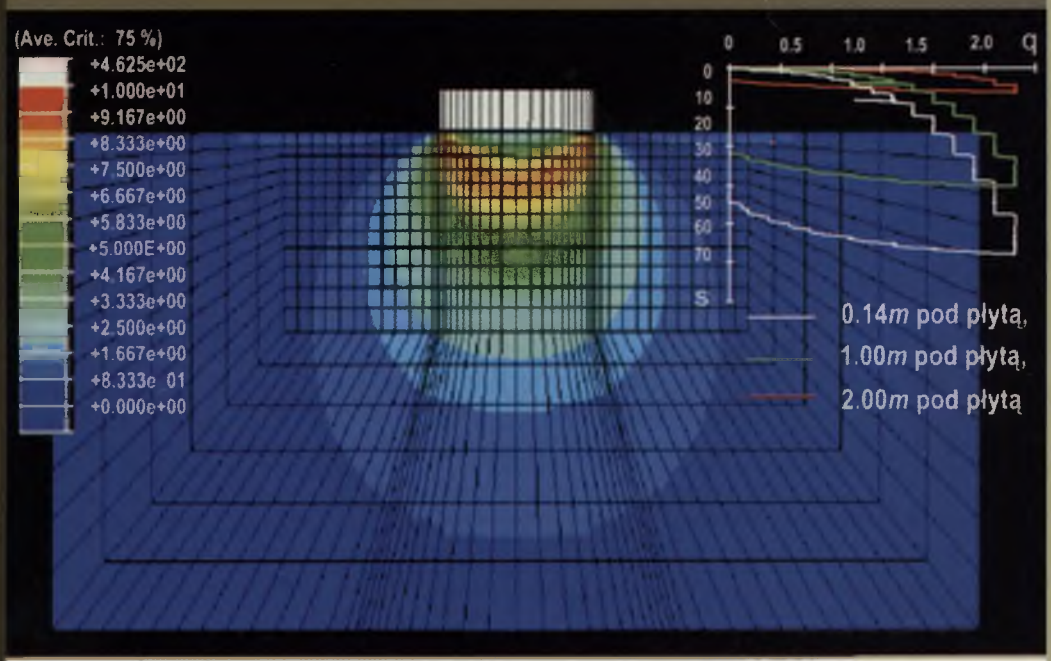
ZESZYTY NAUKOWE
POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Lidia FEDOROWICZ

ZAGADNIENIA KONTAKTOWE BUDOWLA - PODŁOŻE GRUNTOWE

Część I
KRYTERIA MODELOWANIA I ANALIZ PODSTAWOWYCH ZAGADNIEŃ KONTAKTOWYCH KONSTRUKCJA BUDOWLANA - PODŁOŻE GRUNTOWE



Gliwice 2006

POLITECHNIKA ŚLĄSKA
ZESZYTY NAUKOWE
NR 1729

Lidia FEDOROWICZ

ZAGADNIENIE KONTAKTOWE BUDOWLA – PODŁOŻE GRUNTOWE CZĘŚĆ I

Kryteria modelowania i analiz podstawowych zagadnień kontaktowych konstrukcja budowlana – podłoże gruntowe

GLIWICE 2006

Wydano za zgodą
Rektora Politechniki Śląskiej

PL ISSN 0434-0779

WYDAWNICTWO POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ
ul. Akademicka 5, 44-100 Gliwice; tel./fax (0-32) 237-13-81
http://wydawnictwo.polsl.pl

Sprzedaż i Marketing
tel. (0-32) 237-18-48
wydawnictwo_mark@polsl.pl

Nakł. 100+50 Ark. wyd. 13 Ark. druk. 9,625 Papier offset. 70x100.80g
Oddano do druku 11.09.2006 r. Podpisano do druku 11.09.2006 r. Druk ukończ. we wrześniu 2006 r.

Wydrukowano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach, ul. Kujawska 1
zam. 290/06

SPIS TREŚCI

CONTENTS

WAŻNIEJSZE OZNACZENIA

(B)	symbol podukładu reprezentującego numeryczny model konstrukcji
(B)-(P)	układ budowla – podłoże gruntowe
(CC)	model stanu krytycznego Cam-Clay
(C-M)	model sprężysto-idealnie plastyczny z powierzchnią plastyczności wg Coulomba-Mohra
CSL	linia stanu krytycznego
(D-P),	model sprężysto-idealnie plastyczny z powierzchnią plastyczności wg Druckera-Pragera
(2D)	zadanie płaskiego stanu odkształcenia
(3D)	zadanie przestrzenne
(e)	model liniowo sprężysty
(e-p)	model sprężysto-idealnie plastyczny (oznaczenie ogólne)
(F)-(P)	układ fundament – podłoże gruntowe
(MCC)	model stanu krytycznego Modified Cam-Clay
(NC)	grunt normalnie skonsolidowany
NCL	linia normalnej konsolidacji
(OC)	grunt prekonsolidowany
OCR (R_o)	współczynnik prekonsolidacji
(P)	symbol podukładu reprezentującego numeryczny model podłoża
$(P)_{ustalone}$	ustalony obszar odpowiedzi numerycznego modelu podłoża
SBS	graniczna powierzchnia stanu
c	spójność gruntu
de	przyrost wskaźnika porowatości
dQ	przyrost obciążenia fundamentu
ds	przyrost osiadania

$d\sigma_v$	przyrost składowej pionowej naprężenia
e	wskaźnik porowatości
e_{cs}	parametr modeli MCC i CC; wartość krytyczna wskaźnika porowatości gruntu (dla p=1 kPa $e_{cs}=\Gamma$-1)
e_z	początkowa wartość wskaźnika porowatości odpowiadająca składowej pionowej naprężenia w stanie in situ $\sigma_o=\gamma \cdot z$
h_F	wysokość fundamentu w modelu numerycznym
p, p'	naprężenie średnie, całkowite i efektywne
p_c	średnie ciśnienie prekonsolidacji
p_{co}	początkowe ciśnienie prekonsolidacji
p_o	średnie ciśnienie bieżące
q	intensywność naprężenia
q^*	obciążenie erozyjne (tj. takie, które w przeszłości działało na aktualnej powierzchni terenu)
r^2	współczynnik korelacji dla funkcji aproksymowanej
s	osiadanie fundamentu (budowli)
s_{anal}	osiadanie określane analitycznie
s_n	osiadanie wyznaczane numerycznie (w modelu *MES*)
s_{norm}	osiadanie wyznaczone wg PN-81/B-03020
$s_{(1)}$, $s_{(2)}$,..., $s_{(i)}$	oznaczenie siatek dyskretnych kolejnych obszarów obliczeniowych modeli podłoża gruntowego (rys. 4.1)
v	objętość właściwa gruntu $v=e+1$
z	współrzędna określająca położenie punktu w podłożu
z_D	głębokość posadowienia fundamentu
z_{norm}	grubość warstwy określana przez normę, przyjmowana do obliczenia osiadania
B (B_F)	szerokość fundamentu
C_c	wskaźnik ściśliwości
C_s	wskaźnik odprężenia
D (D_i)	średnice fundamentów kołowych
E_F	moduł sprężystości materiału fundamentu

E_o, E	moduł odkształcenia ogólnego i sprężystego gruntu* (*w analizach sprężystych zarówno wartość E_o, jak i E może być użyta w obliczeniach numerycznych)
E_{os}	moduł podatności gruntu
E_o^z	funkcja zmian modułu E_o (E) z głębokością
E_{ukl}	numeryczny moduł odkształcenia wynikający z odpowiedzi na obciążenie sprężystego układu (F)-(P)
G	moduł odkształcenia postaciowego (Kirchhoffa)
H	wysokość modelu podłoża (P)
H^{2D}	miąższość podłoża w modelu w zadaniu (2D)
H_{min}	adekwatna, minimalna miąższość podłoża jednorodnego w modelu (pojęcie odniesione głównie do zadania bazowego)
H_{ustal}	ustalona, adekwatna miąższość podłoża w modelu (pojęcie odniesione do dowolnego układu budowla-podłoże)
H_w	miąższość warstwy podłoża gruntowego
J	moment bezwładności przekroju poprzecznego fundamentu
$K_o^{(NC)}$	współczynnik parcia geostatycznego gruntu w stanie normalnej konsolidacji
$K_o^{(OC)}$	współczynnik parcia geostatycznego gruntu w stanie prekonsolidacji
L (L_F)	długość fundamentu
M_o, M	edometryczny moduł ściśliwości pierwotnej i wtórnej
Q	obciążenie fundamentu
R	wskaźnik określający wielkość obliczeniową obszaru modelu podłoża wyznaczany jako $R=\sqrt{H^2+(0.5\cdot L)^2}$, gdzie L – długość obszaru modelu podłoża
α	stosunek długości fundamentu do jego szerokości $\alpha=L_F/B_F$
γ	ciężar objętościowy gruntu
κ	parametr modeli MCC i CC – nachylenie linii odprężenia w przestrzeni e–lnp',

λ	parametr modeli MCC i CC – nachylenie linii NCL w przestrzeni e–lnp',
ν	współczynnik Poissona
σ_o	składowa pionowa naprężenia w stanie (naturalnym) in situ
σ_{vc}	wartość największej składowej pionowej naprężenia w przeszłości w analizowanym punkcie podłoża
σ_{vo}	wartości największej składowej pionowej bieżącej naprężenia w analizowanym punkcie podłoża
ϕ	kąt tarcia wewnętrznego gruntu
Γ	parametr modeli MCC i CC (dla p=1 kPa Γ-1= e_{cs})
$\Delta h/h$	jednostkowe skrócenie umownej warstwy podłoża leżącej na dowolnej głębokości z
Δs	różnica osiadań
Δs_{num}	błąd numerycznej oceny wartości osiadań w modelu podłoża o wysokości H_{ustal}
M	parametr modeli MCC i CC – nachylenie linii stanu krytycznego w przestrzeni p'–q

LIST OF SYMBOLS

(B)	symbol in numerical model used for building structure subsystem
(B)-(P)	building structure–subsoil numerical system
(CC)	critical state model – Cam-Clay
(C-M)	elastic–ideal plastic model with Coulomb-Moh yield surface
CSL	critical state line
(D-P),	elastic–ideal plastic model with Drucker-Prager yield surface
(2D)	plane state of strain
(3D)	three-dimensional task
(e)	linear-elastic model (general symbol)
(e-p)	elastic–ideal plastic model (general symbol)
(F)-(P)	foundation–subsoil numerical system
(MCC)	critical state model – Modified Cam-Clay
(NC)	normally consolidated subsoil
NCL	normal consolidation line
(OC)	overconsolidated subsoil
OCR (R_o)	overconsolidation ratio
(P)	symbol of numerical subsoil subsystem
$(P)_{ustalone}$	subsoil subsystem containing steady response area
SBS	stable state boundary surface in (p',v,q) space
c	cohesion
de	void ratio increment
dQ	loading increment
ds	settlement increment
$d\sigma_v$	vertical stress increment
e	void ratio

e_{cs}	parameter of MCC and CC models; void ratio critical value (for p'=1 kPa $e_{cs}=\Gamma$-1)
e_z	void ratio initial value corresponding with in situ stress state $\sigma_o=\gamma \cdot z$
h_F	height of foundation in numerical model
p, p'	spherical pressure, total and effective
p_c	preconsolidation pressure
p_{co}	initial preconsolidation pressure
p_o	current pressure
q	deviator stress
q^*	overburden pressure
r^2	correlation coefficient for approximated function
s	settlement of foundation
s_{anal}	analytical settlement
s_n	numerical settlement (*MES*)
s_{norm}	standard settlement (acc. PN-81/B-03020)
$s.(1)$, $s.(2)$,..., $s.(i)$	mesh-symbols for numerical computational subsoil areas (Fig. 4.1)
v	specific volume $v=e+1$
z	depth-coordinate
z_D	depth of foundation
z_{norm}	thickness of standard subsoil layer for settlement calculation
B (B_F)	width of foundation
C_c	compression index
C_s	swelling index
D (D_i)	diameter of load plate (foundations)
E_F	modulus of elasticity for foundation
E_o, E	general deformation modulus and modulus of elasticity* (*used for numerical analyses)
E_{os}	modulus of flexibility
E_o^z	function of modulus E_o (E) depth–variations
$E_{ukł}$	numerical deformation modulus specified for (F)-(P) system

G	shear modulus
H	height of subsoil model (P)
H^{2D}	height of subsoil model (P) for (2D) task
H_{min}	adequate, minimum height of subsoil model (notion for basis task)
H_{ustal}	steady, adequate height of subsoil model (notion for any (B)-(P) system)
H_w	height of subsoil layer
J	moment of inertia for foundation
$K_o^{(NC)}$	coefficient of earth pressure at rest
$K_o^{(OC)}$	coefficient of earth pressure for preconsolidated subsoil
L (L_F)	length of footing
M_o, M	edometric modulus of compressibility, primary and secondary
Q	loading
R	coefficient defining numerical subsoil area; $R=\sqrt{H^2+(0.5\cdot L)^2}$
α	$\alpha=L_F/B_F$; L_F, B_F – length and width of foundation
γ	volumetric weight
κ	parameter of MCC and CC models; slope of overconsolidation line e–lnp',
λ	parameter of MCC and CC models; slope of consolidation line e–lnp'
ν	Poisson' ratio
σ_o	vertical stress; in situ state
σ_{vc}	overburden vertical stress for a subsoil point
σ_{vo}	current vertical stress for a subsoil point
ϕ	angle of internal friction
Γ	parameter of MCC and CC models (for p=1 kPa Γ-1= e_{cs})
$\Delta h/h$	elementary shortening of apparent subsoil layer (for optional z-depth)
Δs	difference of settlements
Δs_{num}	deviation for evaluation of settlements in numerical model of H_{ustal}
M	parameter of MCC and CC models; slope of critical state line

WPROWADZONE POJĘCIA

Budowla
Pojęcie przyjęte jako najogólniejsze[*], równoważne pojęciu obiekt budowlany.
Dotyczy budynków oraz innych obiektów budowlanych niebędących budynkiem (np. drogi, nasypy, tunele), podlegających modelowaniu numerycznemu w układach obliczeniowych budowla-podłoże, oznaczanych w pracy jako (B)-(P).

Konstrukcja budowlana (konstrukcja)
Pojęcie wprowadzone w celu zwrócenia uwagi, że w rozważanych układach obliczeniowych (B)-(P) sposób modelowania budowli nie podlega bezpośrednio analizie.
Rozważając posadowienie budowli na fundamentach przekazujących obciążenie na podłoże gruntowe wyłącznie przez powierzchnie podstawy podukład (B) w modelu tożsamy jest zazwyczaj bądź z samym fundamentem budowli, bądź z podukładem o zastępczej, sprowadzonej sztywności całego obiektu budowlanego.

Podłoże gruntowe
Pojęcie zachowujące ogólną zgodność z pojęciem normowym (PN-81/B-03020) obszaru, w którym właściwości gruntów mają wpływ na projektowanie, wykonanie i eksploatację budowli. W pracy zdefiniowaniu podlega natomiast sposób oceny adekwatnej wielkości tego obszaru w analizach numerycznych realizowanych zarówno w przestrzeni (3D), jak również w płaskim stanie odkształcenia (2D).

[*] Zgodnie z normą PN-81/B-03020 i nazewnictwem stosowanym w mechanice budowli.

1. WPROWADZENIE

Przez podłoże gruntowe rozumie się obszar masywu gruntowego, którego właściwości mają bezpośredni wpływ na proces projektowania, wykonanie i eksploatację budowli. Prawidłowa ocena wielkości tego obszaru, zależna m.in. od kształtu i sztywności fundamentów konstrukcji, wpływa bezpośrednio – zarówno w obliczeniach klasycznych, jak i analizach wykorzystujących modelowanie numeryczne – na ocenę stanu przemieszczenia i naprężenia w układzie konstrukcja budowlana - podłoże gruntowe.

Można uznać, że analizy zagadnień kontaktowych konstrukcja budowlana - podłoże gruntowe (B)-(P) znajdują zastosowanie – w przypadku posadowienia bezpośredniego – w trzech wzajemnie sprzęgniętych dziedzinach:

1) projektowania elementów nośnych budowli stykających się z podłożem gruntowym,
2) szacowania wartości osiadań całkowitych oraz różnic osiadań między określonymi punktami konstrukcji oraz
3) oceny nośności podłoża gruntowego.

W przypadku pierwszym istotę problemu stanowi odpowiedź na pytanie, w jakim stopniu wartości i rozkład naprężeń kontaktowych wpływają na przewidywane wielkości wewnętrzne w konstrukcji, głównie w fundamencie. Z potrzeby takiej odpowiedzi rodziły się wszelkie sposoby obliczeń budowli (rozważanej zazwyczaj jako fundament) na podłożach opisywanych modelami różnych klas, o różnych poziomach zaawansowania.

Wymóg wiarygodnej oceny różnic osiadań staje się szczególnie znaczący przy przewidywanych dużych wartościach osiadań całkowitych, konstrukcji wrażliwej na deformacje (sztywnej, o wysokiej statycznej niewyznaczalności) lub gdy warunek ten wynika z reżimów technologicznych. Specyficzny problem stanowią przypadki powstawania osiadań dodatkowych, gdy różnice osiadań wywołują znaczne, dodatkowe wytężenie konstrukcji oraz nieprzewidywaną przy projektowaniu redystrybucję wielkości wewnętrznych. Uruchomienie w podłożu takich mechanizmów może zaistnieć z różnych przyczyn: np. niewłaściwego rozpoznania podłoża przewarstwionego gruntem słabym, zmiany warunków gruntowo-wodnych, dociążenia otoczenia istniejącego obiektu budowlanego, a przy rozległych obszarowo zjawiskach być wynikiem eksploatacji górniczej.

Biorąc zatem pod uwagę oczekiwania stawiane analizom powyższych zagadnień kontaktowych, oczywiste jest, że nie można wszystkich istniejących problemów objąć jedną, najlepszą nawet, uniwersalną metodą czy algorytmem postępowania. Stwierdzenie to nie traci ważności także wobec współczesnych, coraz bardziej rozbudowanych, analiz numerycznych.

1.1. Cel ogólny oraz zakres realizowanej pracy

Pracę podjęto dostrzegając niezwykle istotny problem nikłej adaptacji bardziej złożonych modeli konstytutywnych gruntów w analizach współczesnej inżynierii budowlanej, dotyczących omawianego tu zagadnienia podstawowego – interakcji zachodzącej w układzie (B)-(P), konstrukcja budowlana - podłoże gruntowe.

Przegląd numerycznych analiz obliczeniowych oraz charakterystycznych badań in situ, tworzących opis rozpoznania problemu przedstawiono w podrozdziale 1.3.

Celem pracy jest pokazanie możliwości urealnienia – dzięki analizom numerycznym rzeczywistych zagadnień brzegowych, wykorzystujących stosunkowo zaawansowane modele konstytutywne gruntu – wartości osiadań (w pewnych przypadkach także wartości nośności podłoża) uzyskiwanych w sposób klasyczny: normowy lub w analizach numerycznych bazujących na modelach sprężystych.

Dokładność odtworzenia modelem badanej rzeczywistości zależy jednak nie tylko od posiadanego aparatu matematycznego czy precyzji opisu, ale w dużej mierze związana jest z umiejętnością wykalibrowania tworzonego modelu obliczeniowego układu (B)-(P), np. w odniesieniu do badań in situ.

Wykazano, że właściwe – badawcze lub inżynierskie – zastosowanie analiz numerycznych wymaga wprowadzenia jednoznacznych kryteriów postępowania niezbędnych zarówno w procesie tworzenia modeli obliczeniowych układów budowla-podłoże, jak i przy ocenie adekwatności istniejących wyników analiz numerycznych, dla obciążenia statycznego rozważanego w prezentowanej części I(*) pracy oraz obciążenia kinematycznego rozważanego w części II(**).

Kryteria sformułowane najpierw w zwartej postaci tez (rozdział 2) zostały następnie w rozdziałach 4 i 5 udowodnione i opracowane w postaci wskazań, dotyczących warunków budowy adekwatnych modeli obliczeniowych układów budowla-podłoże gruntowe.

Opracowanie powyższych kryteriów modelowania i analiz podstawowych zagadnień kontaktowych konstrukcja budowlana - podłoże gruntowe wymagało następujących, równoległych niejako działań:

1) dokonania interpretacji wpływu wielkości obszaru numerycznego modelu podłoża gruntowego na ocenę osiadań konstrukcji w układach obliczeniowych (B)-(P), budowla-podłoże, pracujących w przestrzeni (3D) lub w płaskim stanie odkształcenia (2D); możliwej dzięki bazie zgromadzonych informacji,
2) utworzenia bazy zachowań układów (B)-(P) o różnych modelach konstytutywnych podłoża gruntowego, które zostały przydzielone w pracy do dwóch grup:
   - grupy A – zawierającej modele powszechnie stosowane w analizach omawianych zagadnień brzegowych – model sprężysty oraz modele sprężysto-idealnie plastyczne,

(*) Część I (Kryteria modelowania i analiz podstawowych zagadnień kontaktowych konstrukcja budowlana – podłoże gruntowe) stanowi pierwszą część pracy o ogólnym tytule „Zagadnienie kontaktowe budowla – podłoże gruntowe".

(**) Część II (Kryteria tworzenia i oceny adekwatnych modeli obliczeniowych układów konstrukcja budowlana – podłoże podlegające dużym deformacjom o charakterze górniczym) – opracowana przez dr. inż. Jana Fedorowicza.

   - grupy B – obejmującej modele stanu krytycznego, charakteryzujące się inną, aniżeli modele grupy A „filozofią" opisu odpowiedzi materiału na obciążenie, a równocześnie przy stosunkowej prostocie opisu odtwarzające szerokie spektrum zachowań gruntu.

Przeprowadzone analizy doprowadziły do bardzo szczegółowych wniosków, które w sposób zwarty można przedstawić następująco:

Model, który udziela zarówno przy obciążeniu, jak i odciążeniu – w odpowiednim, nie zaburzonym warunkami brzegowymi minimalnym obszarze obliczeniowym, lub w obszarach większych – odpowiedzi numerycznej odpowiadającej badaniom in situ, daje (zgodnie z tezami przedstawionymi w rozdziale drugim) możliwość właściwego numerycznego przewidywania zachowania układu rzeczywista konstrukcja budowlana - podłoże gruntowe; przy istnieniu tych samych warunków gruntowych w obszarze współpracy fundamentu z podłożem.

Modele grupy B, pomimo że nie uwzględniają odkształceń trwałych w zakresie prekonsolidacji gruntu, można uznać ze względu na przedstawione cechy za modele tworzące adekwatne układy obliczeniowe konstrukcja budowlana - podłoże gruntowe, szczególnie przy realizacji obciążenia układu, oraz gdy w badaniach in situ ścieżka odciążenia nie wykazuje zbyt dużych odkształceń nieodwracalnych w przedziale prekonsolidacji gruntu; przy czym za obszar współpracy fundamentu konstrukcji z podłożem można uznać wartość H_{ustal}, odpowiednią dla danego układu (o przyjętym modelu konstytutywnym gruntu) i określoną wg podanych w pracy kryteriów.

Do określenia wartości H_{ustal} dla podłoża jednorodnego służą nomogramy podane w rozdziałach 4 i 5.

Do budowy modeli obliczeniowych układów (B)-(P), gdzie (P) reprezentuje warstwę podłoża, odnoszą się natomiast rysunki obwiedni z rozdziału 5.

Rozdział 6 zawiera podsumowanie przedstawione w postaci trzech rysunków z naniesionymi rezultatami wyników rozważań.

Do monografii załączone jest zwięzłe streszczenie pracy, wskazujące na własne osiągnięcia badawcze.

1.2. Omówienie najważniejszych problemów towarzyszących modelowaniu zagadnień brzegowych konstrukcja budowlana - podłoże gruntowe

Zdaniem uznanych specjalistów z dziedziny geotechniki nie sposób przecenić doniosłej, praktycznej roli współdziałania budowli z masywem gruntowym, lub ogólniej górotworem, na pierwszy plan wysuwa się tu bowiem aspekt bezpieczeństwa ogólnie pojmowanej konstrukcji budowlanej. W szerokiej przeglądowej pracy na temat rozwoju geotechniki w Polsce Gryczmański [144] wyraża opinię, że błędy w projektowaniu i realizacji posadowień budynków, następstwem których są duże nierównomierności osiadań, stanowią przyczynę 40%-50% awarii i katastrof budowlanych.

Każde z zagadnień interakcji, pogrupowanych na rys. 1.1, widziane jako przedmiot obliczeń numerycznych różni się od pozostałych warunkami brzegowymi lub brzegowo-początkowymi, zakresem dopuszczalnej idealizacji przy tworzeniu modelu obliczeniowego lub wymogami zastosowania specyficznych metod analizy.

Literatura przedmiotu rejestruje ogromny rozwój w dziedzinie badań podstawowych, dotyczących poszukiwań zaawansowanych, uniwersalnych modeli matematycznych i metod analizy szerokiej gamy problemów. Modele te, obarczone narastającą liczbą parametrów, pozbawionych wielokrotnie fizycznej interpretacji, pozostają jednak właściwym narzędziem analiz jedynie w rękach wyspecjalizowanych badaczy.

Nazbyt rzadko natomiast przedstawiane są w literaturze wyniki badań stosowanych – in situ, numerycznych, laboratoryjnych – z bezpośrednią już implementacją do problemów kontaktowych określonego typu (przykładowo Jardine [166], Hight i Higgins [154], Bur land [47], Dłużewski [65], Kwiatek [180, 181], Dembicki [63], Gryczmański i inni [50], Majewski [193], Pieczyrak [215], Sękowski [231], Fedorowicz i Fedorowicz [83, 103].

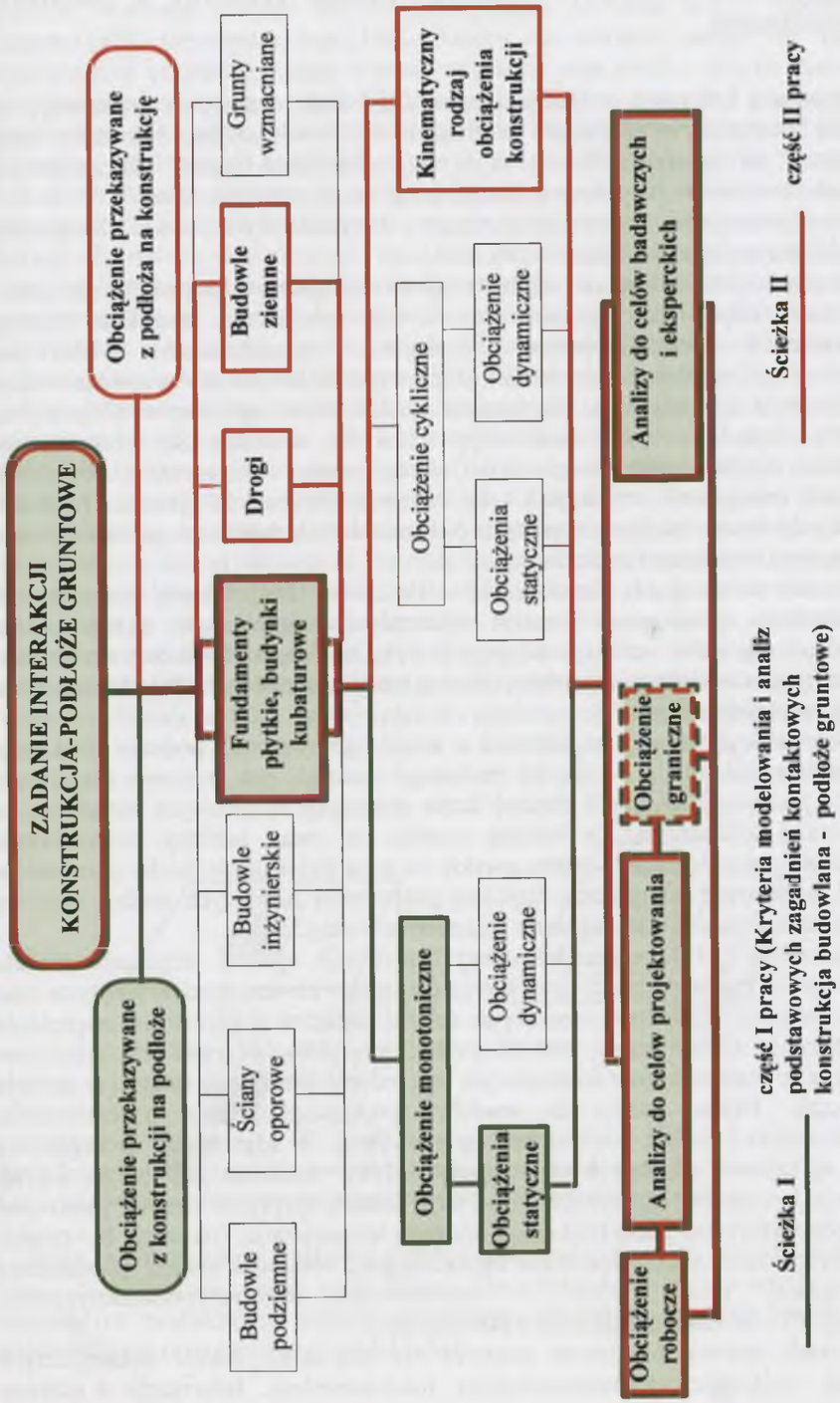
Nie może zatem budzić zdziwienia fakt, że pomimo tak dużego zaawansowania zarówno badań podstawowych, jak i stosowanych, z ideą eksperymentalnej inżynierii gruntowej ESE na czele, na potrzeby podstawowej praktyki inżynierskiej wykorzystywana jest głównie liniowa sprężystość.

Praca obejmuje jedynie wybraną grupę zagadnień interakcji, ujętych ścieżkami I i II na rys. 1.1. Jest to jednakże grupa problemów najpowszechniej reprezentowanych w inżynierii budowlanej, których rola poszerza się wraz z zagospodarowywaniem terenów coraz trudniejszych dla budownictwa oraz wzrostem wymogów stawianych konstrukcji budowlanej. Potrzeby i zakres analiz – prowadzonych dla celów projektowych, badawczych lub eksperckich – zaczynają się powoli przenikać i scalać, wymagając nowego współczesnego opisu.

Proces interakcji układu (płytko posadowiona konstrukcja budowlana - podłoże gruntowe o określonych cechach fizyczno-mechanicznych) często traktowany jest jednak w analizach numerycznych jako problem oczywisty, a zatem z pewną dozą nonszalancji. Świadczy o tym wiele publikacji, w których analiza zagadnienia nie jest poprzedzona podaniem warunków, które muszą być spełnione, aby można było mówić o adekwatności rozwiązania, uzyskanego w danym modelu obliczeniowym.

Wykorzystując z kolei w praktyce inżynierskiej tak „przetarte ścieżki", można wykonywać analizy numeryczne nie zdając sobie nieraz sprawy z tego, jak silne, lecz niejawne założenia zostały pierwotnie poczynione. Podejście takie przy tworzeniu modeli obliczeniowych w zagadnieniach dotyczących wymuszonych deformacji podłoża gruntowego może wręcz prowadzić do błędnych wyników.

Zwrócenie na poruszony problem uwagi jest zatem szczególnie ważne w czasie powszechnego przechodzenia z klasycznych sposobów analizy inżynierskiej do analiz bazujących na numerycznych modelach obliczeniowych.



Rys. 1.1. Wybrane zagadnienia interakcji analizowane w pracy

Fig. 1.1. Analysed selected interaction problems

1.3. Zagadnienie kontaktowe budowla – podłoże gruntowe w literaturze przedmiotu

Zagadnienia brzegowe, w których opisuje się reakcje masywu gruntowego na działanie obciążeń wynikających z działalności inwestycyjnej człowieka bądź z ingerencji sił natury, zaliczane są do najtrudniejszych zadań obliczeniowych mechaniki kontinuum. Przyczyny trudności związane są w dużej mierze:

- z półprzestrzenią masywu gruntowego i 3-wymiarowym zwykle charakterem analizowanych zadań brzegowych, oraz
- ze złożonością zachowania trójfazowego ośrodka gruntowego pod obciążeniem.

Wrażliwość odpowiedzi gruntów na ścieżki obciążenia implikuje szereg, potwierdzonych wszechstronnymi badaniami, specyficznych właściwości mechanicznego zachowania się ośrodka gruntowego, takich jak zróżnicowana reakcja na obciążenie i odciążenie, wymuszana obciążeniami anizotropia niesprężysta, cykliczna kumulacja odkształceń objętościowych, dylatacja itp. Przestrzenna geometria masywu gruntowego przy nieregularności stratygrafii i dowolnych warunkach brzegowych implikuje z kolei 3-wymiarowe modele dyskretne MES lub MEB, a przyrostowe analizy niesprężyste 3-wymiarowych zagadnień geotechniki stają się zadaniami niezmiernie rozbudowanymi.

Nic zatem dziwnego, że Gryczmański w 1992 roku [146] dokonał oceny stopnia zaawansowania numerycznych analiz obliczeniowych geotechniki w ten sposób: „w mechanice gruntów analizuje się prawie wyłącznie zagadnienia dwuwymiarowe, co w przypadku modelowania rzeczywistych sytuacji geotechnicznych jest często dość daleko idącą ich idealizacją".

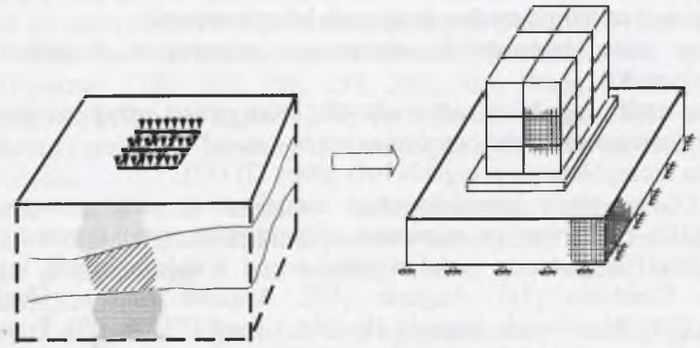
Modelowanie dowolnego zagadnienia w sensie ogólnym ma u podstaw idealizację opisu zachowania gruntu, co dla tak złożonego materiału jest procesem ulegającym ciągłemu postępowi. W chwili obecnej liczbę propozycji modelowych określa się na co najmniej kilkadziesiąt, a kolejne modele są coraz bardziej rozbudowane. Dokładność opisu pociąga, niestety, zwykle za sobą zwiększenie liczby parametrów modelu. Możliwość interpretacji fizycznej parametrów niektórych modeli staje się często niemożliwa, a proces kalibracji niezmiernie trudny.

Gryczmański [149] w przedstawionej klasyfikacji ogólnej przypisuje modele konstytutywne gruntu do trzech grup. Grupa pierwsza – zawiera modele sprężyste oraz sztywno–idealnie plastyczne, nieczułe na ścieżki obciążeń w przestrzeni naprężenia i odkształcenia. Grupa druga – zawiera modele sprężysto-plastyczne oraz sprężysto-plastyczne ze wzmocnieniem izotropowym (np. modele stanu krytycznego czy modele typu cap). Grupa trzecia – to modele sprężysto-plastyczne o wzmocnieniu kinematycznym i modele powierzchni ograniczającej. W klasyfikacji szczegółowej modeli sprężysto-plastycznych – Gryczmański [150] – wyróżnia trzy ich generacje. Generacja I – modeli klasycznych, obejmuje modele sprężysto-idealnie plastyczne oraz modele sprężysto-plastyczne o izotropowym wzmocnieniu. Generacja II – modeli plastycznych wewnątrz powierzchni ograniczającej, obejmuje modele powierzchni ograniczającej oraz modele o wzmocnieniu izotropowo-kinematycznym. Generacja III – to modele uogólnionej plastyczności.

W latach dziewięćdziesiątych poszerza się stopniowo obszar numerycznych realizacji związanych z zaawansowanym modelowaniem. Informacje o zakresie

zastosowań poszczególnych grup modeli w analizach różnych zagadnień mechaniki gruntów zawierają między innymi prace Gensa i Pottsa [117], Wooda [266], Duncana [67], Gryczmańskiego [148]. Należy tu zwrócić uwagę na fakt, że w niewielkim przedziale czasu wzrosło wyraźnie znaczenie i zakres zastosowań modeli stanu krytycznego i modeli typu cap. Przykładem może być geneza modelu rozwijanego w Katedrze Geotechniki Politechniki Śląskiej, którego bazą był Modified Cam-Clay, zdolnego do możliwie najwierniejszego opisu cech gruntu w przypadku dowolnych ścieżek obciążenia, zachowania się ośrodka w stanie prekonsolidacji i w warunkach obciążeń cyklicznych oraz ujmującego silną nieliniowość w zakresie małych odkształceń; Gryczmański i inni [142, 243, 169, 189]. Powyższe poszukiwania łączą się z oceną parametrów materiałowych w badaniach laboratoryjnych i terenowych oraz coraz szerszym zastosowaniem tzw. analizy wstecznej; przykładowo Akutagawa, Brown, Meek i Chitombo [3], Williams i Tanaka [263], Ledesma, Gens i Alonso [183] Pieczyrak [215], Dembicki i inni [31, 62].

W podstawowych zagadnieniach kontaktowych (B)-(P), które odnieść tu należy do ścieżek wyróżnionych na rys. 1.1, zastosowanie analiz z wykorzystaniem rozbudowanych modeli obu podukładów, (B) – budowli i (P) – podłoża, zaczyna się niekiedy uznawać za standard postępowania. Zwróćmy równocześnie uwagę na powszechny na uczelniach pęd do szybkiej „zamiany narzędzi", czyli klasycznych, sprawdzonych metod obliczania, ogólnie pojętym modelowaniem numerycznym. W związku z powyższym, przy tendencji do coraz bardziej rozbudowanego, przestrzennego modelowania konstrukcji budowlanej powstaje automatycznie mechanizm modelowania „całości", w której podłoże gruntowe staje się zwykle bryłą przyjmowaną w całkowicie arbitralny sposób; przy czym problem dotyczy zarówno wielkości obszaru podłoża, jak również przyjmowanych związków konstytutywnych gruntu.



Rys. 1.2. Przekształcenie zadania geotechniki do zadania mechaniki budowli
Fig. 1.2. Geotechnical boundary task transformed into structural mechanics one

Takie przekształcenie zadania geotechniki do zadania stricte mechaniki budowli (rys. 1.2) prowadzić może, przy braku odpowiednich, jednoznacznych wskazań dotyczących modelowania podłoża gruntowego, do dużych zagrożeń wynikających z niewłaściwej oceny interakcji podukładów.

Na skutki będące wynikiem niewystarczającego rozpowszechniania sposobów właściwego wykorzystywania analiz numerycznych, pomimo dwudziestoletniego już stosowania ich w zaawansowanych problemach geotechnicznych, zwraca uwagę Potts w swoim wykładzie [222] o znamiennym tytule „Numerical analysis: a virtual dream or practical reality". Autor przypomina, że analiza jest jedynie częścią procesu projektowania. Nie ma jednak wątpliwości, że w przyszłości analizy numeryczne będą odgrywały decydującą rolę w tym procesie. Niemniej, aby tak się stało, potrzebne są dalsze prace, dotyczące zagadnień o różnym stopniu złożoności, tworzące ścieżki przewodnie przyszłej, lepszej praktyki.

O „pułapkach" czyhających na użytkowników mało krytycznie podchodzących do wyników geotechnicznych analiz numerycznych pisze także Springman [240, 241], ilustrując swoje wywody licznymi przykładami. Problem powyższy, odniesiony do nośności podłoża, poruszony został także w pracach Zadrogi [272, 174], gdzie w [174] autorzy zwracają uwagę na aktualne światowe tendencje w podejściu do zagadnienia nośności granicznej jednorodnego podłoża niespoistego obciążonego fundamentem bezpośrednim polegające na opracowywaniu nowych metod obliczeń, np. z wykorzystaniem MES. Jak wskazuje jednak doświadczenie, metody te wymagają szerokiej weryfikacji.

Ze względu na przedmiot zainteresowań przedstawianej pracy (zagadnienie kontaktowe konstrukcja budowlana - podłoże gruntowe – ścieżki z rys. 1.1) dokonano ogólnego przeglądu literatury przedmiotu (czasopism, materiałów konferencyjnych, rozpraw doktorskich i habilitacyjnych) rejestrując tendencje dominujące w ostatnich latach w analizach numerycznych; oceniając zakres analiz, uproszczenia wprowadzane w modelowaniu oraz stosowane modele konstytutywne. Ogólnie wyróżniono trzy grupy zagadnień będących przedmiotem analiz numerycznych:

(1) grupę dotyczącą badań zachowania gruntu, z symulacją i odtwarzaniem zachowań rejestrowanych w badaniach laboratoryjnych,
(2) grupę analiz badawczych, obejmującą numeryczne badania wzorcowe (benchmarki),
(3) grupę analiz zagadnień rzeczywistych, które można przypisać zagadnieniom kontaktowym ze ścieżek wyróżnionych na rys. 1.1.

Przedmiotem szczegółowego przeglądu były grupy (2) i (3).

W grupie (3) przykłady kompleksowego modelowania numerycznego w pełnej przestrzeni (3D) rzeczywistych zagadnień inżynierskich, typu konstrukcja-podłoże gruntowe ((B)-(P)), stanowią nadal wyjątki wśród przedstawianych w literaturze analiz, np. Dembicki [31], Augarde [10], Augarde Burd i Houlsby [7, 8], Bloodworth [30], Bloodworth Augarde Houlsby i Burd [27, 28, 29], Franzius [115], Gourvenec i Powrie [121, 122, 123], Liu [187] oraz Liu, Houlsby i Augarde [186], Potts [222], Majewski [193], Nasri i Magnam [203], Miedziałowski [199].

Do grupy (3) zaliczyć można także prace wykorzystujące uproszczenia w modelowaniu. Będzie to wykorzystanie stanu osiowej symetrii (3D), rozważanej jako jeden z możliwych przypadków analizy rzeczywistego zagadnienia inżynierskiego, np. Potts [222], Burd, Houlsby i Brocklehurst [42], Barla i Camusso [17], Teh [254] oraz Teh i Houlsby [251, 252, 253], Bzówka [53] lub jako sposób modelowania przydatny w analizach porównawczych zagadnienia (B)-(P), np. Fedorowicz i Fedorowicz [92, 96].

Stosowanie uproszczeń w modelowaniu rzeczywistości, tak aby rozważać model układu (B)-(P) w płaskim stanie odkształcenia (2D), jest ciągle najczęstszym sposobem prowadzenia analiz zarówno o charakterze badawczym, np. Springman [240, 241], Majewski [193], Fedorowicz i Fedorowicz [80, 98], jak i badawczo-eksperckim Potts [222] Gryczmański i Pieczyrak [141], Gryczmański i inni [139], Fedorowicz i Fedorowicz [81, 89, 101]. Łatwo można zauważyć, że analizy powyższe mają często charakter zadań jednostkowych, zbyt rzadko natomiast tworzą, np. przez wszechstronność opisu, „ścieżki przewodnie" dla praktyki inżynierskiej.

Analizy numeryczne dotyczące modelowania zgodnego ze ścieżkami przypisanymi części II pracy (np. drogi, nasypy, tunele, wzmocnienia) są znacznie częściej prezentowane w literaturze aniżeli analizy omawiane powyżej. Wykorzystując modelowanie (2D) tworzą one też dość często w miarę zamknięty opis zagadnienia, np. Burd [46], Burd i Houlsby [44], Burd, Houlsby, Augarde i Liu [40, 41, 43], Potts i Fourie [217, 218, 219], Barla [12, 13, 14, 15, 18], Banerjee i Dargush [11], Fenton, Zhou, Jaksa i Griffiths [112], Swan i Seo [232, 246], Zimmermann, Truty, Urbański, Commend i Podles [275, 276], Ellis i Springman [71], Springman [240, 241], Shin, Addenbrooke i Potts [233], Sękowski [231], Fedorowicz i Fedorowicz [77, 105].

W grupie (2) – analiz badawczych – mamy zwykle do czynienia z analizami zaawansowanych zagadnień geotechnicznych, często w połączeniu z implementacją nowych technik i udoskonaleń metod numerycznych. Analizy te tworzą zazwyczaj bloki ściśle ukierunkowanych badań numerycznych. I tak, przykładem ukazującym rolę zaawansowanych modeli konstytutywnych w analizach określonego problemu mogą być badania dotyczące wyznaczania nośności granicznej, np. Potts [222], Sieffert [236], Izbicki [163, 162].

W analizach, których celem jest adoptowanie nowych technik numerycznych, mieszczą się przykładowo badania nad zastosowaniem siatek adaptacyjnych MES w zależnych od czasu problemach geotechnicznych, np. Bolton i El-Hamalawi [68, 69, 70], lub badania nad zastosowaniem elementów nieskończonych, np. Godbole, Viladkar i Noorzaei [120, 207, 208, 259, 260], Jao, Wang, Chou i Lin [165], Plaßmann, Kirsch, Löhr i Vittinghoff [216], Yerli, Kacin i Kocak [271].

Z dokonanego przeglądu literatury można, uogólniając nieco problem, wyciągnąć poniższe wnioski.

- W ocenie zachowania układów budowla-podłoże gruntowe, tworzących podstawowe zagadnienia kontaktowe, analizy numeryczne nie stanowią absolutnie standardu postępowania; a tym bardziej analizy prowadzone w rzeczywistej przestrzeni (3D).
- We wszystkich pracach włączonych w przegląd literatury – analizy grupy (2) oraz analizy grupy (3) – niezależnie od stopnia złożoności realizowanego zadania wielkość obszaru tworzącego model podłoża przyjmowana była w sposób arbitralny, niezależny od zastosowanego modelu konstytutywnego gruntu. Wyjątek stanowią tu prace: Bell [23], Bell, Houlsby i Burd [22], Ichimoto, Nozu, Okuyama, Izuka i Ohta [159], Fedorowicz i Fedorowicz [73, 91, 93, 96, 99].

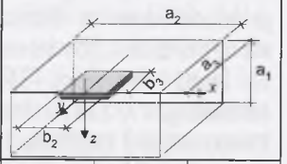
Powyższe wnioski wraz z wcześniejszymi uwagami dotyczącymi widocznego trendu zmian w sposobach analizowania konstrukcji na podłożu gruntowym (patrz rys. 1.2) upoważniają do stwierdzenia, że sytuacja wymaga wypracowania jednoznacznych

kryteriów tworzenia modeli podłoża w układach obliczeniowych (B)-(P), konstrukcja – podłoże gruntowe; (rozdziały 4 i 5).

Dokumentację pozycji literatury (odpowiadających klasyfikacji podanej dla grup (2) i (3), zawierających w sobie większość pozycji przykładowych, wymienionych przy omawianiu tychże grup), które pozwoliły na sformułowanie powyższych wniosków, zestawiono w postaci tabeli zawierającej informacje o sposobie doboru i proporcjach obszaru podłoża (P) w utworzonym modelu numerycznym – tabela 1.1.

Tabela 1.1

Proporcje obszarów podłoża stosowanych w analizach numerycznych (wg pozycji literatury)

Pozycje wg wykazu literatury	Sposób modelowania	Wymiary modelu		
				
		$a_1:b_2$	$a_2:b_2$	$a_3:b_3$
[20, 57, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 115, 160, 194, 205]	(2D)	0.2-1.0	1.5-3	
[58, 137, 211, 226, 256]			3.1-5	
[112, 170]			5.1-6.5	
[4, 51, 61, 72, 73, 76, 88, 93, 96, 99, 161, 188, 191]		1.1-1.5	1.8-3	
[105, 161, 192, 255]			3.1-5	
[57]			5.0-8	
[82, 100]			8-12	
[64, 74]		1.5-2.0	1.8-3	
[34, 72, 73, 76, 85, 86, 93, 96, 99, 102, 106, 107, 108, 109, 170, 184, 214, 267, 274]			3.1-5	
[57, 81, 84, 104, 112, 170, 185, 223]			5.1-8	
[64, 72, 73, 76, 93, 96, 99, 213]		2.1-3.0	3.0-5	
[5, 25, 26, 57, 64, 73, 77, 78, 79, 93, 97, 112, 185, 235, 258]			5.1-10	
[57]			>10	
[32, 112, 159, 172, 190, 198, 200, 212, 270]		3.1-4.0	3.0-6	
[75, 82, 89, 90, 94, 97, 100, 101, 116, 159, 231]			6.1-10	
[42, 43, 55, 57, 81, 153, 159, 176, 251, 252, 253, 254]			>10	
[69, 70, 112, 113, 114, 178, 186, 217, 218, 219, 231, 239]		4.1-5.0	3.1-6	
[45, 46, 72, 73, 76, 93, 96, 99, 159, 186, 195, 202, 215, 231, 251, 252, 253, 254]			6.1-10	
[35, 116, 159, 231]			>10	
[10, 43, 112]		6.0	4.1-6	
[140, 231]			6.1-10	
[82, 100, 139]			10-15	

cd. tabeli 1.1

[112, 152]	(2D)	6.1-7.0	6	
[46, 224]			13-15	
[2]		7.1-8	4	
[87, 221]			16	
[233, 234]			50	
[112]		9.0	6	
[116]			20	
[245]			26.8	
[112]		10.0	6	
[12, 15, 16, 18, 33]			7.2	
[11, 275]			8-10	
[72, 73, 76, 93, 96, 99, 222]			20	
[112, 152]		10.1-15	6-7	
[1, 72, 73, 76, 93, 96, 99]		11	10-20	
[55, 231]		12	20	
[153, 175]		15	42	
[55, 72, 73, 74, 76, 88, 93, 95, 96, 99]		20-22	40	
[173]		42	15	
[72, 73, 74, 76, 88, 93, 95, 96, 99]		40	80	
[72, 73, 76, 93, 96, 99, 222]		>60	>100	
[145]	(3D)	4-5	7-8	1.5-2
[30, 115]		1.0	2-2.6	2-2.6
[121]			6.0	1.0
[222]		1.1	5.8	5.8
[29, 30]		1.2	1.8	2.2
[138, 199]		1.5	4	5.5-13
[122, 123]		2	10	10
[7, 8, 9, 27, 28, 29, 30, 40, 41, 157, 158]		2.5	5.0	6.0
[52]			>6	>6
[145]		3.5-4	5-7	1
[231]		4	4	≥3
[145]		4.5-6	8-9	
[203]		5	4	4
[195]			10	10
[10, 186, 187]		6.0	6	6
[244]	osiowa sym.	1.0	3	
[261]			6.5	
[247, 250]		1.1	3.2	
[201]		1.3	5.6	
[247, 250]		1.25	10	
[22, 23]		1.33	2.33	

cd. tabeli 1.1

[35, 72, 73, 76, 93, 96, 99, 100, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 171, 248, 251, 252, 253, 254, 269]	osiowa sym.	2.0-3.0	3-7	
[66, 167, 251, 252, 253, 254, 273]			7.1-10	
[68, 70, 242, 248]		4.1-6	5-7	
[45, 72, 73, 76, 93, 96, 99, 100, 195, 209, 210, 215, 247, 250]			7-10	
[99, 167, 179, 247, 250]			>10	
[242]		5.8	8.4	
[37]		5.5	18	
[249]		7.0	6	
[257]		7.7	9.1	
[276]		7.5	15	
[24]		8.0	5	
[23, 72, 73, 76, 93, 96, 99, 100]		10-15	10-20	
[264]			32	
[72, 73, 76, 93, 96, 99, 100, 251, 252, 253, 254]		15-20	30-40	
[72, 73, 76, 93, 96, 99, 100]		>40	>50	
[22, 23, 118, 119, 206]		>100	>55	

1.4. Uzasadnienie wyboru i krótka charakterystyka stosowanych w pracy modeli konstytutywnych gruntów

Rozważając podstawowe zagadnienia kontaktowe, wchodzące w zakres przedstawianej pracy, w aspekcie oceny osiadań bezwzględnych oraz różnic osiadań można przyjąć, zgodnie z powszechnie w świecie uznawaną praktyką, że dla analiz o charakterze inżynierskim (lecz nie tylko) rozpoznanie podłoża wiąże się z oszacowaniem deformacyjnych charakterystyk gruntu, którymi są moduły odkształcenia pierwotnego E_o i wtórnego E oraz współczynnik Poissona ν. Przy zamianie postępowania „klasycznego", dotyczącego powyższych zagadnień (szczególnie problemów wymagających bardziej rozbudowanych badań) na analizy numeryczne widoczna jest tendencja do stosowania „rozsądnie prostych" modeli konstytutywnych gruntu, co sprowadza się zazwyczaj do opisu sprężysto-idealnie plastycznego ze stowarzyszonym prawem płynięcia.

Należy jednak zwrócić uwagę na coraz większe, wynikające z rozwoju oprogramowania oraz dostępności informacji o sposobach określania parametrów materiałowych, możliwości wykorzystania w powyższych zagadnieniach modeli dostatecznie prostych, lecz skuteczniej aniżeli sprężysty lub sprężysto-idealnie plastyczne opisujących istotne właściwości gruntu. Za modele takie uznano w pracy modele stanu krytycznego (w wersji pierwotnej) Cam-Clay i Modified Cam-Clay, wykorzystujące doświadczalnie stwierdzone logarytmiczne zależności wskaźnika porowatości od efektywnego naprężenia średniego w stanie normalnej konsolidacji i w pierwszej fazie odprężenia. Cecha powyższa jest dobrym prognostykiem

właściwego sprzęgnięcia w obliczeniach sztywności podłoża z wymiarami, kształtem i wartością obciążenia fundamentów konstrukcji. Kolejną cechą modeli stanu krytycznego (przedstawioną w rozdziale 2 i potwierdzoną w analizach przeprowadzonych w rozdziałach 4 i 5), niezwykle istotną przy tworzeniu numerycznych modeli obliczeniowych, jest jednoznaczność obszaru współpracy fundamentu budowli z podłożem gruntowym.

Ostatecznie przyjęto zatem do badań modele dwóch grup, grupy **A** i grupy **B** (rys. 1.3), analizując możliwości i problemy, jakie stwarzają modele tych grup, o różnej filozofii opisu odpowiedzi materiału na obciążenie w analizach zagadnień brzegowych konstrukcja – podłoże gruntowe.

W grupie modeli konstytutywnych **A** zawarto:

- model liniowej sprężystości (e), oraz

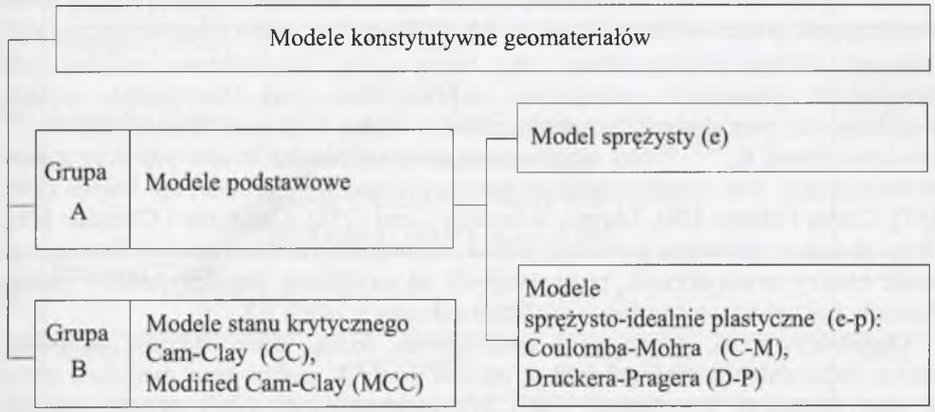
modele sprężysto-idealnej plastyczności (e-p) ze stowarzyszonym prawem płynięcia:

- Coulomba-Mohra (C-M),
- Druckera-Pragera (D-P).

W grupie modeli konstytutywnych **B** zawarto modele stanu krytycznego:

- Cam-Clay (CC),
- Modified Cam-Clay (MCC).

Rejestrowane w badaniach laboratoryjnych charakterystyczne zależności naprężenie -odkształcenie ukazują, że zachowanie gruntu w całym zakresie obciążenia nie jest zgodne z liniową sprężystością. Zachowanie rzeczywistego masywu gruntowego wykazuje jednakże, w zależności od istniejących warunków, ogromną rozmaitość odpowiedzi na obciążenie przekazywane z fundamentu pozorując nieraz nawet przy podłożach silnie odkształcalnych liniową zależność funkcji obciążenie – osiadanie. Z opisem obserwacji liniowego charakteru funkcji osiadań gruntu słabo do średnio prekonsolidowanych można spotkać się w literaturze [238, 136, 19]. Niezależnie jednak od charakteru zależności *Q-s* inżynier może ocenić pełniej zachowanie podłoża analizując numerycznie ścieżki odpowiedzi na obciążenie w przestrzeni niezmienników (p,q,θ), jak pokazano w [72, 76, 91, 99].



Rys. 1.3. Grupy stosowanych w pracy modeli konstytutywnych gruntu
Fig. 1.3. Constitutive models for the two applied groups

Ogólnie, rozważając możliwości obliczeniowe wybieranego do analiz modelu konstytutywnego, oddziela się bardzo często:

- możliwości numerycznego odtworzenia (lub ich brak) obserwowanych w laboratorium zachowań gruntu przez dany model konstytutywny od
- rzeczywistych, utylitarnych potrzeb odnoszonych do konkretnego zadania brzegowego.

Podejście takie wynika głównie z przyznawania pierwszeństwa modelom pozornie łatwym do parametrycznego zinterpretowania w analizach inżynierskich, jak np. modele (e-p), które w swym fundamentalnym zapisie bazują (poza strefą sprężystą) jedynie na wytrzymałościowym opisie pracy materiału.

Modele rozbudowane (za które uznano tu modele grupy **B**) wymagają natomiast rozważenia zarówno badań wytrzymałościowych prowadzących do zniszczenia, jak również znajomości charakterystyk ścinania i dylatacji (rys. 1.4). Prawidłowe ich zastosowanie wymaga również odtworzenia historii obciążenia analizowanego podłoża. Oprócz oszacowania – na drodze badań laboratoryjnych lub badań in situ – wartości parametrów określających cechy fizyczno-mechaniczne gruntu (λ, lub C_c, κ, lub C_s, ϕ, lub M, ν, γ, w, e_{cs} lub Γ) konieczne jest także zdefiniowanie stanu in situ przez określenie rozkładu naprężenia w przeszłości i w chwili obecnej.

Badania laboratoryjne prowadzące do wyspecyfikowania parametrów omawianych modeli grupy **B** uważa się za badania standardowe. Specyfikacja parametrów na podstawie badań in situ wymaga natomiast zastosowania dodatkowych procedur obliczeniowych, np. metody analizy wstecznej. Opisy procedury badań oraz wyniki podają m.in. Potts i Ganendra [220], Kovacevic, Potts i Vaughan [177], Gryczmański i inni [49,50], de Almeida i Bruger [39], Hinchberger i Rowe [155, 156, 227], Newson, Bransby i Kainourgiaki [204], Grammatikopoulou [137], Bauduin, de Vos i Vermeer [21].

Dobrze udokumentowane wyniki badań, z których wybrane podano w tabeli 1.2, pozwoliły na przyjęcie w pracy do badań numerycznych nad zachowaniem układów (B)-(P) właściwego materiału, spełniającego postulaty modeli CC i MCC.

Stan naprężenia in situ definiowany jest na ogół w analizach numerycznych przez współczynnik prekonsolidacji ($R_o=p_c/p_o$ lub $OCR=\sigma_{vc}/\sigma_{vo}$; gdzie odpowiednio p_c, p_o – ciśnienie średnie prekonsolidacji oraz bieżące, σ_{vc}, σ_{vo} – wartości największych składowych pionowych naprężenia w przeszłości oraz bieżących), a także współczynniki parcia geostatycznego gruntu w stanie normalnej konsolidacji $K_o^{(NC)}$ i prekonsolidacji $K_o^{(OC)}$. Próby określenia na podstawie badań in situ współczynników prekonsolidacji oraz współczynników parcia czyniono wielokrotnie, np. Mayne [196, 197], Cheng i Mayne [54], Mayne, Schneider i inni [228], Cotecchia i Chandler [59]. Duża złożoność problemu powoduje jednak, że w praktyce obliczeniowej funkcjonuje wiele empirycznych formuł, pozwalających na określenie współczynników parcia. Formuły najczęściej stosowane w analizach zebrano w tabeli 1.3.

Charakterystyczną, wymagającą podkreślenia, cechą, która odróżnia w sposób istotny zachowanie modeli grupy **B** od modeli grupy **A**, jest to, że:w modelach grupy **B** stan normalnej konsolidacji (NC) lub prekonsolidacji (OC) gruntu – poprzez sprzęgnięcie stanu in situ z obszarem zmian wskaźnika porowatości gruntu e oraz wartościami ciśnienia hydrostatycznego p' – odciska automatycznie wpływ na odkształceniowej odpowiedzi obciążanego modelu podłoża.

Tabela 1.2

*Przykładowe parametry modeli grupy **B***

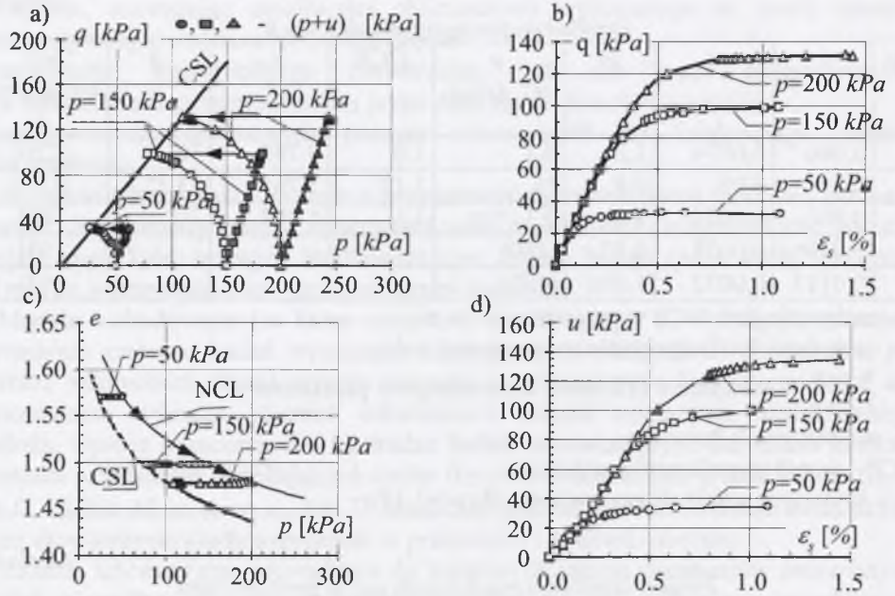
Lp.	λ	κ	M	ν (G, MPa)	OCR	e_{cs}	ϕ	poz. bibliografi i
A	0.066	0.0074	1.2	0.3	1.0	0.788	30°	[220]
B	0.25	0.05	0.9	18	1.12	2.765	23.3°	[177]
C	0.066	0.0074	1.2	0.3 (10)	1.5	1.788	30°	[49]
D	0.0296	0.0078	0.97	(180)	-	-	-	[50]
E	0.0117	0.0072	1.056	(192)	-	-	-	[50]

λ – nachylenie linii NCL w przestrzeni e–$\ln p'$,
κ – nachylenie linii odprężenia w przestrzeni e–$\ln p'$,
$M=\frac{6\cdot sin\phi}{3-sin\phi}$ – nachylenie linii stanu krytycznego w przestrzeni p'–q,
ν – współczynnik Poissona,
OCR – współczynnik prekonsolidacji,
e_{cs} – krytyczny wskaźnik porowatości dla $p'=1$ kPa

Tabela 1.3

Formuły określające współczynniki parcia geostatycznego

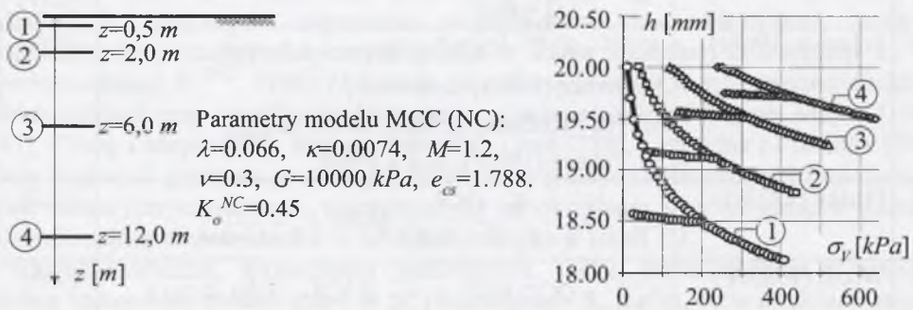
Lp.	Postać formuły		poz. biblio-grafii
1	Teoria sprężystości	$K_o=\frac{\nu}{1-\nu}$	
2	Jàky (1944r)	$K_o^{(NC)}=\left(1+\frac{2}{3}sin\phi\right)\left(\frac{1-sin\phi}{1+sin\phi}\right)$ przybliżone.: $K_o^{(NC)}=1-sin\phi$	[164]
3	Brooker i Ireland (1965r)	dla gruntów spoistych: $K_o^{(NC)}=0.95-sin\phi$	[38]
5	Simpson (1992r)	$K_o^{(NC)}=\frac{\sqrt{2}-sin\phi}{\sqrt{2}+sin\phi}$	[237]
6	Schmidt (1966r)	$K_o^{(OC)}=K_o^{(NC)}\cdot[OCR]^{\alpha}$ gdzie $\alpha=1.2\cdot sin\phi_{cr}$, Meyerhof (1976r) $\Rightarrow \alpha=0.5$, Mayne i Kulhawy (1982r) $\Rightarrow a=sin\phi_{cr}$, Al-Tabbaa (1987r) $\Rightarrow \alpha=0.464$,	[229]
7	Pruška (1973r)	$K_o^{(OC)}=\frac{\sqrt{K_a}\cdot OCR}{1-K_a\cdot(1-OCR)}$ gdzie $K_a=\frac{1-sin\phi}{1+sin\phi}$	[225]
8	Wroth (1985r)	$K_o^{(OC)}=OCR\cdot K_o^{(NC)}-\frac{\nu}{1-\nu}\cdot(OCR-1)$ dla $OCR\leq 4$	[268]
9	Mayne i Kulhawy (1982r)	$K_o^{(OC)}=(1-sin\phi)\cdot OCR^{sin\phi}$	[197]



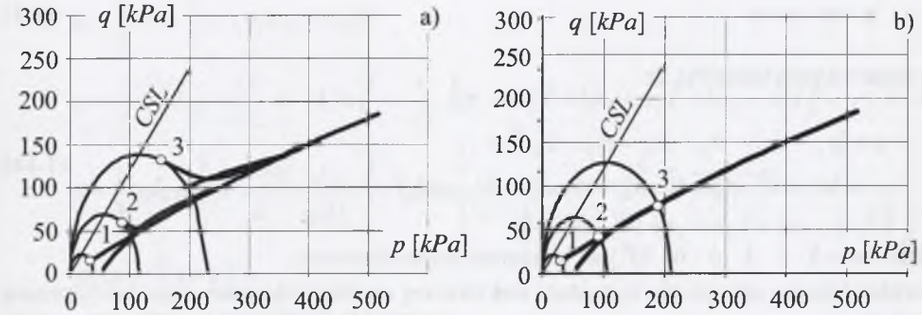
Rys. 1.4. Grunt (NC) – numeryczna symulacja badań trójosiowych bez drenażu
Fig. 1.4. Subsoil (NC) – numerical simulation of the undrainage triaxial tests

Możliwości, jakie przy względnej prostocie opisu dają modele grupy **B** przy odtwarzaniu podstawowych zachowań gruntu, pokazano na przykładowych rysunkach 1.4÷1.6.

Na rysunku 1.4 przedstawiono obraz pracy gruntu normalnie skonsolidowanego w badaniach trójosiowych bez drenażu, jaki otrzymano w modelu MCC (NC) (implementacja – Crisp93 [36]), zadowalająco odtwarzając charakter wyników badań laboratoryjnych podanych w [177].



Rys. 1.5. Badania numeryczne zachowania próbek gruntu (NC) w jednoosiowym stanie odkształcenia
Fig. 1.5. Axi-symmetrical strain – testing of the subsoil (NC) numerical samples



Rys. 1.6. Proces konsolidacji po $K_o^{(NC)}$ numerycznych próbek gruntu z rys. 1.5
Fig. 1.6. $K_o^{(NC)}$–consolidation process for numerical subsoil samples

Rysunek 1.5 tworzy obraz reakcji gruntu normalnie skonsolidowanego w badaniach w jednoosiowym stanie odkształcenia numerycznych próbek (opisanych modelem MCC (NC)), „pobranych" z różnych głębokości i poddanych obciążeniu, odciążeniu oraz ponownemu obciążeniu.

Kontynuację powyższych badań pokazano na rys. 1.6, przedstawiając realizację ścieżek naprężenia (p,q) w procesie konsolidacji po linii $K_o^{(NC)}$ numerycznych próbek (1), (2), (3) z rys. 1.5. Na rysunku pokazano wrażliwość numerycznej odpowiedzi modelu MCC (NC) – ujawnionej w fazie doprowadzania próbek gruntu do stanu ich naturalnego zalegania, przed realizacją wzrostu obciążenia pionowego. Zaburzona numerycznie ścieżka (p,q) na rys.1.6a odpowiada realizacji $K_o^{(NC)}$ wg wzoru uproszczonego: $K_o^{(NC)} = 0.95\text{-}sin(\phi)$. Ścieżka (p,q) na rys.1.6b powstała natomiast przy wartości $K_o^{(NC)}$ zgodnej ze związkiem (1.22): $\delta\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}^{e-p} \cdot \delta\boldsymbol{\varepsilon}$ (podrozdział 1.5).

1.5. Opis modeli konstytutywnych grup A i B

Do analitycznego opisu modeli sprężysto-plastycznego zachowania się gruntu, a także modeli stanu krytycznego wykorzystuje się na ogół zapis tensorowy. W niniejszym opracowaniu zastosowano zapis macierzowy. Przedstawiając tensor naprężenia oraz przyrost tensora naprężenia w postaci wektora w przestrzeni naprężeń napiszemy:

$$\boldsymbol{\sigma} = \{\sigma_{11} \quad \sigma_{22} \quad \sigma_{33} \quad \sigma_{12} \quad \sigma_{23} \quad \sigma_{31}\}^T \tag{1.1}$$

oraz

$$\delta\boldsymbol{\sigma} = \{\delta\sigma_{11} \quad \delta\sigma_{22} \quad \delta\sigma_{33} \quad \delta\sigma_{12} \quad \delta\sigma_{23} \quad \delta\sigma_{31}\}^T \tag{1.2}$$

Wielofazowość gruntu znajduje swoje odbicie w zasadzie rozdziału naprężenia całkowitego $\boldsymbol{\sigma}$ na naprężenie efektywne $\boldsymbol{\sigma}'$ (działające na szkielet) i ciśnienie wody w porach gruntu u, według propozycji Tarzaghiego:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}' + u \cdot \mathbf{m} \tag{1.3}$$

co oznacza przykładowo, że

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\sigma} &= \{\sigma_{11} \quad \sigma_{22} \quad \sigma_{33} \quad \sigma_{12} \quad \sigma_{23} \quad \sigma_{31}\}^T = \\ &= \{\sigma'_{11} + u \quad \sigma'_{22} + u \quad \sigma'_{33} + u \quad \sigma'_{12} \quad \sigma'_{23} \quad \sigma'_{31}\}^T\end{aligned} \tag{1.1a}$$

gdzie: $\mathbf{m} = \{1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0\}^T$ jest wektorem jednostkowym.
Rozkład tensora naprężenia w postaci wektorowej na część aksjatorową i dewiatorową ma postać:

$$\boldsymbol{\sigma} = p\,\mathbf{m} + \mathbf{s} \tag{1.4}$$

gdzie: $p = \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})$ - naprężenia średnie (hydrostatyczne),

$$\mathbf{s} = \{s_{11} \quad s_{22} \quad s_{33} \quad s_{12} \quad s_{23} \quad s_{31}\}^T = \{\sigma_{11} - p \quad \sigma_{22} - p \quad \sigma_{33} - p \quad \sigma_{12} \quad \sigma_{23} \quad \sigma_{31}\}^T$$

reprezentuje dewiator tensora naprężenia.
Niezmienniki tensora naprężenia oraz dewiatora naprężenia zapisane za pomocą współrzędnych tensora naprężenia oraz przez składowe główne naprężenia σ_1, σ_2, σ_3 przyjmą postać:
- pierwszy niezmiennik stanu naprężenia:

$$I_1 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3, \tag{1.5}$$

- drugi J_{2D} i trzeci J_{3D} niezmiennik dewiatora naprężenia:

$$\begin{aligned}J_{2D} &= -\frac{1}{6}\cdot\left[(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6\cdot(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2)\right] \\ &= -\frac{1}{6}\cdot\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right]\end{aligned} \tag{1.6}$$

$$\begin{aligned}J_{3D} &= \frac{2}{27}\cdot(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})^3 + \frac{1}{3}\cdot(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})\cdot(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2) - \\ &- \frac{1}{3}\cdot(\sigma_{11}^2\cdot\sigma_{22} + \sigma_{11}^2\cdot\sigma_{33} + \sigma_{22}^2\cdot\sigma_{11} + \sigma_{22}^2\cdot\sigma_{33} + \sigma_{33}^2\cdot\sigma_{11} + \sigma_{33}^2\cdot\sigma_{22}) - \\ &- \sigma_{12}^2\cdot\sigma_{11} + \sigma_{31}^2\cdot\sigma_{22} + \sigma_{12}^2\cdot\sigma_{33} + 2\cdot\sigma_{12}\cdot\sigma_{23}\cdot\sigma_{31} \\ &= \frac{1}{27}\cdot(2\cdot\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3)\cdot(\sigma_1 + \sigma_2 - 2\cdot\sigma_3)\cdot(\sigma_1 - 2\cdot\sigma_2 + \sigma_3)\end{aligned} \tag{1.7}$$

W mechanice gruntów najczęściej korzysta się z niezmienników stanu naprężenia w postaci:

$$p = \frac{1}{3}\cdot I_1 = \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}),$$

$$q = \sqrt{-3\cdot J_{2D}} = \left(\frac{3}{2}\cdot\mathbf{s}^T\cdot\mathbf{T}\cdot\mathbf{s}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right]^{\frac{1}{2}}, \tag{1.8}$$

$$\theta = \frac{1}{3}\cdot arcsin\left[-\frac{3\cdot\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{J_{3D}}{\sqrt{J_{3D}^3}}\right] = arcsin\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{2\cdot\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right]^{\frac{1}{2}}}\right]$$

przy $-\frac{\pi}{6} \le \theta \le \frac{\pi}{6}$

oraz ze związków odwrotnych w postaci:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= p + \frac{2}{3}\cdot q\cdot sin\left(\theta + \frac{2\cdot\pi}{3}\right), \\ \sigma_2 &= p + \frac{2}{3}\cdot q\cdot sin(\theta), \\ \sigma_3 &= p + \frac{2}{3}\cdot q\cdot sin\left(\theta + \frac{4\cdot\pi}{3}\right),\end{aligned} \tag{1.9}$$

gdzie macierz $\mathbf{T}$=diag[1,1,1,2,2,2] zapewnia zgodność pomiędzy notacją tensorową i macierzową.

Podobnie przedstawiamy stan odkształcenia. Tensor odkształcenia oraz przyrost tensora odkształcenia zapisany w przestrzeni odkształceń w postaci wektora przyjmie postać:

$$\varepsilon = \{\varepsilon_{11} \quad \varepsilon_{22} \quad \varepsilon_{33} \quad \gamma_{12} \quad \gamma_{23} \quad \gamma_{31}\}^T \tag{1.10}$$

oraz

$$\delta\varepsilon = \{\delta\varepsilon_{11} \quad \delta\varepsilon_{22} \quad \delta\varepsilon_{33} \quad \delta\gamma_{12} \quad \delta\gamma_{23} \quad \delta\gamma_{31}\}^T \tag{1.11}$$

Rozkład tensora odkształcenia na część aksjatorową i dewiatorową można zapisać:

$$\varepsilon = \varepsilon_v\,\mathbf{m} + \mathbf{e} \tag{1.12}$$

gdzie
$\varepsilon_v = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$ - przedstawia odkształcenie objętościowe,
$\mathbf{m} = \{1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0\}^T$ - jest wektorem jednostkowym, a

$$\mathbf{e} = \{e_{11} \quad e_{22} \quad e_{33} \quad e_{12} \quad e_{23} \quad e_{31}\}^T = \left\{\varepsilon_{11} - \frac{1}{3}\cdot\varepsilon_v \quad \varepsilon_{22} - \frac{1}{3}\cdot\varepsilon_v \quad \varepsilon_{33} - \frac{1}{3}\cdot\varepsilon_v \quad \gamma_{12} \quad \gamma_{23} \quad \gamma_{31}\right\}^T$$

reprezentuje dewiator tensora odkształcenia.
W mechanice gruntów najczęściej wykorzystywane są niezmienniki stanu odkształcenia (korespondujące z inwariantami naprężenia q, p, θ) w postaci:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \tag{1.13}$$

$$\varepsilon_s = \sqrt{-\frac{4}{3}\cdot I_{2D}} = \left(\frac{2}{3}\cdot \mathbf{e}^T\cdot\mathbf{R}\cdot\mathbf{e}\right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3}\cdot\left[(\varepsilon_{11}-\varepsilon_{22})^2+(\varepsilon_{22}-\varepsilon_{33})^2+(\varepsilon_{33}-\varepsilon_{11})^2+\frac{3}{2}\cdot\left(\gamma_{12}^2+\gamma_{23}^2+\gamma_{31}^2\right)\right]^{\frac{1}{2}} = \tag{1.14}$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{3}\cdot\left[(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^2+(\varepsilon_2-\varepsilon_3)^2+(\varepsilon_3-\varepsilon_1)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\theta_\varepsilon = \frac{1}{3}\cdot arcsin\left(-4\cdot\frac{I_{3D}}{\varepsilon_s^3}\right) = arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{2\cdot\varepsilon_2-\varepsilon_1-\varepsilon_3}{\left[(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^2+(\varepsilon_2-\varepsilon_3)^2+(\varepsilon_3-\varepsilon_1)^2\right]^{\frac{1}{2}}}\right) \tag{1.15}$$

przy $-\frac{\pi}{6}\le\theta_\varepsilon\le\frac{\pi}{6}$

gdzie ε_v ε_s θ_ε oznaczają kolejno małe odkształcenia objętościowe, intensywność odkształcenia oraz odkształceniowy kąt Lodego, wartości ε_1, ε_2, ε_3 oznaczają wartości główne tensora odkształcenia, a macierz $\mathbf{R} = diag\left[1,1,1,\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$ zapewnia zgodność pomiędzy notacją tensorową a macierzową.

Rozważa się ogólny model sprężysto-plastyczny ciała opisany funkcją plastyczności $f(\boldsymbol{\sigma};\kappa^{(i)})=f(\mathbf{p},\mathbf{q};\kappa^{(i)})$ i potencjałem plastycznym $g(\boldsymbol{\sigma};\kappa^{(i)})=g(\mathbf{p},\mathbf{q};\kappa^{(i)})$, scharakteryzowany przez niestowarzyszone prawo płynięcia i izotropowe wzmocnienie wyrażone w funkcji plastycznego odkształcenia objętościowego. Model taki opisuje się układem równań (1.16)÷(1.20) w postaci:

- prawo addytywności odkształceń

$$\delta\boldsymbol{\varepsilon} = \delta\boldsymbol{\varepsilon}^e + \delta\boldsymbol{\varepsilon}^p \tag{1.16}$$

- prawo sprężystości

$$\delta\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}^e\cdot\delta\boldsymbol{\varepsilon}^e \tag{1.17}$$

- prawo płynięcia:

a) niestowarzyszone $\quad \delta\boldsymbol{\varepsilon}^p = \mathbf{a}_g\cdot\delta\lambda = \left\{\frac{\partial g}{\partial\boldsymbol{\sigma}}\right\}\cdot\delta\lambda \quad$ (1.18a)

b) stowarzyszone $\quad \delta\boldsymbol{\varepsilon}^p = \mathbf{a}_f\cdot\delta\lambda = \left\{\frac{\partial f}{\partial\boldsymbol{\sigma}}\right\}\cdot\delta\lambda \quad$ (1.18b)

gdzie gradient funkcji plastyczności (zwrócony na zewnątrz i normalny do powierzchni plastyczności) ma postać:

$$\mathbf{a}_f = \left\{\frac{\partial f}{\partial\boldsymbol{\sigma}}\right\} = \left\{\frac{\partial f}{\partial\mathbf{p}}\cdot\frac{\partial\mathbf{p}}{\partial\boldsymbol{\sigma}}+\frac{\partial f}{\partial\mathbf{q}}\cdot\frac{\partial\mathbf{q}}{\partial\boldsymbol{\sigma}}\right\}^T = \left\{\frac{\partial f}{\partial\sigma_{11}}\quad\frac{\partial f}{\partial\sigma_{22}}\quad\frac{\partial f}{\partial\sigma_{33}}\quad\frac{\partial f}{\partial\sigma_{12}}\quad\frac{\partial f}{\partial\sigma_{23}}\quad\frac{\partial f}{\partial\sigma_{31}}\right\}^T, \tag{1.18c}$$

a gradient potencjału plastycznego

$$\mathbf{a}_g = \left\{\frac{\partial g}{\partial\boldsymbol{\sigma}}\right\} = \left\{\frac{\partial g}{\partial\mathbf{p}}\cdot\frac{\partial\mathbf{p}}{\partial\boldsymbol{\sigma}}+\frac{\partial g}{\partial\mathbf{q}}\cdot\frac{\partial\mathbf{q}}{\partial\boldsymbol{\sigma}}\right\}^T \left\{\frac{\partial g}{\partial\sigma_{11}}\quad\frac{\partial g}{\partial\sigma_{22}}\quad\frac{\partial g}{\partial\sigma_{33}}\quad\frac{\partial g}{\partial\sigma_{12}}\quad\frac{\partial g}{\partial\sigma_{23}}\quad\frac{\partial g}{\partial\sigma_{31}}\right\}^T \tag{1.18d}$$

- warunek zgodności:

$$d\mathbf{f} = \left\{\frac{\partial f}{\partial\boldsymbol{\sigma}}\right\}^T\cdot\delta\boldsymbol{\sigma}+\frac{\partial f}{\partial\kappa^{(i)}}\cdot\delta\kappa^{(i)} = \mathbf{0} \tag{1.19}$$

- funkcja wzmocnienia:

$$\delta\kappa^{(i)} = \left\{\mathbf{f}(\boldsymbol{\varepsilon}^p)\right\}^T\cdot\delta\boldsymbol{\varepsilon}^p \tag{1.20}$$

Układem równań (1.16)÷(1.20) opisuje się zachowanie się materiału sprężysto-plastycznego pod obciążeniem aktywnym. Z układu tego wyznaczamy przyrostowe związki konstytutywne dla materiału. Wstawiając do (1.19) przyrost naprężenia $\delta\boldsymbol{\sigma}$ wyznaczony z (1.16) na podstawie (1.18) oraz przyrost parametru wzmocnienia z równania (1.20), otrzymamy mnożnik skalarny:

$$\delta\lambda = \frac{\mathbf{a}_f^T\cdot\mathbf{D}^e\cdot\delta\boldsymbol{\varepsilon}}{\mathbf{a}_f^T\cdot\mathbf{D}^e\cdot\mathbf{a}_g+K_f} \tag{1.21}$$

co pozwala już wyznaczyć z (1.17) związki konstytutywne w postaci:

$$\delta\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}^e\cdot\left(\delta\boldsymbol{\varepsilon}-\delta\boldsymbol{\varepsilon}^p\right) = \mathbf{D}^{ep}\cdot\delta\boldsymbol{\varepsilon} = \left(\mathbf{D}^e-\mathbf{D}^p\right)\cdot\delta\boldsymbol{\varepsilon} = \left(\mathbf{D}^e-\frac{\mathbf{D}^e\cdot\mathbf{a}_g\cdot\mathbf{a}_f^T\cdot\mathbf{D}^e}{\mathbf{a}_f^T\cdot\mathbf{D}^e\cdot\mathbf{a}_g+K_f}\right)\cdot\delta\boldsymbol{\varepsilon} \tag{1.22}$$

gdzie moduł wzmocnienia K_f przyjmuje postać:

$$K_f = \frac{\partial f}{\partial\kappa}\cdot\left\{\mathbf{f}(\boldsymbol{\varepsilon}^p)\right\}^T\cdot\mathbf{a}_g \tag{1.23}$$

W przypadku zastosowania stowarzyszonego prawa płynięcia w zależnościach (1.21)÷(1.23) należy przyjąć, że $f=g$ oraz $\mathbf{a}_g = \mathbf{a}_f$ i wówczas mamy:

- mnożnik skalarny ma postać:

$$\delta\lambda = \frac{\mathbf{a}_f^T\cdot\mathbf{D}^e\cdot\delta\boldsymbol{\varepsilon}}{\mathbf{a}_f^T\cdot\mathbf{D}^e\cdot\mathbf{a}_f+K_f} \tag{1.21a}$$

- równanie konstytutywne

$$\delta\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}^{ep}\cdot\delta\boldsymbol{\varepsilon} = \left(\mathbf{D}^e-\mathbf{D}^p\right)\cdot\delta\boldsymbol{\varepsilon} = \left(\mathbf{D}^e-\frac{\mathbf{D}^e\cdot\mathbf{a}_f\cdot\mathbf{a}_f^T\cdot\mathbf{D}^e}{\mathbf{a}_f^T\cdot\mathbf{D}^e\cdot\mathbf{a}_f+K_f}\right)\cdot\delta\boldsymbol{\varepsilon} \tag{1.22a}$$

oraz moduł wzmocnienia

$$K_f = \frac{\partial f}{\partial \kappa} \cdot \{\mathbf{f}(\boldsymbol{\varepsilon}^p)\}^T \cdot \mathbf{a}_f \tag{1.23a}$$

Obciążenie, odciążenie i stan neutralny identyfikowane są analitycznie poprzez odpowiednie warunki:

$$\begin{aligned} &\delta\lambda > 0 \\ &\delta\lambda < 0 \\ &\delta\lambda = 0 \end{aligned} \tag{1.24}$$

We wzorach (1.17) oraz (1.21)÷(1.23) i (1.21a)÷(1.23a) w przypadku izotropii macierz sprężysta ma postać:

$$\mathbf{D}^e = \begin{bmatrix} K_{et} + \frac{4}{3}\cdot G_{et} & K_{et} - \frac{2}{3}\cdot G_{et} & K_{et} - \frac{2}{3}\cdot G_{et} & 0 & 0 & 0 \\ K_{et} - \frac{2}{3}\cdot G_{et} & K_{et} + \frac{4}{3}\cdot G_{et} & K_{et} - \frac{2}{3}\cdot G_{et} & 0 & 0 & 0 \\ K_{et} - \frac{2}{3}\cdot G_{et} & K_{et} - \frac{2}{3}\cdot G_{et} & K_{et} + \frac{4}{3}\cdot G_{et} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{et} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{et} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{et} \end{bmatrix} \tag{1.25}$$

przy czym K_{et} i G_{et} są to styczny moduł ściśliwości oraz styczny moduł ścinania zdefiniowane następująco:

$$K_{et} = \left.\frac{\partial p}{\partial \varepsilon_v^e}\right|_{\delta q=0} \qquad \text{oraz} \qquad G_{et} = \frac{1}{3}\cdot\left.\frac{\delta q}{\partial \varepsilon_s^e}\right|_{\delta p=0} \tag{1.26}$$

Część plastyczna D^p macierzy sprężysto- plastycznej D^{ep} ma natomiast postać:

$$\mathbf{D}^p = -\frac{1}{H}\cdot \begin{bmatrix} H_{11}^2 & H_{11}\cdot H_{22} & H_{11}\cdot H_{33} & H_{11}\cdot H_{12} & H_{11}\cdot H_{23} & H_{11}\cdot H_{31} \\ H_{22}\cdot H_{11} & H_{22}^2 & H_{22}\cdot H_{33} & H_{22}\cdot H_{12} & H_{22}\cdot H_{23} & H_{22}\cdot H_{31} \\ H_{33}\cdot H_{11} & H_{33}\cdot H_{22} & H_{33}^2 & H_{33}\cdot H_{12} & H_{33}\cdot H_{23} & H_{33}\cdot H_{31} \\ H_{12}\cdot H_{11} & H_{12}\cdot H_{22} & H_{12}\cdot H_{33} & H_{12}^2 & H_{12}\cdot H_{23} & H_{12}\cdot H_{31} \\ H_{23}\cdot H_{11} & H_{23}\cdot H_{22} & H_{23}\cdot H_{33} & H_{23}\cdot H_{12} & H_{23}^2 & H_{23}\cdot H_{31} \\ H_{31}\cdot H_{11} & H_{31}\cdot H_{22} & H_{31}\cdot H_{33} & H_{31}\cdot H_{12} & H_{31}\cdot H_{23} & H_{31}^2 \end{bmatrix} \tag{1.27}$$

gdzie funkcje H_{ij} oraz H określono osobno dla każdego z analizowanych modeli poniżej.

Model Cam-Clay

W modelu Cam-Clay stosowane jest stowarzyszone prawo płynięcia (1.18b). Funkcja plastyczności ma postać:

$$f = q + M\cdot p\cdot ln\left(\frac{p}{p_c}\right) = 0, \tag{1.28}$$

a prawo wzmocnienia zależne od plastycznych zmian objętości ma postać:

$$\delta p_c = p_o\cdot exp\left(\frac{(1+e_o)\cdot\varepsilon_v^p}{\lambda-\kappa}\right)\cdot\delta\varepsilon_v^p \tag{1.29}$$

Wyznaczając gradient $\mathbf{a}_f$ ze wzoru (1.18c), otrzymamy ze wzoru (1.23a) moduł wzmocnienia K_f w postaci:

$$K_f = -exp\left(\frac{(1-e_o)\cdot\varepsilon_v^p}{(\lambda-\kappa)}\right)\cdot M^2\cdot p\cdot\left(1+ln\left(\frac{p}{p_c}\right)\right) \tag{1.30}$$

Wykonując teraz działania określone wzorami (1.21a)÷(1.23a), otrzymamy macierz $\mathbf{D}^p$ w postaci (1.27), gdzie:

$$H_{ij} = \frac{1}{q}\cdot\left[3\cdot G\cdot s_{ij} + K\cdot M\cdot q\cdot\left(1+ln\left(\frac{p}{p_c}\right)\right)\cdot\delta_{ij}\right] \tag{1.31}$$

$$H = 3\cdot G + K\cdot M^2\cdot\left(1+ln\left(\frac{p}{p_c}\right)\right) + \frac{1}{\kappa-\lambda}\cdot\left[(1-e_o)\cdot M^4\cdot p\cdot(2\cdot p-p_c)\cdot p_o\right] \tag{1.32}$$

gdzie δ_{ij} jest deltą Kroneckera.

Model Modified Cam-Clay

W modelu Modified Cam-Clay stosowane jest również stowarzyszone prawo płynięcia (1.18b) oraz prawo wzmocnienia (1.29). Funkcja plastyczności ma tutaj postać:

$$f = q^2 + M^2\cdot(p-p_c)\cdot p = 0 \tag{1.33}$$

Moduł wzmocnienia ma teraz postać:

$$K_f = -\frac{(1-e_o)\cdot M^4\cdot p\cdot(2\cdot p-p_c)\cdot p_o}{\lambda-\kappa} \tag{1.34}$$

Wykonując natomiast działania określone wzorami (1.21a)÷(1.23a), otrzymamy

macierz $\mathbf{D}^p$ w postaci (1.27), gdzie:

$$H_{ij} = 6 \cdot G_{et} \cdot s_{ij} + K_{et} \cdot M^2 \cdot (2 \cdot p - p_c) \cdot \delta_{ij} \tag{1.35}$$

$$H = 36 \cdot G_{et} \cdot J_{2D} + K_{et} \cdot M^4 \cdot (2 \cdot p - p_c)^2 + K_f \tag{1.36}$$

gdzie oznaczono moduły $K_{et} = \frac{(1+e_o) \cdot p}{\kappa}$ oraz $G_{et} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1-2\nu}{1+\nu} \cdot K_{et}$

Model Druckera-Pragera

W modelu Druckera-Pragera stosowane jest stowarzyszone prawo płynięcia (1.18b). Funkcja plastyczności ma postać:

$$f = \alpha \cdot I_1 + \sqrt{J_{2D}} - k_1 = 0, \tag{1.37}$$

lub

$$f = 3 \cdot p \cdot \alpha + \frac{q}{\sqrt{3}} - k_1 = 0, \tag{1.38}$$

a moduł wzmocnienia K_f=0. Wobec tego ze wzorów (1.21a)÷(1.23a) otrzymamy macierz $\mathbf{D}^p$ w postaci (1.27), gdzie:

$$H_{ij} = \frac{G \cdot s_{ij}}{\sqrt{J_{2D}}} + 3 \cdot K \cdot \alpha \cdot \delta_{ij} \tag{1.39}$$

$$H = G + 9 \cdot \alpha^2 \cdot K \tag{1.40}$$

we wzorach (1.39) i (1.40) oznaczono $\alpha = \frac{2 \cdot \sin\phi}{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin\phi)}$ oraz $k_1 = \frac{6 \cdot c \cdot \cos\phi}{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin\phi)}$, natomiast ϕ – jest kątem tarcia wewnętrznego gruntu, c – jest spójnością, E – jest modułem odkształcenia ogólnego, a ν – jest współczynnikiem Poissona, oraz $K = \frac{E}{3 \cdot (1 - 2\nu)}$ i $G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$.

Model Coulomba-Mohra

W modelu Coulomba-Mohra stosowane jest stowarzyszone prawo płynięcia (1.18b). Funkcja plastyczności ma postać:

$$f = \frac{I_1}{3} \cdot \sin\phi - \sqrt{J_{2D}} \cdot \left(\cos\phi \cdot \cos\theta + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sin\phi \cdot \sin\theta \right) + c \cdot \cos\phi = 0, \tag{1.41}$$

lub

$$f = p \cdot \sin\phi - \frac{q}{\sqrt{3}} \cdot \left(\cos\phi \cdot \cos\theta + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sin\phi \cdot \sin\theta \right) + c \cdot \cos\phi = 0, \tag{1.41a}$$

a moduł wzmocnienia K_f=0. Wobec tego ze wzorów (1.21a)÷(1.23a) otrzymamy macierz $\mathbf{D}^p$ w postaci (1.27), gdzie:

$$H_{ij} = \frac{1}{\sqrt{J_2}} \cdot \left[K \cdot M_s \cdot \delta_{ij} + G \cdot s_{ij} \cdot (A - B) - C \cdot G \cdot \left(s_{ik} \cdot s_{kj} - \frac{2}{3} \cdot J_{2D} \cdot \delta_{ij} \right) \right], \tag{1.42}$$

$$\begin{aligned} H = -\Big[& G \cdot \left(4 \cdot J_{2D}^2 - 81 \cdot J_{3D}^2\right) \cdot \left(\sqrt{3} \cdot \cos\phi \cdot \sin\theta - \cos\theta \cdot \sin\phi\right)^2 + \\ & + 4 \cdot G \cdot J_{2D}^3 \cdot \cos^2(3\theta) \cdot \left(\sqrt{3} \cdot \cos(3\theta) \cdot \sin\phi + 3 \cdot \cos\theta \cdot \cos\phi\right) + \\ & + 36 \cdot K \cdot J_{2D}^3 \cdot \cos^2(3\theta) \cdot \sin^2\phi \Big] \end{aligned} \tag{1.43}$$

we wzorach (1.42) i (1.43) oznaczono:

$$A = 9 \cdot J_{3D} \cdot \left(\sqrt{3} \cdot \cos\phi \cdot \sin\theta - \cos\theta \cdot \sin\phi\right), \tag{1.44}$$

$$B = 2 \cdot \cos(3\theta) \cdot \sqrt{J_{2D}^3} \cdot \left(\sqrt{3} \cdot \cos(3\theta) \cdot \sin\phi + 3 \cdot \cos\theta \cdot \cos\phi\right), \tag{1.45}$$

$$C = 6 \cdot J_{2D} \cdot \left(\sqrt{3} \cdot \cos\phi \cdot \sin\theta - \cos\theta \cdot \sin\phi\right), \tag{1.46}$$

$$M_s = 6 \cdot \cos(3\theta) \cdot J_{2D}^2 \cdot \sin\phi. \tag{1.47}$$

2. ROLA MODELI KONSTYTUTYWNYCH GRUNTU W ANALIZACH UKŁADU KONSTRUKCJA BUDOWLANA - PODŁOŻE GRUNTOWE

2.1. Tezy pracy – przestrzenna praca modelowanych układów

Analizy numeryczne ograniczone są z natury brakiem jednoznacznych warunków przejścia z analiz zagadnień brzegowych reprezentujących badania in situ do analiz zagadnień brzegowych reprezentujących zachowanie rzeczywistych układów budowla - podłoże, lub prościej fundament - podłoże.

Upraszczając, w początkowej fazie rozważań tak ogólnie sformułowany problem do analiz zachowania podłoża poddanego działaniu pewnych, wybranych ścieżek naprężeń możemy zapisać w postaci poniższych pytań, wymagających jednoznacznych odpowiedzi:

1. Czy można odtworzyć badania in situ w dowolnie przyjętym modelu obliczeniowym?
2. W jaki sposób badania in situ wykorzystać do wykalibrowania modelu numerycznego?

Z przedstawianym problemem wiąże się „filozofia" identyfikacji parametrów modeli konstytutywnych określanych w procesach lokalnego kalibrowania modelu (konwencjonalnie, wykonując proste badania trójosiowe) lub kalibrowania globalnego, czyli, ogólnie mówiąc, szacowania parametrów modelu na podstawie wyników badań polowych, a także monitoringu przemieszczeń rzeczywistych obiektów budowlanych [147, 148, 215].

W poniższych rozważaniach pojęcie kalibrowania globalnego odniesiemy do numerycznego modelu obliczeniowego, który adekwatnie odtworzy zadanie bazowe, czyli ogólnie – zrealizuje pełną odpowiedź podłoża na zastosowaną w czasie próbnych obciążeń ścieżkę obciążenia. Postępowanie takie stanowić może początek procesu wiarygodnego numerycznego oszacowania wielkości kontaktowych w rzeczywistym układzie: budowla współpracująca z podłożem spełniającym określone warunki. Taka interpretacja badania odpowiedzi modelu na zastosowaną ścieżkę obciążenia wiąże się jednak m.in. z koniecznością ustosunkowania do prezentowanych w literaturze przedmiotu opinii, że zasięg rozsądnych zastosowań parametrów dobranych na podstawie próbnych obciążeń jest ograniczony do analiz współdziałania gruntu z fundamentami o wymiarach nie różniących się „w sposób zasadniczy" od stosowanych przy próbnych obciążeniach, z zastrzeżeniem, że restrykcja ta dotyczy głównie parametrów silnie zależnych od średniego naprężenia efektywnego p (np. [147]).

Innego rodzaju problemem kalibrowania modelu obliczeniowego, nie związanym jednak bezpośrednio z przedstawianymi rozważaniami, jest fakt, że przewidywanie

odpowiedzi gruntu na ścieżkę obciążenia zasadniczo odbiegającą od ścieżek, które wykorzystywane były do szacowania parametrów modelu podłoża, może w istotny sposób obniżać poziom ufności wyniku analizy numerycznej konstrukcja - podłoże [151, 221].

Postawmy zatem tezy, formułujące warunki, jakie powinny być spełnione przy tworzeniu numerycznych modeli obliczeniowych zadań brzegowych budowla - podłoże gruntowe.

Teza (1) dotyczy niezbędności odtworzenia rzeczywistych zjawisk w modelu obliczeniowym:

Teza (1). Jednoznaczne numeryczne odtworzenie zachowania podłoża zarejestrowanego w badaniach in situ daje możliwość właściwego numerycznego przewidywania zachowania układu: rzeczywisty fundament - podłoże gruntowe (czyli poprawnej realizacji ścieżek I i II z rys. 1.1), gdzie pojęcie numerycznego odtworzenia badań in situ rozumiane jest tu jako:

(1a) spełnienie warunku odtworzenia zjawisk rejestrowanych na powierzchni, czyli zależności obciążenie-osiadanie, oraz

(1b) spełnienie warunku odtworzenia zjawisk zachodzących w obciążanym masywie gruntowym.

Teza (2) dotyczy obszaru numerycznego adekwatnego modelu podłoża i ma postać:

Teza (2). Powiększanie obliczeniowego modelu podłoża zawierającego obszar odpowiedzi podłoża na obciążenie nie zmieni odpowiedzi numerycznej równoważnej wynikom badań in situ tylko dla adekwatnego modelu konstytutywnego rozważanego ośrodka gruntowego.

Przyjęcie tezy (2) jest równoznaczne z przyjęciem założenia, potwierdzanego badaniami in situ (np. cytowane w rozdziale 3 [182]), że wpływ sztywności coraz głębiej położonych warstw podłoża ujawnia się sukcesywnie, w miarę narastania przykładanego obciążenia Q, czyli poza określonym obszarem odpowiedzi grunt pozostaje „nieaktywny".

Zgodnie z zaproponowaną ideą globalnego kalibrowania modelu obliczeniowego teza (2) może być traktowana jako łączna postać dwóch poniższych warunków:

1. Przemieszczeniowa (i odkształceniowa) odpowiedź na daną ścieżkę obciążenia przekazywanego z konstrukcji na podłoże jest różna dla modeli konstytutywnych gruntu o różnej „filozofii" opisu zachowania ośrodka gruntowego.
2. Adekwatność odpowiedzi modelu obliczeniowego podłoża na obciążenie wiąże się zarówno z modelem konstytutywnym ośrodka gruntowego, jak również z obszarem obliczeniowym tego podukładu.

Wnioski wynikające z zapisów tez (1) i (2) możemy przedstawić łącznie jak poniżej.

Zmiany wielkości numerycznego obszaru podłoża w danym układzie (F)-(P) – powyżej wymiarów obszaru określonego jako adekwatny – nie zmienią dla tej samej ścieżki obciążenia rozwiązania zadania brzegowego, przedstawianego zwykle (z określonym błędem) w postaci:

- wartości osiadań powstających w styku fundament-podłoże, oraz

➢ funkcji naprężeń i odkształceń w obszarze modelu podłoża,
wtedy jedynie, gdy spełnione są równocześnie warunki (1a) i (1b) zapisane w tezie (1).

Niespełnienie w numerycznym modelu obliczeniowym podłoża warunku (1b) uzależnia automatycznie wyniki obliczeń numerycznych od wielkości obszaru obliczeniowego.

Jeżeli zatem model obliczeniowy wykazuje dużą wrażliwość odpowiedzi (przy zadanej ścieżce obciążenia) na zmiany wielkości numerycznego obszaru podłoża, to model konstytutywny gruntu nie spełnia warunku (1b) tezy (1).

Teza (3) dotyczy możliwości jednoznacznego określenia właściwego (adekwatnego) obszaru modelu podłoża w układzie (F)-(P) (lub (B)-(P)):

Teza (3). Jedynie dla adekwatnego modelu konstytutywnego gruntu można prawidłowo zdefiniować minimalny, nie zaburzany warunkami brzegowymi obszar numerycznego modelu podłoża w układzie obliczeniowym (F)-(P) (ogólnie (B)-(P)) odtwarzając w procesie kalibrowania odpowiedzi modelu podłoża na obciążenie zadanie bazowe, najlepiej badanie in situ.

Aby sformułować bazę odniesienia dla analiz prowadzonych w układach (F)-(P) ((B)-(P)) z zastosowaniem modelu sprężystego podłoża, można zapisać jak poniżej.

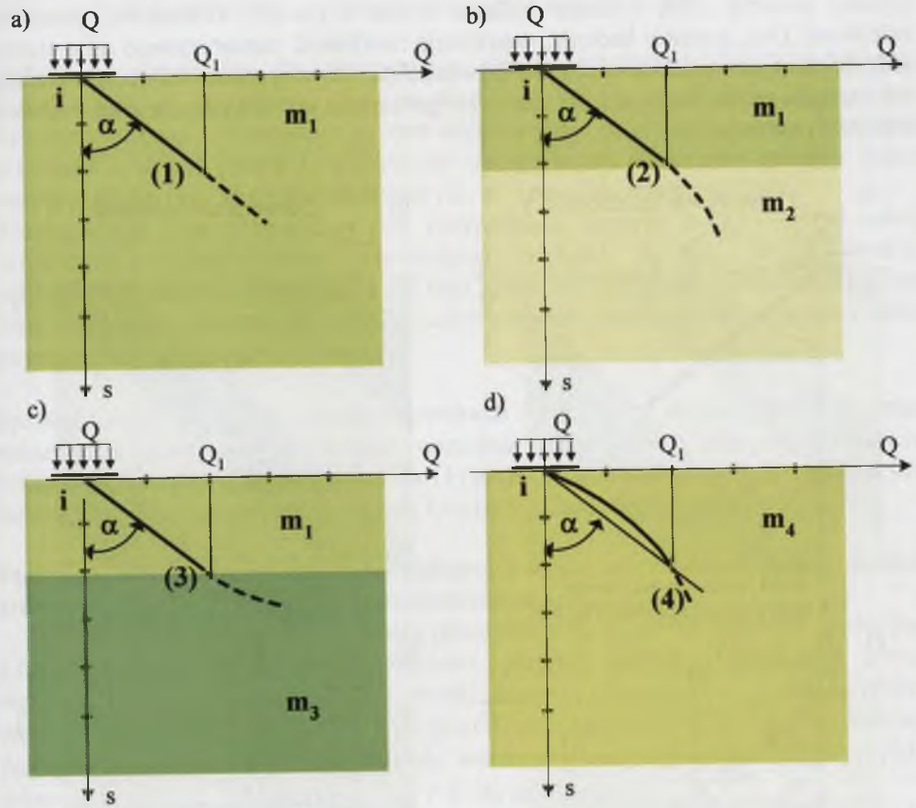
Dla modeli konstytutywnych podłoża nie spełniających warunku (1b) tezy (1) przeprowadzenie procesu kalibrowania modelu obliczeniowego służy jedynie ilościowemu oszacowaniu wpływu doboru wielkości obszaru modelu podłoża na wyniki rozwiązania układu (B)-(P), oceniane w wielkościach kontaktowych – przemieszczeniach i naprężeniach.

Rozważymy teraz – bazując na tezach (1) i (2) – wagę wyboru modelu konstytutywnego gruntu w budowie adekwatnego modelu podłoża w układzie obliczeniowym (B)-(P), posługując się rysunkami 2.1÷2.3, w połączeniu z poniższymi wywodami. Równocześnie, odwrotnie możemy interpretować rysunki 2.1÷2.3 jako ilustrację tej części tez (1) i (2), która dotyczy adekwatności modelu podłoża gruntowego w układzie (B)-(P), wynikającej z zastosowanych związków konstytutywnych.

Rozwiązanie rzeczywistego zagadnienia brzegowego możemy potraktować jako przejście od związków naprężenie-odkształcenie do wielkości globalnych w postaci np. poszukiwanego pola przemieszczeń i naprężeń w styku podukładów konstrukcja-podłoże. Załóżmy, że określenie parametrów, nie sprecyzowanego jeszcze modelu konstytutywnego gruntu, będzie wynikiem analizy wstecznej, bazującej na numerycznym odtworzeniu rezultatów próbnych obciążeń.

Na rys. 2.1 przedstawiono cztery zależności obciążenie-osiadanie (Q-s_i), hipotetycznie otrzymane w badaniach in situ (lub skrzyni badawczej), a następnie „wygładzone" do postaci funkcji (1),(2),(3),(4). Założono możliwość jednakowej, początkowej odpowiedzi układu na obciążenie, wyrażonej kątem α, w podłożu jednorodnym i podłożach uwarstwionych.

Dla funkcji (1)÷(4) możliwe są różne wstępne interpretacje wiążące charakter zależności Q-s_i z istniejącymi warunkami gruntowymi. Przyjmijmy jednak, że dla $Q \leq Q_1$ zależności te chcemy zinterpretować jako wynik liniowo-sprężystego, w fazie początkowej, zachowania ośrodka gruntowego.



Rys. 2.1. Zależności obciążenie – osiadanie
Fig. 2.1. Loading – settlement relation

Przyjęcie przy idealizacji ośrodka gruntowego założenia liniowo sprężystego zachowania gruntu (w modelu (e) lub początkowych fazach pracy modeli (e-p), wykorzystujących związki konstytutywne klasycznej sprężystości) jest równoznaczne z zaakceptowaniem następujących efektów:

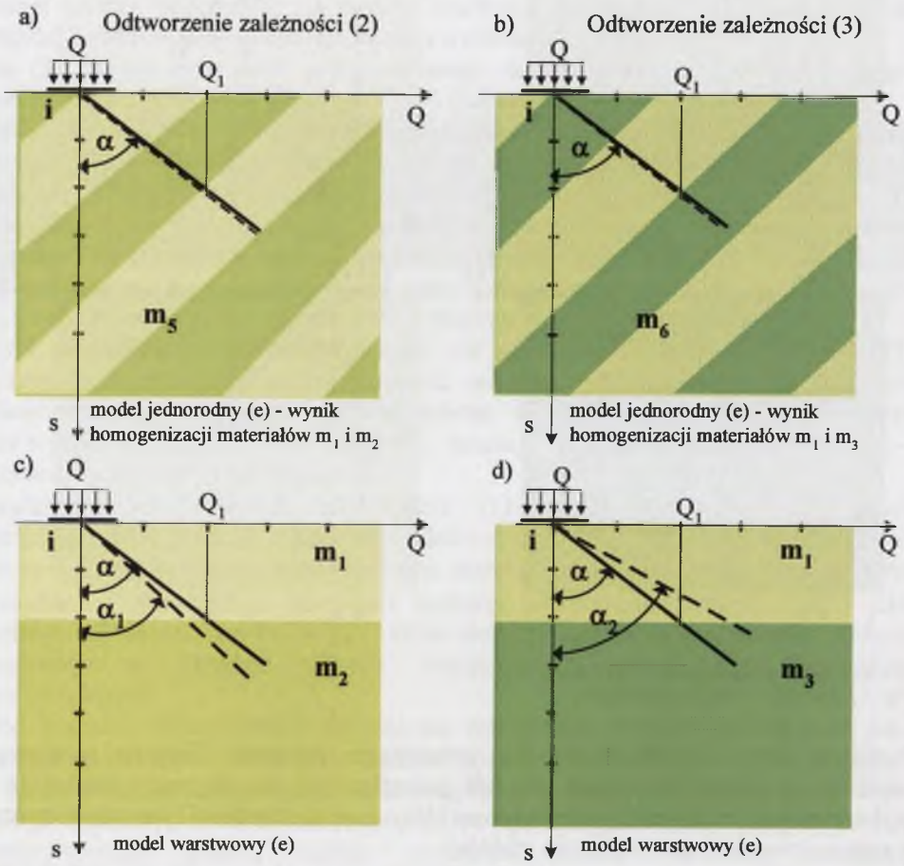
(a) Nieograniczonego rozchodzenia się odkształceniowych i naprężeniowych skutków obciążenia ośrodka, oraz

(b) Przemieszczeniowej homogenizacji odpowiedzi modelu sprężystego zawsze z liniową postacią zależności Q-s_i. Zatem, kąt α (z rys. 2.1÷2.2) musi być interpretowany w modelach grupy **A** jako wielkość uwzględniająca uwarstwienie podłoża.

Odpowiedź układu (F)-(P) na zastosowaną ścieżkę obciążenia – przy przyjęciu płyty o sztywności interpretowanej związkami liniowej sprężystości i średnicy D=1 m – może być wyrażona bezpośrednio jako:

- E_{os} moduł podatności ośrodka gruntowego – uznając płytę badawczą za wiotką, lub
- $E_{ukł}$ „moduł podatności układu" – uznając, że płyta ma określoną sztywność.

Sprawdzimy teraz funkcjonowanie tezy **(1)**, odtwarzając numerycznie w stanie osiowej symetrii (3D) wybrane badania in situ z rys. 2.1. Dokładniej, ponieważ zależności Q-s_t, z natury badania, zapewniają możliwość numerycznego odtworzenia jedynie zjawisk rejestrowanych na powierzchni, to w procesie ich numerycznego odtwarzania ocena adekwatności stosowanego modelu wynika jedynie z kalibrowania warunku (1a) tezy (1).



Rys. 2.2. Odtworzenie zależności (2) i (3) z rys.2.1 w podłożach zhomogenizowanym i warstwowym
Fig. 2.2. Relations (2) and (3) from Fig. 2.1. – replacement by the homogenized and layered models

Rozważmy przykładowo zależności (2) i (3), przyjmując równocześnie dla uproszczenia rozumowania płytę badawczą jako wiotką, co daje dla D=1 m z błędem oszacowania ν^2 interpretację:

$$E_d=E_{os}\cdot(1-\nu^2)=tg\alpha^{(*)} \qquad (2.1)$$

(*)*Wprowadzone uproszczenie nie wpływa w żaden sposób na wnioski wypływające z poniższej analizy, a dotyczące możliwości numerycznego odwzorowania zachowania układów rzeczywistych w modelach grup A i B. Problem „dokładnego", numerycznego odwzorowania zachowania obciążonej półprzestrzeni sprężystej, a także wpływu sztywności fundamentu na wyznaczane osiadania przedstawiono w podrozdziale 4.2*

gdzie: E_d=E_o – moduł odkształcenia wprowadzany do obliczeń numerycznych jako dana wielkość materiałowa, α – oznaczenie zgodne z rys. 2.1÷2.3.

Podejście 1. Przyjmijmy dla numerycznego odtworzenia funkcji (2) i (3) jednorodne modele podłoża sprężystego o odpowiednich, stałych modułach odkształcenia E_d=*const*, uznając, że reprezentują one odpowiednio zhomogenizowaną, wyrażoną w badaniach in situ przez $tg\alpha$ odpowiedź rzeczywistych materiałów górnej i dolnej warstw podłoża (m_1 i m_2 – dla zależności (2), m_1 i m_3 – dla zależności (3)).
Rozumowanie takie prowadzi w obu przypadkach, zgodnie z (2.1), do tej samej (z opisanym wyżej błędem oszacowania) wartości E_d=$tg\alpha$. Wynik analizy odtwarzającej badania in situ (2) i (3) daje zatem w obu zhomogenizowanych, lecz różnych w rzeczywistości ośrodkach gruntowych, odpowiedź wyrażoną przez tę samą wartość α – rys. 2.2a i b.

Sprzeczność. Przy tych samych ścieżkach obciążenia otrzymujemy te same numeryczne odpowiedzi (mierzone wartością α) w trzech różnych podłożach: jednorodnym – o materiale m_1 (funkcja (1) z rys. 2.1a) i dwóch innych – tworzących hipotetyczną homogenizację warstw m_1 i m_2 (rys. 2.2a) oraz m_1 i m_3 (rys. 2.2b).

Podejście 2. Przyjmijmy zatem do obliczeń numerycznych niejednorodny ośrodek gruntowy, zgodnie z rzeczywistym uwarstwieniem (rys. 2.1).
Uznając w tym przypadku, że zasięg parametrów określanych badaniem in situ jest z natury badania ograniczony obszarowo, przyjęto moduł odkształcenia górnej warstwy podłoża (z uzasadnionym wyżej błędem oszacowania ν^2) jako równy wartości określonej w badaniach: E_d^g=$tg\alpha$. Wartość modułu odkształcenia warstwy dolnej wyrażono przez wartość modułu warstwy górnej: E_d^d=γE_d^g, gdzie przyjęto odpowiednio γ=0.5 dla zależności (2) i γ=2 dla zależności (3).
Wyniki analizy numerycznej odtwarzającej badania (2) i (3) pokazano na rys. 2.2c i d.

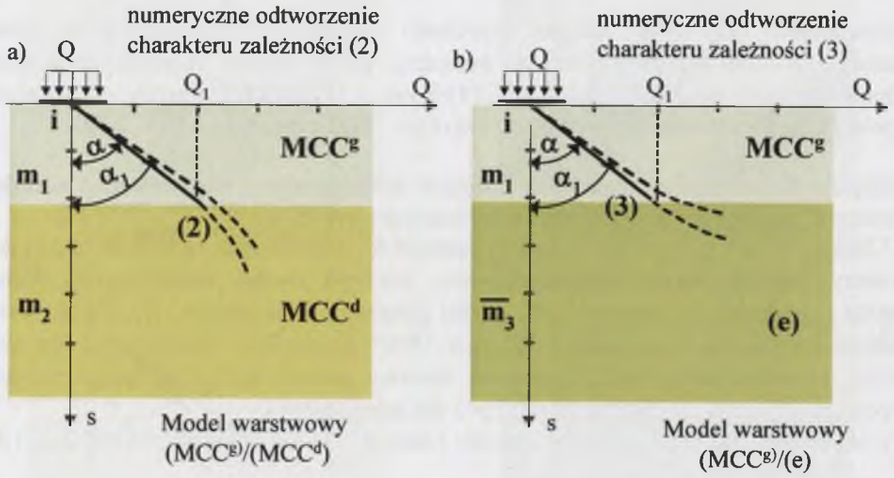
Sprzeczność. Otrzymane numeryczne odpowiedzi podłoża: α_1 i α_2 różnią się od wartości α, uzyskanej w badaniach in situ.

Wnioski. Konsekwencje wyjścia od założenia sprężystej pracy gruntu są sprzeczne z rzeczywistym efektem ograniczonej penetracji ośrodka gruntowego w badaniach próbnego obciążenia.
Nie można, zatem odtworzyć bezpośrednio w numerycznym modelu sprężystym badań in situ wykonanych w ośrodku uwarstwionym(**). Wartość „błędu odtworzenia" zależeć będzie od miąższości i sztywności warstwy górnej oraz stosunku sztywności warstw modelu.
Stwierdzenie powyższe rozszerzyć można na modele sprężysto-idealnie plastyczne grupy A, w zakresie ich odpowiedzi sprężystej.

(**)*Problem dotyczy interpretacji wielkości α, jako związanej z szacowaniem parametrów modeli konstytutywnych i wyznaczaniem osiadań, zarówno przy:*
- *lokalnej „liniowości" zależności Q-s_t, obciążenie – osiadanie,*
- *jak również nieliniowości Q-s_t w całym przedziale obciążeń.*

Podejście 3. Wprowadźmy z kolei w celu odtworzenia zależności Q-s_i z rys. 2.1 modele konstytutywne grupy **B**, czyli modele stanu krytycznego (podrozdział 1.3). Jeżeli uznamy teraz, że:

- zasięg parametrów określanych badaniem in situ jest z natury badania ograniczony obszarowo, oraz że
- możliwe są różne wstępne interpretacje wiążące charakter zależności Q-s_i z istniejącymi warunkami gruntowymi, to dla analizowanych funkcji Q-s_i można przyjąć np.:
  - dla zależności (2) – zarówno interpretację postępującego uplastycznienia materiału, jak również degradacji sztywności w wyniku wejścia na powierzchnię SBS (w przypadku gruntu prekonsolidowanego),
  - dla zależności (3) natomiast – interpretację odpowiedzi ujawniającej płytko położoną warstwę o bardzo małej odkształcalności.



Rys. 2.3. Numeryczne odtworzenie zależności (2) i (3) w modelu Modified Cam-Clay
Fig. 2.3. Relations (2) and (3) – numerical replacement by the MCC model

W numerycznych analizach bazujących na modelu (MCC) odtworzono, przy odpowiednio dobranym stanie prekonsolidacji (OC) charakter:

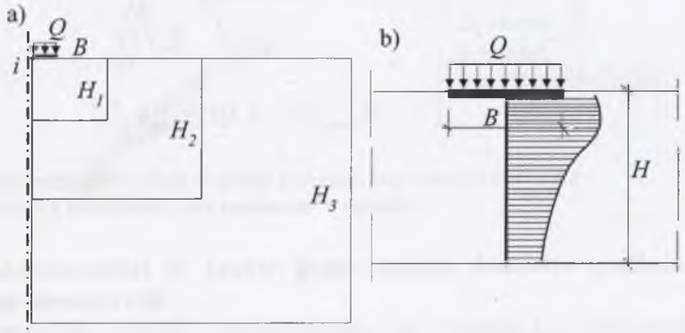
- zależności (2), rys. 2.3a – w modelu dwuwarstwowym MCC (OC) o warstwie górnej z^g=4 m, parametrach materiałowych G=10000 kPa, M=1.2, e_{CS}=1.788, λ=0.066, κ^g=0.0074, κ^d=0.00148, przyjętym stanie przeciążenia q^*=150 kPa oraz zmieniającej się odpowiednio po głębokości wartości K_0^{OC}=1.5 ⇒ 0.49; przy czym „wygięcie" funkcji Q-s_i z rys.2.3a nie jest wynikiem wejścia ścieżki naprężenia $\{\sigma_i\}$ na powierzchnię SBS,
- zależności (3), rys. 2.3b – w modelu dwuwarstwowym, gdzie warstwę górną reprezentuje model MCC (OC) o parametrach jak wyżej; warstwie dolnej ze względu na jej dużą sztywność przypisano natomiast cechy modelu liniowo sprężystego E_d^d=90 MPa i ν=0.3.

Wnioski. Zastosowanie modelu stanu krytycznego (MCC) pozwoliło na numeryczne odtworzenie zachowania podłoża gruntowego, odpowiednio do całego przebiegu funkcji (2) i (3) z rys. 2.1. Zachowane tu zostało (w odróżnieniu od zachowania modeli grupy **A**) zjawisko ograniczonego obszaru odpowiedzi podłoża na przyłożone obciążenie zewnętrzne. W obu układach z rysunków 2.3a i 2.3b nachylenie początkowe zależności Q-s_i jest równe α_1.

2.2. Tezy pracy – układy modelowane w płaskim stanie odkształcenia (2D)

Obliczenia wykorzystujące płaski stan odkształcenia (2D) są powszechną formą analiz zarówno inżynierskich, jak i badawczych, układów konstrukcja budowlana-podłoże gruntowe. Postawmy jednak pytanie, czy znane i stosowane są w analizach numerycznych (2D) wszystkie warunki, jakie spełniać powinien model obliczeniowy, aby reprezentował rzeczywisty układ konstrukcja - podłoże, zachowujący w określonych przekrojach zasady płaskiego stanu odkształcenia?
Najważniejsze problemy zawarte w powyższym pytaniu można, stosując wprowadzone wcześniej oznaczenia, sformułować następująco:

1) Jak należy interpretować zmiany w rozwiązaniach (2D), przemieszczeniach i naprężeniach w obszarze podłoża oraz w strefie kontaktu z konstrukcją, układów (F)-(P) ((B)-(P)), jakie zachodzą przy zmianach wysokości modelu podłoża (rys. 2.4a)?
2) Czy takiej samej odpowiedzi na pierwsze pytanie możemy oczekiwać zarówno w modelach grupy **A**, jak i w modelach grupy **B**?
3) Czy układ (2D) – o rozwiązaniu przedstawionym symbolicznie na rys. 2.4b – stanowi odzwierciedlenie pracy rzeczywistej konstrukcji na półprzestrzeni sprężystej, czy na warstwie o rzeczywistej grubości H_w, a jeżeli na warstwie, to czy wysokość modelu (2D) ma spełniać warunek H=H_w?
4) Jakie są dalsze konsekwencje problemu trzeciego w analizach układów stosujących sprężysto-idealnie plastyczne modele konstytutywne podłoża?



Rys. 2.4. Problemy oceny jednoznaczności rozwiązania zadania (2D) przy różnych wymiarach podłoża
Fig. 2.4. Problems of a unique solution for the (2D) tasks of different H-depths for subsoil models

Sformułujmy zatem tezę (4) dotyczącą wiarygodności analiz w układach (2D), zgodną z zapisem warunków towarzyszących tezie (2), sformułowanej dla przestrzeni (3D):

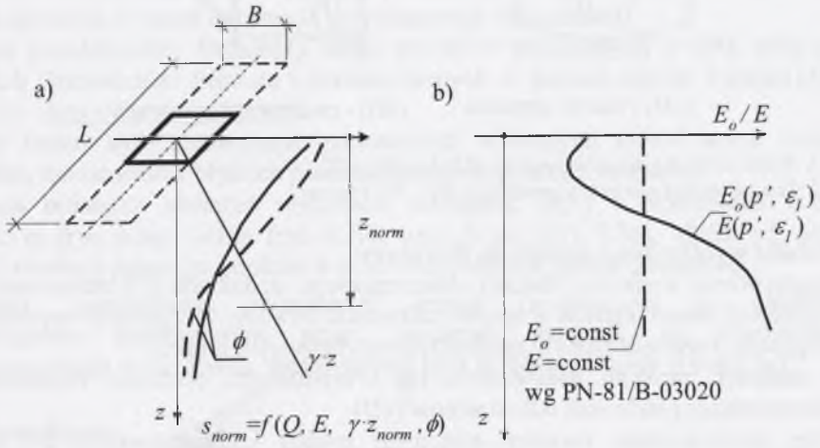
Teza (4). Dla adekwatnego modelu konstytutywnego rozważanego ośrodka gruntowego można jednoznacznie określić wielkość obszaru obliczeniowego modelu podłoża (2D), dającego adekwatne rozwiązania rzeczywistego układu przestrzennego, analizowanego w odpowiednich przekrojach.

Analizy numeryczne badające warunki, zapisane w tezach (1)÷(4), dotyczące tworzenia adekwatnych modeli obliczeniowych rzeczywistych układów (B)-(P) przedstawiono w rozdziałach 4 i 5, przy czym badania adekwatności odpowiedzi modelu obliczeniowego podłoża na obciążenie związane są zarówno z modelem konstytutywnym ośrodka gruntowego, jak również z obszarem obliczeniowym tego podukładu.

3. TWORZENIE ADEKWATNYCH MODELI OBLICZENIOWYCH W ZAGADNIENIACH KONTAKTOWYCH BUDOWLA - PODŁOŻE GRUNTOWE. METODYKA POSTĘPOWANIA

Przed przedstawieniem analiz obliczeniowych (rozdziały 4 i 5) celowe wydaje się wprowadzenie poniższego „przewodnika metodycznego" pracy, którego zadaniem jest skrótowe powtórzenie w odpowiedniej kolejności spostrzeżeń wynikających z przeglądu literatury oraz własnych doświadczeń badawczych, prowadzących do:

1) sformułowania w postaci tez dostrzeżonego problemu właściwej oceny obszaru współpracy budowli z podłożem w budowie adekwatnego modelu numerycznego podłoża, oraz
2) przedstawienia metod analizy badawczej prowadzącej do potwierdzenia tez i podania kryteriów budowy adekwatnych modeli obliczeniowych układów (B)-(P) w zakresie przedstawianej pracy.



Rys. 3.1. Wpływ rozkładu modułu E wzdłuż głębokości na wartości osiadań s
Fig. 3.1. Modulus E distribution and settlements s valuation

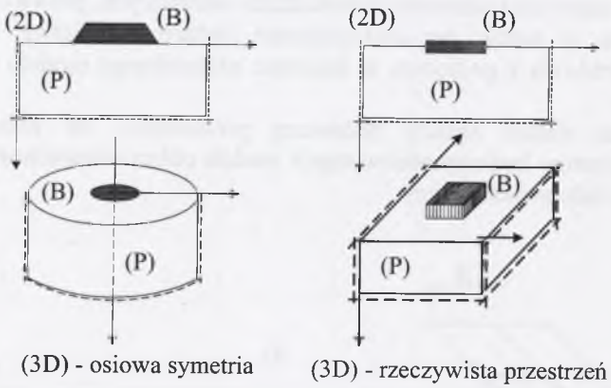
⇒ **Niejednoznaczności w ocenie pracy układu budowla - podłoże w świetle wymagań normowych**

Istotę problemu zwięźle przedstawiono na rysunku 3.1. Osiadania normowe (rys. 3.1a) można ogólnie wyrazić jako funkcję: $s_{norm}=f(Q, E, \gamma \cdot z_{norm}, \Phi)$. Akceptując przyjęcie funkcji Φ rozkładu σ_v, zależnej od kształtu i sztywności fundamentu jako wynikającej z rozwiązania teorii sprężystości, widzimy, że na ocenę osiadań wpływają

w sposób istotny wielkości: z_{norm} (aktualnie wg PN–81/B-03020), a przede wszystkim wartość i rozkład wzdłuż głębokości modułu odkształcenia pierwotnego i wtórnego E_o i E, zależnych od poziomu naprężenia średniego p' i odkształcenia liniowego ε_1 [6, 48, 143, 168]. Na rys. 3.1b wyjaśniono w uproszczeniu problem możliwego przeszacowania wartości osiadań fundamentów o rzutach rozległych i niedoszacowania osiadań fundamentów małych.

⇒ **Ocena pracy układów (B)-(P) utworzonych do analiz numerycznych; uproszczenia w modelowaniu**

Pojęcie model obliczeniowy musi zawierać w sobie informacje o modelach:
- geometrycznym,
- fizycznym i
- konstytutywnym obu podukładów modelowanego układu (B)-(P) – rys. 3.2.



Rys. 3.2. Numeryczne modele obliczeniowe układów (B) – (P)
Fig. 3.2. Computational numerical models for (B) – (P) systems

⇒ **Wnioski wynikające z przeglądu literatury**
- Przygotowanie wielkości obszaru obliczeniowego podukładu (P) traktowane jest w modelach numerycznych w sposób całkowicie dowolny i w żadnym wypadku nie sprzęgnięty z wprowadzonym modelem konstytutywnym gruntu.
- W analizach zarówno badawczych, jak i utylitarnych dominuje modelowanie wykorzystujące płaski stan odkształcenia (2D).
- Próby wprowadzenia bardziej złożonych modeli konstytutywnych do analiz podstawowych zagadnień kontaktowych inżynierii budowlanej dotyczą konkretnych, przedstawianych zagadnień i nie stanowią podstaw do szerszej adaptacji przedstawianej metody analizy.

⇓

Stwierdzenie

Właściwe badawcze i inżynierskie zastosowanie analiz numerycznych wymaga wprowadzenia jednoznacznych kryteriów postępowania przydatnych zarówno w procesie tworzenia modeli obliczeniowych układów (B)-(P), jak również przy ocenie wiarygodności wyników istniejących analiz.

⇓

Cel pracy

Celem podstawowym postawionym w pracy jest przedstawienie sposobu określania adekwatnych wymiarów budowanego numerycznego modelu podłoża gruntowego (P) w układzie obliczeniowym (B)-(P) na podstawie utworzonych kryteriów oceny wielkości obszarów odpowiedzi gruntu na obciążenie przekazane z konstrukcji.

Kryteria oceny wielkości obszaru odpowiedzi modelu podłoża powinny być związane z zastosowanym modelem konstytutywnym gruntu.

⇒ **Krótka charakterystyka stosowanych w pracy modeli konstytutywnych gruntu**

W podrozdziale 1.4 przedstawiono uzasadnienie wyboru przyjętych do badań modeli konstytutywnych dwóch grup – rys. 1.3.
- Grupa A: modele (e) i (e-p), sprężysty i sprężysto-idealnie plastyczne ze stowarzyszonym prawem płynięcia.
- Grupa B: modele (CC) i (MCC), modele stanu krytycznego, uwzględniające znaczną liczbę charakterystycznych zachowań gruntu.

⇒ **Badania in situ**

Na bazie doświadczeń inżynierskich (badań terenowych, monitoringu) uznaje się ogólnie, że:
- obszar odpowiedzi gruntu na obciążenie ma charakter lokalny (niezależnie od rodzaju gruntu lub jego stanu), przy czym wielkość tego obszaru jest funkcją:
  1) sztywności fundamentu, kształtu fundamentu, obciążenia Q,
  2) warunków istniejących w podłożu, np. stanu gruntu,
- wpływ sztywności coraz głębiej położonych warstw podłoża ujawnia się sukcesywnie, w miarę narastania przykładanego obciążenia Q.

Poniżej przedstawiono fragmenty badań polowych wykonanych w 2001 roku przez Swedish Geotechnical Institute i opublikowanych w postaci raportu Larsson [182] – rys. 3.3. (*http://www.swedgeo.se*).

Celem badań było sprawdzenie poprawności wybranych metod oceny nośności i osiadań fundamentów płytkich posadowionych na gruntach spoistych.

Badania próbnych obciążeń wykonano obciążając płyty o wymiarach w rzucie 0,5×0,5 *m* (rys. 3.3a), 1×1 *m* (rys. 3.3b), oraz 2×2 *m* (rys. 3.3c), ułożonych poniżej górnej warstwy gruntu na podłożu w pełni jednorodnym (glinie morenowej).

Obraz „wewnętrznej odpowiedzi" gruntu (wygasającej po głębokości) na obciążenie przekazywane przez fundament pozwala na sformułowanie jednoznacznego stwierdzenia, stanowiącego bazę przedstawionych w pracy tez.

⇓

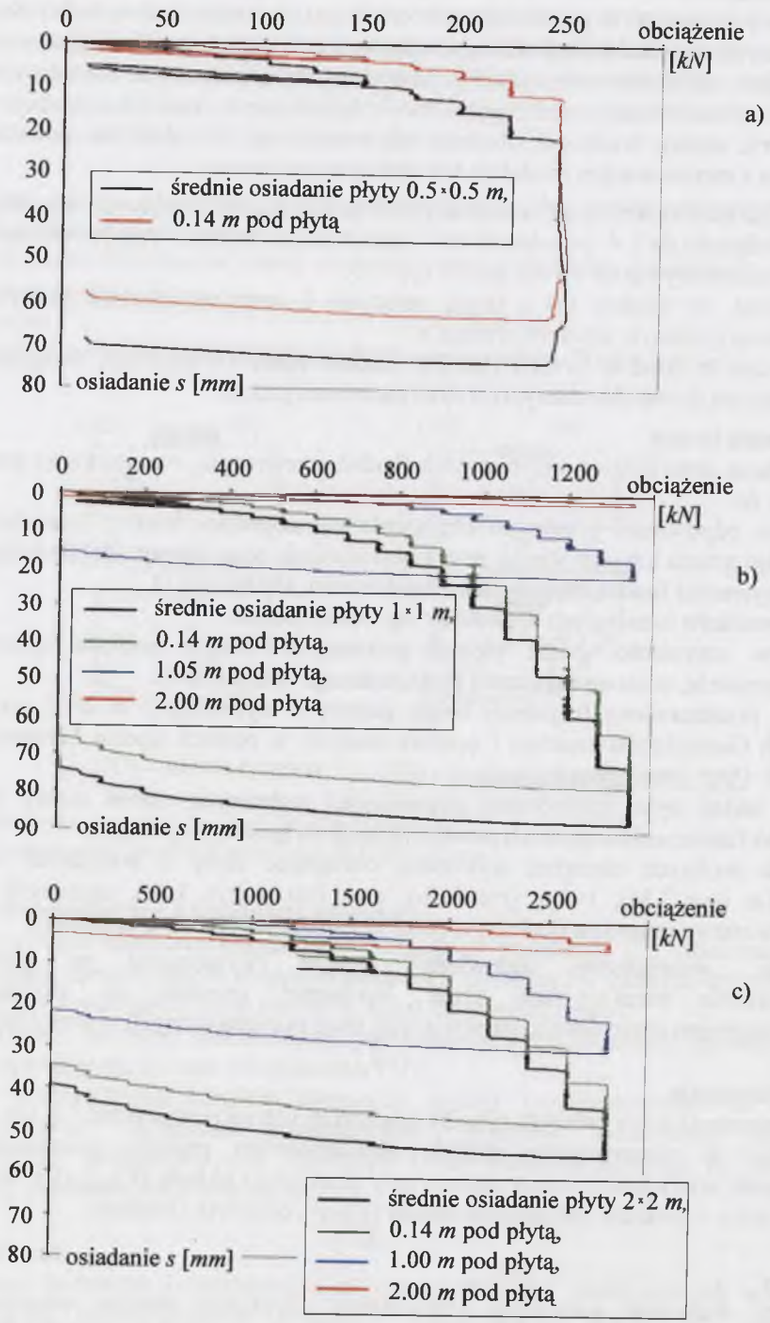
Stwierdzenie

Odtworzenie rzeczywistych zjawisk (zachodzących na powierzchni i w obciążonym obszarze) w numerycznym modelu obliczeniowym podłoża gruntowego daje możliwość wiarygodnej oceny zachowania dowolnego układu $(F)_{rzecz}$-(P), fundament rzeczywisty – podłoże; lub ogólnie układu (B)-(P), budowla - podłoże.

⇓

Tezy

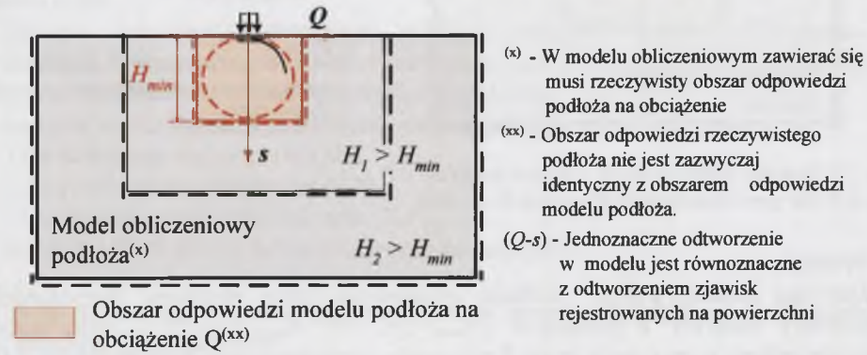
Tezy, dotyczące warunków adekwatnego określania obszaru odpowiedzi na obciążenie modelu podłoża gruntowego (uogólnionego do przestrzeni – tezy 1,2,3, oraz zredukowanego do płaskiego stanu odkształcenia – teza 4) przedstawiono w rozdziale 2.



Rys. 3.3. Eksperymentalne zależności Q - s dla gliny morenowej
Fig. 3.3. Experimental relations load – settlement for clay till

Na rysunku 3.4 przedstawiono wyobrażenie odtworzenia w modelu obliczeniowym rzeczywistych zjawisk rejestrowanych w badaniach in situ – na powierzchni oraz wewnątrz obciążonego masywu gruntowego. Równocześnie rysunek ten reprezentuje w pracy tzw. zadanie bazowe.

Zadanie bazowe (podłoże - modele grupy B)



Rys. 3.4. Zadanie bazowe (podłoże – modele grupy B)
Fig. 3.4. The basic task (subsoil – group B–models)

Stwierdzenie

Należy zauważyć, że odtworzenie w numerycznym modelu obliczeniowym reprezentującym zadanie bazowe – czyli wyjściowe w procesie tworzenia kryteriów budowy adekwatnego modelu obliczeniowego dowolnego układu (B)-(P) – rzeczywistych zjawisk zachodzących w gruncie możliwe jest jedynie przy zastosowaniu odpowiednio zaawansowanego modelu konstytutywnego gruntu.

⇓

Łatwo można także zauważyć, że H_{min} z rys. 3.4, które ogólnie powinno wynikać z odtworzenia w numerycznym zadaniu bazowym rzeczywistych zachowań gruntu, zarejestrowanych w badaniach in situ może być także oszacowane w następującym postępowaniu 2-etapowym:

1) wyznaczenia w modelu numerycznym podłoża (o przyjętej a priori wielkości $\hat{H}_{min}$) wchodzącym w skład obciążonego układu (B)-(P) zależności *Q-s*; gdzie zastosowany model konstytutywny podłoża powinien być odpowiednio zaawansowany, o jednoznacznie określonych parametrach,
2) sprawdzenie, czy dla dowolnego $H_i > \hat{H}_{min}$ zachodzi: $f(Q\text{-}s)^{H_i} = f(Q\text{-}s)^{\hat{H}_{min}}$.

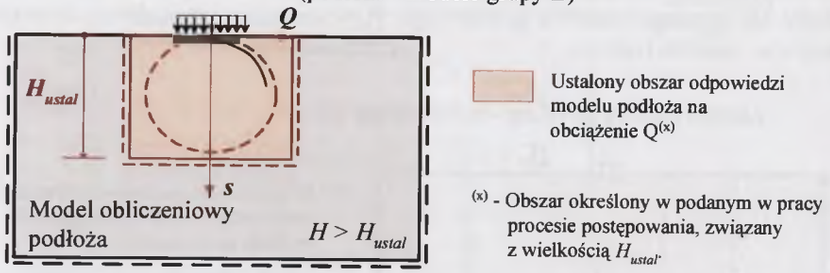
⇓

⇒ **Rozszerzenie problemu zadania bazowego z rys. 3.4 do zadania reprezentującego ogólnie dowolny, rzeczywisty układ budowla - podłoże (rys. 3.5)**

Wszystkie zjawiska zarejestrowane w zadaniu bazowym (rys. 3.4.) muszą zachodzić w zadaniu ogólnym, reprezentującym rzeczywisty układ budowla - podłoże (rys. 3.5.).

⇓

Zadanie ogólne: model obliczeniowy dowolnego, rzeczywistego układu (B)-(P) (podłoże - modele grupy B)



Rys. 3.5. Zadanie ogólne (podłoże – modele grupy B)
Fig. 3.5. The general task (subsoil – group B–models)

⇓

⇒ Stwierdzenie

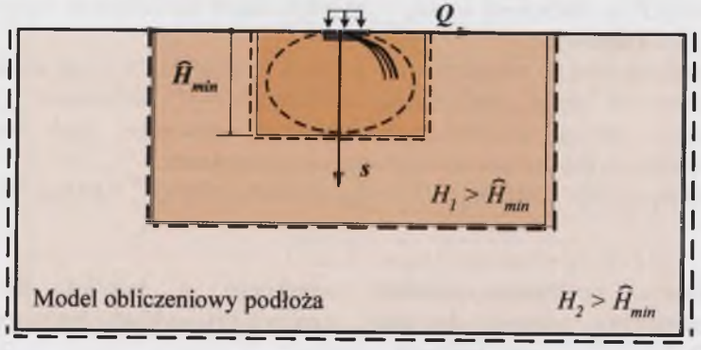
Zjawisko „nieaktywnego" podłoża gruntowego poza obszarem bezpośredniej współpracy budowli z podłożem (H_{min} – rys. 3.4, H_{ustal} – rys. 3.5) dość dobrze odzwierciedlone w modelach grupy **B** pozwoliło na wykorzystanie równań modeli CC i MCC do przedstawienia procedury określania adekwatnej wielkości modelu podłoża dla dowolnego układu (B)-(P).

⇒ Modele grupy A

W modelach tych nie zachodzą zjawiska opisane rysunkami 3.4 i 3.5.
Symbolicznie obraz odpowiedzi modelu podłoża na obciążenie przedstawia rys. 3.6, stanowiący analogię do rys. 3.4.
Ogólnie, dokładność odtworzenia charakteru zjawisk zarejestrowanych na powierzchni (czyli zależności *Q-s*) związana jest bezpośrednio z wielkością obszaru numerycznego modelu podłoża (P).

⇓

Zadanie bazowe (podłoże - modele grupy A)



Rys. 3.6. Zadanie bazowe (podłoże – modele grupy A)
Fig. 3.6. The basic task (subsoil – group A–models)

⇒ Zadanie badawcze

Porównaniu poddano zachowanie serii układów (F)-(P),wykorzystujących modele konstytutywne gruntu grupy **B**, w odniesieniu do zachowania układów bazujących na modelach podłoża grupy **A**. Rejestracji podlegały zarówno różnice, jak i podobieństwa w odpowiedziach podłoży obu grup na zadane ścieżki obciążenia. W badaniach przyjęto podłoże jako jednorodne lub o warstwach równoległych do powierzchni.

Badania dotyczące adekwatnych wielkości obszarów modeli podukładów (P) w układach obliczeniowych (B)-(P), traktowane jako proces globalnego kalibrowania odpowiedzi modelu na obciążenie, zbudowano:

- na bazie analiz układów fundament-podłoże pracujących kolejno:
  1) w stanie osiowej symetrii (3D),
  2) w rzeczywistej przestrzeni (3D),
  3) w płaskim stanie odkształcenia (2D),
- stosując wprowadzone kryteria odpowiedzi materiału.

⇒ Rola kryterium odpowiedzi materiału w procesie globalnego kalibrowania modelu obliczeniowego

Jako miarę wrażliwości w kryteriach odpowiedzi materiału wykorzystano parametry materiałowe:

1) moduł odkształcenia E – w modelach grupy **A**,
2) wskaźnik ściśliwości gruntu e w modelach grupy **B**.

⇓

Ostatecznie wskazania dotyczące budowy adekwatnych modeli obliczeniowych układów budowla - podłoże przedstawiono w postaci:

- nomogramów pozwalających na określenie H_{ustal} modeli podłoża w danym układzie obliczeniowym – dla modeli grupy **B**, oraz
- obwiedni oddzielającej układy budowla – półprzestrzeń sprężysta od układów budowla – warstwa sprężysta – dla modeli grupy **A**, pracujących w fazie sprężystej.

⇓

Wnioski ogólne

Spełniając podane w pracy kryteria, dotyczące budowy jednorodnego modelu podłoża (lub podłoża w postaci warstwy o skończonej miąższości H) w układzie obliczeniowym podstawowego zagadnienia kontaktowego (B)-(P), można poddać wiarygodnej ocenie numerycznej, jakościowej i ilościowej skutki obciążenia podłoża gruntowego konstrukcją budowlaną.

Pokazano, że możliwość utworzenia jednoznacznych kryteriów oceny wielkości obszaru odpowiedzi modelu na zadaną ścieżkę obciążenia wynika z zastosowanego modelu konstytutywnego gruntu.

4. NUMERYCZNA OCENA PRACY UKŁADÓW KONSTRUKCJA BUDOWLANA - PODŁOŻE GRUNTOWE OPISANE MODELAMI KONSTYTUTYWNYMI GRUP A I B. WYKORZYSTANIE OSIOWEJ SYMETRII UKŁADU

W wielofazowym ośrodku gruntowym istnieją pewne mechanizmy powstawania przemieszczeń, i co za tym idzie osiadań fundamentów konstrukcji. Podstawowe mechanizmy, determinujące inżynierskie sposoby analizy obliczeniowej osiadań, łączy się z takimi zjawiskami, jak: zagęszczanie, konsolidacja, zmiany warunków wodnych oraz zaburzenia w równowadze masywu gruntowego (np. przy wykonywaniu wykopów lub eksploatacji kopalin naturalnych).

W pracy analizie numerycznej [36] poddane zostały osiadania konstrukcji (rozważanej w fazie początkowej jako fundament o określonej sztywności) na podłożu z gruntów spoistych – oceniane w sensie „globalnym", bez analizy przebiegu procesu osiadań w czasie. Przedstawiane analizy bazują na rozważaniach z rozdziału 2, co w skrócie można wyrazić następująco:

- Adekwatność wyników analiz w numerycznych modelach obliczeniowych układów (B)-(P) wiąże się silnie zarówno z wprowadzonym modelem konstytutywnym gruntu, jak również z obszarem obliczeniowym numerycznego modelu podłoża.
- Ocenę wiarygodności odpowiedzi modelu obliczeniowego na zastosowaną ścieżkę obciążenia można uzyskać dzięki procesowi kalibrowania modelu, przeprowadzonemu w pracy w dwóch fazach:
  1. dla modelu obliczeniowego podłoża(*) bez wpływu sztywności konstrukcji,
  2. dla modelu obliczeniowego całego układu (F)-(P) ((B)-(P)).

Sformułowanie zadania badawczego

Poddajmy porównaniu zachowanie serii układów (F)-(P) wykorzystujących modele konstytutywne gruntu grupy **B**, w odniesieniu do zachowania układów bazujących na modelach podłoża grupy **A**:

- rejestrując najistotniejsze różnice i podobieństwa w odpowiedzi podłoża jednorodnego na zadane ścieżki obciążenia, oraz
- poszukując sposobu na pogodzenie potrzeby prostoty opisu konstytutywnego ze złożoną filozofią zachowania ośrodka wielofazowego, jakim jest grunt.

(*) Pojęcie „model obliczeniowy podłoża" uznaje się za zdefiniowane, gdy podane są informacje dotyczące:
- modelu konstytutywnego gruntu, oraz
- wielkości obszaru obliczeniowego modelu podłoża.

4.1. Procedura kalibrowania obszarów obliczeniowych modeli podłoży grup A i B

Efekt zwiększenia dokładności analizy wraz z odpowiednim zagęszczeniem siatki dyskretnej jest zjawiskiem oczywistym dla użytkowników metod numerycznych. Dobór wielkości obszaru obliczeniowego modelu podłoża gruntowego jest dokonywany jednak nazbyt często w sposób arbitralny.

Jeżeli warunki brzegowe nie są ukształtowane w sposób naturalny, np. przez nieodkształcalną warstwę gruntu, decyzja o przyjęciu wysokości obszaru numerycznego wpływa – w różnym stopniu przy różnych modelach konstytutywnych gruntu – na ocenę osiadań podłoża. Zjawisko to zależne jest od rodzaju zagadnienia (przestrzennego, płaskiego), wymiarów powierzchni obciążanej, wartości przekazywanego na podłoże obciążenia oraz sztywności konstrukcji.

Wprowadźmy zatem w przeprowadzanych badaniach numerycznych pojęcie: *ustalony obszar odpowiedzi modelu podłoża*, co pozwoli:

- prawidłowo wykonać wyżej sformułowane zadanie badawcze, a także
- udzielić odpowiedzi na pytania:
  1. jakie warunki powinny zostać spełnione, aby numeryczne rozwiązanie mogło stać się podstawą określania wartości osiadań i nośności podłoża, oraz
  2. kiedy wartości uzyskane numerycznie będą ekwiwalentne wartościom normowym?

Ustalony obszar odpowiedzi modelu podłoża – dla modeli grup **A** i **B** – powinien być zarazem minimalnym obszarem, gwarantującym w układzie obliczeniowym (F)-(P) (lub ogólnie (B)-(P)) możliwie najlepsze spełnienie warunków zapisanych w tezach pracy.

W celu jednoznacznego zdefiniowania ustalonego obszaru odpowiedzi modelu podłoża wprowadzono w modelach grup **A** i **B** pojęcie dodatkowe – *kryterium odpowiedzi materiału*.

Kryterium odpowiedzi materiału – służy ocenie wrażliwości odpowiedzi podłoża gruntowego, przy danej ścieżce obciążenia, na zaburzenia wywołane warunkami brzegowymi; inaczej – jest to wrażliwość na wielkość numerycznego obszaru obliczeniowego.

Kolejno dla modeli grup **A** i **B** zastosowana została poniższa, bazująca na tezie (3), procedura kalibrowania modeli obliczeniowych, polegająca na:

- analizie odpowiedzi modelu podłoża o odpowiednio powiększanych obszarach $(P)_i$ na zadaną ścieżkę obciążenia (wynikającą z zadania bazowego), tak aby wykorzystując kryterium odpowiedzi materiału określić *ustalony obszar odpowiedzi modelu podłoża*, czyli $(P)_{ustalone}$; obciążenie przykładane było bezpośrednio do podłoża (bez zaburzania odpowiedzi modelu wpływem sztywności konstrukcji),
- analizie wrażliwości odpowiedzi modelu podłoża w kolejnych układach $(F)\text{-}(P)_i$ (lub $(B)\text{-}(P)_i$) na zadaną ścieżkę obciążenia, z odniesieniem do układu bazowego $(F)\text{-}(P)_{ustalone}$, oraz
- kontroli spełnienia (bezwzględnego lub względnego) warunków wynikających bezpośrednio z tez (1) i (2).

Jako miarę wrażliwości w *kryterium odpowiedzi materiału* wykorzystano parametr materiałowy:

- moduł odkształcenia E – w modelach grupy **A**,
- wskaźnik ściśliwości gruntu e – w modelach grupy **B**.

Dla modeli grypy **A** oraz modeli grupy **B** zastosowano zatem dwa różne sposoby określania ustalonego obszaru odpowiedzi modelu podłoża gruntowego.

Dodatkowo uznano, że ponieważ do modeli grupy **A** zaliczone zostały modele wykorzystujące związki konstytutywne klasycznej sprężystości, zatem uwarunkowania określające właściwy obszar obliczeniowy sprężystego modelu podłoża (e) będą obejmowały także modele spężysto-idealnie plastyczne (e-p) w fazie pracy sprężystej.

4.2. Obszar obliczeniowy (3D) - modele grupy A

Używane powszechnie określenia "analiza na podłożu sprężystym" lub „analiza na półprzestrzeni sprężystej" są w rzeczywistości w obliczeniach numerycznych niezdefiniowane.

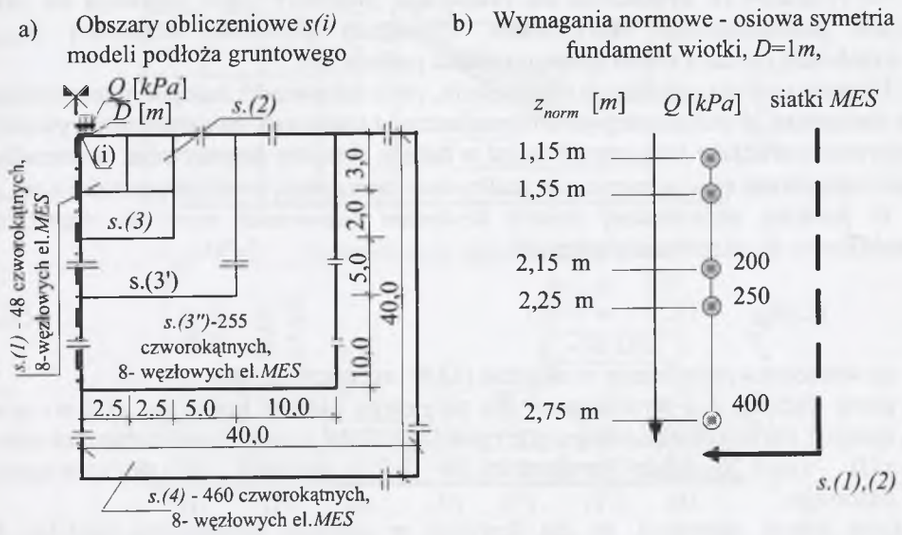
W celu dokonania jednoznacznego porównania pracy podłoży opisanych modelami grup **A** i **B** uznajmy, że ze względu na znane rozwiązania analityczne odpowiedzi numeryczne podłoża pracującego sprężyście odniesione będą, w początkowej fazie rozważań, do rozwiązań w półprzestrzeni sprężystej. Podejście takie wymaga następujących działań, wykorzystujących procedurę kalibrowania obszaru obliczeniowego modelu podłoża:

1. stwierdzenia, przy jakich warunkach możemy odtworzyć w numerycznie sformułowanym obszarze sprężystym rozwiązanie analityczne półprzestrzeni z błędem dającym się jednoznacznie oszacować,
2. założenia, że odtworzoną numerycznie (przy odpowiednio określonym błędzie δE) półprzestrzeń sprężystą możemy uznać a priori za ustalony obszar odpowiedzi modelu podłoża ($(P)_{ustalone}$), a następnie sprawdzić, w jakim stopniu obszar ten spełnia warunki określone w tezach pracy, oraz
3. określenia, jakie będą konsekwencje stosowania w analizach układów (F)-(P) ((B)-(P)) obszarów podłoża mniejszych od numerycznie określonej półprzestrzeni sprężystej.

4.2.1. Oszacowanie dokładności numerycznego odtworzenia półprzestrzeni sprężystej. Wykorzystanie kryterium odpowiedzi materiału

Zastosujmy *kryterium odpowiedzi materiału* w celu określenia numerycznego, adekwatnego obszarowo modelu podłoża jednorodnego pracującego jak półprzestrzeń sprężysta, przyjęta a priori (zgodnie z powyższymi uwagami) jako *ustalony obszar odpowiedzi modelu podłoża*. Należy w tym celu spełnić warunek, aby różnica między rozwiązaniem numerycznym i analitycznym, bazującym na rozwiązaniu półprzestrzeni sprężystej Boussinesqa, nie przekraczała pewnej zadanej wartości.

Ponieważ w modelach grupy **A**, pracujących w zakresie sprężystym, parametr E zastosowany w *kryterium odpowiedzi materiału* jest bezpośrednio sprzęgnięty z osiadaniami podłoża s, więc proces kalibrowania modelu obliczeniowego będzie polegał na odtwarzaniu danego zadania bazowego z kontrolą zależności obciążenie–osiadanie (czyli rejestracją zjawisk zachodzących na powierzchni). Postępowanie to, prowadzące ostatecznie do zależności (4.4), przedstawiono poniżej.



Rys. 4.1. Geometria obszarów obliczeniowych MES podłoża gruntowego
Fig. 4.1. Dimensions of the computational areas for subsoil models

Dla obciążenia równomiernego Q – działającego bezpośrednio na podłoże – przemieszczenie pionowe powierzchni gruntu, uznanego za warstwę o nieskończonej głębokości, określane jest w stanie osiowej symetrii jako:

$$s=Q\cdot D\cdot(1-\nu^2)\cdot 1/E_d \tag{4.1}$$

gdzie E_d – potraktujmy jako dany, wprowadzany do obliczeń, parametr materiałowy, równy modułowi odkształcenia E_o,

$s=s_{anal}$ – jest analityczną wartością osiadania określonego w półprzestrzeni sprężystej w punkcie środkowym pod obciążeniem rozłożonym, przyłożonym bezpośrednio do podłoża.

Określmy efekt odpowiedzi materiału podłoża numerycznego poprzez wartość:

$$E_{od} = Q\cdot D\,(1-\nu^2)\cdot 1/s_n \tag{4.2}$$

gdzie E_{od} – staje się tu parametrem odpowiedzi materiału,

s_n – jest numeryczną wartością osiadania w punkcie i, określającą parametr odpowiedzi materiału w numerycznym modelu podłoża sprężystego.

Badania numeryczne, przeprowadzone dla odpowiednio zbudowanych i kolejno powiększanych (w przypadku (3') i (3'') także lokalnie zagęszczonych) siatek *MES* dyskretyzujących obszar podłoża sprężystego (rysunki 4.1a, 4.2a), obciążonego równomiernie poprzez wiotką powierzchnię kontaktu o określonej średnicy D_i, pozwoliły na powiązanie wartości parametru odpowiedzi materiału E_{od} z wielkością obszaru podłoża (P).

Na rysunku 4.1b sygnalizuje się równolegle problemy, jakie pojawiają się przy próbie jednoznacznego skorelowania wymaganej głębokości normowej (z_{norm}) z wysokością obszaru numerycznego modelu podłoża (H).

Uznanie procesu stabilizacji rozwiązania, czyli odpowiedzi modelu numerycznego na obciążenie, za zakończony jest równoznaczne z uznaniem, że zaburzenia wywołane wpływem warunków brzegowych są już w danym obszarze dopuszczalne i minimalnie zakłócają odtworzone numerycznie analityczne rozwiązanie teorii sprężystości $s \cong s_{anal}$.

W bardziej uniwersalnej postaci *kryterium odpowiedzi materiału* zapiszemy z możliwym do określenia błędem δE:

$$E_{od} \cong E_d \tag{4.3}$$

- co wyrażono symbolicznie w układzie (s,Q) – na rys. 4.2a, oraz
- przez wartości E_{od} wyznaczone – dla przyjętego zadania bazowego D=1 *m* – przy różnych obszarach obliczeniowych modelu podłoża, oznaczonych numerami siatek $s.(i)$ – rys. 4.2b, gdzie rozwiązania dla D=2 *m* stanowią „tło" do rozwiązania bazowego.

Należy jednak zauważyć, że dla dowolnej w zasadzie powierzchni kontaktu D_i możemy, ze względu na znajomość rozwiązań analitycznych w półprzestrzeni sprężystej, mówić o możliwości numerycznego odtworzenia umownego zadania bazowego.

Zbudowano zatem – na podstawie zbioru numerycznych wartości E_{od} (rys. 4.3) otrzymanych dla D_i=1÷8 *m*, przy obciążeniu Q przekazywanym bez udziału fundamentu na podłoże z rys. 4.1a – funkcje sprzęgające parametr odpowiedzi materiału E_{od} z wielkością obszaru podłoża, opisane zależnością (4.4).

$$E_{od} = E_d \cdot f(H,D) = E_d \cdot (0.04274 \cdot D + 0.9936) \cdot \ln(\ln(\sqrt{2} \cdot H_i)^{(-0.08361 \cdot D - 0.01531)} \tag{4.4}$$

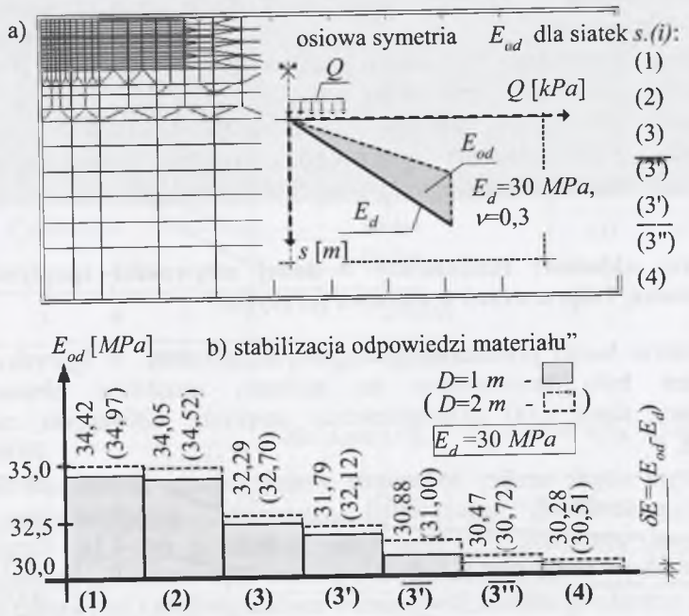
gdzie: współczynnik korelacji dla funkcji $f(H,D)$ wynosi r^2=0.9871, H oznacza wysokość modelu podłoża.

Błąd odpowiedzi modelu podłoża na obciążenie, wynikający z zastosowania kryterium odpowiedzi materiału, zapiszemy:

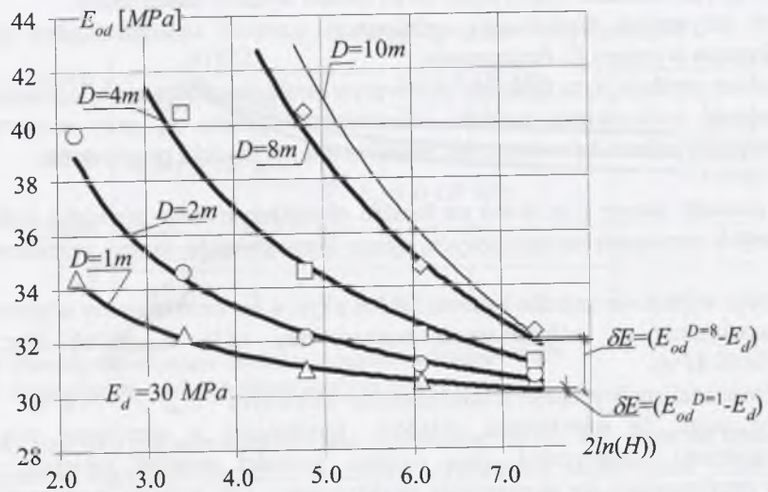
$$\delta E = E_{od} - E_d = E_d \cdot [f(H,D) - 1] \tag{4.5}$$

Rysunek 4.3 – przedstawiający zależność (4.4) – daje możliwość określenia błędu δE (odpowiedzi materiałowej), jaki powstanie w danym modelu przy przyjętym a priori obszarze obliczeniowym podłoża. Obraz funkcji podanej przykładowo dla D=10 *m* (rys. 4.3) jest wynikiem uogólnienia zapisu funkcji dla $D_i \leq D$=8 *m*.

Należy zwrócić jednak uwagę, że jedynie dla wyjściowego zadania bazowego: D=1 *m* na obszarze obliczeniowym $s.(4)$, traktowanym jako numeryczna półprzestrzeń sprężysta otrzymujemy błąd „odpowiedzi materiału" δE<1%.



Rys. 4.2. Zbiór numerycznych odpowiedzi materiału E_{od} dla zadania bazowego D=1 m
Fig. 4.2. Material response E_{od} set for the basic task D=1 m



Rys. 4.3. Sprzęgnięcie wartości parametru odpowiedzi materiału E_{od} z wysokością modelu podłoża
Fig. 4.3. Connections: parameter response E_{od} and depth of the subsoil model

Wnioski. Zależność (4.4), wynikająca z zastosowania kryterium odpowiedzi materiału, służy do przygotowania minimalnego (ustalonego) obszaru obliczeniowego podłoża odpowiadającego, z założonym błędem δE, półprzestrzeni sprężystej o module odkształcenia E_d. Możemy zatem zapisać, że dla tak określonej numerycznej półprzestrzeni sprężystej:

- rozwiązania numeryczne i analityczne układów z fundamentem wiotkim będą dostatecznie sobie bliskie, czyli będzie zachodzić $s_n^{3D} \cong s_{anal}^{3D}$,
- rozwiązania numeryczne układów z konstrukcją o określonej, rzeczywistej sztywności będą natomiast adekwatnymi, nowymi rozwiązaniami zadań brzegowych analizowanych w sprężystości (rozdział 4.2.2).

4.2.2. Analizy układów: fundamenty o danej sztywności - sprężyste podłoże gruntowe. Półprzestrzeń a warstwa sprężysta

Na podstawie badań przedstawionych powyżej układów, w których obciążenie przekazywane było bezpośrednio na podłoże, uznaliśmy obszar podłoża odpowiadający siatce *s.*(4) za półprzestrzeń sprężystą, odtwarzaną numerycznie z błędem δE.

W kolejnym etapie analizy rozważone zostały układy zawierające fundamenty (D=1÷8 *m*) o określonej, rzeczywistej sztywności, współpracujące z kolejno powiększanymi obszarami obliczeniowymi podłoża z rys. 4.1a. Przyjęta forma rejestracji wyników badań (rys. 4.4a,b,c) w postaci odpowiedzi $E_{ukł}$ pozwala wyraźnie uwidocznić zjawisko sprzęgnięcia wymiarów modelu podłoża i sztywności konstrukcji o coraz większych średnicach D_i z otrzymywaną odpowiedzią podłoża; gdzie wartości $E_{ukł}$ wyznaczone zostały analogicznie do wartości E_{od} w wyrażeniu (4.2).

Charakter malejący funkcji na rys. 4.4b i rys. 4.4c ogólnie jest obrazem zjawisk towarzyszących analizom sprężystym, które można wyrazić następująco:

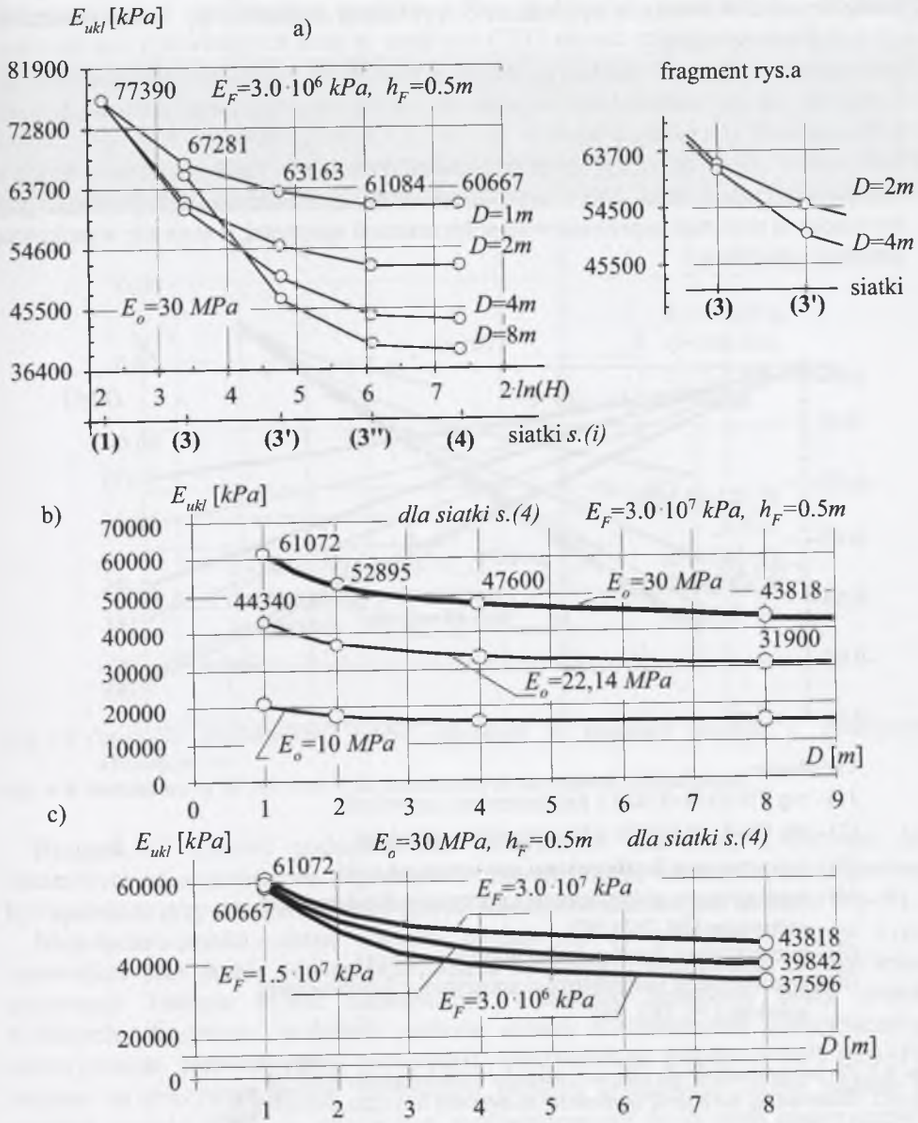
- wpływ sztywności fundamentu, redukującej wartości osiadań maleje w miarę zwiększania wymiaru D_i fundamentu,
- im słabsze podłoże, tym mniejszy jest wpływ wielkości obszaru obliczeniowego na dokładność oszacowania modułu odkształcenia gruntu E_o przy numerycznym odtwarzaniu zadania bazowego, np. badań in situ, w modelu sprężystym.

Należy zwrócić uwagę (rys. 4.4a) na bardzo charakterystyczne zjawisko stabilizacji otrzymanych rozwiązań numerycznych, czego konsekwencje można przedstawić jak poniżej.

Rozważając wyjściowe zadanie bazowe D=1*m* z rys. 4.4a, otrzymujemy odpowiednio:

1. z rozwiązania na półprzestrzeni numerycznej *s.*(4) – $E_{ukł}$=60667 *kPa*; (przy E_o=30000 *kPa*),
2. z rozwiązania analitycznego z fundamentem sztywnym – $E_{ukł}$=37974 *kPa*.

Widzimy zatem, że rozwiązania układów – fundamenty o określonej sztywności na półprzestrzeni numerycznej – dają ogólnie wartości osiadań mniejsze, aniżeli wartości przyjmowane wg rozwiązania analitycznego. Dla zadania bazowego D=1 *m* (przy podanych na rys. 4.4a wartościach sztywności podłoża i konstrukcji) otrzymano ω_{num}≅0.49, co jest znacząco mniejszą wartością od wartości ω=0.79, używanej do określania modułów ściśliwości i odkształcenia na podstawie próbnych obciążeń.

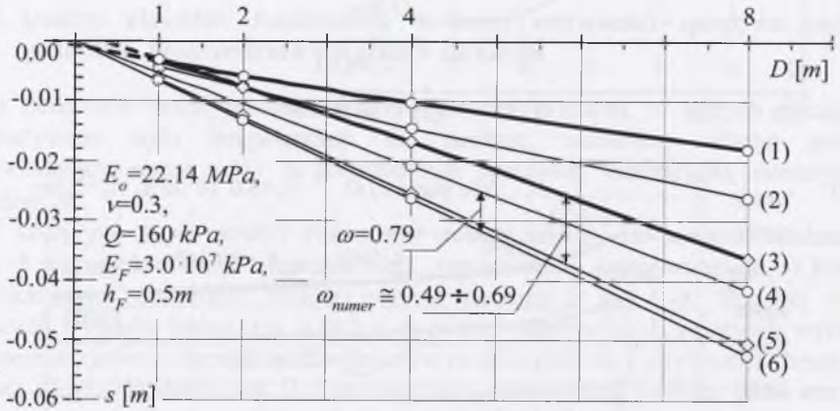


Rys. 4.4. Zjawiska towarzyszące analizom sprężystym układów (F)-(P)
Fig. 4.4. Some phenomena that in elastic analyses occur

To samo zjawisko pokazano jeszcze raz, zestawiając na rys. 4.5. wartości osiadań serii fundamentów współpracujących z obszarem odtworzonej numerycznie półprzestrzeni sprężystej (s.(4)), gdzie przy przyjętych do obliczeń danych numeryczną wartość współczynnika ω oszacowano jako ω_{num}≅0.49÷0.69, odpowiednio dla fundamentów D=1 *m* do D=8 *m*.

Przedstawienie omawianych rozwiązań w innej konwencji (rys. 4.6) – fundamenty o powiększanych wymiarach na podłożu o wybranym obszarze $s.(i)$ – daje natomiast możliwości oszacowania:

- przy jakiej wysokości modelu podłoża mamy do czynienia z rozwiązaniem na warstwie, dającej osiadania s_w, a kiedy na odtworzonej numerycznie z błędem δE półprzestrzeni sprężystej, a także
- jaki wpływ na wyznaczaną różnicę osiadań Δs między fundamentami o różnych wymiarach będzie miał dobór wysokości modelu obliczeniowego podłoża, gdy wysokość ta przestaje reprezentować półprzestrzeń sprężystą, a staje się wysokością warstwy sprężystej.



Osiadania:
(1) - wg PN-81/B-03020 z fundamentem sztywnym
(2) - wg PN-81/B-03020 z fundamentem wiotkim
(3) - numeryczne z fundamentem sztywnym na $s.(4)$
(4) - analityczne w półprzestrzeni sprężystej z fundamentem sztywnym [19, 262, 56]
(5) - numeryczne z fundamentem wiotkim na $s.(4)$
(6) - analityczne w półprzestrzeni sprężystej z fundamentem wiotkim [19, 262, 56]

Rys. 4.5. Zestawienie różnie określanych wartości osiadań sprężystych
Fig. 4.5. Statement of the elastic settlements in different ways determined

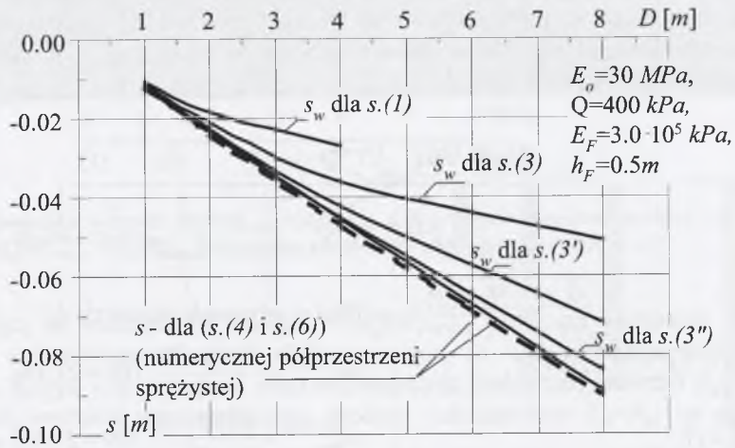
Powyższe rozważania możliwe są dzięki charakterystycznemu zachowaniu układów, w których podłoże reprezentuje warstwę sprężystą, a mianowicie:

- „nieliniowości" otrzymywanych funkcji osiadań s_w – rys. 4.6, oraz
- zjawisku nie przecinania przez funkcje osiadań s_w początku układu (s,D), w odróżnieniu od funkcji s reprezentujących osiadania fundamentów w półprzestrzeni sprężystej.

Warstwa sprężysta jako forma wprowadzania podłoża pod konstrukcją, będąc rozwiązaniem coraz bardziej dostępnym w profesjonalnych systemach

komputerowych, daje pozorne przekonanie o wyższej jakości analizy konstrukcji, uwzględniającej podatność podłoża. Na podstawie powyższych chociażby doświadczeń (rozwiniętych dalej w analizach (2D)) można jednakże stwierdzić:

Wniosek. Numerycznie modelowana warstwa sprężysta jest bardzo mało wiarygodnym sposobem rejestracji zachowania podłoża gruntowego pod obciążeniem i może być źródłem błędnej oceny wielkości wewnętrznych w konstrukcji. Ocena osiadań między fundamentami konstrukcji może bowiem znacząco różnić się dla warstw o różnie przyjętych wysokościach.



Rys. 4.6. Osiadania fundamentów niezbyt sztywnych w modelach podłoża o oznaczonych obszarach s.(i)
Fig. 4.6. Settlements of the not very rigid foundations in the marked subsoil areas

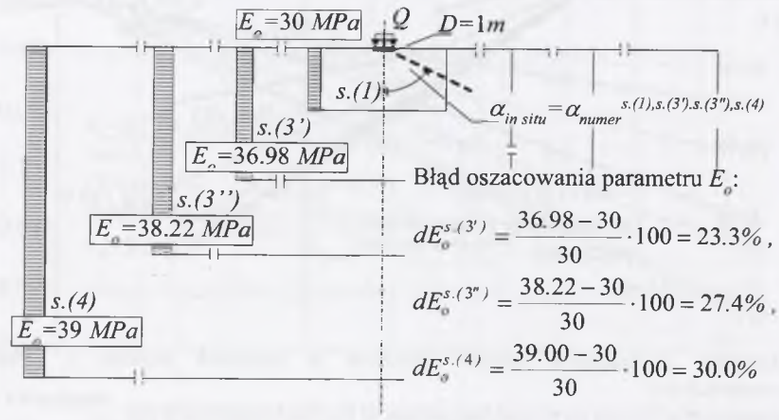
Rysunek 4.7 stanowi podsumowanie powyższych rozważań, a zarazem jest obrazowym odniesieniem do zapisanych w tezach (1)÷(3) warunków, jakie powinny być spełnione przy tworzeniu adekwatnych modeli obliczeniowych układów (B)-(P).

Niejednoznaczności – różne wartości modułu E_o dla różnych obszarów $s.(i)$ – powstające przy próbie odtwarzania zadania bazowego (rozumianego tu jako wynik umownego badania in situ rozważanego w zakresie sprężystej pracy gruntu) w różnych obszarowo modelach podłoża mówią o niemożności jednoznacznego numerycznego przewidywania zachowania rzeczywistego układu (F)-(P) ((B)-(P)), bazując na sprężystym opisie zachowaniu podłoża gruntowego; gdzie podane na rysunku wartości E_o=E_d są wartościami wprowadzanymi do obliczeń numerycznych, takimi aby dla kolejno powiększanych podłoży w rozwiązaniach układów (F)-(P) zachowany był warunek α_{num}=$\alpha_{in\ situ}$.

Zgodnie jednak z wnioskiem wynikającym z tezy (3) – o modelach konstytutywnych podłoża nie odtwarzających zjawisk zachodzących w obciążonym masywie gruntowym – można stwierdzić, że wstępny proces kalibrowania modelu obliczeniowego z zastosowaniem zadania bazowego, najlepiej badania in situ, umożliwia oszacowanie wpływu doboru wielkości obszaru modelu podłoża na wynik rozwiązania rzeczywistego układu (B)-(P).

Wnioski. Jedynie rozwiązania układów konstrukcja – podłoże, traktowane jako numerycznie odtworzona izotropowa półprzestrzeń, są rozwiązaniami wykorzystującymi klasyczną sprężystość w sposób jednoznaczny. Mniejsze obszarowo modele podłoża są obciążone zaburzeniami przemieszczeniowych warunków brzegowych (głównie brzegu dolnego).

W klasycznym modelu sprężystym objawem niejednoznaczności przejścia od próby numerycznego odtworzenia badań in situ do zadania numerycznego z większym fundamentem jest to, że warunek $(dQ/ds)_{numer} = (dQ/ds)_{in\ situ}$ (w przedziale „liniowości" zależności Q-s_i) jest zazwyczaj spełniony jedynie w małym obszarze numerycznym – dając w analizie odwrotnej rozsądną wartość E_o gruntu, przy której zgodnie z doświadczeniem inżynierskim osiadania normowe s_{norm} są nieznacznie większe od osiadań polowych (rys. 4.5 i 4.7).



Rys. 4.7. Niejednoznaczności w odtwarzaniu umownego zadania bazowego o D=1 m w modelu sprężystym
Fig. 4.7. Ambiguous in the elastic model that arise during a basic task reproducing

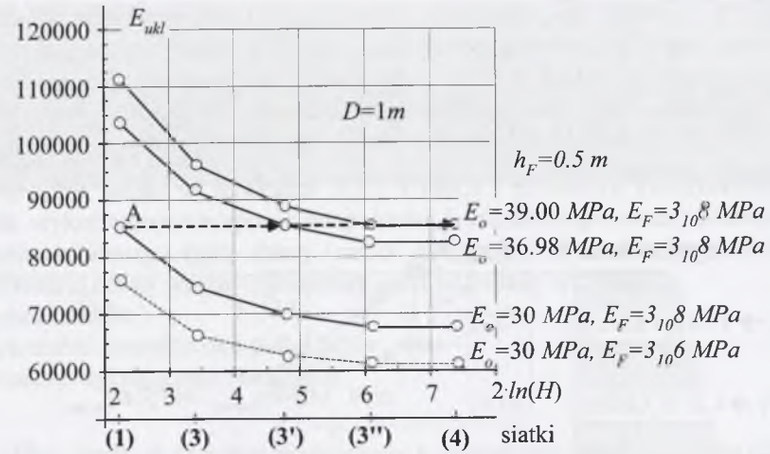
Próbę osłabienia niejednoznaczności towarzyszących analizom sprężystym stanowi wprowadzenie pionowej anizotropii podłoża gruntowego.

W literaturze występuje wiele propozycji wprowadzenia podłoża sprężystego, pionowo anizotropowego do oceny osiadań konstrukcji [133, 134, 135, 265, 60], co może być rozwiązaniem użytecznym dla inżyniera. Nie ma jednak wskazań, w jaki sposób podłoże takie wiarygodnie odtworzyć w modelu numerycznym, nie sprzęgając bezpośrednio funkcji zmian E z wielkością obciążanego obszaru.

Poniżej przedstawiono propozycję sposobu tworzenia podłoża pionowo anizotropowego na bazie wcześniejszych wyników analiz numerycznych dla układów konstrukcja - podłoże izotropowe.

Na rys. 4.8 mamy przykładowy zbiór numerycznych funkcji odpowiedzi E_{ukl} dla układów:

- o fundamencie D=1 m i określonej sztywności EJ, oraz
- różnych obszarowo podłożach $s.(i)$, opisanych trzema różnymi wartościami modułu odkształcenia E_o=E_d.



Rys. 4.8. Spełnienie warunku $(dQ/ds)_{numer}$=$(dQ/ds)_{in\ situ}$ dla różnych obszarowo podłoży s.(i)
Fig. 4.8. $(dQ/ds)_{numer}$=$(dQ/ds)_{in\ situ}$ condition satisfied for different subsoil areas s.(i)

Zakładając, że warunek $(dQ/ds)_{numer} = (dQ/ds)_{in\ situ}$ powinien zachodzić w modelu podłoża o dowolnym obszarze obliczeniowym, to linia pozioma poprowadzona z punktu A (rys. 4.8) przecinać musi odpowiednie funkcje odpowiedzi E_{ukl} dla coraz większych wartości wprowadzonego modułu odkształcenia E_o=E_d, co zgodne jest z rys. 4.7.

Z powyższych badań wynika postać funkcji zmian modułu E_o^z z głębokością (4.6), zbudowana dla $z<z_{max}$, gdzie z_{max} odpowiada wysokości obszaru $s.(4)$ traktowanego w izotropii jako obszar równoważny z błędem δE półprzestrzeni sprężystej:

$$E_o^z = E_o^g \cdot \left[2 - \frac{5}{2 \cdot \sqrt[3]{(z+10)^2}} \right] \tag{4.6}$$

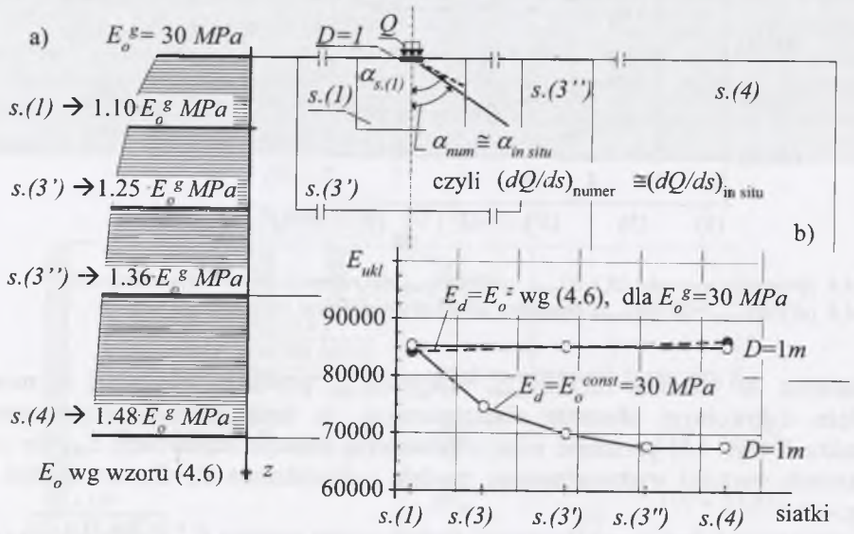
Wzór (4.6) jest określony dla wartości E_o^g=20÷35 MPa przy współczynniku korelacji r^2=0.9211÷0.9968.

Na rys. 4.9 przedstawiono numeryczne odpowiedzi układów z rys. 4.7 przy wprowadzonej korekcie sztywności podłoża – ze zmianą E_o po głębokości wg (4.6) – wykazujące niewielki stosunkowo błąd odtworzenia warunku $(dQ/ds)_{numer} = (dQ/ds)_{in\ situ}$.

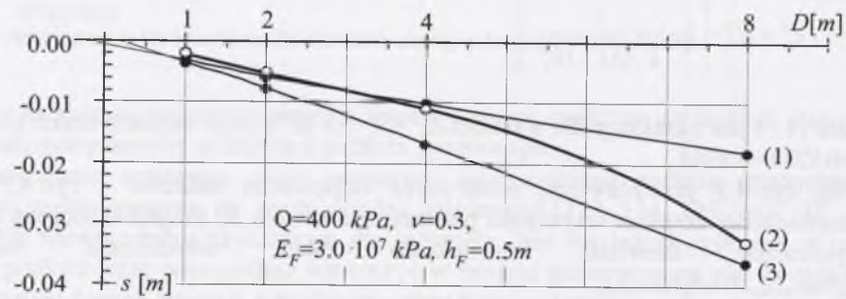
Przyjęcie podłoża pionowo anizotropowego (4.6) niweluje problemy współzależności wysokości obszaru numerycznego z otrzymywaną odpowiedzią na obciążenie jedynie dla fundamentów małych. Dla fundamentów o większych wymiarach D_i problemy te zaledwie osłabia – rys. 4.10.

Na rys. 4.10 porównano osiadania rozważanych wyżej fundamentów, D=1 m÷D=8 m, na podłożu izotropowym o obszarze $s.(4)$, reprezentującym odtworzoną numerycznie półprzestrzeń sprężystą oraz na półprzestrzeni o pionowej anizotropii, wg numerycznie utworzonej funkcji E_o^z.

Wniosek. W podłożu sprężystym, pionowo anizotropowym warunki stawiane w tezach dotyczące zachowania adekwatnego modelu konstytutywnego pozostają niespełnione podobnie jak w podłożu jednorodnym. Odpowiedź na obciążenie nie pojawia się stopniowo, z narastaniem przykładanego obciążenia, lecz stanowi, podobnie jak w podłożu jednorodnym, obraz przemieszczeniowej homogenizacji całego obszaru numerycznego.



Rys. 4.9. Numeryczne odpowiedzi układów z rys. 4.7 przy E_o zmiennym po głębokości wg (4.6)
Fig. 4.9. Numerical response of the systems from Fig. 4.7 (for E_o by (4.6))



Osiadania:

(1) - wg PN-81/B-03020 z fundamentem sztywnym dla E_o=22.14 *MPa*
(2) - numeryczne, z fundamentem sztywnym na *s.(4)* dla E_o^z wg (4.6) przy E_o^g=22.14 *MPa*
(3) - numeryczne, z fundamentem sztywnym na *s.(4)* dla E_o=22.14 *MPa*

Rys. 4.10. Porównanie osiadań fundamentów D_i dla podłoży: pionowo anizotropowych oraz jednorodnego
Fig. 4.10. Settlements comparison for foundations D_i in anisotropic and homogeneous subsoil

4.3. Obszar obliczeniowy (3D) – modele grupy B

Dla modeli grupy **B** nie dysponujemy analitycznymi rozwiązaniami zagadnień brzegowych, nie istnieje więc baza do przyjęcia a priori *ustalonego obszaru odpowiedzi modelu podłoża.*

Zastosujmy zatem w modelach (CC) i (MCC) procedurę kalibrowania modelu podłoża, wykorzystując w sposób bezpośredni *kryterium odpowiedzi materiału* w celu określenia ustalonego (przy danej ścieżce obciążenia) obszaru odpowiedzi modelu, z możliwością oceny wrażliwości odpowiedzi na zmiany wielkości:

- obszaru modelu,
- powierzchni kontaktu obu podukładów, oraz
- wartości przykładanego obciążenia.

W modelach grupy **B** parametr materiałowy *e* sprzęgnięty jest w *kryterium odpowiedzi materiału* bezpośrednio z naprężeniem *p* (lub σ_v) istniejącym w danym punkcie podłoża, co wyrazić możemy przez dwa stany zapisane symbolicznie w postaci par wielkości określających kolejno:

(1) $\{(p),(e)\}$ lub $\{(\sigma_v(\gamma \cdot z),(e)\}$ – stan (1), naturalnego zalegania gruntu,
(2) $\{(\sigma_v+d\sigma_v(dQ)),(e+de)\}$ – stan (2), powstający po przyłożeniu do podłoża obciążenia zewnętrznego.

Proces kalibrowania obszaru obliczeniowego modelu podłoża grupy **B** odniesiemy do analizy wewnętrznej odpowiedzi modelu podłoża, ocenianej efektem wygaszania po głębokości zmian wartości *de* wywołanych przyłożonym obciążeniem zewnętrznym powodującym przejście gruntu ze stanu (1) do stanu (2).

Przyjmiemy przy tym, że:

- w zadaniu bazowym, rozumianym tu jako badanie in situ, obciążenie równomiernie rozłożone *Q* przyłożone będzie najpierw bezpośrednio do podłoża na powierzchni o średnicy *D*=1 *m*, następnie poprzez fundament o tej samej średnicy,
- wielkość modelu obliczeniowego podłoża rozróżniana będzie przez jego wysokość *H*.

4.3.1. Procedura oszacowywania ustalonego obszaru odpowiedzi podłoża gruntowego

Przyjmijmy stan (1), naturalnego zalegania gruntu, jako matrycę rozkładu parametru materiałowego *e* z głębokością *z* (oraz po wysokości *H* modelu podłoża), co wyrażone przez pozostałe parametry modeli grupy **B** możemy zapisać w postaci:

- dla modelu (MCC):

$$e = e_{cs} - (\lambda - \kappa) \cdot ln\left(\frac{p_{co}}{2}\right) - \kappa \cdot ln(p) \tag{4.7}$$

- dla modelu (CC):

$$e = e_{cs} - (\lambda - \kappa) \cdot ln\left(\frac{p_{co}}{2.718}\right) - \kappa \cdot ln(p) \tag{4.8}$$

Na matrycę tę, odpowiednią do stanu normalnej konsolidacji lub prekonsolidacji gruntu, nanieść należy stan obciążenia zewnętrznego. Stan ten zobrazowano przez założony w przeprowadzanej analizie sposób realizacji przyrostów obciążenia zewnętrznego (dQ) – po liniach konsolidacji anizotropowej (dla gruntów (NC) jest to linia $K_o^{(NC)}$). Taki sposób otrzymywania stanu (2) jest uzasadniony tym, że:

- poszukujemy takiego ustalonego obszaru odpowiedzi podłoża, że na głębokości równej $H_{ustalone}$ dla wartości w uznanej za bliską zeru zachodzi $\lim_{H \to H_{ustal}} de = w$,
- wszystkie ścieżki bardziej ostro odchodzące od linii konsolidacji anizotropowej są stanami lokalnymi pod fundamentem, wygasającymi z głębokością.

Analizy wrażliwości stanu (2) na zmiany wielkości obszaru obliczeniowego podłoża przeprowadzono poniżej rozważając kolejno przypadki (I)÷(IV) – stanów normalnej konsolidacji (NC) oraz prekonsolidacji (OC) podłoża gruntowego, obciążanego najpierw bez udziału fundamentu, a następnie poprzez fundamenty o określonej sztywności.

Do analiz zachowań gruntu opisanego modelem MCC przyjęto (za [49]) następujące parametry modelu: λ=0.066, κ=0.0074, M=1.2, e_{cs}=1.788, ν=0.15, a także γ=20 kN/m^3 oraz dla gruntu (NC) $K_o^{(NC)}$=0.45, dla gruntu (OC) rozkład po głębokości z zmienny zwykle w przedziale wartości $K_o^{(OC)}$=1.5÷0.45.

(I) Model MCC (NC), obciążenie zewnętrzne przyłożone bez udziału fundamentu

Rozważając grunt jako normalnie skonsolidowany (NC) o podanych powyżej parametrach oraz wykorzystując, zgodnie z powyższym uzasadnieniem, analogię do metody C_c przy realizacji stanu (2) od obciążenia zewnętrznego, zapiszemy:

$$e_z - e_1 = de = C_c \cdot \log\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_o}\right) = \frac{C_c}{\ln(10)} \ln\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_o}\right) = \lambda \cdot \ln\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_o}\right) \tag{4.9}$$

gdzie rozróżniamy odpowiednio:

$\sigma_o=\gamma \cdot z$ – składowa pionowa naprężenia w stanie (1) in situ na głębokości z,

$\sigma_1=\gamma \cdot z+Q$ – suma naprężeń in situ oraz wartości przewidywanego obciążenia zewnętrznego Q,

e_z – początkowa wartość wskaźnika porowatości, odpowiadająca naprężeniu $\sigma_o=\gamma \cdot z$, określana na podstawie matrycy (4.7) lub (4.8),

e_1 – wartość wskaźnika porowatości, określana jak wyżej, odpowiadająca naprężeniu σ_1.

Przechodząc teraz z (4.9) do czytelniejszej w interpretacji zmiany wysokości umownej warstwy o grubości h, zapiszemy:

$$\Delta h = h \cdot \frac{de}{1+e_z} = h \cdot \frac{1}{1+e_z} \cdot \lambda \cdot \ln\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_o}\right) = h \frac{1}{1+e_z} \cdot \lambda \cdot \ln\left(\frac{\gamma \cdot z + Q}{\gamma \cdot z}\right) \tag{4.10}$$

Jednostkowe skrócenie umownej warstwy podłoża leżącej na dowolnej głębokości z (przy obciążeniu zewnętrznym Q) możemy przyjąć zatem jako równe:

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{1}{1+e_z} \cdot \lambda \cdot \ln\left(\frac{\gamma \cdot z + Q}{\gamma \cdot z}\right) \tag{4.11}$$

Początkowa wartość wskaźnika porowatości określona na podstawie matrycy, (zgodnie z (4.7) i (4.8)) dla $\sigma_o=\gamma \cdot z$ może być zapisana odpowiednio dla (MCC) i (CC) w postaci:

$$e_z = e_{cs} - (\lambda - \kappa) \cdot ln\left(\frac{p_{co}}{2}\right) - \kappa \cdot ln(p_{in}) \tag{4.12}$$

$$e_z = e_{cs} - (\lambda - \kappa) \cdot ln\left(\frac{p_{co}}{2.718}\right) - \kappa \cdot ln(p_{in}) \tag{4.13}$$

gdzie dla rozważanego MCC (NC) mamy:

$$p_{in} = \frac{1}{3} \cdot \gamma \cdot z \cdot \left(1 + 2K_o^{NC}\right)$$

$$p_{co} = \frac{9 \cdot \left(1 - K_o^{NC}\right)^2 + M^2 \cdot \left(1 + 2K_o^{NC}\right)^2}{3 \cdot M^2 \cdot \left(1 + 2K_o^{NC}\right)} \cdot \gamma \cdot z$$

Jeżeli funkcje rozkładu składowych pionowych naprężenia wzdłuż głębokości, w osi przewidywanego obciążenia rozłożonego na kole o średnicy D_i, oznaczymy przez $\Phi_i(z)$, to jednostkowe skrócenie warstwy na głębokości z (uznane za miarę oszacowania wysokości obszaru obliczeniowego modelu podłoża) możemy wyrazić w postaci:

- uproszczonej, zastosowanej przy określaniu $H_{ustal}^{(3D)}$, której skuteczność zweryfikowana została numerycznie [91, 96]:

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{\lambda}{1+e_z} ln\left(\frac{\gamma \cdot z + Q}{\gamma \cdot z}\right) \cdot \Phi_i(z), \tag{4.14}$$

- rozbudowanej, omówionej przy określaniu $H_{ustal}^{(2D)}$

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{\lambda}{1+e_z} ln\left(\frac{\gamma \cdot z + Q \cdot \Phi_i(z)}{\gamma \cdot z}\right) \cdot \Phi_i(z). \tag{4.14a}$$

Dla zadania bazowego (D=1 m) przyjęta a priori funkcja $\Phi_i(z)$ ma postać [PN-81/B-03020]:

$$\Phi_1(z) = \left[1 - \frac{8 \cdot z^3}{\sqrt{\left(1 + 4 \cdot z^2\right)^3}}\right] \tag{4.15}$$

Dla obszaru o dowolnej średnicy D_i, przyjmując $\eta i=z/D_i$, mamy [PN-81/B-03020]:

$$\Phi_i(z) = \left[1 - \frac{8 \cdot \eta_i^3}{\sqrt{\left(1 + 4 \cdot \eta_i^2\right)^3}}\right] \tag{4.15a}$$

Zatem, zależność (4.14) przyjmie dla D=1 m postać:

$$\frac{\Delta h}{h}=\frac{\lambda}{1+e_z}\cdot ln\left(\frac{\gamma\cdot z+Q}{\gamma\cdot z}\right)\cdot\left[1-\frac{8\cdot z^3}{\sqrt{\left(1+4\cdot z^2\right)^3}}\right] \tag{4.16}$$

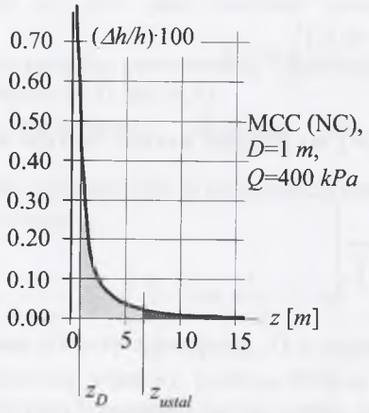
Dla dowolnego natomiast D_i postać:

$$\frac{\Delta h}{h}=\frac{\lambda}{1+e_z}\cdot ln\left(\frac{\gamma\cdot z+Q}{\gamma\cdot z}\right)\cdot\left[1-\frac{8\cdot \eta_i^3}{\sqrt{\left(1+4\cdot \eta_i^2\right)^3}}\right]. \tag{4.16a}$$

Funkcję (4.16) – dla zadania bazowego D=1 m, Q=400 kPa oraz przyjętych parametrów modelu MCC (NC) – przedstawia rys. 4.11. Należy zauważyć, że pole pod krzywą – zawarte pomiędzy odciętymi z_D i z_{ustal} – reprezentuje wartość pionowego przemieszczenia (osiadania na głębokości z_D) punktu środkowego obciążonego obszaru; określonego przy wysokości modelu podłoża $H=z_{ustal}$. Przyjęcie takie należy uznać za szacowanie wartości osiadania z góry zarówno ze względu na wykorzystanie analogii do metody C_c przy realizacji stanu (2), jak również ze względu na przyjęty a priori rozkład naprężeń wzdłuż wysokości w postaci funkcji $\Phi_i(z)$. Możemy zatem uznać, że błąd Δs_{num} – numerycznej oceny wartości osiadań w modelu podłoża o $H=H_{ustal}$ – może być jedynie mniejszy lub równy wartości Δs określonej jak poniżej:

$$\Delta s_{num}\le\Delta s=\frac{\delta s}{s+\delta s} \tag{4.17}$$

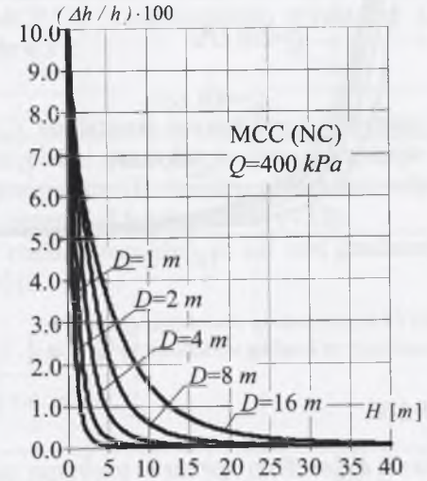
gdzie $\delta s=\int_{z_{ustal}}^{\infty}\left(\frac{\Delta h}{h}\right)dz$, $s=\int_{z_D}^{z_{ustal}}\left(\frac{\Delta h}{h}\right)dz$



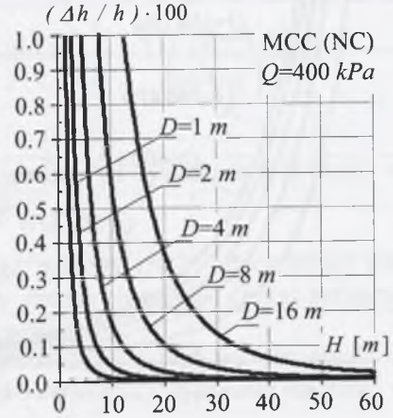
Rys. 4.11. Wykres funkcji (4.16) – stan (2) podłoża dla zadania bazowego D=1 m
Fig. 4.11. Diagram for function (4.16) – state (2) in subsoil for the basic task D=1 m

Przyjęcie wartości z_{ustal} (rys. 4.11.) określa wartość błędu Δs, oraz odwrotnie, przyjęcie wartości Δs (założonego błędu oszacowania osiadań) determinuje wysokość obszaru podłoża H_{ustal}. Prawidłowo dobrana wartość $H=H_{ustal}$ modelu podłoża zapewnia numeryczne wartości osiadań s_{ustal} takie, że dla $H_1>H_{ustal}$ zachodzi: $\Delta s_{num}=(s_1-s_{ustal})<=\Delta s$.

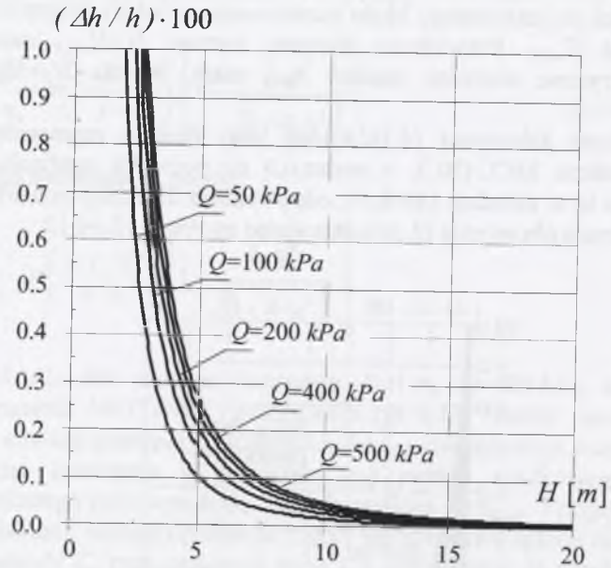
Rozważmy teraz zależności (4.16, 4.16a) jako funkcje reprezentujące stan (2) obciążonego podłoża MCC (NC), o podanych na początku rozdziału parametrach modelu. Funkcje te w układzie ($\Delta h/h$,H), odpowiednio dla kolejnych średnic D_i, przy założonym poziomie obciążenia Q, przedstawiono na rys. 4.12.÷4.15.



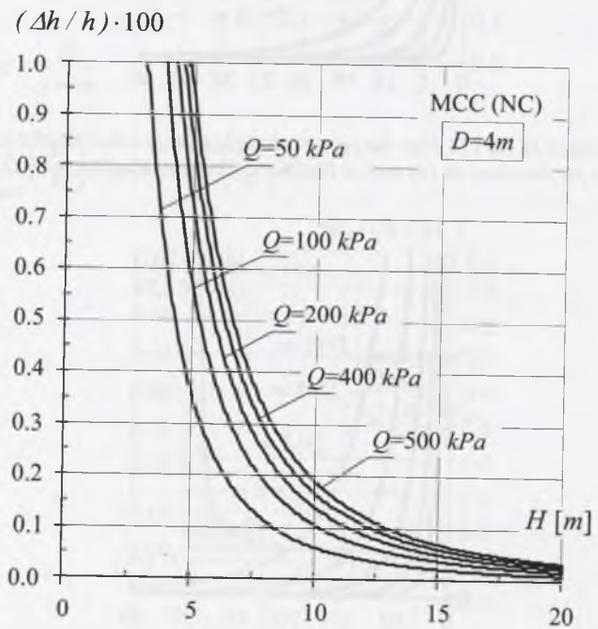
Rys. 4.12. Wykres funkcji (4.16) i (4.16a) dla powierzchni obciążenia o kolejnych średnicach D_i
Fig. 4.12. Diagrams for functions (4.16) and (4.16a) for different loading surfaces D_i



Rys. 4.13. Fragment rysunku 4.12
Fig. 4.13. Fragment of the Fig. 4.12



Rys. 4.14. Wrażliwość funkcji (4.16a) na zmiany obciążenia dla D=2 m
Fig. 4.14. Function (4.16a) sensitivity to loading variations for D=2 m



Rys. 4.15. Wrażliwość funkcji (4.16a) na zmiany obciążenia dla D=4 m
Fig. 4.15. Function (4.16a) sensitivity to loading variations for D=4 m

Ponieważ funkcje te są obrazem zanikania wpływu obciążenia zewnętrznego Q z głębokością (wyrażonego miarą $\Delta h/h$), stają się one zarazem wykresami służącymi do wyznaczania odpowiedniej wysokości obszaru obliczeniowego modelu podłoża – zgodnie z przyjęciem wartości miary oszacowania $\Delta h/h$ [%]. Rysunki 4.14 i 4.15 dają obraz wrażliwości funkcji (4.16, 4.16a) na zmiany wartości obciążenia zewnętrznego Q.

Problem sprzęgnięcia wartości $\Delta h/h$ z wielkością błędu Δs rozważany będzie szerzej w analizach z fundamentem (nomogramy – rys. 4.22 i rys. 4.31).

Z przyczyn zachowania ciągłości rozważań kontrola prawidłowości podanych w tezach stwierdzeń o adekwatności rozwiązań zadań kontaktowych (B)-(P) z modelem podłoża MCC/CC o odpowiedniej wysokości $H=>H_{ustal}$ przedstawiona zostanie w podrozdziale 4.3.2.

(II) Model MCC (NC), obciążenie zewnętrzne przyłożone poprzez fundament

W rozważanym przypadku **stan (2)** podłoża otrzymuje się przez nałożenie na matrycę, tak jak w przypadku (I) funkcji obciążenia odpowiadającej przyjętemu a priori rozkładowi naprężeń pod fundamentem (4.18).

Dla dowolnego D_i rozkład naprężeń w osi pod fundamentem, przy $\eta_i=z/D_i$, ma postać [PN-81/B-03020]:

$$\Phi_i(z)=\frac{1}{2}\left[1+\frac{4\cdot\eta_i^2\cdot\left(1-4\cdot\eta_i^2\right)}{\left[1+4\cdot\eta_i^2\right]^2}\right] \tag{4.18}$$

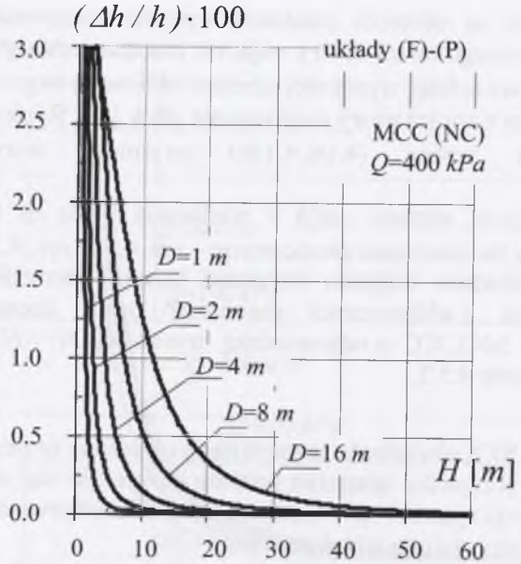
Jednostkowe skrócenie umownej warstwy podłoża na dowolnej głębokości z przy przyjętym powyżej rozkładzie naprężeń pionowych pochodzących od obciążenia zewnętrznego Q, oraz początkowych wartościach wskaźnika porowatości e_z określonych na podstawie matrycy odpowiadającej stanowi in situ wyniesie zatem:

$$\frac{\Delta h}{h}=\frac{\lambda}{2\cdot\left(1+e_z\right)}\ln\left(\frac{\gamma\cdot z+Q}{\gamma\cdot z}\right)\cdot\left[1+\frac{4\cdot\eta_i^2\cdot\left(1-4\cdot\eta_i^2\right)}{\left[1+4\cdot\eta_i^2\right]^2}\right] \tag{4.19}$$

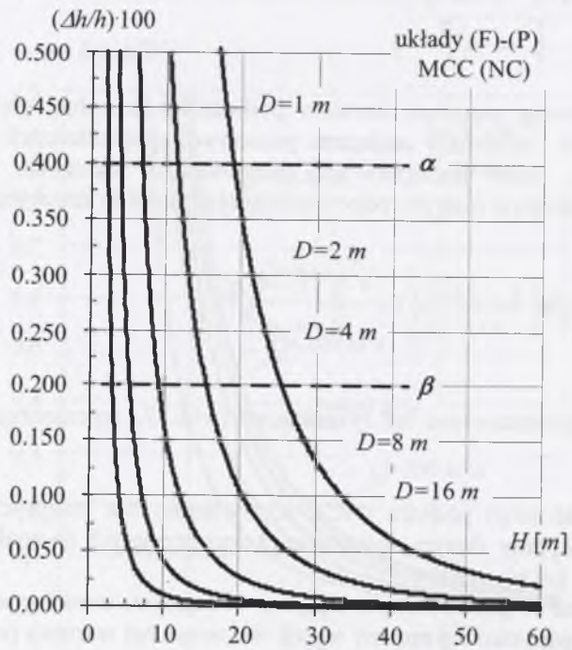
Funkcje (4.19), przedstawione na rysunkach 4.16÷4.17, reprezentują podobnie jak w przypadku (I):

- **stan (2)** obciążonego podłoża (NC), odpowiednio dla kolejnych fundamentów o średnicach D_i, przy danym obciążeniu Q oraz przyjętych do analizy parametrach modelu MCC, jak również
- obraz zanikania z głębokością z wpływu obciążenia zewnętrznego Q wyrażony miarą $\Delta h/h$ – jednostkowej zmiany wysokości umownej warstwy podłoża h.

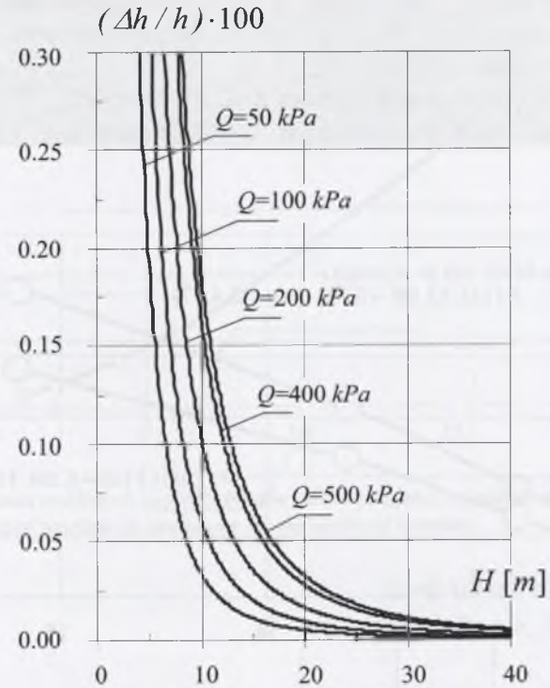
Na rysunku 4.18 pokazano, na przykładzie wybranego fundamentu D_i, wrażliwość funkcji (4.19) na zmiany wartości obciążenia zewnętrznego Q.



Rys. 4.16. Wykres funkcji (4.19) dla kolejnych fundamentów o średnicach D_i
Fig. 4.16. Diagram for function (4.19) for the different foundations D_i



Rys. 4.17. Fragment rysunku 4.16
Fig. 4.17. Fragment of the Fig. 4.16



Rys. 4.18. Wrażliwość funkcji (4.19) na zmiany wartości obciążenia Q dla D=4 m
Fig. 4.18. Function (4.19) sensitivity to loading variations for D=4 m

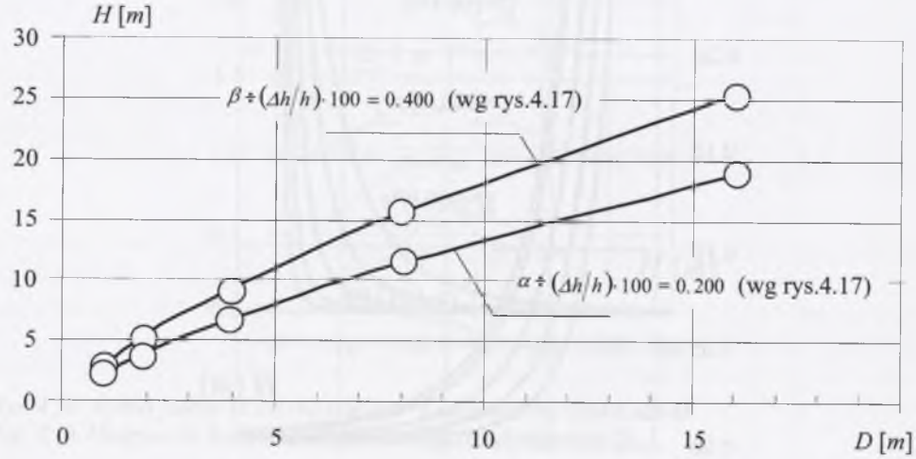
Uznając powyższe funkcje jako obraz zanikania z głębokością z wpływu obciążenia zewnętrznego, należy rozważyć związek między sposobem przyjmowania wartości $\Delta h/h$ uznanej a priori za dopuszczalną a otrzymywaną wysokością H modelu podłoża. Związek ten pokazują poniższe rysunki:

- rys. 4.19 – przy przyjęciu stałych wartości $\Delta h/h$, zgodnie z przekrojami α i β na rys. 4.17,
- rys. 4.20 – przy przyjęciu zmiennych wartości $\Delta h/h$ (podanych na rysunku), dających funkcje wymaganych wysokości H modelu podłoża tego samego rodzaju jak funkcja utworzona na bazie wartości głębokości z wymaganych przez normę [PN-81/B-03020] przy określaniu osiadań pod fundamentami D_i przy obciążeniu Q=400 kPa.

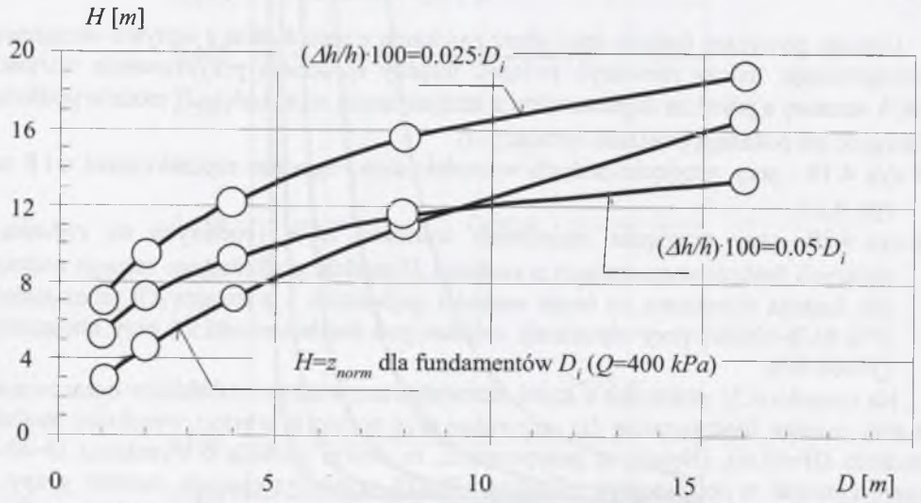
Na rysunku 4.21 pokazano z kolei przewidywane wartości Δs błędów oszacowania z góry osiadań fundamentów D_i, otrzymane przy przyjęciu a priori wysokości modelu podłoża (H=40 m). (Należy tu przypomnieć, że obszar podłoża o wysokości H=40 m reprezentował w obliczeniach układów (B)-(P) wykorzystujących modele grupy **A** obszar półprzestrzeni sprężystej, odtwarzanej numerycznie z określonym błędem δE.)

Jak widać z powyższych analiz, w celu ułatwienia właściwego oszacowania wartości $H=H_{ustal}$ należy połączyć przyjęcie wartości $\Delta h/h$ z oceną błędu Δs – co przedstawiono na rys. 4.22.

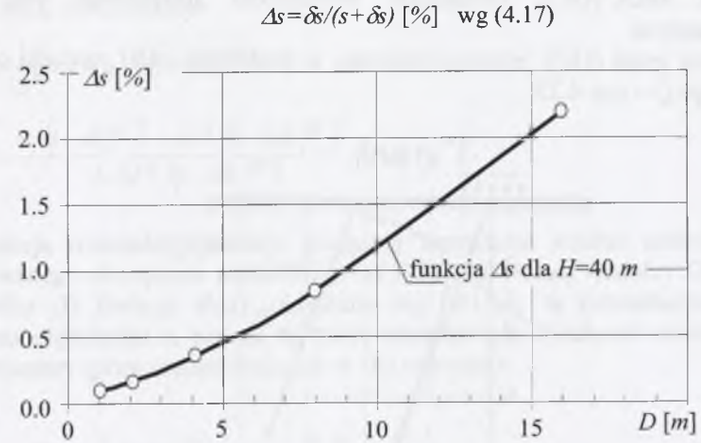
Funkcje z rys. 4.17 w połączeniu ze stablicowanym zbiorem wartości błędów Δs stają się na rys. 4.22 nomogramami, służącymi do określenia adekwatnych wartości H_{ustal} dla półprzestrzeni modelu MCC (NC).
Przykładowo: 1. dla D=4 m, przy przyjętym Δs=2.1% mamy H_{ustal}^{NC}=20.8 m.
2. dla D=8 m, przy przyjętym Δs=2.0% mamy H_{ustal}^{NC}=34.4 m.



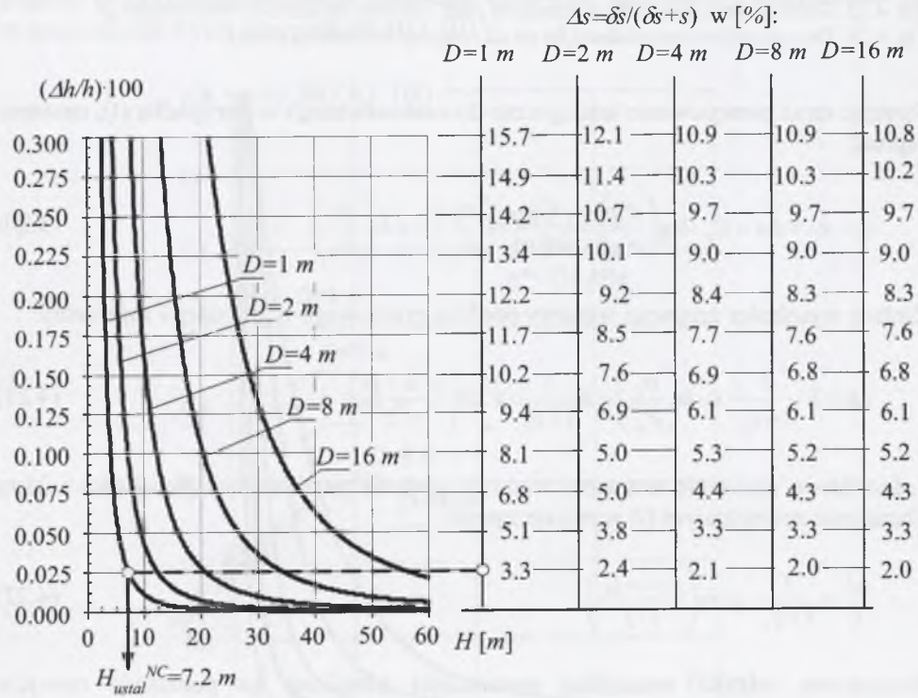
Rys. 4.19. Zmiany wysokości H modelu podłoża wynikające z przyjęcia założonych wartości Δh/h
Fig. 4.19. Subsoil model H variations arisen from the constant Δh/h values



Rys. 4.20. Zmiany wysokości H modelu podłoża wynikające z wartości Δh/h wg podanych funkcji
Fig. 4.20. Subsoil model H variations arisen from the stated Δh/h values



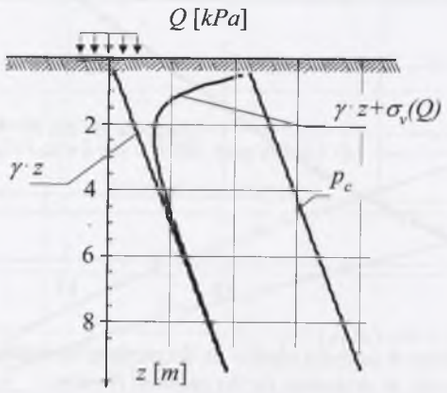
Rys. 4.21. Oszacowania możliwych wartości błędów Δs dla przyjętej wysokości modelu H=40 m
Fig. 4.21. Evaluation of possible Δs deviations for the assumed H-value



Rys. 4.22. Nomogram do określania z ustalonym błędem oszacowania Δs wysokości H modelu podłoża MCC (NC); Q=400 kPa
Fig. 4.22. Nomogram for H-value valuation in the subsoil model MCC (NC); Q=400 kPa

(III) Model MCC (OC), obciążenie zewnętrzne przyłożone bez udziału fundamentu

Rozważmy grunt (OC), prekonsolidowany w przedziale całej wartości obciążenia zewnętrznego Q – rys. 4.23.



Rys. 4.23. Grunt prekonsolidowany w przedziale całej wartości obciążenia zewnętrznego Q
Fig. 4.23. The subsoil pre-consolidated for an all range of the loading value

Stosując teraz postępowanie analogiczne do zastosowanego w przypadku (I), możemy zapisać:

$$e_z - e_1 = \Delta e = C_s \cdot log\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_o}\right) = \frac{C_s}{ln(10)} ln\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_o}\right) = \kappa\, ln\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_o}\right) \tag{4.20}$$

Zmianę wysokości umownej warstwy podłoża gruntowego o grubości h zapiszemy:

$$\Delta h = h \cdot \frac{1}{1+e_z} \cdot \kappa \cdot ln\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_o}\right) = h \frac{1}{1+e_z} \cdot \kappa \cdot ln\left(\frac{\gamma \cdot z + Q}{\gamma \cdot z}\right) \tag{4.21}$$

Jednostkowe skrócenie umownej warstwy podłoża na dowolnej głębokości z (przy obciążeniu zewnętrznym Q) wyniesie zatem:

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{1}{1+e_z} \cdot \kappa \cdot ln\left(\frac{\gamma \cdot z + Q}{\gamma \cdot z}\right) \tag{4.22}$$

Początkowa wartość wskaźnika porowatości określona na podstawie matrycy, (zgodnie z (4.7)) może być zapisana dla MCC (OC) w postaci odpowiadającej (4.12):

$$e_z = e_{cs} - (\lambda - \kappa) \cdot ln\left(\frac{p_{co}}{2}\right) - \kappa \cdot ln(p_{in}) \tag{4.23}$$

gdzie dla MCC (OC) mamy:

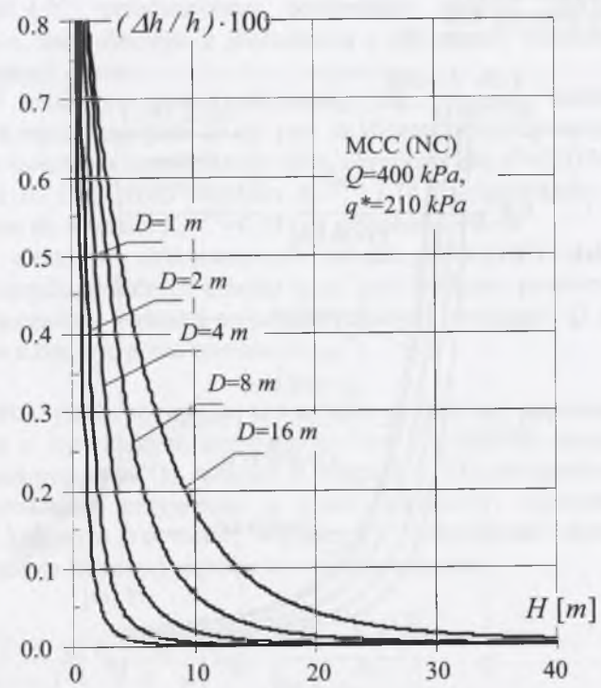
$$p_{in} = \frac{1}{3}\left(\gamma \cdot z + q^*\right) \cdot \left(1 + 2K_o^{NC}\right)$$

$$p_{co} = \frac{9 \cdot \left(1 - K_o^{NC}\right)^2 + M^2 \cdot \left(1 + 2K_o^{NC}\right)^2}{3 \cdot M^2 \cdot \left(1 + 2K_o^{NC}\right)} \cdot \left(\gamma \cdot z + q^*\right)$$

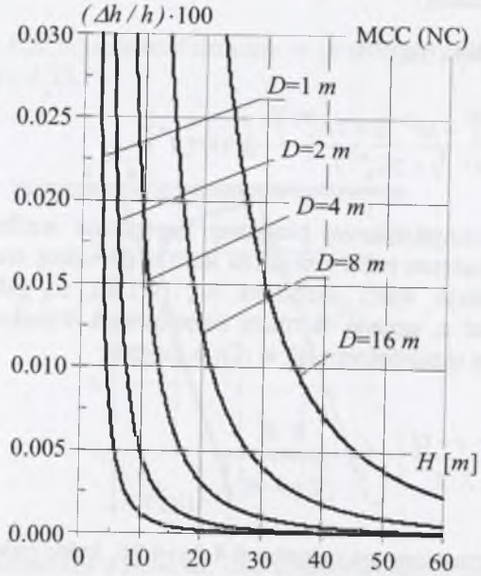
Jeżeli funkcją rozkładu składowej pionowej naprężenia wzdłuż głębokości w osi przewidywanego obciążenia rozłożonego na kole o dowolnej średnicy D_i będzie jak w przypadku (I) funkcja $\Phi_i(z)$, określona wg (4.15a), to jednostkowe skrócenie warstwy na głębokości z, uznane za miarę oszacowania wysokości obszaru podłoża H_{ustal}, zapiszemy (przy uzasadnieniu jak w (I)) w postaci:

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{\kappa}{1+e_z} \cdot ln\left(\frac{\gamma \cdot z + Q}{\gamma \cdot z}\right) \cdot \left[1 - \frac{8 \cdot \eta_i^3}{\sqrt{\left(1 + 4 \cdot \eta_i^2\right)^3}}\right] \tag{4.24}$$

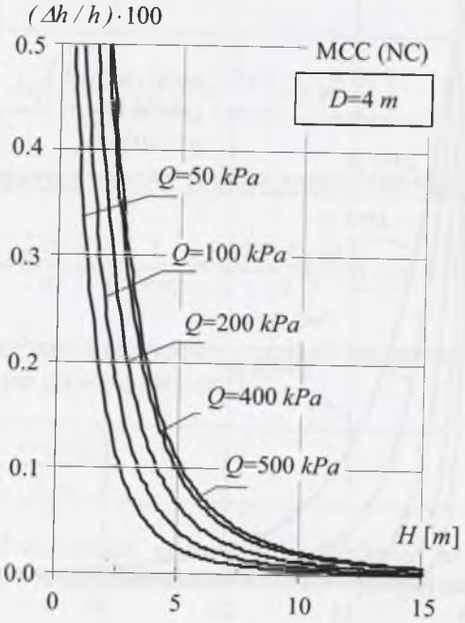
Funkcję (4.24) przedstawiono na rysunkach 4.24÷4.26, które należy interpretować jak w omawianych wyżej przypadkach (I) i (II).



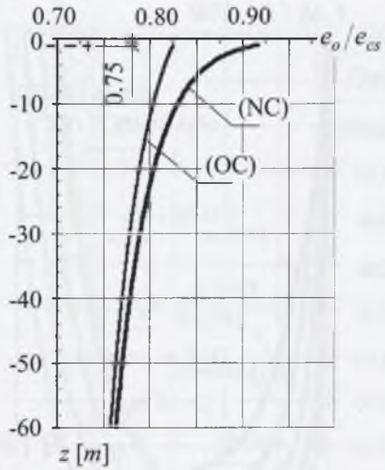
Rys. 4.24. Wykres funkcji (4.24) dla powierzchni obciążenia o kolejnych średnicach D_i
Fig. 4.24. Diagrams for function (4.24) for different loading surfaces D_i



Rys. 4.25. Fragment rysunku 4.24
Fig. 4.25. Fragment of the Fig. 4.24



Rys. 4.26. Wrażliwość funkcji (4.24) na zmiany obciążenia dla D=4 m
Fig. 4.26. Function (4.24) sensitivity to the loading variations for D=4 m



Rys. 4.27. Matryce stanu (1) gruntów (NC) i (OC) w modelach MCC (NC) i MCC (OC)
Fig. 4.27. State (1) matrixes for the subsoil (NC) and (OC) obtained for the MCC (NC) and MCC (OC) models

Na rysunku 4.27 przedstawiono porównanie matryc rozkładu parametru materiałowego e, zachodzącego z głębokością z dla stanów naturalnej konsolidacji oraz prekonsolidacji gruntu.

Aby grunt uznać za prekonsolidowany dla przyjętej wartości obciążenia $Q \leq 400\ kPa$ i ścieżka naprężeń $(p,q)^i$ pod środkiem przewidywanych powierzchni obciążenia nie weszła na powierzchnię SBS, określono dla $q^*=210\ kPa$: $p_{co}=232\ kPa$ (na głębokości 0.75 m) profil rozkładu $K_o^{(OC)}=1.74$ (do głębokości 2.5 m), poniżej zmienny liniowo do wartości $K_o^{(OC)}=0.51$ (na głębokości 40 m).

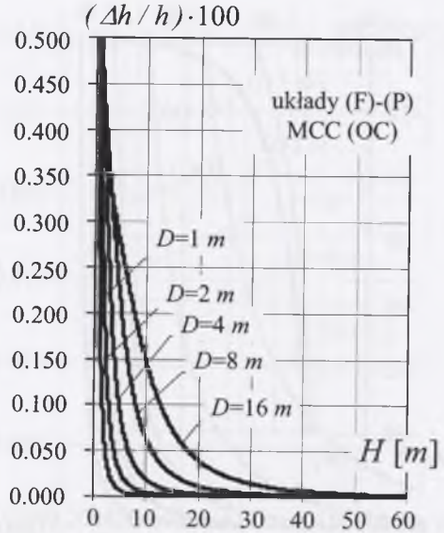
Wysokości obszarów obliczeniowych modeli MCC (OC) słabo lub średnio prekonsolidowanych, w których ścieżka $(p,q)^i$ pod środkiem powierzchni obciążonej (lub pod fundamentem) wchodzi przy maksymalnym obciążeniu Q na powierzchnię SBS, określane mogą być przez wartości H_{ustal}^{NC}.

(IV) Model MCC (OC), obciążenie zewnętrzne przyłożone poprzez fundament

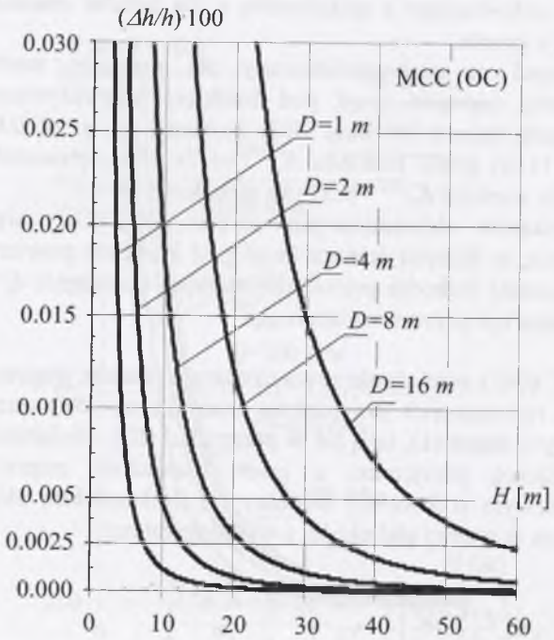
W ostatnim z rozważanych przypadków stan (2) podłoża otrzymuje się przez nałożenie na matrycę **stanu (1)**, taką jak w przypadku (III), obciążenia danego funkcją (4.18), odpowiadającą przyjętemu a priori rozkładowi naprężeń w osi pod fundamentem kołowym o dowolnej średnicy D_i. Jednostkowe skrócenie umownej warstwy podłoża na dowolnej głębokości z wyniesie zatem:

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{\kappa}{2\cdot(1+e_z)} ln\left(\frac{\gamma\cdot z+Q}{\gamma\cdot z}\right)\cdot\left[1+\frac{4\cdot\eta_i^2\cdot\left(1-4\cdot\eta_i^2\right)}{\left[1+4\cdot\eta_i^2\right]^2}\right] \tag{4.25}$$

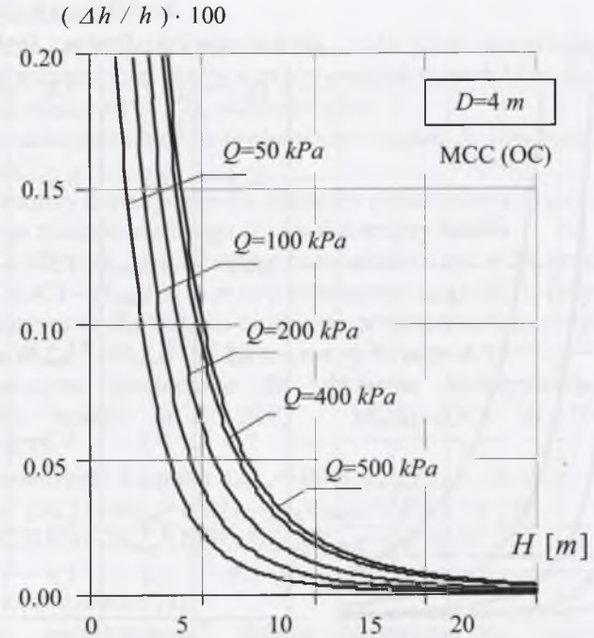
Funkcje (4.25), przedstawione na rysunkach 4.28÷4.30, należy interpretować jak w omawianych powyżej przypadkach (I)÷(III).



Rys. 4.28. Wykres funkcji (4.25) dla fundamentów o średnicach D_i
Fig. 4.28. Function (4.25) – diagrams for the different foundations D_i



Rys. 4.29. Fragment rysunku 4.28
Fig. 4.29. Fragment of the Fig. 4.28



Rys. 4.30. Wrażliwość funkcji (4.25) na zmiany wartości obciążenia Q
Fig. 4.30. Function (4.25) sensitivity to loading Q variations

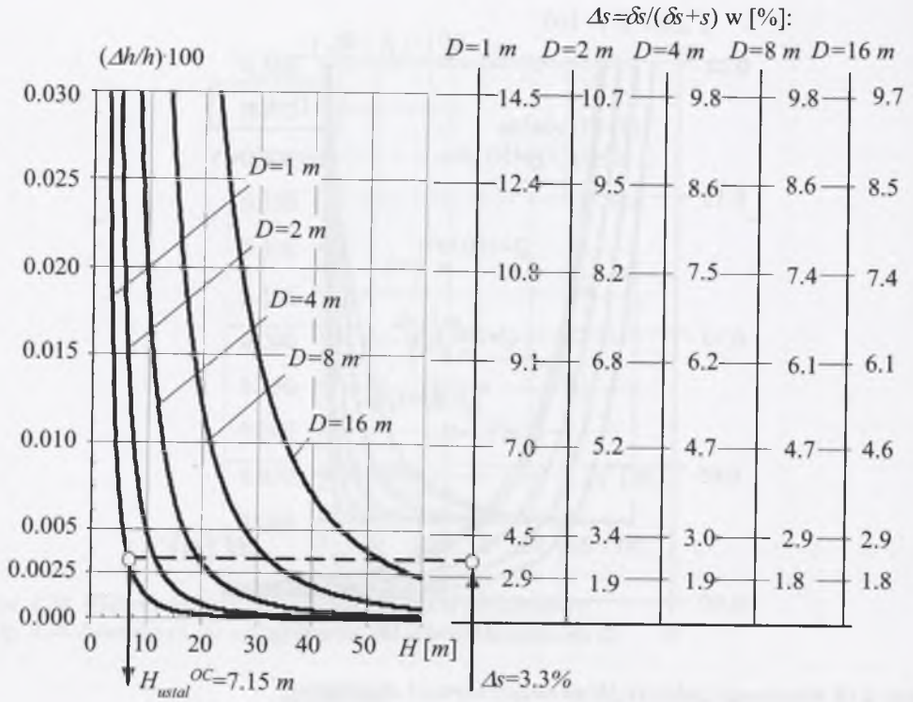
Dla omawianego podłoża MCC (OC) w celu ułatwienia oszacowania wysokości modelu obliczeniowego H_{ustal} należy (jak w przypadku podłoża (NC) obciążanego poprzez fundament o rzeczywistej sztywności) połączyć wybór wartości $\Delta h/h$ z oceną błędu Δs.

Funkcje z rys. 4.28 i 4.29 w połączeniu ze stablicowanym zbiorem wartości błędów Δs (określonych przy danym D_i) stają się na rys. 4.31 nomogramami do określenia adekwatnych dla danego układu wartości H_{ustal} modelu podłoża.
Przykładowo, dla D=2 m, przy przyjmowanej coraz większej dokładności oszacowania Δs odczytamy z nomogramu na rys. 4.31 kolejne wartości H, tworzące funkcję o wyraźnie malejącym gradiencie:

1. przy Δs=5.2% – H=7.6 m,
2. przy Δs=3.3% – H=10.5 m,
3. przy Δs=1.9% – H=13.0 m
4. przy Δs<1.0% – $H \geq$20.0 m.

Możemy zatem, zakładając błąd oszacowania $\Delta s \cong$3.0%, przyjąć H_{ustal}=H=10 m.

Wnioski. Utworzone nomogramy można uznać za funkcje stabilizacji odpowiedzi gruntu na obciążenie przykładane bez udziału lub z udziałem fundamentu w półprzestrzeni modelu (MCC), reprezentowanej w danym układzie (F)-(P) przez obszar obliczeniowy modelu podłoża o wysokości H_{ustal}.
Każde zatem H<H_{ustal} reprezentować będzie warstwę podłoża (MCC).



Rys. 4.31. Nomogram dla określenia z ustalonym błędem Δs wysokości H w modelach MCC (OC)
Fig. 4.31. Nomogram for the H-value valuation in the subsoil model MCC (OC); Q=400 kPa

4.3.2. Ocena odpowiedzi obciążonego podłoża w modelu MCC

Odtwórzmy zadanie bazowe $D=1\ m$ w modelu numerycznym podłoża o kolejno powiększanych obszarach obliczeniowych, w celu przeanalizowania dwóch problemów:

(1) stwierdzenia prawidłowości podanych w podrozdziale 4.3.1. kryteriów doboru adekwatnego obszaru obliczeniowego podłoża jednorodnego w modelu MCC,

(2) oceny zachowania układów (F)-(P) w świetle postawionych tez, z odniesieniem do zadania badawczego sformułowanego na początku rozdziału 4 (mówiącego o porównaniu zachowania układów obliczeniowych wykorzystujących modele konstytutywne gruntu grupy **B**, w odniesieniu do układów bazujących na modelach grupy **A**).

Analizowane zadanie bazowe nie reprezentuje stricte badania in situ. Jest rozumiane tu jako realna, oceniana wartością osiadań odpowiedź układu: fundament (o określonej sztywności, średnicy $D=1\ m$, obciążeniu równomiernym Q) na podłożu opisanym parametrami modelu MCC, uznanego a priori za adekwatny model konstytutywny ośrodka gruntowego. Odpowiedź układu powinna zatem możliwie najwierniej odtwarzać zjawiska rejestrowane w badaniach in situ (rozdział 3).

Rozważmy problem (1).

Aby stwierdzić, czy zachodzi warunek $\Delta s_{num} \leq \Delta s$, gdzie odpowiednio:

Δs_{num} – błąd numerycznej oceny wartości osiadań w modelu podłoża o $H=H_{ustal}$,

Δs – błąd określany wg (4.17), należy kolejno:

- dobrać przy założonym błędzie oszacowania osiadań Δs wysokość $H=H_{ustal}$ modelu podłoża MCC,
- powtórzyć analizy numeryczne dla obszarów obliczeniowych o $H_i>H_{ustal}$.

Dla rozważanego zadania bazowego $D=1m$ dobieramy zatem:

- w MCC (NC) – $H_{ustal}=7.20\ m$ (wg nomogramu z rys. 4.22, przy $\Delta s=3.3\%$),
- w MCC (OC) – $H_{ustal}=7.15\ m$ (wg nomogramu z rys. 4.31, przy $\Delta s=3.3\%$).

Obliczenia numeryczne dla zadania bazowego przeprowadzono przyjmując wysokość modeli podłoża $H_{ustal}^{OC}=H_{ustal}^{NC}=7.20\ m$ – rys. 4.32 i rys. 4.33.

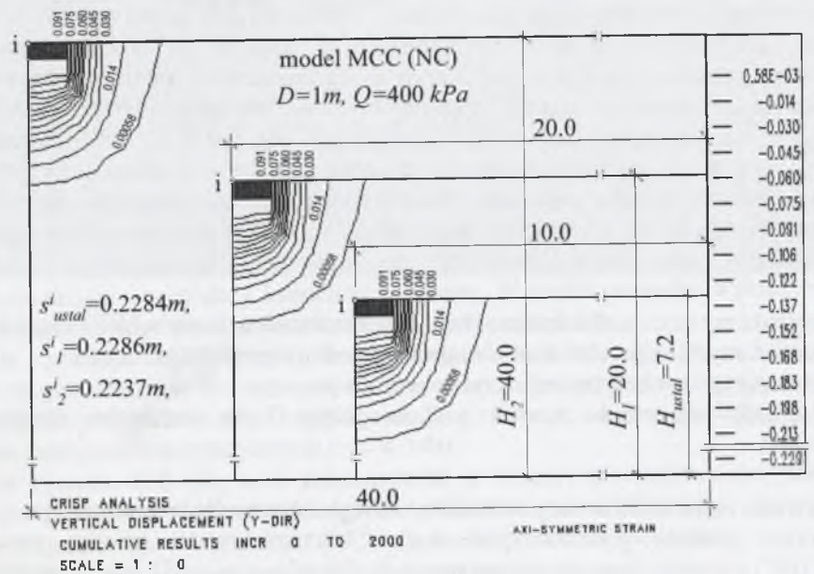
Analizy numeryczne powtórzono dla obszarów obliczeniowych o $H_i>H_{ustal}$, przyjmując dla modeli MCC (NC) i MCC (OC): $H_1=20\ m$, $H_2=40\ m$, – rys. 4.32 i rys. 4.33.

Ostatecznie sprawdzenie warunku $\Delta s_{num}=100\cdot(s_i-s_{ustal})/s_{ustal} \leq \Delta s$ daje:

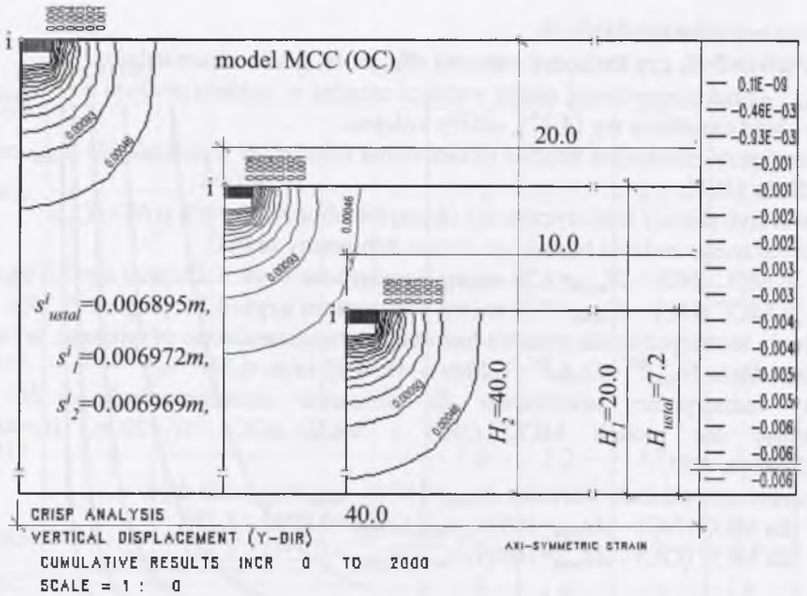
- dla MCC (NC) – $\Delta s_{num}=100\cdot(s_1-s_{ustal})/s_{ustal}=0.09\% < 3.3\%$,
- dla MCC (OC) – $\Delta s_{num}=100\cdot(s_1-s_{ustal})/s_{ustal}=1.12\% < 3.3\%$.

Rozważmy teraz problem (2).

Numeryczna „powtarzalność" zadania bazowego we wszystkich obszarach większych od minimalnego obszaru ustalonego (H_{ustal}) potwierdza prawidłowość podanych w podrozdziale 4.3.1 kryteriów doboru adekwatnego obszaru obliczeniowego podłoża dla dowolnego układu (F)-(P).



Rys. 4.32. Proces numerycznego odtwarzania zadania bazowego w modelu MCC (NC)
Fig. 4.32. Numerical replay – process realized in the MCC (NC) model for the basic task



Rys. 4.33. Proces numerycznego odtwarzania zadania bazowego w modelu MCC (OC)
Fig. 4.33. Numerical replay – process realized in the MCC (OC) model for the basic task

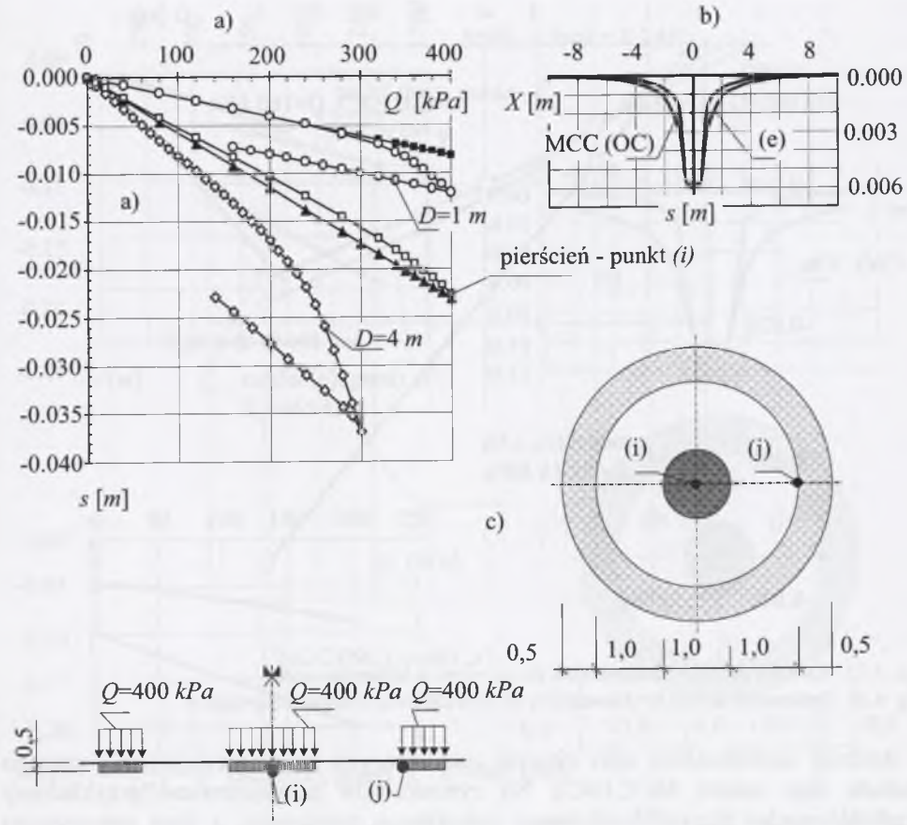
Określenie obszaru o H_{ustal} jest równoważne zdefiniowaniu minimalnego, niezaburzonego warunkami brzegowymi obszaru numerycznego modelu podłoża na drodze globalnego kalibrowania odpowiedzi modelu, czyli potwierdza tezę (3).
Analiza porównawcza osiadań, otrzymanych w kolejno powtarzanym zadaniu bazowym, pokazuje zjawisko stabilizacji i ograniczoności obszaru odpowiedzi podłoża na przykładane poprzez fundament obciążenie zewnętrzne Q.. Jest to zgodne z rzeczywistymi zachowaniami podłoża gruntowego (rozdział 3) i spełnia wymagania tezy (2), przy czym żądanie odwzorowania badania in situ w modelu numerycznym zostało osłabione do jednoznacznego odtworzenia zadania bazowego (przy warunkach dotyczących minimalnego obliczeniowego obszaru modelu podłoża zdefiniowanych wcześniej).

Prześledzimy teraz oddzielnie możliwości odtworzenia w modelu MCC zjawisk:
1. rejestrowanych na powierzchni obciążanego podłoża gruntowego, oraz
2. zachodzących w obciążanym masywie gruntowym,

aby odnieść zachowanie modeli podłoża grupy B do warunków stawianych w tezie (1).

1. Zjawiska rejestrowane na powierzchni obciążanego podłoża gruntowego

Przyjęto podłoże gruntowe jako średnio skonsolidowane, opisane modelem MCC (OC) o podanych wcześniej parametrach. Określono: p_{co}=157 *kPa* na głębokości 0.75 *m* oraz profil rozkładu K_o w postaci $K_o^{(OC)}$=1.5 do głębokości 1.5 *m*, poniżej zmienny liniowo do wartości $K_o^{(OC)}$=0.47 na głębokości 40 *m*.



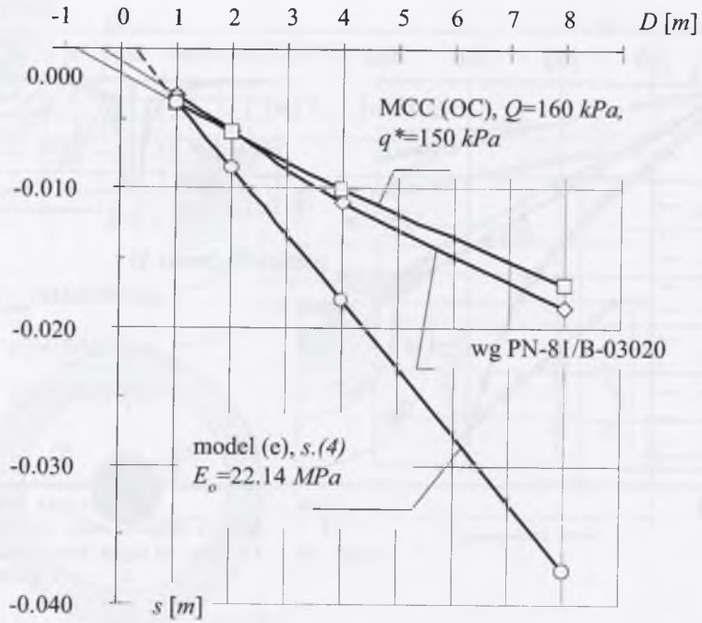
Rys. 4.34. Zachowanie modelu podłoża MCC (OC); q=150 kPa*
Fig. 4.34. Subsoil model MCC (OC) behaviour; q=150 kPa*

Na rysunku 4.34a przedstawiono zależności Q-s odtworzone w obszarze obliczeniowym modelu MCC (OC) o H=40 *m* dla zadania bazowego D=1 *m* oraz zadania o fundamencie D=4 *m*, ze ścieżkami odciążenia w przedziałach prekonsolidacji i normalnej konsolidacji gruntu. W środek wchodzi wykres osiadań punktu środkowego pierścienia pokazanego obok – rys. 4.34c.

Tło rozwiązań MCC (punkty zaczernione na rys. 4.34a) dla D=1 *m* i pierścienia stanowią rozwiązania otrzymane w numerycznej półprzestrzeni sprężystej, o module odkształcenia E_o=22.14 *MPa* – określonym przy równości osiadań fundamentu D=1 *m* w obu modelach konstytutywnych (rys. 4.34b).

Na rysunku 4.35 dla serii fundamentów o rzeczywistej sztywności pokazano możliwe różnice w ocenie osiadań podłoża jednorodnego, określonych:

- w półprzestrzeni modelu MCC (OC) w zakresie prekonsolidacji gruntu,
- w numerycznie odwzorowanej półprzestrzeni sprężystej, oraz
- zgodnie z normą [PN-81/B-03020].



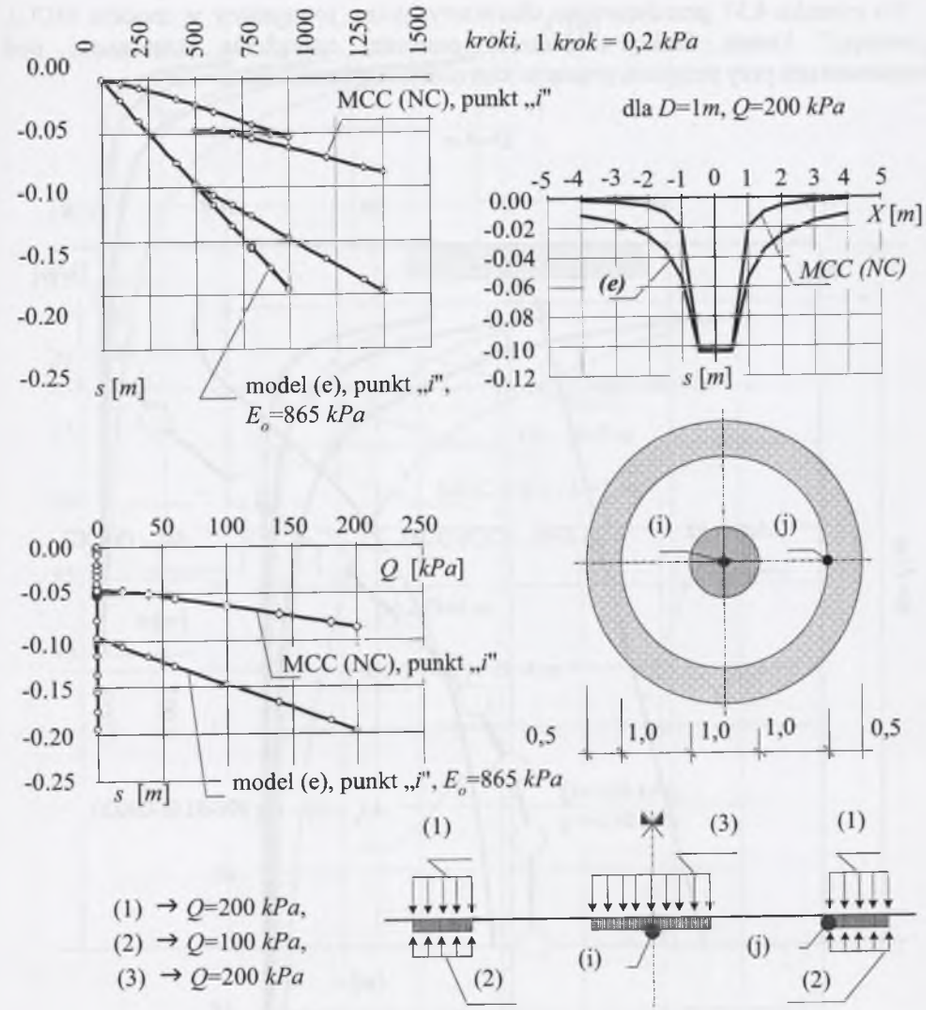
Rys. 4.35. Wartości osiadań fundamentów D_i wg różnych kryteriów oceny
Fig. 4.35. Settlements values for foundations D_i with different criteria accordance

Bardziej spektakularny opis zjawisk zachodzących na powierzchni obciążanego podłoża daje model MCC (NC). Na rysunku 4.36 zarejestrowano przykładowy przebieg osiadań punktu środkowego pokazanego pierścienia, z tłem utworzonym przez zachowanie podłoża sprężystego, o module odkształcenia określonym zgodnie z rysunkiem.

Wnioski. Obserwowane przy odtwarzaniu zadania bazowego zjawisko stabilizacji odpowiedzi podłoża na przykładane poprzez fundament obciążenie zewnętrzne Q, przy równoczesnym spełnieniu dla kolejno powiększanych obszarów podłoża warunku $\Delta s_{num} << \Delta s_{przewidywane}$ świadczy o jednoznacznej stabilizacji rozwiązania zadania kontaktowego w półprzestrzeni modelu MCC określonej dla $H >= H_{ustal}$.

Przy ścieżkach obciążenia nie odbiegających nadmiernie od analizowanych powyżej, oraz odpowiedniej dla danego zadania wartości H_{ustal} modelu podłoża może zostać odtworzony prawidłowo przebieg zależności Q-s, odpowiadającej procesowi obciążania rzeczywistego podłoża (z dokładnością zależną jednak w dużej mierze od wpływu małych odkształceń w przedziale prekonsolidacji gruntu na stan rzeczywistych deformacji podłoża zachodzących w konkretnym analizowanym układzie).

Możliwość odtworzenia w pełni w modelach grupy **B** zależności Q-s (i spełnienia warunku **(1a) tezy (1))** zachodzi zatem, gdy realizowana w badaniach in situ ścieżka odciążenia nie wykazuje zbyt dużych odkształceń nieodwracalnych w przedziale prekonsolidacji gruntu, których to nie odzwierciedlają modele MCC i CC.



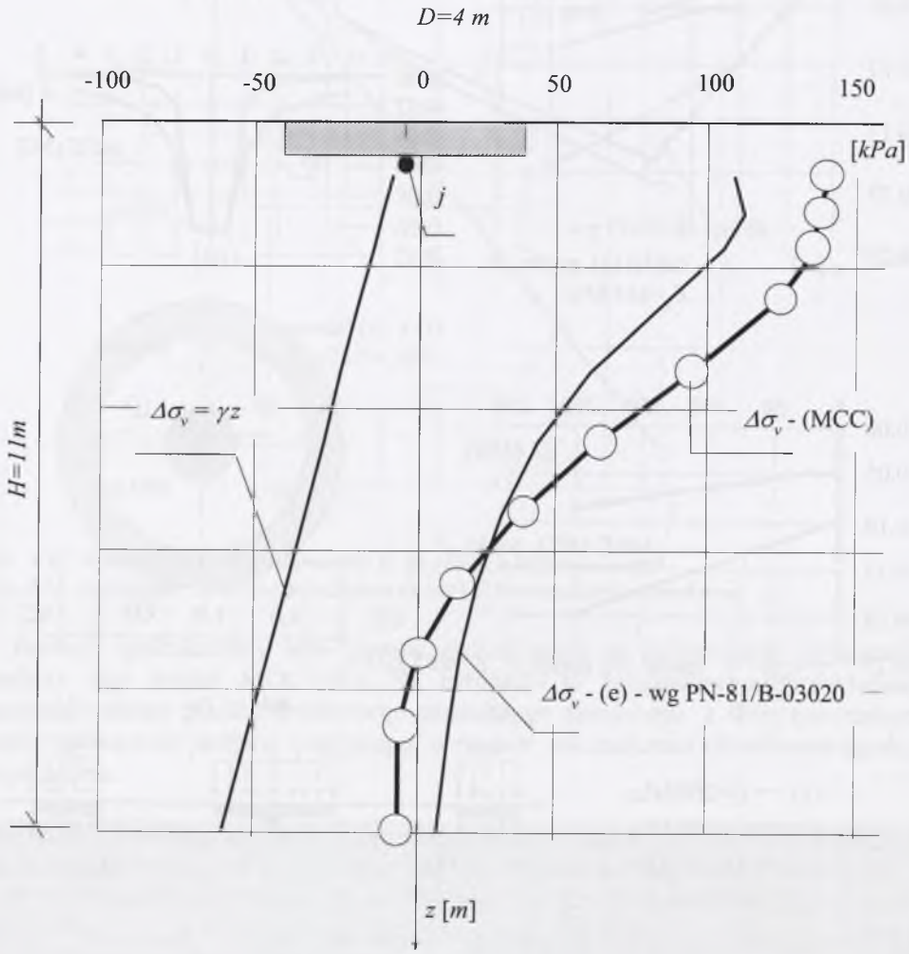
Rys. 4.36. Osiadania fundamentu pierścieniowego w modelu MCC (NC)
Fig. 4.36. Settlements for a circular foundation in the MCC (NC) model

2. Zjawiska zachodzące w obciążanym masywie gruntowym modelu MCC

Naturalne zjawisko „ograniczonego obszaru odpowiedzi gruntu" obciążonego konstrukcją, zaobserwowane w modelu MCC w postaci stabilizacji osiadań fundamentu współpracującego z kolejno powiększanymi obszarami obliczeniowymi podłoża, powinno się także uwidocznić w sposób charakterystyczny wewnątrz obszaru podłoża.

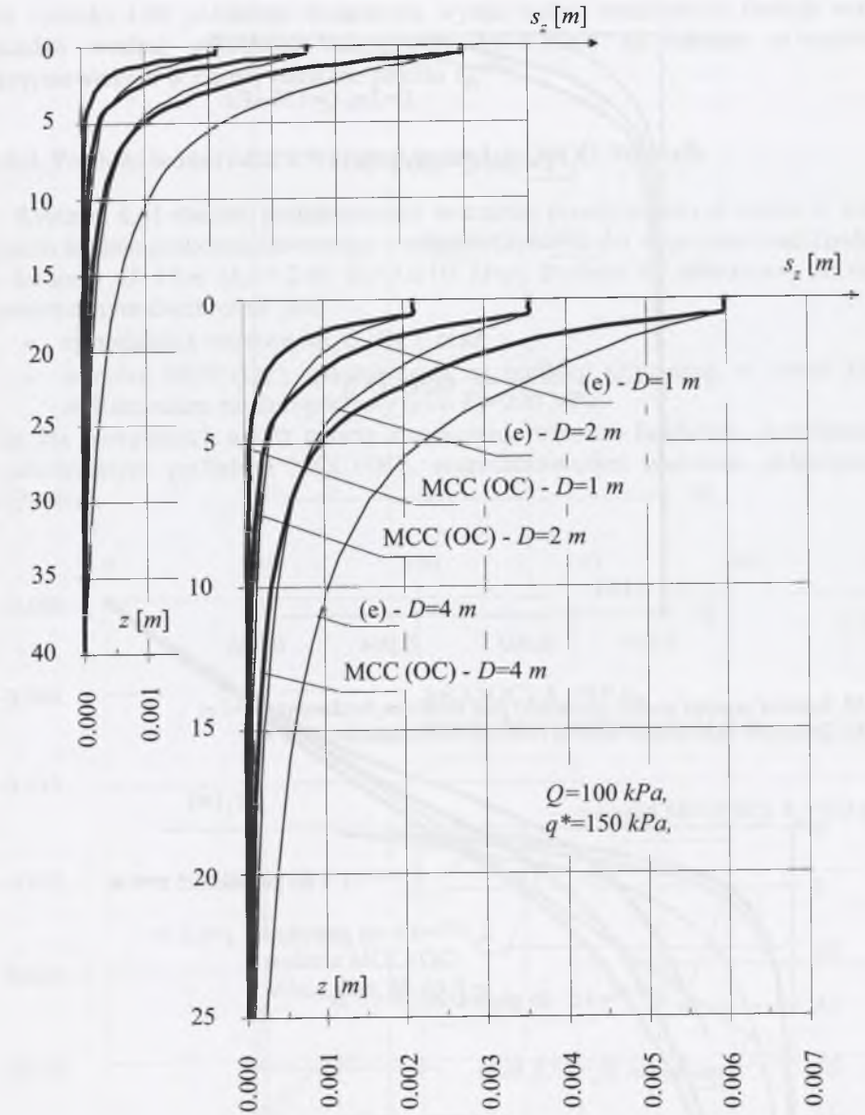
Poddajmy zatem porównaniu skutki obciążania modelu MCC oceniane na powierzchni ze zjawiskami zachodzącymi w obszarze modelu, rejestrowanymi w postaci funkcji rozkładu przemieszczeń i naprężeń pod fundamentem.

Na rysunku 4.37 przedstawiono charakterystyczny (otrzymany w modelu MCC), „zwinięty" kształt funkcji składowej pionowej naprężenia powstającej pod fundamentami przy przejściu gruntu w stan normalnej konsolidacji.



Rys. 4.37. Rozkład składowych pionowych naprężenia w modelu podłoża MCC (NC)
Fig. 4.37. Vertical stress distribution in the MCC (NC) subsoil model

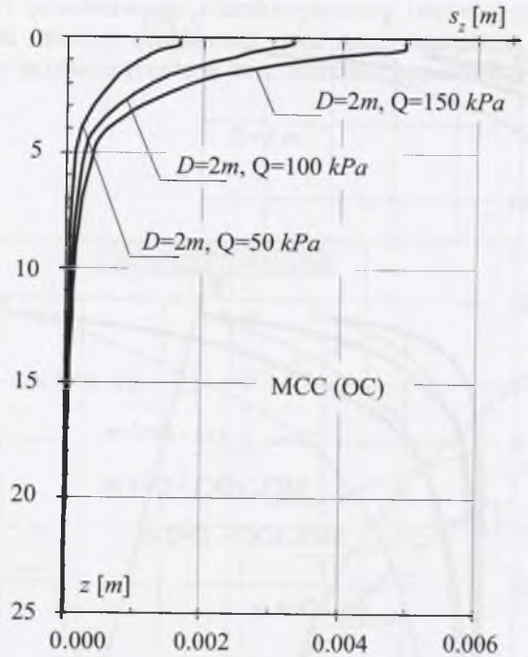
Na rysunku 4.38 można porównać charakter funkcji osiadań otrzymanych w półprzestrzeni modelu MCC (OC) w osiach kolejno powiększanych fundamentów (D=1, D=2 i D=4 m) z funkcjami osiadań sprężystych (e). Funkcje (e) wyznaczono numerycznie w półprzestrzeni sprężystej przy wartościach modułów odkształcenia otrzymanych ze zgodności osiadań kolejnych fundamentów w MCC (OC) i półprzestrzeni sprężystej, przy Q=100 kPa. Charakterystycznym zjawiskiem rejestrowanym na powierzchni jest brak proporcjonalności między wzrostem wartości osiadań a wzrostem średnicy fundamentu.



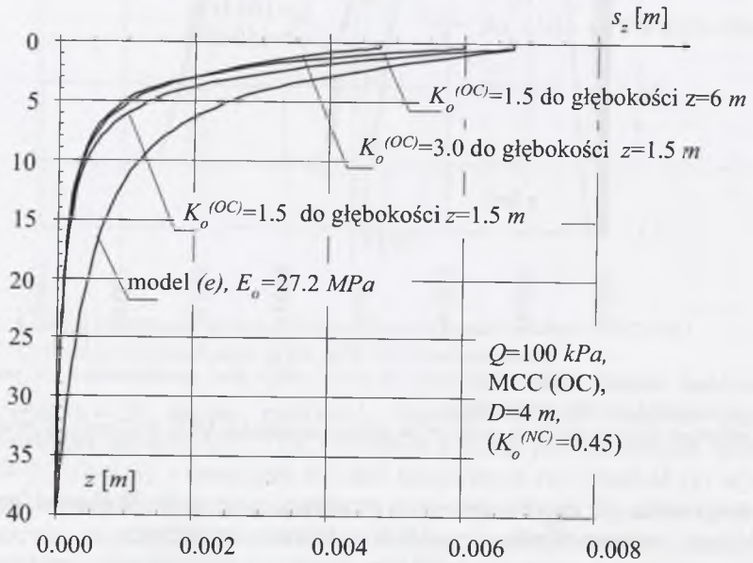
Rys. 4.38. Rozkłady osiadań wzdłuż głębokości w MCC (OC) pod fundamentami D_i porównane z rozkładami osiadań sprężystych
Fig. 4.38. Settlement distribution (to a depth of the subsoil model) for MCC (OC) and (e) models

Podobne zjawiska, jak opisane powyżej, przedstawia rys. 4.39. Wybrany fundament D=2 m poddany jest wzrastającemu obciążeniu, któremu towarzyszą:

- wyraźnie ustabilizowany obszar osiadań podłoża pod fundamentem, oraz
- brak proporcjonalności między wzrostem wartości obciążenia a wzrostem wartości osiadań (w zakresie prekonsolidacji gruntu).



Rys. 4.39. Rozkład osiadań wzdłuż głębokości pod środkiem fundamentu D=2 m
Fig. 4.39. Settlement distribution under a centre of the foundation D=2 m



Rys. 4.40. Rozkład osiadań wzdłuż głębokości dla różnych profili $K_o^{(OC)}$
Fig. 4.40. Settlement distribution for the different $K_o^{(OC)}$ profiles

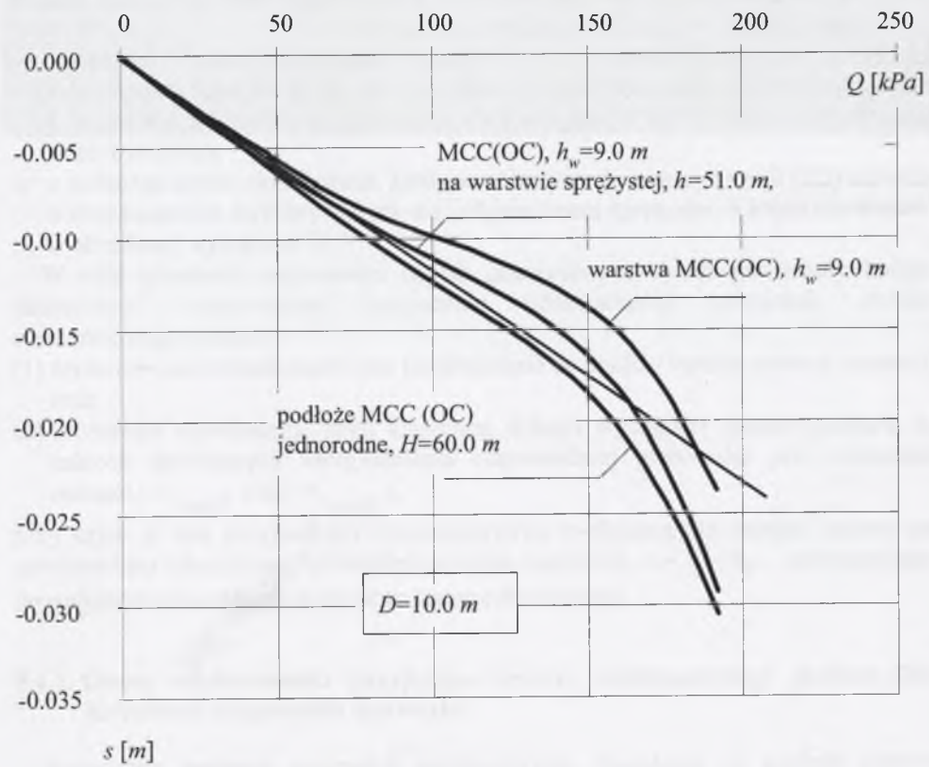
Na rysunku 4.40 pokazano dodatkowo wynik badań wrażliwości funkcji rozkładu osiadań wzdłuż głębokości w modelu MCC (OC) na zmiany w wartościach przyjmowanych w górnej warstwie profilu $K_o^{(OC)}$.

4.3.3. Podłoże jednorodne a warstwa w modelu MCC. Wnioski

Rysunek 4.41 stanowi podsumowanie wcześniej przedstawionych analiz. Z warstwą gruntu średnio prekonsolidowanego o miąższości h=9m ma współpracować fundament o średnicy D=10 m (h_F=1.2 m, E_F=3.0·10^7 kPa). Podłoże to rozważymy w modelu numerycznym dwukrotnie jako:

- samodzielną warstwę MCC (OC), oraz
- warstwę MCC (OC) spoczywającą na podłożu sztywnym, w opisie którego wykorzystano model sprężysty (e) o E_o=200 MPa.

Tło dla powyższych analiz tworzy rozwiązanie trzecie – fundament współpracujący z jednorodnym podłożem MCC (OC), reprezentowanym obszarem obliczeniowym o H=60 m.



Rys. 4.41. Układ fundament – podłoże modelowane MCC (OC); podłoże warstwowe i jednorodne
Fig. 4.41. Foundation – subsoil ((MCC (OC) modelled); layer and homogeneous subsoil model

Można uznać, że otrzymane zależności *Q-s*, dostatecznie bliskie sobie dla obciążeń początkowych, odtwarzają rzeczywiste zachowanie obciążonego podłoża gruntowego, uaktywniającego się w kolejnych coraz głębiej położonych warstwach w miarę narastania przykładanego obciążenia zewnętrznego *Q*.

Wnioski. Model, który wykazuje zarówno przy obciążeniu, jak i odciążeniu w odpowiednim, nie zaburzonym warunkami brzegowymi minimalnym obszarze obliczeniowym (lub w obszarach większych) odpowiedź numeryczną, odpowiadającą badaniom in situ, daje, zgodnie z tezami (1)÷(3), możliwość właściwego numerycznego przewidywania zachowania układu rzeczywista konstrukcja budowlana - podłoże gruntowe (przy istnieniu tych samych warunków gruntowych w obszarze współpracy rzeczywistego fundamentu z podłożem).

Modele grupy **B**, pomimo że nie uwzględniają odkształceń trwałych w zakresie prekonsolidacji gruntu, można uznać ze względu na przedstawione cechy za modele tworzące adekwatne układy obliczeniowe konstrukcja – podłoże gruntowe, szczególnie:

- przy realizacji obciążenia układu, oraz
- gdy w badaniach in situ ścieżka odciążenia nie wykazuje zbyt dużych odkształceń nieodwracalnych w przedziale prekonsolidacji gruntu.

Za obszar współpracy fundamentu konstrukcji z podłożem uznać można obszar o wysokości H_{ustal}, odpowiedniej dla danego układu i określonej wg podanych kryteriów.

5. NUMERYCZNA OCENA PRZESTRZENNEJ PRACY UKŁADÓW KONSTRUKCJA BUDOWLANA - PODŁOŻE GRUNTOWE. MODELE KONSTYTUTYWNE PODŁOŻA GRUP A I B

5.1. Modele grupy A. Jednoznaczność numerycznej oceny pracy układów konstrukcja budowlana - podłoże w płaskim stanie odkształcenia (2D)

Sformułujmy warunki, jakie spełnić powinny numeryczne modele obliczeniowe (2D), aby mogły zapewnić adekwatność wyników analiz zagadnień brzegowych, mających reprezentować zachowanie rzeczywistych układów konstrukcja-podłoże gruntowe.

Przedstawione żądanie wiąże się:

- z właściwą interpretacją zmian, jakie zachodzą w rozwiązaniach zadań kontaktowych typu (F)-(P) przy wprowadzaniu zmian wysokości modelu podłoża, oraz równolegle
- z jednoznacznym określeniem, kiedy w obliczeniach numerycznych (2D) mówimy o rozwiązaniach otrzymywanych dla półprzestrzeni sprężystej, a kiedy dla warstwy o określonej wysokości *H*.

W celu uzyskania odpowiedzi na tak postawiony problem sprawdźmy kolejno skuteczność zastosowania przy ocenie adekwatności przyjętego obszaru obliczeniowego podłoża:

(1) *kryterium odpowiedzi materiału* (analogicznie do analizy stanów osiowej symetrii), oraz

(2) *kryterium normowego*, czyli kryterium doboru wysokości modelu podłoża wg zaleceń dotyczących uwzględnienia odpowiedniej głębokości przy obliczaniu osiadań ($\sigma_{z_{\max} d} \leq 0{,}3 \cdot \sigma_{z_{\max} \rho}$),

przy czym w obu przypadkach reprezentatywną wielkością dla danego zadania jest powierzchnia obciążenia, scharakteryzowana wartością $\alpha = L_F / B_F$, upoważniającą do rozpatrywania zadania w płaskim stanie odkształcenia.

5.1.1. Ocena adekwatności przyjętego obszaru obliczeniowego podłoża (2D). Kryterium odpowiedzi materiału

Rozważmy najpierw przypadek przekazywania obciążenia na podłoże poprzez powierzchnię ($L_F \cdot B_F$) reprezentującą fundament bezwzględnie wiotki.

Przez analogię do rozważań dla stanu osiowej symetrii można stwierdzić, że jeżeli dla rozwiązania numerycznego w rzeczywistej przestrzeni (czyli przy odpowiedniej wielkości wymodelowanej bryły podłoża (3D)) wartość *odpowiedzi materiału* E_{od}

będzie odpowiednio bliska wartości wprowadzonego modułu odkształcenia $E_d=E_o$, to zachodzi równość:

$$s_n^{3D} \cong s_{anal}^{3D} \tag{5.1}$$

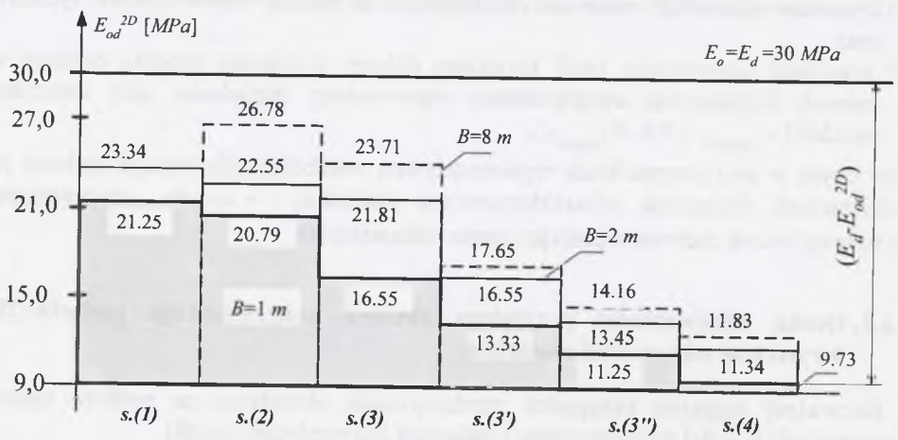
gdzie $s_n^{3D}=s_n$ – jest osiadaniem numerycznym punktu środkowego obciążanej powierzchni o odpowiednich wymiarach $(L_F \cdot B_F)$, s_{anal}^{3D} – wartością osiadania określaną (w rozważaniach wyjściowych) analitycznie w półprzestrzeni sprężystej, E_{od} – wartością *odpowiedzi materiału* określaną w sposób oczywisty jako:

$$E_{od} = Q \cdot B_F \cdot (1-\nu^2)/s_n$$

Określmy teraz w płaskim stanie odkształcenia, dla zadanego $\alpha = L_F / B_F$, wielkość takiego obszaru obliczeniowego (2D), dla którego zachodziłby poniższy warunek:

$$s_n^{2D} = s_{anal}^{3D} \tag{5.1a}$$

Poddamy w tym celu analizie pewien zbiór rozwiązań (2D), otrzymanych dla kolejno powiększanych obszarów obliczeniowych podłoża (odpowiadających siatkom z rys. 4.1) przy działaniu obciążenia równomiernie rozłożonego Q przykładanego bezpośrednio do podłoża na powierzchniach kontaktu o szerokościach B_F.
Fragment wyników badań wykorzystujących *kryterium odpowiedzi materiału* przedstawiono na rys. 5.1. Obserwujemy obraz oddalania się (a nie zbliżania jak w osiowej symetrii) wartości parametrów materiałowych: danego modułu odkształcenia $E_d=E_o$ oraz otrzymywanego modułu odpowiedzi $E_{od} = Q \cdot B_F \cdot (1-\nu^2)/s_n$.
Rozwiązania numeryczne otrzymywane dla układów o kolejno powiększanych obszarach obliczeniowych podłoża są zatem, w świetle zastosowanego kryterium, rozwiązaniami różnych, niezależnych zadań kontaktowych.



Rys. 5.1. Odpowiedź materiału E_{od} otrzymywana w płaskim stanie odkształcenia
Fig. 5.1. Material response E_{od} obtained for the plane state of strain

Zadanie prowadzące do spełnienia warunku (5.1.a) sformułowano ostatecznie jak poniżej.
Istnieje pewna funkcja ω_l pozwalająca na oszacowanie wielkości numerycznego obszaru podłoża, tak że gdy przy danych wartościach B_F i $\alpha = L_F / B_F$ zachodzić będzie warunek (5.2), to automatycznie spełniona też będzie równość (5.1.a):

$$\omega - \omega_1 = 0 \tag{5.2}$$

gdzie: ω (5.2a) – jest „funkcją wpływu" kształtu powierzchni kontaktu na rozwiązanie analityczne w półprzestrzeni sprężystej z fundamentem wiotkim [56], ω_l (5.4) – funkcją umożliwiającą wprowadzenie przestrzennej interpretacji rozwiązań płaskich, utworzoną na podstawie wyników obliczeń numerycznych dla obszarów podłoża (2D), gdzie wielkość obszaru wyrażona zostanie przez wymiar przekątnej R.

$$\omega = -\frac{1}{\pi} \cdot \left(\alpha \cdot \ln\left(1 + \frac{2 - 2 \cdot \sqrt{1+\alpha^2}}{\alpha^2}\right) + \ln\left(1 + 2 \cdot \alpha \cdot \left(\alpha - \sqrt{1+\alpha^2}\right)\right)\right) \tag{5.2a}$$

Wyraźmy omawiany zbiór rozwiązań (2D) przez wartości osiadań s_i środkowych punktów linii kontaktu B_i, otrzymanych przy $B=1$ m÷$B=8$ m dla kolejno powiększanych obszarów obliczeniowych podłoża (z rys. 4.1.), przy Q działającym bezpośrednio na podłoże. Funkcje aproksymujące powyższe numeryczne wartości osiadań można zapisać dla kolejnych szerokości B_i następująco:

dla B_1=1 *m* (na podłożach s.*(1)*, s.*(3)*, s.*(3')*, s.*(3'')*, s.*(4)*, s.*(6)*):
$Y_1 = 0.007157 \cdot ln(R) + 0.008091$ (przy współczynniku korelacji r^2=0.9985),

dla B_2=2 *m* (na s.*(3)*, s.*(3')*, s.*(3'')*, s.*(4)*, s.*(6)*):
$Y_2 = 0.014389 \cdot ln(R) + 0.005373$ (przy współczynniku korelacji r^2=0.9979),

dla B_4=4 *m* (na s.*(3')*, s.*(3'')*, s.*(4)*, s.*(6)*):
$Y_4 = 0.028913 \cdot ln(R) + 0.010737$ (przy współczynniku korelacji r^2=0.9973),

dla B_8=8 *m* (na s.*(3')*, s.*(3'')*, s.*(4)*, s.*(6)*):
$Y_1 = 0.057913 \cdot ln(R) + 0.063807$ (przy współczynniku korelacji r^2=0.9988),

Przyjmując $y_i=Y_i/B_i$, otrzymamy:

$$y_1 = 0.008091 + 0.007157 \cdot ln(R) \text{ – (dla } Y_1/B_1)$$

$$y_2 = 0.002687 + 0.007195 \cdot ln(R) \text{ – (dla } Y_2/B_2)$$

$$y_4 = -0.002684 + 0.007228 \cdot ln(R) \text{ – (dla } Y_4/B_4)$$

$$y_8 = 0.007976 + 0.007240 \cdot ln(R) \text{ – (dla } Y_8/B_8)$$

Powyższe funkcje wyraźmy w postaci ogólnej:

$$s_n = \alpha(B) + \beta \cdot ln(R) \tag{5.2b}$$

gdzie: $\alpha(B) = -0.007729 \cdot ln(B) + 0.008065$ – wyznaczone zostało przy współczynniku korelacji r^2=1.0, a wartość liczbowa β – jest średnią ważoną współczynników liczbowych przy lnR w równaniach y_i, przy kolejnych współczynnikach wagi równych B_i, czyli:

$$\beta = \frac{1 \cdot 0.007157 + 2 \cdot 0.007195 + 4 \cdot 0.007228 + 8 \cdot 0.007240}{1 + 2 + 4 + 8} = 0.007225$$

Funkcję s_n (5.2.b), aproksymującą osiadania wyznaczone w obliczeniach numerycznych dla określonej wartości B, można zatem przedstawić w postaci:

$$s_n = B \cdot [0.007225 \cdot \ln(R) + 0.008065 - 0.007729 \cdot \ln(B)]$$

lub inaczej:

$$s_n = \frac{Q \cdot B \cdot (1 - \nu^2)}{E} \cdot \frac{E}{Q \cdot (1 - \nu^2)} \cdot [0.007225 \cdot ln(R) + 0.008065 - 0.007729 \cdot ln(B)] \tag{5.2c}$$

Po uwzględnieniu w równaniu (5.2.c) wartości wprowadzonych do obliczeń numerycznych E=30 MPa, Q=400 kPa, ν=0.3 otrzymujemy ostateczną, znaną postać funkcji osiadań sprężystych s_n (liniowo zależnych od wartości parametrów materiałowych i obciążenia), zawierającą zamiast funkcji ω dla przestrzeni funkcję ω_1 sprzęgniętą z wielkością obszaru (2D):

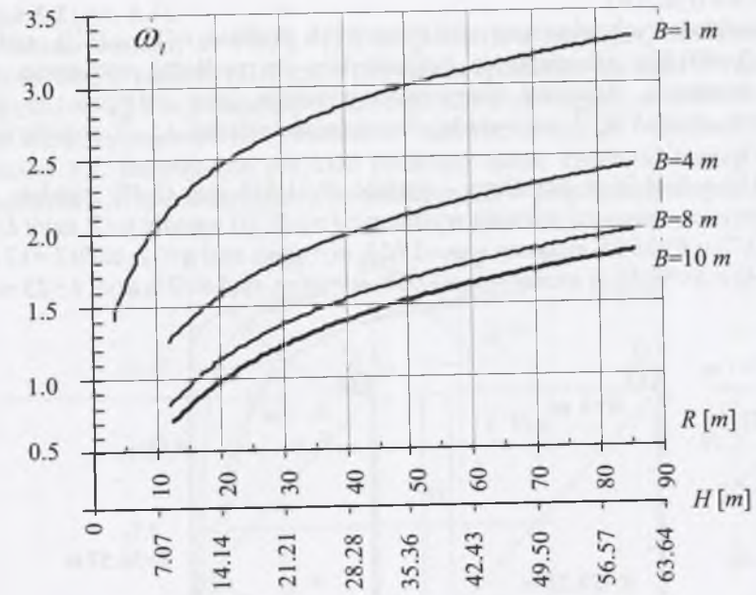
$$s_n = \frac{Q \cdot B \cdot (1 - \nu^2)}{E} \cdot [0.5955 \cdot ln(R) + 0.6647 - 0.6370 \cdot ln(B)] = \frac{Q \cdot B \cdot (1 - \nu^2)}{E} \cdot \omega_1 \tag{5.3}$$

gdzie funkcja ω_1 gwarantująca spełnienie warunku (5.2) ma postać:

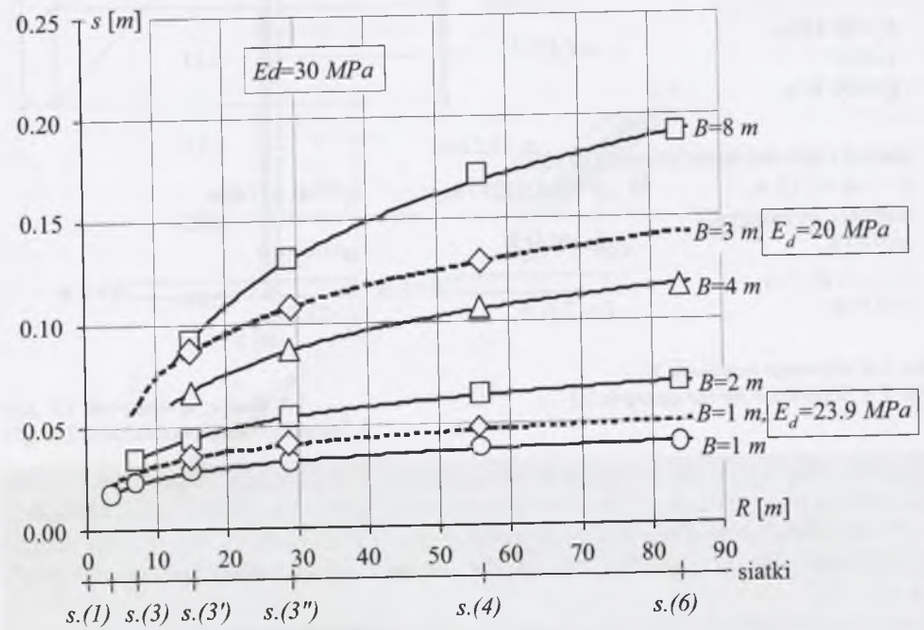
$$\omega_1 = [0.5955 \cdot ln(R) + 0.6647 - 0.6370 \cdot ln(B)] \tag{5.4}$$

Otrzymane zależności przedstawiono rysunkami reprezentującymi kolejno:

- Rys. 5.2 – obraz funkcji ω_1 (5.4) dla wybranych szerokości B.
- Rys. 5.3 – funkcje osiadań s_n (5.3), określone dla przykładowych wartości B z zaznaczonymi wartościami określonymi numerycznie – sprzęgające wartości osiadań środków obciążanych powierzchni z wielkością modelu (2D) podłoża sprężystego.
- Rys. 5.4 – przykład interpretacji warunku (5.1a).



Rys. 5.2. Wykresy funkcji ω_1 (wg (5.4)) dla wybranych szerokości B_i
Fig. 5.2. ω_1 diagrams (acc .(5.4)) for the selected widths B_i

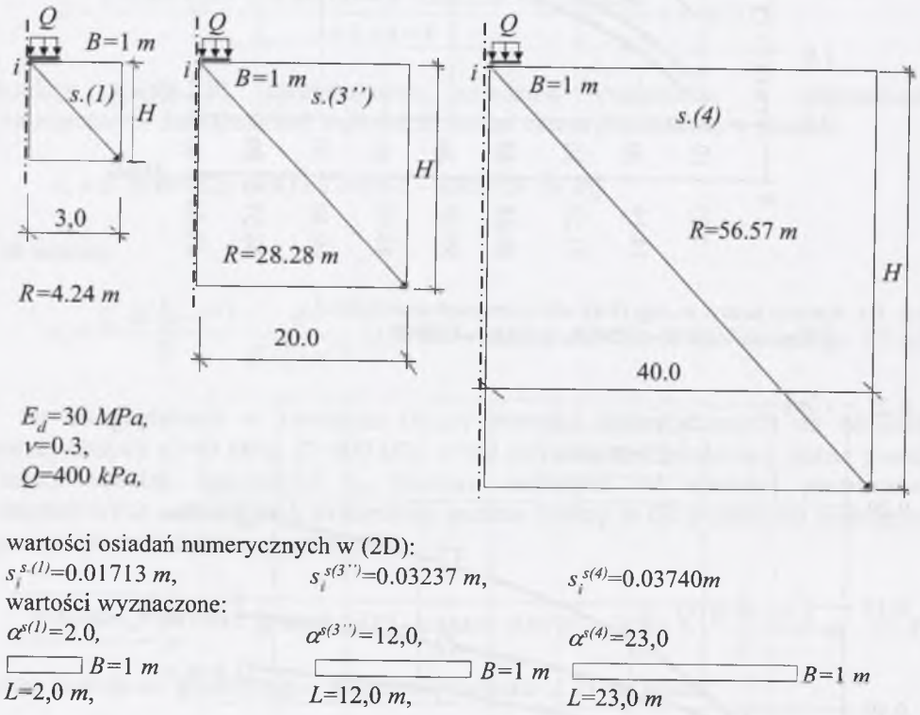


Rys. 5.3. Funkcje s_n (wg (5.3)) sprzęgające wartości osiadań z wielkością modelu podłoża (2D)
Fig. 5.3. Functions s_n (acc. (5.3)) that connected settlements values with the (2D) subsoil model size

Przykład 5.1 (rys. 5.4).

Dla przykładowych obszarów obliczeniowych podłoża *s.*(1), *s.*(3''), *s.*(4), przy $B=1\ m$, $Q=400\ kPa$ (działającym bezpośrednio na podłoże) otrzymano podane wartości osiadań s_i. Możliwa interpretacja wyników (przy przyjęciu, że wartości numeryczne osiadań s_n^{2D} odpowiadają wartościom osiadań s_{anal}^{3D} w półprzestrzeni sprężystej):

- dla *s.*(1) o $R=4.24\ m$ określimy – wartość $\omega_1=1.525$ (wg (5.4)), zgodnie z (5.2) zapiszemy $\omega_1=\omega(\alpha)$, co pozwala wyznaczyć (wg (5.2)) wartość $\alpha=2$, czyli $L=2\ m$,
- dla *s.*(3'') o $R=28.28\ m$ mamy – $\omega_1=2.655$, $\omega_1=\omega(\alpha)$, stąd $\alpha=12$, czyli $L=12\ m$,
- dla *s.*(4) o $R=56.57\ m$ mamy – $\omega_1=3.068$, $\omega_1=\omega(\alpha)$, stąd $\alpha=23$, czyli $L=23\ m$.



Rys. 5.4. Ilustracja przykładu 5.1
Fig. 5.4. Illustration for the example 5.1

Wnioski. Wiarygodność rozwiązania otrzymanego w płaskim stanie odkształcenia dla rzeczywistego układu konstrukcja-podłoże jest bezpośrednio związana z obliczeniowym obszarem numerycznym podłoża, odtwarzającym w stanie (2D) rozwiązanie analityczne (3D) dla strefy kontaktu o określonych wartościach B_F i $\alpha = L_F/B_F$.

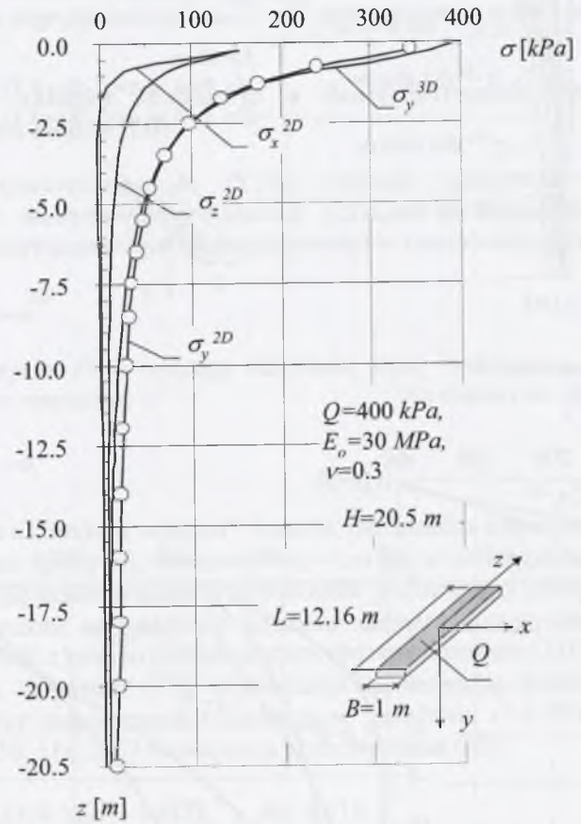
Zastosowanie przedstawionych zależności (5.2), (5.2a), (5.4) umożliwia wyznaczenie właściwego obszaru (2D) numerycznego modelu podłoża dla strefy kontaktu określonej wielkościami B i $\alpha = L/B$.

Przykład 5.2 (rys. 5.5).

Dla danych wartości $B=1\ m$, $L=12.2\ m$, $Q=400\ kPa$ określmy, odwrotnie aniżeli poprzednio, obszar podłoża (2D), który pozwali na spełnienie warunku (5.1a).

Dla wartości $\alpha=12.2$ wyznaczamy z zależności (5.2 a) wartość $\omega=2.67$. Przyjmując $\omega=\omega_1(R, B)$, otrzymujemy z (5.4) wartość $R^{2D}=29.0\ m$, co daje $H^{2D}=20.5\ m$.

Na rysunku 5.5, ilustrującym przykład pokazano dobrą zgodność funkcji naprężeń numerycznych σ_y^{2D} oraz naprężeń σ_y^{3D} wyznaczonych w półprzestrzeni sprężystej.



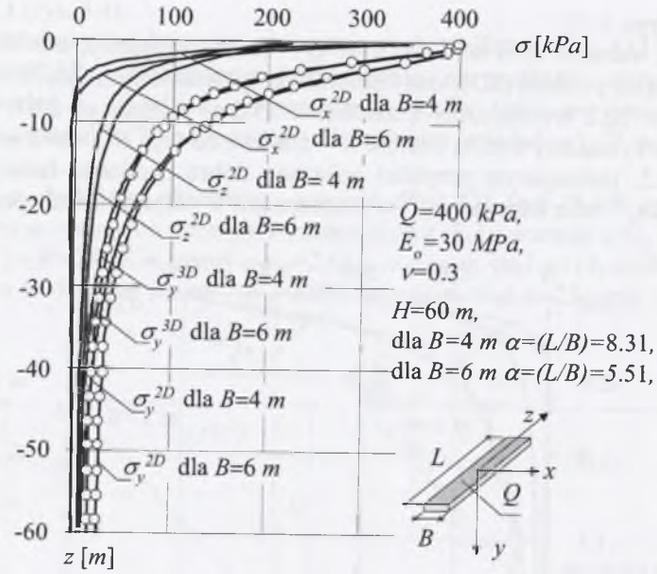
Rys. 5.5. Ilustracja przykładu 5.2
Fig. 5.5. Illustration for the example 5.2

Przykład 5.3 (rys. 5.6).

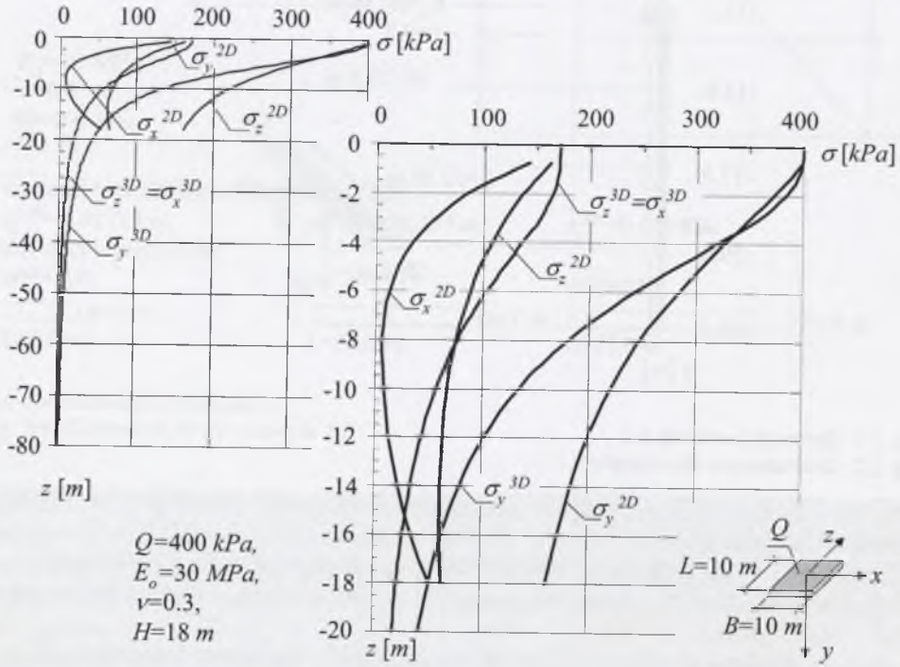
Dane (1): $B=4\ m$, $\alpha=8.31$, $Q=400\ kPa$. Dane (2): $B=6\ m$, $\alpha=5.51$, $Q=400\ kPa$.

Wielkości określane: $\omega_{(1)}=2.43$, $\omega_{(2)}=2.17$, ze wzoru (5.4) wyznaczamy $H_{(1)}^{2D}=H_{(2)}^{2D}=60\ m$.

Wyniki analizy przedstawiają (rys.5.6) zgodność naprężeń numerycznych σ_y^{2D} i analitycznych σ_y^{3D} w półprzestrzeni sprężystej: dobrą – dla $\alpha=8.31$ i zadowalającą dla $\alpha=5.51$.



Rys. 5.6. Ilustracja przykładu 5.3
Fig. 5.6. Illustration for the example 5.3



Rys. 5.7. Ilustracja przykładu 5.4
Fig. 5.7. Illustration for the example 5.4

Przykład 5.4 (rys. 5.7).

Dane: $B=L=10\ m$, $Q=400\ kPa$.

Ponieważ przedstawiony algorytm postępowania ma charakter uniwersalny, więc podobnie jak poprzednio możemy określić (dla $\alpha=1$) wielkość numerycznego obszaru obliczeniowego (2D), który pozwoli na spełnienie warunku (5.1a) $H^{2D}=18\ m$.

Wyniki analizy (rys.5.7) pokazują, że pomimo zgodności osiadań na powierzchni ($s_i^{2D}=s_i^{3D}$) nie otrzymujemy funkcji naprężeń numerycznych σ_y^{2D}, σ_x^{2D}, σ_z^{2D}, które odpowiadałyby naprężeniom σ_y^{3D}, σ_x^{3D}, σ_z^{3D} powstającym w przestrzeni.

5.1.2. Analiza układów fundament o danej sztywności – sprężyste podłoże gruntowe, modele (2D)

Zapiszmy (analogicznie do (5.1a)) warunek zgodności wartości osiadań wyznaczonych numerycznie w układach (2D), z fundamentem o rzeczywistej sztywności, z wartościami analitycznymi osiadań w rzeczywistej przestrzeni (3D):

$$s_{Fn}^{2D}=s_{Fanal}^{3D} \tag{5.5}$$

Spełnienie warunku (5.5) wymaga określenia takiej funkcji ω_{F1}, która spełniałaby z kolei poniższe równanie:

$$\omega_F-\omega_{F1}=0 \tag{5.6}$$

gdzie: ω_F – jest „funkcją wpływu" kształtu fundamentu sztywnego na rozwiązanie w półprzestrzeni sprężystej, wyrażenie ω_{F1} – jest jak w rozwiązaniach z fundamentem wiotkim funkcją umożliwiającą wprowadzenie przestrzennej interpretacji rozwiązań płaskich, utworzoną na podstawie wyników obliczeń numerycznych fundamentów współpracujących z kolejno powiększanymi obszarami podłoża (2D).

Funkcję ω_F w postaci (5.7) wyznaczono aproksymując (metodą najmniejszych kwadratów przy współczynniku korelacji w przedziale $r^2=0.9991\div1.0$) podawane w literaturze [56, 118, 262] rozwiązania liczbowe zadań (3D).

$$\omega_F=\begin{cases}0.5574\cdot\ln(\alpha)+0.8175 & dla\ \alpha\le10,\\ 0.01519\cdot\alpha+1.9510 & dla\ \alpha>10\end{cases} \tag{5.7}$$

Wyraźmy teraz zbiór rozwiązań (2D) przez wartości osiadań s_i środkowych punktów linii kontaktu B_i, otrzymanych przy $B=1$ m$\div B=10$ m dla kolejno powiększanych obszarów obliczeniowych podłoża (z rys. 4.1), przy Q działającym na podłoże poprzez fundament o określonej sztywności.

Funkcje aproksymujące powyższe numeryczne wartości osiadań można zapisać następująco:

dla $B_1=1\ m$ (na podłożach s.*(1)*, s.*(3)*, s.*(3')*, s.*(3'')*, s.*(4)*, s.*(6)*):

$Y_1=0.007143\cdot ln(R)+0.001589$ (przy współczynniku korelacji $r^2=0.9988$),

dla B_2=2 *m* (na *s.(3), s.(3'), s.(3''), s.(4), s.(6)*):

$Y_2 = 0.013812 \cdot ln(R) - 0.001907$ (przy współczynniku korelacji r^2=0.9976),

dla B_4=4 *m*: (na *s.(3'), s.(3''), s.(4), s.(6)*):

$Y_4 = 0.029056 \cdot ln(R) - 0.023067$ (przy współczynniku korelacji r^2=0.9965),

dla B_8=8 *m* (na *s.(3'), s.(3''), s.(4), s.(6)*):

$Y_8 = 0.05554 \cdot ln(R) - 0.06532$ (przy współczynniku korelacji r^2=0.9973),

Przyjmując $y_i = Y_i/B_i$, otrzymamy:

$y_1 = 0.001589 + 0.007143 \cdot ln(R)$ – (dla Y_1/B_1)

$y_2 = -0.0009535 + 0.006906 \cdot ln(R)$ – (dla Y_2/B_2)

$y_4 = -0.005767 + 0.007264 \cdot ln(R)$ – (dla Y_4/B_4)

$y_8 = -0.008165 + 0.006943 \cdot ln(R)$ – (dla Y_8/B_8)

Funkcje powyższe można z kolei zapisać w postaci ogólnej:

$$s_{Fn} = \alpha_F(B) + \beta_F \cdot ln(R) \tag{5.7a}$$

gdzie: $\alpha_F(B) = -0.004916 \cdot ln(B) + 0.001789$ – wyznaczone zostało przy współczynniku korelacji r^2=0.9814, a wartość liczbowa β_F – jest średnią ważoną współczynników liczbowych przy *lnR* w równaniach y_i, przy kolejnych współczynnikach wagi równych B_i czyli:

$$\beta = \frac{1 \cdot 0.007143 + 2 \cdot 0.006906 + 4 \cdot 0.007264 + 8 \cdot 0.006943}{1 + 2 + 4 + 8} = 0.007037$$

Funkcję (5.7a), aproksymującą osiadania numeryczne przy określonej wartości *B*, można zatem przedstawić w postaci:

$$s_{Fn} = B \cdot [0.007037 \cdot ln(R) + 0.001789 - 0.004916 \cdot ln(B)]$$

lub inaczej:

$$s_{Fn} = \frac{Q \cdot B \cdot (1 - \nu^2)}{E} \cdot \frac{E}{Q \cdot (1 - \nu^2)} \cdot [0.007037 \cdot ln(R) + 0.001789 - 0.004916 \cdot ln(B)] \tag{5.7b}$$

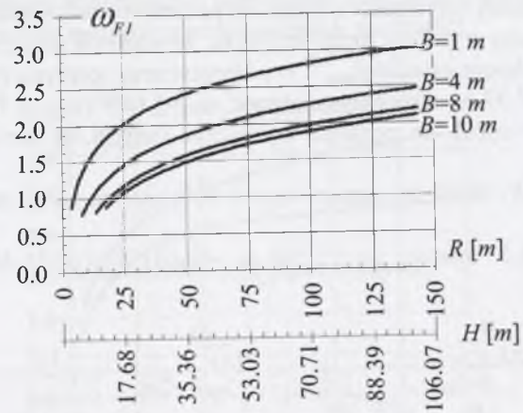
Po uwzględnieniu w równaniu (5.7b) wartości wprowadzonych do obliczeń numerycznych *E*=30 *MPa*, *Q*=400 *kPa*, ν=0.3 otrzymujemy ostateczną, znaną postać funkcji osiadań sprężystych s_n (liniowo zależnych od wartości parametrów

materiałowych i obciążenia) zawierającą, zamiast funkcji ω_F w przestrzeni (5.7), funkcję ω_{F1} sprzęgniętą z wielkością obszaru (2D).

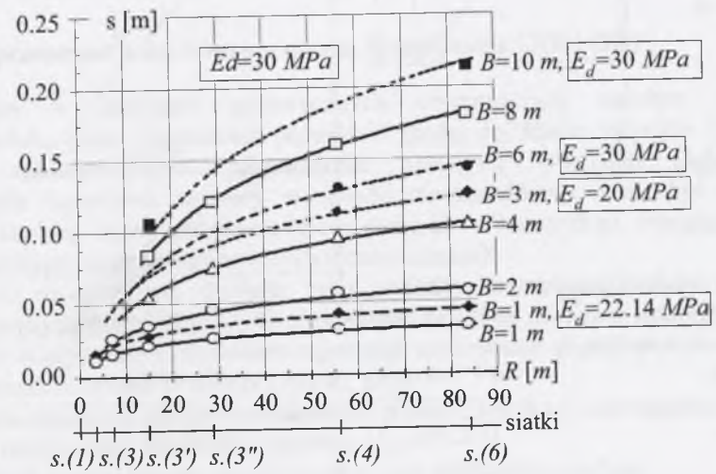
$$s_{Fn} = \frac{Q \cdot B \cdot (1 - \nu^2)}{E} \cdot [0.58 \cdot ln(R) + 0.1474 - 0.4052 \cdot ln(B)] = \frac{Q \cdot B \cdot (1 - \nu^2)}{E} \cdot \omega_{F1} \tag{5.8}$$

gdzie funkcja ω_{F1} gwarantująca spełnienie warunku (5.6) ma postać:

$$\omega_{F1} = [0.58 \cdot ln(R) + 0.1474 - 0.4052 \cdot ln(B)] \tag{5.9}$$



Rys. 5.8. Wykresy funkcji ω_{F1} dla wybranych fundamentów o szerokościach B_i (wg (5.9))
Fig. 5.8. ω_{F1} diagrams for the selected foundations B_i (acc. (5.9))



Rys. 5.9. Funkcje s_n (wg (5.8))sprzęgające wartości osiadań fundamentów z wielkością modelu (2D)
Fig. 5.9. Functions s_n (acc. (5.8)) that connected settlements values with the (2D) subsoil model size

Wyznaczone powyżej zależności, podobnie jak w rozwiązaniach z fundamentem wiotkim, zilustrowano kolejnymi rysunkami stanowiącymi:

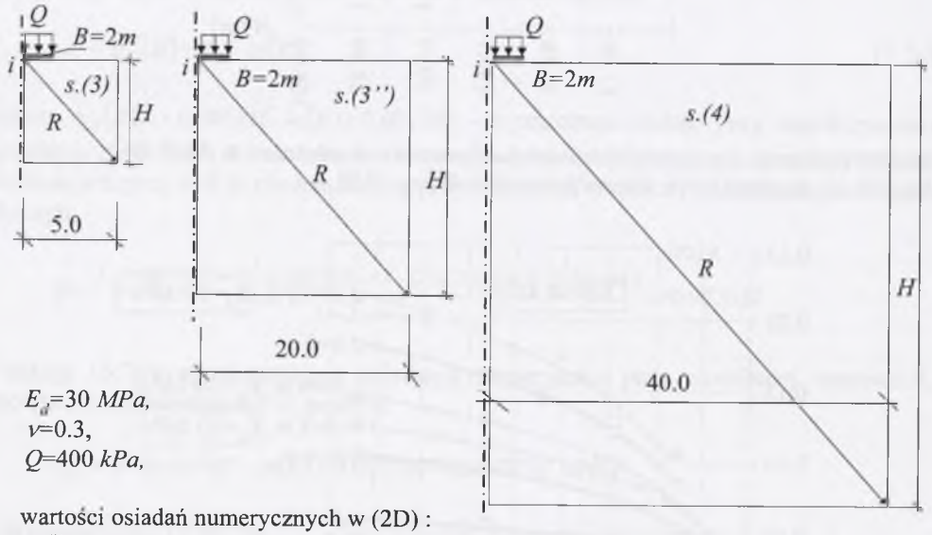
- Rys. 5.8 – graficzne przedstawienie funkcji ω_{Fl} (5.9) dla wybranych szerokości B.
- Rys. 5.9 – obraz funkcji osiadań s_n (5.8), wyznaczonych dla przykładowych wartości B numerycznie – sprzęgających wartości osiadań fundamentów z wielkością modelu (2D) podłoża sprężystego.
- Rys. 5.10 – przykład interpretacji warunku (5.5).

Przykład 5.5 (rys. 5.10).

Dla przykładowych obszarów obliczeniowych podłoża odpowiadających siatkom *s.*(3), *s.*(3'') i *s.*(4), przy B=2 *m* i Q=400 *kPa* działającym na podłoże poprzez fundament o określonej sztywności otrzymano podane wartości osiadań s_i.

Możliwa interpretacja wyników (przy przyjęciu, że wartości numeryczne osiadań s_n^{2D} odpowiadają wartościom osiadań s_{anal}^{3D} w półprzestrzeni sprężystej):

- dla *s.*(3) o R=7.07 *m* określimy – wartość ω_{Fl}=1.001 (wg (5.9)), zgodnie z (5.6) zapiszemy $\omega_{Fl}=\omega_F(\alpha)$, co pozwala wyznaczyć (wg (5.7)) wartość α=1.40, czyli L=2.8 *m*,
- dla *s.*(3'') o R=28.28 *m* mamy – ω_{Fl}=1.819, $\omega_{Fl}=\omega_F(\alpha)$, stąd α=6.00, czyli L=12.0 *m*,
- dla *s.*(4) o R=56.57 mamy – ω_{Fl}=2.200, $\omega_{Fl}=\omega_F(\alpha)$, stąd α=16.34, czyli L=32.7 *m*.



E_{sl}=30 *MPa*,
ν=0.3,
Q=400 *kPa*,

wartości osiadań numerycznych w (2D) :

$s_i^{s.(3)}$=0.02562*m*, $s_i^{s(3'')}$=0.04448*m*, $s_i^{s(4)}$=0.05448*m*,

wartości wyznaczone:

$\alpha^{s(3)}$=1.4, $\alpha^{s(3'')}$=6.0, $\alpha^{s(4)}$=16.34,

B=2m, B=2m, B=2m

L=2.8 *m*, L=12.0*m*, L=32.7*m*

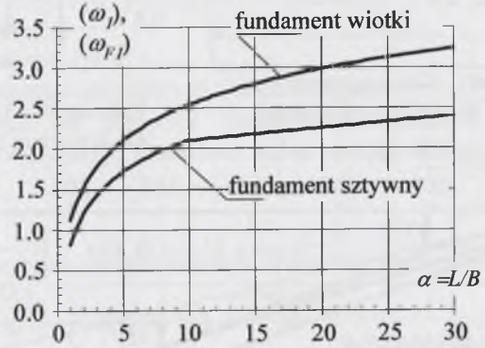
Rys. 5.10. Ilustracja przykładu 5.5
Fig. 5.10. Illustration for the example 5.5

Przykład 5.6 (rys. 5.11).

Odpowiedzmy w sposób ogólny na pytanie, czy dla rusztu ław fundamentowych o określonej długości L i różnych szerokościach ław poprzecznych B_F można przeprowadzić szacunkową analizę osiadań danego układu posługując się modelem numerycznym podłoża (2D). Dla różnych szerokości ław mamy w rozważanym przypadku różne wartości $\alpha_i=L/B_i$.

Jeżeli zatem dla każdej ławy (i) ma zachodzić zgodnie z (5.5) warunek $\omega_{F(i)}^{3D}=\omega_{Fl(i)}^{2D}$, to zależność ω_{Fl}-α (lub ω_l-α), pokazana na rys. 5.11, nie może być funkcją monotoniczną.

Postawiony problem nie powinien być zatem przedmiotem analizy (2D) w modelach podłoża grupy **A**. Błędy wynikające z pominięcia powyższego ograniczenia są jednak możliwe do oszacowania na bazie przedstawionych zależności.



Rys. 5.11. Ilustracja przykładu 5.6
Fig. 5.11. Illustration for the example 5.6

5.1.3. Półprzestrzeń a warstwa sprężysta. Rozwiązania (2D) i (3D)

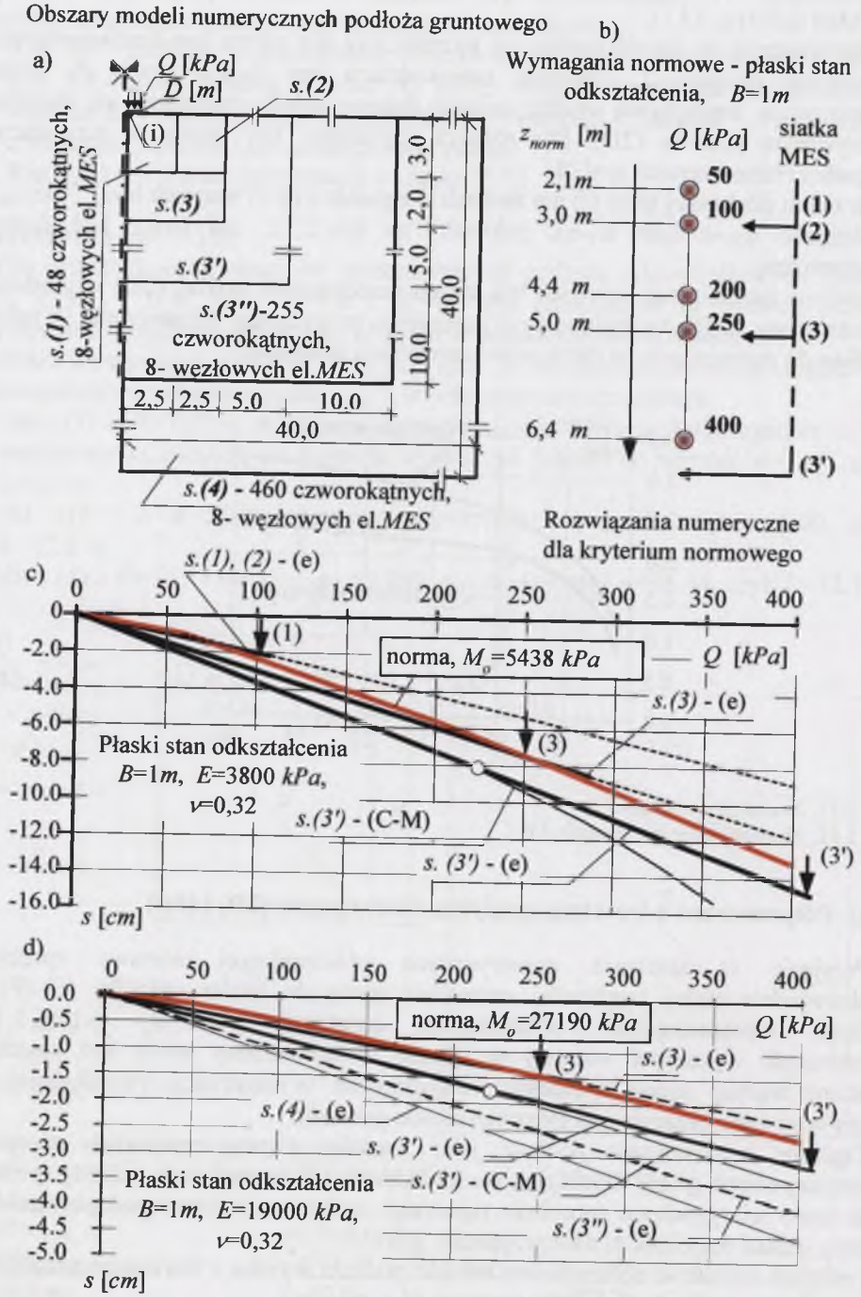
Przyjęcie w analizach numerycznych obliczeniowej warstwy sprężystej o odpowiednio dużej miąższości prowadzić może do analiz układów (F)-(P) na podłożu reprezentującym półprzestrzeń sprężystą (rozdziały 5.1.1 i 5.1.2), ograniczenie wysokości warstwy w sposób nieuzasadniony może być natomiast źródłem błędnej oceny wielkości wewnętrznych w konstrukcji (wynikającej np. z niewłaściwego oszacowania istotnych różnic osiadań).

Ogólnie, modelowanie podłoża jako warstwy z wykorzystaniem związków konstytutywnych grupy A jest (jak stwierdzono to już w analizach osiowej symetrii) dość mało wiarygodnym sposobem rejestracji zachowania gruntu pod obciążeniem. Należy jednak rozróżnić tu dwa przypadki, gdy:

(1) przyjęta wysokość obliczeniowa modelu podłoża wynika z warunków naturalnych (czyli rzeczywistej miąższości warstwy H_w),

(2) wysokość numerycznego modelu podłoża jest wielkością przyjętą.

Zacznijmy od analizy przypadku (2), rozważając możliwość posłużenia się przy tworzeniu modelu układu obliczeniowego (F)-(P) wskazaniami normowymi dotyczącymi wartości z_{norm} [PN-81/B-03020].



Rys. 5.12. Rozwiązania numeryczne przy normowym kryterium doboru obszaru obliczeniowego podłoża (2D)

Fig. 5.12. Standard criterion for selection of the subsoil models dimensions – settlements numerically obtained

Zastosowanie *kryterium normowego* doboru wysokości obszaru obliczeniowego podłoża

Na rysunkach 5.12 i 5.13 przedstawiono wyniki przykładowej analizy, zestawiając (na rys. 5.12):

- wartości osiadań normowych, oraz
- wartości wyznaczone numerycznie – dla podłoży (2D) o wysokościach obszarów porównanych z wartościami z_{norm}, wymaganymi dla wybranych wartości obciążenia Q,

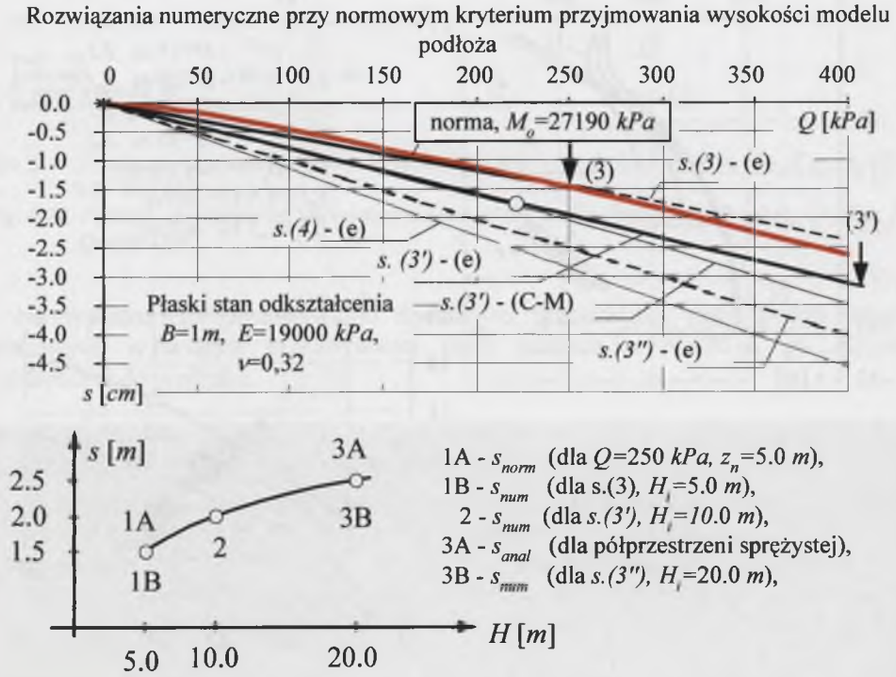
gdzie obciążenie przekazywane było na podłoże przez sztywny fundament o szerokości B=1 m, posadowiony na głębokości 0,5 m.

Rozwiązaniom sprężystym (e) towarzyszą rozwiązania dla podłoża sprężysto-idealnie plastycznego Coulomba-Mohra (C-M).

Na rys. 5.13 zestawiono charakterystyczne wartości osiadań s, wyznaczone dla analizowanego przykładu przy przyjętym obciążeniu Q:

- normowe s_{norm},
- dla półprzestrzeni sprężystej s_{anal},
- wynikające z zastosowania różnych obszarowo numerycznych modeli podłoża s_{num},

gdzie w zależności od przyjętej interpretacji właściwej wysokości modelu obliczeniowego otrzymujemy krańcowo różne oceny stanów naprężeń w podłożu gruntowym.



Rys. 5.13. Różne możliwe oceny pracy układu (F)-(P) z rys. 5.12

Fig. 5.13. The possible settlements evaluations for system (F)-(P) from Fig. 5.12

Ogólnie stwierdzić można, że wymagania normowe nie mogą stanowić jedynego, jednoznacznego kryterium doboru adekwatnego obszaru obliczeniowego w analizach zagadnień brzegowych (2D), gdy wysokość modelu podłoża ma być wielkością przyjętą.

Warstwa sprężysta w rzeczywistej przestrzeni (3D)

Rozważmy teraz układ (F)-(P) pracujący w rzeczywistej przestrzeni (3D), przyjmując, że wysokości obliczeniowe modeli podłoża wynikają z warunków naturalnych, czyli rzeczywistej miąższości warstwy H_w.

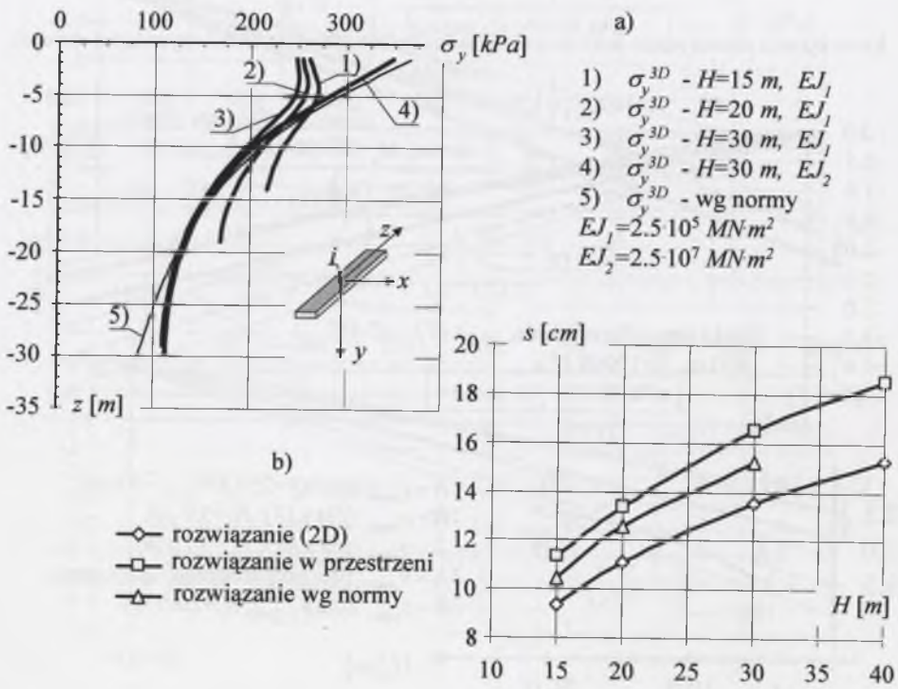
Dane:

- fundament – L/B=6, B=10 m, h_F=1 m, EJ_1=2.5·10^7 MNm^2, EJ_2=2.5·10^5 MNm^2,
- podłoże – sprężyste o E_o=30 MPa i ν=0.15.

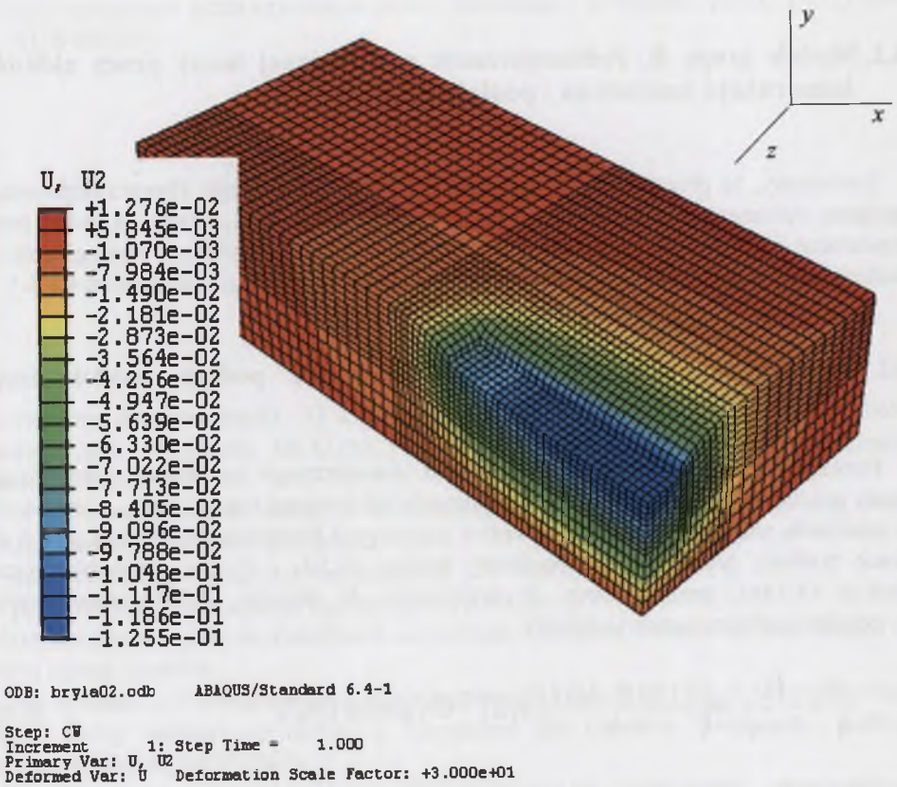
W analizie numerycznej wysokości modeli podłoża przyjmowano kolejno: H_1=15 m, H_2=20 m, H_3=30 m, otrzymując obraz pracy podłoża gruntowego jako rzeczywistej warstwy sprężystej – rys. 5.14a.

Na rys. 5.14b zestawiono wartości osiadań rozważanego fundamentu na podłożach reprezentujących warstwę sprężystą, określone:

- numerycznie dla układu przestrzennego (3D),
- zgodnie z normą,
- dla układu rozważanego w płaskim stanie odkształcenia (2D).



Rys. 5.14. Analiza pracy układu fundament - warstwa sprężysta
Fig. 5.14. Numerical analysis for system foundation - elastic subsoil layer



Rys. 5.15. Przestrzenna mapa pionowych przemieszczeń v pod fundamentem B=10 m, L=60 m i Q=400 kPa
Fig. 5.15. Vertical displacements three-dimensional chart under foundation B=10 m, L=60 m for Q=400 kPa

Na rysunku 5.15 przedstawiono dodatkowo przestrzenną mapę przemieszczeń pionowych w ćwiartce rozpatrywanej bryły podłoża o H_2=20 m, po „zdjęciu" fundamentu do wydruku.

Wnioski. Jeżeli przyjmowana wysokość obliczeniowa modelu podłoża wynika z warunków naturalnych, czyli znanej miąższości H_w warstwy podłoża to:

- możemy posłużyć się modelem obliczeniowym (2D) o wysokości H=H_w, jeżeli dla konstrukcji spełniony jest warunek α>=10,
- dla konstrukcji o 10 > α > 5 (6) wprowadzając wartość H_w jako wysokość modelu obliczeniowego (2D) otrzymujemy zawyżone wartości osiadań s i właściwszym postępowaniem jest ocena pracy układu konstrukcja-podłoże gruntowe w modelu przestrzennym (3D).

Gdy wysokość numerycznego obszaru podłoża jest wielkością przyjmowaną w trakcie modelowania, możemy posłużyć się wskazaniami dotyczącymi doboru wysokości H, którymi są zalecone obwiednie stanów pracy modeli podłoża.

5.2. Modele grupy B. Jednoznaczność numerycznej oceny pracy układów konstrukcja budowlana - podłoże gruntowe

Zauważmy, że proces poszukiwania adekwatnego ustalonego obszaru odpowiedzi podłoża, opisanego modelami stanu krytycznego, na obciążenie przekazywane przez fundament o dowolnym prostokątnym kształcie powinien przebiegać analogicznie do zastosowanego w przypadku osiowej symetrii układu (porównaj podrozdział 4.3.1.)

5.2.1. Określenie ustalonego obszaru odpowiedzi podłoża modelowanego w rzeczywistej przestrzeni (3D)

Funkcję $\Delta h/h$ zaniku wpływu obciążenia zewnętrznego na zmianę pierwotnego stanu gruntu, która stanowi miarę oszacowania adekwatnej wartości H_{ustal}, wyrazimy w analizach, mających uwzględnić wpływ dowolnych fundamentów prostokątnych na pracę podłoża gruntowego w poniższej postaci (5.10) i (5.10a) (odpowiadającej funkcji (4.14a), rozbudowanej w porównaniu do funkcji (4.14), zastosowanej w układach osiowo-symetrycznych):

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{\lambda}{1+e_z} \cdot ln\left(\frac{\gamma \cdot z + Q \cdot \phi_i(z)}{\gamma \cdot z}\right) \cdot \phi_i(z) \quad \text{dla gruntu (NC),} \tag{5.10}$$

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{\kappa}{1+e_z} \cdot ln\left(\frac{\gamma \cdot z + Q \cdot \phi_i(z)}{\gamma \cdot z}\right) \cdot \phi_i(z) \quad \text{dla gruntu (OC).} \tag{5.10a}$$

Funkcja $\phi_i(z)$ jest przyjętym a priori rozkładem składowej pionowej naprężenia po głębokości, w środkowym przekroju poprzecznym pod powierzchnią obciążenia o $\alpha = L/B$ i przyjmuje:

- bez uwzględnienia wpływu fundamentu wartości części rzeczywistej funkcji (5.11):

$$\phi_i(z) = \frac{1}{\pi} \cdot Re\left[\psi(z)\right] \tag{5.11}$$

gdzie:

$$\psi(z) = \left\{ -\frac{4B^2 \cdot z \cdot \alpha \cdot \left(8z^2 + B^2 \cdot \left(1+\alpha^2\right)\right)}{\left(B^2+4z^2\right) \cdot \left(B^2 \cdot \alpha^2 + 4z^2\right) \cdot \sqrt{\left(B^2 \cdot \left(1+\alpha^2\right) + 4z^2\right)}} + \right.$$
$$\left. + i \cdot ln\left[-\frac{\left(-2 \cdot i \cdot z + B \cdot \alpha\right) \cdot \left(4z^2 + B \cdot \left(B - 2 \cdot i \cdot z \cdot \alpha + \sqrt{\left(B^2 \cdot \alpha^2 + 4z^2\right)}\right)\right)}{\left(2 \cdot i \cdot z + B \cdot \alpha\right) \cdot \left(4z^2 + B \cdot \left(B + 2 \cdot i \cdot z \cdot \alpha + \sqrt{\left(B^2 \cdot \alpha^2 + 4z^2\right)}\right)\right)} \right] \right\} \tag{5.11a}$$

- przy obciążeniu przekazywanym przez fundament – przyjmuje postać (5.12) [PN-81/B-03020]:

$$\phi_i(z) = \frac{2}{\pi} \cdot arctan\left[\frac{\alpha}{\left(\frac{z}{B}\right)\sqrt{1+\alpha^2+\left(\frac{z}{B}\right)^2}}\right] + \frac{2 \cdot z}{\pi \cdot \alpha \cdot B}\left[\sqrt{1+\left(\frac{z}{B}\right)^2} + \right.$$
$$\left. + \sqrt{\alpha^2 + \left(\frac{z}{B}\right)^2} - \sqrt{1+\alpha^2+\left(\frac{z}{B}\right)^2} - \left(\frac{z}{B}\right)\right] \tag{5.12}$$

Rozważmy dwa przypadki: 1) L/B=5, 2) L/B=10 i określmy przebieg zmienności funkcji $\Delta h/h$ w modelu MCC (NC) dla przykładowego obciążenia zewnętrznego Q=400 kPa.

W celu oszacowania różnic w wartościach H_{ustal}, określonych dla α=5 i α=10, złożono odpowiednio oba przypadki razem:

- przy rozkładzie obciążenia wg funkcji (5.11) – rys. 5.16 i rys. 5.17,
- przy rozkładzie obciążenia wg funkcji (5.12) – rys. 5.18 i rys. 5.19,

gdzie kolejność opisu na rysunkach odpowiada kolejnym wykresom, zaczynając od lewej strony rysunku.

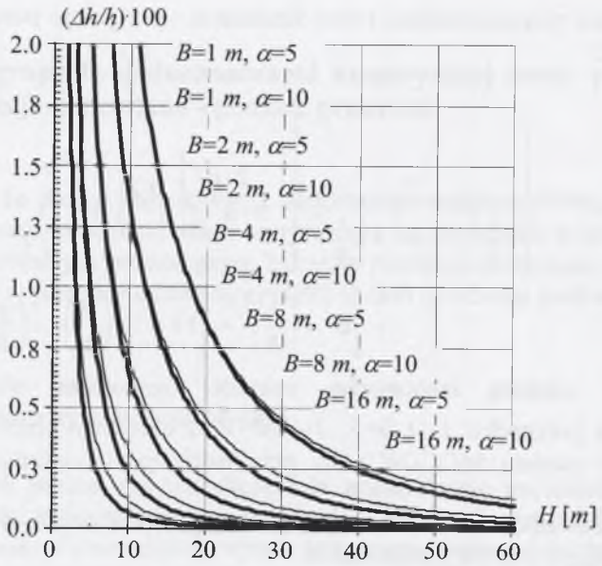
Na rysunku 5.19 pokazano (jak w nomogramach z rys. 4.22 i rys. 4.31) oszacowane błędy oceny osiadań $\Delta s = \delta s/(\delta s + s)$ otrzymane dla układów fundament – podłoże opisane modelem MCC (NC).

Ogólnie można uznać różnice otrzymywane w wartościach oszacowanych wysokości H przestrzennego modelu obliczeniowego podłoża dla L/B=5 i L/B=10 (przy zastosowaniu funkcji $\Delta h/h$ zaniku wpływu obciążenia zewnętrznego na zmianę pierwotnego stanu gruntu w postaci (5.10)) za mało znaczące.

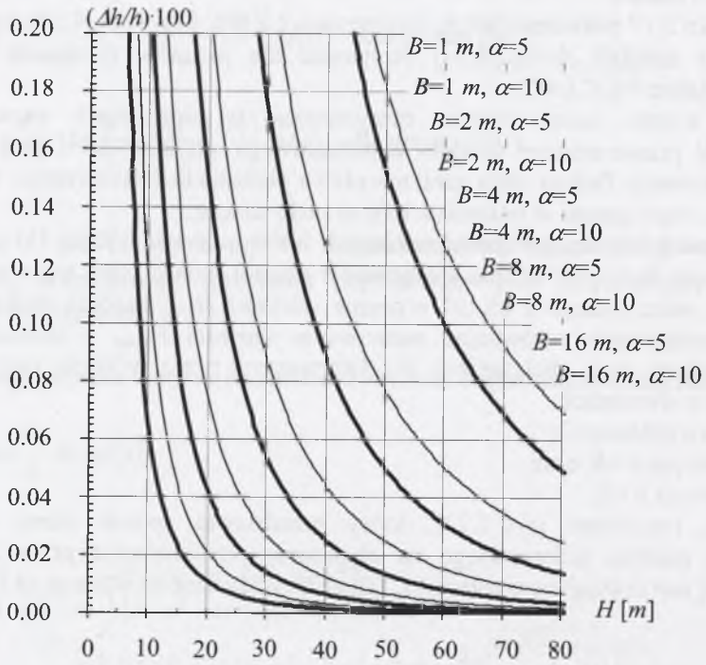
Celem kolejnych analiz, przedstawionych na rysunkach 5.20 i 5.21 (opisanych we wnioskach), było porównanie skuteczności postaci funkcji $\Delta h/h$ wg wzoru (4.14) lub (4.14a), identycznego z (5.10) w ocenie wartości H_{ustal} modelu podłoża MCC. Zadanie zrealizowano porównując oszacowane wartości H_{ustal} – obszarów pracy modelu podłoża pod obciążeniem przekazywanym przez wiotkie oraz sztywne fundamenty o wymiarach:

- kołowym o średnicy D,
- kwadratowym $B \times B$, oraz
- prostokątnym $B \times L$.

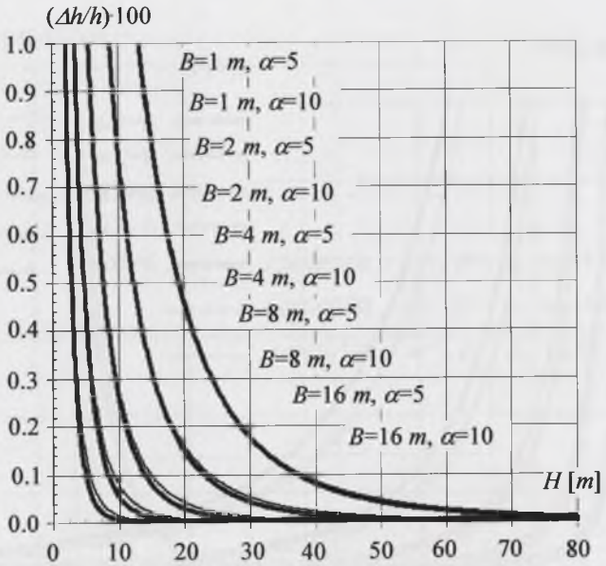
Ostatnim rysunkiem (rys. 5.22), który przedstawia sposób oceny obszarów odpowiedzi podłoża jednorodnego na obciążenie przekazywane przez fundament prostokątny, jest nomogram o osiach (Δ_s,H), gdzie Δ_s zgodne ze wzorem (4.17).



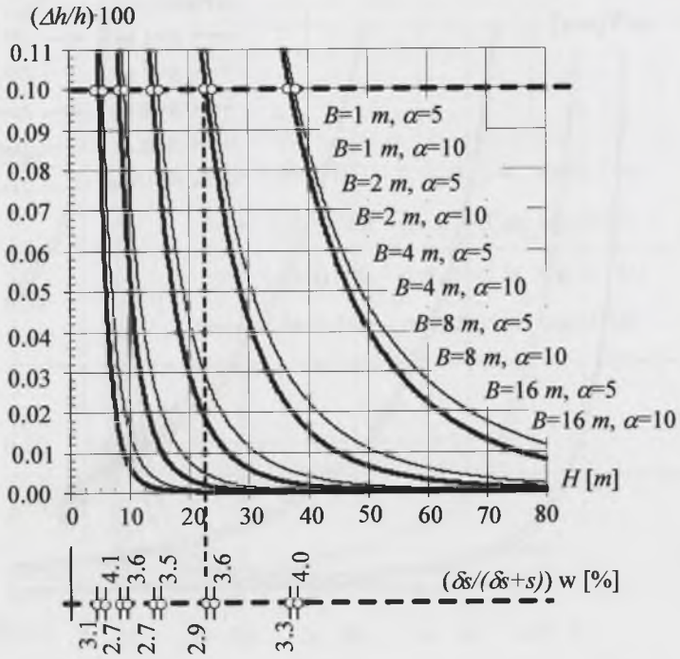
Rys. 5.16. Wykres funkcji (5.10) przy obciążeniu przekazywanym na podłoże bez udziału fundamentu
Fig. 5.16. Diagrams for function (5.10), foundation don't takes part in subsoil loading process



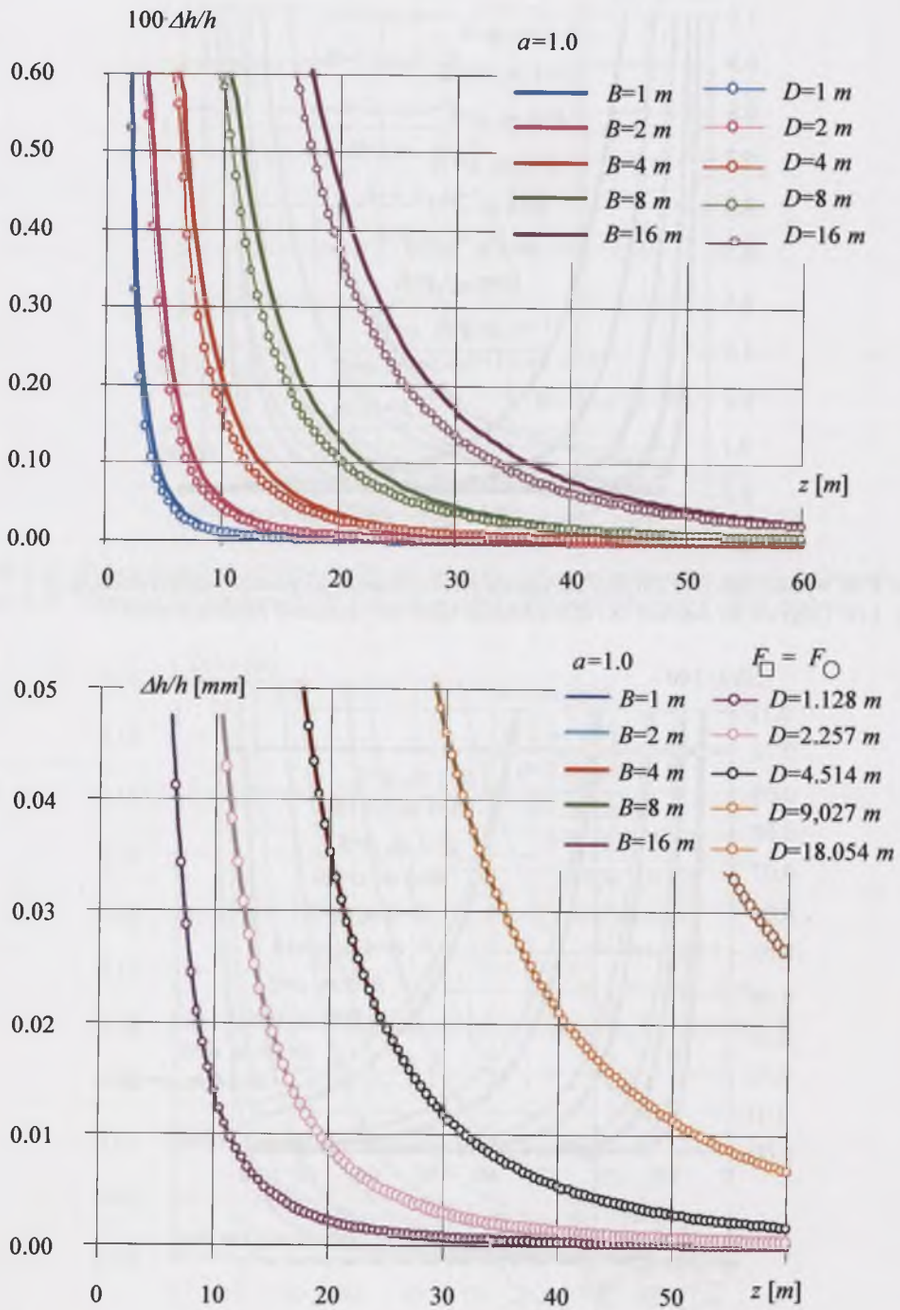
Rys. 5.17. Fragment rysunku 5.16
Fig. 5.17. Fragment of the Fig. 5.16



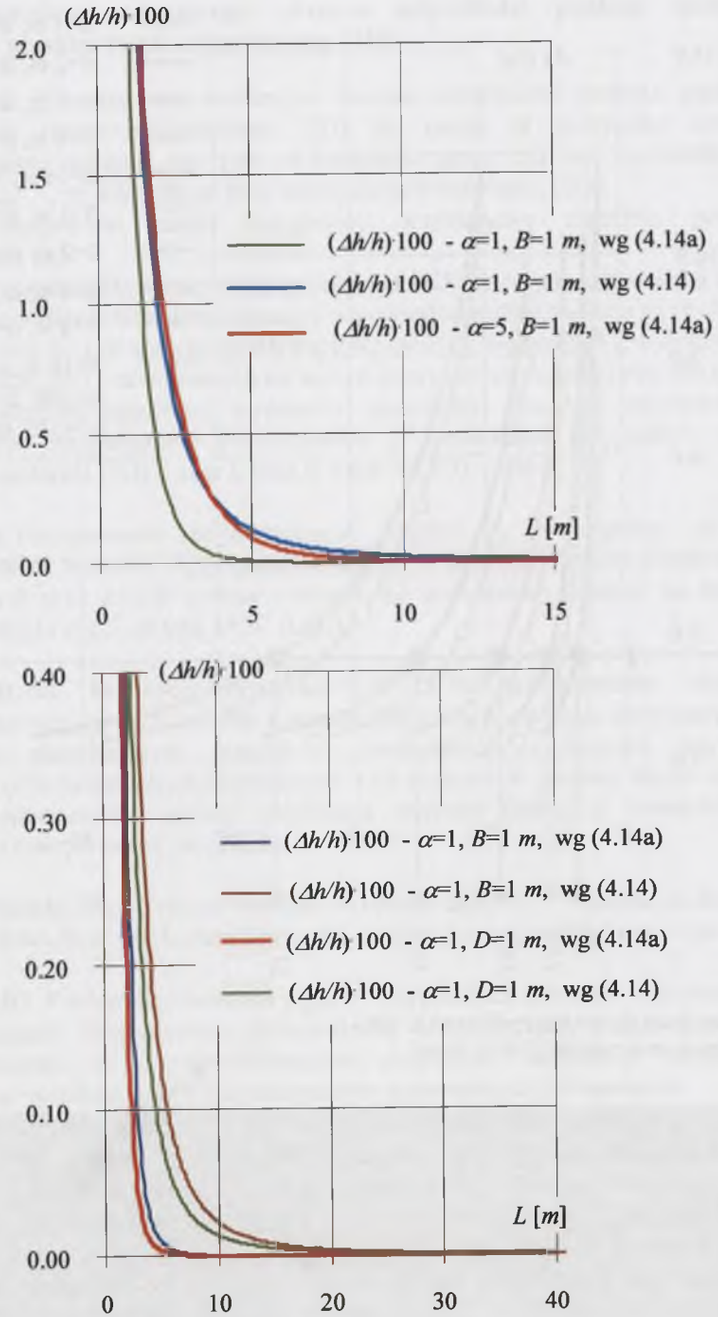
Rys. 5.18. Wykres funkcji (5.10) przy obciążeniu przekazywanym na podłoże poprzez fundament
Fig. 5.18. Diagram for function (5.10), foundation takes part in subsoil loading process



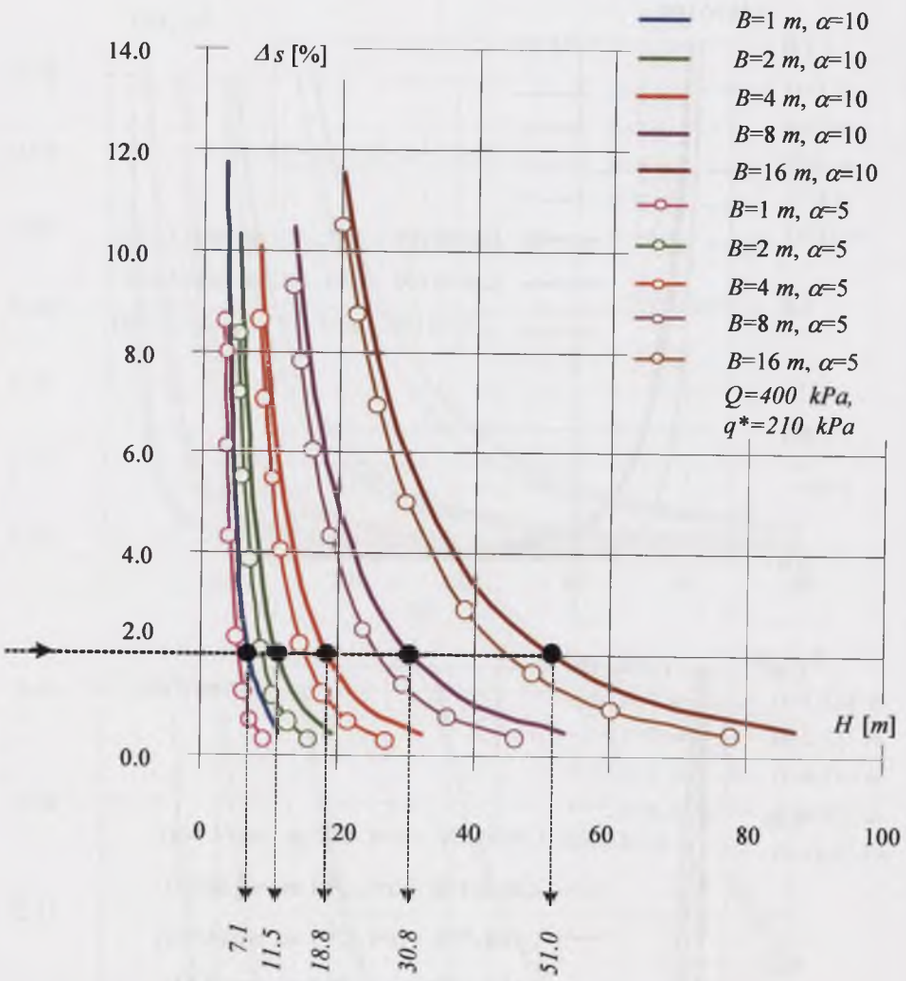
Rys. 5.19. Fragment rysunku 5.18
Fig. 5.19. Fragment of the Fig. 5.18



Rys. 5.20. Funkcje Δh/h (wg 5.10) dla fundamentów kołowych i prostokątnych
Fig. 5.20. Functions Δh/h (acc. 5.10) for circular and square foundations



Rys. 5.21. Funkcje Δh/h wyznaczone wg (4.14) i (4.14a) lub (5.10); fundamenty kołowy i kwadratowy
Fig. 5.21. Functions Δh/h acc. (4.14) and (4.14a) or (5.10); circular and square foundations



Rys. 5.22. Nomogram dla modelu podłoża MCC (OC)
Fig. 5.22. Nomogram for the MCC (OC) model

Wnioski. Przedstawione nomogramy, bazujące na zaproponowanym w pracy kryterium odpowiedzi materiału (wykorzystującym wskaźnik porowatości gruntu *e*), pozwalają zbudować adekwatną przestrzenną bryłę jednorodnego podłoża modelu MCC (OC) lub MCC (NC) w numerycznym układzie obliczeniowym budowla - podłoże gruntowe.
Z rysunku 5.21 oraz z wcześniej rozpoznanych i opisanych zachowań modeli stanu krytycznego pod obciążeniem z fundamentów płytkich wynika, że optymalne przygotowanie wysokości modelu podłoża dla analiz fundamentów prostokątnych (aż do wartości α=1) wiąże się z wyborem funkcji *Δh/h* w postaci (5.10)).

5.2.2. Określenie ustalonego obszaru odpowiedzi podłoża modelowanego w płaskim stanie odkształcenia (2D)

Proces poszukiwania ustalonego obszaru odpowiedzi podłoża modelowanego w płaskim stanie odkształcenia (2D) nie może, w przypadku modeli stanu krytycznego, opierać się (jak w modelach grupy **A)** na spełnieniu równości $s_n^{(2D)}=s_{anal}^{(3D)}$, ze względu na brak analitycznych rozwiązań (3D).
Zaproponowano zatem następujący, trzyetapowy algorytm postępowania, polegający na:

- zastosowaniu dla rzeczywistej przestrzeni (3D) kryterium odpowiedzi materiału w celu określenia ustalonego obszaru odpowiedzi modelu podłoża na obciążenie,
- budowie funkcji sprzęgających wartości osiadań fundamentu z wysokością modelu podłoża (2D) – utworzonych na bazie numerycznych wartości osiadań $s_n^{(2D)}$,
- sprawdzeniu zgodności wymiarów ustalonych obszarów odpowiedzi modelu podłoża na obciążenie przekazywane z fundamentu na podłoże, ocenionych w przestrzeni (3D) – etap I, oraz w modelu (2D) – etap II.

Etap (I). Postępowanie odpowiadające etapowi I jest zgodne ze sposobem wyznaczania wartości H_{ustal} przedstawionym w pkt. 5.2.1; gdzie dla przykładowych wartości B oraz $\alpha=L/B$ można wykorzystać nomogramy podane na rys. 5.19 (dla MCC (NC)) i rys. 5.22 (dla MCC (OC)).

Etap (II). Na kolejnych rysunkach 5.23 i 5.24 przedstawiono zbiór funkcji sprzęgających wartości osiadań z wysokością modelu podłoża, otrzymanych na bazie wartości numerycznych osiadań s_n fundamentów o różnych szerokościach B w kolejnych modelach obliczeniowych *s.(i)* podłoża w płaskim stanie odkształcenia (2D). Jednoznaczną, szybką stabilizację wartości funkcji z rysunków 5.23 i 5.24 możemy interpretować jak poniżej.

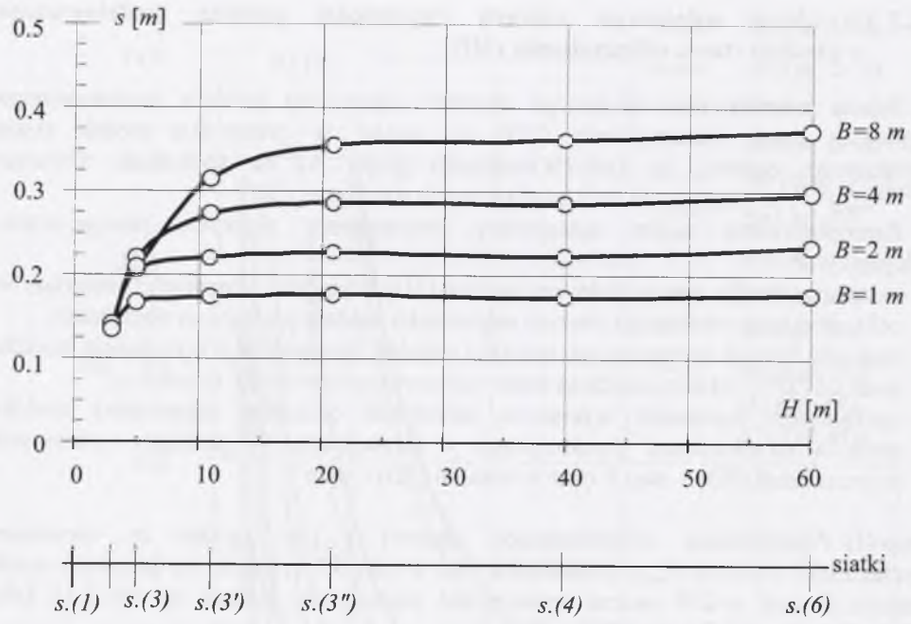
Stwierdzenie. Dla kolejnych wartości B_i istnieje takie $H_i^{(2D)}$ modelu, że dla dowolnego $H_2>H_i$ zachodzi w przybliżeniu równość osiadań $s_2 \cong s_i$ (przykładowo – rys. 5.25).

Etap (III). Porównując wartości $H_{ustal}^{(3D)}$ – wysokości obszarów odpowiedzi podłoża na obciążenie fundamentem prostokątnym w przestrzeni, oszacowane w etapie I, z wartościami $H_i^{(2D)}$ – odpowiadającymi początkowi stabilizacji wartości osiadań funkcji z rysunków 5.23 i 5.24 zauważamy zadowalającą ich zgodność.
Możemy zatem zapisać:

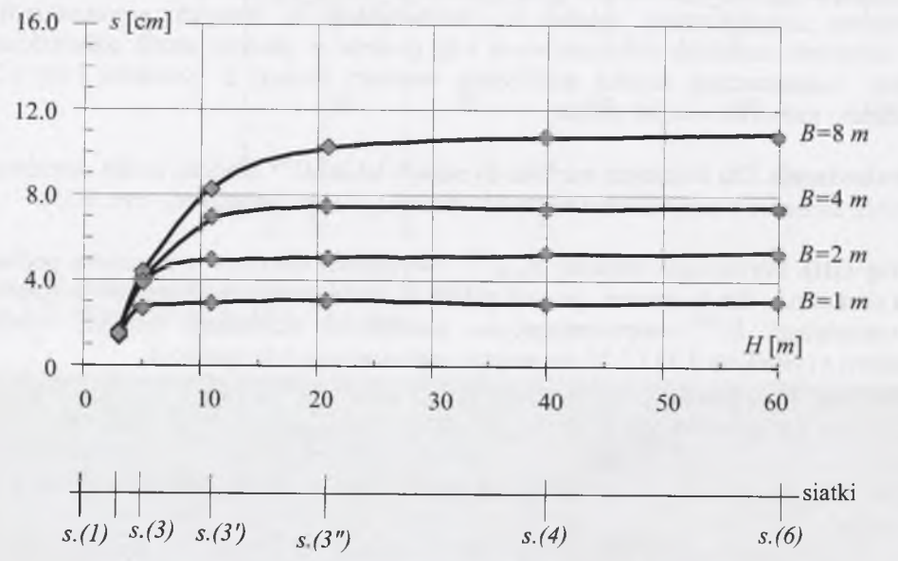
$H_i^{(2D)}= H_{ustal}^{(2D)}$, oraz $H_{ustal}^{(2D)}= H_{ustal}^{(3D)}$, co ilustruje rys. 5.26.

Jako uzupełnienie powyższych rozważań posłużyć może dodatkowo rys. 5.27, pokazujący:

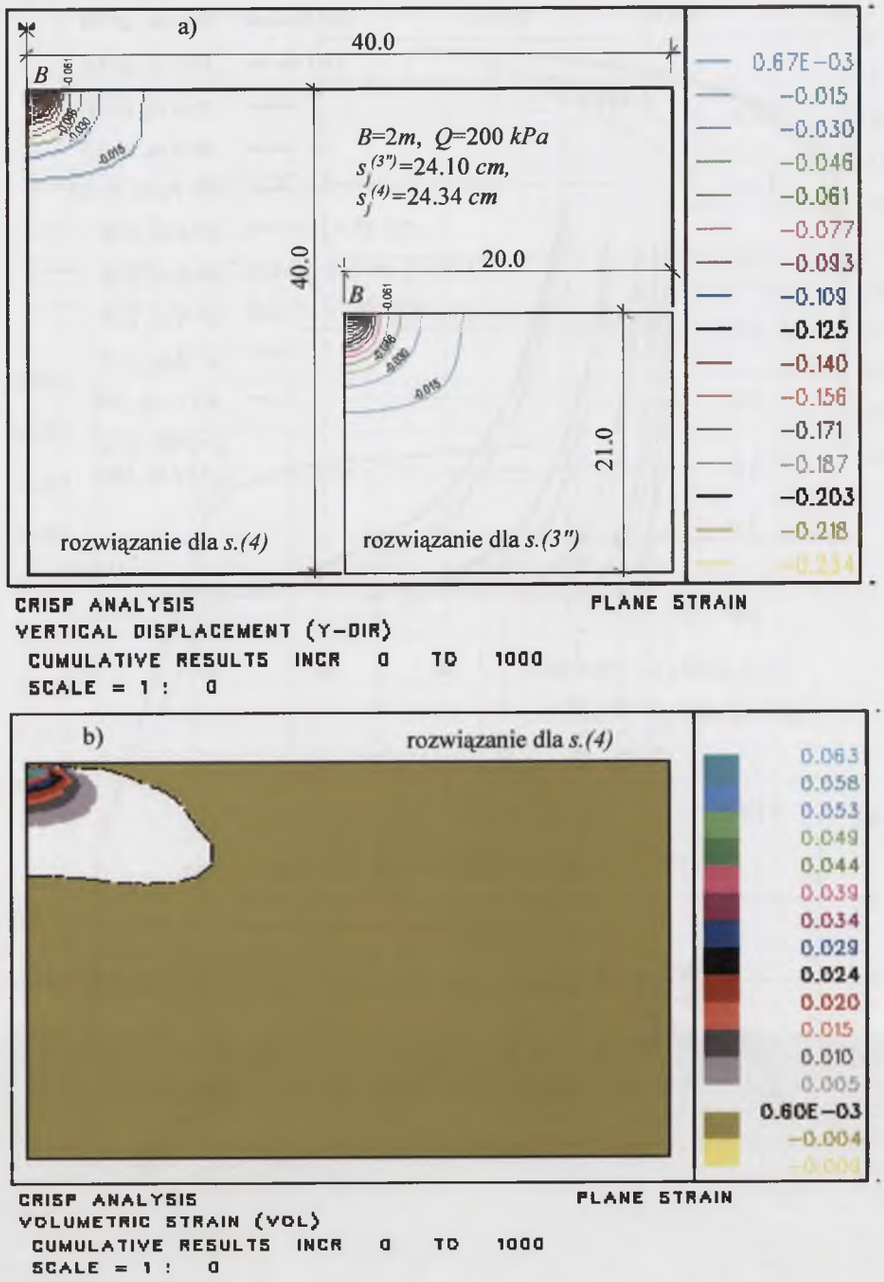
- „wewnętrzną" odpowiedź modelu (2D) podłoża MCC (OC) o dwóch różnych wysokościach H (tło stanowi rozwiązanie sprężyste),
- zjawisko ustalenia się wartości osiadania ławy określanej w kolejno powiększanych modelach podłoża MCC (OC), niezależnie od sposobu przyjęcia rozkładu $K_o^{(OC)}$ wzdłuż głębokości.



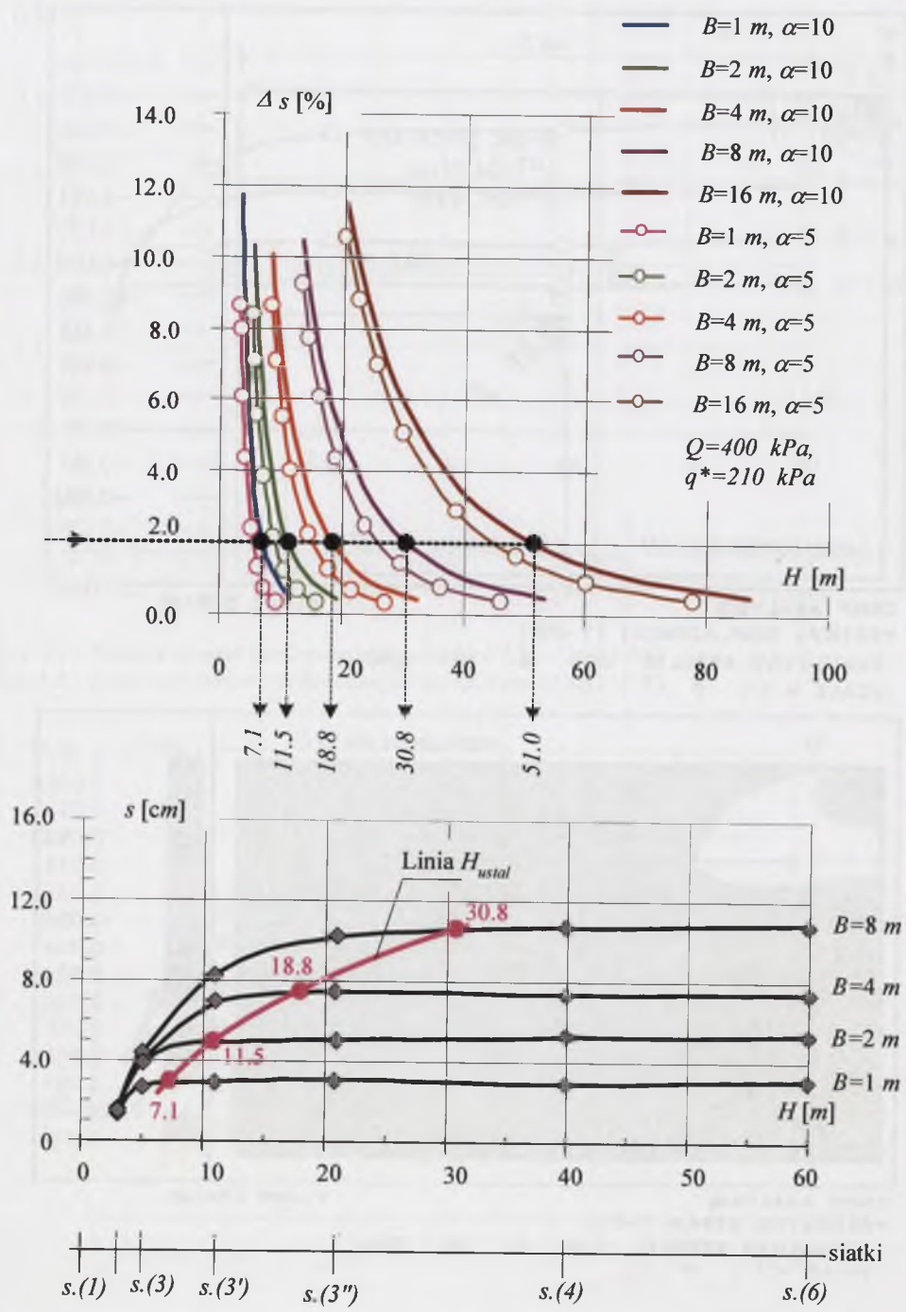
Rys. 5.23. Funkcje osiadań numerycznych w modelach (2D) – MCC (NC)
Fig. 5.23. Numerical settlements functions for the (2D) model MCC (NC)



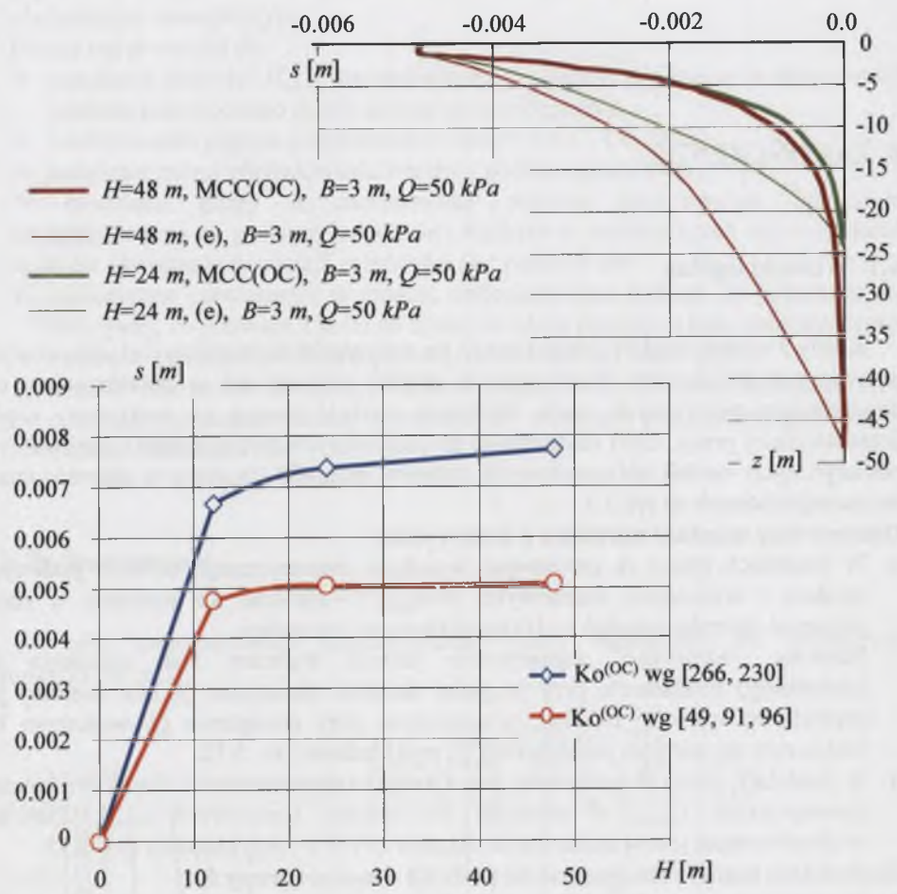
Rys. 5.24. Funkcje osiadań numerycznych w modelach (2D) – MCC (OC)
Fig. 5.24. Numerical settlements functions for the (2D) model MCC (OC)



Rys. 5.25. Równość osiadań fundamentów współpracujących z różnymi obszarowo modelami podłoża MCC
Fig. 5.25. Settlements equality for foundation-subsoil models MCC



Rys. 5.26. Ocena wartości H_{ustal} w przestrzeni (nomogram) oraz w modelu podłoża (2D)
Fig. 5.26. H_{ustal} evaluation – nomogram (3D) and subsoil model (2D)



Rys. 5.27. Zjawiska" wewnętrzne" w modelu MCC
Fig. 5.27. The inner phenomena of the MCC model

Wnioski. Dla modeli konstytutywnych jednorodnego podłoża grupy **B** można jednoznacznie określić wysokość modelu obliczeniowego podłoża (2D), dającego (w odpowiednich przekrojach) adekwatne rozwiązania rzeczywistego układu przestrzennego, przyjmując ją równą wartości $H_{ustal}^{(3D)}$, wyznaczonej np. przy użyciu nomogramów.

Dzięki wprowadzeniu pojęcia półprzestrzeni modelu MCC, jako obszaru nie mniejszego od definiowalnego obszaru odpowiedzi modelu podłoża na obciążenie przekazywane z konstrukcji, pojęcie warstwy w modelach stanu krytycznego staje się zatem jednoznacznie zdefiniowane (rozróżnienie między analizami w półprzestrzeni oraz z zastosowaniem warstwy podłoża staje się oczywiste).

6. ZAKOŃCZENIE

6.1. Wnioski ogólne

Każdy z podrozdziałów pracy kończy się wnioskami szczegółowymi, dotyczącymi omawianych problemów. Przedstawione poniżej wnioski nie są powtórzeniem czy uogólnieniem powyższych, mają natomiast zwrócić uwagę na praktyczny aspekt przedstawianej pracy, czyli użyteczność proponowanych metod budowy adekwatnych numerycznych modeli obliczeniowych układów budowla - podłoże w zakresie analiz wyszczególnionych na rys.1.1.

Oszacowanie osiadań: normowe a numeryczne

- W modelach grupy **A** przyjmując wysokość numerycznego modelu podłoża H zgodnie z wymogami normowymi $H=z_{norm}^{(Q)}$ – ogólnie, nie jesteśmy w stanie otrzymać wartości osiadań s (Δs) uzyskiwanych wg normy.
  Możemy „odtworzyć" numerycznie jedynie wybrany stan osiadania dla konkretnego fundamentu przy przyjętej wartości obciążenia Q. Nie ocenimy już prawidłowo wartości osiadań powstających przy obciążeniu Q_i większym lub mniejszym od wartości początkowej Q; przykładowo rys. 5.12.
- W modelach grupy **B** zachowane jest zjawisko odpowiedniości charakteru osiadań numerycznych s_{numer} w stosunku do osiadań normowych s_{norm}. Zjawisko to obserwowane jest w zachowaniu układów (F)-(P) – przykładowo rys. 4.35.

Zachowanie numerycznego modelu podłoża – modele grupy B

- W modelach grupy **B** możliwe jest odtworzenie rzeczywistych, istotnych zjawisk rejestrowanych zarówno w badaniach laboratoryjnych, jak i badaniach in situ.
- Wyniki szeroko zakrojonych badań numerycznych zachowania układów (F)-(P) potwierdzają tezy pracy, które sformułowano na podstawie ogólnie znanych zasad zachowania podłoża obciążonego fundamentem płytkim [19, 262] oraz wyników szczegółowych badań terenowych [182].
- Potwierdzona została zatem (dzięki wynikom badań numerycznych) prawidłowość zaproponowanej metody ustalania minimalnych wymiarów numerycznych modeli podłoża jako równoważnych obszarom odpowiedzi podłoża na obciążenie przekazywane przez fundament (o określonych wymiarach i sztywności). Metoda ta stosuje proces globalnego kalibrowania odpowiedzi modelu podłoża na obciążenie.

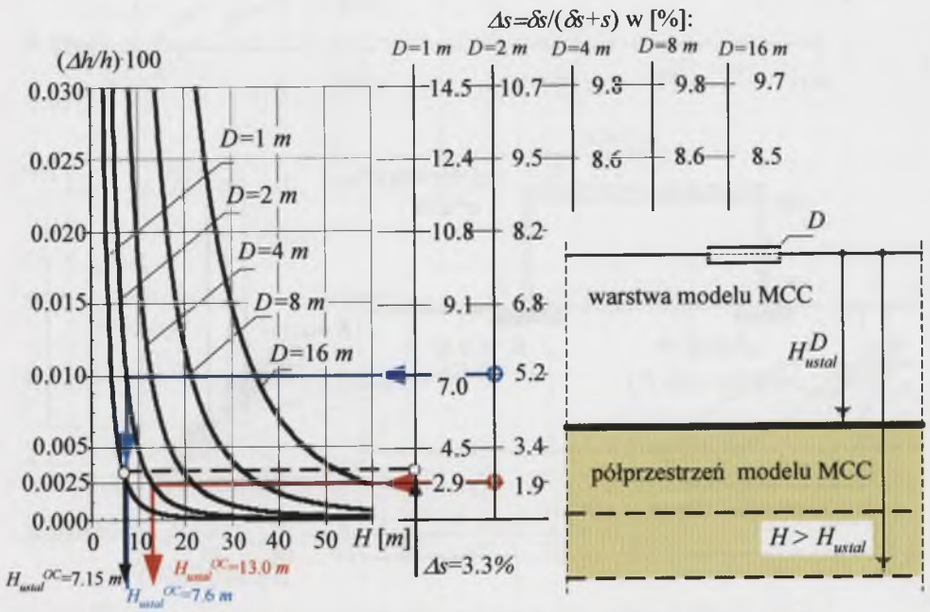
Efekty procesu globalnego kalibrowania odpowiedzi modelu podłoża na obciążenie

- W modelach grupy **B** zastosowano proces kalibrowania obszaru obliczeniowego modelu podłoża, wprowadzając (dzięki kryterium odpowiedzi materiału) analizę wewnętrznej odpowiedzi modelu podłoża, ocenianej efektem wygaszania wzdłuż

głębokości zmian wartości *de* wskaźnika porowatości *e*, wywołanych przyłożonym obciążeniem zewnętrznym.
Proces ten prowadzi do:
  - określenia wartości H_{ustal}, determinującej niezbędny, minimalny wymiar modeli podłoża jednorodnego (patrz załączone nomogramy),
  - zdefiniowania pojęcia półprzestrzeni modeli MCC, CC, oraz
  - jednoznacznego zdefiniowania warstwy podłoża gruntowego.
- W modelach grupy **A** zastosowanie procesu kalibrowania, odniesione do rejestrowania na powierzchni modeli podłoża o zmieniających się wymiarach skutków obciążania w postaci zależności *Q-s* pozwala na:
  - numeryczne odtworzenie w modelu obliczeniowym podłoża (e) półprzestrzeni sprężystej, co pozwala z kolei na sprecyzowanie pojęcia układu obliczeniowego budowla - warstwa podłoża (opisanego modelami (e) lub (e-p)),
  - oszacowanie przewidywanego błędu rozwiązania rzeczywistego układu (B)-(P), o modelu podłoża określonej wysokości H – w sposób bezpośredni, przez ocenę osiadań kontaktowych.

6.2. Podsumowanie

W celu podsumowania przedstawionej pracy posłużono się wybranymi rysunkami 6.1÷6.3.



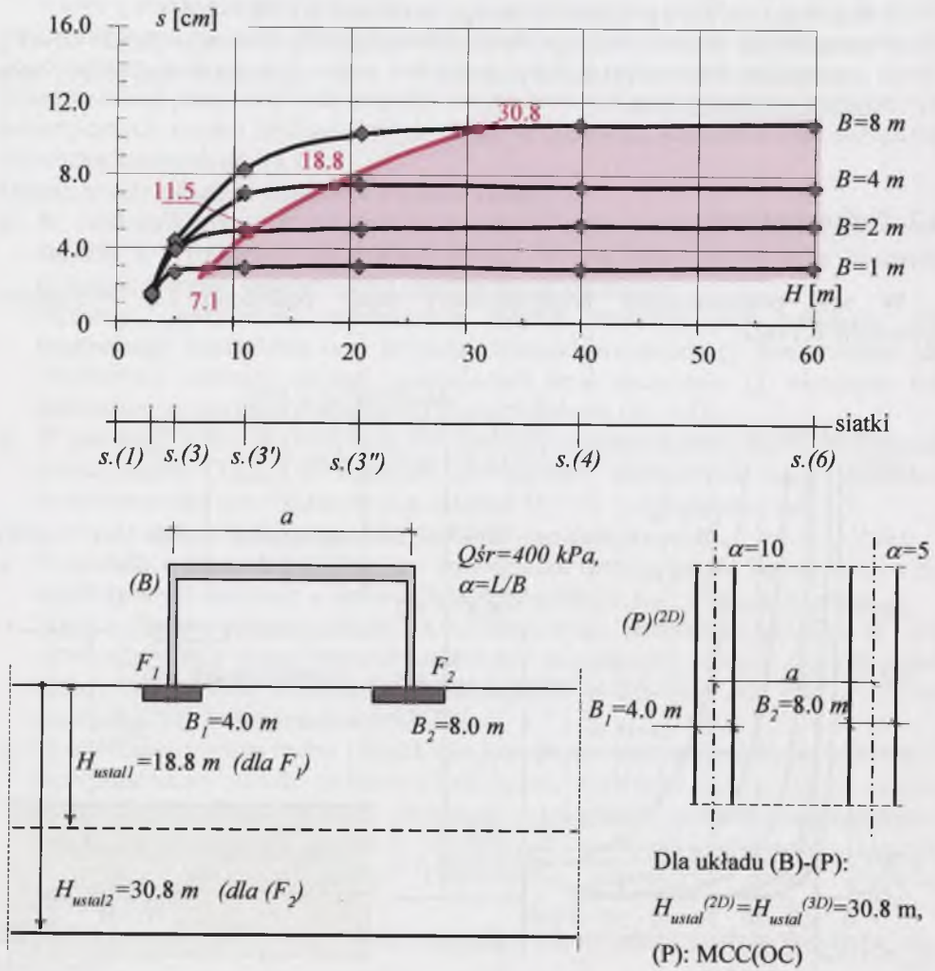
Rys. 6.1. Metoda określania adekwatnych wymiarów modeli podłoża (osiowa symetria)
Fig. 6.1. Method for the adequate (3D) subsoil model depth defining

Zadaniem przedstawionych rysunków jest przypomnienie:

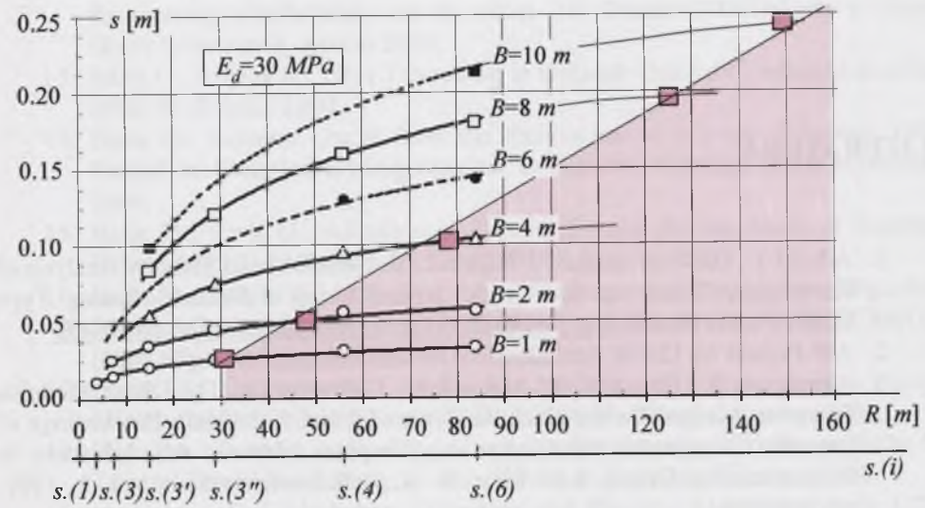
- metody określania adekwatnych wymiarów modeli podłoża gruntowego – rys. 6.1. (dla wybranego przypadku osiowej symetrii),
- pojęcia półprzestrzeni modelu MCC, zdefiniowanego w pracy, ze zwróceniem uwagi na jego jednoznaczność także przy rozważaniu płaskiego stanu odkształcenia – rys. 6.2,

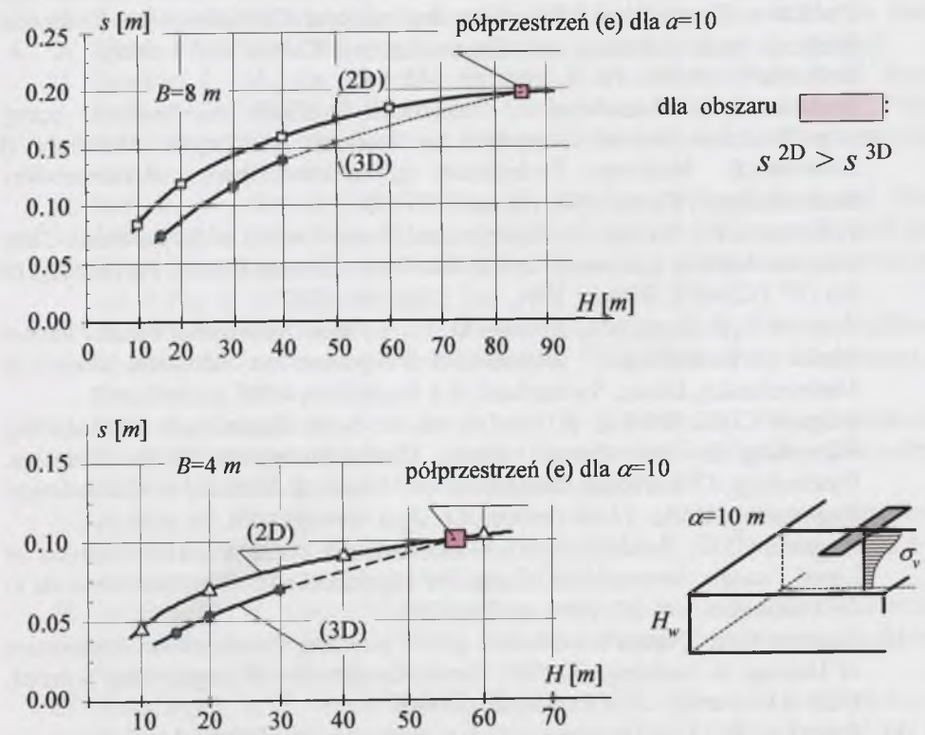
oraz przedstawienie:

- zachowania podłoży modelowanych modelami grupy **A** (w zakresie ich pracy sprężystej) – rys. 6.3, w porównaniu do zachowania podłoży opisanych modelami grupy **B** – rys. 6.2; oba rysunki są opisem pracy podłoża w płaskim stanie odkształcenia (2D).



Rys. 6.2. Ocena wartości H_{ustal} oraz obszaru półprzestrzeni modelu MCC (OC)
Fig. 6.2. H_{ustal} evaluation and the MCC-half space definition





Rys. 6.3. Sprężyste modele (2D); półprzestrzeń sprężysta oraz warstwa sprężysta podłoża
Fig. 6.3. (2D) elastic models; elastic half space and elastic subsoil layer

LITERATURA

1. Adachi T., Oka F., Kodaka T., Takato J.: Deformation and Stability Analysis of Rectangular Tunnel in Soft Rock Ground Using a Strain Softening Type Elasto-Plastic Model. *http://nakisuna2.kuciv.kyoto-u.ac.jp/okalabo1/staffs/*
2. AiF-Projekt Nr 12949, Schlußbericht für den Zeitraum. Stuttgart 2003.
3. Akutagawa S., Brown E. T., Meek J. L., Chitombo G.: The Direct Modulus Factoring Method for the Back Analysis of Young's Moduli. Proceedings of Seventh International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics, Cairns, 6-10 May, A. A. Balkema/Rotterdam, vol. 2, 1991, pp. 931÷936.
4. Ali F. H., Hashim R.: A Road Embankment on Soft Clay: Field Behaviour and Prediction Proceedings of Seventh International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics, Cairns, 6-10 May, A. A. Balkema/Rotterdam, vol. 2, 1991, pp. 943÷948.
5. Andermann F., Fedorowicz L., Fedorowicz J., Cińcio A.: Problemy oceny współdziałania budowli i podłoża na terenach górniczych. Materiały II Konferencji Naukowo - Technicznej „Warsztat Pracy Rzeczoznawcy Budowlanego", Kielce 1996, t. 2. ss. 131÷138.
6. Atkinson J. H., Sallfors G.: Experimental Determination of Stress-Strain-Time Characteristics in Laboratory and In Situ Tests. Genaral Report, Proceedings of the 10th ECSMFE, Firence 1991, vol. 3, pp. 915÷956.
7. Augarde C. E., Burd H. J., Houlsby G. T.: A Three Dimensional Finite Element Model of Tunnelling. 4th International Symposium on Numerical Models in Geomechanics, Davos, Switzerland, 6-8 September, 1995, pp. 457÷462.
8. Augarde C. E., Burd H. J., Houlsby G. T.: Some Experiences of Modelling Tunnelling in Soft Ground Using Three-Dimensional Finite Elements. Proceedings 4th European Conference on Numerical Methods in Geotechnical Engineering, Udine, 14-16 October, Springer-Verlag, 1998, pp. 603÷612.
9. Augarde C. E., Burd H. J.: Three-Dimensional Finite Element Analysis of Lined Tunnels. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, vol. 25, 2001, pp. 243÷262.
10. Augarde C. E.: Numerical Modelling of Tunnelling Processes for Assessment of Damage to Buildings. D.Phil. Thesis. Department of Engineering Science, Oxford University Civil Engineering, 1997.
11. Banerjee P. K., Dargush G. F.: Progress in BEM Applications in Geomechanics via Examples. Proceedings of the Sixth International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Insbruck 11-15 April, A.A. Balkema/Rotterdam 1988, pp. 13÷22.

12. Barla G., Barla M.: Continuum and Discontinuum Modelling in Tunnel Engineering. Građevinar. vol. 52. Num. 10. Ottobre 2000Gallerie e Grandi Opere Sotterranee, Agosto 2000.
13. Barla G., Pelizza S.: TBM Tunnelling in Difficult Ground Conditions. GeoEng 2000, Melbourne 2000.
14. Barla G.: Lessons Learnt from the Excavation of a Large Diameter TBM Tunnel in Complex Hydrogeological Conditions, GeoEng 2000, Melbourne 2000.
15. Barla M., Barla G.: Adoption of Triaxial Testing for the Study of Swelling Behaviour in Tunnels. Atti del XV ICSMGE, Istanbul 2001.
16. Barla M., Borghi X., Mair R. J. Soga K.: Numerical Modelling of Pipe-Soil Stresses During Pipe Jacking in Clays. Proceedings of the XIII ECSMGE, Praga, 2003, vol. 2, pp. 453÷458.
17. Barla M., Camusso M., Aiassa S.: Analysis of Jacking Forces During Microtunnelling in Limestone. NO DIG 2004, Hamburg, Germany, 2004.
18. Barla M.: Tunnels in Swelling Ground - Simulation of 3D Stress Paths by Triaxial Laboratory Testing. D. Phil. Thesis. Politecnico di Torino, 1999
19. Barnes G.: Soil Mechanics Principles and Practice. Macmillan Press LTD, London 1995.
20. Battelino D., Skrinar M., Person M.: Modified Cam-Clay Model in Finite Element Analysis. 2000. *http://www.geocities.com/battelino/pds/ices98d.pdf*
21. Bauduin C. M., De Vos M., Vermeer P. A.: Back Analysis of Staged Embankment Failure: The Case Study Streefkerk. Proceedings Plaxis Symposium "Beyond 2000 in Computational Geotechnics", Amsterdam, Balkema, Rotterdam 1999, pp. 55÷58.
22. Bell R. W., Houlsby G. T., Burd H. J.: Suitability of Two and Three Dimensional Finite Elements for Modelling Material Incompressibility Using Exact Integration. Communications in Numerical Methods in Engineering, vol. 9, No. 4, 1993, pp. 313÷329.
23. Bell R. W.: The Analysis of Offshore Foundations Subjected to Combined Loading. M.Sc. Thesis. Oxford University Civil Engineering, Department of Engineering Science, 1991.
24. Benz T., Schwab R., Vermeer P. A.: On the Practical Use of Advanced Constitutive Laws for Finite Element Foundation Simulations. Proceedings FONDSUP 2003. Paris, 5-7 November 2003, pp. 49÷56.
25. Beutinger P. H., Vermeer P. A.: Geotechnische Standsicherheitsuntersuchungen an mobilen Baumaschinen. Tagungsband 3. Kolloquium "Bauen in Boden und Fels", Ostfildern 2002, pp. 237÷244.
26. Beutinger P. H.: Geotechnical Stability Investigations on Mobile Construction Machines. Proceedings of XIV. European Young Geotechnical Engineer's Conference 2001, Plovdiv 2001, pp. 209÷220.
27. Bloodworth A. G., Augarde C. E., Houlsby G. T.: Transferring a Non-Linear Finite Element Code to the Oxford Supercomputer, Oscar. Proceedings 7th International Conference on Civil and Structural Engineering Computing, Oxford 1999, pp. 85÷94.

28. Bloodworth A. G., Houlsby G. T., Burd H. J., Augarde C. E.: Three Dimensional Modelling of the Interaction Between Buildings and Tunnelling Operations. Proceedings Conference on Response of Buildings to Excavation-Induced Ground Movements, London, 17-18 July, 2001, pp. 189÷199.
29. Bloodworth A. G., Houlsby G. T.: Three Dimensional Analysis of Building Settlement Caused by Shaft Construction. Proceedings International Symposium on Geotechnical Aspects of Underground Construction in Soft Ground, Tokyo, 19-21 July, 1999, pp. 607÷612.
30. Bloodworth A. G.: Three-Dimensional Analysis of Tunnelling Effects on Structures to Develop Design Methods. D. Phil. Thesis. Oxford University Civil Engineering, Department of Engineering Science, 2002.
31. Bolt A. F., Dembicki E., Horodecki G. A., Cudny M., Kryczałło A.: An Asseement of Construction State and the Subsoil Conditions by Loading Tests and Back Analysis. Proceedings of the Fifteenth International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Istambul, A. A. Balkema Publishers 2001, vol. 1, pp. 657÷662.
32. Bolton M. D., Sun H. W., Britto A. M.: Finite Element Analyses of Bridge Abutments on Firm Clay. Computers and Geotechnics, vol. 15, 1993, pp. 221÷245.
33. Bonini M., Barla M., Barla G.: Flac Applications to the Analysis of Swelling Behaviour in Tunnels. Proceedings of the 2nd Flac Symposium on Numerical Modeling in Geomechanics, Lione 2001.
34. Borja R. I.: Nonlinear Consolidation: Linear Multistep Methods and Iterative Algorithms. Proceedings of Seventh International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics, Cairns, 6-10 May, A. A. Balkema/Rotterdam, vol. 2, 1991, pp. 1111÷1116.
35. Bransby M. F.: The Undrained Inclined Load Capacity of Shallow Foundations after Consolidation under Vertical Loads. Proceedings 8th International Symposium on Numerical Models in Geomechanics NUMOG VIII, Rome, May 2002, pp. 431÷437.
36. Britto A. M., Gunn M. J.: Crisp93. User's and Programmer's Guide. Cambridge University, Engineering Department, Cambridge 1993.
37. Brocklehurst C. J.: Finite Element Studies of Reinforced and Unreinforced Two-Layer Soil Systems. D.Phil. Thesis. Oxford University Civil Engineering, Department of Engineering Science, 1993.
38. Brooker E. W.: Ireland H. O. L: Earth Pressures at Rest Related to Stress History. Canadian Geotechnical Journal vol. 2, No. 1, 1965, pp. 1÷15.
39. Bruger P. J., de Almeida M. de Souza Soares, Sandroni S. S., Lacerda W. A.: Numerical Analysis of the Breakwater Construction of Sergipe Harbour, Brazil. Canadian Geotechnical Journal, vol. 35, 1998, pp. 1018÷1031.
40. Burd H. J., Houlsby G. T., Augarde C. E., Liu G.: Modelling Tunneling–Induced Settlement of Masonry Buildings. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Geotechnical Engineering, vol. 107, No. 2, 1994, pp. 17÷29.
41. Burd H. J., Houlsby G. T., Augarde C. E., Liu G.: Prediction of Tunnel-Induced Settlement Damage to Masonry Structures. Proceedings of the ICE, Geotechnical Engineering, vol. 143, 2000, pp. 17÷30.

42. Burd H. J., Houlsby G. T., Brocklehurst C. J.: Analysis of the Use of Membranes in Oil Tank Foundations. Proceedings of the 3rd European Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Manchester, 7-9 September, 1994, pp. 293÷298.
43. Burd H. J., Houlsby G. T., Chow L,. Augarde C. E., Liu G.: Analysis of Settlement Damage to Masonry Structures. Proceedings of the 3rd European Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Manchester, 7-9 September, 1994, pp. 203÷208.
44. Burd H. J., Houlsby G. T.: Numerical Modelling of Reinforced Unpaved Roads. Third International Symposium on Numerical Models in Geomechanics, Niagara Falls, May 8-11, 1989, pp. 699÷706.
45. Burd H. J., Yu H. S., Houlsby G. T.: Finite Element Implementation of Frictional Plasticity Models with Dilation. Proceedings of the International Conference on Constitutive Laws for Engineering Materials, Chongqing, China, August 11-13, 1989, pp. 783÷787.
46. Burd H. J.: A Large Displacement Finite Element Analysis of a Reinforced Unpaved Road. D. Phil. Thesis. Oxford University Civil Engineering, Department of Engineering Science, 1986.
47. Burland J. B., Potts D. M.: Development and Application of a Numerical Model for the Leaning Tower of Pisa. Proceedings of the First International Conference on Pre-Failure Deformation Characteristics of Geomaterials, Sapporo 1994, vol. 2, pp. 15÷738.
48. Burland J. B.: Small is Beautiful - the Stiffness of Soils at Small Strains. Proceedings of the 9th L. Bjerrum Memorial Lecture, Canadian Geotechnical Journal, vol. 26, 1989, pp. 499÷516.
49. Bzówka J., Gryczmański M., Jastrzębska M., Sternik K.: Wpływ plastycznych deformacji gruntu na osiadania i siły wewnętrzne w fundamencie pasmowym. Materiały XLI Konferencji Naukowej KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1995, t. 8, Geotechnika, ss. 5÷12.
50. Bzówka J., Gryczmański M., Sękowski J.: Kalibrowanie modelu MCC na podstawie badań trójosiowych. Materiały XLIV Konferencji Naukowej KILiW PAN i KN PZITB Krynica 1998, ss. 113÷120.
51. Bzówka J., Sternik K.: Analiza porównawcza geotechnicznych programów komputerowych - problem deformacji górniczych. XII Konferencja Naukowa "Metody Komputerowe w Projektowaniu i Analizie Konstrukcji Hydrotechnicznych", Korbielów 2000.
52. Bzówka J., Sternik K.: Wpływ plastyczności na zależność osiadań od kształtu i zagłębienia sztywnego fundamentu. Materiały I Problemowej Konferencji Geotechniki "Współpraca budowli z podłożem gruntowym", Białystok-Wigry 1998, ss. 19÷28.
53. Bzówka J.: Obliczeniowy model pala wykonanego techniką wysoko-ciśnieniowej iniekcji strumieniowej (Jet-grouting). Praca doktorska. Politechnika Śląska, Wydział Budownictwa, Gliwice 2001.
54. Chen B. S., Mayne P. W.: Profiling the Overconsolidation Ratio of Clays by Pezocone Test. Report No.GIT-CEEGEO-94-1, Georgia Institute of Technology, 1994

55. Chow L.: The Prediction of Surface Settlements Due to Tunnelling in Soft Ground. M.Sc. Thesis. University Civil Engineering, Department of Engineering Science, Oxford University, 1994.
56. Clayton C. R. I., Matthews M. C., Simons N. E.: Site Investigation. Department of Civil Engineering, University of Surrey. http://sm5.sitemeter.com/stats.asp?site=sm5.geotechniqueinfo/index.htm
57. Cooke H. G.: Ground Omprovement for Liquefaction Mitigation at Existing Highway Bridges. D.Phil.Thesis. The Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia 2000.
58. Correia R.: Elastoplastic Finite Element Analysis of Undrained Problems by a Mixed Weigted Residual Formulation. Proceedings of the International Symposium on Numerical Models in Geomechanics, NUMOG II, Ghent, 31 March – 4 April, 1986, pp. 749÷754.
59. Cotecchia F., Chandler R. J.: A General Framework for the Mechanical Behaviour of Clays. Geotechnique vol. 50, 2000, pp. 431÷447.
60. Cudny M., Vermeer P. A.: On the Modelling of Anisotropy and Destructuration of Soft Clays within the Multi-Laminate Framework. Computers and Geotechnics, vol. 31, No. 1, 2004, pp. 1÷22.
61. Day R. A., Potts D. M.: Discussion on "Observations on the Computation of the Bearing Capacity Factor N-Gamma by Finite Elements", by Woodward P. K. and Griffiths D.V.: in Geotechnique vol. 50, No. 3, 2000, pp. 301÷303.
62. Dembicki E., Bartoszewicz A., Srokosz P.: Analiza parametrów podłoża gruntowego na podstawie obserwacji osiadań elewatorów zbożowych. Materiały Konferencji Naukowo – Technicznej „Awarie Budowlane", Szczecin Międzyzdroje 2001, t. 2, ss. 423÷430.
63. Dembicki E.: Metody wzmacniania podłoża gruntowego dla potrzeb budowy dróg i mostów. Materiały L Konferencji Naukowej KILiW PAN i KN PZITB „Krynica 2004", t. 1, 2004, ss. 69÷98.
64. Dhakal S.: Empirical Relations for Earthquake Response of Slopes. M. Sc. Thesis. International Institute for Geo-information Science and Earth Observation, The Netherlands, Delft 2004.
65. Dłużewski J. M.: Numerical Modeling of Soil-Structure Interactions in Consolidation Problems. Zeszyty Naukowe Politechniki Warszawskiej z. 123, Warszawa 1993.
66. Duddeck H., Winselmann D., König F. T.: Constitutive Laws Including Kinematic Hardening for Clay with Pore Water Pressure and for Sand. Proceedings of the Sixth International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Insbruck 11-15 April, A. A. Balkema/Rotterdam 1988, pp. 403÷413.
67. Duncan J. M.: The Role of Advanced Constitutive Relations in Practical Applications. Proceedings of the 13th ICSMFE, New Delhi, vol. 5, 1994, pp. 31÷48.
68. El-Hamalawi A., Bolton M. D.: An a Posteriori Error Estimation in Axisymmetric Geotechnical Analyses. Computers and Geotechnics, vol. 29, 2002, pp. 587÷607.

69. El-Hamalawi A., Bolton M. D.: An a Posteriori Error Estimator for Plane-Strain Seotechnical Analyses. Finite Elements in Analysis and Design, vol. 33, 1999, pp. 335÷354.
70. El-Hamalawi A., Bolton M. D., Britto A. M.: A Cubic Strain Quadrilateral Finite Element. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, vol. 20, 1996, pp. 295÷302.
71. Ellis E. A., Springman S. M.: Modelling of Soil-Structure Interaction for a Piled Bridge Abutment in Plane Strain FEM Analyses. Computers and Geotechnics vol. 28, 2001, pp.79÷98.
72. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Adekwatność numerycznych modeli obliczeniowych konstrukcja-podłoże gruntowe. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Seria Budownictwo, z. 97, Gliwice 2003, ss. 65÷74.
73. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Analyses of Subgrade Domain Behaviour Indispensable for Rational Numerical System Creation. Proceedings of the 2nd International Conference on "New Trends in Statics and Dynamics of Buildings". Bratislava, Slovakia, October 16-17 2003, pp. 189÷194.
74. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Choice of the Subsoil Model for Adequate Atructure Affort Avaluation for Buildings in Mining Areas. Proceedings of the 9th International Conference "Geotechnics 2004", Ostrava 2004. pp. 435÷441.
75. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Contact Boundary Value Tasks in Civil Engineering – Structure-Subsoil Interaction Problems. International Conference "New Trends in statics and dynamics of buildings", Bratislava 2002, pp. 283÷286.
76. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Critical State Models for Normally and Overconsolidated Subsoils Used in Numerical Analyses of the Contact Problems. Proceedings of the 4th International Conference "Building Materials and Testing 2005", October 2003, Slovak Republic 2003. pp. 149÷151.
77. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Geosynthetics as the Building Protection Against Mining Surface Deformation Caused by Mining Activity. Proceedings of the Conference "Geotechnics 99", Ostrava 1999.
78. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Geotechnical Reasons of Building Development Failure in Legnica-Głogów Copper Mining Area. Proceedings of the 5th International Conference GEOTECHNICS 2000, Slovakia, October 2000.
79. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Geotechniczne przyczyny uszkodzeń zabudowy. Przegląd Budowlany, nr 1, 2001.
80. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Inżynierska realizacja iteracyjnego procesu obliczania budowli współpracującej z podłożem. Zeszyty Naukowe Pol. Śl., nr 81, Gliwice 1995, ss. 551÷560.
81. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Kryteria wiarygodności numerycznej oceny wytężenia podłoża pod konstrukcją przestrzenną wymuszającą nierównomierne obciążenie gruntu. Materiały XLVII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZiTB, Krynica 2001.
82. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Mechanism Causing Excessive Effort in Structure-Subsoil Systems – Numerical Evaluations in (3D) and (2D) State. Proceedings of the 9th International Conference "Geotechnics 2004", The High Tatras, Ostrava 2004, pp. 91÷96.

83. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Metody komputerowe w analizie obliczeniowej budynków posadowionych na terenach górniczych. Przegląd Budowlany, nr 12, 1997, ss. 24÷30.
84. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Metody oceny wytężenia budowli na terenach górniczych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Seria Górnictwo, z. 246, Gliwice 2000.
85. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Modelling in Structure-Subsoil Contact Tasks Adequacy of the Received Solutions. The Conference "Geotechnics 2002", Ostrava 2002. pp. 50÷52.
86. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Modelowanie numeryczne w zagadnieniu interakcji budowla-deformujące się podłoże górnicze. Materiały VIII Międzynarodowego Sympozjum Geotechnika'98, Ustroń 1998.
87. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Numerical Calculation Role in the Nowadays Civil Engineering Analyses. Proceedings of the Conference "Geotechnics 2002", Ostrava 2002, pp. 47÷49.
88. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Numerical Evaluation of the Additional Building Effort Produced by Mining Deformations. Proceedings of the 3nd International Conference on "New Trends in Statics and Dynamics of Buildings". Bratislava, Slovakia, October 21-22 2004, pp. 303÷308.
89. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: O niektórych aspektach zagrożenia bezpieczeństwa budynków wysokich na terenach górniczych. Inżynieria i Budownictwo, nr 5, 2001, ss. 301÷305.
90. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Obliczanie budynków wychylonych na terenach górniczych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Budownictwo, z. 84, Gliwice 1997.
91. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Osiadania fundamentów bezpośrednich na podłożu z gruntów spoistych – różne podejścia do analizy problemu. Księga jubileuszowa z okazji 70-lecia prof. dr. hab. inż. Włodzimierza Starosolskiego. Gliwice 2003, ss. 121÷129.
92. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Present Methods of Structural Effort Evaluation in Mining and Paramining Areas. XI International Scientific Conference, Brno 1999, pp. 91÷94.
93. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Problems of Rational Numerical System Creation and Reliability of Computational Analyses. The 4th International Conference "Building Materials and Testing 2003", Slovak Republic, 2003, pp. 152÷154.
94. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Przedawaryjny stan budynku wychylonego na skutek przejścia eksploatacji górniczej. Materiały Konferencji Naukowo - Technicznej "Awarie Budowlane", Szczecin-Świnoujście 1997, t. 2, ss. 815÷822.
95. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Rola modelu obliczeniowego w ocenie wytężenia konstrukcji budowli zginanej na podłożu górniczym. Materiały II Konferencji Naukowo – Technicznej „Problemy projektowania i ochrony obiektów budowlanych na terenach górniczych". Rudy Raciborskie 2004, ss. 97÷112.

96. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Settlements of Shallow Foundations Cohesive Coils-Different Analyses Approach. Proceedings of the 31th Conference "Foundations 2003" Brno, Czechy, 3-4. XI 2003, pp. 75÷80.
97. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Sposoby określania wpływu deformacji podłoża na wytężenie budowli. Materiały Konferencji Naukowo – Technicznej „Problemy Ochrony Terenów Górniczych", Ustroń-Zawodzie 2002, ss. 123 ÷ 130.
98. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Structure – Subsoil Contact Task – an Iterative Engineering Realisation. Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences, vol. 7, No. 4, 2000, pp. 523÷536.
99. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Subgrade Reaction Modules-Some Real Valuation Problems. Proceedings of the 2nd International Conference on "New Trends in Statics and Dynamics of Buildings". Bratislava, Slovakia, October 16-17 2003, pp. 145÷148.
100. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: The Excessive Loaded Structure-Subsoil Systems Analysed in Different Models. Proceedings of the 3nd International Conference on "New Trends in Statics and Dynamics of Buildings". Bratislava, Slovakia, October 21-22 2004, pp. 283÷288.
101. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: The Influence of Building Stiffness Subjected to Plumb Deflection on the Condition of Subsoil Effort. The 5th International Conference GEOTECHNICS 2000, Slovakia, October, 2000.
102. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: The Review of Effort Evaluation Methods for Building in Mining Areas. International Conference "New Trends in Statics and Dynamics of Buildings", X 2002, Bratislava, pp. 309÷312.
103. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Wall Structures Affected by the Static Effects of Mining Operations. Proceedings of the 4th International Conference on Ground Movements and Structures. Sessions I-IV, Cardiff 1991, p.no. 23.
104. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Wpływ zmian poziomu wód gruntowych na stan podłoża oraz konstrukcji budowlanej na terenach górniczych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Seria Górnictwo, z. 246, Gliwice 2000.
105. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Zastosowanie geosiatek w projektowaniu zabezpieczeń budynków zagrożonych deformacjami powierzchni terenu. Materiały XIX Konferencji Naukowo-Technicznej "Awarie budowlane", Międzyzdroje 1999.
106. Fenton G. A, Griffiths D. V.: Bearing Capacity Prediction of Spatially Random c - φ Soils. Canadian Geotechnical Journal, vol. 40, No. 1, 2003, pp. 54÷65.
107. Fenton G. A, Griffiths D. V.: Closure to Discussion on Bearing Capacity Prediction of Spatially Random c – φ Soils. Canadian Geotechnical Journal, vol. 41, No. 2, 2004, pp. 368÷369.
108. Fenton G. A., Griffiths D. V.: Bearing Capacity of Spatially Random c-φ Soils. Proceedings of the 10th International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics (IACMAG 01), Tucson, Arizona 2001, pp. 1411÷1415.
109. Fenton G. A., Griffiths D. V.: Bearing Capacity of Spatially Random c-φ Soils. Proceedings of the Probabilistic Mechanics and Structural Reliability Conference, Notre Dame, Indiana, Jul 24-26, 2000.

110. Fenton G. A., Griffiths D. V.: Probabilistic Foundation Settlement on Spatially Random Soil. ASCE Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, vol. 128, No. 5, 2002, pp. 381÷390.
111. Fenton G. A., Paice G. M., Griffiths D. V.: Probabilistic Analysis of Foundation Settlement. Proceedings of the ASCE Uncertainty'96 Conference, Uncertainty in the Geological Environment: From Theory to Practice, Madison, Wisconsin 1996, pp. 651÷665.
112. Fenton G. A., Zhou H., Jaksa M. B., Griffiths D. V.: Reliability Analysis of a Strip Footing Designed Against Settlement. Proceedings of the 9th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering (ICASP9), San Francisco 2003.
113. Fourie A. B., Potts D. M.: A Numerical and Experimental Study of London Clay Subjected to Passive Stress Relief. Geotechnique, vol. 41, No. 1, 1991, pp. 1÷15.
114. Fourie A. B., Potts D. M.: Comparison of Finite Element and Limiting Equilibrium Analyses for an Embedded Cantilever Retaining Wall. Geotechnique, vol. 39, No. 2, 1989, pp. 175÷188.
115. Franzius J. N.: Behaviour of Buildings Due to Tunnel Induced Subsidence. D. Phil. Thesis. Imperial College, University of London, 2004.
116. Fritsch M., Kirsch F.: Deterministic and Probabilistic Analysis of the Soil Stability above Jet Grouting Columns. The 5th European Conference on 'Numerical Methods in Geotechnical Engineering' Paris 2002, pp. 437÷452.
117. Gens A., Potts D. M.: Critical State Models in Computational Mechanics. Engineering Computations vol. 5, No. , 1988, pp. 178-197.
118. Georgiadis K., Potts D. M., Zdravkovic L.: Influence of Partial Soil Saturation on Pile Behaviour; Geotechnique, vol. 53, No. 1, 2003, pp. 11÷25.
119. Georgiadis K.: Development, Implementation and Application of Partially Saturated Soil Models in Finite Element Analysis, D. Phil. Thesis. Imperial College, University of London, 2003.
120. Godbole P. N., Viladkar M. N., Noorzari J.: Nonlinear Soil – Structure Interaction Analysis Using coupled Finite – Infinite Elements. Computer and Structures, vol. 36, 1990, pp. 1089÷1096.
121. Gourvenec S. M., Powrie W.: 3D Effects During Excavation in Front of a Berm Supported Retaining Wall: a case study. Proc. ICE Geotechnical Engineering No. 155, Issue 3, 2002, pp. 163÷173.
122. Gourvenec S. M., Powrie W.: 3D Finite Element Analysis of Embedded Retaining Walls Supported by Discontinuous Earth Berms. Canadian Geotechnical Journal, issue 37, 2000, pp. 1062÷1077.
123. Gourvenec S. M., Powrie W.: Three Dimensional Finite Element Analysis of Diaphragm Wall Installation. Geotechnique, vol. 49, No. 6, 1999, pp. 801-823.
124. Gourvenec S. M., Randolph M. R.: Bearing Capacity of a Skirted Foundation under VMH Loading. Proceedings of the 22nd International Conference OMAE, Cancun, Mexico 2003.
125. Gourvenec S. M., Randolph M. R.: Effect of Strength Non-Homogeneity on the Bearing Capacity of Circular Skirted Foundations Subjected to Combined Loading. Proceedimgs of the 11th ISOPE, Japan, Balkema 2002, pp. 693÷698.

126. Gourvenec S. M., Randolph M. R.: Effect of Strength Non-Homogeneity on the Shape and Failure Envelopes for Combined Loading of Strip and Circular Foundations on Clay. Geotechnique, vol. 53, No. 6, 2003, pp. 575÷586.
127. Gourvenec S. M., Randolph M. R.: Three-Dimensional Finite Element Analyses of Combined Loading of Skirted Foundations on Non-Homogeneous Clay. Proceedings of the VIII NUMOG, Rome, Italy, Balkema 2002, pp. 439÷444.
128. Gourvenec S. M.: Alternative Design Approach for Skirted Footings under General Combined Loading. Proc. BGA ICOF, Dundee, Scotland, 2003.
129. Gourvenec S. M.: Bearing Capacity under Combined Loading – a Study of the Effect of Shear Strength Heterogeneity. Proceedings of the 9th Australia New Zealand Conference on Geomechanics, Auckland, New Zealand (Awarded best paper of the conference), 2004.
130. Gourvenec S. M.: Design Considerations for Offshore Shallow Foundations. Faculty of Engineering Computing and Mathematics, Centre for Offshore Foundation Systems,The University of Western Australia, 2004.
131. Gourvenec, S. M.: Combined Loading of Skirted Foundations. Proceedings of the 5th ANZ YGPC Rotorua, New Zealand, Ed Davies, 2002, pp. 105÷110.
132. Gourvenec, S. M.: Undrained Failure of Skirted Foundations under Combined Loads. Proceedings of the IYGPC Constantza-Mamaia, Romania, 2003.
133. Graham J., Houlsby G. T.: Discussion on Nakase A. and Kamei, T. (1984), Influence of Anisotropy of Deformation Modulus on Effective Stress Path. Soils and Foundations, vol. 24, No. 2, 1984, pp. 106-110, Soils and Foundations, vol. 25, No. 2, 1985, pp. 158÷160.
134. Graham J., Houlsby G. T.: Elastic Anisotropy of a Natural Clay. Géotechnique, vol. 33, No. 2, 1983, pp.165÷180, ISSN 0016-8505. Corrigendum: Géotechnique, vol. 33, No. 3, September, p.no. 354.
135. Graham J.: Embankment stability on anisotropic soft clays. Canadian Geotechnical Journal, vol. 16, No. 2, 1979, pp. 295÷308.
136. Graham J., Noonan M. L., Lew K. V.: Yield States and Stress-Strain Relationships in a Natural Plastic Clay. Canadian Geotechnical Journal, vol. 20, 1983, pp. 502÷516.
137. Grammatikopoulou A.: Development, Implementation and Application of Kinematic Hardening Models for Overconsolidated Clays. D. Phil. Thesis. Imperial College, University of London, 2004.
138. Griffiths D. V., Fenton G. A.: Probabilistic Settlement Analysis of Rectangular Footings. Proceedings of the 16th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Osaka, Japan, Sep 12-16, 2005.
139. Gryczmański M., Fedorowicz L., Fedorowicz J., Cińcio A.: Analiza teoretyczna awarii budynku nierównomiernie osiadającego – przebieg i wymagania. Materiały Konferencji Naukowo - Technicznej "Awarie Budowlane", Szczecin-Międzyzdroje, maj, 1995, t. 2, ss. 459÷466.
140. Gryczmański M., Fedyszyn G.: Wpływ szerokości warstwy wzmacniającej na przemieszczenia i naprężenia w podłożu sprężystym. Archiwum Hydrotechniki, t. XXIII, Z. 4, 1976, ss. 573÷586.

141. Gryczmański M., Pieczyrak J.: Ocena osiadania dużego fundamentu na podstawie próbnego obciążenia. Materiały XLII Konferencji Naukowej KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1996, ss. 37÷44.
142. Gryczmański M.: A Bounding Surface Soil Plasticity Model with a Small Deformations Non-Linearity. 6ème Colloque Franco-Polonais de Mecanique des Sols Appliquée, Douais 1993, pp. 146÷155.
143. Gryczmański M.: Awarie budynków i obiektów inżynierskich w następstwie niedostatecznego rozpoznania podłoża. Materiały Konferencji Naukowo – Technicznej „Awarie Budowlane", Szczecin Międzyzdroje 1999, t. 1, ss. 13÷29.
144. Gryczmański M.: Geotechnika. Materiały Konferencji Naukowej KILiW PAN i KN PZITB Krynica 2002, ss. 169÷181.
145. Gryczmański M.: Metoda elementów skończonych w analizie podłoża budowli. Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Opolu, seria Budownictwo, z. 2, Opole 1975.
146. Gryczmański M.: Metody ścieżek obciążenia w analizach zagadnień mechaniki gruntów. Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Opolu, nr 179, seria Budownictwo, z. 35, Opole 1992, ss. 65÷85.
147. Gryczmański M.: O kalibrowaniu modeli konstytutywnych gruntów. Konferencja Środowiskowa Sekcji Mechaniki Gruntów i Skał oraz Fundamentowania KILiW PAN, „Geotechnika w Ośrodku Gliwickim" Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Budownictwo, z. 80, Gliwice 1995, ss. 37÷52.
148. Gryczmański M.: Podstawy teoretyczne w geotechnice. Materiały XI Krajowej Konferencji Mechaniki Gruntów i Fundamentowania. „Geotechnika w Budownictwie i Transporcie. Gdańsk, 25-27 czerwca 1997, ss. 1÷18.
149. Gryczmański M.: Próba klasyfikacji modeli konstytutywnych gruntów. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Budownictwo, z.81, Gliwice 1995, ss. 433÷446.
150. Gryczmański M.: Wprowadzenie do opisu sprężysto-plastycznych modeli gruntu. Wydawnictwo PAN KILiW IPPT, Warszawa 1995.
151. Gudehus O.: Requirements for Constitutive Relations for Soils. Mechanics of Geomaterials. Edited by Z. Bažant. John Wiley & Sons Ltd., 1985.
152. Gunn M. J., Satkunananthan A., Clayton C. R.: Finite Element Modelling of Instalation Effect. Proceedings of the ICE Conference on Retaining Structures, Robinson College, Cambridge 1992, pp. 46÷55.
153. Hardy S.: The Implementation and Application of Dynamic Finite Element Analysis to Geotechnical Problems, D. Phil. Thesis. Imperial College, University of London, 2003.
154. Hight D., Higgins K.: An Approach to the Prediction of Ground Movements in Engineering Practice – Background and Application. Keynote Lecture. International Symposium on Pre-Failure Deformation Characteristics of Geomaterial, IS-Hokkaido, vol. 2, 1994, pp. 909÷945.
155. Hinchberger S. D., Rowe R. K.: Modeling the Rate – Sensitive Characteristic of the Gloucester Foundation Soil. Canadian Journal Geotechnical, vol. 35, 1998, pp. 769÷789.

156. Hinchberger S. D., Rowe R. K.: Modeling the Rate-Sensitive Characteristics of the Gloucester Foundation Soil. Canadian Geotechnical Journal, vol. 35, 1998, pp. 769-789.
157. Houlsby G. T., Burd H. J., Augarde C. E.: Analysis of Tunnel-Induced Settlement Damage to Surface Structures. Proceedings of the XII European Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Amsterdam, vol.1, 7-10 June, 1999, pp. 147÷152.
158. Houlsby G. T., Liu G. Augarde C. E.: A Tying Scheme for Imposing Displacement Constraints in Finite Element Analysis. Communications in Numerical Methods in Engineering, vol. 16, No. 10, 2000, pp. 721÷732.
159. Ichimoto E., Nozu M., Okuyama K., Izuka A., Ohta H.: Analysis of Post Peak Behaviour of Foundfations. Proceedings of Seventh International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics, Cairns, 6-10 May, A.A. Balkema/Rotterdam, vol. 2, 1991, pp. 1165÷1170.
160. Indraratna B., Balasubramaniam A. S., Balachandran S.: Performance of Test Embankment Constructed to Failure on Soft Marine Clay. Journal of Geotechnical Engineering, vol. 118, No. 1, 1992, pp. 12÷33.
161. Indraratna B., Balasubramaniam A. S., Balachandran S.: Performance of Test Embankment Constructed to Failure on Soft Marine Clay. (ASCE), Journal of Geotechnical Engineering, vol. 118, No. 1, 1992, pp. 12÷33.
162. Izbicki R. J., Batog. A.: Wyznaczanie nośności granicznej podłoża gruntowego. Materiały XLVII Konferencji Naukowej KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 2001, t. 3, ss. 221÷228.
163. Izbicki R. J.: Limit State of Soils in the Case of a Closed Plasticity Condition. Studia Geotechnica et Mechanica, vol. 17, No. 1-2, 1995, pp. 23÷44.
164. Jâky J.: The Coefficient of Earth Pressure at Rest. Journal of the Union of Hungarian Engineers and Architects, 1944, pp. 355÷358.
165. Jao M., Wang M. C., Chou H. C., Lin C. J.: Behavior of Interacting Parallel Strip Footings, Electronic Journal of Geotechnical Engineering, 2002, vol.7, pp.0205, *http://www.ejge.com*
166. Jardine R. J., Potts D. M., Fourie A. B., Burland J. B.: Studies of the Influence of Non-Linear Stress-Strain Characteristics in Soil-Structure Interaction. Geotechnique, vol. 36, No. 3,1986, pp. 377÷396.
167. Jardine R. J., Potts D. M., Fourie A. B., Burland J. B.: Studies of the Influence of Non-Linear Stress-Strain Characteristics in Soil-Structure Interaction. Geotechnique, vol. 36, No. 3, 1986, pp. 377÷396.
168. Jardine R. J., Symes M. J., Burland J. B.: The Measurement of Soil Stiffness in the Triaxial Apparatus. Geotechnique, vol. 34, No. 3, 1984, pp. 323÷340.
169. Jastrzębska M.: Kalibrowanie i weryfikacja jednopowierzchniowego sprężysto-plastycznego modelu gruntu o silnie nieliniowym wzmocnieniu anizotropowym. Rozprawa doktorska, Politechnika Śląska, Wydział Budownictwa, Gliwice 2002.
170. Kamal A. A. A., Lane P. A., Heshmati A. A. R.: Parametric Study of Reinforced and Unreinforced Embankment on Soft Soil. Proceedings of the 13th UK National Conference of the Association of Computational Mechanics in Engineering, University of Sheffield, 2005, pp. 95÷98.

171. Kay S.: Lateral Loading of Offshore Foundations. Proceedings of Seventh International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics, Cairns, 6-10 May, A.A. Balkema/Rotterdam, vol. 2, 1991, pp. 1073÷1077.
172. Kirsch F., Ratzke T., Plassmann B.: Die numerische Simulation der Herstellung einer dreifach rückverankerten Baugrube. 19 CAD-FEM Users' Meeting, 17-19 Oktober 2001, Potsdam, 9 Seiten; Herausgeber: CAD-FEM, Burgdorf 2001.
173. Kodaka T., Oka F., Morimoto R.: Seepage Failure Analyses of Sandy Ground Using a Liquefaction Analysis Method Based on Finite Deformation Theory. http://nakisuna2.kuciv.kyoto-u.ac.jp/okalabo1/staffs/kodaka/APCOM.pdf
174. Kołodziejczyk J., Zadroga B.: Zmodyfikowana metoda obliczeń nośności jednorodnego podłoża niespoistego obciążonego fundamentem bezpośrednim. Materiały XLIV Konferencji Naukowej KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1998, ss. 177÷184.
175. Kontoe S., Zdravković L., Potts D. M.: Performance of the Generalised Alpha-Integration Method in Dynamic Geotechnical Problems. Proceedings of the 9th International Conference on Numerical Modelling in Geomechanics, Ottawa 2004.
176. Koutsourelakis S., Prévost J. H., Deodatis G.: Risk Assessment of an Interacting Structure-Soil System Due to Liquefaction. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 31, No. 4, 2002, pp. 851÷879.
177. Kovacevic N., Potts D. M. and Vaughan P. R.: The effect of the Development of Undrained Pore Pressure on the Efficiency of Compaction Grouting. Geotechnique, vol. 50, No. 6, 2000, pp. 683÷688.
178. Kujawski J., Olejnik M.: Obliczanie warstwy sprężystej półanalityczną metodą elementów skończonych. Archiwum Inżynierii Lądowej. t. XXXI, z. 4, 1985, ss. 413÷422.
179. Kusakabe 0., Maeda V., OhuChi M., Hagiwara: T: Attempts at Centrifugal and Numerical Simulation of a Large Scale In Situ Loading on Granular Meterial. Predictive Soil Mechanics Proceedings of the Wroth Memorial Symposium, St Catherine's College, Oxford 1992, pp. 404÷420.
180. Kwiatek J.: O reologicznych aspektach zagrożenia obiektów budowlanych na terenach górniczych. Prace Naukowe Głównego Instytutu Górnictwa, nr 827, Katowice 1997.
181. Kwiatek J.: Obiekty budowlane na terenach górniczych. Wydawnictwo Głównego Instytutu Górnictwa, Katowice 2002.
182. Larsson R.: Investigations and Load Tests in Clay Till. Swedish Geotechnical Institute. Report No. SGI-R-01/59-SE, Linköping 2001, http://www.swedgeo.se
183. Ledesma A., Gens A., Alonso A. A.: Identification of Parameters of Nonlinear Geotechnical Models. Proceedings of Seventh International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics, Cairns, 6-10 May, A. A. Balkema/Rotterdam, vol. 2, 1991, pp. 1005÷1010.
184. Lee F. H., Yong K. Y., Lee S. L., Toh C. T.: Finite Elemnt Modelling of a Strutted Excavation. Numerical Models in Geomechanics, NUMOG III, Elsevier Applied Science London 1989, pp. 577÷584.

185. Li X., Thomas H. R., Fan Y.: Finite Element Method and Constitutive Modeling and Computation for Unsaturated Soils. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 169, 1999, pp. 135÷159.
186. Liu G., Houlsby G. T., Augarde C. E.: Two-Dimensional Analysis of Settlement Damage to Masonry Buildings Due to Tunneling. The Structural Engineer, vol. 79, No. 1, 2001, pp. 19÷25.
187. Liu G.: Numerical Modelling of Damage to Masonry Buildings Due to Tunnelling. D. Phil. Thesis. Department of Engineering Science, Oxford University, 1997.
188. Liu Y., Maniatty A. M., Antes H.: Investigation of a Zienkiewicz-Pande Yield Surface and an Elasto-Viscoplastic Boundary Element Formulation. Engineering Analysis with Boundary Elements, No. 24, 2000, pp. 207÷211.
189. Łupieżowiec M.: Konsystentny jednopowierzchniowy sprężysto-plastyczny model o silnie nieliniowym wzmocnieniu anizotropowym dla gruntów spoistych. Praca doktorska. Politechnika Śląska, Wydział Budownictwa, Gliwice 2004.
190. Łupieżowiec M.: O wyznaczaniu naprężeń kontaktowych między fundamentem obciążonym mimośrodowo a podłożem gruntowym. Materiały XIII Konferencji Naukowej „Metody Komputerowe w Projektowaniu i Analizie Konstrukcji Hydrotechnicznych", Korbielów 2001.
191. Majewski S., Klemczak B., Szojda L.: Zasady zabezpieczania istniejących budynków przed szkodami górniczymi. Materiay Konferencji Naukowo – Technicznej GIG i ITB oraz KOTG PAN „Ochrona powierzchni i obiektów budowlanych przed szkodami górniczymi", Katowice 1997, ss. 289÷301.
192. Majewski S.: Numeryczna analiza modelu podłoża współpracującego z konstrukcją w warunkach poziomych deformacji górniczych. Materiały II Seminarium „Budownictwo na Terenach Górniczych" Kamień k. Rybnika 1991, ss. 33÷44.
193. Majewski S.: Sprężysto-plastyczny model współpracującego układu budynek-podłoże poddanego wpływom górniczych deformacji terenu. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Budownictwo, z. 79, Gliwice 1995.
194. Majewski S.: Niektóre problemy modelowania gruntu na terenach podlegających wpływom eksploatacji górniczej. Zeszyty Naukowe nr 1288, Politechnika Śląska, z.80, Gliwice 1995, 131÷140.
195. Manoharan N., Dasgupta S. P.: Bearing Capacity of Surface Footings by Finite Elements. Computers and Structures, vol. 54, No. 4, 1995, pp. 563÷586.
196. Mayne P. W.: Equivalent CPT Method for Calculating Shallow Foubdation Settlements in the Piedmont Residual Soil Based on the DMT Constrained Approach. http://www.ce.gatech.edu/~geosys/Faculty/Mayne/Equ.pdf
197. Mayne P. W.: Stress–Strain–Strength–Flow parameters from Enhanced In-Situ Test. Proceedings International Conference on In-Situ Measurement of Soil Properties and Case Histories (In-Situ 2001), Bali, Indonesia, 2001, pp. 27÷48.
198. Mestat P.: MOMIS: A Database for the Numerical Modeling of Embankments on Soft Soils and the Comparison Between Computational Results and In Situ Measurements. Biuletin des laboratories des ponts et chaussées, vol. 232, ref. 4376, 2001, pp. 45÷60.

199. Miedziałowski Cz.: Modelling of Subsoil Flexibility in Computations of Complex Three – Dimensional Structural Schemes of Buildings. Archiwum Inżynierii Lądowej, vol. XLII, No. 1, 1996, pp. 83÷103.
200. Moore J. D., Rowe R. K.: Objective Solutions for Bearing Capacity of Strain-Softening Soils. Proceedings of Seventh International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics, Cairns, 6-10 May, A.A. Balkema/Rotterdam, vol. 2, 1991, pp. 1183÷1189.
201. Murakami A., Hasegawa T., Sakaguchi H., Kabayashi N.: Interpretation of Ground Performances Based on Back Analysis Results. Proceedings of Seventh International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics, Cairns, 6-10 May, A.A. Balkema/Rotterdam, vol. 2, 1991, pp. 1011÷1015.
202. Nakai T., Hinokio M., Teranishi T., Hoshikawa T., Chowdhury E. Q.: Load-Settlement Behavior of Shallow Foundation under Various Load Conditions. Proceedings of the Fifteenth International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Istambul, A. A. Balkema Publishers 2001, vol. 1, pp. 751÷754.
203. Nasri V., Magnam J. P: Effect of Soil Consolidation on Space Frame – Raft - Soil Interaction. Journal of Structural Engineering, vol. 123, No. 11, 1997, pp. 1528÷1534.
204. Newson T. A., Bransby M. F., Kainourgiaki G.: The use of Small Centrifuges for Geotechnical Education. Proceedings of the 1st International Conference on Physical Modelling in Geotechnics, St. Johns, Newfoundland, Canada, July, 2002, pp. 215÷220.
205. Newson T. A.: Validation of a Non – Associated Critical State Model. Computer and Geotechnical, vol. 23, 1998, pp. 277÷287.
206. Ngo Tran, C. L.: The Analysis of Offshore Foundations Subjected to Combined Loading. D.Phil. Thesis. Oxford University Civil Engineering, Department of Engineering Science, 1996.
207. Noorzaei J., Godbole P. N., Viladkar M. N.: Non-Linear Soil-Structure Interaction of Plane Frames – a Parametric Study. Computers and Structures, Vol. 49, No. 3, 1993, pp. 561÷566.
208. Noorzaei J., Viladkar M. N., Godbole P. N.: Influence of Strain Hardening on Soil-Structure Interaction of framed Structures Computers and Structures, vol. 55, No. 5, 1995, pp. 789÷795.
209. Ochai H., Hayashi S., Otani J., Umezaki T.: Numerical Verification of Sheet-Pile Countermeasure in Soft Ground. Proceedings of the Seventh International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics, Cairns, 6-10 May, A. A. Balkema/Rotterdam, vol. 1, 1991, pp. 387÷392.
210. Ochi K., Tsubouchi T., Tatsuoka F.: Deformation Characteristics of Sedimentary Soft Rock Evaluated by Full-Scale Excavation. Proceedings of the First International Conference on Pre-Failure Deformation Characteristics of Geomaterials, Sapporo 1994, vol. 1, pp. 601÷607.
211. Oka F., Tavenas F., Leroueil S.: An Elasto-Viscoplastic FEM Analysis of Sensitive Clay Foundation Beneath Embankment. Proceedings of the Seventh International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics, Cairns, 6-10 May, A. A. Balkema/Rotterdam, vol. 2, 1991, pp. 1023÷1028.

212. Oka F.: Elasto-Viscoplastic Constitutive equation. Proceedings of the International Symposium on Numerical Models in Geomechanics, Zurich, 13-17 September, A. A. Balkema/Rotterdam 1982, pp. 147÷156.
213. Oner M., Dawkins W. P., Hallal I.: Shear Ring Method for Soil – Structure Interaction Analysis in Floodwalls. Electronic Journal of Geotechnical Engineering, EJGE, vol. 2, 1997, http://www.ejge.com
214. Otani J., Ochiai H., Yamamoto K.: Bearing Capacity Analysis of Reinforced Foundations on Cohesive Soil. Geotextiles and Geomembranes, No. 16, 1998, pp. 195÷206.
215. Pieczyrak J.: Zastosowanie analizy wstecznej wyników próbnego obciążenia płytą do identyfikacji parametrycznej modelu MCC. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Budownictwo, z. 80, Gliwice 1995, ss. 65÷76.
216. Plaßmann B., Kirsch F., Löhr M., Vittinghoff T.: Implementierung infiniter Elemente im ANSYS Open System und deren Anwendungen bei Halbraumberechnungen in der Geotechnik. 17. CAD-FEM Users' Meeting vom 6-8 Oktober 1999 in Sonthofen, II.7.3, 1999
217. Potts D. M., Fourie A. B.: Discussion, Geotechnique, vol. 36, No. 1, 1986, pp. 119÷121.
218. Potts D. M., Fourie A. B.: The Behaviour of a Propped Retaining Wall - the Results of a Numerical Experiment. Geotechnique, vol. 34, No. 3, 1984, pp. 383÷404.
219. Potts D. M., Fourie A. B.: The Effect of Wall Stiffness on the Behaviour of a Propped Retaining Wall. Geotechnique, vol. 35, No. 3, 1985, pp. 347÷352.
220. Potts D. M., Ganendra D.: An Evaluation of Substepping and Implicit Stress Point Algorithms. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, No. 119, 1994, pp. 341÷354.
221. Potts D. M., Zdravkovic L.: Some Pitfalls when Using Modified Cam-Clay. Soil -Structure Interaction in Urban Engineering, European Commission, EUR 19206, 2000, pp. 3÷16.
222. Potts D. M.: Numerical Analysis: a Virtual Dream or Practical Reality? (The 42nd Rankine Lecture, 2002). Geotechnique, vol. 53, No. 6, 2003, pp. 535÷573.
223. Powrie W., Li E. S. F.: Finite Element Analysis of an In Situ Wall Propped at Formation Level. Geotechnique, vol. 41, No. 4, 1991, pp. 499÷514.
224. Prévost J. H., Hughes T. J. R., Cohen M. F.: Analysis of Gravity Offshore Structure Foundations. Journal of Petroleum Technology, SPE, 1980, pp. 199÷209.
225. Průska M. J.: Efect of Initial Stress on the Stress-Strain Relation. Proceedings of the 8th International Confonference Soil Mechanics Foundation Engineering, Moscow vol. 4, 1973, pp. 26÷28.
226. Pulido N., Hibino H., Arai H., Uzuoka R., Li K., Kubo T.: Simulation and Prediction of Earthquake Ground Motion and Structural Performance. EDM Technical Report Series No. 9. Earthquake Disaster Mitigation Research Center, RIKEN, Miki, Japan, March 2001.

227. Rowe R. K., Hinchberger S. D.: The Significance of Rate Effects in Modelling the Sackville Test Embankment. Canadian Geotechnical Journal, vol. 35, 1998, pp. 500-516.
228. Sabatini P. J., Bachus R. C., Mayne P. W., Schneider J. A., Zettler T. E.: Evaluation of Soil and Rock Properties. Report No.FHWA-IF-02-034. U.S. Department of Transportation, Office of Bridge Technology, Federal Highway Administration, Washington 2002.
229. Schmidt B.: Discussion of 'Earth pressures at rest related to stress history' by Brooker and Ireland (1965). Canadian Geotechnical Journal 3, No. 4, 1966, pp. 239÷242.
230. Schofield A., Wroth P.: Critical State Soil Mechanics. McGraw-Hill Publishing Company Lim ited, London-New York-Toronto-MExico-Johannesburg 1968.
231. Sękowski J.: Podstawy wymiarowania poduszek. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Budownictwo, z. 94, Gliwice 2002.
232. Seo Y. K., Swan C. C.: Load-Factor Stability Analysis of Embankments on Satirated Soil Deposits. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, vol. 127, No. 5, 2001. ASCE, pp. 436÷445.
233. Shin J. H., Addenbrooke T. I., Potts D. M.: A Numerical Study of the Effect of Groundwater Movement on Long Term Tunnel Behaviour. Geotechnique, vol. 52, No. 6, 2002, pp. 391÷403.
234. Shin J. H., Potts D. M., Zdravkovic L.: Three Dimensional Modeling of NATM Tunneling in Decomposed Granite Soil; Geotechnique, vol. 52, No. 3, 2002, pp. 187÷200.
235. Shoji M., Matsumoto T., Morikawa S., Ohta H., Izuka A.: Coupled Elasto-Plastic Deformation-Flow Finite Element Analysis Using Imaginary Viscosity Procedure. Proceedings of the Sixth International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Insbruck 1988, pp. 299÷304.
236. Sieffert J. G., Bay-Gress Ch.: Comparison of European Bearing Capacity Calculation Methods for Shallow Foundations. Proceedings Inst. Civ. Engrs Geotechn. Engng vol. 143, 2000, pp. 64÷74.
237. Simpson B.: Retaining Structures: Displacement and Design. Géotechnique, vol. 42, No. 4, 1992, pp. 541÷576.
238. Sivakumar V., Doran I. G., Graham J., Johnson A.: The effect of Anisotropic Elasticity on the Yielding Characteristics of Overconsolidated Natural Clay. Canadian Geotechnical Journal, vol. 38, 2001, pp. 125÷137.
239. Sloan S. W.: Limit Analysis of Plane Problems in Soil Mechanics. Proceedings of the Sixth International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Insbruck 11-15 April, A. A. Balkema/Rotterdam 1988, pp. 257÷264.
240. Springman S., Laue J., Sharma J.: Modelling in Geotechnics – Part 1. Institute of Geotechnical Engineering, ETH Zürich 2002. http://igtcal.ethz.ch/mig
241. Springman S., Laue J.: Modelling in Geotechnics – Part 2. Institute of Geotechnical Engineering, ETH Zürich 2003. http://igtcal.ethz.ch/mig
242. Stallebrass S. E., Taylor R. N.: The Development and Evaluation of a Constitutive Model for the Prediction of Ground Movements in Overconsolidated Clay. Geotechnique, vol. 47, No. 2, 1997, pp. 235÷253.

243. Sternik K.: Analiza efektywności i numeryczna implementacja jednopowierzchniowego sprężysto-plastycznego modelu gruntu o silnie nieliniowym wzmocnieniu anizotropowym. Praca doktorska. Politechnika Śląska, Wydział Budownictwa, Gliwice 2003.
244. Sternik K.: Prosty niejednorodny model gruntu zależny od ścieżek naprężenia. XIII Konferencja Naukowa, "Metody Komputerowe w Projektowaniu i Analizie Konstrukcji Hydrotechnicznych", Korbielów 2001, ss. 21÷30.
245. Swan C. C., Seo Y. K.: A Smooth, ThreeSurface ElastoPlastic Cap Model: Rate Formulation, Integration Algorithm and Tangent Operators. Department of Civil and Environmental Engineering, Computational Solid Mechanics Laboratory The University of Iowa, p. 38.
246. Swan C. C., Seo Y. K.: Slope Stability Analysis Using Finite Element Techniques. Iowa ASCE Geotech. Engrg. Conf., 1999, prezentacja.
247. Taiebat H. A., Carter J. P.: A Semi-Analytical Fnite Element Method for Three-Dimensional Consolidation Analysis. Computers and Geotechnics vol. 28, 2001, pp. 55÷78.
248. Taiebat H. A., Carter J. P.: Three-Dimensional Non-Conforming Elements. Research Report No R808. Department of Civil Engineering Centre for Geotechnical Research, University of Sydney, 2001.
249. Taiebat H. A., Randolph M. F.: Numerical Modelling of Experimental Tests on Deep Water Foundations in Sand and Clay. Report to ONGC/IEOT GEO: 01263 - Mumbai India, University of Sydney, 2001.
250. Taiebat H. A.: Three Dimensional Liquefaction Analysis of Offshore Foundations. D. Phil. Thesis, Department of Civil Engineering, University of Sydney, 1999.
251. Teh C. I ., Houlsby G. T.: Discussion on Baligh M. M.: Undrained Deep Penetration, I: Shear Stresses.Géotechnique. vol. 36, No. 4, 1986, pp. 471÷485, Géotechnique, vol. 37, No. 4, 1987, pp. 525÷527.
252. Teh C. I., Houlsby G. T.: An Analytical Study of the Cone Penetrometer Test in Clay. Géotechnique, vol. 41, No. 1, 1991, pp. 17-34. Reply to discussion by Fahey M. and Lee Goh A.: Géotechnique, vol. 42, No. 3, 1992, pp. 529÷532.
253. Teh C. I., Houlsby G. T.: Analysis of the Cone Penetration Test by the Strain Path Method. Proceedings of the 6th International Conference on Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Innsbruck, vol. 1, April, 1988, pp. 397÷402.
254. Teh C. I.: An Analytical Study of the Cone Penetration Test. D. Phil. Thesis, Department of Engineering Science, Oxford University, 1987.
255. Terlikowski W., Dłużewski J.: Wpływ rozwiązań konstrukcyjnych posadowienia z użyciem ścian szczelinowych na przemieszczenia poziome i pionowe w ujęciu metody elementów skończonych. Materiały XIII Konferencji Naukowej „Metody Komputerowe w Projektowaniu i Analizie Konstrukcji Hydrotechnicznych", Korbielów 2001.
256. Tran T. A., Mitachi T., Yamazoe N.: 2D Finite Element Analysis of Soft Ground Improvement by Vacuum-Embankment Preloading. Proceedings of the Japanese Geotechnical Society Conference at Hokkaido Branch, Sapporo, Japan 2004.

257. Triantafyllidis T., Wichtmann T., Niemunis A.: Eplicit Accumulation Model for Granular Materials under Multiaxial Cyclic Loading. Proceedings of 6th International Workshop on Mathematical Methods in Scattering Theory and Biomedical Engineering, Ioannina, Greece, 2003.
258. Varadarajan A., Kumar A.: Analysis of a Dam Foundation with Jointed Rock Mass. Proceedings of Seventh International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics, Cairns, vol. 1, 1991, pp. 435÷440.
259. Viladkar M. N., Godbole P. N., Noorzaei J.: Modelling of Interface for Soil-Structure Interaction Studies. Computers and Structures, vol. 52, No. 4, 1994, pp. 765÷779.
260. Viladkar M. N., Godbole P. N., Noorzaei J.: Soil – Structure Interaction in Plane Frames Using Coupled Finite – Infinite elements. Computers and Structures, vol. 39, 1991, pp. 535÷546.
261. Wang C., Carter J. P.: Deep Penetration of Strip and Circular Footings into Layered Clays. Research Report No. R807. Centre for Geotechnical Research, The University of Sydney, Department of Civil Engineering, Sydney 2001.
262. Whitlow R.: Basic Soil Mechanics. Longman Group Limited, Edinburgh Gate, 1995.
263. Williams D. J., Tanaka Y.: Use of Back-Analysis to Confirm Soil Parameters. Proceedings of Seventh International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics, Cairns, vol. 2, 1991, pp. 1047÷1052.
264. Winnicki L. A., Zienkiewicz O. C.: Plastic (or Visco – Plastic) Behaviour of Axisymmetric Bodies Subjected to Non – Symmetric Loading – Semi – Analytical Finite Element Solution. International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 14, 1979, pp. 1399÷1412.
265. Wood D. M., Lings L. M., Nash D. F. T.: Anisotropy of Soils Laboratory Measurements and Constitutive Implementation. Proceedings of the Fifteenth International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Istambul 2001, vol. 1, pp. 321÷324.
266. Wood D. M.: Soil Behaviour and Critical State Soil Mechanics. Cambridge University Press, 1990.
267. Woods R. I., Hughes S. J., Kuras A.: Finite Element Analysis of the Effects of Rising Groundwater on Deep Basement. In Numerical Models in Geomechanics – NUMOG V, Pande & Pietruszczak, Balkema – Rotterdam 1995, pp. 657÷662.
268. Wroth C. P., Houlsby G. T.: Soil mechanics – Property Characterisation and Analysis Procedures. Proceedings of the XI International Conference Soil Mechanics and Foundation Engineering, San Francisco 1985, pp. 1÷55.
269. Yang D., Shen Z. J.: Two-Dimensional Numerical Simulation of Generalized Consolidation. Proceedings of Seventh International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics, Cairns, 6-10 May, vol. 2, 1991, pp. 1261÷1266.
270. Yao Z. E.: Simplified Interactive Analysis of Rafted Space Frames Founded on Inhomogeneus Soil Media. Proceedings of Seventh International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics, Cairns, vol. 2, 1991, pp. 1097÷1102.

271. Yerli H. R., Kacin S., Kocak S.: A Parallel Finite – Infinite Element Model for Two Dimensional Soil – Structure Interaction Problems. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, vol. 23, 2003, pp. 249÷253.
272. Zadroga B.: Bearing Capacity of Shallow Foundations on Noncohesive Soils. Journal of Geotechnical Engineering, vol. 120, No. 11, 1994.
273. Zdravkovic L., Potts D. M., Jardine R. J.: A Parametric Study of the Pull-Out Capacity of Bucket Foundations in sSoft Clay. Geotechnique, vol. 51, No. 1, 2000, pp. 55÷67.
274. Zienkiewicz O. C., Humpheson C., Lewis R. W.: Associoted and Non – Associated Visco – Plasticity and Plasticity on Soil Mechanics. Geotechnique, vol. 25, No. 4, 1975, pp. 671÷689.
275. Zimmermann Th., Truty A., Urbanski A., Commend S., Podles K.: ZSOIL: A Unified Approach Stability, Bearing Capacity, Consolidation, Creep and Flow for Two and Three-Dimensional Simulations in Geotechnical Practice.2. *http://www.zace.com/white_p/zswp30.html*
276. Zimmermann Th., Truty A., Urbanski A., Commend S., Podles K.: ZSOIL: A Unified Approach Stability, Bearing Capacity, Consolidation, Creep and Flow for Two and Three-Dimensional Simulations in Geotechnical Practice.1. *http://www.zace.com/white_p/zswp30.html*

ZAGADNIENIE KONTAKTOWE BUDOWLA - PODŁOŻE GRUNTOWE. CZĘŚĆ I

Kryteria modelowania i analiz podstawowych zagadnień kontaktowych konstrukcja budowlana - podłoże gruntowe

Streszczenie

Autorka pracy podjęła próbę przedstawienia jednoznacznych kryteriów budowy racjonalnych, numerycznych modeli obliczeniowych układów (B)-(P) – w zakresie podstawowych zagadnień kontaktowych wyróżnionych na rys. 1.1(*).

Z przeprowadzonego szeroko zakrojonego przeglądu literatury, własnych doświadczeń badawczych, oraz świadomości akademickich trendów zastępowania klasycznych inżynierskich metod obliczeniowych szeroko pojętymi analizami numerycznymi wynikało bowiem stwierdzenie, że:

Właściwe badawcze i inżynierskie zastosowanie analiz numerycznych wymaga wprowadzenia jednoznacznych kryteriów postępowania przydatnych zarówno w procesie tworzenia modeli obliczeniowych układów (B)-(P), jak również przy ocenie wiarygodności wyników istniejących analiz.

Zadanie to doprowadziło do stworzenia metody ustalania minimalnych wymiarów numerycznych modeli podłoża, równoważnych obszarom odpowiedzi podłoża na obciążenie przekazywane przez fundament (o określonych wymiarach i sztywności).

W metodzie tej posłużono się procesem globalnego kalibrowania odpowiedzi podłoża na obciążenie.

- Dla modeli stanu krytycznego (określonych w pracy jako modele grupy **B**), stosując proces kalibrowania oraz właściwe kryterium odpowiedzi materiału podano sposób:
  - określania wartości H_{ustal}, odpowiadającej adekwatnej wysokości modelu podłoża dla dowolnego układu (B)-(P),
  - zdefiniowania pojęcia półprzestrzeni modelu MCC,
  - zdefiniowania pojęcia warstwy podłoża modelu MCC.
- Dla modelu sprężystego oraz modeli sprężysto-idealnie plastycznych (określonych w pracy jako modele grupy **A**) zastosowanie procesu kalibrowania oraz kryterium sprężystej odpowiedzi materiału pozwoliło na:
  - numeryczne odtworzenie w modelu obliczeniowym podłoża półprzestrzeni sprężystej,

  - oszacowanie przewidywanego błędu rozwiązania (w osiadaniach kontaktowych) układu (B)-(P) przy modelu podłoża o określonej wysokości H; gdzie przyjęcie wysokości modelu podłoża H decyduje o współpracy konstrukcji z półprzestrzenią lub warstwą podłoża gruntowego.

Praktyczny aspekt pracy wyraża się:

- możliwością bezpośredniego wykorzystania nomogramów określających adekwatne wielkości H_{ustal} – w rzeczywistej przestrzeni (3D) lub osiowej symetrii, oraz
- przedstawieniem sposobu jednoznacznej oceny budowy adekwatnych modeli obliczeniowych w płaskim stanie odkształcenia (2D).

(*) Pracę dotyczącą zagadnień kontaktowych – rys. 1.1 – przewidziano jako złożoną z dwóch części.

Prezentowana część I poświęcona jest kryteriom i metodom budowy racjonalnych numerycznych modeli układów obliczeniowych (B)-(P), budowla - podłoże gruntowe. Kryteria te były tworzone (oraz podlegały weryfikacji) na bazie analiz zgodnych ze ścieżką I z rys. 1.1, dotyczącą obciążeń przekazywanych z konstrukcji na podłoże.

Część II (w przygotowaniu) o tytule „Kryteria tworzenia i oceny adekwatnych modeli obliczeniowych układów konstrukcja budowlana - podłoże podlegające dużym deformacjom o charakterze górniczym" poświęcona jest analizom wybranych, niezmiernie istotnych dla terenu Śląska zagadnień współpracy budowli z podłożem podlegającym bezpośrednim lub pośrednim wpływom górniczym. Bazowe kryteria opracowane w części I (przy zastosowaniu tych samych modeli konstytutywnych gruntu) rozwijane są i poszerzane o warunki, jakie muszą spełniać przy obciążeniu przekazywanym z podłoża na konstrukcję.

BUILDING STRUCTURE – SUBSOIL CONTACT TASK
PART I
Criteria for modeling-process and analyses carried out for the basic contact tasks building structure - subsoil

Summary

The authoress made an effort to present the unique criteria for creating the rational, numerical computational model of the (B)-(P) systems (in a range of the basic contact tasks, marked in the Fig. 1.1(*)).

On the base of the professional literature review and by authoress' experience resulted from the numerical investigations and consciousness of the present-day academic trends (on numerical analyses) the following statement had been stated:

For adequate (research and engineering) numerical analyses application the unique criteria for the numerical model creation-process as well as evaluation of the existing numerical results are required.

The problem brought to a method that allows determining minimum dimensions of the subsoil model. Those are equivalent to areas of the subsoil response on a loading (realized by foundations of different rigidity and sizes). The global-calibration process to obtain a loading subsoil response had been used.

- For critical state models (B-group subsoil models) the global-calibration process and criterion of the material-response allow:
  - determining adequate H_{ustal} value for subsoil model, for each (B)-(P) system,
  - defining a half-space concept for the MCC model,
  - defining a subsoil-layer concept for the MCC model.
- For the elastic model and elastic-ideal plastic models (A-group subsoil models) the global-calibration process and criterion of the material-response allow taking out:
  - elastic half-space numerically,
  - deviation of a solution obtained for the specific (B)-(P) system (valuated by the contact settlements)

Significant and practical (research and engineering) aspects of the dissertation create nomograms. They enable to evaluate adequate dimensions for the subsoil models (H_{ustal} values) of the real (3D) or (2D) building structure – subsoil systems.

(*) The contact tasks study consists of the two parts – acc. Fig. 1.1.
Part I presents particular criteria for modeling-processes and analyses carried out for the basic contact tasks building structure – subsoil. (The numerical investigation have been carried out acc. path I from Fig. 1.1).

Pat II (Criteria for creation and evaluation of the adequate calculation models for systems building structure – subsoil strongly, mining deformed) evaluates, taking advantage of the criteria given in the part I, reliability of the numerical solutions for analyses conducted acc. path II from Fig. 1.1.

Książki Wydawnictwa można nabyć w księgarniach

GLIWICE

- Punkt Sprzedaży Wydawnictwa na Wydziale Górnictwa i Geologii – ul. Akademicka 2 (237-17-87)
- „FORMAT" – Akademicka 5 na Wydziale Budownictwa
- „LAMBDA" – ul. Akademicka 2 (237-21-40)
- „MERCURIUS" – ul. Prymasa S.Wyszyńskiego 14 b (032) 230-47-22
- „ŻAK" – ul. Kaszubska (budynek Biblioteki)

BIAŁYSTOK

- Dom Książki (Księgarnia 84) – ul. Wiejska 45 c
- EKOPRESS Księgarnia Wysyłkowa - ul. Brukowa 28 (085) 746-04-95

GDAŃSK

- EKO-BIS – ul. Dyrekcyjna 6 (058) 305-28-53

KATOWICE

- Punkt Sprzedaży na Wydziale Transportu – ul. Krasińskiego 8
- Hurtownia „DIK" – ul. Dulęby 7 (032) 204-82-30
- Hurtownia „JERZY" – ul. Słoneczna 24 (032) 258-99-58

KRAKÓW

- Techniczna – ul. Podwale 4 (012) 422-48-09
- Punkt Sprzedaży WND – AGH, Al. Mickiewicza 30 (012) 634-46-40

ŁÓDŹ

- „POLITECHNIKA 100" – ul. Żeromskiego 116 PŁ.
- Hurtownia „BIBLIOFIL" – ul. Jędrowizna 9a (042) 679-26-77

OPOLE

- BK - „POLITECHNIKA" – Wydz. Budownictwa, ul. Katowicka 48 (077) 456-50-58 wew.333

POZNAŃ

- Księgarnia „POLITECHNIK" – ul. Piotrowo 3 (061) 665-23-24
- Księgarnia Techniczna – ul. Półwiejska 28 (061) 659-00-38

RYBNIK

- „ORBITA" – ul. Rynek 12
- „NEMEZIS" – ul. Hallera 26

TYCHY

- „I JA TOURS" - ul. Piłsudskiego 10 (217-00-91 w.130)

WARSZAWA

- Studencka – Pl. Politechniki 1 (022) 628-77-58
- Techniczna - ul. Kaliskiego 15 (022) 666-98-02
- Techniczna – ul. Świętokrzyska 14
- MDM – ul. Piękna 31

WROCŁAW

- „TECH" – ul. Wybrzeże Wyspiańskiego 27

ZABRZE

- Punkt Sprzedaży na Wydziale Organizacji i Zarządzania– ul. Roosevelta 26

Druk: Drukarnia Gliwice, ul. Zwycięstwa 28, tel. 230 49 60

Wydawnictwo Politechniki Śląskiej
44-100 Gliwice, ul. Akademicka 5
tel./fax (0-32) 237-13-81
http:// wydawnictwo.polsl.pl
Sprzedaż i Marketing
tel. (0 32) 237-18-48,
e-mail: wydawnictwo_mark@polsl.pl