}^{L/2} \Delta\varepsilon_{R-B,4}(x)\,\mathrm{d}x + \int_{L_3}^{L_4} \Delta\varepsilon_{R-B,3}(x)\,\mathrm{d}x + \int_{L_2}^{L_3} \Delta\varepsilon_{R-B,2}(x)\,\mathrm{d}x = \Theta\left(T_{B,2}^*\right)\frac{\ln\left(1+\dfrac{T_{B,2}}{a_s}\right)}{b_s} + \Theta\left(T_{B,2}^*\right)\frac{\ln\left(1-\dfrac{T_{B,2}}{a_s}\right)}{-b_s}, \tag{Z2.3}$$

$$\int_{L_4}^{L/2}\Delta\varepsilon_{R-C,4}(x)\,\mathrm{d}x+\int_{L_3}^{L_4}\Delta\varepsilon_{R-C,3}(x)\,\mathrm{d}x+\int_{L_2}^{L_3}\Delta\varepsilon_{R-C,2}(x)\,\mathrm{d}x=\Theta\left(T_{C,2}^{*}\right)\frac{\ln\left(1+\dfrac{T_{C,2}}{a_s}\right)}{b_s}+ \\ +\Theta\left(T_{C,2}^{*}\right)\frac{\ln\left(1-\dfrac{T_{C,2}}{a_s}\right)}{-b_s}; \tag{Z2.4}$$

- w węźle $i = 3$

$$\int_{L_4}^{L/2}\Delta\varepsilon_{R-B,4}(x)\,\mathrm{d}x+\int_{L_3}^{L_4}\Delta\varepsilon_{R-B,3}(x)\,\mathrm{d}x=\Theta\left(T_{B,3}^{*}\right)\frac{\ln\left(1+\dfrac{T_{B,3}}{a_s}\right)}{b_s}+\Theta\left(T_{B,3}^{*}\right)\frac{\ln\left(1-\dfrac{T_{B,3}}{a_s}\right)}{-b_s}, \tag{Z2.5}$$

$$\int_{L_4}^{L/2}\Delta\varepsilon_{R-C,4}(x)\,\mathrm{d}x+\int_{L_3}^{L_4}\Delta\varepsilon_{R-C,3}(x)\,\mathrm{d}x=\Theta\left(T_{C,3}^{*}\right)\frac{\ln\left(1+\dfrac{T_{C,3}}{a_s}\right)}{b_s}+\Theta\left(T_{C,3}^{*}\right)\frac{\ln\left(1-\dfrac{T_{C,3}}{a_s}\right)}{-b_s}; \tag{Z2.6}$$

- w węźle $i = 4$

$$\int_{L_4}^{L/2}\Delta\varepsilon_{R-B,4}(x)\,\mathrm{d}x=\Theta\left(T_{B,4}^{*}\right)\frac{\ln\left(1+\dfrac{T_{B,4}}{a_s}\right)}{b_s}+\Theta\left(T_{B,4}^{*}\right)\frac{\ln\left(1-\dfrac{T_{B,4}}{a_s}\right)}{-b_s}, \tag{Z2.7}$$

$$\int_{L_4}^{L/2}\Delta\varepsilon_{R-C,4}(x)\,\mathrm{d}x=\Theta\left(T_{C,4}^{*}\right)\frac{\ln\left(1+\dfrac{T_{C,4}}{a_s}\right)}{b_s}+\Theta\left(T_{C,4}^{*}\right)\frac{\ln\left(1-\dfrac{T_{C,4}}{a_s}\right)}{-b_s}; \tag{Z2.8}$$

gdzie stan odkształceń w stykach gałęzi opisany jest zależnościami, kolejno:

- na długości odcinka s_1

$$\Delta\varepsilon_{R-B,1}(x)=\frac{N+T_{C,1}-T_{B,1}}{E_R A_R}-\frac{T_{B,1}}{E_U A_U}+\frac{N\left[u_{y,1}(x)+a_{y,L/2}\sin\dfrac{\pi x}{L}\right]-w\left(T_{B,1}+T_{C,1}\right)}{2E_U I_{U,z1}+E_R I_{R,z}}w,$$

$$\Delta\varepsilon_{R-C,1}(x)=-\frac{T_{C,1}}{E_U A_U}-\frac{N+T_{C,1}-T_{B,1}}{E_R A_R}+\frac{N\left[u_{y,1}(x)+a_{y,L/2}\sin\dfrac{\pi x}{L}\right]-w\left(T_{B,1}+T_{C,1}\right)}{2E_U I_{U,z1}+E_R I_{R,z}}w;$$

- na długości odcinka s_2

$$\Delta\varepsilon_{R-B,2}(x)=\frac{N+T_{C,1}+T_{C,2}-\left(T_{B,1}+T_{B,2}\right)}{E_R A_R}-\frac{T_{B,1}+T_{B,2}}{E_U A_U}+ \\ +\frac{N\left[u_{y,2}(x)+a_{y,L/2}\sin\dfrac{\pi x}{L}\right]-w\left(T_{B,1}+T_{B,2}+T_{C,1}+T_{C,2}\right)}{2E_U I_{U,z1}+E_R I_{R,z}}w,$$

$$\Delta\varepsilon_{R-C,2}(x)=-\frac{T_{C,1}+T_{C,2}}{E_U A_U}-\frac{N+T_{C,1}+T_{C,2}-\left(T_{B,1}+T_{B,2}\right)}{E_R A_R}+$$
$$+\frac{N\left[u_{y,2}(x)+a_{y,L/2}\sin\dfrac{\pi x}{L}\right]-w\left(T_{B,1}+T_{B,2}+T_{C,1}+T_{C,2}\right)}{2E_U I_{U,z1}+E_R I_{R,z}}w;$$

- na długości odcinka s_3

$$\Delta\varepsilon_{R-B,3}(x)=\frac{N+T_{C,1}+T_{C,2}+T_{C,3}-\left(T_{B,1}+T_{B,2}+T_{B,3}\right)}{E_R A_R}-\frac{T_{B,1}+T_{B,2}+T_{B,3}}{E_U A_U}+$$
$$+\frac{N\left[u_{y,3}(x)+a_{y,L/2}\sin\dfrac{\pi x}{L}\right]-w\left(T_{B,1}+T_{B,2}+T_{B,3}+T_{C,1}+T_{C,2}+T_{C,3}\right)}{2E_U I_{U,z1}+E_R I_{R,z}}w,$$

$$\Delta\varepsilon_{R-C,3}(x)=-\frac{T_{C,1}+T_{C,2}+T_{C,3}}{E_U A_U}-\frac{N+T_{C,1}+T_{C,2}+T_{C,3}-\left(T_{B,1}+T_{B,2}+T_{B,3}\right)}{E_R A_R}+$$
$$+\frac{N\left[u_{y,3}(x)+a_{y,L/2}\sin\dfrac{\pi x}{L}\right]-w\left(T_{B,1}+T_{B,2}+T_{B,3}+T_{C,1}+T_{C,2}+T_{C,3}\right)}{2E_U I_{U,z1}+E_R I_{R,z}}w;$$

- na długości odcinka s_4

$$\Delta\varepsilon_{R-B,4}(x)=\frac{N+T_{C,1}+T_{C,2}+T_{C,3}+T_{C,4}-\left(T_{B,1}+T_{B,2}+T_{B,3}+T_{B,4}\right)}{E_R A_R}-\frac{T_{B,1}+T_{B,2}+T_{B,3}+T_{B,4}}{E_U A_U}+$$
$$+\frac{N\left[u_{y,4}(x)+a_{y,L/2}\sin\dfrac{\pi x}{L}\right]-w\left(T_{B,1}+T_{B,2}+T_{B,3}+T_{B,4}+T_{C,1}+T_{C,2}+T_{C,3}+T_{C,4}\right)}{2E_U I_{U,z1}+E_R I_{R,z}}w,$$

$$\Delta\varepsilon_{R-C,4}(x)=-\frac{T_{C,1}+T_{C,2}+T_{C,3}+T_{C,4}}{E_U A_U}-\frac{N+T_{C,1}+T_{C,2}+T_{C,3}+T_{C,4}-\left(T_{B,1}+T_{B,2}+T_{B,3}+T_{B,4}\right)}{E_R A_R}+$$
$$+\frac{N\left[u_{y,4}(x)+a_{y,L/2}\sin\dfrac{\pi x}{L}\right]-w\left(T_{B,1}+T_{B,2}+T_{B,3}+T_{B,4}+T_{C,1}+T_{C,2}+T_{C,3}+T_{C,4}\right)}{2E_U I_{U,z1}+E_R I_{R,z}}w;$$

Warunki brzegowe określające:

- ugięcia pręta złożonego

$$u_{y,0}(0)=0, \tag{Z2.9}$$

$$u_{y,0}(L_1)=u_{y,1}(L_1), \tag{Z2.10}$$

$$u_{y,1}(L_2)=u_{y,2}(L_2), \tag{Z2.11}$$

$$u_{y,2}(L_3)=u_{y,3}(L_3), \tag{Z2.12}$$

$$u_{y,3}(L_4)=u_{y,4}(L_4), \tag{Z2.13}$$

$$u_{y,4}(L/2)=u_{y,L/2};\tag{Z2.14}$$

- kąty nachylenia stycznych do linii ugięcia pręta złożonego

$$u'_{y,0}(L_1)=u'_{y,1}(L_1),\tag{Z2.15}$$

$$u'_{y,1}(L_2)=u'_{y,2}(L_2),\tag{Z2.16}$$

$$u'_{y,2}(L_3)=u'_{y,3}(L_3),\tag{Z2.17}$$

$$u'_{y,3}(L_4)=u'_{y,4}(L_4),\tag{Z2.18}$$

$$u'_{y,4}(L/2)=0;\tag{Z2.19}$$

- przekrojowe momenty zginające w gałęziach

$$E_R I_{R,z}\, u''_{y,0}(0)=0,\tag{Z2.20}$$

$$\left(2E_U I_{U,z1}+E_R I_{R,z}\right)u''_{y,1}(L_1)=-N\left[u_{y,1}(x)+a_{y,L/2}\sin\frac{\pi x}{L}\right]+w\left(T_{B,1}+T_{C,1}\right),\tag{Z2.21}$$

$$\begin{aligned}\left(2E_U I_{U,z1}+E_R I_{R,z}\right)u''_{y,2}(L_2)=&-N\left[u_{y,2}(x)+a_{y,L/2}\sin\frac{\pi x}{L}\right]+\\&+w\left(T_{B,1}+T_{B,2}+T_{C,1}+T_{C,2}\right),\end{aligned}\tag{Z2.22}$$

$$\begin{aligned}\left(2E_U I_{U,z1}+E_R I_{R,z}\right)u''_{y,3}(L_3)=&-N\left[u_{y,3}(x)+a_{y,L/2}\sin\frac{\pi x}{L}\right]+\\&+w\left(T_{B,1}+T_{B,2}+T_{B,3}+T_{C,1}+T_{C,2}+T_{C,3}\right),\end{aligned}\tag{Z2.23}$$

$$\begin{aligned}\left(2E_U I_{U,z1}+E_R I_{R,z}\right)u''_{y,4}(L_4)=&-N\left[u_{y,4}(x)+a_{y,L/2}\sin\frac{\pi x}{L}\right]+\\&+w\left(T_{B,1}+T_{B,2}+T_{B,3}+T_{B,4}+T_{C,1}+T_{C,2}+T_{C,3}+T_{C,4}\right);\end{aligned}\tag{Z2.24}$$

- przekrojowe siły poprzeczne w gałęziach

$$E_R I_{R,z}\, u'''_{y,0}(L_1)+N\,u'_{y,0}(L_1)=\left(2E_U I_{U,z1}+E_R I_{R,z}\right)u'''_{y,1}(L_1)+N\,u'_{y,1}(L_1),\tag{Z2.25}$$

$$\left(2E_U I_{U,z1}+E_R I_{R,z}\right)u'''_{y,1}(L_2)+N\,u'_{y,1}(L_2)=\left(2E_U I_{U,z1}+E_R I_{R,z}\right)u'''_{y,2}(L_2)+N\,u'_{y,2}(L_2),\tag{Z2.26}$$

$$\left(2E_U I_{U,z1}+E_R I_{R,z}\right)u'''_{y,2}(L_3)+N\,u'_{y,2}(L_3)=\left(2E_U I_{U,z1}+E_R I_{R,z}\right)u'''_{y,3}(L_3)+N\,u'_{y,3}(L_3),\tag{Z2.27}$$

$$\left(2E_U I_{U,z1}+E_R I_{R,z}\right)u'''_{y,3}(L_4)+N\,u'_{y,3}(L_4)=\left(2E_U I_{U,z1}+E_R I_{R,z}\right)u'''_{y,4}(L_4)+N\,u'_{y,4}(L_4),\tag{Z2.28}$$

$$\left(2E_U I_{U,z1}+E_R I_{R,z}\right)u'''_{y,4}(L/2)+N\,u'_{y,4}(L/2)=0;\tag{Z2.29}$$

gdzie funkcje ugięcia opisane są zależnościami kolejno:

$$u_{y,0}(x)=C_{0,3}x+C_{0,4}-\frac{C_{0,1}\cos(k_R\,x)+C_{0,2}\sin(k_R\,x)}{k_R^2}+\frac{a_{y,L/2}\,k_R^2L^2\sin\left(\dfrac{\pi x}{L}\right)}{-k_R^2L^2+\pi^2},$$

$$u_{y,1}(x)=C_{1,3}x+C_{1,4}-\frac{C_{1,1}\cos(k_{R+U}\,x)+C_{1,2}\sin(k_{R+U}\,x)}{k_{R+U}^2}+\frac{a_{y,L/2}\,k_{R+U}^2L^2\sin\left(\dfrac{\pi x}{L}\right)}{-k_{R+U}^2L^2+\pi^2},$$

$$u_{y,2}(x)=C_{2,3}x+C_{2,4}-\frac{C_{2,1}\cos(k_{R+U}\,x)+C_{2,2}\sin(k_{R+U}\,x)}{k_{R+U}^2}+\frac{a_{y,L/2}\,k_{R+U}^2L^2\sin\left(\dfrac{\pi x}{L}\right)}{-k_{R+U}^2L^2+\pi^2},$$

$$u_{y,3}(x)=C_{3,3}x+C_{3,4}-\frac{C_{3,1}\cos(k_{R+U}\,x)+C_{3,2}\sin(k_{R+U}\,x)}{k_{R+U}^2}+\frac{a_{y,L/2}\,k_{R+U}^2L^2\sin\left(\dfrac{\pi x}{L}\right)}{-k_{R+U}^2L^2+\pi^2},$$

$$u_{y,4}(x)=C_{4,3}x+C_{4,4}-\frac{C_{4,1}\cos(k_{R+U}\,x)+C_{4,2}\sin(k_{R+U}\,x)}{k_{R+U}^2}+\frac{a_{y,L/2}\,k_{R+U}^2L^2\sin\left(\dfrac{\pi x}{L}\right)}{-k_{R+U}^2L^2+\pi^2};$$

w których

$$k_R^2=\frac{N}{E_RI_{R,z}},\ k_{R+U}^2=\frac{N}{2E_UI_{U,z1}+E_RI_{R,z}}.$$

Z2.2. Wyboczenie elementu w płaszczyźnie *xz*

Przedstawiono pełną postać rozwiązania dla pręta trójgałęziowego (por. p. 4.3.3), z połączeniami występującymi w węzłach $i = 1 \div 4$.

Dane: $A_R, A_U, E_R, E_U, I_{R,y}, I_{U,y}, L, L_1, L_2, L_3, L_4, a_s, b_s, a_{z,L/2}, u_{z,L/2}$ (oznaczenia jak w p. 4.3.3).

Niewiadome: $N, T_{1,x}, T_{2,x}, T_{3,x}, T_{4,x}, T_{1,z}, T_{2,z}, T_{3,z}, T_{4,z}$ oraz stałe całkowania w równaniach funkcji ugięć pręta złożonego (oznaczenia jak w p. 4.3.3).

Rozwiązanie.

Równania opisujące relacje między wielkością poślizgu Δv_i i siłą tnącą T_i w połączeniach, będące wynikiem działania siły osiowej N:

- w węźle $i = 1$

$$\int_{L_4}^{L/2}\Delta\varepsilon_{4,x}(x)\,\mathrm{d}x+\int_{L_3}^{L_4}\Delta\varepsilon_{3,x}(x)\,\mathrm{d}x+\int_{L_2}^{L_3}\Delta\varepsilon_{2,x}(x)\,\mathrm{d}x+\int_{L_1}^{L_2}\Delta\varepsilon_{1,x}(x)\,\mathrm{d}x=\frac{\ln\left(1-\dfrac{T_{1,x}}{a_s}\right)}{-b_s},\qquad\text{(Z2.30)}$$

- w węźle $i = 2$

$$\int_{L_4}^{L/2}\Delta\varepsilon_{4,x}(x)\,\mathrm{d}x+\int_{L_3}^{L_4}\Delta\varepsilon_{3,x}(x)\,\mathrm{d}x+\int_{L_2}^{L_3}\Delta\varepsilon_{2,x}(x)\,\mathrm{d}x=\frac{\ln\left(1-\dfrac{T_{2,x}}{a_s}\right)}{-b_s},\qquad\text{(Z2.31)}$$

- w węźle $i = 3$

$$\int_{L_4}^{L/2} \Delta\varepsilon_{4,x}(x)\,\mathrm{d}x + \int_{L_3}^{L_4} \Delta\varepsilon_{3,x}(x)\,\mathrm{d}x = \frac{\ln\left(1-\dfrac{T_{3,x}}{a_s}\right)}{-b_s}, \tag{Z2.32}$$

- w węźle $i = 4$

$$\int_{L_4}^{L/2} \Delta\varepsilon_{4,x}(x)\,\mathrm{d}x = \frac{\ln\left(1-\dfrac{T_{4,x}}{a_s}\right)}{-b_s}; \tag{Z2.33}$$

gdzie stan odkształceń w stykach gałęzi opisany jest zależnościami, kolejno:
- na długości odcinka s_1

$$\Delta\varepsilon_{1,x} = \frac{N-2T_{1,x}}{E_R A_R} - \frac{T_{1,x}}{E_U A_U},$$

- na długości odcinka s_2

$$\Delta\varepsilon_{2,x} = \frac{N-2\left(T_{1,x}+T_{2,x}\right)}{E_R A_R} - \frac{T_{1,x}+T_{2,x}}{E_U A_U},$$

- na długości odcinka s_3

$$\Delta\varepsilon_{3,x} = \frac{N-2\left(T_{1,x}+T_{2,x}+T_{3,x}\right)}{E_R A_R} - \frac{T_{1,x}+T_{2,x}+T_{3,x}}{E_U A_U},$$

- na długości odcinka s_4

$$\Delta\varepsilon_{4,x} = \frac{N-2\left(T_{1,x}+T_{2,x}+T_{3,x}+T_{4,x}\right)}{E_R A_R} - \frac{T_{1,x}+T_{2,x}+T_{3,x}+T_{4,x}}{E_U A_U};$$

Równania fizyczne opisujące relacje między poślizgiem $\Delta v_{i,z}$ i siłą tnącą $T_{i,z}$ w połączeniach, będące wynikiem zginania gałęzi w płaszczyźnie xz:
- w węźle $i = 1$

$$u_{z,U,1}(L_1) - u_{z,R,1}(L_1) = \Theta\left(T_{1,z}^*\right)\frac{\ln\left(1+\dfrac{T_{1,z}}{a_s}\right)}{b_s} + \Theta\left(T_{1,z}^*\right)\frac{\ln\left(1-\dfrac{T_{1,z}}{a_s}\right)}{-b_s}, \tag{Z2.34}$$

- w węźle $i = 2$

$$u_{z,R,2}(L_2) - u_{z,U,2}(L_2) = \Theta\left(T_{2,z}^*\right)\frac{\ln\left(1+\dfrac{T_{2,z}}{a_s}\right)}{b_s} + \Theta\left(T_{2,z}^*\right)\frac{\ln\left(1-\dfrac{T_{2,z}}{a_s}\right)}{-b_s}, \tag{Z2.35}$$

- w węźle $i = 3$

$$u_{z,R,3}(L_3) - u_{z,U,3}(L_3) = \Theta(T^*_{3,z}) \frac{\ln\left(1 + \frac{T_{3,z}}{a_s}\right)}{b_s} + \Theta(T^*_{3,z}) \frac{\ln\left(1 - \frac{T_{3,z}}{a_s}\right)}{-b_s}, \tag{Z2.36}$$

- w węźle $i = 4$

$$u_{z,R,4}(L_4) - u_{z,U,4}(L_4) = \Theta(T^*_{4,z}) \frac{\ln\left(1 + \frac{T_{4,z}}{a_s}\right)}{b_s} + \Theta(T^*_{4,z}) \frac{\ln\left(1 - \frac{T_{4,z}}{a_s}\right)}{-b_s}; \tag{Z2.37}$$

Funkcje określające ugięcia gałęzi pręta złożonego na długości odcinków $s_0 \div s_m$, kolejno:
- gałęzi „R”

$$u_{z,R,0}(x) = B_{0,3}x + B_{0,4} - \frac{B_{0,1}\cos(k_{R,0}\,x) + B_{0,2}\sin(k_{R,0}\,x)}{k^2_{R,0}} + \frac{a_{z,L/2}\,k^2_{R,0}L^2 \sin\frac{\pi\,x}{L}}{-k^2_{R,0}L^2 + \pi^2},$$

$$u_{z,R,1}(x) = B_{1,3}x + B_{1,4} - \frac{B_{1,1}\cos(k_{R,1}\,x) + B_{1,2}\sin(k_{R,1}\,x)}{k^2_{R,1}} + \frac{a_{z,L/2}\,k^2_{R,0}L^2 \sin\frac{\pi\,x}{L}}{\pi^2 - k^2_{R,1}L^2} + \\ + \frac{2a_{z,L/2}\,L^2\,T_{1,x}\sin\frac{\pi\,(L_1 - x)}{L}}{E_R I_{R,y}\left(\pi^2 - k^2_{R,1}L^2\right)},$$

$$u_{z,R,2}(x) = B_{2,3}x + B_{2,4} - \frac{B_{2,1}\cos(k_{R,2}\,x) + B_{2,2}\sin(k_{R,2}\,x)}{k^2_{R,2}} + \frac{a_{z,L/2}\,k^2_{R,0}L^2 \sin\frac{\pi\,x}{L}}{\pi^2 - k^2_{R,2}L^2} + \\ + \frac{2a_{z,L/2}\,L^2\left[T_{1,x}\sin\frac{\pi\,(L_1 - x)}{L} + T_{2,x}\sin\frac{\pi\,(L_2 - x)}{L}\right]}{E_R I_{R,y}\left(\pi^2 - k^2_{R,2}L^2\right)},$$

$$u_{z,R,3}(x) = B_{3,3}x + B_{3,4} - \frac{B_{3,1}\cos(k_{R,3}\,x) + B_{3,2}\sin(k_{R,3}\,x)}{k^2_{R,3}} + \frac{a_{z,L/2}\,k^2_{R,0}L^2 \sin\frac{\pi\,x}{L}}{\pi^2 - k^2_{R,3}L^2} + \\ + \frac{2a_{z,L/2}\,L^2\left[T_{1,x}\sin\frac{\pi\,(L_1 - x)}{L} + T_{2,x}\sin\frac{\pi\,(L_2 - x)}{L} + T_{3,x}\sin\frac{\pi\,(L_3 - x)}{L}\right]}{E_R I_{R,y}\left(\pi^2 - k^2_{R,3}L^2\right)},$$

$$u_{z,R,4}(x) = B_{4,3}x + B_{4,4} - \frac{B_{4,1}\cos(k_{R,4}\,x) + B_{4,2}\sin(k_{R,4}\,x)}{k^2_{R,4}} + \frac{a_{z,L/2}\,k^2_{R,0}L^2 \sin\frac{\pi\,x}{L}}{\pi^2 - k^2_{R,4}L^2} + \\ + \frac{2a_{z,L/2}\,L^2\left[T_{1,x}\sin\frac{\pi\,(L_1 - x)}{L} + T_{2,x}\sin\frac{\pi\,(L_2 - x)}{L} + T_{3,x}\sin\frac{\pi\,(L_3 - x)}{L} + T_{4,x}\sin\frac{\pi\,(L_4 - x)}{L}\right]}{E_R I_{R,y}\left(\pi^2 - k^2_{R,4}L^2\right)};$$

- gałęzi „U”

$$u_{z,U,1}(x)=C_{1,3}x+C_{1,4}-\frac{C_{1,1}\cos(k_{U,1}\,x)+C_{1,2}\sin(k_{U,1}\,x)}{k_{U,1}^2}+\frac{a_{z,L/2}\,L^2\,T_{1,x}\sin\frac{\pi\,(L_1-x)}{L}}{E_U I_{U,y}\left(k_{U,1}^2L^2-\pi^2\right)},$$

$$u_{z,U,2}(x)=C_{2,3}x+C_{2,4}-\frac{C_{2,1}\cos(k_{U,2}\,x)+C_{2,2}\sin(k_{U,2}\,x)}{k_{U,2}^2}+$$

$$+\frac{a_{z,L/2}\,L^2\left[T_{1,x}\sin\frac{\pi\,(L_1-x)}{L}+T_{2,x}\sin\frac{\pi\,(L_2-x)}{L}\right]}{E_U I_{U,y}\left(k_{U,2}^2L^2-\pi^2\right)},$$

$$u_{z,U,3}(x)=C_{3,3}x+C_{3,4}-\frac{C_{3,1}\cos(k_{U,3}\,x)+C_{3,2}\sin(k_{U,3}\,x)}{k_{U,3}^2}+$$

$$+\frac{a_{z,L/2}\,L^2\left[T_{1,x}\sin\frac{\pi\,(L_1-x)}{L}+T_{2,x}\sin\frac{\pi\,(L_2-x)}{L}+T_{3,x}\sin\frac{\pi\,(L_3-x)}{L}\right]}{E_U I_{U,y}\left(k_{U,3}^2L^2-\pi^2\right)},$$

$$u_{z,U,4}(x)=C_{4,3}x+C_{4,4}-\frac{C_{4,1}\cos(k_{U,4}\,x)+C_{4,2}\sin(k_{U,4}\,x)}{k_{U,4}^2}+$$

$$+\frac{a_{z,L/2}\,L^2\left[T_{1,x}\sin\frac{\pi\,(L_1-x)}{L}+T_{2,x}\sin\frac{\pi\,(L_2-x)}{L}+T_{3,x}\sin\frac{\pi\,(L_3-x)}{L}+T_{4,x}\sin\frac{\pi\,(L_4-x)}{L}\right]}{E_U I_{U,y}\left(k_{U,4}^2L^2-\pi^2\right)};$$

gdzie:

- oznaczenia

$$k_{R,0}=\sqrt{\frac{N}{E_R I_{R,y}}},\;\; k_{R,1}=\sqrt{\frac{N_{R,1}}{E_R I_{R,y}}},\;\; k_{R,2}=\sqrt{\frac{N_{R,2}}{E_R I_{R,y}}},\;\; k_{R,3}=\sqrt{\frac{N_{R,3}}{E_R I_{R,y}}},\;\; k_{R,4}=\sqrt{\frac{N_{R,4}}{E_R I_{R,y}}},$$

$$k_{U,1}=\sqrt{\frac{N_{U,1}}{E_U I_{U,y}}},\;\; k_{U,2}=\sqrt{\frac{N_{U,2}}{E_U I_{U,y}}},\;\; k_{U,3}=\sqrt{\frac{N_{U,3}}{E_U I_{U,y}}},\;\; k_{U,4}=\sqrt{\frac{N_{U,4}}{E_U I_{U,y}}};$$

- funkcje sił osiowych w przekrojach gałęzi „R”

$$N_{R,1}=N-2T_{1,x},$$

$$N_{R,2}=N-2(T_{1,x}+T_{2,x}),$$

$$N_{R,3}=N-2(T_{1,x}+T_{2,x}+T_{3,x}),$$

$$N_{R,4}=N-2(T_{1,x}+T_{2,x}+T_{3,x}+T_{4,x}),$$

- funkcje sił osiowych w przekrojach gałęzi „U”

$$N_{U,1}=T_{1,x},$$

$$N_{U,2}=T_{1,x}+T_{2,x},$$

$$N_{U,3} = T_{1,x} + T_{2,x} + T_{3,x},$$

$$N_{U,4} = T_{1,x} + T_{2,x} + T_{3,x} + T_{4,x};$$

Warunki brzegowe określające:

- ugięcia gałęzi „R”

$$u_{z,R,0}(0) = 0, \tag{Z2.38}$$

$$u_{z,R,0}(L_1) = u_{z,R,1}(L_1), \tag{Z2.39}$$

$$u_{z,R,1}(L_2) = u_{z,R,2}(L_2), \tag{Z2.40}$$

$$u_{z,R,2}(L_3) = u_{z,R,3}(L_3), \tag{Z2.41}$$

$$u_{z,R,3}(L_4) = u_{z,R,4}(L_4), \tag{Z2.42}$$

$$u_{z,R,4}(L/2) = u_{z,R,L/2}; \tag{Z2.43}$$

- ugięcia gałęzi „U”

$$u_{z,U,1}(L_2) = u_{z,U,2}(L_2), \tag{Z2.44}$$

$$u_{z,U,2}(L_3) = u_{z,U,3}(L_3), \tag{Z2.45}$$

$$u_{z,U,3}(L_4) = u_{z,U,4}(L_4); \tag{Z2.46}$$

- kąty nachylenia stycznych do linii ugięcia gałęzi „R”

$$u'_{z,R,0}(L_1) = u'_{z,R,1}(L_1), \tag{Z2.47}$$

$$u'_{z,R,1}(L_2) = u'_{z,R,2}(L_2), \tag{Z2.48}$$

$$u'_{z,R,2}(L_3) = u'_{z,R,3}(L_3), \tag{Z2.49}$$

$$u'_{z,R,3}(L_4) = u'_{z,R,4}(L_4), \tag{Z2.50}$$

$$u'_{z,R,4}(L/2) = 0; \tag{Z2.51}$$

- kąty nachylenia stycznych do linii ugięcia gałęzi „U”

$$u'_{z,U,1}(L_2) = u'_{z,U,2}(L_2), \tag{Z2.52}$$

$$u'_{z,U,2}(L_3) = u'_{z,U,3}(L_3), \tag{Z2.53}$$

$$u'_{z,U,3}(L_4) = u'_{z,U,4}(L_4); \tag{Z2.54}$$

$$u'_{z,U,4}(L/2) = 0; \tag{Z2.55}$$

- momenty zginające w przekrojach gałęzi „R”

$$E_R I_{R,y}\, u''_{z,R,0}(0) = 0, \tag{Z2.56}$$

$$E_R I_{R,y}\, u''_{z,R,1}(L_1) = -M_{R,1,y}(L_1), \tag{Z2.57}$$

$$E_R I_{R,y}\, u''_{z,R,2}(L_2) = -M_{R,2,y}(L_2), \tag{Z2.58}$$

$$E_R I_{R,y}\, u''_{z,R,3}(L_3) = -M_{R,3,y}(L_3), \tag{Z2.59}$$

$$E_R I_{R,y}\, u''_{z,R,4}(L_4) = -M_{R,4,y}(L_4); \tag{Z2.60}$$

- momenty zginające w przekrojach gałęzi „U”

$$E_U I_{U,y}\, u''_{z,U,1}(L_1) = -M_{U,1,y}(L_1), \tag{Z2.61}$$

$$E_U I_{U,y}\, u''_{z,U,2}(L_2) = -M_{U,2,y}(L_2), \tag{Z2.62}$$

$$E_U I_{U,y}\, u''_{z,U,3}(L_3) = -M_{U,3,y}(L_3), \tag{Z2.63}$$

$$E_U I_{U,y}\, u''_{z,U,4}(L_4) = -M_{U,4,y}(L_4); \tag{Z2.64}$$

- siły poprzeczne w przekrojach gałęzi „R”

$$E_R I_{R,y}\, u'''_{z,R,0}(L_1) + N\, u'_{z,R,0}(L_1) = E_R I_{R,y}\, u'''_{z,R,1}(L_1) + N_{R,1}\, u'_{z,R,1}(L_1), \tag{Z2.65}$$

$$E_R I_{R,y}\, u'''_{z,R,1}(L_2) + N_1\, u'_{z,R,1}(L_2) = E_R I_{R,y}\, u'''_{z,R,2}(L_2) + N_{R,2}\, u'_{z,R,2}(L_2), \tag{Z2.66}$$

$$E_R I_{R,y}\, u'''_{z,R,2}(L_3) + N_{R,2}\, u'_{z,R,2}(L_3) = E_R I_{R,y}\, u'''_{z,R,3}(L_3) + N_{R,3}\, u'_{z,R,3}(L_3), \tag{Z2.67}$$

$$E_R I_{R,y}\, u'''_{z,R,3}(L_4) + N_{R,3}\, u'_{z,R,3}(L_4) = E_R I_{R,y}\, u'''_{z,R,4}(L_4) + N_{R,4}\, u'_{z,R,4}(L_4), \tag{Z2.68}$$

$$E_R I_{R,y}\, u'''_{z,R,4}(L/2) + N_{R,4}\, u'_{z,R,4}(L/2) = 0; \tag{Z2.69}$$

- siły poprzeczne w przekrojach gałęzi „U”

$$E_U I_{U,y}\, u'''_{z,U,1}(L_2) + N_1\, u'_{z,U,1}(L_2) = E_U I_{U,y}\, u'''_{z,U,2}(L_2) + N_{U,2}\, u'_{z,U,2}(L_2), \tag{Z2.70}$$

$$E_U I_{U,y}\, u'''_{z,U,2}(L_3) + N_{U,2}\, u'_{z,U,2}(L_3) = E_U I_{U,y}\, u'''_{z,U,3}(L_3) + N_{U,3}\, u'_{z,U,3}(L_3), \tag{Z2.71}$$

$$E_U I_{U,y}\, u'''_{z,U,3}(L_4) + N_{U,3}\, u'_{z,U,3}(L_4) = E_U I_{U,y}\, u'''_{z,U,4}(L_4) + N_{U,4}\, u'_{z,U,4}(L_4), \tag{Z2.72}$$

$$E_U I_{U,y}\, u'''_{z,U,4}(L/2) + N_{U,4}\, u'_{z,U,4}(L/2) = 0; \tag{Z2.73}$$

gdzie kolejno:

- funkcje określające momenty zginające w przekrojach gałęzi „R”

$$M_{R,1,y}(x) = N_{R,1}\, u_{z,R,1}(x) + a_{z,L/2}\left[N \sin\frac{\pi x}{L} - 2T_{1,x} \sin\frac{\pi (x - L_1)}{L} \right] + \\ + 2T_{1,x}\, u_{z,R,1}(L_1) - 2T_{1,z}(x - L_1),$$

$$M_{R,2,y}(x) = N_{R,2}\, u_{z,R,2}(x) + a_{z,L/2}\left(N \sin\frac{\pi x}{L} - 2\left[T_{1,x} \sin\frac{\pi (x - L_1)}{L} + T_{2,x} \sin\frac{\pi (x - L_2)}{L} \right] \right) + \\ + 2\left[T_{1,x}\, u_{z,R,1}(L_1) + T_{2,x}\, u_{z,R,2}(L_2) \right] - 2T_{1,z}(x - L_1) + 2T_{2,z}(x - L_2),$$

$$M_{R,3,y}(x)=N_{R,3}\,u_{z,R,3}(x)+a_{z,L/2}\left(N\sin\frac{\pi\,x}{L}-2\left[T_{1,x}\sin\frac{\pi\,(x-L_1)}{L}+T_{2,x}\sin\frac{\pi\,(x-L_2)}{L}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+T_{3,x}\sin\frac{\pi\,(x-L_3)}{L}\right]\right)+2\left[T_{1,x}\,u_{z,R,1}(L_1)+T_{2,x}\,u_{z,R,2}(L_2)+T_{3,x}\,u_{z,R,3}(L_3)\right]-2T_{1,z}(x-L_1)+$$

$$+2\left[T_{2,z}(x-L_2)+T_{3,z}(x-L_3)\right],$$

$$M_{R,4,y}(x)=N_{R,4}\,u_{z,R,4}(x)+a_{z,L/2}\left(N\sin\frac{\pi\,x}{L}-2\left[T_{1,x}\sin\frac{\pi\,(x-L_1)}{L}+T_{2,x}\sin\frac{\pi\,(x-L_2)}{L}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+T_{3,x}\sin\frac{\pi\,(x-L_3)}{L}+T_{4,x}\sin\frac{\pi\,(x-L_4)}{L}\right]\right)+2\left[T_{1,x}\,u_{z,R,1}(L_1)+T_{2,x}\,u_{z,R,2}(L_2)+T_{3,x}\,u_{z,R,3}(L_3)+\right.$$

$$\left.+T_{4,x}\,u_{z,R,4}(L_4)\right]-2T_{1,z}(x-L_1)+2\left[T_{2,z}(x-L_2)+T_{3,z}(x-L_3)+T_{4,z}(x-L_4)\right];$$

- funkcje momentów zginających w przekrojach gałęzi „U”

$$M_{U,1,y}(x)=N_{U,1}\,u_{z,U,1}(x)+a_{z,L/2}\,T_{1,x}\sin\frac{\pi\,(x-L_1)}{L}-T_{1,x}\,u_{z,U,1}(L_1)+T_{1,z}(x-L_1),$$

$$M_{U,2,y}(x)=N_{U,2}\,u_{z,U,2}(x)+a_{z,L/2}\left[T_{1,x}\sin\frac{\pi\,(x-L_1)}{L}+T_{2,x}\sin\frac{\pi\,(x-L_2)}{L}\right]+$$

$$-\left[T_{1,x}u_{z,U,1}(L_1)+T_{2,x}u_{z,U,2}(L_2)\right]+T_{1,z}(x-L_1)-T_{2,z}(x-L_2),$$

$$M_{U,3,y}(x)=N_{U,3}\,u_{z,U,3}(x)+a_{z,L/2}\left[T_{1,x}\sin\frac{\pi\,(x-L_1)}{L}+T_{2,x}\sin\frac{\pi\,(x-L_2)}{L}+T_{3,x}\sin\frac{\pi\,(x-L_3)}{L}\right]+$$

$$-\left[T_{1,x}u_{z,U,1}(L_1)+T_{2,x}u_{z,U,2}(L_2)+T_{3,x}u_{z,U,3}(L_3)\right]+T_{1,z}(x-L_1)-\left[T_{2,z}(x-L_2)+T_{3,z}(x-L_3)\right],$$

$$M_{U,4,y}(x)=N_{U,4}\,u_{z,U,4}(x)+a_{z,L/2}\left[T_{1,x}\sin\frac{\pi\,(x-L_1)}{L}+T_{2,x}\sin\frac{\pi\,(x-L_2)}{L}+T_{3,x}\sin\frac{\pi\,(x-L_3)}{L}+\right.$$

$$\left.+T_{4,x}\sin\frac{\pi\,(x-L_4)}{L}\right]-\left[T_{1,x}u_{z,U,1}(L_1)+T_{2,x}u_{z,U,2}(L_2)+T_{3,x}u_{z,U,3}(L_3)+T_{4,x}u_{z,U,4}(L_4)\right]+$$

$$+T_{1,z}(x-L_1)-\left[T_{2,z}(x-L_2)+T_{3,z}(x-L_3)+T_{4,z}(x-L_4)\right].$$