# Walter WUWER

Podatne połączenia na sworznie jednostronne w prętowych konstrukcjach cienkościennych





Gliwice 2006

POLITECHNIKA ŚLĄSKA ZESZYTY NAUKOWE NR 1710

Walter WUWER



Podatne połączenia na sworznie jednostronne w prętowych konstrukcjach cienkościennych

**Opiniodawcy** Prof. dr hab. inż. Antoni BIEGUS Prof. dr inż. Wojciech WŁODARCZYK

# Kolegium redakcyjne

REDAKTOR NACZELNY - Prof. dr hab. inż. Andrzej BUCHACZ REDAKTOR DZIAŁU – Dr inż. Marianna GLENSZCZYK SEKRETARZ REDAKCJI – Mgr Elżbieta LEŚKO

Projekt okładki i opracowanie graficzne Mgr inż. Jacek STASZKIEWICZ

Wydano za zgodą Rektora Politechniki Śląskiej

PL ISSN 0434-0779

© Copyright by Walter WUWER Gliwice 2006

# Spis treści

NAJWAŻNIEJSZE OZNACZENIA	11
WSTĘP	19
1. WPROWADZENIE	23
1.1. O połączeniach w konstrukcjach stalowych	23
1.2. Przegląd i analiza literatury	26
1.2.1. Prace doświadczalne	26
1.2.2. Prace teoretyczne	52
1.2.3. Podsumowanie niektórych dotychczasowych badań	55
1.3. Cel i zakres pracy	56
1.3.1. Geneza tematu	56
1.3.2. Cel pracy	57
1.3.3. Zakres pracy	58
2. PROBLEM PODATNOŚCI WĘZŁÓW W KONSTRUKCJACH	
CIENKOŚCIENNYCH	60
2.1. Stan istniejący	60
2.2. Analityczne badania własne ram z podatnymi węzłami	65
2.2.1. Uwzględnienie wpływu trwałych przemieszczeń w połączeniach	
na wytężenie ramy	65
2.2.2. Kat obrotu i krzywizna w połaczeniu podatnym	68
2.2.3. Przykłady obliczeniowe z wykorzystaniem zasady prac dopełniających	73
2.2.3.1. Rama z wezłami podatnymi na wkrety samowiercace	
2.2.3.2. Rama z węzłami podatnymi na sworznie jednostronne	76
2.2.4. Przykłady obliczania ram za pomocą programu Robot	81
2.2.4.1. Rama z węzłami podatnymi na śruby zwykłe	81
	0.5

2.2.4.2. Rama z węzłami podatnymi na sworznie jednostronne	85
2.3. Podsumowanie	89

# 3. ANALIZA WYTĘŻENIA JEDNOCIĘTEGO POŁĄCZENIA

SWORZNIOWEGO
--------------

4	Spis treści
3.2. Sprawdzenie poprawności układu równań	
4. BADANIA DOŚWIADCZALNE JEDNOCIĘTYCH POŁĄC	ZEŃ
SWORZNIOWYCH	
4.1. Cel badań	
4.2. Nośność obliczeniowa sworznia jednostronnego w połącza	eniu
jednociętym	
4.2.1. Uzasadnienie wyboru łącznika i jego zachowanie się w poł	ączeniu 102
4.2.2. Materiał łączonych ścianek	105
4.2.3. Nośność obliczeniowa sworznia określona jak nośność śrul	oy 106
4.2.3.1. Połączenia ścianek o grubościach 4,0 mm	106
4.2.3.2. Połączenia ścianek o grubościach 5,0 mm	
4.2.4. Inne uwagi normowe dotyczące badań	107
4.3. Połączenia rozciągane osiowo w jednym kierunku	
4.3.1. Konstrukcja elementu próbnego "I"	
4.3.2. Wyniki badania połączenia ścianek o grubościach 4,0 mm	
4.3.3. Nośność obliczeniowa sworznia w połączeniu ścianek	
o grubościach 4,0 mm	119
4.3.4. Wyniki badania połączenia ścianek o grubościach 5,0 mm	
4.3.5. Nośność obliczeniowa sworznia w połączeniu ścianek	
o grubosciach 5,0 mm	
4.4. Połączenie rozciągane osłowo w sposób naprzemienny	
4.4.1. Konstrukcja elementu próbnego "In"	
4.4.2. Wyniki badania połączenia ścianek o grubościach 5,0 mm	
4.5. Połączenia symetryczne zginane naprzemiennie	
4.5.1. Konstrukcja elementu próbnego "X"	
4.5.2. Element próbny X-200, 5.1/4	
4.5.3. Element próbny X-200, 5.3/4	
4.5.4. Element próbny X-200, 5.4/4	
4.5.5. Elementy próbne X-200, 5.2/4 oraz X-200, 5.5/4	
4.5.6. Element próbny X-200, 5.6/4	
4.6. Połączenia wewnętrznie statycznie niewyznaczalne	
4.6.1. Wprowadzenie	150
4.0.2. Połączenie symetryczne rozciągane mimośrodowo w elemen	ncie
próbnym "V"	150
4.0.3. Połączenie symetryczne zginane naprzemiennie w elemenci	e "X" 154

<b>a</b> •	
Inte	tracer
11///.2	TRALL
opro	

V" 156
4.6.4. Połączenie niesymetryczne rozciągane mimosrodowo w elemencie "v 150
4.7. Wnioski z badań
WVNIKI BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH I ANALIZ
NUMERYCZNYCH
51 Wprowadzenie 162
5.2 Połaczenia wewnetrznie statycznie niewyznaczalne
5.2.1 Połaczenie symetryczne rozciagane mimośrodowo
5.2.1.1 Równania opisujące zachowanie sie połaczenia 5-sworzniowego
w elemencie "V"
5.2.1.2. Porównanie wyników badań doświadczalnych i obliczeń numerycznych 164
5.2.2. Połączenie symetryczne zginane naprzemiennie 167
5.2.2.1. Równania opisujące zachowanie się połączenia 8-sworzniowego
w elemencie $X^{*}$
5.2.2.2. Porownanie wyników badań doświadczalnych i obliczen numerycznych 107
5.2.3.1 Równania opisujące zachowanie sie połaczenia 4-sworzniowego
w elemencie "V"
5.2.3.2. Porównanie wyników badań doświadczalnych i obliczeń numerycznych 170
5.3. Połączenia wewnętrznie statycznie wyznaczalne 171
5.3.1. Połączenie 2-sworzniowe rozciągane osiowo naprzemiennie
w elementach "In" 171
5.3.2. Połączenia 4-sworzniowe zginane naprzemiennie w elementach "X" 172
5.4. Ocena przyczyn różnic między wynikami badań doświadczalnych
i numerycznych
5.4.1. Uwaga ogólna
5.4.2. Wpływ dokładności wykonania połączeń 174
5.4.3. Wpływ zmęczenia materiału
5.4.4. Siły tarcia w połączeniu rozciąganym
5.4.5. Siły tarcia obrotowego w połączeniu zginanym i ścinanym 184
5.4.6. Obliczanie połączenia z uwzględnieniem tarcia obrotowego
5.4.7. Wpływ historii obciążenia na sztywność połączenia 190
5.5. Podsumowanie

# 6. STANY GRANICZNE JEDNOCIĘTYCH POŁĄCZEŃ

SWORZNIOWYCH	193
6.1. Rozważane stany graniczne	193
6.2. Stany graniczne symetrycznego połączenia 5-sworzniowego	194

Spis	treści
Spin	11 COCL

6.2.1. Zależności podstawowe	194
6.2.2. Nomogramy sił działających na sworznie i przemjeszczeń ścianek	
w ich osiach	195
6.2.3. Krzywe graniczne nośności obliczeniowej połaczenia	
6.3. Krzywe graniczne sił w sworzniach niesymetrycznego połaczenia	a
4-sworzniowego	
6.4. Powierzchnie graniczne nośności połączenia 5-sworzniowego	
6.5. Podsumowanie	
7 STTUNNOŚĆ BODATNIKOU DOLACTICK STRACT	
7.1. Zabátania agélas	
7.1. Založenia ogolne	205
7.3. Wonółowymilie zadalawie w złożonym stanie obciążenia	206
7.3. Wspołczynniki redukcyjne sztywności	207
7.4. Farametry degradacji sztywności	208
7.5.1. Współczynniki redukcyjne sztywności połączenia 5-sworznioweg	o 210
7.5.1. Współczymik redukcyjny $v_M$	210
7.5.2. Współczymik redukcyjny $v_V$	
<b>7.6</b> Uwaga końcowo	
no. Cwaga koncowa	
8. PRZYKŁADY OBLICZENIOWE KONSTRUKCJI Z JEDNOCIET	YMI
POŁĄCZENIAMI SWORZNIOWYMI	
8.1. Założenia wstępne	
8.2. Rama kratowa	
8.3. Rama z ryglem kratowym	225
8.4. Wnioski z obliczeń	229
9 UWAGI KOŃCOWE	C Children
9.1 Podsumowanie rozultatów prozv	
9.2 Wnioski	
9.3. Kierunki dalszych badań	
site and and also in bauan	
LITERATURA	
NORMV WYTYCZNE KATALOCILAPDODATY	
INCRIMIT, WITTELLINE, KATALOGITAPKOBATY	244
STRESZCZENIE	

# Contents

DENOTATIONS	
PREFACE	19
. INTRODUCTION	23
1.1. Joints in steel constructions	
1.2. A survey and analysis of literature	
1.2.1. Experimental investigations	
1.2.2. Theoretical investigations	
1.2.3. A summary of some investigations carried out so far	
1.3. Aim and scope of the present work	
1.3.1. Genesis of the subject matter	
1.3.2. The aim of investigations	57
1.3.3. The scope of investigations	
1.4. The role of experimenting	
	ALLED
2. THE PROBLEM OF THE FLEXIBILITY OF NODES IN THIN-W	ALLED
CONSTRUCTIONS	
2.1. Actual state	
2.2. The author's analytical investigations concerning frames with fl	exible
nodes	
2.2.1. The effect of stable displacements in the joints on the effort of the	frame 65
2.2.2. The angle of rotation and curvature in a flexible joint	
2.2.3. Exemplary calculations applying the principles of supplementary	0.0
investigations	
2.2.3.1. Frame with flexible nodes for drive screws	
2.2.3.2. Frame with flexible nodes of blind bolts	
2.2.4. Exemplary calculations of frames applying the programme Robot	
2.2.4.1. Frame with flexible nodes for normal bolts	
2.2.4.2. Frame with flexible nodes for blind bolts	
2.3. Summary	

1.1

Contents

3.1. Set of equations describing the behaviour of a single-cut joint	2
3.2. Checking the correctness of the set of equations	5
4. EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS OF A SINGLE-CUT	
PIN JOINTS	
4.1. Aim of the investigations	1
4.2. Calculated load-bearing capacity of a blind bolt connected by	
a single-cut joint	
4.2.1. Motivation of the choice of the connection and its behaviour in the joint 102	
4.2.2. Material of the joined walls 105	
4.2.3. Calculated load-bearing capacity of a blind bolt determined as the	
load-bearing capacity of the bolt	
4.2.3.1. In a joint of walls, 4.0 mm thick	
4.2.3.2. In a joint of walls, 5.0 mm thick	
4.3 Loints avially stratched in one direct:	
4.3.1 Construction of the test element "II"	
4.3.2 Posults of investigations comerciant in the second s	
4.0 mm thick	
4.3.3 Calculated load bearing connection of a LV, 11, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14	
of walls 4.0 mm thick	
4.3.4 Text results of the joint of $y = 11, 5.0$	
4.3.5. Calculated load basing experies 6, 11, 11, 11, 11, 11, 12, 12, 12, 12, 12	
4.5.5. Calculated load-bearing capacity of a blind bolt in the joint	
133	
4.4. Alternately axially stretched joints	
4.4.1. Construction of the test element $\ln^{2}$	
4.4.2. Test results of a joint of walls 5.0 mm thick	
4.5.1 Construction full find a light with	
4.5.1. Construction of the test element "X"	
4.5.2. Test element X-200, 5.1/4	
4.5.5. Test element X-200, 5.3/4	
4.5.4. Test element X-200, 5.4/4	
4.5.6. Test element X-200, 5.2/4 and X-200, 5.5/4	
4.5.0. Test element X-200, 5.6/4	
4.0. Internally statically undeterminable joints	
4.0.1. Introduction	

	9
4.6.2. Symmetrical joint eccentrically stretched in the test element "V"	150
4.6.3 Symmetrical joint alternately bent in the element "I"	154
4.6.4 Asymmetrical joint eccentrically stretched in the element "V"	156
4.0.4. Asymmetrical joint coconstrainty and a	160
4.7. Conclusions	
5. ANALYSIS OF THE TEST RESULTS	162
5.1. Introduction	162
5.2. Internally statically undeterminable joints	162
5.2.1. Symmetrical joint stretched eccentrically	162
5.2.1.1. Equations describing the behaviour of a five-blind-bolt joint	
in the element "V"	162
5.2.1.2. Comparison of experimental and numerical results	
5.2.2 Symmetrical alternately bent joint	
5.2.2.1. Equations describing the behaviour of an eight-blind-bolt joint	167
in the element "X"	107
5.2.2.2. Comparison of experimental and numerical results	107
5.2.2. Asymmetrical eccentrically stretched joint.	
5.2.2.1. Equations describing the behaviour of a four-blind-bolt joint	169
in the element V	
5 3 Internally statically determinable joints	171
5.3.1 Double-blind-bolt joint, alternately stretched axially	
in the elements "In"	171
5.2.2 Four blind-bold joints alternately bent in the elements "X"	172
5.5.2. Four-official joints, another of differences between experimental	
5.4. All assessment of the reasons of unreferences between experiment	
and numerical results	173
5.4.1. General remarks	17/
5.4.2. The influence of the accuracy of making the joints	10/
5.4.3. The effect of the fatigue of material	
5.4.4. Friction forces in a stretched joint	184

5.4.6. Calculations of joints taking into account the rotational friction ...... 189 

$\sim$						
<u> </u>	01	<b>n</b> 1	0	14	t o	
		11	e.	11.		

6.2.1. Fundamental relations	194
6.2.2. Nomographs of the forces affecting the blind bolts and the	
displacements of the walls in their axes	195
6.2.3. Boundary curves of the calculated load-bearing capacity of a joint	196
6.3. Boundary curves of the forces in the bolts of an asymmetrical	
four-blind-bolt joint	200
6.4. Boundary surfaces of the load-bearing capacity of	
a five-blind-bolt joint	202
6.5. Summary	203
7. RIGIDITIES OF FLEXIBLE PIN JOINTS	205
7.1. General assumptions	205
7.2. Rigidity of a joint in a complex state of loading	206
7.3. Reduction coefficients of rigidity	207
7.4. Parameters of the degradation of rigidity	208
7.5. Reduction coefficients of rigidity in the case of a five-blind-bolt joi	nt 210
7.5.1. Reduction coefficient $v_M$	210
7.5.2. Reduction coefficient $v_V$	213
7.5.3. Reduction coefficient $v_H$	216
7.6. Final remarks	217
8. EXEMPLARY CALCULATIONS OF CONSTRUCTIONS WITH	
SINGLE-CUT PIN JOINT	218
8.1. Preliminary assumptions	218
8.2. Latticed frame	219
8.3. Frame with a latticed spandrel	225
8.4. Conclusions concerning the calculations	229
9. FINAL REMARKS	230
9.1. A summing up of the results of investigations	230
9.2. Conclusions	232
9.3. Trends in further investigations	233
REFERENCES	234
STANDARDS, GUIDELINES, CATALOGUES AND APPROVALS	244
SUMMARY	246

# WAŻNIEJSZE OZNACZENIA

# Symbole łacińskie

$a_{\rm S}, b_{\rm S}$	- parametry funkcji opisującej relację $S_1 - \delta_{L+E}$ ,
d	- średnica sworznia,
$(EI)_a$	- sztywność styczna połączenia w przekroju α,
$f(S_i)$	- funkcja odwrotna do zależności $S_i(\delta_i)$ ,
f.	- minimalna wytrzymałość stali (min R <sub>m</sub> ),
fh	- minimalna granica plastyczności stali – materiału wyjściowego
J y0	kształtownika giętego na zimno ( $R_{e,min}$ ),
fd	- wytrzymałość obliczeniowa stali,
fa	- wytrzymałość obliczeniowa stali kształtownika giętego na zimno,
F	- obciążenie przykładane do elementu próbnego,
н, <i>V</i> , <i>M</i>	- siła poprzeczna, siła podłużna, moment zginający, obciążające
	połączenie,
$H_{gr}^{I}, H_{gr}^{II}, H_{gr}^{III}$	- siły podłużne odpowiadające stanom granicznym I, II, III,
Krs	- sztywność sieczna połączenia,
KS	- sztywność chwilowa połączenia 1-sworzniowego,
$K_{ri}^{H}, K_{ri}^{V}, K_{ri}^{M}$	- sztywności początkowe połączenia odpowiadające obciążeniom
	H, V, M,
$K_n^H, K_n^V, K_n^M$	- sztywności chwilowe połączenia odpowiadające obciązeniom n, v, na,
$K_n^{H,(M+V)}$	<ul> <li>- sztywność chwilowa połączenia odpowiadająca obciążeniu siłą podłużną H, zredukowana wskutek działania także momentu M</li> </ul>
	oraz siły poprzecznej $V$ ,
$K_n^{V,(M+H)}$	<ul> <li>sztywność chwilowa połączenia odpowiadająca obciążeniu siłą</li> <li>poprzeczna V zredukowana wskutek działania także momentu M</li> </ul>
	oraz sity podłużnej H.
$K_{n}^{M,(H+V)}$	- sztywność chwilowa połączenia przy zginaniu zredukowana
	wskutek ścinania również snami H I v,

т	<ul> <li>liczba łączników w połączeniu,</li> </ul>
$M_{gr}^{\mathrm{I}}, M_{gr}^{\mathrm{II}}, M$	<sup>III</sup> - momenty zginające odpowiadające stanom granicznym I, II, III,
$P_d$	- wyznaczona doświadczalnie nośność obliczeniowa sworznia na
	docisk z uwzględnieniem owalizacji – I stan graniczny,
P <sub>m,śr</sub>	- średnia nośność graniczna sworznia odpowiadająca przemiesz-
	czeniu granicznemu $\delta_{gr} = 3,0 \text{ mm} - \text{II}$ stan graniczny,
Pniszcz	- graniczne obciążenie niszczące połączenie 1-sworzniowe,
$r_l$	- odległość i-tego sworznia od przyjętego początku układu współ- rzędnych,
r <sub>i.R</sub>	- odległość <i>i</i> -tego sworznia od chwilowego środka obrotu R,
$S_i$	- siła działająca na i-ty sworzeń w połączeniu,
$S_{I}(\delta_{L+E})$	- funkcja zależności między obciążeniem S <sub>1</sub> pojedynczego sworznia
	i całkowitym wzajemnym przemieszczeniem $\delta_{L+E}$ łączonych ścianek.
$S_i(\delta_i)$	- funkcja zależności pomiędzy działającą na <i>i</i> -ty sworzeń siła S,
	oraz odpowiadającym przemieszczeniem $\delta_i$ łączonych ścianek
	(tożsama z funkcją wykładniczą $S_1(\delta_{L+E})$ ),
$S_{gr}^{I}, S_{gr}^{II}, S_{gr}^{III}$	- siły graniczne działające na sworzeń w I, II i III stanie granicz-
0 0. 0.	nym, równe kolejno wielkościom $P_d$ , $P_{m,sr}$ , $P_{niszcz}$ ,
$S_{Rb}, F_{b,Rd}$	- nośność obliczeniowa śruby na docisk z owalizacją wg oznaczeń
	normowych odpowiednio w [140], [133],
$S_{Ry*} F_{y,Rd}$	<ul> <li>nośność obliczeniowa śruby na ścinanie wg oznaczeń normowych odpowiednio w [140] [133]</li> </ul>
$t_1, t_2$	- grubości łączonych ścianek w połaczeniu zakładkowym
$u_{e}, u_{d}$	- przemieszczenia poziome ścianek górnej" i dolnej" względem
	początku układu współrzędnych prostokatnych (r. v)
$v_g, v_d$	- przemieszczenia pionowe ścianek "górnej" i "dolnej" względem
thus man	początku układu współrzędnych prostokatnych $(x, y)$ .
и, v	- przemieszczenia poziome i pionowe pomiędzy łączonymi ścian-
	kami odpowiadające początkowi układu współrzędnych,
<i>u<sub>H</sub></i>	- przemieszczenie poziome pomiędzy ściankami spowodowane
	tylko działaniem siły podłużnej H,
$u_{M+H+V}$	- przemieszczenie poziome ścianek względem siebie w początku
	układu współrzędnych spowodowane siłami H, V i M,
$v_V$	- przemieszczenie pionowe pomiędzy ściankami spowodowane

tylko działaniem siły poprzecznej V,

$v_{M+H+V}$	- przemieszczenie pionowe ścianek względem siebie w początku
	układu współrzędnych spowodowane siłami H, V i M,
$V_{gr}^1$ , $V_{gr}^{11}$ , $V_{gr}^{111}$	- siły poprzeczne odpowiadające stanom granicznym I, II, III,
W	- siła ścinająca - wypadkowa z sił V i H,
$W_{gr}^{\mathrm{I}}, W_{gr}^{\mathrm{II}}, W_{gr}^{\mathrm{III}}$	- siły ścinające odpowiadające stanom granicznym I, II, III,
$x_R, y_R$	- współrzędne chwilowego środka obrotu R.
Symbole grecki	e

$\alpha_{W}$	- kąt zawarty między kierunkiem działania siły ścinającej W i osią y,
$\beta_i$	- kąt zawarty między kierunkiem działania siły $S_i$ i osią $x$ ,
$\delta_{L+E}$	- przemieszczenie (sprężyste i trwałe) pomiędzy łączonymi ścian-
	kami odpowiadające i-temu sworzniowi,
$\delta_{E}$	- przemieszczenie sprężyste pomiędzy łączonymi ściankami odpo-
	wiadające <i>i</i> -temu sworzniowi,
$\delta_L$	- przemieszczenie trwałe, tzw. "luzowe", pomiędzy łączonymi
	ściankami odpowiadające i-temu sworzniowi,
$\delta_i$	- wypadkowe wzajemne przemieszczenie pomiędzy łączonymi
	ściankami odpowiadające i-temu sworzniowi,
$\delta_{i,cz}, \delta_{i,sw}$	- przemieszczenia ścianek odczytane na czujniku zegarowym oraz
	obliczone w osiach sworzni,
$\delta_{i,wyn}$	- przemieszczenia wypadkowe odpowiadające i-temu sworzniowi,
$\delta_{ig}, \delta_{id}$	- przemieszczenie "górnej" i "dolnej" ścianki odpowiadające i-temu
-0	sworzniowi,
$\delta_{gr}$	- przemieszczenie graniczne równe 3,0 mm – II stan graniczny,
$\Delta S_i$	- przyrost siły S <sub>i</sub> działającej na i-ty łącznik,
$\Delta \delta_i$	- przyrost przemieszczenia $\delta_i$ odpowiadający przyrostowi $\Delta S_i$ ,
$\phi_{I+E}, \phi$	- kąt obrotu łączonych ścianek względem siebie,
$\phi_{a}, \phi_{d}$	- kąty obrotu odpowiednio "górnej" i "dolnej" ścianki w połączeniu,
<i>Ф</i> м	- kąt obrotu pomiędzy łączonymi ściankami spowodowany działa-
7 171	niem tylko momentu zginającego M,
$\phi_{M+H+V}$	- kąt obrotu pomiędzy łączonymi ściankami spowodowany działa-
	niem sił M, H, V,
Ym	- częściowy współczynnik bezpieczeństwa dla materiału kształtow-
	ników,

12

$v_M$	- współczynnik redukcyjny sztywności połączenia $K_n^M$ uwzględnia jący wpływ siły ścinającej $W$ ,	ì-
$v_H$	- współczynnik redukcyjny sztywności połączenia $K_{rl}^{H}$ uwzględnia jący wpływ sił $M$ i $V$ ,	[-
$v_{\rm V}$	<sup>–</sup> współczynnik redukcyjny sztywności połączenia $K_n^V$ uwzględnia jący wpływ sił <i>M</i> i <i>H</i> ,	-
$\kappa_{L+E}^{\alpha}$	- uśredniona krzywizna połączenia w przekroju $\alpha$ odpowiadająca kątowi $\phi_{L+E}$ ,	1
$\omega_{M}, \omega_{H}, \omega_{V}$	<ul> <li>parametry degradacji sztywności w połączeniu obciążonym od- powiednio tylko: momentem zginającym M, siłą podłużną H, siłą poprzeczną V.</li> </ul>	

# DENOTATIONS

# Latin symbols

Ważniejsze oznaczenia

- częściowy współczynnik bezpieczeństwa dla łączników mecha-

nicznych, odpowiednio wg [140], [133],

an ha	- parameters of the function describing the relation $S_{-}\delta_{-}$
45, 05	diameter of the blind bolt
a	- diameter of the bind box,
$(EI)_a$	- tangent rigidity in the cross-section $\alpha$ ,
$f(S_i)$	- anti-function versus the relation $S_i(\delta_i)$ ,
$f_u$	- minimum strength of steel (min $R_m$ ),
$f_{yb}$	- minimum yield point of steel - initial material of a cold-bent
	section $(R_{e,min})$ ,
$f_d$	- calculated strength of steel,
$f_{da}$	- calculated strength of the steel of a cold-bent section,
F	- load exerted on the test element,
H, V, M	- transverse force, longitudinal force, bending moment, loading
	joint,
$H_{gr}^{\mathrm{I}}, H_{gr}^{\mathrm{II}}, H_{gr}^{\mathrm{III}}$	- longitudinal forces corresponding to the boundary states I, II, III,
K <sub>rs</sub>	- secant rigidity of the joint,
$K_n^S$	- instantaneous rigidity of a one-blind-bolt,
$K_{ri}^H, K_{ri}^V, K_{ri}^M$	- initial rigidity of the joint corresponding to the respective loads $H$ ,
$K_{rt}^H$ , $K_{rt}^V$ , $K_{rt}^M$	- instantaneous rigidities of the joint corresponding to the loads $H, V, M$ ,
$K_{n}^{H.(M+V)}$	- instantaneous rigidity of the joint corresponding to the load of the
	longitudinal force H, reduced also due to the effect of the momen-
	tum $M$ and the transversal force $V$ ,
$K_{rt}^{V,(M+H)}$	- instantaneous rigidity of the joint corresponding to the load of the
	transversal force $V$ , reduced also due to the effect of the momen-
	tum $M$ and the longitudinal force $H$ ,
$K_{rt}^{M,(H+V)}$	- instantaneous rigidity of the joint at bending reduced also due to
16	shearing by the forces $H$ and $V$ ,

Ym2, YM2

Denotations	
-------------	--

m	- number of connecting links in the joint,	MM.U.V
$M_{gr}^{\mathrm{I}}, M_{gr}^{\mathrm{II}}, N$	$\mathcal{I}_{gr}^{\text{III}}$ - bending moments corresponding to the boundary states I, II and III,	~~ <sub>IVI</sub> +I1+V
$P_d$	- the experimentally determined calculated load-bearing capacity of a	$v_V$
D	blind-bolt to pressure, taking into account the plasticization of the material of the wall of the hole (ovalization) – boundary state I,	V <sub>M+H+V</sub>
$P_{m,sr}$	- mean boundary load-bearing capacity of the blind-bolt corresponding to the limit displacement $\delta_{gr} = 3.0 \text{ mm} - \text{boundary state II}$ ,	$V_{gr}^{\mathrm{I}}, V_{gr}^{\mathrm{II}}, V_{gr}^{\mathrm{III}}$
P <sub>niszcz</sub>	- boundary destructive load affecting a one-blind-bolt joint,	W
$r_i$	- distance of the <i>i</i> -th blind bolt from the assumed origin of the coor- dinate system	$W_{gr}^{\mathrm{I}}, W_{gr}^{\mathrm{II}}, W_{gr}^{\mathrm{II}}$
r <sub>i.R</sub>	- distance of the <i>i</i> -th blind bolt from the instantaneous center of rotation <i>R</i>	$x_R, y_R$
Si	- force exerted on the <i>i</i> -th blind bolt in the joint transferring the load-bearing capacities M, H, V.	Greek symbol $\alpha_W$
$S_1(\delta_{L+E})$	- function of the relation between the load $S_1$ of a single blind bolt and the total mutual displacement $\delta_{l+F}$ of the connected walls	$eta_i$
$S_i(\delta_i)$	- function of the relation between the force $S_i$ affecting the <i>i</i> -th blind bolt and the corresponding displacement $\delta_i$ of the connected	$\delta_{L+E}$
$S_{gr}^{\mathrm{I}}, S_{gr}^{\mathrm{II}}, S_{gr}^{\mathrm{III}}$	walls (identical to the exponential function $S_1(\delta_{L+E})$ ), - boundary forces acting upon the blind bolt in the boundary state I,	$\delta_{\!E}$
$S_{Rb}, F_{b,Rd}$	- calculated load-bearing capacity of the bolt to pressure in compliance with	$\delta_{\!L}$
$S_{Ry}, F_{y,Rd}$	- calculated load-bearing capacity of the bolt to shearing in compli-	$\delta_i$
<i>t</i> <sub>1</sub> , <i>t</i> <sub>2</sub>	ance with standard denotations in [140], [133], respectively, - thickness of the connected walls in the lap joint,	$\delta_{i,cz},  \delta_{i,sw}$
<i>u<sub>g</sub>, u<sub>d</sub></i>	- horizontal displacements of the "upper" and "bottom" wall in	8
v <sub>g</sub> , v <sub>d</sub>	relation to the origin of rectangular coordinates $(x, y)$ , - vertical displacements of the "upper" and "bottom" wall in rela-	$\delta_{i,g}, \ \delta_{i,d}$
	tion to the origin of rectangular coordinates $(x, y)$ ,	$\delta_{ar}$
и, v	- mutual horizontal and vertical displacements of the connected	$\Delta S$
	walls corresponding to the origin of the system of coordinates,	151
<i>u<sub>H</sub></i>	- mutual horizontal displacements of the walls caused merely by the	de o de
	longitudinal force H,	$\Psi L + E, \Psi$

1	7

$u_{M+H+V}$	- mutual horizontal displacements of the walls in the origin of coor- dinates, effected by the forces H, V and M,
VV	- mutual vertical displacements of the walls due only to the trans-
V <sub>M+H+V</sub>	<ul> <li>mutual vertical displacements of the walls in the origin of coordinates caused by the forces H, V and M,</li> </ul>
$V_{gr}^{\mathrm{I}}, V_{gr}^{\mathrm{II}}, V_{gr}^{\mathrm{III}}$	- transversial forces corresponding to the boundary states I, II, III,
W	- shearing force – resultant of the forces $V$ and $H$ ,
$W_{gr}^{\mathrm{I}}, W_{gr}^{\mathrm{II}}, W_{gr}^{\mathrm{III}}$	- shearing forces corresponding to the boundary states I, II, III,
$x_R, y_R$	- coordinates of the instantaneous center of rotation $R$ .
Greek symbols	
$lpha_W$	- angle contained between the direction of the exerted shearing force W and the axis y,
$\beta_i$	- angle contained between the direction of the exerted forces $S_i$ and
	the axis x,
$\delta_{L+E}$	- (elastic and stable) mutual displacement of the walls correspond- ing to the <i>i</i> -th blind bolt.
$\delta_{\!E}$	- mutual elastic displacement of the walls corresponding to the <i>i</i> -th blind bolt,
$\delta_L$	- mutual stable (so-called "loose") displacement of the walls corre- sponding to the <i>i</i> -th blind bolt,
$\delta_i$	- mutual resultants of connected walls corresponding to the <i>i</i> -th blind bolt,
$\delta_{i,cz},  \delta_{i,sw}$	- displacements of the walls, read-off on a dial indicator and calcu- lated in the axes of the blind bolts,
Simm	- resultant displacement corresponding to the <i>i</i> -th blind bolt,
$\delta_{i,g},  \delta_{i,d}$	- displacement of the "upper" and "bottom" wall corresponding to the <i>i</i> -th blind bolt.
8	- limit displacement equal to 3,0 mm – boundary state II,
∆S.	- increment of the force $S_i$ exerted on the <i>i</i> -th blind bolt,
151	- increment of the displacement $\delta_i$ corresponding to the increase $\Delta S_i$ ,
dur d	- angle of rotation versus the mutually connected walls,
W/L L Ha W	

	Denotations
$\phi_g, \phi_d$	- angle of rotation of the "upper" and "bottom" wall in the joint, respectively,
Фм	- angle of rotation between the connected walls caused merely by the bending moment $M$ ,
$\phi_{M+H+V}$	- angle of rotation between the connected walls caused by the forces $M, H, V$ ,
Ym	- partial factor of safety concerning the material of the cost
Ym2	- partial factor of safety concerning mechanical connecting it
$v_M$	- reduction coefficient of rigidity of the joint $K_n^M$ taking into ac-
$\mathcal{U}_H$	- reduction coefficient of rigidity of the joint $K_n^H$ taking into ac-
$v_V$	- reduction coefficient of rigidity of the joint $K_n^V$ taking into account the effect of the forces M and U
$\kappa^{\alpha}_{L+E}$	- averaged curvature of the joint in the cross-section $\alpha$ correspond- ing to the angle $\phi_{l+F_{\alpha}}$
$\omega_M, \omega_H, \omega_V$	- parameters of the degradation of the two states

- parameters of the degradation of rigidity in the joint affected only by the bending moment *M*, the longitudinal force *H*, and the transversial force *V*, respectively.

# WSTĘP

Problem racjonalnego kształtowania prętowych konstrukcji cienkościennych, których burzliwy okres zastosowań w budownictwie krajowym obserwuje się w ostatnich kilkunastu latach, jest zagadnieniem o dużym znaczeniu dla praktyki projektowej. Z problemem tym wiąże się bezpośrednio potrzeba zapewnienia odpowiedniego stopnia bezpieczeństwa w każdym elemencie i węźle projektowanej konstrukcji. Aby ten cel spełnić, należy uwzględnić, możliwie najdokładniej, rzeczywiste warunki wytężenia nie tylko prętów konstrukcji, ale także połączeń, stanowiących przedmiot badań teoretyczno-doświadczalnych niniejszej rozprawy. Aktualnie istnieją potrzeby związane z projektowaniem i normalizacją stalowych konstrukcji cienkościennych montowanych na budowie, przy użyciu nowoczesnych łączników typu sworzniowego.

Rozprawa dotyczy w szczególności zagadnień mechaniki zakładkowych połączeń jednociętych w konstrukcjach cienkościennych z kształtowników giętych na zimno z blach stalowych. Zakres tematyki badawczej sprowadza się przede wszystkim do przedstawienia problematyki nośności oraz sztywności połączeń wielosworzniowych, obciążonych momentem zginającym i siłą ścinającą.

Jak wynika z przeglądu literatury przedmiotowej, całokształt zagadnień związanych z wytężeniem podatnych połączeń typu sworzniowego w konstrukcjach prętowych nie znalazł, jak dotąd, należytego odzwierciedlenia w publikacjach naukowych. W kraju nie dysponujemy wystarczającymi danymi dla racjonalnego kształtowania podatnych połączeń w takich konstrukcjach. Rozprawa stanowi zatem próbę wypełnienia istniejącej luki z tego zakresu.

Obecnie rośnie popyt na lekkie i ekonomiczne konstrukcje stalowe z kształtowników giętych na zimno, montowane na placach budowy przez firmy zagraniczne z pojedynczych prętów, przy użyciu śrub zwykłych lub sprężających. Przy bogatej ofercie krajowego asortymentu kształtowników giętych brakuje sprawdzonych doświadczalnie rozwiązań połączeń sworzniowych, które pozwoliłyby projektować tego typu konstrukcje budowlane, a równocześnie zapewnić im efektywny montaż. Współczesnym wymaganiom ekonomicznym, montażowym i eksploatacyjnym mogą, zdaniem autora, sprostać – dopuszczone do stosowania – nowoczesne łączniki sworzniowe jednostronne (rys. 1). Konstrukcję sworznia tworzy trzpień oraz tulejka, której materiał szczelnie wypełnia otwór uprzednio wywiercony w łączonych ściankach. Sworznie takie, mające duże rezerwy nośności obliczeniowych w stosunku do obciążeń niszczących, mogą zapewnić połączeniom odpowiednią trwałość, a konstrukcjom należyte bezpieczeństwo. Umożliwiają one również łączenie ścianek kształtowników o przekrojach otwartych z zamkniętymi, co jest ich ważną zaletą konstrukcyjną.

W pracy najpierw rozeznano, na drodze doświadczalnej, zachowanie się jednociętych połączeń zakładkowych blach o grubościach 3,0 i 4,0 mm, wykonanych przy użyciu dwu rodzajów sworzni jednostronnych, tj. MGLP-R12 i BOM-R12, odpowiednio o średnicach Ø9,8 i Ø9,6 mm. Następnie opracowano metodę obliczania układów prętowych z węzłami podatnymi, ujmującą występujące w obciążonych połączeniach przemieszczenia trwałe, nazywane "luzowymi", wykorzystując zasadę prac dopełniających. Wyniki przykładowych obliczeń ramy z kształtowników profilowanych na zimno o grubościach ścianek 4,0 mm, z połączeniami na sworznie MGLP-R12, wskazały na konieczność uwzględnienia w projektowaniu tego typu konstrukcji sztywności stycznych połączeń, zamiast sztywności siecznych.



Rys. 1. Sworznie jednostronne: MGL P-R12 – Ø9,8 mm, BOM-R12 – Ø9,6 mm, BOM-R16 – Ø13,6 mm, BOM-R16 z odłączoną tulejką [147]

Fig. 1. The blind bolts: MGL P-R12 – Ø9,8 mm, BOM-R12 – Ø9,6 mm, BOM-R16 – Ø13,6 mm, BOM-R16 with a disconnected sleeve [147]

Wobec powyższego, jednym z głównych celów pracy było precyzyjne opisanie – za pomocą metod analitycznych – wytężenia połączenia na jednocięte sworznie jednostronne. W modelu obliczeniowym rozpatrzono połączenie dwu blach jako tarcz sztywnych, o różnych grubościach, gdzie obciążenie momentem zginającym M oraz dowolnie ukierunkowaną siłą ścinającą W (wypadkową siły poprzecznej V i siły podłużnej H) przekazuje się z jednej blachy na drugą. Takie obciążenie powoduje wystąpienie przemieszczeń kątowych i liniowych blach względem siebie. Założono, że obciążenia *M* i *W* w całym zakresie, tj. od początku aż do zniszczenia połączenia, narastają równocześnie i proporcjonalnie. Przyjęto, iż podczas deformacji blach zachowane zostają początkowe odległości między łącznikami, co potwierdzono doświadczalnie, a trwałe odkształcenia (deformacje plastyczne) blach występują jedynie w bliskim otoczeniu łączników. Kierunki działania sił docisku trzpieni sworzni do blach są prostopadłe do promieni łączących osie łączników z chwilowym środkiem obrotu.

Układ równań opisujących wytężenie dowolnego połączenia i przemieszczenia blach łączonych tworzą: równania równowagi, równanie konstytutywne oraz odpowiednie zależności geometryczne. Równanie równowagi sił zapisano względem dowolnie usytuowanego początku układu współrzędnych prostokątnych. Równanie konstytutywne, wyrażające zależność między wzajemnym przemieszczeniem blach i obciążeniem pojedynczego łącznika, ustalono na podstawie badań doświadczalnych.

W celu doświadczalnej weryfikacji poprawności przyjętego modelu obliczeniowego badano trzy połączenia ("wewnętrznie statycznie niewyznaczalne"), dwa rozciągane mimośrodowo i jedno zginane naprzemiennie. Jako łączników użyto sworzni jednostronnych BOM-R16 o średnicy Ø13,6 mm. Porównano otrzymane ścieżki równowagi statycznej M-\phi z wynikami analizy numerycznej. Sworznie BOM-R16 uznano ostatecznie za najbardziej odpowiednie do łączenia kształtowników giętych na zimno o grubościach ścianek 4,0 i 5,0 mm.

Przy wykorzystaniu układu równań analitycznych zilustrowano graficznie wpływ interakcyjny siły ścinającej na nośność i sztywność połączenia symetrycznego i niesymetrycznego. Dla tych połączeń sporządzono także krzywe graniczne nośności w układach bezwymiarowych współrzędnych prostokątnych  $M/M_{gr}$  i  $W/W_{gr}$ .

Zamieszczone w pracy wyniki badań mogą okazać się przydatne w odniesieniu do projektowania konstrukcji z kształtowników giętych i stanowić istotny krok na drodze do opracowania krajowego systemu prętowych konstrukcji z kształtowników profilowanych na zimno, o przekrojach otwartych i zamkniętych, łączonych na sworznie jednostronne.

Niniejsze opracowanie jest podsumowaniem badań prowadzonych od ponad 10 lat przez autora, na Politechnice Śląskiej.

#### ROZDZIAŁ 1

# WPROWADZENIE

### 1.1. O połączeniach w konstrukcjach stalowych

Połączenia pełnią funkcję więzów, które łączą poszczególne elementy konstrukcyjne w ustrój nośny, zdolny do przejmowania określonych obciążeń, bez nadmiernych, ustalonych normą przemieszczeń. Jest dobrze, kiedy więzy te zapewniają ciągłość w przekazywaniu sił wewnętrznych w ustroju, często jednak wprowadzają pewne zakłócenia tej ciągłości. Określone charakterystyki sztywnościowe więzów mogą wynikać z przyjętego sposobu kształtowania połączeń między elementami konstrukcji oraz właściwości łączników zastosowanych w połączeniach.

Połączenia w stalowych konstrukcjach prętowych są istotnymi i niezbędnymi elementami każdego układu nośnego. O połączeniach napisano wiele prac doświadczalnych i teoretycznych, przykładowo: [1], [2], [8], [13], [16], [20], [41], [65], [57], [68], [70], przy czym nie można nie zauważyć, że prawie w każdej pozycji literaturowej, poświęconej konstrukcjom stalowym, znajduje się rozdział zapoznający czytelnika z tą ważną problematyką [7], [66], [76]. Prawidłowy wybór rodzaju połączeń elementów składowych konstrukcji jest jednym z najważniejszych czynników, decydujących o pracochłonności ich wytwarzania [2]. W ostatnim dwudziestoleciu są dostępne na rynku krajowym i dopuszczone do stosowania nowoczesne łączniki sworzniowe produkcji zagranicznej o wysokich parametrach wytrzymałościowych, które m.in. zwiększją trwałość połączeń oraz w sposób istotny usprawniają i przyspieszają montaż konstrukcji na placu budowy. Są również wśród nich np. różnego typu sworznie jednostronne, o średnicach zależnych od grubości łączonych blach [134], [137], [146], [147].

Jeszcze do niedawna w teorii konstrukcji budowlanych zakładano skrajne warunki wzajemnego łączenia elementów, prowadzące do traktowania węzłów w obliczeniach statycznych bądź jako całkowicie sztywnych, bądź jako zdecydowanie przegubowych. W rzeczywistości, węzły ustrojów prętowych są najczęściej połączeniami podatnymi. Przykładowo, chcąc spełnić podczas kształtowania ram z węzłami sztywnymi wymagania założeń teoretycznych, często wprowadzano liczne żebra usztywniające, co niejednokrotnie prowadziło do nadmiernego spiętrzenia naprężeń spawalniczych

### 1.1. O połączeniach w konstrukcjach stalowych

i ograniczonej lokalnie ciągliwości materiału. Zwiększała się równocześnie świadomość projektantów, że stosowanie w rozwiązaniach konstrukcyjnych węzłów o obniżonej sztywności może okazać się groźne dla bezpieczeństwa konstrukcji. Z czasem więc powstawały dokładniejsze metody obliczania węzłów i całych układów konstrukcyjnych, pozwalające ocenić ich rzeczywiste wytężenie i nośność.

Obecnie obserwuje się w kształtowaniu konstrukcji stalowych dwie tendencje, wynikające z przesłanek ekonomicznych, polegające na dążeniu do [20]:

- uproszczenia konstrukcji połączeń,
- uwzględnienia korzyści wynikających z istnienia pewnego stopnia zamocowania elementów w węzłach, traktowanych dotychczas jako przegubowe, m.in. w celu wywołania kontrolowanego wytężenia ustroju (np. konstrukcji na terenach sejsmicznych).

Stosowanie węzłów sztywnych np. w narożach ram oraz u podstaw słupów, wymagających dużej liczby części składowych, jest pracochłonne zarówno w wytwórni, jak i na placu budowy. Wprowadzenie w węzłach ram połączeń doczołowych ze śrubami o wysokiej wytrzymałości, przy likwidacji żeber usztywniających, zmniejszyło pracochłonność wytwarzania oraz scalania konstrukcji na placu budowy. W przypadku zakładkowych połączeń kształtowników cienkościennych można także uprościć konstrukcję, wprowadzając, np. niewspółśrodkowe łączenie ścianek w węzłach za pomocą śrub, co pozwala wyeliminować blachy węzłowe [38], [39], [123]. Autor niniejszej pracy wykorzystał także niewspółśrodkowe łączenie prętów o przekrojach zamkniętych i otwartych, w ramach z elementami kratowymi rygli i słupów [110], [119], [120].

Obie tendencje spowodowały i dalej inspirują do licznych badań doświadczalnych, a ich wyniki prowadzą do wierniejszego odwzorowywania wpływu wielu czynników, pomijanych dotychczas w modelach obliczeniowych z powodu małego ich rozeznania. Istnieje obecnie wiele programów komputerowych, które umożliwiają wykonanie obliczeń statycznych dla dowolnych układów prętowych z połączeniami podatnymi, obciążonymi siłami osiowymi i poprzecznymi oraz momentami zginającymi. Można stwierdzić, iż potrzeba znajomości rzetelnych charakterystyk podatności węzłów różnorodnych połączeń, ścinanych, zginanych i skręcanych pod wpływem sił wewnętrznych, uzasadnia obserwowany stały rozwój i postęp w badaniach doświadczalnych.

Badania doświadczalne połączeń podatnych były prowadzone w całym ubiegłym stuleciu [20], [43]. Pierwsze badania elementów o węzłach podatnych przeprowadzono wówczas w USA i Wielkiej Brytanii. Niejednokrotnie trudna była interpretacja wyników badań, a jeszcze trudniejsze ich wdrożenie do projektowania. Wyniki badań uświadomiły jednak ważność zagadnienia, chociaż nie pociągnęły za sobą od razu skutków praktycznych i wdrożeń projektowych ze względu na brak odpowiednich metod i narzędzi obliczeniowych. Obecnie, wprowadzenie techniki komputerowej do rozwiązywania zagadnień teorii i projektowania konstrukcji pozwoliło stosować węzły o obniżonej sztywności. Dostępne programy są stale, w tym względzie ulepszane; przykładowo program ROBOT Millenium v.15, z opcją nieliniowych zwolnień prętów, umożliwia obliczanie ustrojów prętowych z węzłami podatnymi, obciążonymi siłami osiowymi, poprzecznymi i momentami zginającymi [119], [120].

Szeroko prowadzone obecnie prace doświadczalne w zakresie podatności węzłów można podzielić na cztery grupy:

- połączenia doczołowe belek ze słupami, najczęściej o przekrojach dwuteowych, przy dużej różnorodności węzłów co do kształtu, wymiarów oraz rodzaju łączników,
- połączenia spawane kształtowników o przekrojach zamkniętych, kołowych, kwadratowych i prostokątnych, szczególnie stosowane w konstrukcjach kratownic,
- połączenia zakładkowe i nakładkowe blach stalowych na łączniki typu sworzniowego, głównie na śruby sprężone w przypadku łączenia blach grubości powyżej 10 mm, ale także śruby częściowo sprężone, nity i sworznie jednostronne – w przypadku łączenia blach cienkich o grubościach poniżej 5 mm,
- połączenia stalowych belek z żelbetowymi płytami stropowymi i mostowymi, współpracujących ze sobą dzięki zastosowaniu różnego rodzaju elementów kontaktowych.

Można stwierdzić, że liczba przeprowadzonych badań jest olbrzymia. W wielu pracach oceniano wpływ podatności węzłów doczołowych i zakładkowych na rozkład sił wewnętrznych w różnych układach prętowych, najczęściej ramowych. Do obliczeń wprowadzano – korzystając z zaleceń normy [129] – albo tylko jedną wartość sztywności siecznej danego połączenia, albo dwie wartości sztywności, tj. sztywność sieczną i sztywność wzmocnienia. Przykładowo, w [3] stwierdza się, że stosowanie zamiast krzywej  $M-\phi$  zależności dwuliniowej prowadzi nie tylko do zaistnienia "nadwytrzymałości" węzła, ale również do oceny sił wewnętrznych zarówno w stanie sprężystym, jak też sprężysto-plastycznym, obarczonej niekiedy zbyt dużymi różnicami w stosunku do wyników analiz prowadzonych na modelach bardziej precyzyjnych.

Wiedza dotycząca właściwego rozwiązywania różnego rodzaju połączeń rozwija się nieustannie na drodze wielu prób i ulepszeń technologicznych, czego przykładem mogą być sworznie jednostronne typu Huck [134], [137], [147]. Pełne rozeznanie zachowania się łączników w połączeniach, gwarantujące ich bezpieczne projektowanie, można uzyskać przede wszystkim na drodze doświadczalnej i symulacji kompute-

# 1.2. Przegląd i analiza literatury

1. Wprowadzenie

rowej. Nie wnikając w szczegółowe zasady kształtowania różnego rodzaju połączeń oraz pomijając ocenę nowych technologii wykonywania, należy przy ich projektowaniu mieć na uwadze następujące zalecenia:

- a) Połączenia powinny być jak najprostsze, umożliwiać płynny przebieg sił wewnętrznych, nie przesztywniać lokalnie konstrukcji oraz nie zmieniać własności materiału łączonego na skutek zabiegów technologicznych stosowanych przy ich wykonywaniu [75].
- b) Połączenia należy projektować zgodnie z założonym modelem obliczeniowym na nośność obliczeniową przekroju, a niekiedy na siły przekrojowe; nie może ono być jednak najsłabszym ogniwem w modelu niezawodnościowym konstrukcji [10].
- c) Korzystne technologie wykonania połączeń to takie, które wprowadzają obok zasadniczego systemu łączącego – system dodatkowy, np. w postaci sprężania połączenia lub szczelniejszego wypełnienia otworu przez materiał łącznika [75].

W europejskiej normie projektowania konstrukcji stalowych [133] podano kryteria, pozwalające odróżniać połączenia sztywne lub przegubowe od połączeń podatnych (półsztywnych). Połączenia te różnią się zdolnością do obrotu, spowodowanego momentami zginającymi. Nośność połączeń powinna zapewnić przeniesienie występujących w nich oddziaływań, a ich podatność na tyle ograniczona, aby były zachowane warunki stanu granicznego użytkowalności. Przemieszczenia obrotowe zachodzące w węzłach uznanych za sztywne nie powinny mieć istotnego wpływu na rozkład sił wewnętrznych w ustroju nośnym. Zbyt duża sztywność połączeń może też okazać się niekorzystna w danej konstrukcji. Właściwe jest takie rozwiązanie konstrukcji węzła, które zapewnia połączeniom określoną zdolność do obrotu.

Wskazana jest w połączeniach pewna rezerwa ciągliwości, która pozwala, np. w stanie przedawaryjnym, poprzedzającym zniszczenie konstrukcji, na redystrybucję sił wewnętrznych w całym ustroju nośnym, co niewątpliwie zwiększa bezpieczeństwo konstrukcji. Możliwość zaobserwowania lokalnego zwiększenia przemieszczeń w ustroju konstrukcyjnym jest korzystna i może sygnalizować stan zagrożenia; tego typu oznaki niejednokrotnie okazały się wręcz ostrzeżeniem użytkowników.

### **1.2. Przegląd i analiza literatury**

#### 1.2.1. Prace doświadczalne

Zachowanie się zakładkowych połączeń typu sworzniowego, szczególnie w przypadku blach o grubości mniejszej od 6,0 mm, wskazuje na charakter wyraźnie nieliniowy. Koncentracja naprężeń w miejscu kontaktu trzpienia ze ścianką w otworze, które lokalnie przekraczają granicę plastyczności, znacznie jeszcze przed wyczerpaniem jego nośności obliczeniowej na docisk, powoduje określone wzajemne przemieszczenia łączonych elementów. Zależą one w sposób istotny, co jest oczywiste, od grubości łączonych blach i będą inne w połączeniach jednociętych i dwuciętych.

Autor obserwował nieliniowość zależności "obciążenie-przemieszczenie" w połączeniach na wkręty samowiercące i samogwintujące [100], [101], [108], śruby pasowane [99] oraz sworznie jednostronne [104], [109]; te ostatnie osadzone w sposób mechaniczny szczelnie wypełniały uprzednio wywiercone otwory.

W ostatnich latach wiele publikacji poświecono doświadczalnym i analitycznym badaniom połączeń zakładkowych, co niewątpliwie wiąże się z rozwojem cienkościennych konstrukcji z kształtowników giętych na zimno. Badano nośności różnego rodzaju pojedynczych łączników typu sworzniowego w jednociętych połączeniach zakładkowych oraz nośności różnie skonstruowanych węzłów, a także połączeń cienkich ścianek lekkiej obudowy z prętowymi układami nośnymi. Nierzadko badano również sztywność płaskich i przestrzennych ustrojów ramowych z węzłami podatnymi, w konstrukcjach zaprojektowanych z kształtowników giętych. W badanych połączeniach grubości ścianek kształtowników giętych najczęściej nie przekraczały 3,0 mm. Poniżej zostaną krótko omówione niektóre badania oraz wyniki w kolejności ich ukazywania się w czasopismach naukowych.

Autorzy pracy [24] badali zakładkowe połączenia jednocięte blach o grubościach w przedziale (0,94  $\div$  2,64) mm na śruby bez podkładek o średnicach Ø7,9 mm, Ø12,7 mm, Ø19,1 mm. Podobne połączenia analizowano wcześniej w pracy [97].

W pracy [81] oceniano poprawność wzorów podanych w normach amerykańskiej [126] i australijskiej [127], wg których oblicza się wartości sił:  $N_t$  – zrywającej rozciąganą blachę w połączeniu jednociętym,  $V_f$  – rozrywającej blachę, jak pokazano na rys. 1.1, oraz  $V_b$  – niszczącej ściankę w otworze pod wpływem docisku trzpienia:



Rys. 1.1. Formy zniszczenia blachy w jednociętym połączeniu rozciąganym [81] Fig. 1.1. Failures of steel sheets in a stretched single-cat joint [81]

$$V_t = \begin{cases} A_g \cdot f_y \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{cases}$$
(1.1)

$$\left[A_{n}\cdot f_{u}\right] \tag{1.2}$$

$$V_f = t \cdot e_1 \cdot f_u, \tag{1.3}$$

$$V_b = C \cdot t \cdot d \cdot f_u, \tag{1.4}$$

gdzie: Ag - przekrój brutto rozciąganego płaskownika,

A<sub>n</sub> - przekrój netto rozciąganego płaskownika,

 $f_y$  - granica plastyczności stali,

 $f_u$  - wytrzymałość stali na rozciąganie,

- e<sub>1</sub> odległość osi łącznika od krawędzi blachy prostopadłej do kierunku obciążenia,
- C określony współczynnik wytrzymałości,

t - grubość ścianki,

d - średnica łącznika.





### 1.2. Przegląd i analiza literatury

Zniszczenie paska blachy o szerokości w (por. rys. 1.1) może polegać na jego rozerwaniu, tj. ścięciu siłą  $V_f$  na długości  $e_I$  wg (1.3), na rozerwaniu przekroju netto siłą  $N_t$ wg (1.2) lub na owalizacji otworu zgodnie ze wzorem (1.4).

Badano przede wszystkim jednośrubowe połączenia dwóch zakładkowo połączonych blach, rozciąganych w maszynie wytrzymałościowej (rys. 1.2), a także połączenia dwusworzniowe. Opracowane wyniki zamieszczono w kilku pracach, opublikowanych w latach 1996 + 1999, na które powołują się autorzy artykułu [81].

Realizowane obciążenia najpierw powodowały silną owalizację otworów w łączonych blachach, której towarzyszyło przechylanie się trzpieni śrub (rys. 1.3), a następnie zerwanie blach (rys. 1.4, rys. 1.5).



- Rys. 1.3. Otwory zniszczone na skutek owalizacji oraz przechylania się trzpieni śrub w dwuśrubowym połączeniu jednociętym [81]
- Fig. 1.3. Holes destructed due to ovalization and tilting of the bolt mandrels in a single-cut two-bolt joint [81]



Rys. 1.4. Postacie zniszczenia blachy w jednośrubowym połączeniu jednociętym, gdy  $e_1 = 48 \text{ mm} [81]$ Fig. 1.4. Failures of steel sheets in a single-cut single-bolt joint, when  $e_1 = 48 \text{ mm} [81]$ 

Badania miały na celu wykazanie, jak zmienia się stosunek pomiędzy rzeczywistymi wartościami  $N_f$ , zrywającymi pojedynczą blachę w połączeniu, oraz wartościami  $N_t$ obliczonymi wg (1.2). W wykonanej analizie porównawczej uwzględniono wyniki badań Popowicha [78] blach grubości 1,47 ÷ 4,70 mm oraz Chonga i Matlocka [24] blach grubości 0,94 ÷ 2,64 mm. Badane elementy próbne różniły się grubością *t* i szerokością w łączonych ścianek, średnicą śrub *d* i gatunkiem stali rozciąganych blach.

W pierwszym przypadku śruby w połączeniach miały średnice Ø12,7 mm, Ø15,9 mm, Ø19,1 mm oraz Ø28,6 mm, w drugim – Ø7,94 mm, Ø12,7 mm, Ø19,1 mm. W przytoczonych wynikach badań wartości  $N_f/N_t$  mieściły się w przedziałach odpowiednio (0,845 ÷ 1,182) wg [72] i (0,881 ÷ 1,783) wg [24], gdy  $N_f$  to siła zrywająca blachę.



Rys. 1.5. Postacie zniszczenia blachy w dwuśrubowym połączeniu jednociętym, gdy w = 55 mm [81]Fig. 1.5. Failures of steel sheets in a double-bolt single-cut joint, w = 55 mm [81]

Wyniki badań uzasadniały ponadto warunki ustalania współczynnika *C* we wzorze (1.4), który wg [127] zależy od stosunku średnicy śruby do grubości ścianki w sposób następujący: C = 3,0, jeśli  $d/t \le 10$ , C = 4,0 - 0,1d/t, gdy 10 < d/t < 22 oraz C = 1,8, jeśli  $d/t \ge 22$ . Przykładowo, wg normy kanadyjskiej [145] współczynnik *C* należy przyjmować w sposób następujący: C = 3,0, gdy  $d/t \le 10$ ,  $C = 30 \cdot t/d$ , gdy 10 < d/t < 15 oraz C = 2,0, gdy  $d/t \ge 15$ . Warto zauważyć, że wg [140] współczynnik  $\alpha$ , odpowiadający współczynnikowi *C*, ma wartość 2,5, niezależnie od stosunku d/t, jeśli minimalna średnica śruby wynosi d = 6,0 mm.

W pracach [26], [28], [29], opisano wyniki badania ścinanego, jednośrubowego połączenia dwuciętego na śruby M10 lub M12, których nakrętki dokręcano momentem równym 50 Nm (rys. 1.6). Łącznik śrubowy w połączeniu nie ulegał przechylaniu, jak w poprzednich badaniach, a więc był jedynie ścinany i zginany, natomiast nie był rozciągany. Wyniki doświadczalne porównywano z wynikami symulacji komputerowych, wykonanych za pomocą metody elementów skończonych, przy wykorzystaniu programu ANSYS (ver. 5.3). Porównywano je także z wartościami obliczonymi wg norm: amerykańskiej [126], kanadyjskiej [145], brytyjskiej [128] i europejskiej [130]. Obciążenie połączenia realizowano przykładając siły rozciągające do dwóch pasków blach o szerokościach 100 mm i grubościach 1,5 mm i 1,6 mm, wyciętych z kształtowników giętych wykonanych z dwu różnych gatunków stali G300 i G550, tj. o wy-

### 1.2. Przegląd i analiza literatury

trzymałości na rozciąganie fu równej odpowiednio 300 MPa i 550 MPa. Śruby miały dwojakiego rodzaju podkładki, o średnicach 25,7 i 32,1 mm i grubościach 2,3 i 3,0 mm z otworami Ø13 mm. Interesujący okazał się rozkład obliczonych wg hipotezy Hube-ra-Misesa-Huncky'ego naprężeń zastępczych, zmieniających się na szerokościach badanych pasków blachy o grubościach 1,5 mm i 1,6 mm (rys. 1.7).







- Rys. 1.7. Rozkład naprężeń zastępczych na szerokości łączonych blach w jednośrubowym połączeniu dwuciętym, wg hipotezy Hubera- Misesa-Huncky'ego, przy grubości blach i gatunku stali odpowiednio: a) 1,5 mm i G300, b) 1,6 mm i G550 [26], [28]
- Fig. 1.7. Distribution of reduced stresses over the width of joined steel sheets in a double-cut single-bolt joint, according to Huber-Mises-Hencky's hypothesis, for thickness of the sheets and steel grade: a) 1.5 mm and G300, b) 1.6 mm and G550, respectively [26], [28]

### 1.2. Przegląd i analiza literatury

### 1. Wprowadzenie

Wartości naprężeń na wykresach są zależne od przemieszczeń  $\delta$  wynoszących 0,5 mm, 1,5 mm i 3,0 mm, zachodzących między łączonymi ściankami. Należy zauważyć, że lokalnie naprężenia zastępcze znacznie przekraczają nawet wytrzymałość na rozciąganie  $f_u$ .

Badano także śrubowe połączenia cierne oraz udział sił tarcia między łączonymi ściankami w ich całkowitej nośności, przy współczynniku tarcia wynoszącym 0,2 lub 0,4.

W pracy [28] badano jednośrubowe połączenia ścianek o grubościach 1,5, 1,6, 2,35 i 2,5 mm na śruby M12. Zachowanie łączonych blach zilustrowano na wykresach "obciążenie-przemieszczenie" (rys. 1.8). Porównano niszczące wartości nośności połączenia dwuciętego obliczone wg norm kilku krajów, wychodząc z analogicznej do wyrażenia (1.4) zależności na docisk  $F_b$  pojedynczej śruby [29]:

$$F_b = \alpha_b \cdot d \cdot t \cdot f_u, \qquad (1.5)$$

gdzie:  $\alpha_b$  - współczynnik wytrzymałości, oznaczony przez  $\alpha$  w pracy [28], zmieniający się w zależności od wartości wzajemnych przemieszczeń  $\delta$  łączonych ścianek, odpowiadający wielkości oznaczonej literą *C* we wzorze (1.4); proponuje się przyjmować równy:

 $\alpha_b = 30 \cdot \delta$ , gdy  $\delta \le 0.02$  mm,

 $\alpha_b = 1,25(\delta - 0,02) + 0,6$ , gdy 0,02 mm  $\leq \delta \leq 0,4$  mm,

 $\alpha_b = 0.85 \cdot \ln[(\delta - 0.05)/0.35] + 1.075$ , gdy 0.4 mm  $\leq \delta \leq 3.0$  mm.



Rys. 1.8. Teoretyczne i doświadczalne krzywe zależności "obciążenie-przemieszczenie", dotyczące dwuciętego połączenia na 1 śrubę M12 różnej grubości blach ze stali G300 i G550 [28]

Fig. 1.8. Theoretical and experimental curves of the relation "load-displacement" concerning a double-cut joint for one bolt M12 connecting steel sheets G300 and G550 of various thicknesses [28]

Według normy krajowej [140] należałoby – bez względu na wartości  $\delta$  – przyjąć  $\alpha$  = 2,5, co wg [28] w przypadku badanego łącznika M12, łączącego ścianki o grubości 3,0 mm, ze stali  $f_u$  = 550 MPa, dałoby wartość  $F_b$  = 49,5 kN. Nośność tej śruby na docisk na podstawie norm amerykańskiej [126], brytyjskiej [128] i kanadyjskiej [145] wynosiłaby 59,4 kN. W odniesieniu do ścianek ze stali o wytrzymałości równej  $f_u$  = 450 MPa wartości nośności śruby M12 na docisk wynosiłyby odpowiednio 40,5 kN i 48,6 kN. O tym, że nośność śruby na docisk zależy od wartości przemieszczeń  $\delta$ , mają przekonać przedstawione w pracy, na wspólnym wykresie, ścieżki równowagi statycznej, uzyskane w przypadku połączenia ścianek o grubościach t równych 1,5 mm, 1,6 mm, 2,35 mm. Krzywe doświadczalne porównano z wynikami teoretycznymi, otrzymanymi za pomocą MES.

Według normy europejskiej [133] nośność obliczeniowa śruby na docisk nie zależy od przemieszczeń  $\delta$  między łączonymi blachami. Należy ją obliczać ze wzoru:

$$F_{b,Rd} = \frac{K_1 \cdot \alpha_b \cdot f_u \cdot d \cdot t}{\gamma_{M2}};$$
(1.6)

gdzie:  $\alpha_b$  - jest mniejsze od  $\alpha_d$ ,  $f_{ub}/f_u$  lub 1,0,

- d średnica śruby,
- $d_o$  średnica otworu,
- grubość ścianki,
- $f_{ub}$  wytrzymałość na rozciąganie stali śruby,
- $f_{\mu}$  wytrzymałość stali na rozciąganie,
- $\gamma_{M2}$  częściowy współczynnik bezpieczeństwa dla łączników mechanicznych, wg [133] wynosi  $\gamma_{M2} = 1,25$ ,

w przypadku zilustrowanym na rys. 1.9 należy przyjąć:

dla śrub w przekroju 1-1:  $\alpha_d = e_1/3d_o \text{ oraz } k_1 < 2,8 \cdot e_2/d_o - 1,7 \text{ lub } 2,5;$ 

dla śrub w przekroju 2-2:  $\alpha_d = p_1/3d_o - \frac{1}{4}$  oraz  $k_1 < 1, 4 \cdot p_2/d_o - 1,7$  lub 2,5.



Rys. 1.9. Oznaczenia w rozmieszczeniu łączników [133] Fig. 1.9. Symbols for spacing of fasteners [133]

## 1.2. Przegląd i analiza literatury

W zakładkowym połączeniu jednociętym na śruby, gdy istnieje tylko jeden szereg śrub (jak w przekroju 1-1 na rys. 1.9), wówczas należy wprowadzać podkladki zarówno pod główkę, jak i nakrętkę, natomiast nośność śruby na docisk ustalać z uwzględnieniem warunku:

$$F_{b,Rd} \le 1.5 \cdot f_u \cdot d \cdot t / \gamma_{M2}. \tag{1.7}$$

Należy zauważyć, że istnieją różnice między dociskami trzpienia śruby do ścianek w otworach w połączeniach dwuciętych oraz jednociętych. Zginanie trzpienia, choć różne, występuje w obu przypadkach, w drugim jednak przypadku zginaniu dodatkowo towarzyszy przechylanie się trzpienia śruby w otworach; bryła naprężeń dociskowych na grubości łączonych blach ma zdecydowanie odmienny kształt.



Rys. 1.10. Śrubowe połączenia jednocięte kształtowników giętych o przekrojach ceowych: a) połączenia dwu belek, b) połączenia belki ze słupem [27] Fig. 1.10. Sincle out belki i interfection do statu i belki ze słupem [27]

Fig. 1.10. Single-cut bolt joints of bent cold-formed channel sections: a) the joints of two beams, b) the joints of beam to column [27]

Wyniki badania czterech różnych połączeń belek i słupów o przekrojach ceowych (rys. 1.10), skonstruowanych za pośrednictwem pojedynczego kątownika równoramiennego  $\_60\times60\times1,6$  lub nierównoramiennego  $\_135\times60\times3,0$ , przedstawiono w pracy [27]. Ścianki ceowników giętych o grubościach 1,6 i 2,0 mm łączono ze sobą przy użyciu wkrętów samowiercących i samogwintujących Ø5,5, nitów jednostronnych Ø4,75 oraz śrub M12, kl. 4.6.

Na wspólnych wykresach porównano zachowanie się połączeń na poszczególne rodzaje łączników, skonstruowanych między dwiema belkami oraz między belką i słupem. Obciążenie skupione przykładano do jednego z łączonych elementów na określonym mimośrodzie względem badanego połączenia. W przypadku równocześnie zginanych i ścinanych połączeń zilustrowano zależności zachodzące między obciążeniem i wzajemnym pionowym przemieszczeniem łączonych belek (nawet przekraczającym 15 mm), a także obciążeniem i kątem obrotu w połączeniu. Opracowano wiele wniosków i zaleceń konstrukcyjnych dotyczących tego typu rozwiązań.

Podobne węzły, w ramach zaprojektowanych z kształtowników cienkościennych, badali autorzy prac [88], [89], [90]. Porównywali oni wyniki doświadczalne z rezultatami uzyskanymi na drodze obliczeń wykonanych na podstawie zaproponowanego algorytmu obliczeniowego. Analizę porównawczą wykonano na wykresach "sztywność połączenia-obciążenie" w dwóch przypadkach, tj. kiedy algorytm uwzględniał i kiedy nie uwzględniał lokalnej utraty stateczności w ściankach kształtowników giętych.



Rys. 1.11. Schemat modelu ramy z kształtowników giętych [88] Fig. 1.11. Scheme of the model of a frame with bent cold-formed sections [88]

W pracy [88] omówiono wyniki badań wykonanych na modelu ramy dwukondygnacyjnej, zaprojektowanej z pojedynczych ceowników otwartych  $[70\times45\times0,5 - wg$ serii 1 oraz półzamkniętych:  $[70\times45\times8\times0,5 - wg$  serii 2 i  $[70\times45\times12\times0,5 - wg$  serii 3 (rys. 1.11). Badano także ramy z kształtowników o grubościach ścianek 0,8 mm i 1,0 mm. Pręty w narożach połączono za pomocą kątowników równoramiennych  $\lfloor 75\times75$  o grubościach ścianek 4,7 mm (C1), 5,5 mm (C2), 7,5 mm (C3) i 8,4 mm (C4), łącząc każdą ze ścianek kątownika dwiema śrubami M8 (w otworach Ø9) z odpowiednimi ściankami przekroju łączonych prętów. Na wykresie – w przypadku prętów ramy wykonanych z  $[70\times45\times0,5, połączonych ze sobą za pomocą <math>[75\times75$ o czterech różnych grubościach C1÷C4 – zilustrowano zależność między obciążeniem *P* i ugięciem pod siłą *P* (rys. 1.12). Z kolei, krzywe na rys. 1.13 ilustrują wpływ trzech rozważanych przekrojów prętów ramy na ugięcie rygla pod siłą *P*, w przypadku gdy elementem łączącym pręty w węzłach jest w trzech ramach kątownik  $\lfloor 75\times75\times8,4$ . Jak można zauważyć, przekroje półzamknięte w istotny sposób poprawiają sztywność rygli ram.



- Rys. 1.12. Zależność "obciążenie-ugięcie" obciążonego rygla ramy z prętów o przekroju [70×45×0,5 połączonych za pomocą kątowników o 4 różnych grubościach [88]
- Fig. 1.12. Relation "load-deflection" of a loaded spandrel beam of a frame with bars [70×45×0,5 connected by means of angle profiles with four different thicknesses [88]



- Rys. 1.13. Zależności "obciążenie-ugięcie" rygli ram zaprojektowanych z przekrojów otwartych oraz półzamkniętych przy użyciu w węzłach 275×75×8,4 [88]
- Fig. 1.13. Relation "load-deflection" of spandrel beams of a frame, designed with open and halfclosed cross-sections applying \_75×75×8,4 in the nodes [88]

Na rys. 1.14 porównano dwie krzywe "obciążenie-ugięcie" otrzymane kolejno wg doświadczenia i na drodze obliczeń wykonanych na podstawie zaproponowanej metody analitycznej.

W artykule [96] przedstawiono kilka propozycji rozwiązania konstrukcji styku w narożu ramy zaprojektowanej z rurowych kształtowników giętych o przekrojach prostokątnych RP150×50×4 i RP150×50×5. Odcinki rygla i słupa, o długościach odpowiednio równych 822 mm i 1058 mm, połączono ze sobą w elementach próbnych pod kątem 105°. Badano trzy przypadki konstrukcyjne styków:

 kształtowniki rurowe były spawane czołowo do blachy, wprowadzonej między odcinkami rygla i słupa;

# 1.2. Przegląd i analiza literatury

- rygiel ze słupem został połączony doczołowo za pomocą 8 śrub M16 (rys. 1.15);
- do połączenia rygla ze słupem użyto specjalnej kształtki spawanej z blach, które od wewnątrz szczelnie przylegały do ścianek przekrojów rygla i słupa, natomiast 8 śrub M16 "przebijało" na wskroś ścianki kształtowników oraz blachy kształtki, przechodząc przez otwory Ø18 (rys. 1.16).



- Rys. 1.14. Porównanie wyników doświadczalnych i teoretycznych dla zależności "obciążenie-ugięcie" w ryglu ramy z ceowników otwartych o grubościach ścianek 0,5 mm [88]
  Fig. 1.14. Comparison of experimental and theoretical results for the relation "load-deflection" in the
- spandrel beam of open channel sections with walls 0.5 mm thick [88]



Rys. 1.15. Śrubowe połączenie doczołowe rygla ze słupem [96] Fig. 1.15. Bolted end plate joint of the spandrel beam with the column [96]

Wszystkie elementy próbne poddawano rozciąganiu lub ściskaniu mimośrodowemu (rys. 1.17). Liczne wyniki badań przedstawiono na wykresach "moment zginający-kąt obrotu".



- Rys. 1.16. Śrubowe połączenie zakładkowe rygla ze słupem przy użyciu specjalnej kształtki spawanej z blach [96]
- Fig. 1.16. Bolted lap-joint of the spandrel beam with the column, using special welded pipe-shaped sheets [96]



Rys. 1.17. Sposób obciążenia naroża ramy w elemencie próbnym zakotwionym w maszynie wytrzymałościowej [96]

Fig. 1.17. Way of loading of the joint of the frame in the test element fastened in a testing machine [96]

Analizując te dość skomplikowane rozwiązania konstrukcyjne styków w narożach ram – w aspekcie warsztatowym przygotowania końcówek łączonych prętów – konkurencyjne i racjonalne wydają się połączenia zakładkowe na sworznie jednostronne BOM, zastosowane w przykładowych ramach, opisanych w rozdziale 8 niniejszej pracy.

W elementach próbnych, także przypominających węzły prostych ram, badane były dwucięte, równocześnie zginane i ścinane, połączenia na śruby M16, klasy 8.8, osadzone w otworach Ø18. Wyniki badania węzłów, w których środniki dwóch ceowników półzamkniętych o grubościach ścianek 1,6 mm, 2,0 mm lub 2,5 mm łączono za

## 1.2. Przegląd i analiza literatury

pośrednictwem blach węzłowych o grubościach 6 mm, 10 mm i 16 mm, opisano szczegółowo w pracach [25], [29], [98], [122]. W pracy [25] omówiono badania przemieszczeń poziomych pod poziomym obciążeniem skupionym, przykładanym do wspornikowego słupa dwugałęziowego o przekroju 2E150×65×2,5, w odległości 1,35 m od środka ciężkości śrub (rys. 1.18). Gałęzie słupa połączono z blachą pionową podstawy o grubości 6 oraz 10 mm, przy użyciu 2, 3 i 4 śrub.



Rys. 1.18. Zginane i ścinane zakładkowe połączenia śrubowe gałęzi słupa z podstawą: a) schemat obciążenia elementu próbnego, b) badane połączenia [25]

Fig. 1.18. Bent and sheared lap-joints of the branch of a column with a base: a) the test element, b) investigated joints [25]

Zachowanie się trzech rodzajów połączeń zilustrowano na wykresie "moment-kąt obrotu" (rys. 1.19). Obserwowano trzy przypadki uszkodzeń, polegających: w połączeniu 2-śrubowym na zniszczeniu pionowego żeberka podstawy słupa w okolicach otworów na śruby, w połączeniu 3-śrubowym na zniszczeniu żeberka podstawy słupa

w okolicach otworów na śruby oraz środników ceowników w przekroju słupa oraz 4-śrubowym na zniszczeniu środników ceowników w przekroju słupa [25]. Sztywności obrotowe – jak stwierdzono we wnioskach – okazały się proporcjonalne do liczby śrub w badanych połączeniach [29].







Rys. 1.20. Naroża ram z połączeniami zakładkowymi na śruby: a) schemat obciążenia elementu próbnego, b) badane konstrukcje naroży [25] Fig. 1.20. Owing of forman with hard schematickie naroży [25]

Fig. 1.20. Quoins of frames with lap-joints for bolts: load diagram of the test element, b) investigated constructions of the quoins [25]

Trzy różne rozwiązania konstrukcyjne naroża ramy badano na elementach próbnych, w których dwa pręty o przekrojach 2[150×65×2,5 przecinały się pod kątem prostym (rys. 1.20).

## 1.2. Przegląd i analiza literatury

Naroża skonstruowano za pomocą dwu połączeń wykonanych na 3 lub 4 śruby oraz blach węzłowych trójkątnych (A6), prostokątnych (B8) i ściętych w narożu (P8), wykonanych ze stali walcowanej na gorąco. Połączenia w narożu były zginane i ścinane siłą przyłożoną wzdłuż przekątnej, łączącej węzeł podparcia elementu z węzłem obciążanym. Zachowanie się połączeń ilustrują ścieżki równowagi na wykresie "moment-kąt obrotu" (rys. 1.21). Naroże typu BC-P8 (por. rys. 1.20) było zdecydowanie sztywniejsze od pozostałych przypadków konstrukcyjnych.



Rys. 1.21. Ścieżki równowagi statycznej "moment-kąt obrotu" sześciu badanych połączeń [25]
 Fig. 1.21. Paths of statical equilibrium "momentum-angle of rotation" concerning six investigated joints [25]

W pracy [25] opisano także model ustroju przestrzennego, który tworzą 2 ramy o rozpiętości rygla – 1,414 m i wysokości słupa – 1,97 m, odległe od siebie o 1,414 m, połączone podłużnymi prętami poziomymi. Pręty ram wykonano z podwójnych kształtowników o przekroju ceowym wysokości 150 mm. Ramy obciążano zróżnicowanymi co do wartości skupionymi siłami poziomymi. Wyniki zilustrowane na wykresach "moment – kąt obrotu" odnosiły się do jednego tylko zbadanego modelu, dostarczyły więc ilościowego obrazu o zachowaniu się tylko tego układu przestrzennego; wyników badań nie można było bezpośrednio przenieść na inne rozwiązanie konstrukcji ram, np. z kształtownikami o wyższych przekrojach oraz innym rozmieszczeniem śrub w połączeniach.

Autorzy artykułów [98], [122] badali węzły, w których dwugałęziowe pręty o przekrojach 2[150×65×1,6 (lub 2,0) łączono z blachami węzłowymi o grubościach 6, 10 i 16 mm przy użyciu śrub M12 (rys. 1.22). Nakrętki dokręcano momentem wynoszącym 50 Nm, powodując częściowe sprężenie śrub w połączeniu. Blachy węzłowe w narożach zostały bądź wykrojone pod kątem prostym (serie B1), bądź przykrojone ze ścięciami 50×50 mm (serie B2).

Spośród 16 elementów próbnych 9 dotyczyło węzła, w którym dwa rygle łączą się ze słupem za pośrednictwem blachy węzłowej w kształcie krzyża (rys. 1.22a, b), a 7 – połączenia rygla ze słupem oraz blachą węzłową w kształcie teowym (rys. 1.22c, d). W połączeniach zmieniano rozstawy śrub *S*, przyjmując je równe 90, 180 i 240 mm. Każdy z badanych elementów próbnych był inny, różnił się bowiem rozmieszczeniem śrub oraz grubością i kształtem blachy węzłowej.

Element próbny S a) b) seria B1 30 90 30 1106 S N 815 1106 DA badane seria B2 B połączenie 30 S 2000 2000 Element próbny E c) d) seria B1 30 90 30 1106 C A 1106 badane seria B2 ÅВ połączenie 30 2000

Rys. 1.22. Naroża ram z połączeniami dwuciętymi na śruby: a) i c) schematy obciążenia elementów próbnych, odpowiednio S i E, b) i d) rozmieszczenie śrub oraz kształty blach węzłowych, odpowiednio w elementach próbnych S i E [98]

Fig. 1.22. Quoins of frames with double-cut joints for bolts: a) and c) load diagrams of test elements S and E, respectively, b) and d) distribution of the bolts and shapes of gusset plates in test elements S and E, respectively [98]

Sporządzono krzywe, które odniesiono na wykresach do współczynnika  $\psi$  oraz kąta obrotu zachodzącego w połączeniu; współczynnik  $\psi$  jest ilorazem momentu przenoszonego przez połączenie do momentu równego nośności obliczeniowej łączonego przekroju. Przykładowo, zależności " $\psi$  – kąt obrotu" węzła jak na rys. 1.22b, przy odległościach S równych kolejno 90, 180 i 240 mm, przy grubościach blachy węzłowej 10 mm (A1) i 16 mm (A2), w przypadku prętów z kształtowników ceowych o grubości ścianek 2,0 mm, przedstawiają krzywe na rys. 1.23a. Przykładowo, krzywa

#### 1.2. Przegląd i analiza literatury

oznaczona jako S180A2 dotyczy elementu próbnego S wg rys. 1.22a, przy rozstawie śrub S = 180 mm i grubości blachy węzłowej 16 mm. Zależność " $\psi$ - kąt obrotu" elementu próbnego typu E (wg rys. 1.23c), przy S = 180 lub 240 mm oraz grubości blach węzłowych 10 mm (C1) i 16 mm (C2) ilustruje rys. 1.23b.



Rys. 1.23. Zależność "ψ- kąt obrotu" naroży ram typu: a) S z blachami węzłowymi wg serii B1 o grubościach 10 mm (A1) i 16 mm (A2), b) E z blachami węzłowymi wg serii B1 o grubościach 10 mm (C1) i 16 mm (C2) [98]

Fig. 1.23. Relation " $\psi$ - angle of rotation" of the quoins of frames type: a) S with gusset plates according to series B1, 10 mm (A1) and 16 mm A2) thick, b) E with gusset plates according to series B1, 10 mm (C1) and 16 mm C2) thick [98]

Aby mieć pełniejszy obraz o wykonanych badaniach, warto jeszcze przytoczyć dwa wykresy, dotyczące elementów próbnych o takich samych przekrojach łączonych prętów (rys. 1.24). Na pierwszym wykresie (por. rys. 1.24a) można porównać zachowanie się połączeń w węzłach typu S i typu E z blachami węzłowymi o grubościach 10 mm i ścięciami  $50 \times 50$  mm w narożach (D1), przy rozstawach śrub S = 180 lub 240 mm. Na drugim wykresie (por. rys. 1.24b) – dotyczącym tych samych typów węzłów, lecz mniejszych grubości blach węzłowych 6,0 mm (D4) – można zauważyć znaczne zmniejszenie nośności połączenia.

43



- Rys. 1.24. Zależność ", $\psi$  kąt obrotu" naroży ram typu S i E z blachami węzłowymi wg serii B2 o grubościach: a) 10 mm, b) 6 mm [98]
- Fig. 1.24. Relation " $\psi$  angle of rotation" of the quoins of frames types S and E with gusset plates according to series B2: a) 10 mm thick, b) 6 mm thick [98]



- Rys. 1.25. Naroża ram z zakładkowymi połączeniami na śruby: a) schemat obciążenia elementu próbnego, b) konstrukcje elementów próbnych [29]
- Fig. 1.25. Quoins of frames with lap-joints for bolts: a) load diagram of the test element. b) constructions of test elements [29]

### 1.2. Przegląd i analiza literatury

W artykule [122] analizowano rozkład sił działających na łączniki w 4-śrubowym połączeniu rygla ze słupem, w węźle jak na rys. 1.22a. Wyznaczono najbardziej wytężony, równocześnie zginany i ścinany przekrój rygla. Na podstawie wyników wykonanej analizy wytrzymałościowej stwierdzono, iż w wyznaczonym przekroju krytycznym rygla, zginanym i ścinanym, przekroczony został warunek interakcyjny.

Wyniki badania ściskanego i zginanego styku w załamanym w kalenicy ryglu o przekroju z dwóch półzamkniętych ceowników  $2[150\times65\times15\times1,6$  (rys. 1.25) przedstawiono w pracy [29]. Styk skonstruowano za pomocą dwu 4-sworzniowych połączeń na śruby M12 i blachy węzłowej grubości 10 mm. W obu połączeniach zmieniano w poszczególnych elementach próbnych odległości *S* między śrubami. Osie odcinków rygla przecinały się bądź pod kątem prostym, bądź rozwartym. Wyniki porównano na wykresach "moment-kąt obrotu" z wynikami, uzyskanymi metodą elementów skończonych na drodze symulacji komputerowej.

W trzech pracach [29], [30], [50] zamieszczono wyniki doświadczalne i analityczne badania zakładkowego styku śrubowego w wieloprzęsłowych płatwiach o przekrojach z cienkościennych zetowników. Na modelach zastępczych o rozpiętościach  $L_r$  (rys. 1.26), aproksymujących wytężenie stref podpór pośrednich płatwi, badano wpływ uciąglającego je zakładu o długości  $2L_r$ . Styk tworzą jednocięte połączenia na śruby M16, klasy 8.8, pomiędzy dwoma przylegającymi do siebie pionowymi ściankami kształtowników. Śruby, po założeniu w otworach  $\emptyset$ 18, zostały częściowo sprężone poprzez dokręcenie nakrętek momentem wynoszącym 50 Nm.

Badano 26 modeli zastępczych jak na rys. 1.26 z symetrycznymi połączeniami usytuowanymi w połowie długości  $L_t$ , wynoszących kolejno 2,4 m, 3,6 m, 4,0 m i 6,0 m. Wysokości kształtowników wynosiły 150 i 250 mm, grubości łączonych ścianek – 1,5 mm, 1,7 mm i 2,5 mm. Liczba śrub w połączeniu wynosiła 12 lub 16, tj. odpowiednio po 6 i 8 śrub w jednociętych stykach między pionowymi ściankami zetowników. Śruby rozmieszczano w odległościach  $L_p$  równych 90, 120, 150, 300, 450 i 750 mm. Zachowanie się styku przykładowo w belce o rozpiętości 3,6 m, w przypadku kształtowników o wysokości 150 mm i grubościach ścianek 1,5 mm, przy odległościach pomiędzy śrubami wynoszących 90, 150, 300 i 450 mm, ilustrują ścieżki równowagi statycznej na rys. 1.27a. Rysunek 1.27b przedstawia zależność  $M_S - \theta_e$ belek o rozpiętości 6,0 m i przekroju o wysokości 250 mm, przy odległościach  $L_p$ równych kolejno 150, 250, 500 i 750 mm. Bardzo charakterystyczny jest w badanych połączeniach nagły spadek nośności na zginanie po przekroczeniu określonej wartości momentu.

45







Rys. 1.27. Ścieżki równowagi statycznej M<sub>s</sub> – θ<sub>e</sub> styku w belkach o rozpiętości i wysokości przekroju odpowiednio: a) 3,6 m i 150 mm, b) 6,0 m i 250 mm, c) schemat obciążenia i wielkości charakteryzujące ugięcie [50]

Fig. 1.27. Paths of statical equilibrium  $M_s - \theta_e$  of the contact in the beams with a span and crosssection of the height: a) 3,6 m and 150 mm, b) 6,0 m and 250 mm, respectively, c) load diagram and quanties characterizing the bending [50]

#### 1.2. Przegląd i analiza literatury

Autorzy artykułu [48] badali połączenia zakładkowe blach o grubościach 2,0 mm, 4,0 mm, 6,0 mm, obciążone osiowo oraz mimośrodowo, pod kątem współpracy lekkiej obudowy z konstrukcją nośną hal. Jako łączników użyto nitów jednostronnych o średnicy 6,0 mm. Badania miały także na celu doświadczalne zweryfikowanie możliwości zastosowania nitów do wzmacniania prętów z kształtowników giętych, na drodze poznania ścieżek równowagi statycznej i mechanizmów zniszczenia w tego typu połączeniach.

Próby rozwiązania konstrukcji śrubowego połączenia belek ze słupami, o przekrojach zaprojektowanych z kształtowników giętych, podjęli autorzy prac [74], [80]. W [74] zaproponowano połączenie zakładkowe, przenoszące momenty zginające i siły poprzeczne, którego konstrukcja może budzić pewne zastrzeżenia w odniesieniu do stateczności blach węzłowych, a także wykonania styku na placu budowy. W artykule [80] proponuje się doczołowe połączenie między belką i słupem, wykonane przy użyciu śrub M16 i blachy czołowej 16,0 mm, przyspawanej do belki. Przekrój belki stanowią dwa ceowniki gięte o wysokości 250 mm i grubości ścianki 2,0 mm, a słupa – dwa kształtowniki kapeluszowe o grubości ścianek 4,75 mm. Wykonano badania doświadczalne i analityczne. Autorzy powołują się na opracowany model matematyczny, natomiast w artykule podają jedynie wzory na zależności, zachodzące w połączeniu doczołowym między momentem zginającym, sztywnością początkową, sztywnością wzmocnienia oraz kątem obrotu. Na wykresach porównano wyniki doświadczalne z teoretycznymi.

Wyniki doświadczalnych i numerycznych badań zakładkowych połączeń na śruby zamieszczono w artykule [46]. Dotyczą one rozkładu sił wewnętrznych w zginanym styku belki dwuteowej, której pasy o grubościach 14,5 mm połączono za pomocą pojedynczych nakładek, każdy przy użyciu 6 śrub M20, kl. 8.8. Autorzy przedstawili ponadto interesujące wyniki badania jednośrubowego połączenia jednociętego blach o grubości 14,0 mm w dwóch przypadkach: w pierwszym trzpień śruby, na grubości łączonych blach, nie był gwintowany, w drugim – był gwintowany. Wyniki badania porównano na wykresach z wynikami obliczeń uzyskanymi metodą elementów skończonych. Podatność połączenia w rzeczywistości okazała się większa aniżeli wskazywały wyniki symulacji komputerowej.

W ostatnich latach liczne też były badania krajowe i zagraniczne sprężonych połączeń nakładkowych blach o grubościach od 6,0 mm wzwyż, na śruby dwucięte [51], [52], [53], [54], [55], [93], [94]. Połączenia sprężone, które są mało odkształcalne, mają jednocześnie odpowiednio dużą sztywność. Porównywano wyniki badań doświadczalnych z wynikami symulacji komputerowych, wykonanych za pomocą MES, niezwykle przydatnych w rozwoju wiedzy o połączeniach. W pracach [51], [52], [53],

#### 1. Wprowadzenie

[55] połączenia sprężone modelowano elementami płaskimi, pomijając w analizach wpływ zjawisk kontaktowych na zachowanie się połączeń. Zjawiska kontaktowe zostały uwzględnione w pracy [91], w której przedstawiono modelowanie w zachowaniu się połączenia sprężonego zjawisk tarcia i poślizgu. W pracach [54], [93], [94] zamieszczono z kolei wyniki przestrzennej analizy nakładkowych połączeń śrubowych, również wykonanej za pomocą MES, z uwzględnieniem zjawisk kontaktowych. W [93], [94] porównano na wykresach "obciążenie-przemieszczenie" wyniki teoretyczne, wg zaproponowanego modelu (w ujęciu MES), z rezultatami badań doświadczalnych połączenia na śruby sprężone i niesprężone. W modelu analizowano połączenia z trzema różnymi współczynnikami tarcia: 0,1, 0,2, 0,3. Badano połączenie dwucięte na jedną śrubę M20, klasy 10.9 (w otworze Ø22), które stwarzało możliwość obserwacji podstawowych zjawisk zachodzących w połączeniu (m.in. rozwój stref plastycznych w kontakcie trzpienia śruby ze ścianką w otworze), nie zakłócanych wpływem sąsiednich łączników. W elemencie próbnym dwie nakładki o grubościach 6 mm obejmowały blachę grubości 12 mm.

Opracowanie modelu obliczeniowego, uwzględniającego zjawiska kontaktowe, wymaga przeprowadzenia wielu analiz teoretycznych i badań doświadczalnych. Opisanie teoretyczne tych zjawisk w sposób ścisły jest trudne, gdyż doświadczalna ich obserwacja jest praktycznie niemożliwa ze względu na brak bezpośredniego dostępu. Z uwagi jednak na decydujący wpływ zjawisk kontaktowych na zachowanie się połączeń nie mogą one być pominięte w obliczeniach. Opracowanie procedury obliczeniowej wymaga uwzględnienia takich czynników, jak: średnica i klasa śrub sprężających, stopień sprężenia, liczba śrub w połączeniu i sposób ich rozmieszczenia, luzy w otworach, grubość łączonych blach, rodzaj powierzchni styku i zależny od niej współczynnik tarcia, gatunek stali. Z tego powodu prowadzone w tym zakresie badania krajowe, opisane m.in. w [54], [93], [94], wymagają szczególnego zauważenia.

Ostatnio prowadzono także wiele badań doświadczalnych pod kątem zachowania się cienkościennych przekrojów giętych, poddawanych zginaniu z równoczesnym rozciąganiem lub ściskaniem, a także przy skręcaniu. Na drodze doświadczalnej sprawdzano zachowanie się m.in. przekrojów zetowych [64], [84], kapeluszowych [5], [39], ceowych półzamkniętych [5], również z uwzględnieniem stateczności lokalnej i ogólnej [4]. Proponuje się modele matematyczne, pozwalające sprawdzać stany wy-tężenia w badanych przekrojach. Często analizowano elementy próbne wykonując symulacje komputerowe i wykorzystując metodę elementów skończonych.

W Europie istnieje obecnie kilka systemów konstrukcyjnych obiektów w całości zaprojektowanych z kształtowników giętych [111]. Nie wiadomo, czy jednocięte połą-

#### 1.2. Przegląd i analiza literatury

czenia zakładkowe stosowane przykładowo w szwedzkim systemie konstrukcyjnym Llentab [135] były poprzedzone badaniami doświadczalnymi lub analitycznymi? Brak w literaturze informacji na ten temat. Połączenia ścianek o grubościach 3,0 i 4,0 mm są w tym przypadku wykonywane przy użyciu częściowo sprężonych śrub M12, kl. 8.8. W pracy [36] opisuje się uzupełniające badania systemu konstrukcyjnego Lindab, wg którego z kształtowników giętych projektuje się hale o rozpiętościach do 13,0 m oraz mieszkalne budynki jednorodzinne, a także lekkie stropy i dachy.

Według rozeznania autora niniejszej pracy znacznie więcej badań eksperymentalnych zrealizowano w zakresie połączeń doczołowych na śruby, aniżeli połączeń zakładkowych. Z tego powodu zdecydowano się omówić pokrótce ważniejsze z nich, chociaż niezwiązane bezpośrednio z tematem niniejszej pracy; autor zapoznał się z nimi w aspekcie obciążeń naprzemiennych w badanych węzłach, które realizował także w swoich badaniach. Badania przede wszystkim dotyczyły różnie skonstruowanych połączeń doczołowych belek ze słupami, o przekrojach z kształtowników walcowanych na gorąco. Sztywność połączeń doczołowych w dużej mierze zależała od sposobu skonstruowania styku doczołowego [8], [13]. W pracy [35] analizowano kształt pętli histerezy, opisującej zależność "moment zginający – kąt obrotu", ilustrującej zachowanie się doczołowego połączenia na śruby M20, kl. 6.6, łączącego rygiel ze słupem. Obciążenia naprzemienne realizowano przykładając siłę skupioną bądź wzdłuż osi słupa, bądź prostopadle do niego, na określonych mimośrodach względem połączenia.

Na uniwersytecie w Trento wykonano badania doświadczalne połączeń doczołowych na śruby M16 i M20, klasy 8.8, które poddawano cyklicznym obciążeniom naprzemiennym momentem zginającym. Blachy doczołowe "zamykające" kształtownik IPE 300 miały grubości 12 i 18 mm. W elementach próbnych zróżnicowano rozmieszczenie 4 lub 8 śrub na wysokości kształtownika, usytuowując je także poza jego wysokością. Sporządzono wykresy  $M-\phi$  i porównywano dyssypację energii w danym połączeniu, w zależności od liczby powtórzeń cyklicznych na danym poziomie obciążenia [6].

Udaną próbę symulacji ścieżek równowagi statycznej, które zastąpiono liniami łamanymi, przedstawiono w pracy [33]. Badania dotyczyły obciążanych w sposób naprzemienny połączeń doczołowych, skonstruowanych za pomocą śrub M20 i M24 oraz blach doczołowych o grubościach równych 18 i 20 mm.

W pracy [60] zaproponowano algorytm obliczania zginanych naprzemiennie połączeń, przy różnych grubościach blach doczołowych oraz zróżnicowanym rozmieszczeniu śrub. Otrzymane na drodze doświadczalnej pętle histerezy pokrywały się z pętlami obliczonymi na podstawie algorytmu, z dokładnością 10 %.

### 1.2. Przegląd i analiza literatury

1. Wprowadzenie

Na uwagę zasługują wykonane w kraju obszerne badania doświadczalne i analityczne ram z węzłami podatnymi, opisane w pracach [43], [44], [45], [57], [62], [63], [85], [86], [87]; najczęściej bowiem badano węzły izolowane z ramowego układu konstrukcyjnego.

W pracach [43], [44], [45] autor przedstawił własne modele obliczeniowe MES stalowych ram płaskich z węzłami podatnymi, które zweryfikował na drodze doświadczalnej. Analizował różne aspekty statecznościowego zachowania się konstrukcji, wykorzystując zaawansowane modele teoretyczne i przyrostową analizę geometrycznie i fizycznie nieliniową, z dyskretyzacją konstrukcji na superelementy (elementy liniowe). Sprężyny superelementu reprezentujące węzły podatne rozpatrywał integralnie z łączącym je elementem prętowym. Wykonał badania doświadczalne na modelach ram z połączeniami spawanymi i czołowymi na śruby, które umożliwiły ocenę takich czynników, jak stężenia poprzeczne rygla, rozmieszczenie śrub w połączeniach, a także zróżnicowane obciążenia rygla siłami ściskającymi oraz rozciągającymi. Uzyskano dobrą zgodność wyników teoretycznych i doświadczalnych, zilustrowanych na wykresach  $M-\phi$ .

W pracy [57] przedstawiono wyniki badań analitycznych i doświadczalnych szkieletowych budynków o konstrukcji stalowej z węzłami półsztywnymi, w tym także z ryglami zespolonymi. Autor opracował analityczny model węzła zespolonego przy użyciu metody składnikowej oraz program komputerowy, pozwalający określać nośność węzła, sztywność początkową i zdolność obrotu. Wykorzystując dostępne programy komputerowe z liniowymi modelami węzłów, przeanalizował statykę wielokondygnacyjnych układów ramowych, przy wprowadzeniu do obliczeń zastępczych sztywności siecznych węzłów. Przedstawił ponadto wyniki unikatowych badań doświadczalnych, które wykonał na ramach stalowych w skali naturalnej.

Badania 25 modeli dwunawowych ram jednokondygnacyjnych opisano w [62], [63]. Celem badań było oszacowanie wpływu podatności połączenia słupa z fundamentem na długość wyboczeniową słupa i zachowanie się konstrukcji przechyłowej. W ramach ze słupami z kształtowników giętych na zimno (słupy skrajne – RK 60×60×4, słup środkowy – RK 70×70×4) i ryglami o przekrojach dwuteowych (IPE 100) różnicowano konstrukcję połączenia słupa z fundamentem, zmieniając grubość blachy podstawy, liczbę śrub kotwiących i ich rozmieszczenie. Ramy poddawano działaniu narastających obciążeń pionowych i obciążenia poziomego, rejestrując przemieszczenia kątowe i liniowe oraz naprężenia w wybranych punktach i przekrojach.

Wyniki badań doświadczalnych ram stalowych, zaprojektowanych z rur prostokątnych, z podatnymi połączeniami omówiono w [85], [86]. W [87] przedstawiono badania ram wykonanych w skali naturalnej z dwuteowników o przekrojach ażurowych i pełnościennych, bez współpracy z płytami pokrycia dachowego i przy jej uwzględnieniu. Porównano pomierzone sztywności układu ram ze sztywnościami obliczonymi na podstawie koncepcji modelu analitycznego autora.

W [43] można znaleźć wiele informacji na temat opracowań zagranicznych. Prace zamieszczone w różnych czasopismach i materiałach konferencyjnych doczekały się syntezy w licznych monografiach, m.in. autorstwa Chena i współautorów [23]. Organizowano specjalne warsztaty naukowe, realizowano międzynarodowy program badawczy COST 1 koordynowany przez Wspólnotę Europejską. Z krajowych pozycji w tym zakresie należy wymienić monografie Bródki i współautorów [17], [20] oraz materiały warsztatów naukowych [77], [95].

Na uwagę zasługują także obszerne badania zagraniczne spawanych węzłów kratownic, zwłaszcza z rur o przekroju kołowym i prostokątnym. Badania prowadzone były w licznych ośrodkach naukowych Austrii, Czech, Holandii, Kanady, Japonii, Niemiec, Wielkiej Brytanii, USA, a także innych państw, o czym informują prace [20], [43]. Badania doświadczalne realizowano w tym zakresie również w naszym kraju; wyniki zamieszczono m.in. w pracach [12], [13], [14]. Inżynierowie w kraju mogą obecnie – przy sprawdzaniu nośności węzłów w kratownicach, zaprojektowanych z prętów o przekrojach zamkniętych, tj. kołowych, prostokątnych i kwadratowych – korzystać przede wszystkim z monografii [16], opracowanej przy wykorzystaniu bogatych doświadczeń, przede wszystkim zagranicznych. Podane w pracy sposoby wymiarowania prętów i sprawdzania nośności węzłów uwzględniają wpływ podatności ścianek w miejscach współśrodkowego lub niewspółśrodkowego połączenia "przenikających" się przekrojów kształtowników. Dostarczono projektantom wystarczająco dużo przepisów i wytycznych, które umożliwiają bezpieczne projektowanie konstrukcji spawanych z kształtowników zamkniętych, również giętych na zimno.

Autor niniejszej pracy widzi uzasadnienie na wprowadzenie do konstrukcji prętowych o rurowych przekrojach prostokątnych połączeń na sworznie jednostronne BOM, produkcji amerykańskiej; łączniki te zostały dopuszczone do stosowania na krajowym rynku budowlanym przed ponad 10 laty [147]. Należy zauważyć, że w polskiej normie projektowania stalowych konstrukcji cienkościennych [140] nie uwzględniono połączeń na sworznie jednostronne.

W kraju były prowadzone badania doświadczalne zakładkowych połączeń cienkich blach. Przykładowo, dotyczyły one dość skomplikowanego pod względem konstrukcyjnym [61] badania specjalnego typu naroża ramy z 2-ciętymi połączeniami kształtowników cienkościennych na śruby zwykłe.

#### 1.2.2. Prace teoretyczne

1. Wprowadzenie

## 1.2.2. Prace teoretyczne

Zagadnienia teoretyczne związane z rozkładem obciążeń działających w połączeniu zakładkowym na poszczególne łączniki typu sworzniowego (śruby, nity, sworznie) są omówione w normach [129] i [139] (zastąpionych obecnie normami [131], [141]) oraz wielu monografiach, m.in. [8], [66].

Według normy [139], w połączeniach zginanych i ścinanych w płaszczyźnie styku blach łączonych, moment zginający rozdziela się na poszczególne łączniki w postaci sił prostopadłych do ich ramion obrotu względem środka ciężkości łączników, natomiast siłę ścinającą przekazuje się na wszystkie łączniki w sposób równomierny. Stan graniczny połączenia sprawdza się dla siły wypadkowej (tj. sumy wektora sił składowych), przypadającej na najbardziej wytężony łącznik, którą porównuje się z nośnościami obliczeniowymi łącznika na ścinanie i docisk.

Podany w [139] sprężysty model rozkładu sił na poszczególne łączniki w połączeniu zginanym i ścinanym odnosi się wg [129] do połączeń ciernych oraz takich połączeń zakładkowych, w których nośność obliczeniowa śruby na ścinanie  $S_{Rv}$  (por. (4.7)) była mniejsza niż nośność obliczeniowa śruby na docisk  $S_{Rb}$  (por. (4.3)). W pozostałych przypadkach rozkład sił wewnętrznych mógł być przyjmowany jako sprężysty lub jako plastyczny. Rozważane tam przypadki, dotyczące połączenia zginanego i ścinanego siłami *M* i *V*, ilustruje rys. 1.28 [8].



Rys. 1.28. Rozkład sił działających na śruby w zakładkowym połączeniu zginanym i ścinanym [8], [129] Fig. 1.28. Distribution of forces affecting the bolts in a bent and sheared lap-joint [8], [129]

Dla 5-śrubowego połączenia belki dwuteowej ze słupem (rys. 1.28a) można przyjąć rozkład sił w łącznikach wg następujących modeli obliczeniowych:

- sprężystego (rys. 1.28b),
- plastycznego (rys. 1.28c), gdzie cztery śruby skrajne przejmują wytężenie od momentu zginającego M, śruba środkowa zaś przenosi obciążenie V,
- liniowego, w którym moment zginający równoważą dwie skrajne śruby, pozostałe zaś przejmują siłę poprzeczną,

 plastycznego, w którym założono plastyczne wytężenie śrub skrajnych od momentu zginającego, śrub przedskrajnych od momentu zginającego i siły poprzecznej, oraz śruby środkowej od siły poprzecznej.

Stan graniczny nośności obliczeniowej śrubowego połączenia zakładkowego jest, poza nośnością łączników, uwarunkowany rozerwaniem przekroju netto łączonych elementów w styku. Sprawdzenie nośności elementu ze względu na osłabienie przekroju otworami wykonuje się wg zasad podanych w [139].

Nośność obliczeniową śruby na docisk w zakładkowych połączeniach ścianek kształtowników giętych na zimno z blach należy dodatkowo porównać, wg [140] (również wg [130]), ze stanem granicznym rozerwania blachy w celu spełnienia wa-runku:

$$S_{Rb} \le f_u \cdot a_1 \cdot t / (1, 2 \cdot \gamma_{m2}), \tag{1.8}$$

gdzie:  $f_u$  - wytrzymałość stali na rozciąganie,

 $a_1$  - odpowiada wartości  $e_1$  wg rys. 1.1 oraz rys. 1.9,

- t grubość łączonej ścianki,
- $\gamma_{m2}$  częściowy współczynnik bezpieczeństwa dla łączników mechanicznych,

wg [140] wynosi  $\gamma_{m2} = 1,25$ .

Sprawdzenie normowego warunku stanu granicznego rozerwania przekroju netto polega na obliczeniu wartości nośności obliczeniowej na rozerwanie  $S_{Rn}$  wg wzoru:

$$S_{Rn} = [1 + 3r(d_o / u - 0.3)] \cdot A_n \cdot f_u / (n_p \cdot \gamma_{m2}).$$
(1.9)

Przy równoczesnym spełnieniu zależności:

$$S_{Rn} \le A_n \cdot f_n / (n_p \cdot \gamma_{m2}), \tag{1.10}$$

gdzie:  $r = n_1/n_p$ ,  $u = 2e_2 \le p_2$  (wg oznaczeń na rys. 1.9),

- $n_1$  liczba śrub w poprzecznym przekroju połączenia (por. przekrój 1-1 na rys. 1.9),
- $n_p$  liczba wszystkich łączników w połączeniu,
- $d_o$  średnica otworu na śrubę (por. we wzorze (1.6)),
- $A_n$  pole przekroju netto.

Modele obliczeniowe sprawdzania nośności zakładkowych połączeń zginanych i ścinanych, przedstawione na rys. 1.28, są – w przypadku łączenia cienkich ścianek kształtowników giętych na zimno z blach – niewystarczające z uwagi na występującą w połączeniach podatność. Podatność ta zależy od dopuszczonej normami [133], [140] owalizacji otworów, tj. odkształcenia plastycznego ścianek w otworach na skutek docisku trzpieni łączników.

# 1.2.3. Podsumowanie niektórych dotychczasowych badań

W literaturze zagranicznej próbowano obliczać zakładkowe połączenia równocześnie zginane i ścinane, ustalając równanie momentów względem chwilowego środka obrotu, a więc wprowadzając dodatkowe niewiadome w postaci jego współrzędnych [32], [38], [82]. Problem "wędrującego" środka obrotu, szczególnie ważny w połączeniach cienkich ścianek, nie został – wg rozeznania literaturowego autora niniejszej pracy – dostatecznie rozwiązany.

W artykule [32] rozważa się pracę zakładkowego, dwuciętego, jednorzędowego połączenia śrubowego, obciążonego siłą ścinającą, działającą na mimośrodzie. Położenie chwilowego środka obrotu znajdywano na drodze iteracyjnej, przy wykorzystaniu równań równowagi statycznej oraz nieliniowej zależności "obciążenie-przemieszczenie" w postaci funkcji wykładniczej, ustalonej dla pojedynczego łącznika na drodze doświadczalnej.

Także w pracy [82] rozpatruje się połączenie śrubowe, ale w układach kilkurzędowych, obciążone ukośną siłą działającą na mimośrodzie. Równania równowagi sił obciążających połączenie oraz poszczególne śruby zapisano względem nieznanego położenia chwilowego środka obrotu. Zależność "obciążenie-przemieszczenie" łącznika przyjęto jak w pracy [32].

Z kolei, w [38] przytoczono wyniki badań zginanych węzłów ramy z kształtowników cienkościennych, łączonych za pomocą 5, 7 i 12 jednociętych wkrętów, a uzyskane zależności  $M-\phi$  porównano na wykresach z wynikami otrzymanymi z rozwiązań analitycznych, przy założeniu sztywności siecznej. W obliczeniach pominięto więc nieliniowy charakter zachowania się rozważanych połączeń.

Potrzebna jest metoda, która pozwoli w zakładkowych połączeniach kształtowników cienkościennych, o dowolnej liczbie łączników i dowolnym ich rozmieszczeniu, obliczać ich nośność obliczeniową. Można by wówczas ustalać inne niezbędne wielkości, charakteryzujące dowolne połączenie symetryczne i niesymetryczne, np. na dwa, trzy, cztery i więcej łączników, a przede wszystkim obliczać wartości zmiennych sztywności, niezbędnych przy wykonywaniu obliczeń statycznych układów prętowych z podatnymi połączeniami.

W szwedzkim systemie konstrukcyjnym z kształtowników giętych na zimno śruby w przykładowych połączeniach zakładkowych są rozmieszczone w sposób nieregularny. Można jedynie przypuszczać, iż został on podyktowany wynikami szczegółowych obliczeń [135]; w dostępnej literaturze nie znaleziono żadnych materiałów na temat sposobu obliczania tych połączeń.

W artykułach [29], [30] obliczano siły obciążające poszczególne śruby w stykach belek jak na rys. 1.26. Wartości tych sił w połączeniu zginanym i ścinanym ustalano w sposób klasyczny, tj. przyjmując ich rozkład względem środka ciężkości, a nie środ-

ka obrotu. Sprawdzono warunek nośności najbardziej wytężonego przekroju danej belki, który pokrywał się z przekrojem z najbardziej obciążonymi śrubami w połączeniu. Na przykładzie belki dwuprzęsłowej, z analogicznym do badanych w [50] stykiem zakładkowym na śruby, usytuowanym w osi podpory środkowej, wykonano symulację komputerową za pomocą programu ABAQUS. Na odpowiednich wykresach porównano wyniki doświadczalne z wynikami komputerowymi, uzyskując zadowalającą zgodność.

# 1.2.3. Podsumowanie niektórych dotychczasowych badań

Przytoczone w p. 1.2.1. wyniki badań doświadczalnych dotyczą przede wszystkim dwu zagadnień:

- sprawdzania poprawności normowych wzorów do obliczania nośności na docisk z owalizacją w przypadku rozciąganych połączeń śrubowych, jedno- i dwuciętych,
- zachowania się różnie skonstruowanych z kształtowników giętych na zimno, zakładkowych połączeń na śruby jedno- i dwucięte, obciążonych momentem zginającym i siłą poprzeczną, przy grubościach ścianek najczęściej nie przekraczających 2,0 mm.

Wyniki badania pierwszego zagadnienia wskazują na konieczność odrębnego podejścia do połączeń zakładkowych jednociętych i dwuciętych. W pierwszym przypadku autorzy artykułu [81] zalecają przyjmować zmienny współczynnik nośności C we wzorze (1.4) w zależności od stosunku *d/t* średnicy śruby do grubości blachy, w drugim – wartość tego współczynnika, oznaczona przez  $\alpha_b$  we wzorze (1.5), jest uzależniona od wartości wzajemnych przemieszczeń  $\delta$  między łączonymi blachami [26], [28].

W pracy [81] stwierdza się, że wzory na nośność śrub podane przykładowo w normach amerykańskiej [126] i australijskiej [127] nie odzwierciedlają prawidłowo zjawiska zniszczenia połączeń, co wykazano w przypadku połączonych zakładkowo ścianek ze stali gatunku G550 i G300. Współczynnik *C* w normach amerykańskiej [126], brytyjskiej [128] i kanadyjskiej [145] wynosi 3,0, podczas gdy wg normy europejskiej [133] jego wartość zmienia się zgodnie ze wzorem (1.6).

W stosunku do klasycznych połączeń konstrukcji stalowych odbywa się porządkowanie modeli obliczeniowych i harmonizacja podejścia norm krajowych i międzynarodowych w ramach Europejskiej Konwencji Konstrukcji Stalowych (ECCS) oraz Międzynarodowej Organizacji Normalizacyjnej (ISO) [71], [72].

Z przytoczonych informacji, np. o obliczeniu nośności łączników śrubowych, można zorientować się, jak rozmaicie wyspecyfikowane są współczynniki bezpieczeństwa w normach krajowych, zagranicznych i międzynarodowych. Problem ten wymaga

#### 1.3.2. Cel pracy

niewątpliwie ujednolicenia poprzez wykorzystanie bogatego materiału doświadczalnego z tego zakresu.

Przykładowo, norma krajowa [140] proponuje obliczać nośność obliczeniową na docisk  $S_{Rb}$  w stanie granicznym owalizacji – w przypadku śrub, nitów, wkrętów i gwoździ wstrzeliwanych – wg wzoru (4.3), nie uwzględniającego różnego zachowania się łącznika w połączeniach 1-ciętych i 2-ciętych cienkich ścianek; należy przyjmować dla śrub współczynnik  $\alpha = 2,5$ , dla nitów jednostronnych oraz wkrętów wg (4.4), dla gwoździ wstrzeliwanych  $\alpha = 3,2$ .

Wyniki opisanych badań doświadczalnych w ramach drugiego zagadnienia – uzyskane na drodze badania zróżnicowanych pod względem konstrukcyjnym elementów próbnych z kształtowników giętych na zimno, poddanych różnym schematom obciążeń – nie pozwalają na uogólnienia. Sporządzone liczne wykresy dostarczają wiele informacji o zachowaniu się określonych połączeń, lecz mają one charakter raczej jakościowy i cząstkowy (wyrywkowy). Wyniki te pozwalają na sformułowanie pewnych wniosków praktycznych, jednak w odniesieniu przede wszystkim do badanych, konkretnych węzłów konstrukcyjnych. W przypadku styków belek i naroży ram, z połączeniami zginanymi i ścinanymi, nie podano praktycznego sposobu uwzględnienia wpływu poszczególnych sił wewnętrznych i parametrów geometrycznych na wartości sztywności badanych połączeń.

Należy podkreślić, że każdy rodzaj połączenia badano najczęściej w pojedynczym elemencie próbnym, co nie pozwala zauważyć różnic, wynikających z rozrzutu wyników, z jakim należy liczyć się w przypadku badania serii takich samych połączeń.

Warto jeszcze zauważyć, że rozważane w pracy [96] konstrukcje naroży są przykładami żmudnych poszukiwań w zakresie możliwości wykonania styków montażowych w konstrukcjach zaprojektowanych z kształtowników giętych o przekrojach prostokatnych.

## 1.3. Cel i zakres pracy

# 1.3.1. Geneza tematu

Istnieje wiele zagranicznych systemów konstrukcyjno-montażowych zaprojektowanych z kształtowników o przekrojach otwartych lub półzamkniętych, ze ściankami o grubościach wynoszących najczęściej 3 i 4 mm, a także niejednokrotnie cieńszych, np. w zastosowaniu do budynków mieszkalnych [111]. Najczęściej stosowane w tych systemach połączenia zakładkowe typu sworzniowego należy zdecydowanie zaliczyć do połączeń podatnych. Nie wiadomo, w jaki sposób uwzględniono w obliczeniach prętowych układów nośnych wpływ podatności węzłów na rozkład sił wewnętrznych. Można przypuszczać, że opracowanie każdego z tych systemów było poprzedzone eksperymentami.

Aby móc projektować tego typu konstrukcje, z produkowanych przez zakłady krajowe kształtowników giętych o przekrojach otwartych, półzamkniętych i zamkniętych, należało najpierw poszukać odpowiednich łączników, zapewniających skuteczne połączenia, a następnie sprawdzić, na drodze doświadczalnej, ich zachowanie się w połączeniach zakładkowych. Były przesłanki, aby na podstawie wstępnych wyników badań własnych autora twierdzić [104], [109], że sworzeń jednostronny BOM [147] powinien sprostać współczesnym wymaganiom.

Brak krajowego systemu konstrukcyjnego z kształtowników giętych, a przede wszystkim odpowiedniej metody obliczania połączeń zakładkowych, wykonanych za pomocą łączników typu sworzniowego, inspirował i jednocześnie zachęcał autora do podjęcia trudu opracowania modelu obliczeniowego.

Zagadnienie podatności węzłów z połączeniami zakładkowymi w konstrukcjach cienkościennych wydawało się autorowi – w świetle wznoszonych na terenie kraju licznych obiektów – bardzo ważne.

# 1.3.2. Cel pracy

Celem pracy było opisanie zachowania się zakładkowego połączenia na sworznie jednostronne za pomocą metod analitycznych i badań doświadczalnych; w szczególności chodziło o określenie nośności i podatności takich połączeń.

Aby zrealizować ten cel, starano się:

- określić dla przyjętego modelu obliczeniowego układ równań opisujących wytężenie obciążonego momentem zginającym oraz siłą ścinającą połączenia zakładkowego blach o różnych grubościach, wykonanego za pomocą jednociętych sworzni BOM,
- sformułować równanie konstytutywne, wyrażające zależność między obciążeniem pojedynczego sworznia i wzajemnym przemieszczeniem blach w jednociętym połączeniu zakładkowym, na podstawie doświadczeń,
- zweryfikować doświadczalnie zachowanie się tych połączeń, a więc sprawdzić układ równań opisujących wytężenie połączenia zakładkowego (jednociętego) przy różnej konfiguracji łączników, zarówno przy obciążeniach stałych, jak również naprzemiennych.

Rozwiązanie problemu miało umożliwić obliczanie sił przypadających na poszczególne łączniki, w wielosworzniowym dowolnie obciążonym połączeniu zakładkowym, oraz sprawdzanie jego nośności. Powinno było także dostarczyć sposobu wyznaczania

wartości sztywności połączenia oraz ustalić związki interakcyjne, zachodzące między trzema sztywnościami w połączeniu równocześnie obciążonym momentem zginającym, siłą podłużną (osiową) oraz siłą poprzeczną.

Podatność rozważanych połączeń w sposób istotny – jak się wcześniej przekonano – wpływała na wartości sił wewnętrznych w konstrukcjach prętowych z kształtowników cienkościennych.

### 1.3.3. Zakres pracy

- Rozeznanie literatury krajowej i zagranicznej na temat zachowania się połączeń zakładkowych, wykonanych między ściankami kształtowników cienkościennych za pomocą łączników typu sworzniowego, np. śrub, wkrętów i sworzni jednostronnych (rozdział 1).
- Opracowanie metody obliczania prostych układów prętowych, ujmującej wpływ przemieszczeń trwałych w połączeniach na rozkład sił wewnętrznych, przy wykorzystaniu zasady prac dopełniających, wyrażającej związek między krzywizną, wydłużeniem liniowym i odkształceniem postaciowym a przemieszczeniami uogólnionymi (rozdział 2).
- Sformułowanie układu równań, opisującego zachowanie się dowolnego zakładkowego połączenia wielosworzniowego ścianek o różnych grubościach, wykonanych z różnych gatunków stali, obciążonego momentem zginającym M i dowolnie ukierunkowaną siłą ścinającą W (rozdział 3).
- Ustalenie na drodze badań doświadczalnych zależności opisujących zachowanie się pojedynczego sworznia w jednociętych połączeniach ścianek o grubościach 4,0 i 5,0 mm – stanowiących równania konstytutywne (rozdział 4).
- Badanie obciążanych naprzemiennie połączeń rozciąganych osiowo i zginanych w celu poznania kształtów pętli histerezy przy różnych poziomach obciążenia (rozdział 4).
- Sprawdzenie na przykładach połączeń symetrycznych i niesymetrycznych poprawności opracowanej metody obliczania połączeń, polegające na porównaniu wyników analizy numerycznej z wynikami uzyskanymi na drodze badań doświadczalnych (rozdział 5).
- Sporządzenie dla wybranych połączeń obciążonych momentem zginającym Mi siłą osiową W – krzywych granicznych w układzie bezwymiarowych współrzędnych prostokątnych  $M/M_{gr}$  i  $W/W_{gr}$ , pozwalających sprawdzać poziom wykorzystania nośności danego połączenia wg trzech stanów granicznych, tj. stanu

# 1.3.2. Cel pracy

granicznego nośności (obliczeniowej), stanu granicznego przemieszczeń oraz stanu zniszczenia (rozdział 6).

- Opracowanie wzorów pozwalających obliczać wartości trzech chwilowych sztywności  $K_{rr}$  dowolnego połączenia zakładkowego, towarzyszących odpowiednio sile podłużnej *H*, sile poprzecznej *V* oraz momentowi zginającemu *M*, gdy znane są wartości sztywności początkowej  $K_{ri}$  (rozdział 7).
- Wykonanie przykładowych obliczeń ustrojów prętowych z węzłami podatnymi, z uwzględnieniem związków interakcyjnych zachodzących między trzema sztywnościami (rozdział 8).
- Opracowanie wniosków oraz sformułowanie dalszych kierunków badań (rozdział 9).

#### 2.1. Stan istniejący

# ROZDZIAŁ 2

# PROBLEM PODATNOŚCI WĘZŁÓW W KONSTRUKCJACH CIENKOŚCIENNYCH

# 2.1. Stan istniejący

W ostatnich dziesięcioleciach zauważa się w wielu krajach rozwój lekkich budowlanych konstrukcji stalowych w całości zaprojektowanych z kształtowników giętych z blach na zimno. Istnieje wiele systemów konstrukcyjnych, w których wykorzystano ekonomiczne przekroje cienkościenne, otwarte i półotwarte [111]. Zastosowane w nich zakładkowe połączenia prętów, na różnego rodzaju łączniki sworzniowe, umożliwiają szybki i sprawny montaż elementów nośnych, co stanowi jedną z głównych zalet tego typu konstrukcji. Rodzaje łączników odgrywają istotną rolę w połączeniach cienkich ścianek, gdyż wpływają na stopień podatności węzłów ustroju [103].

Dotychczas w rozwiązaniach krajowych pręty z kształtowników cienkościennych, np. o przekrojach zamkniętych, łączono w węzłach za pomocą spoin [16]. W wielu zagranicznych systemach konstrukcyjnych wprowadzono, w przypadku łączenia ze sobą kształtowników otwartych i półotwartych, połączenia zakładkowe, np. na śruby zwykłe oraz częściowo sprężone, kierując się – jak należy przypuszczać – względami montażowo-technologicznymi. Oba rodzaje połączeń, tj. zarówno połączenia spawane, jak i sworzniowe, cechuje określona podatność, której nie można pominąć w obliczaniu ustrojów prętowych. Stosując węzły spawane w kratownicach zaprojektowanych z rur okrągłych, podatność wynika z radialnego zginania ścianek przekroju w węzłach, które obniża nośność obliczeniową rozciąganego lub ściskanego pręta. Podatność występuje wtedy zarówno w przypadku bezpośredniego przyspawania, np. do pasów, prętów skratowania, jak też przekazywania ich oddziaływań za pośrednictwem blach węzłowych [16]. Inna jest przyczyna podatności węzłów, skonstruowanych z zastosowaniem zakładkowych połączeń na łączniki sworzniowe, takie jak śruby, nity jednostronne, gwoździe wstrzeliwane, wkręty. Wynika ona wówczas z dopuszczonej w normach [130], [140] owalizacji otworów podczas wytężenia połączeń w stanie granicznym nośności obliczeniowej.

Pierwsze wyniki badań doświadczalnych autora [99], [100], których celem było poszukiwanie racjonalnych łączników do zakładkowego łączenia cienkich ścianek, uświadomiły, że sposób wypełnienia materiału łącznika w otworze nie ma aż tak istotnego wpływu na podatność połączenia. Wartości trwałych przemieszczeń  $\delta_L$ , nazywanych "luzowymi", odpowiadających nośnościom obliczeniowym, np. w przypadku połączeń na wkręty oraz śruby pasowane, są tego samego rzędu. W jednociętych, osiowo rozciąganych połączeniach zakładkowych blach o grubościach 3,0 mm, wykonanych za pomocą bądź 4 wkrętów samogwintujących TS – MP52Z 6,3 (rys. 2.1a), bądź 2 śrub pasowanych M6 (rys. 2.1b), wzajemne przemieszczenia  $\delta_L$  blach przekraczały odpowiednio wartości 0,6 mm i 0,4 mm. Otrzymane wyniki badań wskazały na potrzebę zastosowania łączników o większych średnicach, m.in. w celu zwiększenia nośności obliczeniowej  $F_{B_I}$  połączenia.





#### 2.1. Stan istniejący

# 2. Problem podatności węzłów w konstrukcjach cienkościennych

W następnych badaniach użyto sworzni jednostronnych typu MGL P-R12-12 oraz BOM R12 [147], osadzanych w uprzednio wywierconych otworach o średnicach odpowiednio D = 10,5 mm oraz D = 11,0 mm, przy średnicach sworzni wynoszących odpowiednio Ø9,8 mm oraz Ø9,6 mm. W artykule [104], na przykładzie dwu analogicznych ram o rozpiętości 6,0 m, jednej zaprojektowanej z połączeniami wykonanymi za pomocą sworzni Ø9,8 mm, drugiej – sworzni Ø9,6 mm, porównano wpływ sztywności obu rodzajów połączeń na rozkład sił wewnętrznych. Do obliczeń wprowadzono sztywność sieczną i sztywności wzmocnienia. Oceniono podatność zastosowanych w narożach ramy węzłów wg kryteriów podanych w [129], [133] dla ram przechyłowych. Z kolei, w obliczeniach statycznych ramy o rozpiętości 12,0 m wprowadzono tylko sztywności sieczne połączeń, zaprojektowanych na sworznie typu MGL P R12-12 [109], [112]. Przy ustalaniu wartości sztywności wykorzystano zależności zachodzące w połączeniach między kątem obrotu, krzywizną i sztywności [99], [113].

Prace związane z wymiarowaniem elementów cienkościennych oraz ich połączeń w węzłach były prowadzone w Polsce już przed 40 laty [21]. Powstawały wtedy konstrukcje słupów i wiązarów dachowych, w których ścianki łączono w węzłach śrubami lub zgrzeinami. Wybudowano wówczas przekrycie wiązarowo-płatwiowe hali przemysłowej o powierzchni 8000 m<sup>2</sup>, w całości zaprojektowane z kształtowników giętych na zimno, o grubościach ścianek od 3,0 do 5,0 mm. W pracy [21] opisano realizowane w Europie systemy konstrukcyjne, m.in. niemieckie, francuskie, brytyjskie i węgierskie; wspomniano również o kratownicach dużej rozpiętości kanadyjskiego systemu "Behlen". Rozwój konstrukcji z kształtowników giętych w USA oraz w Europie Zachodniej i Australii objął w latach 60. także budownictwo mieszkaniowe. Obecnie, po około 30. latach doświadczeń, liczne firmy zachodnie oferują naszym inwestorom lekkie konstrukcje stalowe w postaci jedno- lub wielonawowych hal parterowych, ocieplonych i nie ocieplonych. Popyt na tego rodzaju konstrukcje jest wciąż znaczny.

Aktualnie wielkim popytem na rynku krajowym cieszą się stalowe budynki halowe, w całości zaprojektowane z kształtowników profilowanych na zimno, wznoszone przez firmę szwedzką [135]. Głównymi układami nośnymi są ramy z ryglami kratowymi oraz słupami kratowymi lub pełnościennymi (rys. 2.2).

Rozpiętości i wysokości naw mogą osiągać odpowiednio 39,2 m i 12,0 m. W oferowanych rozwiązaniach hal wielonawowych szerokość budynku może przekraczać nawet 100 m. Połączenia prętów w węzłach kratownic oraz stykach montażowych kratownic i słupów są wykonywane za pomocą ocynkowanych śrub M12, klasy 8.8, które wraz z nakrętkami spełniają wymagania wynikające z normy PN-ISO 8992:1996. Śruby w połączeniach są dokręcane w sposób kontrolowany; wg katalogu producenta połączenia te są sprężone. Przykłady rozwiązań konstrukcyjnych wybranych węzłów ilustruje rys. 2.3.



- Rys. 2.2. Wybrane układy ram poprzecznych typu: a) S7PR, b) P14/7F, c) S4PF, d) S14PR2; S dach dwuspadowy, P dach jednospadowy, R słup dwugałęziowy z przewiązkami, F słup kratowy [135]
- Fig. 2.2. Selected systems of transverse frameworks of the type: a) S7PR, b) P14/7F, c) S4PF, d) S14PR2; S – gable roof, P – lean-to roof, R – double-branch column with lacings, F – pylon [135]



- Rys. 2.3. Wybrane węzły konstrukcyjne systemu: a) dolny pas kratownicy, b) połączenie prętów pasa dolnego w miejscu jego załamania w kalenicy, c) podporowy górnego pasa rygla kratowego w połaczeniu z dwugałęziowym słupem [135]
- Fig. 2.3. Selected construction nodes of the system: a) bottom flange of truss, b) joint of the bottombelt bars at the roof ridge, c) supporting node of the top belt of the latticed transom connected with the double-branch column [135]

Podane wartości obliczeniowych nośności  $F_{Rj}$  połączeń określa katalog producenta [135], w którym zamieszczono także wartości obliczeniowe nośności połączeń na zginanie MRj. W Polsce od 1992 roku wybudowano ponad 700 obiektów, natomiast obecnie w fazie wznoszenia znajduje się kilkanaście. budynków.

Można stwierdzić, że technologie wykonania połączeń zakładkowych w realizowanych współcześnie rozwiązaniach konstrukcyjnych sprowadzają się do stosowania – jako łączników między prętami nośnymi – głównie śrub zwykłych oraz śrub sprężonych [111]. Różnego rodzaju wkręty, gwoździe wstrzeliwane i nity jednostronne o średnicach poniżej 6,0 mm, z uwagi na niewielką nośność, stosuje się najczęściej w połączeniach blach pokrycia oraz elementów ścian osłonowych.

Autor poszukiwał takich łączników, które umożliwiałyby wzajemne łączenie ze sobą cienkich ścianek kształtowników giętych na zimno o przekrojach otwartych (np. ceowych) ze ściankami kształtowników zamknietych (prostokatnych i kwadratowych). Z uwagi na rozwiązania konstrukcyjne węzłów oraz przewidywane zachowanie się (przechylanie się) łączników w połączeniach jednociętych, autor miał także na względzie uzyskanie jak najmniejszych luzów między trzpieniami łączników i pobocznicami ścianek w otworach. Oba te wymagania spełniały sworznie jednostronne BOM, klasy 12.9, o średnicach Ø9,6 mm (BOM-R12) oraz Ø13,6 mm (BOM-R16) [147]. Ich konstrukcja, składająca się z trzpienia i tulejki (por. Wstęp, rys. 1), szczelnie bowiem wypełnia otwór tworząc główkę od strony powierzchni wewnętrznej kształtownika zamkniętego (por. rys. 4.1). Zalety technologii zakładania tych sworzni dodatkowo polegają na korzystnych, dla skuteczności połączenia, siłach rozciągających w trzpieniu, które powodują dobre przyleganie łączonych ścianek, wywołując zarazem tarcie między nimi. Mając powyższe na uwadze, sworznie typu BOM wydawały się, pod wieloma względami, uniwersalnymi łącznikami do zastosowania w konstrukcjach cienkościennych.

Podobnymi zaletami cechowały się także sworznie jednostronne MGL P-R12 o średnicach Ø9,8 mm [147]; wyniki badania zachowania się tych łączników w połączeniach jednociętych zamieszczono m.in. w pracy [104].

Na podstawie wstępnych wyników badań stwierdzono, że właściwsze do łączenia ścianek o grubościach 4,0 mm i 5,0 mm będą sworznie o większych średnicach Ø13,6 mm. Dzięki ich zastosowaniu (np. w połączeniach prętów ramy z ryglem kratowym o rozpiętości 20,0 m oraz prętów ramy kratowej o rozpiętości sięgającej 25,0 m<sup>\*</sup>) można by zaprojektować lekkie ustroje nośne hal jednonawowych, które w całości (wraz z elementami pokrycia i ścian osłonowych) mogłyby być wykonane z kształtowników giętych.

Opracowany analityczny model obliczania ram z węzłami podatnymi, w którym wykorzystano zasadę prac dopełniających [59], [108], pozwolił ocenić wstępnie wpływ sztywności badanych połączeń na rozkład sił wewnętrznych w prostych ramach [101], [103], [104], [105], [107], [108], [109], [112], [113].

# 2.2. Analityczne badania własne ram z podatnymi węzłami

# 2.2.1. Uwzględnienie wpływu trwałych przemieszczeń w połączeniach na wytężenie ramy

Zachowanie się połączenia zakładkowego na wkręty samogwintujące, wkręty samowiercące, śruby pasowane i sworznie jednostronne można opisać za pomocą modelu ciała sprężysto-plastycznego z liniowym wzmocnieniem, w którym obciążenie powoduje znaczące przemieszczenia trwałe, nazywane przemieszczeniami "luzowymi" –  $\delta_L$ , oraz przemieszczenia sprężyste –  $\delta_E$  [99], [100], [104].

Wielu informacji o wartościach luzów w połączeniach zakładkowych dostarczyły wyniki badań połączeń poddanych osiowemu rozciąganiu, a więc połączeń o jednym stopniu swobody. W ogólnym przypadku obciążenia, połączenie może mieć trzy stopnie swobody przemieszczeń "luzowych", tj. dwie składowe przesunięcia  $\delta_L^1$  i  $\delta_L^2$  oraz obrót  $\delta_L^3$ , które występują w następstwie działania w połączeniu jak na rys. 2.4a określonych sił w postaci odpowiednio siły osiowej  $H(s^{\alpha})$ , siły poprzecznej  $V(s^{\alpha})$  i momentu zginającego  $M(s^{\alpha})$ . Wyniki badań uzyskane dla modelu o jednym stopniu swobody luzu mogą być wystarczające i przydatne w obliczeniach dowolnego połączenia, a więc także połączenia w narożu ramy jak na rys. 2.4a. Luzy w połączeniu zostaną "wybrane" wskutek działających obciążeń  $H(s^{\alpha})$ ,  $V(s^{\alpha})$  i  $M(s^{\alpha})$ , pod warunkiem że powstałe przemieszczenia  $\delta_L^{\alpha,1}$ ,  $\delta_L^{\alpha,2}$  i  $\delta_L^{\alpha,3}$  znajdą się w obszarze luzów, zwanym graniczną powierzchnią luzów lub powierzchnią przemieszczeń granicznych. W pracy [41] opisano, np. trójwymiarową przestrzeń odkształceń  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$ , zachodzącą w takim połączeniu, przykładowo za pomocą odpowiedniej nierówności  $g(\varepsilon) \leq 0$ .

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup> Richter D.: Obliczanie konstrukcji z kształtowników giętych na zimno z węzłami podatnymi z wykorzystaniem wyników badań doświadczalnych, Praca magisterska, Wydział Budownictwa Politechniki Śląskiej, Gliwice 2003.

<sup>\*</sup> Wroński T.: Badania doświadczalne i analityczne wpływu podatnych węzłów na pracę statyczną wybranych płaskich układów ramowych, Praca magisterska, Wydział Budownictwa Politechniki Śląskiej, Gliwice 2002.

# 2. Problem podatności węzłów w konstrukcjach cienkościennych

Poniżej przedstawiono model analityczny, którym posłużono się w obliczeniach statycznych prostych, przykładowych ram z węzłami podatnymi. Głównym celem obliczeń była ocena wpływu sztywności badanych połączeń na pracę statyczną ram.

W przypadku stalowej konstrukcji ramy - jako układu wyjściowego (rys. 2.4b) rozważono model konstrukcji (rys. 2.4c), w którym dla każdego węzła ramy  $\alpha = 0, 1,$ 2 i 3 należałoby wyznaczyć graniczną powierzchnię luzów zapisaną w układzie przestrzennych współrzędnych prostokątnych  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$  [41] lub graniczną powierzchnię przemieszczeń, np. dopuszczalnych lub niszczących. W celu wyznaczenia trzech nadliczbowych sił w układzie wyjściowym ramy rozważono równoważny mu układ podstawowy, statycznie wyznaczalny (rys. 2.4d).



Rys. 2.4. Rama z połączeniami podatnymi: a) siły wewnętrzne i odpowiadające im trwałe przemieszczenia "luzowe" w narożu, b) schemat obciążenia, c) schemat modelu konstrukcji z wezłami podatnymi w przekrojach  $\alpha = 0, 1, 2$  i 3, d) układ podstawowy

Fig. 2.4. Frame with flexible joints: a) internal forces and stable "clearance" displacements in the quoins corresponding to them, b) load diagram, c) diagram of the model of a construction with flexible nodes in cross-sections  $\alpha = 0, 1, 2$  and 3, d) fundamental system

Wyrażenie na przemieszczenie można zapisać - wychodząc z zasady prac dopełniających, wyrażającej związek między krzywizną, wydłużeniem i odkształceniem postaciowym a przemieszczeniami uogólnionymi - następująco [59], [111]:

$$u = \int_{s} \overline{\kappa}(s) M_1(s) ds + \int_{s} \overline{\varepsilon}(s) H_1(s) ds + \int_{s} \overline{\gamma}(s) V_1(s) ds, \qquad (2.1)$$

# 2.2. Analityczne badania własne ram z podatnymi węzłami

przy czym

$$\overline{\kappa}(s) = \kappa(s) + \sum_{\alpha} \delta_L^{\alpha,3} \delta(s - s^{\alpha}) = \frac{M}{EJ} + \sum_{\alpha} \delta_L^{\alpha,3} \delta(s - s^{\alpha}), \qquad (2.2)$$

$$\overline{\varepsilon}(s) = \varepsilon(s) + \sum_{\alpha} \delta_L^{\alpha,1} \delta(s - s^{\alpha}) = \frac{H}{EA} + \sum_{\alpha} \delta_L^{\alpha,1} \delta(s - s^{\alpha}), \qquad (2.3)$$

$$\overline{\gamma}(s) = \gamma(s) + \sum_{\alpha} \delta_L^{\alpha,2} \delta(s - s^{\alpha}) = \frac{kV}{GA} + \sum_{\alpha} \delta_L^{\alpha,2} \delta(s - s^{\alpha}), \qquad (2.4)$$

gdzie:  $\kappa(s)$ ,  $\varepsilon(s)$ ,

7(5)

Sa3

A.I

k

- krzywizna osi odkształconej pręta, odkształcenie liniowe wywołane siłą osiową, odkształcenie postaciowe wywołane siłą poprzeczną,

- wzajemne przemieszczenia "luzowe" od siły osiowej, siły  $\delta_L^{\alpha,1}, \, \delta_L^{\alpha,2},$ poprzecznej i momentu zginającego w połączeniu  $\alpha$  o współrzędnych  $s^{\alpha}$ ,

 $\delta(s-s^{\alpha})$ - delta Diraca,

- momenty zginajace, siły osiowe, siły poprzeczne, M, H, V
- momenty zginające, siły osiowe, siły poprzeczne, od  $M_1(s), H_1(s),$ obciażenia jednostkowego przyłożonego miejscu W  $V_1(s)$ poszukiwanego przemieszczenia,
  - pola i momenty bezwładności przekroju prętów ramy,
- podłużnej odpowiednio, współczynniki sprężystości, E, Gi poprzecznej,
  - współczynnik kształtu przekroju przy ścinaniu.

Wyrażenie (2.1) można zapisać:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \int_{s} \kappa(s) \begin{bmatrix} M_1(X_1 = 1) \\ M_1(X_2 = 1) \\ M_1(X_3 = 1) \end{bmatrix} ds + \int_{s} \varepsilon(s) \begin{bmatrix} H_1(X_1 = 1) \\ H_1(X_2 = 1) \\ H_1(X_3 = 1) \end{bmatrix} ds + \int_{s} \gamma(s) \begin{bmatrix} V_1(X_1 = 1) \\ V_1(X_2 = 1) \\ V_1(X_3 = 1) \end{bmatrix} ds, (2.5)$$

lub wprowadzając oznaczenia a(s), c(s) i f(s) na macierze odpowiednio momentów, sił osiowych i sił poprzecznych od sił jednostkowych:

$$\boldsymbol{u} = \int_{s} \overline{\kappa}(s)\boldsymbol{a}(s)ds + \int_{s} \overline{\varepsilon}(s)\boldsymbol{c}(s)ds + \int_{s} \overline{\gamma}(s)f(s)ds \,. \tag{2.6}$$

Funkcję momentu zginającego M, siły osiowej H i siły poprzecznej V można, w zależności od sił nadliczbowych X i obciążeń P, wyrazić:

$$M = a(s)^{T} X + b(s)^{T} P, \quad H = c(s)^{T} X + j(s)^{T} P, \quad V = f(s)^{T} X + l(s)^{T} P. \quad (2.7)$$

67

# 2. Problem podatności węzłów w konstrukcjach cienkościennych

Po wykorzystaniu związków fizycznych (2.2), (2.3) i (2.4) oraz zależności (2.7) rownanie (2.6) przyjmuje postać:

$$u = \int_{s} \left[ \frac{M}{EI} + \sum_{\alpha} \delta_{L}^{\alpha,3} \delta(s - s^{\alpha}) \right] a(s) ds + \int_{s} \left[ \frac{H}{EA} + \sum_{\alpha} \delta_{L}^{\alpha,1} \delta(s - s^{\alpha}) \right] c(s) ds + \int_{s} \left[ \frac{kV}{GA} + \sum_{\alpha} \delta_{L}^{\alpha,2} \delta(s - s^{\alpha}) \right] f(s) ds$$

$$(2.8)$$

lub po wprowadzeniu oznaczeń:

$$A = \int_{s} a(s)^{T} a(s) ds, \quad C = \int_{s} c(s)^{T} c(s) ds, \quad F = \int_{s} f(s)^{T} f(s) ds,$$
  

$$B = \int_{s} b(s)^{T} a(s) ds, \quad J = \int_{s} j(s)^{T} c(s) ds, \quad L = \int_{s} l(s)^{T} f(s) ds,$$
(2.9)

postać:

$$u = \frac{1}{EJ} (AX + BP) + \frac{1}{EA} (CX + JP) + \frac{k}{GA} (FX + LP) + \left[ \sum_{\alpha} \delta_L^{\alpha,3} a(s^{\alpha}) + \sum_{\alpha} \delta_L^{\alpha,1} c(s^{\alpha}) + \sum_{\alpha} \delta_L^{\alpha,2} f(s^{\alpha}) \right] H(s - s^{\alpha}),$$
(2.10)

gdzie  $H(s-s^{\alpha})$  - funkcja Heaviside'a.

Ostatecznie równania metody sił dla konstrukcji ramowej, uwzględniające powstałe w połączeniach α przemieszczenia trwałe, przyjmują postać:

$$AX + BP + \frac{I}{A}(CX + JP) + \frac{EIk}{GA}(FX + LP) =$$
  
=  $EIu - EI\left[\sum_{\alpha} \delta_{L}^{\alpha,3}a(s^{\alpha}) + \sum_{\alpha} \delta_{L}^{\alpha,1}c(s^{\alpha}) + \sum_{\alpha} \delta_{L}^{\alpha,2}f(s^{\alpha})\right]H(s - s^{\alpha}).$  (2.11)

Powyższy model obliczeniowy posłużył do zademonstrowania w p. 2.2.3 – na prostych przykładach konstrukcyjnych – oceny wpływu styków podatnych na ugięcia, np. w belkach wolnopodpartych, oraz na zmianę rozkładu momentów zginających w ramach jednokrotnie statycznie niewyznaczalnych.

# 2.2.2. Kąt obrotu i krzywizna w połączeniu podatnym

W przypadku wprowadzenia podatnych połączeń do układów prętowych, np. w postaci styków montażowych na wkręty, sworznie lub śruby, należy mieć na uwadze występujące w nich deformacje nieciągłe, spowodowane wyzwalającymi się "luzami".

# 2.2. Analityczne badania własne ram z podatnymi węzłami

W takich układach istotne jest wtedy ustalenie zależności zachodzących między kątami obrotu  $\phi^{\alpha}$  i krzywiznami  $\kappa^{\alpha}$  [99], [106]. Krzywizna na długości jednostkowej, np. w utwierdzonej belce wspornikowej, obciążonej jak na rys. 2.5a, jest równa kątowi obrotu, tj.

$$\varphi^{I} = \kappa^{I} = \frac{I}{R}, \qquad (2.12)$$

gdzie: R - promień krzywizny,

 $\phi^{l}$ ,  $\kappa^{l}$  - kąt obrotu i krzywizna w przekroju 1-1 odległym o jednostkę długości od przekroju podporowego (rys. 2.5b).

W dowolnym przekroju  $\alpha$ - $\alpha$  zachodzi wówczas zależność:

$$\varphi^{\alpha} = a^{\alpha} \cdot \kappa^{\alpha} \text{ oraz } \kappa^{\alpha} = \frac{\varphi^{\alpha}}{a^{\alpha}},$$
 (2.13)

gdzie  $\phi^{\alpha}$ ,  $\kappa^{\alpha}$  - kąt obrotu i wartość krzywizny w przekroju  $\alpha$ - $\alpha$ , odległym o  $a^{\alpha}$  od przekroju podporowego.



- Rys. 2.5. Belka wspornikowa: a) kąty obrotu w przemieszczonych przekrojach, b) oznaczenia wielkości definiujących krzywiznę w przekroju
- Fig. 2.5. Cantilever beam: a) angles of rotation in the displaced cross-sections, b) denotations of the quantities defining the curvature in the cross-section

W odniesieniu do obciążonego momentem połączenia podatnego (rys. 2.6), w którym pojawiają się zarówno odkształcenia sprężyste, jak i "luzowe", można zapisać wg (2.13) zależności:

$$\varphi_L^{\alpha} = \frac{\delta_L^{\alpha}}{a^{\alpha}} \text{ oraz } \kappa_L^{\alpha} = \frac{\varphi_L^{\alpha}}{a^{\alpha}} = \frac{\delta_L^{\alpha}}{\left(a^{\alpha}\right)^2}, \qquad (2.14)$$
które zachodzą także w przypadku całkowitych wartości odkształceń, tj. wartości  $\delta_{L+E}^{a}$ ,  $\varphi_{L+E}^{a}$  i  $\kappa_{L+E}^{a}$ .





W wypadku zginanego styku z dwoma połączeniami, w przekrojach  $\alpha 1$  i  $\alpha 2$  (rys. 2.7), wzory (2.14) dotyczące przemieszczeń całkowitych, tj. sprężystych i "luzowych", przyjmują odpowiednio postacie:

$$p_{L+E}^{\alpha l} = \frac{\delta_{L+E}^{\alpha l}}{a^{\alpha l}}, \quad \kappa_{L+E}^{\alpha l} = \frac{\varphi_{L+E}^{\alpha l}}{a^{\alpha l}} = \frac{\delta_{L+E}^{\alpha l}}{(a^{\alpha l})^2}, \quad (2.15a)$$

$$\varphi_{L+E}^{\alpha 2} = \frac{\delta_{L+E}^{\alpha 2}}{a^{\alpha 2}}, \quad \kappa_{L+E}^{\alpha 2} = \frac{\varphi_{L+E}^{\alpha 2}}{a^{\alpha 2}} = \frac{\delta_{L+E}^{\alpha 2}}{(a^{\alpha 2})^2}.$$
 (2.15b)



Rys. 2.7. Przemieszczenia w zginanym styku z dwoma połączeniami podatnymi z luzami Fig. 2.7. Displacements in the bent contact with two flexible joints with clearances

## 2.2. Analityczne badania własne ram z podatnymi węzłami

Całkowite wartości kąta obrotu i krzywizny w rozważanym połączeniu wyniosą:

$$\varphi_{calk,L+E} = \varphi_{L+E}^{\alpha 1} + \varphi_{L+E}^{\alpha 2} = \frac{\delta_{L+E}^{\alpha 1}}{a^{\alpha 1}} + \frac{\delta_{L+E}^{\alpha 2}}{a^{\alpha 2}}, \qquad (2.16a)$$

$$\kappa_{calk,L+E} = \kappa_{L+E}^{\alpha 1} + \kappa_{L+E}^{\alpha 2} = \frac{\delta_{L+E}^{\alpha 1}}{(a^{\alpha 1})^2} + \frac{\delta_{L+E}^{\alpha 2}}{(a^{\alpha 2})^2}, \qquad (2.16b)$$

W połączeniu jak na rys. 2.7, lecz symetrycznym, tj. gdy  $a^{\alpha l} = a^{\alpha 2} = a^{\alpha}$  i  $\delta_{L+E}^{\alpha 1} = \delta_{L+E}^{\alpha 2} = \delta_{L+E}^{\alpha}$ , wzory (2.16) przyjmują, odpowiednio, prostsze postaci:

$$\varphi_{calk, L+E} = \frac{2\delta^{\alpha}_{L+E}}{a^{\alpha}}, \qquad (2.17a)$$

$$c_{catk, L+E} = \frac{2\delta_{L+E}^{\alpha}}{\left(a^{\alpha}\right)^{2}}.$$
(2.17b)

Kierując się wynikami wstępnych obliczeń statycznych kilku ram, wykonanych za pomocą programów komputerowych [110], [117], pominięto w wyrażeniu (2.1) – w celu uproszczenia dalszych rozważań – siły poprzeczne i osiowe. Ich wpływ na rozkład sił wewnętrznych i zachodzące w ramach przemieszczenia okazał się bowiem znacznie mniej istotny od wpływu momentów zginających. Wartości sztywności połączeń, zastosowanych w przykładowych ramach, ustalono na podstawie wyników badań doświadczalnych. Przemieszczenia można było więc wyrazić za pomocą uproszczonej w stosunku do wzoru (2.1) następującej zależności [113]:

$$u = \int_{s} \overline{\kappa}(s) M_1(s) ds, \qquad (2.18)$$

przy czym uwzględniając wzory (2.2) i (2.17) zapisano równanie następującej postaci:

$$\overline{\kappa}(s) = \kappa_{c}(s) + \kappa_{n}(s^{ai}) = \kappa_{c}(s) + \sum_{ai} \left[\kappa_{L+E}(s^{ai}) - \kappa_{c}(s^{ai})\right] \cdot a^{ai} \cdot \delta(s - s^{ai}) = 
= \frac{M(s)}{EI} + \sum_{ai} \left[\frac{M(s^{ai})}{(EI)_{ai}} - \frac{M(s^{ai})}{EI}\right] \cdot a^{ai} \cdot \delta(s - s^{ai}),$$
(2.19)

połączenie i, ai – to liczba połączeń w całym układzie prętowym,

gdzie: ai

- $\kappa(s)$  krzywizna osi odkształconej danego pręta, ciągła, poza stykiem,
- $\kappa_c(s^{\alpha})$  krzywizna osi odkształconej danego pręta, nieciągła, spowodowana podatnymi połaczeniami w przekrojach  $\alpha i$ ,

- 2. Problem podatności węzłów w konstrukcjach cienkościennych
- $\kappa_{L+E}(s^{\alpha i})$  uśredniona krzywizna całkowita podatnego połączenia na długości  $2a^{\alpha i}$ , odpowiadając wzajemnemu kątowi obrotu  $\phi^{\alpha i}$  łączonych zakładkowo elementów styku w przekroju  $\alpha i$ , obciążonych momentem zginającym  $M(s^{\alpha})$ ,
- $2a^{\alpha}$  odległość pomiędzy osiami łączników (trzpieni) w połączeniu  $\alpha i$ , zgodnie z oznaczeniami na rys. 2.6 i 2.7,
- $\delta(s-s^{\alpha})$  delta Diraca,
- M(s) moment zginający w dowolnym przekroju s na długości pręta,
- $M_1(s)$  moment zginający od obciążenia jednostkowego przyłożonego w miejscu poszukiwanego przemieszczenia,
- $M(s^{\alpha})$  moment zginający w przekroju  $\alpha i$ ,
- EI sztywność przekroju pręta,
- $(EI)_{\alpha i}$  sztywność połączenia w przekroju  $\alpha i$ .

Zdarzają się przypadki, szczególnie w połączeniach odkształcalnych (stykach), gdzie stan przemieszczeń, aczkolwiek ciągły, jest skupiony na niewielkiej długości w porównaniu z wymiarami konstrukcji. Wówczas w rozważaniach teoretycznych, operujących jednowymiarowymi modelami belek i ram, wygodnie jest wprowadzić pojęcie nieciągłych, a raczej zlokalizowanych deformacji [59].

Wyrażenie (2.18), po uwzględnieniu (2.19), przyjmuje postać

$$u = \int_{s} \kappa_{c}(s) M_{1}(s) ds + \sum_{\alpha i} \left[ \kappa_{L+E}(s^{\alpha i}) - \kappa_{c}(s^{\alpha i}) \right] \cdot a^{\alpha i} \cdot M_{1}(s^{\alpha i}) \cdot H(s - s^{\alpha i}), \quad (2.20)$$

lub

$$u = \int_{a} \frac{M(s)}{EI} M_{1}(s) ds + \sum_{\alpha} \left[ \frac{M(s^{\alpha})}{(EI)_{\alpha}} - \frac{M(s^{\alpha})}{EI} \right] \cdot a^{\alpha} \cdot M_{1}(s^{\alpha}) \cdot H(s - s^{\alpha}), \quad (2.21)$$

gdzie  $H(s-s^{\alpha})$  - funkcja Heaviside'a.

Należy wyjaśnić, iż we wzorze (2.19) wartość iloczynu krzywizny nieciągłej  $[\kappa_{L+E}(s^{\alpha i}) - \kappa_e(s^{\alpha i})] = \kappa_L(s^{\alpha i})$ , spowodowanej luzami w połączeniu podatnym w przekroju  $\alpha i$  i długości odcinka  $a^{\alpha i}$ , odpowiada, zgodnie z (2.14), wzajemnemu kątowi obrotu elementów w połączeniu; wartość tego iloczynu, pomnożona przez deltę Diraca, odpowiada skupionej w przekroju  $\alpha i$  krzywiźnie [58], [83]. Należy ponadto zauważyć, że w drugim wyrazie zależności (2.19) wartość krzywizny skupionej w przekroju  $\alpha i$  pomniejszono o wartość wynikającą z ciągłej krzywizny pręta zginanego, która została już uwzględniona w wyrazie pierwszym. 2.2. Analityczne badania własne ram z podatnymi węzłami

## 2.2.3. Przykłady obliczeniowe z wykorzystaniem zasady prac dopełniających

2.2.3.1. Rama z węzłami podatnymi na wkręty samowiercące

W ramie ze stykami podatnymi w narożach (rys. 2.8a), skonstruowanymi każdy za pomocą dwu połączeń w przekrojach  $\alpha 1$  i  $\alpha 2$ , bądź na 8 (rys. 2.8c), lub na 16 wkrętów (rys. 2.8d), z układem podstawowym jak na rys. 2.8b, można wyrażenie na przemieszczenie osi dowolnego przekroju pręta ramy na wysokości s zapisać wg (2.21) – przy założeniu 4 jednakowych połączeń – w postaci:

$$u = \int_{s} \frac{M_{1}^{2}(s)}{EI} ds + \int_{s} \frac{M}{EI} M_{1}(s) ds +$$
  
+ 
$$\sum_{\alpha} \left[ \frac{M(s^{\alpha})}{(EI)_{\alpha}} - \frac{M(s^{\alpha})}{EI} \right] a^{\alpha} \sqrt{2} \cdot M_{1}(s^{\alpha}) H(s - s^{\alpha}) = 0, \qquad (2.22)$$

- gdzie:  $M_1(s)$  moment zginający w układzie podstawowym od obciążenia X = 1 (por. rys. 2.8b),
  - $M_1(s^{\alpha})$  moment zginający w przekroju  $\alpha$  (dla  $s = s^{\alpha}$ ) w układzie podstawowym od obciążenia X = 1,

przy pozostałych wcześniej wprowadzonych we wzorze (2.19) oznaczeniach.



Rys. 2.8. Rama z podatnymi połączeniami w narożach: a) schemat obciążenia oraz przemieszczenia w narożu, b) układ podstawowy, c) i d) konstrukcja styku w narożu z połączeniami na 8 i 16 wkrętów
Fig. 2.8. Frame with flexible joints in the quoins: a) load diagram and displacements in the quoins,

b) fundamental system, c) and d) construction of the contact in the quoin with joints for 8 and 16 screws

## 2. Problem podatności węzłów w konstrukcjach cienkościennych

Ostatecznie wyrażenie (2.24) można sprowadzić do postaci równania metody sił z niewiadomą wielkością X [101], [109]:

$$X \ \delta_{11} + \delta_{1P} + \sum_{\alpha} \left[ \frac{M(s^{\alpha})}{(EI)_{\alpha}} - \frac{M(s^{\alpha})}{EI} \right] a^{\alpha} \sqrt{2} \ M_1(s^{\alpha}) = 0, \qquad (2.23)$$

które po wprowadzeniu wyrażeń na  $\delta_{11}$  oraz moment  $M_1(s^{\alpha}) = -1 \cdot h$ , o takiej samej (w celu uproszczenia obliczeń) wartości w 4 przekrojach  $\alpha$ , zapisuje się w postaci:

$$\left[\frac{2}{3}h^3 + h^2l\right]\frac{1}{EI}X + \delta_{1P} - \sum_{\alpha} \left[\frac{M(s^{\alpha})}{(EI)_{\alpha}} - \frac{M(s^{\alpha})}{EI}\right]a^{\alpha}\sqrt{2}h = 0.$$
(2.24)

W obliczeniach ramy uwzględniono następujące rodzaje obciążeń: a – pokrycie dachu  $q_p = 0.30$  kN/m, b – śnieg  $q_s = 1.05$  kN/m, c – spełzanie podłoża  $\varepsilon = 6$  mm/m oraz d – wiatr  $w_1 = 0.614$  kN/m i  $w_2 = 0.351$  kN/m. Przekrój słupów i rygli przyjęto z kształtownika giętego o przekroju prostokątnym RP140×80×3 (I = 334,39 cm<sup>4</sup>, EI =205·334,39·10<sup>-2</sup> = 685,5 kNm<sup>2</sup>, stal St3S (S235JR),  $f_d = 215$  MPa).



Rys. 2.9. Schemat belki z podatnymi połączeniami: a) sztywność zastępcza (*EI*)<sub>c</sub> w styku, b) konstrukcja styku

Fig. 2.9. Diagram of a beam with flexible joints: a) substitute rigidity  $(EI)_c$  in the contact, b) construction of the contact

W obliczeniach uwzględniono wpływ sztywności elementów styku  $EI_o$ , które zmniejszają sztywność połączenia  $(EI)_a$  na długości styku c; w przykładowej belce na rys. 2.9,

## 2.2. Analityczne badania własne ram z podatnymi węzłami

ze stykiem podatnym, sztywność zastępczą  $(EI)_c$  pomiędzy środkami ciężkości połączeń  $\alpha$ 1 i  $\alpha$ 2 można obliczać wg następującego wzoru [106]:

$$(EI)_{c} = \frac{1}{\frac{1}{(EI)_{\alpha}} + \frac{1}{EI_{o}}},$$
 (2.25)

przykładowo przy założeniu  $EI_0 = \infty$  można przyjąć  $EI_c = EI_\alpha$ , a więc pominąć wpływ sztywności elementów styku na wartość sztywności połączenia.

Styki w narożach ramy skonstruowano za pomocą 2 ceowników 2[140×60×3 ( $I_o = 2.220,97 = 441,94 \text{ cm}^4$ ,  $EI_o = 205.441,94 \cdot 10^{-2} = 905,98 \text{ kNm}^2 > EI$ , stal St3S-S235JR). Ramę z narożami skonstruowanymi wg rys. 2.8d, obciążoną pokryciem  $q_p$ , rozwiązano wykorzystując równanie (2.24), które po wprowadzeniu wyrażenia  $\delta_{1P}$  przyjmuje postać (przy założeniu że styk znajduje się w osi naroża, tj.  $M(s^{\alpha 1}) = M(s^{\alpha 2}) = -X \cdot h$ ):

$$\left[\frac{2}{3}h^{3} + h^{2}l\right]\frac{1}{EI}X + 4h^{2}a^{\alpha}\sqrt{2}\left[\frac{1}{(EI)_{\alpha}} - \frac{1}{EI}\right]X - \frac{1}{12EI}hl^{3}q_{p} = 0.$$
 (2.26)

Tablica 2.1

#### Porównanie wartości momentów zginających w narożach ramy skonstruowanych jako sztywne i podatne

	Układy		Mon	nenty zgina	ożach	Różnice				
	obciążeń	Liozho		[k]	Nm]		[%]			
Lp.	wg oznaczeń w	cykli obciążenia	sztywne p rygla ze	ołączenie słupem	podatne p z luzami słup	ołączenie rygla ze oem	$\begin{bmatrix} (6) \\ (4) \end{bmatrix} $	$\left[\frac{(7)}{(5)}-1\right]$ ×100		
	przykładzie		$M^{\sigma}$ $M^{C}$ $M^{\nu}$		M	$M^{C}$	ATOO			
1	2	3	4	5	6	7	8	9		
1	a	1	-0,351	-0,351	-0,331	-0,331	-5,7	-5,7		
2	a+b	1+1	-1,577	-1,577	-1,375	-1,375	-12,8	-12,8		
3	a+b	1+n	-1,577	-1,577	-1,540	-1,540	-2,4	-2,4		
4	a+b+c	1+1+1	-2,526	-2,526	-2,202	-2,202	-12,8	-12,8		
5	a+b+d	1+1+1	+0,427	-3,915	+0,961	-3,382	+125,0	-13,6		

Do równania w miejsce sztywności  $EI_{\alpha}$ , stosownie do poziomu obciążeń momentami zginającymi występującymi w narożach B i C ramy jak na rys. 2.8, wprowadzono sztywności zastępcze styku  $(EI)_c$ , uwzględniające sztywność  $EI_o$  elementów styku, zgodnie ze wzorem (2.25). Sztywności zastępcze ustalano zarówno wówczas, kiedy wystąpił przyrost obciążenia, jak też gdy odciążano ramę po kolejnych *n* cyklach obciążenia śniegiem. Wartości sztywności  $EI_{\alpha}$  obliczano wg wzorów podanych w [101], [106], [108]. Wyniki obliczeń statycznych oraz porównanie wartości momentów zginających w narożach ramy, skonstruowanych jako sztywne i podatne, zamieszczono w tablicy 2.1. Nośność obliczeniowa połączeń zakładkowych w narożach ramy została zachowana.

Wyniki obliczeń ramy o niewielkich wymiarach pozwalają stwierdzić, że podatność połączeń może zmienić w sposób istotny rozkład momentów zginających. W przedstawionym przykładzie ograniczono się jedynie do pierwszego cyklu obciążenia wiatrem; przy przeciwnym kierunku obciążenia wiatrem wartości sztywności połączeń w narożach zmieniałyby się wg nieznanego autorowi przebiegu pętli histerezy, który może być wyznaczony jedynie na drodze doświadczalnej.

## 2.2.3.2. Rama z węzłami podatnymi na sworznie jednostronne

Wykorzystując zależność (2.24), wykonano obliczenia statyczne ramy o wymiarach jak na rys. 2.10, obciążonej pokryciem, śniegiem i wiatrem [104].



Rys. 2.10. Rama ze stykami w narożach: a) schemat obciążenia; b) układ podstawowy; c), d) konstrukcje styku z 2. połączeniami na 8 i 16 bolców typu MGL P-R12-12 lub BOM-R12

Fig. 2.10. Frame with contacts in the quoins: a) load diagram; b) basic system; c), d) constructions of the contacts with two joints for 8 and 16 bolts of the type MGL P- R12-12 or BOM-R12

## 2.2. Analityczne badania własne ram z podatnymi węzłami

Tym razem rozważano dwie podobne ramy, różniące się grubościami ścianek przyjętych kształtowników oraz rodzajem użytych łączników. W pierwszej ramie rygiel i słupy zaprojektowano z kształtowników rurowych RP160×80×3, które połączono ze sobą za pomocą 16 sworzni jednostronnych typu MGL P-R12-12 o średnicach  $\emptyset$ 9,8 mm [134], [147], w drugiej – te same kształtowniki, lecz o grubościach ścianek 4,0 mm połączono 16 sworzniami jednostronnymi typu BOM R12 o średnicach  $\emptyset$ 9,6 mm. Sztywności połączeń (*EI*)<sub>a</sub> ustalono na podstawie wyników badań doświadczalnych: w przypadku ścianek grubości 3,0 mm – zamieszczonych w pracach [105], [107], [112], a ścianek 4,0 mm – w pracach [104], [105]. Wykres zależności  $M-\phi$ (rys. 2.11) dla 16-sworzniowego połączenia zginanego, w styku przedstawionym na rys. 2.10d, otrzymano na podstawie zależności  $S_1$ - $\delta_{L+F}$  uzyskanej w wyniku badania jednociętych połączeń, gdzie  $S_1$  – obciążenie pojedynczego sworznia,  $\delta_{L+E}$  – wzajemne przemieszczenie łączonych blach. W obliczeniach sztywności pominięto wpływ chwilowego środka obrotu, który w przypadku działania momentu zginającego i siły ścinającej nie pokrywa się ze środkiem ciężkości połączenia. Nie uwzględniono ponadto zróżnicowanej podatności występującej w osiach sworzni zewnętrznych i wewnętrznych, przyjmując liniowe zależności między obciążającymi je siłami, oznaczonymi odpowiednio  $S_M$  i  $S_M/2$  (por. rys. 2.10d).



Rys. 2.11. Zależność M-φ połączenia jak na rys. 2.10d : krzywa 1 – sworznie typu MGL P R12 12; krzywa 2 – sworznie typu BOM R12-6 [104]

Warto zauważyć, jak różne jest zachowanie się obu rodzajów łączników, z założenia, wg producenta, szczelnie wypełniających otwory w łączonych blachach. Sworznie o średnicach Ø9,8 mm i Ø9,6 mm osadzano, za pomocą zakrętarki, w uprzednio wy-

Fig. 2.11. Relation *M*- $\phi$  of the joints as in Fig. 2.10d: curve 1 – blind bolts type MGL P-R12-12; curve 2 – blind bolts type BOM R12-6 [104]

## 2. Problem podatności węzłów w konstrukcjach cienkościennych

wierconych otworach o średnicach *d* wynoszących odpowiednio 10,5 i 11,0 mm, zgodnie z zaleceniami producenta [134]. Linia łamana 1 jest obwiednią ścieżki równowagi statycznej jednego z 5 elementów próbnych z połączeniami na 4 sworznie typu MGL P-R12-12, łączące blachy grubości 3,0 mm, linia łamana 2 – jest jedną z czterech obwiedni (d), otrzymanych z kolei na drodze badania połączenia dwu blach o grubości 4,0 mm, na sworznie BOM R12-6 (rys. 2.12).

Sztywności 16-sworzniowych połączeń, aczkolwiek podobne pod względem liczby i rozmieszczenia sworzni, różnią się zdecydowanie. Przy nieznacznie innych średnicach sworzni podatniejsze okazują się połączenia grubszych ścianek t = 4,0 mm. Większe nośności obliczeniowe wykazały połączenia ścianek o grubościach t = 3,0 mm, wykonane przy użyciu sworzni MGL P-R12-12. Wzajemne przemieszczenia łączonych blach w osiach sworzni, na poziomie nośności obliczeniowej, sięgały wartości 1,4 mm w obu rozważanych przypadkach połączeń.



Rys. 2.12. Zależność M-φ połączenia jak na rys. 2.10d; krzywe a, b, c, d – wg wyników 2-sworzniowych połączeń, wykonanych za pomocą sworzni BOM R12, w 4 rozciąganych elementach próbnych A, B, C, D [104]

Fig. 2.12. Relation M-\$\phi\$ of the joints as in Fig. 2.10d;curves a, b, c, d - in compliance with results of two-bolt joints, made by means of blind bolts BOM R12, in four stretched experimental elements A, B, C, D [104]

Liniom łamanym 1 i 2 na rys. 2.11 odpowiadają na wykresie zależności *M*- $\kappa$  odpowiednio krzywe *k* oraz 1 (rys. 2.13), które zastąpiono odcinkami prostymi  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ oraz  $l_1$ ,  $l_2$ . Przykładowo, wartość tangensa kąta  $\gamma_{k2}$  odpowiada sztywności (*EI*)<sub> $\alpha k2$ </sub>, jaką ma połączenie na 16 sworzni MGL P-R12-12, na długości odcinka  $k_2$ , pomiędzy punk-

## 2.2. Analityczne badania własne ram z podatnymi węzłami

tami S i T na wykresie. Wartości sztywności rozważanego połączenia wynoszą w trzech przedziałach krzywej k kolejno:  $(EI)_{\alpha,k1} = 127,1 \text{ kNm}^2$ ,  $(EI)_{\alpha,k2} = 59,0 \text{ kNm}^2$ ,  $(EI)_{\alpha,k3} = 25,8 \text{ kNm}^2$ , natomiast w dwóch przedziałach krzywej *l*:  $(EI)_{\alpha,l1} = 566,7 \text{ kNm}^2$ ,  $(EI)_{\alpha,l2} = 40,4 \text{ kNm}^2$ . Założono, że sztywności połączenia na 8 sworzni stanowią, odpowiednio, 2/3 wyżej podanych wartości.



Rys. 2.13. Zależność *M*-κ połączenia jak na rys. 2.10d; krzywe k i 1 – odpowiadające krzywym 1 i 2 na rys.2.11 – zastąpiono krzywymi odcinkowo-liniowymi [104]

Fig. 2.13. Relation  $M-\kappa$  of the joint as in Fig. 2.10d; curves k and l, corresponding to curves 1 and 2 in Fig. 2.11, have been replaced by segmentary linear curves [104]

Obliczenia statyczne ramy, skonstruowanej zgodnie z rys. 2.10, wykonano posługując się równaniami (2.24) i (2.26). Ramy rozmieszczono w odstępach co 2,0 m na długości budynku. W obliczeniach uwzględniono następujące wartości obciążeń obliczeniowych: a – pokrycie dachu g = 0,47 kN/m, b – śnieg (II strefa) s = 2,0 kN/m, c – wiatr (I strefa)  $w_1 = 0,86$  kN/m,  $w_2 = 0,47$  kN/m. Do równań (2.24) i (2.26) w miejsce sztywności (*EI*)<sub>a</sub> wprowadzano wartości zastępcze (*EI*)<sub>c</sub> obliczone wg (2.25). W artykule [104] porównano wartości momentów zginających ram z narożami sztywnymi i podatnymi, skonstruowanymi za pomocą dwu połączeń bądź na 8, bądź na 16 sworzni w przypadku obu rodzajów sworzni, tj. typu MGL P-R12-12 i typu BOM-R12.

Zmiany wartości momentów zginających w ramie z narożami podatnymi, w stosunku do występujących w ramach z narożami sztywnymi, sięgały 25% w przypadku łączników MGL P-R12-12 oraz aż 60% – w przypadku BOM-R12. W słupach i ryglach ram były spełnione warunki stanu granicznego nośności oraz warunki ugięcia pionowego rygli; nie sprawdzono poziomych przemieszczeń na wysokości naroży ramy.

## 2. Problem podatności węzłów w konstrukcjach cienkościennych

Oceniono wg [129] wartości podatności węzłów ram, korzystając z kryteriów dotyczących zginanych węzłów podatnych w narożach ram przechyłowych:

$$\overline{m} = \frac{M}{M_{R,pl}}; \quad \overline{\phi} = \frac{EI \cdot \phi}{M_{R,pl} \cdot l}.$$
(2.27)

Krzywe  $e_1$  i  $e_2$  – odpowiadają połączeniom ścianek t = 3,0 mm odpowiednio na 8 i 16 sworzni MGL P-R12-12, natomiast krzywe  $f_1$  i  $f_2$  – analogicznie skonstruowanym połączeniom ścianek t = 4,0 mm na sworznie BOM-R12 (rys. 2.14). Potwierdzają one konieczność traktowania badanych połączeń jako zdecydowanie podatnych. Na wykresie  $\overline{m} \cdot \overline{\phi}$  krzywe te znalazły się w obszarze (między liniami łamanymi 1 i 2) przypisanym, wg [129], połączeniom podatnym, nazywanym również półsztywnymi.

Należy tu wyjaśnić, że aktualna norma [133] z roku 2005 przedstawia inną klasyfikację węzłów pod względem sztywności połączeń, aniżeli było to w normie [129] z roku 1992 (por. krzywe 1 i 2 na rys. 2.14); zmian w tym zakresie nie mogła uwzględniać publikacja autora [104] z roku 2000, stąd obecnie na rys. 2.14 zamieszczono również krzywe 3 i 4 wg nowej klasyfikacji [133].



- Rys. 2.14. Zależność m̄-φ̄: krzywe 1 i 2 wg [129], krzywe 3 i 4 wg [133]; krzywe e<sub>1</sub>, e<sub>2</sub> odnoszące się odpowiednio do połączeń na rys. 2.10c i 2.10d, na sworznie MGL P-R12-12; krzywe f<sub>1</sub>, f<sub>2</sub> analogicznie, na sworznie BOM-R12 [104]
- Fig. 2.14. Relation m̄ φ̄ : curves 1 and 2 − acc. to [129], curves 3 and 4 − acc. to [133]; curves e<sub>1</sub>, e<sub>2</sub> − concerning, respectively, the joints in Fig. 2.10c and 2.10d, with blind bolts type MGL P-R12-12; curves f<sub>1</sub>, f<sub>2</sub> − analogically, for blind bolts type BOM-R12 [104]

Przytoczone wyniki badań i obliczeń pozwalały wnioskować o przydatności obu rodzajów sworzni do łączenia prętów w konstrukcjach ram, zaprojektowanych z kształtowników giętych.

#### 2.2. Analityczne badania własne ram z podatnymi węzłami

## 2.2.4. Przykłady obliczania ram za pomocą programu Robot

## 2.2.4.1. Rama z węzłami podatnymi na śruby zwykłe

Jedna z firm krajowych – wykorzystując kształtowniki profilowane na zimno, wykonane wg technologii amerykańskiej – wznosi hale o rozpiętości do 12,0 m [111]. Słupy i rygle ram w tym systemie konstrukcyjnym są dwugałęziowe o przekrojach klasy 4 w postaci dwu ceowników półzamkniętych  $2C_w 250/2.5$ , z przewiązkami (rys. 2.15). Gałęzie słupa są w sposób zakładkowy połączone z pionową blachą podstawy słupa, grubości 8 mm, za pomocą 8 śrub M16, klasy 4.8. Blacha pozioma podstawy słupa wraz z przyspawaną do niej blachą pionową została wcześniej zakotwiona w fundamencie 4 śrubami M20. Wszystkie połączenia montażowe, tj. gałęzi słupa z podstawą oraz odcinków rygla w kalenicy, zostały skonstruowane analogicznie do dwóch połączeń w narożu ramy (rys. 2.15b). Ramy, rozmieszczone w kierunku podłużnym w odstępach co 2,4 m, są stężone w polach skrajnych stężeniami ściennymi i połaciowymi, których pręty połączono z konstrukcją nośną śrubami M10.



- Rys. 2.15. Rama rozpiętości 12,0 m ze ściągiem: a) schemat statyczny i wymiary, b) konstrukcja naroża, c) obrót w połączeniu obciążonym momentem, d) mimośrodowe połączenie ściągu z narożem [111]
- Fig. 2.15. Frame with a span of 12,0 m with a stay: a) static diagram and dimensions, b) construction of the quoin, c) rotation in the connection loaded with the moment, d) eccentrically joint of the stay with the quoin [111]

Obciążenia ramy ciężarem ścian, pokrycia oraz śniegiem i wiatrem w I strefie mogą wywołać we wszystkich stykach, tj. u podstaw słupów, w narożach oraz w kalenicy, wzajemne obroty między łączonymi ściankami kształtowników a blachami węzłowymi. Na całkowity obrót  $\phi_{L+E}^{\alpha}$  w danym połączeniu  $\alpha_i$  złoży się obrót trwały  $\phi_L^{\alpha}$  oraz obrót sprężysty  $\phi_E^{\alpha i}$ . Obrót trwały będzie wynikał na początku z uwolnienia luzów istniejących w połączeniu ze śrubami zgrubnymi bezpośrednio po montażu, wynoszących co najmniej 1,0 mm, a następnie luzów trwałych powstałych na skutek plastycznego docisku trzpieni śrub do ścianek otworów. Całkowitemu obrotowi w połączeniach będzie towarzyszył niewielki obrót sprężysty, wynikający ze sprężystego docisku trzpieni do ścianek w otworach blach węzłowych (por. rys. 2.15c).

Wartości sztywności obrotowych połączenia przy różnych rodzajach łączników zostały ocenione na podstawie wyników badań doświadczalnych. Badania te dotyczyły rozciąganych osiowo, zakładkowych połączeń ścianek grubości 3,0 i 4,0 mm, obciążanych do poziomu nośności obliczeniowej  $F = F_{Rj}$ , a następnie do zniszczenia. Po odciążaniu elementów próbnych mierzono wartości trwałych luzów  $\delta_L$  między osiami trzpieni i przemieszczającymi się ściankami otworów [99], [100], [104]. Badano połączenia na śruby pasowane, wkręty samogwintujące i samowiercące oraz sworznie jednostronne (tabl. 2.2.). Wyniki wykorzystano do licznych obliczeń szacunkowych, których celem było sprawdzenie wpływu podatności węzłów na rozkład sił wewnętrznych w kilku ramach [104], [108]. Obliczenia wykonano metodą sił, wprowadzając – na długościach połączeń – wartości sztywności przy zginaniu (EI)<sub>a</sub>, określone na podstawie wartości przemieszczeń całkowitych i trwałych "luzowych", pomierzonych w połączeniach rozciąganych [106], [111].

Można się spodziewać, że wartość całkowitego kąta obrotu w połączeniu (rys. 2.15c) obciążonym momentem zginającym będzie większa od kąta  $\phi_L$ , wynikającego jedynie z istniejących w otworach na śruby skrajne I wstępnych luzów, szacowanych na wartość równą  $\delta_L = 1,0$  mm [111]. Na podstawie zachodzących w połączeniu zależności geometrycznych można stwierdzić, że przy luzach rzędu 1,0 mm śruby środkowe II nie "wciągają się" jeszcze do pracy na docisk, nawet wtedy, gdy przemieszczenia w osiach skrajnych śrub I osiągną już wartości  $\delta_{L+E}^I = 1,4$  mm.

Wykorzystując związki zachodzące wg (2.15) pomiędzy kątem obrotu i krzywizną, w danym przekroju  $\alpha_i$  (por. rys. 2.15c):

$$\phi_{L+E}^{\alpha i} = \frac{\delta_{L+E}^{\alpha i}}{r_I} \quad i \quad \kappa_{L+E}^{\alpha i} = \frac{\delta_{L+E}^{\alpha i}}{(r_I)^2}, \qquad (2.28)$$

obliczono sztywność połączenia obciążonego momentem zginającym  $M_{ac}$  z następującego wzoru:

2.2. Analityczne badania własne ram z podatnymi węzłami

$$(EI)_{\alpha i} = \frac{M_{\alpha i}}{\kappa_{L+E}^{\alpha i}}.$$
(2.29)

Obliczenia statyczne ramy wykonano za pomocą programu Robot 97 v.13.4, wprowadzając na określonych długościach połączeń sztywności zastępcze  $(EI)_{\alpha i,c}$ , wg (2.25), przy  $i = 1 \div 8$ , tj. uwzględniające sztywności blach węzłowych (rys. 2.16a).

Tablica 2.2

	Przemieszczer	nia blach w b	adanych po	lączeniac	h zakładko	wych [103]		
Lp.	Rodzaj łączników w połączeniu	Grubość łączonych blach	Liczba łączników w	Średni	ca [mm]	Srednie przemieszczenie w połączeniu obciążonym siłą $F = F_{Rj}$ , [mm]		
		[mm]	próbnym	trzpieni	otworów	całkowite $\delta_{L+E}$	"luzowe" $\delta_L$	
1	2	3	4	5	6	7	8	
1	Sruby pasowane M6	3,0	2	6,0	6,0	0,50	0,42	
2	Wkręty samogwintujące TS-MP 52Z6,3	3,0	4	6,3 <sup>1)</sup>	5,2	0,60	0,44	
3	Wkręty samowiercące THB 6,3	3,0	4	6,3 <sup>1)</sup>	5,7 <sup>2)</sup>	1,0 <sup>3)</sup>	0,8 3)	
4	Wkręty samowiercące zmodyfikowane THB-6,3	3,0	4	6,3 <sup>1)</sup>	5,1 <sup>4)</sup>	0,16 5)	0,125 5)	
5	Sworznie jednostronne MGL P-R12	3,0	4	9,8	10,5 <sup>6)</sup>	>0,60	>0,40	
6	Sworznie jednostronne BOM-R12	4,0	2	9,6	11,0 <sup>6)</sup>	1,31	>1,0	

<sup>1)</sup> Srednica grzbietu gwintu, <sup>2)</sup> średnica wiertła, <sup>3)</sup> stwierdzono brak stabilizacji przemieszczeń podczas kilkudziesięciu obciążeń pulsujących  $F = 0.75F_{R_j}$ , <sup>4)</sup> średnica wiertła uzyskana sposobem rzemieślniczym po jego spiłowaniu z 5,7 do 5,1 mm, <sup>5)</sup> odpowiadają obciążeniu  $F = 0.59F_{R_j}$ , które gwarantowało stabilizację przemieszczeń trwałych  $\delta_L$  w połączeniu, <sup>6)</sup> średnice katalogowe zalecane przez producenta sworzni.



2. Problem podatności węzłów w konstrukcjach cienkościennych

Rys. 2.16. Założenia do obliczeń oraz wyniki: a) wprowadzenie sztywności zastępczych (*EI*)<sub>a.c</sub> w narożach, kalenicy i u podstaw słupów, b) wykres momentów zginających [103]
Fig. 2.16. Assumptions for calculations and results: a) introduction of substitute rigidities (*EI*)<sub>a.c</sub> in the quoins, the roof ridge and at the bases of the columns, b) diagram of the bending moments [103]

Obliczenia prowadzono w trzech krokach iteracyjnych, zmieniając wartości sztywności zgodnie ze zmieniającymi się wartościami momentów zginających [96], [99]. Otrzymane wartości momentów (również w przekrojach  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  – rys. 2.16b), sił osiowych oraz przemieszczeń w charakterystycznych przekrojach ramy porównano z wartościami dotyczącymi ramy z węzłami sztywnymi. Wartości sztywności dla połączeń obliczono przy założeniu całkowitych wzajemnych przemieszczeń między ściankami, w osiach sworzni I (por. rys. 2.15c), na poziomie najpierw 1,2 mm, a następnie 1,4 mm. W pierwszym przypadku wystąpiło zwiększenie wartości momentów aż o 70,7% w przęśle 5 – 7 rygla (rys. 2.16c). Dla sił wewnętrznych w ryglu  $N_{6.8} = N_{Sd} =$ - 48,09 kN i  $M_{5.7} = M_{z,Sd} = + 21,16$  kNm sprawdzono warunek nośności odcinka rygla 5 – 7 wg wzoru [129]:

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_{\min} \cdot A_{eff} f_y / \gamma_{M_1}} + \frac{k_z \cdot M_{z,Sd} + N_{Sd} \cdot e_{N,z}}{W_{eff,z} \cdot f_y / \gamma_{M_1}} \le 1.0.$$
(2.30)

Przyjmując  $f_y = R_e = 235$  MPa (St3SX – S235JRG1) oraz  $M_1 = 1,1$  warunek (2.30) został przekroczony o 2,8%. W przypadku wystąpienia w połączeniach ramy bardziej prawdopodobnych przemieszczeń  $\delta_{L+E}^I = 1,4$  mm, przekroczenie nośności w ryglu wynosiłoby już 3,6%. W obliczeniach sprawdzających pominięto niekorzystny wpływ niewspółosiowego połączenia ściągu z ryglem i słupami w narożach (por. rys. 2.15d).

Należy w tym miejscu podkreślić, iż brakuje wyników badań doświadczalnych zakładkowych połączeń rozciąganych i zginanych na śruby zgrubne, tj. odpowiednio zależności "obciążenie-przemieszczenie" i "moment zginający-kąt obrotu", przy dowolnych grubościach łączonych ścianek. W obliczeniach, np. stężeń ściennych w budynkach stalowych, których pręty są często połączone z ramowymi układami

## 2.2. Analityczne badania własne ram z podatnymi węzłami

poprzecznymi za pomocą śrub zgrubnych, zakłada się współczynniki, charakteryzujące podatność takich połączeń [45], [71].

## 2.2.4.2. Rama z węzłami podatnymi na sworznie jednostronne

Zachowanie się ramy z węzłami podatnymi (rys. 2.17), wykonanej z kształtowników giętych na zimno, sprawdzono na obciążenia stałe oraz zmienne w I strefach śniegowej i wiatrowej, dla pierwszych cykli obciążenia [110]. Słupy i rygiel zaprojektowano z kształtownika RP160×80×4. Rygiel wzmocniono poziomą jętką o przekroju 2[60×30×4 oraz zastrzałami w narożach i słupkiem w osi kalenicy o przekrojach RP80×60×4. Na długościach  $c_{\alpha}$  zginanych połączeń, oznaczonych w ryglu –  $c_{\alpha}$ , słupach –  $c_{\alpha}$ , zastrzałach –  $c_{\alpha}$  i jętce –  $c_{\alpha}$ , wprowadzono wartości sztywności zastępczych przy zginaniu (*EI*)<sub>c</sub> wg (2.25) oraz sztywności przy ściskaniu (*EA*)<sub>c</sub>, obliczone – dla porównania – na podstawie sztywności siecznej  $K_{rs}$  i stycznej (*EI*)<sub> $\alpha$ </sub>



Rys. 2.17. Schemat ramy z węzłami podatnymi [110], [112] Fig. 2.17. Diagram of a frame with flexible nodes [110], [112]

W obliczeniach statycznych rozważono dwa przypadki:

- w pierwszym wprowadzono na długościach połączeń  $c_{\alpha}$  wartości sztywności siecznych  $K_{rs}$ ;
- w drugim wartości sztywności stycznych (EI)<sub>α</sub>.

Wartości sztywności ustalono na podstawie wyników badań doświadczalnych zamieszczonych w pracach [107], [112], [113] w postaci ŚRS "obciążenie-przemieszczenie". Blachy połączono za pomocą sworzni typu MGL P-R12-12 o średnicy Ø9,8 mm, osadzonych w otworach Ø10,5 mm, a więc przy niewielkich wstępnych luzach między sworz2. Problem podatności węzłów w konstrukcjach cienkościennych

niami i ściankami, przed ich ostatecznym osadzeniem. Połączenie jednocięte badano w trzech elementach próbnych.

Połączenia poddawano działaniu obciążenia narastającego przyrostowo od zera do siły niszczącej, pulsującego cyklicznie na różnych poziomach. Każde z połączeń było poddane od 30 do 40 cyklom obciążenia, zależnie od liczby cykli, po których – na danym poziomie obciążenia – stwierdzano zanikanie przemieszczeń trwałych. Podczas obciążania i odciążania połączeń mierzono, za pomocą czujników mechanicznych o dokładności odczytu 0,001 mm, wzajemne przemieszczenia całkowite  $\delta_{L+E}$  i trwałe  $\delta_L$  – nazywane "luzowymi", zachodzące między łączonymi ściankami.



Rys. 2.18. Naroże ramy: a) konstrukcja naroża; b) siły  $S_1^{\alpha}$  w połączeniu powodujące przemieszczenia  $\delta_{L+E}^{\alpha}$  oraz obrót  $\phi_{L+E}^{\alpha}$ 

Fig. 2.18. Quoin of the frame: a) construction of the quoin; b) forces  $S_1^{\alpha}$  in the connection, causing displacements  $\delta_{L+E}^{\alpha}$  and angles of rotation  $\phi_{L+E}^{\alpha}$ 

Każdą z trzech obwiedni ścieżek równowagi statycznej można było opisać za pomocą hiperbolicznej funkcji zależności  $S_1^{\alpha} - \delta_{L+E}^{\alpha}$ , wykorzystując program statystyczny CurveExpert, gdzie  $S_1^{\alpha}$  jest obciążeniem pojedynczego sworznia w badanym połączeniu  $\alpha$ ,  $\delta_{L+E}^{\alpha}$  – wzajemnym przemieszczeniem łączonych ścianek w połączeniu. Na podstawie funkcji  $S_1^{\alpha} - \delta_{L+E}^{\alpha}$  ustalono zależność  $M^{\alpha} - \phi_{L+E}^{\alpha}$ , zachodzącą w połączeniach zginanych na 8 i 16 sworzni, przy pewnych założeniach upraszczających (rys. 2.28b) [102]; podobnie jak w przypadku ramy na rys. 2.10 pominięto – przy ustalaniu zależności  $M^{\alpha} - \phi_{L+E}^{\alpha} - siłę ścinająca, powodującą rozkład obciążeń$ na sworznie względem chwilowego (nieznanego) środka obrotu. Kierowano się dotychczasowym doświadczeniem autora, iż moment zginający ma decydujący wpływ

## 2.2. Analityczne badania własne ram z podatnymi węzłami

na podatność połączeń. Ponadto, w rozważanym przykładzie obliczeniowym chodziło o porównanie wartości momentów zginających w ramie w przypadku wprowadzenia do obliczeń niezależnie dwu wartości sztywności, siecznej i stycznej.

Oszacowana w ten sposób zależność pozwalała wyznaczać sztywność styczną połączenia  $(EI)_{\alpha}$  przy dowolnej wartości momentu  $M^{\alpha}$ . Wyrażenie na sztywność styczną, korzystając z zależności (2.13) między kątem obrotu  $\phi_{L+E}^{\alpha}$  i krzywizną  $\kappa_{L+E}^{\alpha}$ , można zapisać następująco:

$$(EI)_{\alpha} = \frac{M^{\alpha}}{\kappa_{L+E}^{\alpha}} = a^{\alpha} \frac{M^{\alpha}}{\phi_{L+E}^{\alpha}}.$$
 (2.31)

W celu uproszczenia postępowania wprowadzono do obliczeń w 1 kroku iteracyjnym – zamiast nieliniowej sztywności stycznej  $(EI)_{\alpha}$  wg (2.31) – tzw. sztywność sieczną  $K_{rs}$  [20], [129]; odpowiada jej prosta c na wykresie  $M^{\alpha} - \phi_{L+E}^{\alpha}$  (rys. 2.19).



Rys. 2.19. Wykres zależności: moment zginający  $M^{\alpha}$  – kąt obrotu  $\phi_{L+E}^{\alpha}$  [112], [113] Fig. 2.19. Diagram of the relation: bending moment  $M^{\alpha}$  – angle of rotation  $\phi_{L+E}^{\alpha}$  [112], [113]

Krzywa podatności a charakteryzuje połączenie 8-sworzniowe, skonstruowane w narożu ramy, w którym odległości pomiędzy sworzniami wynosiły  $2 \cdot a^{\alpha} = 2 \cdot 55 =$ 110 mm (por. rys. 2.18b). Sztywność sieczną  $K_{rs}$  wyznaczają współrzędne punktu B, które wynikają z przecięcia się tzw. linii belkowej *b*, wyznaczonej dla odcinka 4-5 rygla ramy (por. rys. 2.17), z krzywą podatności *a*. Niezależnie ustalono także równanie linii belkowej odcinka słupa 1-2 oraz wartość sztywności siecznej  $K_{rs}$  połączeń słupa.

#### 2.3. Podsumowanie

#### 2. Problem podatności węzłów w konstrukcjach cienkościennych

W obliczeniach statycznych uwzględniono również sztywności  $(EA)_{\alpha}$ , towarzyszące siłom osiowym w połączeniach, których wartości obliczono na podstawie zależności:

$$(EA)_{\alpha} = \frac{N^{\alpha} \cdot 2a^{\alpha}}{\delta_{L+E}^{\alpha}}.$$
 (2.32)

Połączenia w kalenicy i narożach ramy wykonano ostatecznie za pomocą 8 sworzni, a połączenia słupów z blachami podstaw – za pomocą 16 sworzni, natomiast jętkę, zastrzały i słupek w kalenicy połączono odpowiednio z ryglem i słupami przy użyciu 4 sworzni w każdym węźle. Obliczenia przeprowadzono za pomocą programu Robot 97. Wykonano dwa kroki iteracyjne; w pierwszym założono na długościach połączeń  $c_{\alpha}$ sztywności sieczne  $K_{rs}$ , w drugim – sztywności zastępcze (*EI*)<sub>c</sub>, obliczone dla momentów zginających otrzymanych w pierwszym kroku iteracyjnym. Wykres momentów w ramie obciążonej łącznie ciężarem pokrycia i śniegiem q = 4,30 kN/m przedstawia rys. 2.20.



Rys. 2.20. Wykres momentów zginających ramy obciążonej ciężarem stałym i śniegiem Fig. 2.20. Diagram of the bending moments of a frame with a constant dead load and snow

Wykres odpowiada przypadkowi przyjęcia sztywności siecznych  $K_{rs}$ . Na wykresie zaznaczono zmiany wartości momentów zginających, które podano również w kolumnie 4 tablicy 2.3; np. w narożach ramy zmiany te przekraczają 38%. W kolumnie 5 tablicy zamieszczono % zmiany dla przypadku przyjęcia w obliczeniach wartości sztywności stycznych  $(EI)_{\alpha}$ ; wtedy sięgają one aż 44% w przekrojach u podstaw słupów. W kolumnie 6 podano różnice między wartościami momentów i przemieszczeń w dwu rozważanych przypadkach, które wynoszą odpowiednio 23% i 20%. Dla wszystkich prętów ramy sprawdzono warunki nośności [130], [140]; przykładowo dla rygla w przęśle otrzymano: 0,938 < 1,0, dla słupa ramy – 0,991 < 1,0.

Tablica 2.3

89

Zm	iany wartości momentów zginających oraz przemieszczeń określone
	względem ramy z wezłami sztywnymi

		citutini taniy 2 «telan	Przy	padek	Różnice między
Obciążenie ramy	Porówny- walne wartości	Charakterystyczne przekroje ramy wg rys. 2.26	sztyw- ności siecznej <i>K</i> <sub>rs</sub>	sztyw- ności stycznej ( <i>EI</i> ) <sub>α</sub>	wartościami odpowiadającym i sztywnościom K <sub>rs</sub> i (EI) <sub>æ</sub> [%]
1	2	3	4	5	6
		naroża 3 i 8	- 38,3	- 40,8	+ 4,1
obciążenie stałe	momenty zginajace	podstawy słupa 1 i 10	- 30,9	- 43,8	+ 23,0
+obciążenie śniegiem	-6 51	przęsła rygla 4-5 i 5-7	+ 17,4	+ 21,6	- 3,5
	przem. pionowe	kalenica 5	+ 17,0	+24,4	- 6,0
		naroże 3	- 32,6	- 30,8	- 2,6
obciążenie stałe	zginajace	podstawa słupa 1	- 23,3	- 34,2	+ 16,4
+ obciążenie	U JE	przęsło rygla 4-5	+ 8,6	+ 6,6	+ 1,9
wiatrem	przem. poziome	naroża 3 i 8	+ 53,8	+ 84,6	+ 20,0

Przedstawione w tabl. 2.3 wyniki obliczeń statycznych ramy z węzłami podatnymi upoważniają do stwierdzenia, że wprowadzenie do obliczeń wartości sztywności siecznych  $K_{rs}$  jest zbyt dużym uproszczeniem.

#### 2.3. Podsumowanie

Wyniki przykładowych obliczeń statycznych ram z węzłami podatnymi – sporządzonych za pomocą zaproponowanego w p. 2.2.1. modelu obliczeniowego lub przy wykorzystaniu programu Robot – wskazują na potrzebę opracowania dokładnego sposobu obliczania sztywności połączeń zakładkowych.

Wyniki zamieszczone w tabl. 2.3 przekonują, że wprowadzenie do obliczeń statycznych sztywności siecznych połączeń pociąga za sobą znaczące błędy w stosunku do wyników otrzymanych w przypadku uwzględnienia sztywności stycznych.

#### 2.3. Podsumowanie

2. Problem podatności węzłów w konstrukcjach cienkościennych

Wartości sztywności zależą od rodzaju i liczby łączników oraz ich rozmieszczenia w połączeniu, ale także od działających w połączeniu sił wewnętrznych M, H, V. Należy przy tym mieć na uwadze, że sztywność połączenia obciążonego momentem zginającym M będzie redukowana na skutek równoczesnego działania siły ścinającej W, będącej wypadkową siły podłużnej H i poprzecznej V.

Wskazane byłoby, aby równania opisujące wytężenie dowolnego połączenia uwzględniały nieliniowe zależności występujące między obciążeniami i wzajemnymi przemieszczeniami, zachodzącymi między łączonymi ściankami, wynikającymi z plastycznej deformacji materiału ścianek w otworach.

Spośród przebadanych łączników w postaci wkrętów, śrub i sworzni jednostronnych na uwagę zasługują te ostatnie. Uniwersalność sworzni jednostronnych typu BOM w zastosowaniu do łączenia ścianek kształtowników giętych z blach na zimno polega na:

- możliwości łączenia przekrojów otwartych z zamkniętymi,
- szczelnym (bezpośrednio po osadzeniu) wypełnianiu otworów przez materiał tulejki sworznia,
- bogatym asortymencie średnic sworzni i długości ich trzpieni, które pozwalają łączyć różne grubości ścianek [134], [147],
- szybkim i łatwym ich osadzaniu w otworach.

Zalety sworzni BOM osłabia co prawda ich cena, która jest około 2,5-krotnie większa od ceny śruby M12 klasy 12.9. Zastosowanie tych sworzni w konstrukcjach cienkościennych zostanie jednak z całą pewnością zrekompensowane krótszym czasem montażu.

Należy zauważyć, że zadowalającą sztywnością odznaczały się także badane połączenia na wkręty samogwintujące, które, podobnie jak sworznie jednostronne, wymagały uprzedniego wiercenia otworów w łączonych ściankach. Niestety, zbyt mała była ich nośność obliczeniowa, stąd uznano je za nieracjonalne w zastosowaniu do konstrukcji prętowych o większej rozpiętości. Jeszcze lepsze byłyby wkręty samowiercące, nie wymagające wiercenia otworów, lecz o średnicach większych od dostępnych na rynku Ø6,3 mm, np. przynajmniej wynoszących ok. 8,0 mm; wiertło w końcówce wkręta wymagałoby jednak takiego wyprofilowania, aby podczas "wprasowywania się" w materiał nie niszczyło ścianki w otworze [102] (co miało miejsce w przypadku wkrętu "Hilti" typu THB-6,3).

Warto też zauważyć, że bardzo racjonalne są połączenia na śruby sprężone, stanowiące podstawowe łączniki w szwedzkim systemie konstrukcyjnym. Przy ich stosowaniu nie można jednak wprowadzić do konstrukcji kształtowników o zamkniętych przekrojach kwadratowych i prostokątnych, co było jednym z założeń do badań podjętych w niniejszej pracy.

Na pewno interesujące i potrzebne byłyby również wyniki badania połączeń zakładkowych na śruby zgrubne, często stosowane w montażowych połączeniach prętów stężeń (dachowych i ściennych) z głównymi elementami nośnymi konstrukcji.

## ROZDZIAŁ 3

# ANALIZA WYTĘŻENIA JEDNOCIĘTEGO POŁĄCZENIA SWORZNIOWEGO

## 3.1. Układ równań opisujący zachowanie się połączenia jednociętego

Rozważa się dowolne połączenie zakładkowe dwu blach o różnych grubościach  $t_g$  i  $t_d$ , wykonanych z różnych gatunków stali. Obciążenia *H*, *V* i *M*, przekazywane z blachy "górnej" na blachę "dolną", będą powodowały wzajemne ich przemieszczanie się (rys. 3.1).





Blachy będą doznawały względem siebie dwu składowych przesunięć, tj. poziomego  $u = u_g + u_d$  i pionowego  $v = v_g + v_d$  oraz trzeciej składowej w postaci kąta obrotu  $\phi = \phi_g + \phi_d$ . Wielkości  $u_g$ ,  $v_g$ ,  $\phi_g$  są przemieszczeniami "górnej" blachy względem założonego środka O układu współrzędnych (x, y), a  $u_d$ ,  $v_d$ ,  $\phi_d$  – przemieszczeniami "dolnej" blachy względem tego środka (rys. 3.2).

Ustrój nośny połączenia został w przedstawionym rozwiązaniu potraktowany jako złożony z dwu tarcz sztywnych oraz sztywno-plastycznych łączników, o pomijalnie małych wymiarach. Łączniki, po założeniu, szczelnie wypełniają wywiercone w bla-

chach otwory, przed ich obciążeniem (por. p. 4.1, rys. 4.1). W modelu obliczeniowym przyjęto, że składowe obciążenia M, H i V są, za pośrednictwem łączników, przekazywane z tarczy "górnej" na "dolną". Założono przy tym, że obciążenia te w całym zakresie, tj. od zera do zniszczenia połączenia, narastają równocześnie i proporcjonalnie, są więc zależne liniowo. Kierunek wypadkowych przemieszczeń  $\delta_i = \delta_{i,g} + \delta_{i,d}$  w osi łącznika "i" nie ulega zmianie (rys. 3.2). Zachowane zostają początkowe odległości między łącznikami, a obserwowane podczas badań doświadczalnych deformacje występują jedynie w bliskim otoczeniu łączników. Siły docisku trzpieni sworzni do ścianek w otworach zastąpiono siłami wypadkowymi  $S_i$ , zaczepionymi w projektowanych środkach otworów. Kierunek każdej siły wypadkowej  $S_i$  określa kąt  $\beta_i$ , jaki tworzy ona z osią x. Przyrostom sił  $\Delta S_i$ , obciążających poszczególne łączniki "i", będą odpowiadały przyrosty przemieszczeń  $\Delta \delta_i = \Delta \delta_{L+E,i}$ , na które składają się przyrosty sprężyste  $\Delta \delta_{E,i}$  i trwałe  $\Delta \delta_{L,i}$ , o kierunkach zgodnych z kierunkami sił  $S_i$ .



Rys. 3.2. Plan sił i przemieszczeń w połączeniu zakładkowym na sworznie jednostronne Fig. 3.2. Forces and displacements in a lap joint with blind bolts

Rozwiązane zagadnienia uzyskuje się wykorzystując: równania równowagi sił, równanie konstytutywne (fizyczne) i związki geometryczne. Układ równań opisujący zachowanie się *m*-łącznikowego połączenia, zapisany z uwzględnieniem niewiadomych sił  $S_i$  oraz przemieszczeń  $u_g$ ,  $v_g$  i  $\phi_g$ , można w ogólnym przypadku przedstawić

w postaci 3 równań równowagi oraz m równań fizycznych (gdzie m jest liczbą łączników w połączeniu – por. rys. 3.1), sformułowanych z wykorzystaniem związków geometrycznych. W układzie (3 + m) równań warunki równowagi są następujące (por. rys. 3.2):

$$H - \sum_{i=1}^{m} S_i \cdot \cos(\beta_i - \pi) = 0, \qquad (3.1)$$

$$V - \sum_{i=1}^{m} S_i \cdot \sin(\beta_i - \pi) = 0, \qquad (3.2)$$

$$M + \sum_{i=1}^{m} S_i \cdot \sin(\beta_i - \pi) \cdot r_i \cdot \cos\alpha_i - \sum_{i=1}^{m} S_i \cdot \cos(\beta_i - \pi) \cdot r_i \cdot \sin\alpha_i = 0, \quad (3.3)$$

a równania fizyczne, wyrażające zależność między obciążeniami łączników  $S_i$ i przemieszczeniami całkowitymi  $\delta_i = \delta_{i,g} + \delta_{i,d}$ , przyjmują postać:

$$\delta_i = f(S_i), \tag{3.4}$$

gdzie:  $f(S_i)$  – oznacza przemieszczenie *i*-tego sworznia zależne od siły wypadkowej  $S_i$ .

Momenty zginające w równaniu (3.3), wywołane składowymi poziomymi i pionowymi sił  $S_{i}$ , obliczono względem punktu O, tj. początku przyjętego układu współrzędnych. Założono, że sworznie – podczas wzajemnego przemieszczania się tarcz – "stoją" w swoich projektowanych osiach, tzn. sworzeń "*i*" znajduje się nadal w punkcie "*i*", a nie w punktach "*i*g" lub "*i*d" (por. rys. 3.2).

W pracach [32], [38], [82] równanie równowagi momentów obliczano względem chwilowego środka obrotu R, wprowadzając dodatkowe niewiadome w postaci nieznanych współrzędnych  $x_R$  i  $y_R$  (por. rys. 3.2). Takie podejście wymagało opracowania programu, który umożliwił ustalanie, drogą kolejnych przybliżeń, wartości  $x_R$  i  $y_R$ , spełniających warunki równowagi. W niniejszej pracy zrezygnowano z poszukiwania, drogą iteracji, chwilowego środka obrotu w połączeniu. Zaproponowane poniżej rozwiązanie zagadnienia pozwala obliczać wartości współrzędnych środka obrotu R każdego dowolnego połączenia.

W przypadku różnych grubości łączonych blach, tj. gdy  $t_g \neq t_d$ , lub też gdy blachy wykonane są z różnych gatunków stali, należałoby przyjąć  $\delta_{i,g} \neq \delta_{i,d}$  i założyć  $\delta_{i,d} = k \cdot \delta_{i,g}$ . Można by założyć, że współczynnik k, który należałoby ustalić na drodze doświadczalnej, zachowuje w danym połączeniu stałą wartość niezależnie od wartości obciążenia  $S_i$ . Równanie (3.4) miałoby wówczas postać następującą:

$$\delta_{i,g}(1+k) = f(S_i). \tag{3.5}$$

# 3.1. Układ równań opisujący zachowanie się połączenia jednociętego

Kąt  $\beta_i$  w równaniach równowagi (3.1 ÷ 3.3) jest mierzony względem kierunku oddziaływania danej siły  $S_i$  na tarczę "dolną" połączenia, tj. zgodnie z kierunkiem przemieszczenia  $\delta_{i,d}$  na rysunku 3.2, przeciwnie skierowanego do przemieszczenia  $\delta_{i,g}$ . Pomiędzy przemieszczeniami  $u_g$ ,  $v_g$  i  $\phi_g$  zachodzą w połączeniu następujące związki geometryczne:

$$u_g = \delta_{i,g} \cdot \cos(\beta_i - \pi) + r_i \cdot \phi_g \cdot \cos(90^\circ - a_i), \tag{3.6}$$

$$v_g = \delta_{i,g} \cdot \sin(\beta_i - \pi) - r_i \cdot \phi_g \cdot \sin(90^\circ - a_i), \qquad (3.7)$$

wprowadzając zamiast:  $cos(\beta_i - \pi) = -cos \beta_i$  oraz  $sin(\beta_i - \pi) = -sin \beta_i$ , związki te przyjmują postać:

$$u_{g} = -\delta_{i,g} \cdot \cos\beta_{i} + r_{i} \cdot \phi_{g} \cdot \sin a_{i}, \qquad (3.8)$$

$$v_g = -\delta_{ig} \cdot \sin\beta_i - r_i \cdot \phi_g \cdot \cos a_i, \tag{3.9}$$

a po przekształceniu

$$\cos\beta_i = -\frac{u_g - r_i \cdot \phi_g \cdot \sin\alpha_i}{\delta_{i,g}}, \qquad (3.10)$$

$$\sin \beta_i = -\frac{v_g + r_i \cdot \phi_g \cdot \cos \alpha_i}{\delta_{i,g}}.$$
(3.11)

W powyższych związkach geometrycznych pominięto bardzo małe kąty  $\phi_g$  w funkcjach  $sin(\alpha_i + \phi_g)$  i  $cos(\alpha_i + \phi_g)$  oraz przyjęto  $sin \phi_g = \phi_g$ . Przemieszczenia wypadkowe  $\delta_{i,g}$  można wyrazić za pomocą składowych przemieszczeń  $u_g$ ,  $v_g$ ,  $\phi_g$  w następujący sposób:

$$\delta_{i,g} = \sqrt{\left(u_g - r_i \cdot \phi_g \cdot \sin\alpha_i\right)^2 + \left(v_g + r_i \cdot \phi_g \cdot \cos\alpha_i\right)^2} . \tag{3.12}$$

Ostatecznie układ równań (3.1÷3.4) można zapisać następująco:

$$H - (1+k) \sum_{i=1}^{m} \frac{S_i}{f(S_i)} \cdot (u_g - r_i \cdot \phi_g \cdot \sin \alpha_i) = 0, \qquad (3.13)$$

$$V - (1+k)\sum_{i=1}^{m} \frac{S_i}{f(S_i)} \cdot (v_g + r_i \cdot \phi_g \cdot \cos \alpha_i) = 0, \qquad (3.14)$$

$$M - (1+k)\sum_{i=1}^{m} \frac{S_i \cdot r_i}{f(S_i)} \cdot \left(u_g \cdot \sin \alpha_i - v_g \cdot \cos \alpha_i - r_i \cdot \phi_g\right) = 0, \qquad (3.15)$$

$$f(S_i) - (1+k)\sqrt{\left(u_g - r_i \cdot \phi_g \cdot \sin\alpha_i\right)^2 + \left(v_g + r_i \cdot \phi_g \cdot \cos\alpha_i\right)^2} = 0, \qquad (3.16)$$

gdzie niewiadome są:  $u_g$ ,  $v_g$ ,  $\phi_g$  oraz  $S_i$  przy  $i = 1, 2 \dots m$ . Jeśli z rozwiązania układu równań otrzyma się wartość poszukiwanego przemieszczenia ze znakiem ujemnym, będzie to oznaczało, że jego kierunek jest przeciwny do założonego na rys. 3.2.

Sumaryczne przemieszczenia w osiach poszczególnych sworzni, wywołane obciążeniami M, H, V, powodują przesuwanie się pierwotnego środka obrotu O, założonego w początku układu współrzędnych (x, y), do chwilowego środka obrotu R, o współrzędnych  $x_R$  i  $y_R$  (por. rys. 3.1). Środek chwilowego obrotu R jest w ogólnym przypadku miejscem dowolnie obciążonego połączenia, w którym wzajemne całkowite przesunięcia połączonych tarcz – poziome u i pionowe v – są równe zeru, natomiast zachodzący między nimi obrót jest równy kątowi  $\phi$ . Wartości jego współrzędnych można obliczyć, w przypadku gdy  $k = \delta_{id} / \delta_{ig} = 1$ , z następujących zależności geometrycznych:

$$x_{R} = -\frac{v_{g}}{\phi_{g}} \text{ i } y_{R} = \frac{u_{g}}{\phi_{g}}.$$
 (3.17)

Występowanie chwilowego środka obrotu w połączeniu potwierdziły przedstawione w rozdziale 4 wyniki badań doświadczalnych (por. p. 4.6.2, tabl. 4.7 i p. 4.6.4, tabl. 4.8).

Sprawdzono, że równania (3.13) ÷ (3.16) są także ważne w przypadku wprowadzenia całkowitych przemieszczeń v, u,  $\phi$ , zamiast przemieszczeń  $v_g$ ,  $u_g$ ,  $\phi_g$ , lecz wtedy k = 0. Można równanie (3.3) zastąpić równoważnym mu równaniem, lecz zapisanym względem chwilowego środka obrotu R (por. rys. 3.2):

$$M - V \cdot x_{R} + \frac{1}{\phi} \sum_{i=1}^{m} S_{i} \cdot \delta_{i} = 0.$$
 (3.18)

Wykorzystując wzory (3.17), łatwo sprowadzić równanie (3.18) do postaci wynikającej z zasady prac przygotowanych [55]:

$$M \cdot \phi + V \cdot v - H \cdot u + \sum_{i=1}^{m} S_i \cdot \delta_i = 0.$$
(3.19)

Za pomocą równania (3.18) można sprawdzić warunek momentów, gdy znane są współrzędne chwilowego środka obrotu, kąt obrotu  $\phi$  i siły  $S_i$  oraz zachodzące na kierunku ich działania całkowite przemieszczenia  $\delta_i$ .

## 3.2. Sprawdzenie poprawności układu równań

Przedstawione w p. 3.1 równania, pozwalające obliczać siły skupione  $S_i$  przypadające na poszczególne łączniki "*i*" w dowolnym połączeniu zakładkowym, obciążonym momentem zginającym M i dowolnie ukierunkowaną siłą W, będącą wypadkową siły

## 3.2. Sprawdzenie poprawności układu równań

osiowej H i siły poprzecznej V, wymagają – z uwagi na swoją nieliniowość – sprawdzenia na drodze doświadczalnej. Zadecydowano zatem sprawdzić układ równań  $(3.13) \div (3.16)$  w przypadku trzech statycznie wewnętrznie niewyznaczalnych połączeń – różniących się liczbą łączników, ich rozmieszczeniem, grubością łączonych ścianek, a także charakterem przykładanego obciążenia – a mianowicie:

- a) symetrycznego połączenia 5-sworzniowego ścianek o grubościach 5,0 mm, rozciąganego mimośrodowo w jednym kierunku (por. p. 4.6.2, rys. 4.53),
- b) symetrycznego połączenia 8-sworzniowego ścianek o grubościach 5,0 mm, zginanego naprzemiennie (por. p. 4.6.3, rys. 4.56),
- c) niesymetrycznego połączenia 4-sworzniowego ścianek o grubościach 4,0 mm, rozciąganego mimośrodowo w jednym kierunku (por. p. 4.6.4, rys. 4.58).

#### 4.1. Cel badań

duża wartość nośności obliczeniowej na ścinanie  $S_{Rv}$  = 89,5 kN [134]. Oczywiste przy tym było, iż w połączeniu jednociętym cienkich ścianek o nośności połączenia będą decydować naprężenia związane z dociskiem sworzni do ścianek w otworach.



Rys. 4.1. Stan wypełnienia otworów w blachach przez sworznie jednostronne BOM-R16 Fig. 4.1. State of the filling of holes in sheet iron by special blind bolts BOM-R16

Na podstawie wyników wcześniejszych badań, przedstawionych m.in. w pracach [103], [104], [109], można było spodziewać się, że nośności pojedynczego sworznia w zakładkowych połączeniach ścianek o grubościach 4,0 i 5,0 mm będą zdeterminowane występującym w sworzniu złożonym stanem naprężeń. Sworzeń w połączeniu jednociętym doznaje równoczesnego ścinania, rozciągania i zginania. Aktualne normy, krajowa [140] oraz europejska [130], [133], podają jedynie wzory nośności na docisk, w tzw. stanie granicznym uplastycznienia (owalizacji), dla następujących łączników sworzniowych: śrub, nitów, wkrętów i gwoździ wstrzeliwanych. W przypadku stosowania innych rodzajów łączników w połączeniach odsyłają do badań eksperymentalnych, które należy wykonać zgodnie z wytycznymi [144].

Nośności obliczeniowe pojedynczego sworznia, różne w zależności od grubości łączonych ścianek, należy wg [144] ustalić oddzielnie w odniesieniu do każdej z grubości, na podstawie wyników badania rozciąganych połączeń 2-sworzniowych, obciążanych w jednym kierunku (por. rys. 4.2). Według [144] połączenie osiąga stan graniczny owalizacji, niszczący ścianki otworów w łączonych blachach, wówczas, gdy wzajemne ich przemieszczenie, w osiach łączników, osiąga wartość graniczną równą  $\delta_{gr} = 3,0$  mm.

Wobec powyższego zdecydowano się badać także jednocięte połączenia 2-sworzniowe, poddane cyklicznym obciążeniom naprzemiennym (por. rys. 4.40). Spodziewano się, że badanie w tym przypadku może dostarczyć nowych informacji

## **ROZDZIAŁ** 4

# BADANIA DOŚWIADCZALNE JEDNOCIĘTYCH POŁĄCZEŃ SWORZNIOWYCH

## 4.1. Cel badań

Celem badań doświadczalnych było przede wszystkim:

- wyznaczenie nośności obliczeniowej na docisk sworzni jednostronnych typu BOM-R16 [134], [147] – w jednociętych połączeniach zakładkowych blach o grubościach 4,0 i 5,0 mm – przy uwzględnieniu wytycznych europejskich [144];
- ustalenie ścieżek równowagi statycznej  $S_1 \delta_{L+E}$  rozciąganych połączeń jednociętych, gdzie  $S_1$  jest obciążeniem pojedynczego łącznika,  $\delta_{L+E}$  – wzajemnym przemieszczeniem łączonych blach w dwu przypadkach, tj. gdy grubości blach wynoszą 4,0 mm i 5,0 mm;
- ustalenie ścieżek równowagi statycznej M-φ zginanych naprzemiennie jednociętych połączeń 4-sworzniowych;
- sprawdzenie poprawności sformułowanego w p. 3 układu równań, na przykładzie trzech połączeń statycznie wewnętrznie niewyznaczalnych, tj. symetrycznego i niesymetrycznego, obu rozciąganych mimośrodowo, oraz symetrycznego, obciążonego tylko naprzemiennym momentem zginającym.

Konstrukcję przyjętego do badań sworznia BOM-R16, o średnicy D = 13,6 mm, uznano – po wstępnych badaniach, poprzedzonych badaniami podobnego sworznia, o mniejszej średnicy Ø9,6 mm, typu BOM-R12 oraz sworznia o średnicy Ø9,8 mm, typu MGL P-R12-12 [134], [147] – za najbardziej racjonalną do zastosowania w połączeniach ścianek o grubościach 4,0 ÷ 6,0 mm. Kształtowniki gięte z blach na zimno o takich grubościach ścianek pozwolą – jak można przypuszczać na podstawie przykładowych obliczeń [119], [120] – zaprojektować i wykonać konstrukcje prętowe o rozpiętościach, sięgających nawet około 30,0 m. Sworzeń o nietypowej konstrukcji, którą tworzy gwintowany trzpień oraz tulejka (rys. 4.1), należało przebadać, aby nie tylko ustalić jego nośność – z uwagi na brak wzorów w normach – ale także w celu zdobycia niezbędnych informacji na temat jego zachowania się w jednociętych połączeniach cienkich blach. Za wyborem sworznia BOM-R16 przemawiała także jego

o wpływie tarcia – zachodzącego między łączonymi ściankami oraz sworzniem i ściankami w otworach – na nośność połączenia obciążonego siłą zmieniającą kierunek. Chciano poznać kształty pętli histerezy, charakteryzujące zachowanie się połączenia podczas kolejnych powtórzeń cykli obciążeń naprzemiennych, na różnych poziomach wytężenia. Powstające wzajemne całkowite przemieszczenia między połączonymi ściankami, sumowane w obu kierunkach obciążania – występujące przy osiąganiu przez połączenie nośności obliczeniowej na docisk – będą wówczas znacznie przekraczać wartość graniczną  $\delta_{gr}$ .

Drugi cel badań, którym było wyznaczenie dla połączeń jednociętych zależności między obciążeniem sworznia  $S_1$  i wzajemnym przemieszczeniem  $\delta_{L+E}$  łączonych blach, oddzielnie w przypadku ścianek 4,0 i 5,0 mm, osiągnięto równolegle z ustalaniem nośności obliczeniowej sworznia na docisk. Wyniki badania po 5 elementów próbnych "I" (każdego z dwu rozważanych przypadków grubości ścianek) pozwoliły opracować na drodze statystycznej dwie różne zależności  $S_1-\delta_{L+E}$ , opisujące zachowanie się pojedynczego łącznika w połączeniu jednociętym. Zależności te stanowiły związki fizyczne, umożliwiające rozwiązanie układu równań (3.13) + (3.16), opisującego rozkład obciążeń na łączniki w każdym, w sposób dowolny, obciążonym zakładkowym połączeniu wielosworzniowym.

Zarówno ustalenie nośności obliczeniowej sworznia na docisk, jak również sformułowanie zależności  $S_1 - \delta_{L+E}$  wymagało podobnej drogi postępowania, określonej w wytycznych europejskich [144]. Zgodnie z wytycznymi zachowanie się połączeń obserwowano przynajmniej na 4 różnych poziomach obciążeń, powtarzanych ze względu na relaksację co najmniej czterokrotnie. Podczas przykładania do elementu próbnego obciążenia *F* dokonywano, w osi połączenia, pomiaru wzajemnych przemieszczeń całkowitych  $\delta_{L+E}$  między łączonymi ściankami, tj. przemieszczeń sprężystych  $\delta_E$  i "luzowych"  $\delta_L$ . Na danym poziomie obciążenia *F* zwracano uwagę, jak zmieniają się wartości całkowitych przyrostów przemieszczeń  $\Delta \delta_{L+E}$ , odpowiadające odpowiednim przyrostom obciążenia  $\Delta F$ . Powtarzając dane obciążenie *F*, obserwowano, czy przyrosty przemieszczeń  $\Delta \delta_{L+E}$  zmniejszają się i stabilizują, co oznaczało zanikanie przyrostów trwałych  $\Delta \delta_L$ , czy też rosną i nie stabilizują się, co oznaczało sukcesywne narastanie przyrostów trwałych; na ogół występowało zawsze po przekroczeniu wartości  $\delta_{gr} = 3,0$  mm, odpowiadającej zniszczeniu plastycznemu ścianek w otworach.

Zginane naprzemiennie 4-sworzniowe połączenia w kolejnych badanych elementach próbnych typu "X" (por. rys. 4.44) różniły się odległością osi sworzni od środka ciężkości połączenia. Uzyskane wyniki w postaci zależności "moment zginający-kąt

#### 4.1. Cel badań

obrotu" porównano z odpowiednimi wynikami opracowanymi na podstawie krzywych regresji "obciążenie-przemieszczenie", ustalonych dla połączeń w elementach "I", w których w osiach sworzni występowało statyczne tarcie posuwiste. Celem porównania była ocena ewentualnego wpływu tarcia obrotowego w elementach "X", występującego w osi każdego sworznia obok tarcia posuwistego, na wartość kąta obrotu, a tym samym sztywność połączenia. Podobnie jak w przypadku elementów typu "In" (por. rys. 4.40) celem tych badań było uzyskanie kształtów pętli histerezy, opisujących zachowanie się danego połączenia zginanego naprzemiennie podczas kolejnych powtórzeń cykli obciążeń.

Wszystkie badane zależności "obciążenie – przemieszczenie" w elementach "I" oraz "In" oraz "moment zginający-kąt obrotu" w elementach "X" charakteryzowała istotna nieliniowość materiałowa, spowodowana plastycznymi przemieszczeniami trwałymi, zachodzącymi pomiędzy łączonymi ściankami.

Zaproponowany układ równań modelu obliczeniowego dla dowolnego połączenia zakładkowego zweryfikowano doświadczalnie, wykonując badania trzech różnych, jednociętych połączeń, wewnętrznie statycznie niewyznaczalnych. Badano rozciągane mimośrodowo, symetryczne połączenie 5-sworzniowe w dwu elementach próbnych "V" (por. rys. 4.54), w których sworzniami połączono ścianki kształtowników giętych o grubości ścianek 5,0 mm. Wykonano ponadto badania niesymetrycznego połączenia 4-sworzniowego, także obciążonego mimośrodowo, w którym połączono ścianki o grubości 4,0 mm. W tym przypadku badania powtórzono w trzech jednakowych elementach próbnych typu "V" (por. rys. 4.59). Z kolei, na dwóch elementach próbnych typu "X" badano 8-sworzniowe połączenie, obciążone tylko momentem zginającym w sposób naprzemienny (por. rys. 4.57).

Równania opisujące zachowanie się każdego z trzech różnych przypadków połączeń rozwiązano numerycznie za pomocą analizy symboliczno-numerycznej "Mathematica<sup>TM</sup>", a otrzymane wartości zachodzących między łączonymi ściankami wzajemnych przemieszczeń w postaci przesunięć v i kątów obrotu  $\phi$  w elementach "V", bądź tylko kątów obrotu w elementach "X", porównano z wynikami uzyskanymi na drodze doświadczalnej. Wyniki obliczeń numerycznych pozwoliły również wyznaczyć siły  $S_i$ , działające na poszczególne łączniki "I" w danym połączeniu. Obliczenia umożliwiały także ustalenie wpływu osiowej siły ścinającej w połączeniu rozciąganym mimośrodowo na zwiększanie się kąta obrotu w stosunku do kąta występującego w połączeniu obciążonym jedynie momentem zginającym.

# 4.2. Nośność obliczeniowa sworznia jednostronnego w połączeniu jednociętym

## 4.2.1. Uzasadnienie wyboru łącznika i jego zachowanie się w połączeniu

Podjęcie się badania połączeń zakładkowych, w których jako łączników konstrukcyjnych użyto sworzni jednostronnych typu BOM-R16 o średnicach Ø13,6 mm [147], poprzedzone było badaniami sworzni o mniejszych średnicach, m.in. Ø9,6 mm oraz Ø9,8 mm, odnoszących się do łączników odpowiednio typu MGL-PR-12 oraz BOM-R12 (por. rys. 2.20÷2.23). Konstrukcja sworznia BOM-R16 o większych średnicach Ø13,6 mm (lub Ø13,55 mm) okazała się bardziej racjonalna w przypadku łączenia ścianek o grubościach od 4,0 mm wzwyż. Nie bez znaczenia przy wyborze właściwego łącznika była konieczność zachowania wymaganego normami [130], [140] warunku dodatkowego:

$$S_{Rv} = F_{v,Rd} > 1.2S_{Rb} = 1.2F_{b,Rd}$$
, (4.1)

- gdzie:  $S_{Rv}$  i  $F_{v,Rd}$  nośność obliczeniowa sworznia na ścinanie, odpowiednio wg oznaczeń w [140], [130],
  - $S_{Rb}$  i  $F_{b,Rd}$  nośność obliczeniowa sworznia na docisk z uwzględnieniem stanu granicznego owalizacji otworów.

Oba rozważane rodzaje sworzni jednostronnych, tj. MGL-PR-12, BOM-R12 i BOM-R16, spełniały warunek (4.1).

Przy wyborze łącznika do kształtowników giętych kierowano się także istotną zaletą konstrukcyjną sworzni jednostronnych, jaką niewątpliwie jest możliwość ich stosowania do łączenia ścianek kształtowników o przekrojach zamkniętych (kwadratowych lub prostokątnych), ze ściankami przekrojów otwartych. Za wyborem tych łączników przemawiała także technologia ich osadzania w uprzednio wywierconych otworach, zapewniająca szybki i sprawny montaż konstrukcji prętowej, zaprojektowanej z tych ekonomicznych przekrojów. Były to istotne argumenty, gdyby w przyszłości przykładowo przewidywać opracowanie systemu konstrukcyjnego, którego brak niewątpliwie odczuwa obecnie krajowy rynek budowlany.

Konstrukcję sworznia BOM-R16 tworzy trzpień Ø10,25 mm w postaci pręta gwintowanego z przewężeniem oraz tulejka o ściance grubości około 1,7 mm (por. rys. 1). Sworznie osadzano bądź w otworach o średnicach d = 14,3 mm (w przypadku sworzni typu BOM-R16-4) oraz d = 14,0 mm (w przypadku sworzni BOM-R16-6); technologia zakładania tego sworznia dopuszcza, wg zaleceń producenta, wykonanie otworów o średnicach mieszczących się w przedziale od 13,8 do 14,8 mm [134]. Podczas zakładania sworznia za pomocą tzw. osadzaka trzpień zostaje zerwany w przewężeniu, tulejka zaś szczelnie wypełnia, jak się przekonano, wywiercone w blachach otwory (por. rys. 4.1).

Szczelne wypełnienie otworu przez materiał tulejki uznano za dodatkowy argument, potwierdzający słuszność przyjęcia do badań tego rodzaju łączników. Po wcześniej otrzymanych wynikach badania połączeń na wkręty samogwintujące oraz śruby pasowane, ścianek o grubościach 3,0 mm (por. rys. 2.1a i b), spodziewano się – również w przypadku sworzni jednostronnych – istotnego wpływu podatności na sztywności połączeń.

Obowiązujące w projektowaniu konstrukcji z kształtowników i blach profilowanych na zimno normy [130], [133], [140] podają wzory na nośności obliczeniowe łączników, przy działaniu siły prostopadłej do osi łącznika, ze względu na ścięcie trzpienia i jego docisk do ścianki w otworze oraz rozerwanie blachy. Wzory te odnoszą się tylko do połączeń na śruby, nity (jeśli  $d \le 6,4$  mm), wkręty oraz gwoździe wstrzeliwane. Brak natomiast wzorów dla rozważanych sworzni jednostronnych, które pod względem konstrukcyjnym są podobne do nitów, lecz nie są sworzniami w rozumieniu normy [139], wskazały na potrzebę wyznaczenia ich nośności na drodze doświadczalnej.

Badania łączników w połączeniach 2-sworzniowych były prowadzone zgodnie z wcześniej wspomnianymi przepisami europejskimi [144]. Wyniki badań – poza tym że miały dostarczyć jak najwięcej informacji – miały przede wszystkim być podstawą do ustalenia ważnej zależności między obciążeniem i wzajemnym przemieszczeniem łączonych ścianek. Podczas wcześniej wykonanych badań doświadczalnych, śrub pasowanych (por. rys. 2.1) oraz sworzni jednostronnych (por. rys. 2.12) stwierdzono przechylanie się osi łącznika w otworze, postępujące wraz ze wzrostem obciążenia. W jednociętym łączniku występował wtedy złożony stan obciążenia, tzn. oprócz ścinania, doznawał on jednocześnie rozciągania i zginania. W przypadku sworzni jednostronnych w połączeniach dodatkowo wystąpiły siły tarcia, wynikające z nieokreślonego przez producenta niewielkiego ich "sprężenia", których wpływ należałoby przynajmniej oszacować.

Przed przystąpieniem do badań określono nośność obliczeniową badanych sworzni jednostronnych na docisk z uwzględnieniem owalizacji, wg wzorów podanych w [140], [133] dla śrub:

$$S_{Rb} = F_{b,Rd} = \frac{2.5 \cdot f_u \cdot d \cdot t}{\gamma_{m2}} \le \frac{f_u \cdot a_1 \cdot t}{1.2 \cdot \gamma_{m2}},$$
(4.2)

gdzie: *d* - średnica łącznika przyjęta w badanych połączeniach jako równa średnicy otworu,

 $f_{\mu}$  - wytrzymałość na rozciąganie stali kształtowników, tj.  $f_{\mu} = R_{m,sr}$  wg tabl. 4.1 oraz tabl. 4.2,

104

- 4. Badania doświadczalne jednociętych połączeń sworzniowych
- grubość ścianki kształtownika,
- a1 odległość osi sworznia od krawędzi ścianki prostopadłej do kierunku obciążenia,
- $\gamma_{m2} = 1,25 częściowy współczynnik obciążenia.$

	Wyniki p	próby na rozo	iaganie ma	ateriału ś	cianek 4,0	mm wg j	1381	Tablica 4.1	
Kształtownik	Nr próbki	<i>R<sub>e</sub></i> <sup>1)</sup> [MPa]	R <sub>e,śr</sub> [MPa]	<i>R<sub>m</sub></i> <sup>1)</sup> [MPa]	R <sub>m,śr</sub> [MPa]	A <sub>p</sub> [%]	A <sub>p.śr</sub> [%]	$\begin{bmatrix} f_{da}^{2} \\ [MPa] \\ wg \\ [140] \end{bmatrix}$	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
□ □ 200x60x4	1	331,0	222.5	453,0	451.5	32			
$A_g = 12,2 \text{ cm}^2$	2	334,0	- 332,3	450,0	451,5	34	33	320,8	
T100x50x4	1	319,0		444,0		32			
$A_a = 6.1 \text{ cm}^2$	2	322,0	320,7	448,0	444,7	30	31,3	331.1	
11g = 0,1 Cm	3	321,0		442,0		32	,-	551,1	

<sup>10</sup> Wartości uzyskane od producenta kształtowników giętych na zinno, tj. "Huty Pokój SA" w Rudzie Śląskiej, z informacją, że jest to stal St3SX (S235JRG1). <sup>2)</sup> Według (4.5) i (4.6) przy wprowadzeniu minimalnych wartości  $f_{yb} = R_e$  oraz  $f_u = R_m$ , odpowiednio, wg kolumn 3 i 5.

	Wyniki	próby n	a rozcias	anie ma	teriału śc	ianek 5,0	mm wg į	T 1381	ablica 4.
Kształtownik	Nr próbki	<i>R<sub>e</sub></i> <sup>1)</sup> [MPa]	R <sub>e,śr</sub> [MPa]	<i>R<sub>m</sub></i> <sup>1)</sup> [MPa]	R <sub>m,śr</sub> [MPa]	A <sub>p</sub> [%]	A <sub>p,śr</sub> [%]	$f_{da}^{2}$ [MPa] wg[140]	Twar- dość HB
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
E200x60x5	1	317,0		448,0		33			
A. =	2	317,0	316,5	449,0	448,3	31	32,25	314,2	176
$15.1 \text{ cm}^2$	3	315,0		447,0		33			+ 1
	4	317,0		449,0		32			14
I100x50x5	1	308,0		430,0		36			
A =	2	309,0	200.0	432,0	100 5	35			176
$9.1 \text{ cm}^2$	3	309,0	309,0	416,0	423,5	36	35,75	317,1	÷L
- , - 0111	4	310,0		414,0		36			14
i iak w tahl. 4	.1.		-						

Nośność obliczeniową sworznia – w celu porównania – obliczono także wg wzorów dotyczących nitów jednostronnych (tabl. 15 wg [140]), które odnoszą się do mniejszych średnic  $d \le 6,4$  mm:

$$S_{Rb} = a \cdot f_{\mu} \cdot d \cdot t / \gamma_{M2}, \qquad (4.3)$$

gdzie

$$a = 3, 2\sqrt{t/d} \le 2, 1. \tag{4.4}$$

W tablicach 4.1 i 4.2 zamieszczono wyniki próby na rozciąganie (materiału ścianek kształtowników giętych na zimno), otrzymanych od producenta kształtowników, w liczbie 3 – dla ceownika 100×50×4 oraz 4 – dla ceownika 100×50×5. Ograniczając się do liczby próbek mniejszej od wymaganych pięciu, kierowano się niskimi współczynnikami zmienności, wynoszącymi w odniesieniu do granicy plastyczności  $R_e$  oraz wytrzymałości stali na rozciąganie  $R_m$ , w pierwszym przypadku, odpowiednio  $v_{Re} = 0,0048$  oraz  $v_{Rm} = 0,0069$ , w drugim –  $v_{Re} = 0,0026$  oraz  $v_{Rm} = 0,0220$ . Do obliczeń przyjęto wartości średnie  $R_{e,śr}$  oraz  $R_{m,śr}$ .

Według informacji uzyskanych przez autora średnia granica plastyczności dla wyrobów w Polsce ze stali St3S wynosi około 280 MPa, a dla cienkich blach o grubościach poniżej 5,0 mm jest nawet rzędu 310 MPa. Stąd potraktowano wyniki zamieszczone w tabl. 4.1 i 4.2 jako dobre oszacowanie.

## 4.2.2. Materiał łączonych ścianek

Do badania 2-sworzniowych połączeń w elementach próbnych "I" – rozciąganych w jednym kierunku oraz elementach "In" – rozciąganych naprzemiennie zastosowano kształtowniki gięte [100×50×4 lub [100×50×5, natomiast połączenia wielosworzniowe, badane w elementach próbnych "V" oraz "X", zaprojektowano z ceowników giętych 200×60×4 lub 200×60×5. Kształtowniki, wg świadectwa producenta, zostały wykonane ze stali St3SX (S235JRG1); w tablicach 4.1 i 4.2 zamieszczono wyniki – wykonanych zgodnie z normą [138] – prób na rozciąganie. Kilkuprocentowe różnice pomiędzy wartościami wytrzymałości stali  $f_u$  obu rodzajów kształtowników, o tej samej grubości ścianki, mogą świadczyć o ich pochodzeniu z dwu różnych wytopów stali. Określony wpływ na wartości wytrzymałości stali ma także proces kształtowania przekroju na giętarkach rolkowych, podczas którego zachodzi umocnienie stali przy gięciu i naciągu taśmy stalowej; powoduje to, że z reguły mniejsze kształtowniki ceowe, np. [100, mają większą wytrzymałość obliczeniową od [200. Średnią granicę

plastyczności całego kształtownika  $f_{ya}$  profilowanego na zimno należy, po uwzględnieniu zgniotu, określać w sposób następujący [134]:

$$f_{ya} = f_{yb} + (f_u - f_{yb}) \cdot k \cdot n \cdot t^2 / A_g \ \text{lecz} \ f_{ya} \le (f_u + f_{yb}) / 2, \tag{4.5}$$

- gdzie: fyb minimalna granica plastyczności materiału wyjściowego (Remin),
  - $f_u$  minimalna wytrzymałość na rozciąganie (min  $R_m$ ), wg tabl. 4.1 lub 4.2,
  - *k* współczynnik, którego wartość zależy od rodzaju urządzenia do profilowania;
     przyjęto k = 7 jak przy profilowaniu za pomocą giętarki rolkowej,
  - n liczba zaokrąglonych naroży w profilu kształtownika,
  - t grubość ścianki kształtownika,
  - $A_g$  pole przekroju poprzecznego brutto.

Wytrzymałość obliczeniową stali kształtowników ustala się wg wzoru:

$$f_{da} = f_{ya} / \gamma_m, \tag{4.6}$$

w którym:  $\gamma_m$  - częściowy współczynnik bezpieczeństwa,  $\gamma_m = 1, 1$ .

Wytrzymałości obliczeniowe kształtowników giętych na zimno są znacznie większe od wytrzymałości obliczeniowych, które miały blachy przed gięciem. Przykładowo, kształtowniki ze stali St3S (S235 JR), gdyby przyjąć wg [139] wyjściową granicę plastyczności materiału  $f_{yb} = 235$  MPa, wówczas, np. w przypadku [200x60x4 ( $A_g = 12,2 \text{ cm}^2$ ), otrzymuje się  $f_{ya} = 235 + (451,5 - 23) \cdot 7 \cdot 2 \cdot 0,4 / 12,2 = 235 + 39,75 = 274,75$  MPa oraz  $f_{da} = f_{ya} / \gamma_m = 274,75 / 1,1 = 249,8$  MPa, a w przypadku [100×50×4 ( $A_g = 6,1 \text{ cm}^2$ ) –  $f_{ya} = 235 + (444,7 - 235) \cdot 7 \cdot 2 \cdot 0,4 / 6,1 = 235 + 77,0 = 312,0$  MPa oraz  $f_{da} = f_{ya} / \gamma_m = 312,0 / 1,1 = 283,6$  MPa; wytrzymałość obliczeniowa stali niższego ceownika byłaby większa o 13,5 % od ceownika wyższego. Wartości  $f_{yb} = R_{m,śr}$  w tabl. 4.1 odnoszą się do kształtowników użytych w doświadczeniu ze stali o lepszych parametrach od normowego gatunku St3S (S235 JR).

## 4.2.3. Nośność obliczeniowa sworznia określona jak nośność śruby

## 4.2.3.1. Połączenia ścianek o grubościach 4,0 mm

Do łączenia ścianek o grubościach 4,0 mm użyto sworzni jednostronnych typu BOM-R16-4, klasy 12.9, o pomierzonych średnicach Ø13,6 mm oraz Ø13,55 mm. W obu przypadkach sworznie osadzano w otworach o średnicach wykonanych wiertłem Ø14,28 mm; do obliczeń przyjęto średnicę otworu d = 14,3 mm.

Aby poprawnie zaprojektować połączenia w elementach próbnych "I", oszacowano wstępnie nośność obliczeniową sworznia wg wzoru (4.2) jak dla śruby, przyjmując

4.2. Nośność obliczeniowa sworznia jednostronnego w połączeniu jednociętym 107

wytrzymałość na rozciąganie materiału ścianki  $[100 \times 50 \times 4 \text{ równą } f_u = R_{m,sr} = 444.7 \text{ MPa, wg tabl. 4.1:}$ 

$$S_{R,b} = 2,5 \cdot 444,7 \cdot 103 \cdot 14,3 \cdot 10^{-3} \cdot 4,0 \cdot 10^{-3}/1,25 = 50,9 \text{ kN} \le 444,7 \cdot 103 \cdot 50 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-3}/1,2/1,25 = 59,3 \text{ kN}.$$

Określając z kolei nośność sworznia wg wzorów (4.4) oraz (4.3), otrzymano mniejszą wartość:

$$\alpha = 3.2\sqrt{4.0/14.3} = 1.69$$
 oraz  $S_{R,b} = (1.69/2.5) \cdot 50.9 = 34.4$  kN.

Tak znaczne różnice między wartościami oszacowanymi wg wzorów (4.2) i (4.3), sięgające 48%, potwierdziły konieczność wyznaczenia nośności obliczeniowej przyjętych sworzni na drodze doświadczalnej.

Sprawdzono także warunek dodatkowy (4.1). Wartość  $S_{Rv}$  oszacowano wg [133] przy założeniu na podstawie [122] takiego samego materiału trzpienia i tulejki oraz – zgodnie z informacją podaną w materiałach producenta – klasy 12.9; na tej podstawie, przyjmując średnicę otworu jako średnicę przekroju sworznia poddanego ścinaniu, uzyskano:

$$S_{Rv} = 0.45 \cdot f_{\mu} \cdot A_{\nu} = 0.45 \cdot 1220 \cdot 10^{3} \cdot \pi \ (14.3)^{2} \cdot 10^{-6} / 4 = 88.2 \text{ kN}, \tag{4.7}$$

warunek dodatkowy został więc spełniony: 88,2 kN > 1,2·50,9 = 61,1 kN, a obliczona wartość nośności obliczeniowej na ścinanie nieznacznie różniła się od podanej w [147] wartości  $S_{Rv} = 89,5$  kN.

#### 4.2.3.2. Połączenia ścianek o grubościach 5,0 mm

W przypadku ścianek o grubościach 5,0 mm sworznie BOM-R16-6 o średnicach  $\emptyset$ 13,6 mm osadzano w otworach  $\emptyset$ 14,0 mm. Podobnie jak w punkcie 4.2.3.1 ustalono wg (4.2) nośność obliczeniową sworznia jak dla śruby:  $S_{R,b} = 59,3$  kN  $\leq$  70,6 kN oraz wg wzorów dla nitów:  $S_{R,b} = 45,3$  kN. Spełniony był warunek dodatkowy (4.1):  $S_{Rv} = 84,5$  kN > 1,2.59,3 = 71,2 kN.

Ustalenie przybliżonych wartości nośności obliczeniowych sworzni umożliwiło poprawne zaprojektowanie konstrukcji poszczególnych elementów próbnych "I", "In", "V" oraz "X".

## 4.2.4. Inne uwagi normowe dotyczące badań

Norma [140] w załączniku D zobowiązuje do prowadzenia badań metodą obciążenia wzrastającego przyrostowo lub obciążenia wzrastającego w sposób ciągły, ze stałym śledzeniem przyrostu. W przypadku gdy obciążenie nie przekracza wartości charakterystycznej, dopuszcza się możliwość jego zdejmowania w trakcie badań i ponownego przykładania. Po przekroczeniu tej wartości, po każdym następnym przyroście należy

utrzymać obciążenie na stałym poziomie tak długo, aby wszystkie odkształcenia plastyczne, zależne od czasu, mogły się zrealizować, z wyjątkiem wartości pomijalnie małych.

Norma europejska [130] zaleca, w przedziale obciążeń charakterystycznych, cykliczne obciążanie oraz odciążanie badanego połączenia rozciąganego, przynajmniej czterokrotnie i co najmniej na czterech różnych poziomach obciążeń. W przypadku badania połączeń zginanych należy dodatkowo mieć na uwadze, aby miały one wystarczającą sztywność przy przenoszeniu momentów oraz odpowiednią podatność, gwarantującą osiągnięcie stanu granicznego nośności. Jeśli nośność połączenia na zginanie jest mniejsza od nośności pręta, to należy wykazać, że zdolność do obrotu węzła jest wystarczająca, aby umożliwić niezbędną redystrybucję sił wewnętrznych [140].

## 4.3. Połączenia rozciągane osiowo w jednym kierunku

## 4.3.1. Konstrukcja elementu próbnego "I"

Program badań zakładał w elementach próbnych typu "I" (rys. 4.2a) realizację obciążania połączeń siłami osiowymi F o charakterze pulsującym.

Oznaczenia poszczególnych elementów próbnych, również typu "V" oraz "X" – w celu ich odróżnienia – odpowiednio rozbudowano; przykładowo w elemencie I-h,t.n/m: h – oznacza wysokość kształtownika w [mm], t – grubość jego ścianki, n – numer elementu próbnego, m – liczbę łączników w połączeniu.



- Rys. 4.2. Element próbny I-100,5/2: a) konstrukcja i wymiary elementu, b) element zakotwiony w maszynie wytrzymałościowej
- Fig. 4.2. Experimental element I-100,5/2: a) construction and dimensions, b) element anchored in the testing machine

## 4.3. Połączenia rozciągane osiowo w jednym kierunku

Element próbny "I" składa się z dwu części oznaczonych poz.1, tj. E100×50×4 lub E100×50×5 o długości 450 mm, których środniki połączono za pomocą 2 sworzni, odpowiednio typu BOM-R16-4 przy łączeniu ścianek t = 4,0 mm lub BOM-R16-6 – w przypadku łączenia ścianek t = 5,0 mm (por. rys. 4.2a); wg [134] pierwszy z nich może łączyć blachy o łącznej grubości w przedziale (6,3 ÷ 9,6) mm, drugi – w przedziale (9,6 ÷ 12,7) mm. Na obu końcach elementu przyspawano krótkie odcinki – poz. 2, wykonane z tego samego kształtownika; rozwiązanie takie zapewniało przykładanie obciążenia F w płaszczyźnie środkowej połączenia [144] oraz zwiększało nośność na docisk śrub M20, łączących końce modelu z elementami kotwiącymi go w maszynie wytrzymałościowej (por. rys. 4.2b). Pomiar wzajemnych przemieszczeń całkowitych  $\delta_{L+E}$  między łączonymi ściankami, tj. przemieszczeń sprężystych  $\delta_E$ i "luzowych"  $\delta_L$ , podczas przykładania kolejnych przyrostów obciążenia F umożliwiały zamocowane w środku ciężkości łączników czujniki mechaniczne o dokładności odczytu 0,001 mm (por. rys. 4.2b).

## 4.3.2. Wyniki badania połączenia ścianek o grubościach 4,0 mm

Wykonano badania 5 jednakowych elementów próbnych "I". Ścianki środników połączono za pomocą sworzni o średnicy Ø13,55 mm, które osadzono w otworach Ø14,3 mm, przy swobodnie względem siebie ułożonych dwu ceownikach giętych  $[100 \times 50 \times 4.$ Ścieżki równowagi statycznej 5 elementów "I" ilustrują wykresy przedstawione na rysunkach: 4.3, 4.6, 4.9, 4.12 i 4.15.

Na wykresy naniesiono – wyznaczone statystycznie w punkcie 4.3.3 – podwojone wartości nośności obliczeniowej  $P_d$  oraz nośności granicznej  $P_m$  pojedynczego sworznia, tj. odpowiednio wartości równe 2  $P_d = 66,86$  kN oraz 2  $P_m = 80,63$  kN, które są tym samym odpowiednimi nośnościami połączenia 2-sworzniowego. Zaznaczono także wartości granicznych przemieszczeń  $\delta_{gr} = 3,0$  mm.

Zależność między obciążeniem  $S_1$  pojedynczego sworznia a przemieszczeniem całkowitym  $\delta_{L+E}$ , tj. sprężystym  $\delta_E$  i trwałym "luzowym"  $\delta_L$ , zachodzącym w osi sworznia między łączonymi ściankami, przedstawiono – w postaci linii łamanych, stanowiących obwiednie ścieżek równowagi statycznej – na kolejnych wykresach poszczególnych elementów próbnych "I". Na rys.: 4.4, 4.7, 4.10, 4.13 i 4.16 znajdują się linie łamane, sporządzone w przedziale przemieszczeń  $\delta_{L+E}$  osiągających wartości graniczne  $\delta_{gr}$ , bądź nieznacznie je przekraczających w odniesieniu do obciążenia  $S_I$  pojedynczego łącznika. Oddzielnie, dla każdego z 5 badanych połączeń, opracowano – na drodze statystycznej – zależność  $S_1$ – $\delta_{L+E}$  w postaci funkcji wykładniczej:

$$S_1 = a_s \left( c_s - e^{-b_s \cdot \delta_{L+E}} \right), \tag{4.8}$$

gdzie:  $a_s, b_s, c_s$  - parametry, dwa pierwsze wyrażone odpowiednio w [kN], [1/10<sup>-2</sup> mm], trzeci bezwymiarowy.

Na każdym z wykresów  $S_1 - \delta_{L+E}$  podano wartości odchylenia standardowego s i współczynnika korelacji  $r_{\kappa}$ . Na krzywych aproksymujących wyniki badań zaznaczono "kwadracikiem" dwa charakterystyczne punkty: jeden odpowiada wartości  $S_1 = P_{d_2}$ przy której obliczono wg (4.8) wzajemne przemieszczenie łączonych ścianek, wynoszące przykładowo  $\delta_{I+E,d1} = 201,1\cdot10^{-2}$  mm w elemencie próbnym I-100,4.1/2, drugi natomiast odnosi się do obciążenia  $P_{m,1} = 40,84$  kN, obliczonego wg (4.8), które powoduje w połączeniu przemieszczenia graniczne ścianek  $\delta_{er} = 3.0 \text{ mm}$  (rys. 4.4).

Na rys. 4.5, 4.8, 4.11, 4.14 i 4.17 na wykresach zależności  $S_1 - \delta_{L+E}$  zamieszczono linie łamane kolejnych połączeń w 5 elementach "I", lecz uwzględniające: obciążenia  $S_1$ siegające wartości 47,5 kN oraz przemieszczenia prawie dwukrotnie przekraczające wartość graniczną  $\delta_{er}$ . Każdą z linii łamanych opisano nową funkcją wykładniczą  $S_1 - \delta_{L+E}$ . Przykładowo, na rys. 4.5, obok nowej krzywej aproksymującej wyniki badań, opisującej zachowanie się połączenia w elemencie próbnym I-100,4.1/2 naniesiono porównawczo dwa charakterystyczne punkty z wykresu na rys. 4.4 (oznaczone "kwadracikiem"), natomiast "kółeczkami" zaznaczono punkty wyznaczone na krzywej przez obciążenia:  $P_d = 33,43$  kN i  $P_m = 40,32$  kN, obliczone wg (4.9) ÷ (4.11), por. tabl. 4.4.

Wartości parametrów  $a_s$ ,  $b_s$ , i  $c_s$ , opisujących funkcję wykładniczą  $S_1 - \delta_{L+E}$ w wyrażeniu (4.8), w przypadku 5 badanych połaczeń typu "I", a także wartości odchyleń standardowych, współczynników korelacji oraz wybranych przemieszczeń zestawiono w tablicy 4.3 (Lp. 1 ÷ 5, kol. 1 ÷ 11). W kol. 10 i 12 można stwierdzić duży rozrzut między wartościami przemieszczeń  $\delta_{L+E,d}$ , tj. odpowiadających nośności obliczeniowej sworznia na docisk  $P_d$ , wyznaczonej w punkcie 4.3.3; przykładowo odchylenie standardowe dla 6 wartości w kol. 12 wynosi  $s_{\delta} = 26,25 \cdot 10^{-2}$  mm, współczynnik zmienności zaś –  $v_{\delta} = s_{\delta}/\delta_{L+E,d\,\text{sr}} = 26,25/209,8 = 0,125$  [9].

## 4.3. Połączenia rozciągane osiowo w jednym kierunku

	cenia i	52 kN <sup>3)</sup>	SL+E.d.Sr	13						209,8						6,7	2,5
	sciankam mm]	$P_d = 33, 5$	SL+E.d	12	202,0	1	181,6	1	219,0	1	180,4	-	243,4	232,4	L	20	21
	jemne prz omiędzy [10 <sup>2</sup> .	43 kN <sup>2)</sup>	SL+E.d.sr	11					204,4					1	T	15.7	1,5
	Wza, P	$P_{d} = 33,$	SL+E.d	10	201,1	1	180,6	1	218,3	1	179,4	1	242,4	I	1	20	21
	Współczynnik	Korelacji rk		9	0,993	0,995	666'0	66660	166'0	0,992	0,998	66660	166'0	0,995	0,996	0,976	0,979
Odchylenie standardowe wartości S <sub>Si</sub> [kN]		[KN]	8	1,448	1,375	0,565	0,609	1,137	1,890	0,842	0,753	1,877	1,299	1,394	2,6080	2,5267	
	(4.8) <sup>(+E)</sup>		C <sub>s</sub>	7	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,956	1,0	1,0	1,0	1,0
	ry funkcji $c_s - e^{-b_s \cdot \delta}$	h.	[mm <sup>-1</sup> ]	9	0,50986	0,52376	0,75463	0,71267	0,23681	0,44409	0,72300	0,88370	0,44531	0,38135	0,46790	0,48900	0,48990
	Paramet $S_1 = a_s$	0.	[kN]	5	52,1332	51,2408	44,9318	46,4289	82,8301	52,4136	46,0057	46,6143	54.2549	57.0215	49,8845	52,6989	51,8151
	Maksymalne obciążenie	sworznia	S <sub>1</sub> [kN]	4	40.0	47.5	40.0	47.0	41.25	50.0	40.0	46.25	46.25	41.3	47,5	41,25	41,30
	Por. rys.			3	4.4	4.5	4.7	4.8	4.10	4.11	4.13	4.14	4.16	4.19/	5.9	4.18	
	Elementy próbne "l" t = 4,0  mm		6		1-100,4.1/2		I-100,4.2/2		I-100,4.3/2		I-100,4.4/2	1-100 4 5/2	- foot -	1-100,4.6/2	wg wyni- kowej ŚRS dla Lp. 1÷5	wg wyni- kowej ŚRS dla Lp. 1+6	
	5	.h.		1	-	-		2		3		4	4	2	9	2	00

111



Rys. 4.3. Ścieżka równowagi statycznej  $F-\delta_{L+E}$  połączenia w elemencie próbnym 1-100, 4.1/2 (38 cykli obciążenia)

Fig. 4.3. Path of statical equilibrium  $F - \delta_{L+E}$  of the joint in experimental element I-100, 4.1/2 (38 cycles of load)





4.3. Połączenia rozciągane osiowo w jednym kierunku



Rys. 4.5. Zależność  $S_{I}$ – $\delta_{L+E}$  pojedynczego sworznia w elemencie próbnym I-100, 4.1/2 Fig. 4.5. Relation  $S_{I}$ – $\delta_{L+E}$  of one bolt in experimental element I-100, 4.1/2



Rys. 4.6. Ścieżka równowagi statycznej  $F - \delta_{L+E}$  połączenia w elemencie I-100, 4.2/2 (36 cykli obciążenia)

Fig. 4.6. Path of statical equilibrium  $F - \delta_{L+E}$  of the joint in experimental element I-100, 4.2/2 (36 cycles of the load)



Rys. 4.7. Zależność  $S_{1}$ – $\delta_{L+E}$  pojedynczego sworznia w elemencie próbnym I-100, 4.2/2 Fig. 4.7. Relation  $S_{1}$ – $\delta_{L+E}$  of one bolt in experimental element I-100, 4.2/2





4.3. Połączenia rozciągane osiowo w jednym kierunku



Rys. 4.9. Ścieżka równowagi statycznej  $F-\delta_{L+E}$  połączenia w elemencie I-100, 4.3/2 (24 cykle obciążenia)

Fig. 4.9. Path of statical equilibrium  $F - \delta_{L+E}$  of the joint in experimental element I-100, 4.3/2 (24 cycles of the load)



Rys. 4.10. Zależność  $S_1 - \delta_{L+E}$  pojedynczego sworznia w elemencie próbnym I-100, 4.3/2 Fig. 4.10. Relation  $S_1 - \delta_{L+E}$  of one bolt in experimental element I-100, 4.3/2



Rys. 4.11. Zależność  $S_{I}$ - $\delta_{L+E}$  pojedynczego sworznia w elemencie próbnym I-100, 4.3/2 Fig. 4.11. Relation  $S_1 - \delta_{L+E}$  of one bolt in experimental element I-100, 4.3/2



- Rys. 4.12. Scieżka równowagi statycznej  $F \delta_{L+E}$  połączenia w elemencie I-100, 4.4/2 (23 cykle obciażenia)
- Fig. 4.12. Path of statical equilibrium  $F \delta_{L+E}$  of the joint in experimental element I-100, 4.4/2 (23 cycles of the load)

4.3. Połączenia rozciągane osiowo w jednym kierunku



Rys. 4.13. Zależność  $S_1 - \delta_{L+E}$  pojedynczego sworznia w elemencie próbnym I-100, 4.4/2 Fig. 4.13. Relation  $S_1 - \delta_{L+E}$  of one bolt in experimental element I-100, 4.4/2



Rys. 4.14. Zależność  $S_{1}$ - $\delta_{L+E}$  pojedynczego sworznia w elemencie próbnym I-100, 4.4/2 Fig. 4.14. Relation  $S_1 - \delta_{L+E}$  of one bolt in experimental element I-100, 4.4/2



Rys. 4.15. Ścieżka równowagi statycznej  $F - \delta_{L+E}$  połączenia w elemencie I-100, 4.5/2 (27 cykli obciażenia)

Fig. 4.15. Path of statical equilibrium  $F - \delta_{L+E}$  of the joint in experimental element 1-100, 4.5/2 (27 cycles of the load)



Rys. 4.16. Zależność  $S_{I}$ - $\delta_{L+E}$  pojedynczego sworznia w elemencie próbnym I-100, 4.5/2 Fig. 4.16. Relation  $S_1 - \delta_{L+E}$  of one bolt in experimental element I-100, 4.5/2

## 4.3. Połączenia rozciągane osiowo w jednym kierunku

4.3.3. Nośność obliczeniowa sworznia w połączeniu ścianek o grubościach 4,0 mm Wyniki badania połączenia 2-sworzniowego, uzyskane na podstawie 5 elementów próbnych typu "I", zestawiono na wspólnym wykresie zależności  $S_1 - \delta_{L+E}$  (rys. 4.17).



- Rys. 4.17. Wyniki badania zależności  $S_1 \delta_{L+E}$  przy łączeniu ścianek grubości 4,0 mm w 5 elementach próbnych typu "I"
- Fig. 4.17. Results of investigation concerning the relation  $S_1 \delta_{L+E}$  when walls 4.0 mm thick are joined in five sample elements "I"





Do otrzymanych wyników wyznaczono – za pomocą programu statystycznego Curve Expert – ścieżkę równowagi statycznej (ŚRS) wynikową, którą opisuje funkcja wykładnicza (4.8). Na jej podstawie ustalone zostanie równanie konstytutywne (3.4), występujące w układzie równań problemu, opisanych w rozdziale 3. Duże są rozrzuty wyników, szczególnie w przedziale przemieszczeń  $\delta_{L+E} \leq \delta_{L+E,d} = 205,7 \cdot 10^{-2}$  mm, tj. poniżej nośności obliczeniowej pojedynczego sworznia  $P_d = 33,43$  kN. Różnice w zachowaniu się 5 jednakowych połączeń można dokładniej prześledzić analizując przebieg linii łamanych  $S_1$ – $\delta_{L+E}$  na rys. 4.18.

W przypadku 5 badanych połączeń wyznaczono wartości sił granicznych  $S_1 = S_{gr} = P_m$ , odpowiadające granicznym przemieszczeniom  $\delta_{gr} = 3,0$  mm. Wartości te wynosiły: 40,84 kN (por. rys. 4.4), 40,26 kN (por. rys. 4.7), 42,12 kN (por. rys. 4.10), 40,75 kN (por. rys. 4.13) i 37,61 kN (por. rys. 4.16). Na ich podstawie obliczono średnią wartość graniczną  $P_{m,sr} = 40,3$  kN. Wartość obciążenia charakterystycznego wyznaczono ze wzoru [144]:

$$P_k = P_{m, sr} - c \cdot s \,, \tag{4.9}$$

gdzie: c - współczynnik zależny od liczby badanych elementów próbnych, który w przypadku n = 5 elementów, dla 5% kwantyla, wynosi c = 2,13,

s - odchylenie standardowe, które obliczono ze wzoru:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (P_{mi} - P_{m, sr})^2}{n-1}}.$$
(4.10)

Dla s = 1,664 kN obliczono następnie wg (4.9)  $P_k = 40,3 - 2,13 \cdot 1,664 = 36,77$  kN. Nośność obliczeniową badanego łącznika na docisk ustalono ostatecznie na podstawie wyrażenia:

$$P_d = \frac{k_t \cdot k_\sigma \cdot P_k}{\gamma_m},\tag{4.11}$$

gdzie:  $\gamma_m$  - częściowy współczynnik bezpieczeństwa materiału łączonego,

- $k_t$  współczynnik poprawkowy, zależny od różnic pomiędzy założoną grubością ścianki kształtownika a rzeczywistą grubością w badanym elemencie próbnym,
- $k_{\sigma}$  współczynnik poprawkowy, zależny od różnic pomiędzy założoną granicą plastyczności a granicą plastyczności ścianek, uzyskaną na drodze doświadczalnej.

#### 4.3. Połączenia rozciągane osiowo w jednym kierunku

Jeśli  $k_t = k_{\sigma} = 1,0$  oraz  $\gamma_m = 1,1$  nośność obliczeniowa sworznia ostatecznie wyniosła  $P_d = 36,77/1,1 = 33,43$  kN. Wartości  $P_d = 33,43$  kN i  $P_{m,sr} = 40,3$  kN naniesiono na wykresy na rys. 4.17 i rys. 4.18. Rozrzut wartości  $P_m$  charakteryzuje współczynnik zmienności  $v_{Pm} = s / P_{m,sr} = 1,664 / 40,3 = 0,04$ .

W tablicy 4.4 zamieszczono wartości przemieszczeń  $\delta_{L+E,d,i}$ , odpowiadające nośności obliczeniowej  $P_d$ , obliczone w przypadku funkcji opisujących ścieżki równowagi statycznej w przedziale obciążeń  $S_1 \leq (40,0 \div 41,25)$  kN, oraz w przedziale  $S_1 \leq (46,25 \div 50,0)$  kN (por. kol. 7 i 9). Nośności obliczeniowej sworznia  $P_d$ , wyznaczonej dla wyników w pierwszym przedziale, odpowiada całkowite wzajemne przemieszczenie łączonych blach równe  $\delta_{L+E,d} = 205,7 \cdot 10^{-2}$  mm, obliczone na podstawie funkcji opisującej wynikową ścieżkę równowagi statycznej na rys. 4.18 (por. kol. 8, 10, 11 w tabl.4.4).

#### **Tablica 4.4**

#### Nośność obliczeniowa sworznia $P_d$ oraz odpowiadające jej przemieszczenie $\delta_{L+E,d}$ przy ściankach t = 4,0 mm

				Obciąże swor	nie pojed rznia S <sub>1</sub>	ynczego [kN]	Wartość przemieszczeń [mm·10 <sup>2</sup> ]						
	т.	Element	Dom				w	przedzia	le obciąź	wg			
	Lp.	Element	POI.	$P_{m,i}$ $P_m$			$S_1 \leq 41$	25 kN <sup>1)</sup>	$25 \mathrm{kN}^{2}$	wynikowe			
	,, <i>t</i>	proony	rys.		P <sub>m,śr</sub>	P <sub>d</sub>	$\delta_{L+E,d,i}$	$\delta_{L+E,d,\dot{s}r}$	$\delta_{L+E,d,i}$	$\delta_{L+E,d,śr}$	SRS na rys. 4.18		
											$\delta_{L+E,d}$		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		
	1	I-100,4.1/2	4.4	40,84			201,1		201,8				
	2	I-100,4.2/2	4.7	40,26	-		180,6		178,6				
	3	I-100,4.3/2	4.10	42,12	40,32	33,43	218,3	194,9	228,7	205,8	205,7		
	4	I-100,4.4/2	4.13	40,75			179,4		177,7	-			
	5	I-100,4.5/2	4.16	37,61			- 3)		242,4		1.000		

<sup>1)</sup> Obciążenia  $S_1$  powodowały wzajemne przemieszczenia łączonych ścianek równe bądź niewiele przekraczające  $\delta_{gr} = 300 \cdot 10^{-2}$  mm (por. na wykresach); <sup>2)</sup> Obciążenia  $S_1$  powodowały wzajemne przemieszczenia łączonych ścianek znacznie przekraczające wartość  $\delta_{gr}$ , sięgające (800 + 1000)  $\cdot 10^{-2}$  mm; <sup>3)</sup> Zależności  $S_I - \delta_{I+F}$  nie można było opisać funkcją ekspotencjalną, wg (4.8)

Znaczne rozrzuty wyników badań, przy wartościach odchylenia standardowego i współczynnika korelacji odpowiednio wynoszących: s = 2,608 kN i  $r_K = 0,976$  (por. Lp. 7 w tabl. 4.3), zobowiązywały do zastanowienia się nad ich przyczynami. Uświadomiono sobie, że połączenia w pięciu elementach próbnych "I" zostały wykonane

przy swobodnie ułożonych ceownikach. Sworznie Ø13,55 mm zostały osadzone w otworach o średnicach d = 14,3 mm. Zdecydowano, wobec powyższego, zbadać jeszcze jeden 6 element próbny I-100,4.6/2 (Lp. 6 w tabl. 4.3), w którym połączenie wykonano za pomocą sworzni o nieco większych średnicach Ø13,6 mm, osadzonych w takich samych otworach Ø14,3 mm, lecz tym razem przy unieruchomionych kształ-townikach. Pięć linii łamanych z wykresu na rys. 4.18 uzupełniono na rys. 4.19 dodat-kową obwiednią ścieżki równowagi statycznej, odpowiadającą wynikom badania elementu próbnego I-100,4.6/2. Spodziewano się, że połączenie – wykonane jako "szczelniejsze" – okaże się sztywniejsze od wcześniej badanych 5 połączeń, tymczasem było ono, spośród łącznie 6 badanych, jednym z trzech bardziej podatnych.

Wyniki badania 5 połączeń pozwoliły wyznaczyć funkcję wynikowej ŚRS, którą zamieszczono na obu wykresach  $S_1$ – $\delta_{L+E}$ , na rys. 4.17 i rys. 4.18. Parametry tej funkcji niewiele się zmieniają, gdy w obliczeniach statystycznych uwzględnimy wyniki uzyskane dla 6 jednakowych elementów próbnych (por. Lp. 8 w tabl. 4.3); nośność obliczeniowa sworznia zwiększa się wówczas o 0,3 %, a odpowiadające jej przemieszczenia rosną o 2,8 % (por. kol. 10-11 oraz 12-13 w tabl. 4.3).



Rys. 4.19. Zależność  $S_1$ – $\delta_{L+E}$  z 5 liniami łamanymi jak na rys. 4.18. oraz dodatkową 6 linią łamaną uzyskaną dla elementu próbnego I-100,4.6/2

Fig. 4.19. Relation  $S_1 - \delta_{L+E}$  with 5 broken lines as in Fig. 4.18 and an additional sixth broken line concerning the test element I-100,4.6/2

Sporządzono dodatkowo wykres zależności "obciążenie  $S_1$  – przemieszczenia  $\Delta \delta_{L+E}$ " (rys. 4.20), aby niezależnie przekonać się, że spadek nośności sworznia istotnie występuje w przedziale obciążenia  $S_1 = (30 + 40)$  kN, w którym mieści się wyznaczona staty-

#### 4.3. Połączenia rozciągane osiowo w jednym kierunku

stycznie wartość  $P_d = 33,43$  kN. Wartości przyrostów przemieszczeń  $\Delta \delta_{L+E}$ , przypadające na jeden łącznik odpowiadają na wykresie przyrostom obciążenia  $\Delta S_1 = 5,0$  kN. Wykres dodatkowo informuje, jak różnie "wyzwalały się" w połączeniu luzy oraz jakie były wpływy niezamierzonych mimośrodów w elementach próbnych "I" oraz innych imperfekcji. Podkreślić należy losowy charakter "włączania się" sworzni przy przejmowaniu obciążenia *F* przez badane połączenia.



Rys. 4.20. Zależność  $S_1 - \Delta \delta_{L+E}$  w połączeniach 5 elementów próbnych "I" Fig. 4.20. Relation  $S_1 - \Delta \delta_{L+E}$  in 5 joints of experimental elements "I"

## 4.3.4. Wyniki badania połączenia ścianek o grubościach 5,0 mm

W pięciu jednakowych elementach próbnych "I" ścianki środników kształtowników  $100 \times 50 \times 5$  połączono za pomocą sworzni typu BOM-R16-6, o średnicy Ø13,6 mm, które osadzono w otworach Ø14,0 mm, przy swobodnie względem siebie ułożonych dwu kształtownikach (por. rys. 4.2a). Obciążenia oraz odciążenia *F* elementu próbnego realizowano zgodnie z opracowanym programem, wykonując ponad 30 cykli. Dwusworzniowe połączenie poddawano obciążeniom pulsującym, rosnącym od *F* = 0 kN do poszukiwanej wartości granicznej *F* =  $2 \cdot P_m$ , powodującej wzajemne przemieszczenie łączonych ścianek w osi połączenia równe  $\delta_{gr} = 3,0$  mm. Przy obciążeniach *F* >  $2 \cdot P_m$  pojawiały się już wyraźne przechylenia osi sworzni w otworach, które pociągały za sobą trwałe wygięcia ścianek w bliskim sąsiedztwie otworów.

Zachowanie się 2-sworzniowego połączenia w 5 elementach próbnych ilustrują ścieżki równowagi statycznej na rys.: 4.21, 4.24, 4,27, 4.30 oraz 4.33. Na wykresy naniesiono, wyznaczone na drodze statystycznej w punkcie 4.3.5, podwojone wartości nośności obliczeniowej  $P_d$  oraz nośności granicznej  $P_m$  pojedynczego sworznia, tj.

124

odpowiednio wartości  $2 \cdot P_d = 97,2$  kN oraz  $2 \cdot P_m = 111,7$  kN, które odpowiadają nośnościom badanego połączenia 2-sworzniowego. Zaznaczono również wartości granicznych przemieszczeń w połączeniu  $\delta_{gr} = 3,0$  mm [144].

Zależność między obciążeniem  $S_1$  pojedynczego sworznia a przemieszczeniem całkowitym  $\delta_{L+E}$ , tj. sprężystym  $\delta_E$  i trwałym "luzowym"  $\delta_L$ , zachodzącym w osi sworznia między łączonymi ściankami, przedstawiono na wykresach  $S_1 - \delta_{L+E}$  w postaci linii łamanych, stanowiących obwiednie ścieżek równowagi statycznej poszczególnych elementów próbnych "I" (rys. 4.22, 4.25, 4.28, 4.31 i 4.33). Oddzielnie do każdej z 5 linii łamanych wyznaczono statystyczną krzywą zależności  $S_1 - \delta_{L+E}$ , którą również w tych przypadkach – podobnie jak w ściankach t = 4,0 mm – opisuje funkcja wykładnicza (4.8), przy podanych na wykresach wartościach odchylenia standardowego s i współczynnika korelacji  $r_{\kappa}$ . Na poszczególnych wykresach podano wartości parametrów  $a_{S}$ ,  $b_{S}$ . Na krzywych zaznaczono dwa punkty charakterystyczne: jeden o współrzędnych przykładowo, w elemencie próbnym I-100,5.1/2 wynoszacych  $P_d = 48.6$  kN i  $\delta_{L+E,d1} = 185,3 \cdot 10^{-2}$  mm, odpowiadających wartościom nośności obliczeniowej sworznia  $S_1 = P_d$  i wzajemnego przemieszczenia łączonych ścianek, drugi natomiast – wyznacza wartość przemieszczenia granicznego  $\delta_{er} = 3,0$  mm, któremu odpowiada siła graniczna obciążająca pojedynczy sworzeń  $P_{m,1} = 56,8$  kN, przy wartości średniej 5 elementów  $P_{m,sr} = P_m = 55,85 \text{ kN}$  (por. rys. 4.21 i rys. 4.23).

Na rys. 4.23, 4.26, 4.29 i 4.32 zamieszczono jeszcze raz wykresy zależności  $S_{1}$ –  $\delta_{L+E}$  kolejnych 5 badanych elementów próbnych, lecz uwzględniające obciążenia  $S_1$  sięgające wartości 70,0 kN i przemieszczenia nawet dwukrotnie przekraczające wartość graniczną  $\delta_{gr}$ . Przykładowo na wykresie ilustrującym zachowanie się pojedynczego sworznia w elemencie próbnym I-100,5.1/2 naniesiono wartości  $P_d$  i  $P_m$  oraz odpowiadające im przemieszczenia (por. rys. 4.26).

W tablicy 4.5 zestawiono wartości parametrów  $a_S$ ,  $b_S$  i  $c_S$ , opisujących wyznaczone statystycznie funkcje wykładnicze wyrażające zależności  $S_1$ – $\delta_{L+E}$ , przy wysokich współczynnikach korelacji  $r_K$ , zróżnicowanych wartościach odchyleń standardowych *s* oraz dużym rozrzucie między wartościami przemieszczeń  $\delta_{L+E,d}$  (por. lp. 1 ÷ 5, kol. 10). W kolumnie 10 można stwierdzić różnice między wartościami przemieszczeń  $\delta_{L+E,d}$ , odpowiadającymi nośności obliczeniowej sworznia na docisk  $P_d$ , wyznaczonej w punkcie 4.3.5. Przykładowo, odchylenie standardowe dla 5 wartości w kol. 10 – w przypadku gdy  $S_1 \leq 61,0$  kN (kol. 11) – wynosi  $s_{\delta} = 19,46 \cdot 10^{-2}$  mm, natomiast współczynnik zmienności  $v_{\delta} = s_{\delta} / \delta_{L+E,d,\delta r} = 19,46 / 198,0 = 0,098$ ; w przypadku gdy  $S_1 \leq 70,0$  kN (kol. 12) analogiczne wartości wynoszą, odpowiednio,  $s_{\delta} = 21,33 \cdot 10^{-2}$  mm,  $v_{\delta} = 0,107$  [9].

#### 4.3. Połączenia rozciągane osiowo w jednym kierunku

iieszczenia ankami <sup>2</sup> ]	(N I)	+E.d.sr	$0 S_1 \le 70,0$	12					199,7					1	
te przen ędzy ści [mm?10	= 48,61	8L	$S_1 \leq 61$ ,	11					198,0					1	
Wzajemr pomio	Pd	U	0T+E,d	10	185,3	180,3	192,0	183,6	213,4	216,3	223,1	218,7	176,3	209,3	
Współczynnik	korelacji r <sub>K</sub>			9	0,9978	0,9975	0,9983	0,9973	0,9981	0,9983	0,9938	0,9937	0,9972	066*0	
Odchylenie standardowe	S <sub>S</sub> ,	[kN]		80	1,19	1,44	1,00	1,47	1,18	1,24	2,07	2,33	1,37	2,186	
$\begin{pmatrix} (4.8) \\ \delta_{L+E} \end{pmatrix}$		C.s		2	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	
ry funkcji $(c_s - e^{-b_s \cdot t})$	T	Ds-11	[ uuu]	9	0,83136	0,7652	0,82395	0,72392	0,5593	0,5891	0,7024	0,6482	0,99573	0,8456	
Paramet $S_1 = a_s$		d <sub>s</sub>	[KIN]	5	61,8591	64,9498	61,1824	66,0905	69,7505	67,4671	61,4136	64,1400	58,7548	58,5800	
Maksymalne obciążenie	poledynczego	SWOIZINA	DI KN	4	61,0	67,5	58,0	70,0	58,0	68,0	54,0	68,0	58,0	50,0	
Por.	gw	rys.	2	3	4.22	4.23	4.25	4.26	4.28	4.29	4.31	4.32	4.34		
Elementy Próbne "I" $t = 5,0 \text{ mm}$		2	0130011	7/1°C'001-1	100 500	7/7°C'001-1		7/5.0,001-1	100 5 410	7/+.C.UU1-1	1-100,5.5/2	wg wynikowej ŚRS dla	Lp. 1 ÷ 5		
	Lp.			I		-		V	•	2		4	5	9	



Rys. 4.21. Ścieżka równowagi statycznej  $F - \delta_{L+E}$  połączenia w elemencie I-100, 5.1/2 (27 cykli obciażenia)

Fig. 4.21. Path of statical equilibrium  $F - \delta_{L+E}$  of the joint in experimental element I-100, 5.1/2 (27 cycles of the load)



Rys. 4.22. Zależność  $S_1 - \delta_{L+E}$  pojedynczego sworznia w elemencie próbnym I-100, 5,1/2 Fig. 4.22. Relation  $S_1 - \delta_{L+E}$  of one bolt in experimental element I-100, 5.1/2

4.3. Połączenia rozciągane osiowo w jednym kierunku



Rys. 4.23. Zależność  $S_{1}$ – $\delta_{L+E}$  pojedynczego sworznia w elemencie próbnym I-100, 5.1/2 Fig. 4.23. Relation  $S_1 - \delta_{L+E}$  of one bolt in experimental element I-100, 5.1/2



Rys. 4.24. Ścieżka równowagi statycznej  $F - \delta_{L+E}$  połączenia w elemencie I-100,5.2/2 (22 cykle obciażenia)

Fig. 4.24. Path of statical equilibrium  $F - \delta_{L+E}$  of the joint in experimental element I-100,5.2/2 (22 cycles of the load)



Rys. 4.25. Zależność  $S_1 - \delta_{L+E}$  pojedynczego sworznia w elemencie próbnym I-100,5.2/2-a Fig. 4.25. Relation  $S_1 - \delta_{L+E}$  of one bolt in experimental element I-100,5.1/2-a





4.3. Połączenia rozciągane osiowo w jednym kierunku



Rys. 4.27. Ścieżka równowagi statycznej  $F - \delta_{L+E}$  połączenia w elemencie I-100, 5.3/2 (34 cykle obciążenia)

Fig. 4.27. Path of statical equilibrium  $F - \delta_{L+E}$  of the joint in experimental element I-100, 5.3/2 (34 cycles of load)



Rys. 4.28. Zależność  $S_1 - \delta_{L+E}$  pojedynczego sworznia w elemencie próbnym I-100,5.3/2 Fig. 4.28. Relation  $S_1 - \delta_{L+E}$  of one bolt in experimental element I-100,5.3/2



Rys. 4.29. Zależność  $S_1 - \delta_{L+E}$  pojedynczego sworznia w elemencie próbnym I-100,5.3/2 Fig. 4.29. Relation  $S_1 - \delta_{L+E}$  of one bolt in experimental element I-100,5.3/2



Rys. 4.30. Ścieżka równowagi statycznej  $F-\delta_{L+E}$  połączenia w elemencie próbnym I-100,5.4/2 (32 cykle obciążenia)

Fig. 4.30. Path of statical equilibrium  $F - \delta_{L+E}$  of the joint in experimental element I-100,5.4/2 (32 cycles of the load)

## 4.3. Połączenia rozciągane osiowo w jednym kierunku



Rys. 4.31. Zależność  $S_1 - \delta_{L+E}$  pojedynczego sworznia w elemencie próbnym I-100,5.4/2 Fig. 4.31. Relation  $S_1 - \delta_{L+E}$  of one bolt in experimental element I-100,5.4/2



Rys. 4.32. Zależność  $S_{I}$ - $\delta_{L+E}$  pojedynczego sworznia w elemencie próbnym I-100,5.4/2 Fig. 4.32. Relation  $S_1 - \delta_{L+E}$  of one bolt in experimental element I-100,5.4/2



- Rys. 4.33. Ścieżka równowagi statycznej  $F \delta_{L+E}$  połączenia w elemencie I-100,5.5/2 (32 cykle obciażenia)
- Fig. 4.33. Path of statical equilibrium  $F \delta_{L+E}$  of the joint in experimental element I-100,5.5/2 (32 cycles of the load)



Rys. 4.34. Zależność  $S_{I}-\delta_{L+E}$  pojedynczego sworznia w elemencie próbnym I-100,5.5/2 Fig. 4.34. Relation  $S_{I} - \delta_{L+E}$  of one bolt in experimental element I-100,5.5/2

## 4.3. Połączenia rozciągane osiowo w jednym kierunku

4.3.5. Nośność obliczeniowa sworznia w połączeniu ścianek o grubościach 5,0 mm

Wyniki badań uzyskane na podstawie 5 elementów próbnych, w których połączenia 2-sworzniowe poddano rozciąganiu, najlepiej porównać na wspólnym wykresie zależności  $S_1 - \delta_{L+E}$ . W celu wyznaczenia funkcji (3.4), stanowiącej równanie konstytutywne w układzie równań problemu, opisujących w rozdziale 3 rozkład sił działających na poszczególne łaczniki w połączeniu, wykorzystano te wyniki, które tworzyły obwiednie ścieżek równowagi statycznej (rys. 4.35, rys. 4.36). Charakterystyczne są rozrzuty wyników w praktycznym, z inżynierskiego punktu widzenia, przedziale przemieszczeń  $\delta_{l+E}$ , odpowiadających obciążeniom sworznia poniżej nośności obliczeniowej  $P_d = 48.6$  kN (por. rvs. 4.36). Różnice w zachowaniu się 5 jednakowych połączeń typu "I" można dokładniej prześledzić, analizując przebieg poszczególnych linii łamanych  $S_1 - \delta_{I+F}$  na rys. 4.37. Warto je porównać z wynikiem dotyczącym ścianek o grubościach 4.0 mm (por. rys. 4.18).

Wartości sił  $P_m$  w 5 badanych połączeniach 2-sworzniowych wynosiły kolejno: 56.8 kN (por. rys. 4.22), 56,0 kN (por. rys. 4.25), 56,7 kN (por. rys. 4.28), 54,0 kN (por. rys. 4.31) i 55,8 kN (por. rys. 4.34).



Rys. 4.35. Wyniki badania zależności  $S_1 - \delta_{L+E}$  połączenia ścianek grubości 5,0 mm w 5 elementach próbnych typu "I", dla  $S_1 \leq 58.0$  kN

Fig. 4.35. Results of investigation concerning the relation  $S_1 - \delta_{L+E}$  when walls 5.0 mm thick are joined in five sample elements "I", for  $S_1 \leq 58,0$  kN



Rys. 4.36. Wyniki badania zależności  $S_1 - \delta_{L+E}$  połączenia ścianek grubości 5,0 mm w 5 elementach próbnych typu "I", dla  $S_1 \leq 50,0$  kN

Fig. 4.36. Results of investigation concerning the relation  $S_{1}$ - $\delta_{L+E}$  when walls 5.0 mm thick are joined in five sample elements "I", for  $S_1 \leq 50,0$  kN



Rys. 4.37. Zależność  $S_1 - \delta_{L+E}$  połączenia ścianek 5,0 mm w 5 elementach próbnych "I" Fig. 4.37. Relation  $S_1 \rightarrow \delta_{L+E}$  when walls 5.0 mm thick are joined in five sample elements "I"

#### 4.3. Połaczenia rozciągane osiowo w jednym kierunku

Na ich podstawie obliczono średnią wartość graniczną  $P_{m,sr} = 55,85$  kN, a następnie wyznaczono wartość obciążenia charakterystycznego  $P_k$  ze wzoru (4.9), obliczając uprzednio wg (4.10) odchylenie standardowe s = 1,14 kN oraz przyjmując jak dla 5 elementów badawczych c = 2,13, a stąd  $P_k = 55,85 - 2,13 \cdot 1,14 = 53,42$  kN. Na podstawie wzoru (4.11) określono nośność obliczeniową badanego łącznika  $P_d$  = 53,42/1,1 = 48,6 kN. Rozrzut wartości  $P_m$  charakteryzuje współczynnik zmienności  $v_{Pm} = s / P_{m, sr} = 1,14 / 55,85 = 0,02$  [9].

W tabl. 4.6 zamieszczono wartości przemieszczeń  $\delta_{L+E,d,i}$ , odpowiadające nośności obliczeniowej  $P_d$ , obliczone w przypadku funkcji opisujących obwiednie ścieżek równowagi statycznej w przedziale obciążeń  $S_1 \leq (54,0 \div 61,0)$  kN oraz w przedziale obciążeń  $S_1 \leq (58,0 \div 70,0)$  kN (por. kol. 8 i 10). Nośności obliczeniowej sworznia  $P_d =$ 48,6 kN, wyznaczonej dla wyników w pierwszym przedziale, odpowiada całkowite wzajemne przemieszczenie łączonych blach równe  $\delta_{L+Ed} = 209,3 \cdot 10^{-2}$  mm, obliczone na podstawie funkcji opisującej wynikową ścieżkę równowagi statycznej na rys. 4.37 (tabl. 4.6, kol. 12).

**Tablica 4.6** 

#### Nośność obliczeniowa sworznia $P_d$ oraz odpowiadające jej przemieszczenie $\delta_{L+E,d}$ przy ściankach t = 5,0 mm

				Obcią	żenie								
			pojed	ynczeg	go swo	orznia	Wartość przemieszczeń [mm·10 <sup>2</sup> ]						
				<i>S</i> <sub>1</sub> [1	κN]								
Lp.	Element	Por.					W	przedzia	le obcią	żeń	wg		
"i"	próbny	rys.					$S_1 \le 61$	,0 kN <sup>1)</sup>	$S_1 \le 70$	$,0 \text{ kN}^{-2}$	wynikowej		
				P <sub>m,śr</sub>	$P_d$	Pzryw					SRS na		
							$\delta_{L+E,d,i}$	$\delta_{L+E,d,sr}$	$\delta_{L+E,d,i}$	$\delta_{L+E,d,\acute{s}r}$	rys. 4.37		
											$\delta_{L+E,d}$		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
1	I-100,5.1/2	4.22	56,8			76,0	185,3		180,3				
2	I-100,5.2/2	4.25	56,0			77,0	192,0		183,6				
3	I-100,5.3/2	00,5.3/2 4.28	56,7	55,85	48,6	77,0	213,4	198,0	216,3	1 <b>99,</b> 7	209,3		
	I-100,5.4/2	4.31	54,0			76,0	223,1		218,7				
5	I-100,5 <i>.</i> 5/2	4.34	55,8				176,3	-	- 3)				

<sup>1)</sup> obciążenia S<sub>1</sub> powodowały wzajemne przemieszczenia łączonych ścianek równe bądź niewiele przekraczające  $\delta_{er} = 300 \cdot 10^{-2}$  mm (por. na wykresach), <sup>2)</sup> obciążenia S<sub>1</sub> powodowały wzajemne przemieszczenia łączonych ścianek znacznie przekraczające wartość  $\delta_{\rm pr}$ , sięgające (800 ÷ 1000)·10<sup>-2</sup> mm; <sup>3)</sup> zależności  $S_1 - \delta_{L+E}$  nie można było opisać funkcją wg (4.8)

Rozrzuty wyników badań, przy wartościach odchylenia standardowego i współczynnika korelacji, odpowiednio wynoszących: s = 2,186 kN i  $r_K = 0,990$  (por. Lp. 6 w tabl. 4.5), są podobne do obserwowanych w przypadku ścianek o grubości t = 4,0 mm (por. rys. 4.18). Połączenia zostały wykonane przy swobodnie ułożonych względem siebie ceownikach. W porównaniu do połączeń ścianek o grubościach 4,0 mm mogły powstać szczelniejsze połączenia, mniej podatne, ponieważ osadzano sworznie o nieco większych średnicach  $\emptyset$ 13,6 mm, w mniejszych otworach  $\delta = 14,0$  mm i do tego w grubszych ściankach. Mając to na uwadze, można odpowiednio interpretować dwa zbiory pomierzonych danych, stanowiących podstawy do wyznaczenia dwu wynikowych ŚRS na rys. 4.17 i rys. 4.36.

Na podstawie analizy w tabl. 4.6 można zorientować się, jak duże rezerwy nośności ma pojedynczy sworzeń w jednociętym połączeniu w stosunku do całkowitego fizycznego zniszczenia; w kol. 7 podano wartości obciążenia zrywającego  $P_{zryw}$  sworzeń w 5 badanych połączeniach, które należy porównać z wielkościami  $P_{m,\delta r}$  i  $P_d$ . Przy sile zrywajacej pojedynczy sworzeń  $P_{zryw}$  nie pomierzono wartości towarzyszących jej przemieszczeń  $\delta_{L+E}$ , ponieważ zdecydowano zdjąć czujniki mechaniczne, aby nie uległy uszkodzeniu. Przy zrywaniu sworzeń zdecydowanie znajdował się już w stanie złożonym naprężeń, przenosząc równocześnie rozciąganie, ścinanie i zginanie. Siłom zrywającym towarzyszyły wzajemne przemieszczenia ścianek, przekraczające wartości 10 mm (rys. 4.38).

a) b)

- Rys. 4.38. Element próbny "I": a) zniszczone połączenie z przechylonymi sworzniami, b) ścianka ceownika ze zowalizowanymi otworami po usunięciu sworzni jednostronnych
- Fig. 4.38. Test element "I": a) destroyed joint with tilted blind bolts, b) U-iron wall with ovalized holes after the removal of blind bolts

Sprawdzono, że zależność  $S_1 - \delta_{L+E}$  można – w całym przedziale realizowanego obciążenia aż do zniszczenia łączników włącznie – opisać funkcjami postaci (4.8), przy

#### 4.4. Połączenie rozciągane osiowo w sposób naprzemienny

zmieniających się jedynie wielkościach  $a_S$  i  $b_S$ . Warto porównać krzywe wykładnicze na rys. 4.31 i rys. 4.32, opisujące zachowanie się 2-sworzniowego połączenia w elemencie próbnym I-100,5.4/2, czy też dwie wynikowe ŚRS z wykresów na rys. 4.35 i rys. 4.36. Wyznaczona przykładowo, na podstawie funkcji ekspotencjalnej wg rys. 4.32 (tj. przy  $\delta_{L+E}$  niewiele przekraczających przemieszczenie 400·10<sup>-2</sup> mm), wartość  $P_d$  dla  $\delta_{L+E,d} = 209,3\cdot10^{-2}$  mm różni się co najwyżej o 2% od wartości obliczonej wg wynikowej ŚRS jak na rys. 4.36, sporządzonej dla przemieszczeń w przedziale  $\delta_{L+E} \leq 265\cdot10^{-2}$  mm.



Rys. 4.39. Zależność  $S_1 - \Delta \delta_{L+E}$  połączenia w 5 elementach próbnych "I" Fig. 4.39. Relation  $S_1 - \Delta \delta_{L+E}$  in 5 joints of experimental elements "I"

Sporządzony dodatkowo wykres zależności "obciążenie  $S_1$  – przemieszczenie  $\Delta \delta_{L+E}$ " (rys. 4.39) przekonuje, podobnie jak w przypadku połączenia ścianek o grubościach 4,0 mm (por. rys. 4.20), że spadek nośności sworznia występuje w przedziale obciążenia  $S_1 = (40 \div 50)$  kN, w którym znajduje się wyznaczona statystycznie wartość  $P_d = 48,6$  kN. Wartości przyrostów przemieszczeń  $\Delta \delta_{L+E}$ , przypadające na jeden łącznik, odpowiadają na wykresie przyrostom obciążenia  $\Delta S_1 = 5,0$  kN.

## 4.4. Połączenie rozciągane osiowo w sposób naprzemienny

#### 4.4.1. Konstrukcja elementu próbnego "In"

W przepisach europejskich [130], [144] nie zdefiniowano – w odniesieniu do przemieszczeń – stanów granicznych dla połączeń zakładkowych obciążanych naprzemiennie. Wobec powyższego zdecydowano się sprawdzić najpierw zachowanie się

a)

## 4. Badania doświadczalne jednociętych połączeń sworzniowych

połączeń naprzemiennie rozciąganych, a następnie porównać uzyskane obwiednie ścieżek równowagi statycznej, w półcyklach dodatnich i ujemnych, z krzywą aproksymującą, uzyskaną dla połączeń rozciąganych w jednym tylko kierunku.



- Rys. 4.40. Element próbny "In" dla ścianek t = 5,0 mm: a) konstrukcja, połączenia i wymiary, b) element zakotwiony w maszynie wytrzymałościowej
- Fig. 4.40. Experimental element "In" for walls t = 5,0 mm: a) construction of the joint and dimensions, b) element anchored in the testing machine

Konstrukcja elementu próbnego "In", z połączeniem ścianek t = 5,0 mm na dwa sworznie BOM-R16-6 (rys. 4.40), umożliwiała demontowanie ramion poz. 2 i 3 od ścianek środników w dwóch ceownikach poz. 1, polegające na odkręceniu górą 2 śrub M16 i wyjęciu sworznia M20 oraz dołem odkręceniu 4 śrub M16. Następnie, po obrocie elementu wokół osi podłużnej o 180° i ponownym przykręceniu śrub do środników, tym razem tych, które poprzednio nie były obciążane, można było przystąpić do realizacji kolejnego półcyklu obciążenia. W ten sposób uzyskano – na danym poziomie obciążenia – pełną pętlę histerezy jako funkcję zależności między obciążeniem *F* i przemieszczeniem  $\delta_{L+E}$  łączonych ścianek środników.

## 4.4.2. Wyniki badania połączenia ścianek o grubościach 5,0 mm

Wykres  $S_1 - \delta_{L+E}$  na rys. 4.41 ilustruje ścieżki równowagi statycznej, otrzymane w wyniku naprzemiennego rozciągania jednakowych elementów próbnych I-100,5.1/2;n oraz I-100,5.2/2;n. Całkowite przemieszczenia łączonych ścianek, tj. łącznie dodatnie i ujemne – przy siłach działających na sworznie równych  $S_1 = P_d = \pm 48,6$  kN – przekraczały wartość graniczną  $\delta_{gr} = 3,0$  mm. Wartość tę podano w [144] jako graniczną w przypadku obciążenia cyklicznego, pulsującego w jednym tylko kierunku. Nie podano tam informacji, jakie można by dopuścić sumaryczne przemieszczenia w przypadku obciążeń naprzemiennych, tj. łącznie w półcyklach dodatnich i ujemnych. W dwu badanych elementach próbnych "In" wynosiły one, na poziomie nośności obliczeniowej, w elemencie próbnym I-100,5.1/2;n –  $\delta_{calk,5.1} = 3,47$  mm oraz w elemencie I-100,5.2/2;n –  $\delta_{calk,5.2} = 3,57$  mm; przemieszczenia w kierunkach tylko półcykli dodatnich lub tylko ujemnych nie przekraczały przy tym dopuszczalnej wartości  $\delta_{L+E,d} = 2,093$  mm, wynikającej z funkcji opisującej wynikową ŚRS, wyznaczonej w punkcie 4.3.5. Świadczy to o większej sztywności połączenia rozciąganego naprzemiennie w porównaniu z takim samym połączeniem, rozciąganym w jednym tylko kierunku.



Rys. 4.41. Ścieżki równowagi statycznej  $S_1$ - $\delta$  obciążonych naprzemiennie połączeń w elementach próbnych "In"

Fig. 4.41. Paths of statical equilibrium  $S_1 - \delta$  of loaded alternate joint in experimental element "In"

Zaistniały więc pewne przyczyny, które spowodowały, że połączenie w pierwszym elemencie próbnym okazało się w półcyklach dodatnich sztywniejsze od połączenia w elemencie drugim, przy podobnej historii obciążeń. Przyczyny powodujące różnice w zachowaniu się jednakowych połączeń mogą być te same, które występowały podczas badania połączeń w elementach "I" (por. rys. 4.37).

a)

c)





- Rys. 4.42. Szczegóły konstrukcji 1-ciętego połączenia ścianek w elemencie próbnym "In": a) przekrój w osi sworznia przed obciążeniem, b) fragment połączenia z widocznymi luzami po jego końcowym odciążeniu, c) luzy między pobocznicą trzpienia i ściankami w otworach, d) przekrój wzdłuż cięciwy trzpienia
- Fig. 4.42. Details of the construction of single-cut joint of the walls in the test element "In": a) crosssection of the axis of a not loaded blind bolt, b) a fragment of the joint with visible clearances after its final discharging, c) clearances between the side surface of the pin and the walls of the holes, d) section along the chord of the pin

Stan 1-ciętego połączenia ścianek, po zdjęciu obciążenia  $S_1 = 50,0$  kN w elemencie próbnym "In", ilustrują przekroje poprzeczne wykonane w osi sworznia (rys. 4.42b, c) oraz po cięciwie (rys. 4.42d). Widoczne luzy między trzpieniem sworznia i ścianką powstały w wyniku owalizacji otworu, powodującej trwałe uszkodzenie plastyczne ścianki.

W odniesieniu do badanych połączeń sporządzono dodatkowo wykres zależności "obciążenie  $S_1$  – przemieszczenie  $\Delta \delta_{L+E}$  (rys. 4.43). Wykres potwierdza, że analogicznie, jak w połączeniach rozciąganych w jednym tylko kierunku, spadek nośności pojedynczego sworznia występuje w przedziale obciążenia  $S_1 = (40,0 \div 50,0)$  kN, w którym znajduje się wartość  $P_d$  = 48,6 kN (por. rys. 4.39).



Rys. 4.43. Zależność  $S_1 - \Delta \delta_{L+E}$  elementów próbnych I-100,5.1/2;n oraz I 100,5.2/2;n Fig. 4.43. Relation  $S_1 - \Delta \delta_{L+E}$  of experimental elements I-100,5.1/2;n and I-100,5.2/2;n

Można więc przyjąć jednakowe wartości nośności obliczeniowej sworznia w przypadku połączeń zarówno rozciąganych w jednym kierunku, jak również rozciąganych naprzemiennie.

## 4.5. Połączenie symetryczne zginane naprzemiennie

## 4.5.1. Konstrukcja elementu próbnego "X"

Element próbny "X" tworzą dwie poz. 3, tj. [200×60×5 o długości 570 mm, usytuowane względem siebie pod kątem prostym. Środniki ceowników połączono 4 sworzniami, których osie znajdują się w odległości r od środka ciężkości połączenia (rys. 4.44). Oznaczenia elementów próbnych uzupełniono, podając na końcu wymiar r w [mm]. Obciążenie połączenia momentem zginającym  $M = \sqrt{2} \cdot b \cdot F$  odbywało się za pomocą dwu par krzyżujących się ramion poz. 4, o przekroju 60×8-320, wykonanych ze stali 18G2A (S355 JO). Ramiona te połączone na obu końcach śrubami M20 z płaskownikami kotwiącymi element w maszynie wytrzymałościowej bezpośrednio przejmowały zewnętrzne obciążenie F. Sposób zakotwienia konstrukcji elementu "X" w maszynie umożliwiał realizację naprzemiennego obciążenia cyklicznego ±M, przekazywanego na połaczenie zakładkowe.

Po wykonaniu pierwszego półcyklu obciążenia, tj. w kierunku umownie dodatnim, dokonano odłączenia obu par ramion elementu "X" od specjalnych węzłów kotwiących go w maszynie wytrzymałościowej (rys. 4.45), a następnie - po jego obrocie w
płaszczyźnie pionowej o 90° i ponownym podłączeniu do węzłów kotwiących – przystąpiono do wykonania drugiego półcyklu obciążenia w kierunku ujemnym.



- Rys. 4.44. Konstrukcja elementów próbnych "X" oraz schemat rozmieszczenia sworzni w połączeniu: a) w elementach X-200,5.1/4;55,0 oraz X-200,5.3/4;55,0, b) w elementach X-200,5.2/4;78,0 i X-200,5.5/4;78,0
- Fig. 4.44. Construction of the experimental elements "X" and scheme of distribution of blind bolts in the joint: a) in the elements X-200,5.1/4,55,0 and X-200,5.3/4;55,0, b) in the elements X-200,5.2/4;78,0 and X-200,5.5/4,78,0



Rys. 4.45. Element próbny X-200,5.1/4;78,0 zakotwiony w maszynie wytrzymałościowej Fig. 4.45. Experimental element X-200,5.1/4;78,0 anchored in the testing machine

#### 4.5. Połączenie symetryczne zginane naprzemiennie

Podczas obciążania połączenia zachodził obrót między środnikami ceowników o kąt  $\phi_{L+E}$ , którego wartości ustalano na podstawie pomierzonych wartości przemieszczeń  $\delta_{L+E}$  przez dwie pary czujników mechanicznych o dokładności odczytu 0,001. Czujniki, rozmieszczone parami w odległościach 250 mm lub 260 mm od siebie, umocowano w osi połączenia, na półkach ceowników (por. rys. 4.45 a i 4.45 b). Pokrywanie się środka obrotu w połączeniu ze środkiem ciężkości łączników zapewniał dodatkowo wprowadzony (w niektórych elementach "X") 5 łącznik środkowy.

Połączenia w modelach "X" poddawano cyklicznym obciążeniom naprzemiennym  $M = \pm \sqrt{2} \cdot b \cdot F = \pm 0.3394 \cdot F$ , na które składały się półcykle dodatnie oraz półcykle ujemne.

#### 4.5.2. Element próbny X-200, 5.1/4

Obciążenie F elementu X-200-5.1/4;78,0 (por. rys. 4.45) realizowano od zera przez wartości kolejno 6,5 kN, 10,0 kN, 16,0 kN, stosując dalej przyrosty  $\Delta F = 8,0$  kN – aż do wartości F = 40,0 kN (rys. 4.46).



Rys. 4.46. Ścieżka równowagi statycznej  $M-\phi_{L+E}$  połączenia w elemencie próbnym X-200,5.1/4;78,0 Fig. 4.46. Path of statical equilibrium  $M-\phi_{L+E}$  of the joint in the experimental element X-200,5.1/4;78,0

a)

Wykonano 8 pełnych cykli obciążenia. W 9 półcyklu dodatnim obciążenie rosło aż do wartości F = 56,0 kN, powodując zginanie połączenia momentem M = +19,0 kNm  $< M_R = 23,3$  kNm, gdzie  $M_R$  jest nośnością obliczeniową przekroju ceownika (poz. 3 wg rys. 4.44). Siła działająca na pojedynczy sworzeń wynosiła wtedy  $S_1 = 61,1$  kN >>  $P_d = 48,6$  kN, znacznie więc przekraczając jego nośność obliczeniową.





Rys. 4.47. Wykres obwiedni  $M-\phi_{L+E}$  połączenia w elemencie próbnym X 200,5.1/4;78,0 dla półcykli: a) ujemnych, b) dodatnich [114]

Fig. 4.47. Envelope curve  $M - \phi_{L+E}$  of the joint in the test element X-200,5.1/4;78,0 for semi-cycles: a) negative, b) positive [114]

#### 4.5. Połączenie symetryczne zginane naprzemiennie

Przemieszczenie w osi sworznia nieznacznie przekraczało wówczas wartość graniczną  $\delta_{gr} = 3,0$  mm i wynosiło  $\delta_{L+E,sw} = 3,099$  mm, co odpowiadało kątowi obrotu między ceownikami  $\phi_{L+E} = 3,099 / 78,0 = 39,83 \cdot 10^{-3}$  rad.

Wielkości pól zakreślonych na wykresach  $M-\phi_{L+E}$  przez kolejne pętle histerezy charakteryzują zdolność badanych połączeń do absorbowania i dyssypowania energii, wskazując na stopień ich niezawodności [20]. Pętle histerezy w połączeniach śrubowych cechują zwężenia, pogłębiające się w kolejnych cyklach w miarę wzrostu obciążenia. Mają w tym wg [20] określony udział: tarcie statyczne, poślizg łączonych blach z uwagi na luzy między śrubami i ściankami otworów oraz docisk trzpieni do ścianek otworów. Podobnie dzieje się w przypadku badanych połączeń jednociętych na sworznie jednostronne; tutaj dodatkowo dochodzi – z uwagi na cienkie ścianki – wpływ przechylania się trzpieni w otworach, które postępuje stopniowo w miarę ich owalizacji i ostatecznie przyczynia się w istotny sposób do końcowego obrazu plastycznego zniszczenia połączenia.

Analizując kształt pętli histerezy, opisujących zależność  $M-\phi_{L+E}$  na wykresie, można zauważyć pewną prawidłowość. Badane połączenie wykazuje zdecydowanie większą sztywność w kierunku dodatnich półcykli obciążenia naprzemiennego. Porównując na rys. 4.46 naniesione na wykres odpowiadające sobie, dodatnie i ujemne, wartości kątów obrotu można stwierdzić, że te ujemne (na kierunku półcykli ujemnych) są zdecydowanie większe od dodatnich, początkowo o ponad 50%, a przy wyższych obciążeniach momentem M jeszcze o blisko 40%. W celu wyraźniejszego zilustrowania tych różnic dokonano porównano na rys. 4.47; obwiednie otrzymanych ścieżek równowagi statycznej la i 2a odnoszą się do półcykli, odpowiednio, dodatnich i ujemnych. Krzywe 1b i 2b wynikają z aproksymacji wyników badań, wykonanej za pomocą programu Curve Expert; opisują je funkcje o postaci:

$$M = a_M (c_M - e^{-b_M \phi_{L+E}}).$$
(4.12)

Krzywa 1b opisuje wyniki badań przy odchyleniu standardowym s = 0,856 kN i współczynniku korelacji  $r_K = 0,987$ , a krzywa 2b przy: s = 0,625 kN i  $r_K = 0,988$ . W pracy [114] porównano wartości sztywności siecznych oraz sztywności wzmocnienia rozważanego połączenia, tj. odpowiednio np. sztywności sieczne  $K_{1.M-\alpha_{1D}}$  i  $K_{1.M-\alpha_{2D}}$ oraz sztywności wzmocnienia  $K_{2,M-\alpha_{1D}}$  i  $K_{2,M-\alpha_{2D}}$ , które różnią się w sposób istotny. Krzywa c na obu wykresach została sporządzona przy wykorzystaniu zależności aproksymacyjnej  $S_1 - \delta_{L+E}$  wg rys. 4.37, zależność  $M - \phi_{L+E}$  otrzymano zastępując we wzorze (4.8) wielkości  $S_1$  i  $\delta_{L+E}$  odpowiednio wielkościami  $S_1 = M / (4\sqrt{2} \cdot a^{\alpha})$  i  $\delta_{L+E} = \sqrt{2} \cdot a^{\alpha} \cdot \phi_{L+E}$ , przyjmując  $a^{\alpha} = 55,0$  mm (por. rys. 4.44). 4. Badania doświadczalne jednociętych połączeń sworzniowych

#### 4.5.3. Element próbny X-200, 5.3/4

Połączenie na 4 sworznie BOM R16-6 było w elemencie próbnym X-200,5.3/4 analogiczne do wykonanego w elemencie próbnym X-200,5.1/4. Poddano je również cyklicznemu zginaniu naprzemiennemu, lecz wg odmiennego programu obciążeń (rys. 4.48).



Rys. 4.48. Ścieżka równowagi statycznej  $M-\phi_{L+E}$  połączenia w elemencie próbnym X-200,5.3/4;78,0 Fig. 4.48. Path of statical equilibrium  $M-\phi_{L+E}$  of the joint in the experimental element X-200,5.3/4;78,0

W tym wypadku kolejne przyrosty momentów zginających realizowano bowiem, na przemian, w kierunku półcykli dodatnich i ujemnych. Uzyskano w ten sposób prawie symetryczne pętle histerezy, na pięciu badanych poziomach obciążeń. Różnice między odpowiadającymi sobie dodatnimi i ujemnymi wartościami kątów obrotu nie przekraczały średnio 5,5%. Na podstawie wyników dwu przebadanych jednakowych połączeń 4-sworzniowych typu "X", wykonanych w tych samych warunkach laboratoryjnych, można było przekonać się, że w przypadku naprzemiennego zginania połączeń nie bez znaczenia jest historia przykładanych obciążeń.

## 4.5.4. Element próbny X-200, 5.4/4

Przebadano trzecie 4-sworzniowe połączenie symetryczne, w którym łączniki rozmieszczono jak na rys. 4.44a, przy promieniu r = 79,0 mm (rys. 4.49). Obciążenia cykliczne ±*M* realizowano w tym przypadku, podobnie jak w elemencie X-200,5.3/4;78,0, zachowując symetrię w kolejnych przyrostach przekazywanego na połączenie obcią-

# 4.5. Połączenie symetryczne zginane naprzemiennie

żenia  $\pm \Delta M$ . W wyniku otrzymano symetryczne pętle histerezy na 5 badanych poziomach obciążenia (rys. 4.50).



Rys. 4.49. Element próbny X-200, 5.4/4;79,0 zakotwiony w maszynie wytrzymałościowej Fig. 4.49. Experimental element X-200, 5.4/4;79,0 anchored in the testing machine



Rys. 4.50. Ścieżka równowagi statycznej  $M-\phi_{L+E}$  połączenia w elemencie próbnym X-200,5.4/4;79,0 Fig. 4.50. Path of statical equilibrium  $M-\phi_{L+E}$  of the joint in the experimental element X-200,5.4/4;79,0

#### 4.5.5. Elementy próbne X-200,5.2/4 oraz X 200,5.5/4

Badanie dwóch jednakowych połączeń 4-sworzniowych dostarczyło interesujących wyników, przy rozmieszczeniu łączników wg schematu jak na rys. 4.44 a, w odległościach r = 55,0 mm od ich środka ciężkości. Połączenie w elemencie próbnym I-200,5.2/4;55,0, obciążane kolejnymi przyrostami  $\pm \Delta M$  w sposób niesymetryczny, tj. z przyrostami zawsze rosnącymi najpierw w kierunku półcykli dodatnich, okazało się znacznie sztywniejsze od analogicznego połączenia w elemencie I-200,5.5/4;55,0, poddanego z kolei symetrycznie rosnącym obciążeniom, o wartość  $\pm \Delta M$  na przemian, po stronie półcykli dodatnich i ujemnych (rys. 4.51).

Warto zauważyć, iż pierwsze połączenie poddano 11 pełnym cyklom obciążenia, natomiast drugie – tylko 7 cyklom. W każdym z obu przypadków można stwierdzić w miarę symetryczne zachowanie się połączenia z uwagi na przyrosty przemieszczeń kątowych, przy obciążeniu  $M < M_{Pd}$ ; istotne różnice polegają na różnych w obu połączeniach wartościach przyrostów przemieszczeń  $\Delta \phi$ , na tych samych poziomach obciążeń.



- Rys. 4.51. Ścieżki równowagi statycznej *M*- $\phi_{t-k}$  połączenia w elementach próbnych X-200,5.2/4;55,0 oraz X-200,5.2/4;55,0
- Fig. 4.51. Paths of statical equilibrium  $M-\phi_{L+E}$  of the joint in the experimental elements X-200,5.2/4;55,0 and X-200,5.2/4;55,0

# 4.5. Połączenie symetryczne zginane naprzemiennie

# 4.5.6. Element próbny X-200,5.6/4

Badanie kolejnego połączenia na 4 sworznie (rys. 4.52), w którym łączniki rozmieszczono wg schematu jak na rys. 4.44 a, w odległości r = 35,0 mm od ich środka ciężkości, miało na celu zwrócenie uwagi na ewentualny wpływ promienia r na sztywność połączenia.



Rys. 4.52. Element próbny X-200,5.6/4;35,0 zakotwiony w maszynie wytrzymałościowej Fig. 4.52. Experimental element X-200,5.6/4;35,0 anchored in the testing machine



Rys. 4.53. Ścieżka równowagi statycznej  $M-\phi_{L+E}$  elementu próbnego X 200,5.6/4;35,0 Fig. 4.53. Path of statical equilibrium  $M-\phi_{L+E}$  of experimental element X 200,5.6/4;35,0

Przypuszczano, że odległości r mogą zmieniać wartości sztywności przy zginaniu z uwagi na siły tarcia między łączonymi ściankami, występujące w połączeniu w wyniku nieokreślonego przez producenta "sprężenia" sworzni, wynikającego z technologii ich osadzenia w otworach. Połączenie zostało obciążone 8 cyklami rosnących momen-

# 4. Badania doświadczalne jednociętych połączeń sworzniowych

tów zginających, z 5 przyrostami o wartościach  $\Delta M = \pm 1,36$  kNm, przykładanych, na przemian, na kierunku półcykli dodatnich i ujemnych (rys. 4.53). Nie otrzymano w tym przypadku – jak się spodziewano – pełnej symetrii pętli histerez, jak np. w ścieżce równowagi pokazanej na rys. 4.48. Przykładowo, na poziomie momentów  $M = \pm 5,43$  kNm różnice co do bezwzględnych wartości między kątami obrotu dodatnimi i ujemnymi wynosiły ok. 16 %.

# 4.6. Połączenia wewnętrznie statycznie niewyznaczalne

#### 4.6.1. Wprowadzenie

Poprawność zaproponowanego w rozdz. 3 układu równań, opisującego zachowanie się jednocześnie zginanego i ścinanego połączenia zakładkowego, z dowolnie rozmieszczonymi sworzniami, sprawdzono na drodze doświadczalnej. Sposób obliczania zweryfikowano na przykładach następujących, wewnętrznie statycznie niewyznaczalnych połączeń:

- rozciąganego mimośrodowo, symetrycznego (2 elementy próbne "V"),
- rozciąganego mimośrodowo, niesymetrycznego (3 elementy próbne "V"),
- zginanego naprzemiennie, symetrycznego (2 elementy próbne "X").

## 4.6.2. Połączenie symetryczne rozciągane mimośrodowo w elemencie próbnym "V"

W dwu jednakowych elementach próbnych "V" zakładkowe połączenie na 5 sworzni BOM-R16-6 poddawano cyklicznemu obciążaniu i odciążaniu, przy różnych poziomach obciążenia *F*.



Rys. 4.54. Element próbny V-200,5.1/5: a) wymiary elementu, b) widok elementu badanego Fig. 4.54. Experimental element V-200,5.1/5: a) dimensions, b) view of the investigated element

# 4.6. Połączenia wewnętrznie statycznie niewyznaczalne

Na połączenie były przekazywane: siła ścinająca V = F oraz moment zginający  $M = F \cdot e = V \cdot e$  (rys. 4.54 a). Pomiaru przemieszczeń dokonano za pomocą dwu par czujników mechanicznych, przymocowanych w osiach połączenia do półek ceowników giętych z blach na zimno [200x60x5, na kierunkach równoległych do osi dwu połączonych prętów (rys. 4.54 b).



Na rysunku 4.55 naniesiono średnie wartości przemieszczeń tarczy "górnej"  $\delta_{ig}$ , tj. środnika ceownika górnego, które w osiach czujników oznaczono  $\delta_{ig,cz}$ , w osiach zaś

sworzni –  $\delta_{ig,sw}$ ; przemieszczenia w osiach sworzni stanowią połowę całkowitych wartości  $\delta_i$ . Zaznaczono także wartości promieni  $r_{i,R}$ , łączących oś danego łącznika "*i*" z chwilowym środkiem obrotu w punkcie *R* (rys. 4.55), przy *i* = 1 + 5. Do założonych poziomów obciążenia *V* i *M* obliczono wartości kątów  $\gamma_1$  i  $\gamma_2$  między składowymi przemieszczeń, odpowiednio  $\delta_{1g,sw}$  i  $\delta_{2g,sw}$  oraz przemieszczeniami wypadkowymi  $\delta_{1g,wyp}$  i  $\delta_{2g,wyp}$ , występującymi w osiach sworzni 1 i 2 (por. rys. 4.55b). Porównano je z wartościami kątów  $\gamma_{1R}$  i  $\gamma_{2R}$ , wynikającymi z położenia środka obrotu *R*, ustalonego na drodze obliczeń numerycznych. Różnice między wartościami kątów odpowiednio  $\gamma_1$  i  $\gamma_{1R}$  oraz  $\gamma_2$  i  $\gamma_{2R}$  nie przekraczały 1%, co dowodziło, że kierunki wypadkowych przemieszczeń w osiach sworzni są prostopadłe do promieni  $r_{1R}$  i  $r_{2R}$ .



Rys. 4.56. Ścieżki równowagi statycznej  $M-\phi$  połączeń w elementach próbnych V-200,5.1/5 i V-200,5.2/5

Fig. 4.56. Paths of statical equilibrium  $M-\phi$  concerning the joints in experimental elements V-200,5.1/5 and V-200,5.2/5

Zachowanie się 5-sworzniowego połączenia w dwu elementach próbnych "V", poddanego takiej samej historii obciążenia, tj. 26 cyklom obciążeń i odciążeń, ilustrują ścieżki równowagi statycznej 1 i 2 na rys. 4.56. Różnice między ŚRS 1 i 2 występują w przedziale obciążeń poniżej przewidywanej nośności obliczeniowej połączenia  $M_{Pd}$ , natomiast już w przypadku obciążeń F = 85,0 kN i  $M_{Pm} = 85,0.0,1697 = 14,4$  kNm

# 4.6. Połączenia wewnętrznie statycznie niewyznaczalne

Różnice średnie         Obciąź. polącz.         Wartości współrzędnej $x_R$ Imm]           obl. net. (6) $[5] - 1$ (6) $Y = F$ $M = V e$ $V = 200,5,1$ $V = 30,5,2$ $y = 0,4,3$ 52.1 $100\%$ $7$ $2$ $38,4$ $50,4$ $44,4$ $59,98$ 52.1 $100\%$ $8,49$ $38,7$ $50,3$ $44,7$ $59,98$ 52.1 $100\%$ $8,49$ $38,7$ $50,3$ $44,7$ $59,98$ 50,0 $8,49$ $38,7$ $50,3$ $44,7$ $60,70$ $(10,18)$ $40,2$ $48,1$ $44,7$ $60,70$ $(10,18)$ $40,2$ $48,1$ $44,7$ $60,70$ $(10,18)$ $40,2$ $48,1$ $44,7$ $60,70$ $(10,18)$ $40,2$ $48,1$ $44,7$ $60,70$ $(10,18)$ $40,2$ $48,1$ $44,7$ $60,70$ $(5,8)$ $-19,9$ $44,6$ $44,7$ $60,70$ $(5,8)$ $-19,9$ $43,6$	Różnice średnie	$\left[\frac{(5)}{(6)} - 1\right]$ $\cdot 100\%$	7		-25,8			090-	C'07-			VLC				1.00	1'67-		20.7	1º00-
Różnice średnie         Obciąż. połącz.         Wartości współrzędne Imm]           obl. (6) $\begin{bmatrix} (5)\\ -1 \end{bmatrix}$ $V = F$ $M = V \cdot e$ $V_{200,5,1}$ $V_{200,5,2}$ $\begin{bmatrix} (3) + (4)\\ 2 \end{bmatrix}$ 5.2.1 $\cdot 100\%$ $V = F$ $M = V \cdot e$ $V_{200,5,1}$ $V_{200,5,2}$ $\begin{bmatrix} (3) + (4)\\ 2 \end{bmatrix}$ 5.2.1 $\cdot 100\%$ $8,49$ $38,7$ $50,3$ $44,4$ 5.6 $-7,0$ $8,49$ $38,7$ $50,3$ $44,7$ 5.6 $-7,0$ $8,49$ $38,7$ $50,3$ $44,7$ 5.6 $-7,0$ $8,49$ $38,7$ $50,3$ $44,7$ 5.6,0 $10,18$ $40,2$ $44,1$ $44,5$ 5.10 $-18,5$ $70,0$ $10,18$ $42,4$ $44,5$ 5.10 $-18,5$ $70,0$ $10,18$ $44,5$ $44,5$ 5.10 $-18,5$ $70,0$ $10,18$ $42,4$ $44,5$ $44,5$ 5.6 $-19,9$ $70,0$ $11,88$ $42,4$ $44,5$ $44,5$ <	J X <sub>R</sub>	wg obl. numer. wp.52.1	6		59,98			60,70			61.47		14.10			67.72	C7 70		67 83	02,20
	ółrzędne m]	(3) + (4)	5	44,4	44,5	44,7	44,1	44,2	44,5	44,6	44,5	44,6	44,7	44,7	44,2	44,1	44,1	44,1	43,6	43,5
Różnice         Róźnice         Obciąż. połącz.         Wart           obl<	ości wsp [m	V-20052	4	50,4	50,3	50,3	48,5	48,1	48,1	48,1	46,5	46,4	46,4	46,4	44,9	44,8	44,8	44,8	43,8	43,8
	Wart	V-200,5.1	3	38,4	38,7	39,1	39,7	40,2	40,9	41,1	42,4	42,7	43,0	43,0	43,4	43,4	43,3	43,4	43,3	43,1
Różnice         Różnice         Obciąź:           obl         [(5) -1]         Y=F           ner.         [(6) -1]         Y=F           5.2.1         .100%         7         1           6         7         5         1         7           6         -7,0         50,0         50,0         50,0           5,56         -7,0         50,0         50,0         70,0           5,68         -19,9         60,0         60,0         60,0           3,31         -23,0         90,0         90,0         90,0	polącz.	$M = V \cdot e$ [kNm]	2		8,49			10.19	10,10	U. L.	00 11		11,68			13 60	00,01		14.77	17401
Różnice średnie ó obl.         Różnice średnie (6) -1           5.2.1         .100%           5.2.1         .100%           5.2.1         .100%           5.3         .100%           5.4         .23,0           3.31         -23,0	Obciąż.	V = F [kN]	1	50,0			60,0			70,0			0.00		0,00		0'06			
obl. ner. 5.2.110 5,56 5,56 5,56 5,56 5,56 5,56 5,56 5,5	Różnic średnic $\frac{(5)}{(6)} - 1$				00	-1,0				-18,5				0.01	-17,7			0.00	n'c7-	-
	Róż śre ste obl. (5) obl. (6) ner1(		~			- 00	-			,10 -1		-		07	- 00,			c 1 c	z- 10,	-
	Wartości współrzędne [mm]	$\frac{(3) + (4)}{2}$	5	53,7	53,6	53,7	53,5	46,9	47,0	47,7	47,8	47,4	46,5	47,0	47,3	47,2	45,8	45,6	45,6	45,7
półrzędnu m] 2 2 53,7 53,7 53,6 53,5 53,5 53,5 53,5 53,5 53,5 53,5 53,5 53,5 53,5 53,5 53,5 53,7 47,0 45,0 47,0 47,		V-200,52	4	58,7	58,9	61,0	60,09	56,3	56,4	58,0	57,8	57,0	54,9	55,2	55,3	55,3	53,1	52,7	52,8	52,7
rtości współrzędn Imm] V-200,522 (3) + (4) 2 2 58,7 53,7 53,7 53,7 58,9 53,6 60,0 53,5 60,0 53,5 60,0 53,5 46,9 56,4 47,0 55,3 46,9 56,4 47,0 55,2 45,0 55,2 45,0 55,2 45,0 55,2 45,0 55,2 45,0 55,2 45,0 55,2 45,0 55,2 45,0 55,2 45,0 55,2 45,0 55,2 45,0 55,2 45,0 55,0 55,2 45,0 55,0 55,0 45,0 55,0 55,0 45,0 55,0 5		V-200,5.1	3	48,6	48.2	46,4	47,0	37,5	37.5	37,3	37.7	37,8	38,1	38,8	39,2	39,0	38,4	38,4	38,4	38,7
Wartości współrzędni Immi           V-200,5.1         V/200,5.2         (3) + (4)           3         4         5           3         4         5           48,6         58,7         53,7           48,2         58,9         53,6           46,4         61,0         53,7           47,0         60,0         53,5           37,5         56,4         47,0           37,5         56,4         47,0           37,5         56,4         47,0           37,5         56,4         47,0           37,5         56,4         47,0           37,5         56,4         47,0           37,5         56,4         47,0           37,5         56,4         47,0           37,5         56,4         47,0           37,5         56,4         47,0           37,8         57,0         47,4           38,1         54,9         46,5           38,4         55,2         47,0           38,4         55,3         47,3           38,4         52,7         47,3           38,4         52,3         47,3           38,4	polącz.	M = V.e [kNm]	2			1,70				3,40				00.2	60°C			OL J	0,17	
polaçz.         Wartości współrzędni $M = V \cdot e$ $Immi$ $M = V \cdot e$ $V - 200,5.1$ $V - 200,5.2$ $Z$ $3$ $4$ $5$ $Z$ <td>·N</td> <td></td> <td>100</td> <td colspan="3">10,0</td> <td colspan="3">0,0</td> <td colspan="3">0'00</td> <td colspan="2"></td> <td colspan="2">30,0</td> <td colspan="2">0.04</td> <td colspan="2">40,0</td>	·N		100	10,0			0,0			0'00					30,0		0.04		40,0	

obwiednie ścieżek równowagi statycznej 1 i 2 praktycznie pokrywają się. Całkowite przemieszczenia wypadkowe  $\delta_{1,wyp}$  w osiach bardziej wytężonych sworzni nr 1 i 4 (por. rys. 4.55b) są zbliżone do wartości przemieszczeń granicznych  $\delta_{gr} = 3,0$  mm i wynoszą w pierwszym badanym połączeniu 3,09 mm, w drugim – 3,17 mm, a kąty obrotu  $\phi$  odpowiednio 27,4·10-3 rad i 27,9·10<sup>-3</sup> rad. Podobnie przy obciążeniach F =70,0 kN i M = 70,0·0,1697 = 11,9 kNm przemieszczenia wypadkowe  $\delta_{1,wyp}$ , w osiach tych samych sworzni, wynoszą odpowiednio 2,10 mm i 2,12 mm; są praktycznie równe wartości  $\delta_{L+Ed} = 2,09$  mm, odpowiadającej nośności obliczeniowej sworznia  $P_d$ (por. rys. 4.37). Warto tu zauważyć, że moment M = 11,9 kNm, praktycznie równy nośności obliczeniowej połączenia, jest o ponad 17% mniejszy od nośności obliczeniowej na zginanie  $M_{Rj} = 14,35$  kNm, obliczonej tradycyjnie dla wartości  $S_{Rb} =$ 59,3 kN, podanej w punkcie 4.2.3.2.

Różny przebieg obwiedni ŚRS 1 i 2 na wykresie  $M-\phi$  (rys. 4.56) może m.in. dowodzić tego, że łączniki w połączeniu "włączają się" do współpracy w sposób losowy – probabilistyczny. Odmienne zachowanie się dwu jednakowych połączeń 5-sworzniowych dodatkowo obrazują także wartości współrzędnej  $x_R$  "wędrującego" środka obrotu *R*, które zamieszczono w tabl. 4.7. Różnice sięgające 20,0 mm zanikają dopiero po przekroczeniu nośności obliczeniowej połączenia (por. rys. 4.56).

#### 4.6.3. Połączenie symetryczne zginane naprzemiennie w elemencie "X"

W dwu jednakowych elementach próbnych, oznaczonych X-200,5.1/8 i X 200,5.2/8, badano połączenie na 8 sworzni, obciążając je cyklicznie momentami zginającymi  $M = \pm \sqrt{2} \cdot b \cdot F$  (rys. 4.57a). Sworznie Ø13,6 mm zostały osadzone w otworach Ø14,0 mm, przy zalecanych w [128] średnicach od 13,8 do 14,8 mm. Do połączenia przykładano rosnące wartości momentów, zwiększając je o wartości przyrostów  $\Delta M = \pm \sqrt{2} \cdot b \cdot \Delta F$ , w przedziale od ±2,04 kNm do ±4,07 kNm, aż do maksymalnego obciążenia M =24,44 kNm w pierwszym elemencie "X", oraz M = 33,56 kNm w elemencie drugim. Przemieszczenia w osiach łączników są proporcjonalne do ich odległości od środka ciężkości, lecz siły przypadające na poszczególne łączniki nie są proporcjonalne do przemieszczeń. Podczas obciążania połączenia momentem zginającym zachodził obrót między środnikami ceowników o kąt  $\phi_{L+E}$ . Wartości kątów  $\phi_{L+E}$  obliczano na podstawie przemieszczeń  $\delta_{L+E}$  w osiach sworzni odległych od środka o r = 55,0 mm, których wartości rejestrowano za pośrednictwem 4 czujników mechanicznych o dokładności odczytu 0,001, odpowiednio przymocowanych do półek ceowników. Czujniki usytuowano w osi połączenia (rys. 4.57b), zachowując między nimi odległości l = 250 mm (por. rys. 4.55a).

#### 4.6. Połączenia wewnętrznie statycznie niewyznaczalne



Rys. 4.57. Element próbny X-200,5.1/8: a) konstrukcja i wymiary elementu, b) element zakotwiony w maszynie wytrzymałościowej

Fig. 4.57. Experimental element X-200,5.1/8: a) construction and dimensions of the element, b) element anchored in the testing machine



Rys. 4.58. Ścieżki równowagi statycznej  $M-\phi$  połączenia w elementach próbnych X-200,5.1/8 oraz X-200,5.1/8

Fig. 4.58. Paths of statical equilibrium  $M-\phi$  of the joint in experimental elements X-200,5.1/8 and X-200,5.1/8

155

Spodziewano się, że przy 8 łącznikach w połączeniu ścieżki równowagi statycznej  $M-\phi$ , w dwu jednakowych elementach próbnych, będą lepiej pokrywać się (rys. 4.58), aniżeli w zginanych połączeniach na 4 sworznie (por. np. rys. 4.51).

Na wykresie można porównać podatność badanych połączeń; na kierunku półcykli ujemnych kąty obrotu są w obu elementach próbnych większe od wartości kątów dodatnich, odpowiednio, w pierwszym elemencie o 23%, w drugim – o 11,3%, przy obciążeniu  $M = \pm 21,6$  kNm. Na siedem przyrostów  $\Delta M$  wszystkie były dokonywane na kierunku dodatnim obciążenia. Potwierdza to wcześniejsze spostrzeżenie, że w takim przypadku pętle histerezy są niesymetryczne oraz że połączenie jest sztywniejsze w kierunku pierwszego przyrostu obciążenia.

# 4.6.4. Połączenie niesymetryczne rozciągane mimośrodowo w elemencie "V"

Poprawność zaproponowanej metody obliczeniowej sprawdzono także na przykładzie niesymetrycznego połączenia na 4 sworznie, w trzech jednakowych elementach próbnych, oznaczonych w kolejności: V-200,4.1/4, V-200,4.2/4, V-200,4.3/4 (rys. 4.59).



Rys. 4.59. Element próbny V-200,4.1/4: a) konstrukcja i wymiary elementu, b) element zakotwiony w maszynie wytrzymałościowej

Fig. 4.59. Experimental element V-200,4.1/4: a) construction and dimensions of the element, b) element anchored in the testing machine

# 4.6. Połączenia wewnętrznie statycznie niewyznaczalne

Połączenia w tym przypadku wykonano jako szczelniejsze od połączeń opisanych w punktach 4.6.2 i 4.6.3. Ścianki kształtowników o grubościach t = 4,0 mm połączono za pomocą krótszych sworzni BOM-R16-4 o średnicach Ø13,6 mm, natomiast otwory d = 14,3 mm w ściankach wiercono przy wzajemnie unieruchomionych ceownikach, które w tym stanie pozostały także na czas osadzania sworzni w otworach. Połączenie poddawano rozciąganiu mimośrodowemu siłą F (por. rys. 4.59a), o charakterze wzrastającym przyrostowo, zgodnie z wymaganiami zamieszczonymi w [140], [144].

Pomiaru przemieszczeń dokonano za pomocą dwu par czujników mechanicznych, przymocowanych w osiach połączenia do półek ceowników [200×60×4, na kierunkach równoległych do osi dwu połączonych prętów (rys. 4.59b). Na planie przemieszczeń zachodzących w połączeniu (rys. 4.60) naniesiono średnie wartości przemieszczeń tarczy "górnej"  $\delta_{ig}$ , tj. środnika ceownika górnego, które oznaczono w osiach czujników –  $\delta_{ig,cz}$ , a w osiach sworzni –  $\delta_{ig,sw}$ ; przemieszczenia w osiach sworzni stanowią połowę całkowitych wartości  $\delta_{i,sw}$ , stąd, również w tym przypadku, zachodzi zależność (4.13). Promienie  $r_{i,R}$  łączące chwilowy środek obrotu R z osiami 4 sworzni oznaczono kolejno:  $r_{1,R}$ ,  $r_{2,R}$ ,  $r_{3,R}$  i  $r_{5,R}$  (por. rys. 4.60).



- Rys. 4.60. Plan pomierzonych przemieszczeń w osiach czujników mechanicznych i sworzni w połączeniu elementu próbnego V-200,4.1/4
- Fig. 4.60. Plan of the measured displacements in the axes of dial indicators and blind bolts in the joints of the experimental element V-200,4.1/4

156

# 4. Badania doświadczalne jednociętych połączeń sworzniowych

Wyprowadzone wzory na wartości średnich wypadkowych przemieszczeń całkowitych w osiach poszczególnych sworzni o numerach 1 ÷ 4, których tu nie przytoczono, pozwalały kontrolować wartości przemieszczeń w trakcie obciążania połączenia, szczególnie w osi najbardziej wytężonego sworznia nr 1, który w pierwszej kolejności osiągał przemieszczenia graniczne  $\delta_{gr} = 3,0$  mm.



Rys. 4.61. Ścieżki równowagi statycznej M-φ niesymetrycznego połączenia w elementach próbnych V-200,4.1/4, V-200,4.2/4 i V-200,4.3/4

Fig. 4.61. Paths of statical equilibrium  $M-\phi$  of an unsymmetrical joint in experimental elements V-200,4.1/4, V-200,4.2/4 and V-200,4.3/4

Zachowanie się trzech jednakowych połączeń ilustrują ścieżki równowagi statycznej  $M-\phi$  (rys. 4.61). Wykonano 21 cykli obciążeń i odciążeń. Obciążenie F na danym poziomie utrzymywano do momentu ustania relaksacji i pełnego wyzwolenia się przemieszczeń trwałych; zazwyczaj pełzanie powodowało w ciągu 10 ÷ 20 sekund wzrost przemieszczeń o kilka setnych mm. Duże pełzanie zaobserwowano w przedziale obciążenia  $F = 40 \div 50$  kN, kiedy powodowało ono spadek obciążenia, którego poziom przywracano za pomocą maszyny wytrzymałościowej. Natomiast przy wyższym poziomie obciążenia, przykładowo, w elemencie próbnym 2, przy jego wzroście z poziomu F = 58,0 kN do wartości F = 60,0 kN, doraźne pełzanie w pierwszych sekundach wywołało wzrost przemieszczeń o 0,29 mm w stosunku do natychmiastowe-

#### 4.6. Połączenia wewnętrznie statycznie niewyznaczalne

go odczytu podczas 1 cyklu obciążenia na tym poziomie, a już w powtórzonym 2 cyklu ten doraźny przyrost wynosił zaledwie kilka setnych mm.



Rys. 4.62. Element próbny V-200,4/4 zakotwiony w maszynie wytrzymałościowej, z zaznaczonym chwilowym środkiem obrotu ("wędrującym")

Fig. 4.62. Experimental element V-200,4/4 anchored in the testing machine, with the instantaneous center of rotation ("wandering")

#### **Tablica 4.8**

# Wartości współrzędnych chwilowego środka obrotu $x_R$ , $y_R$ niesymetrycznego połaczenia 4-sworzniowego jak na rys. 4. 59 i rys. 4.62

Obciąż.	połącz.	V-200,4.1/4		V-200,4.2/4		V-200,4.3/4		Wartości średnie		Wg oblicz. numeryczn.		Różnice procentowe	
V=F [kN]	$M=$ $V \cdot e$ [kNm]	x <sub>R</sub> [mm]	<i>Y</i> <sub>R</sub> [mm]	x <sub>R</sub> [mm]	y <sub>R</sub> [mm]	x <sub>R</sub> [mm]	у <sub>R</sub> [mm]	<i>x<sub>R</sub></i> [mm]	y <sub>R</sub> [mm]	$\overline{x_R}$ [mm]	$\overline{y_R}$ [mm]	[(9)⁄(11) –1]·100	[(10)/(12) -1]·100
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
10,0	1,252	-42,6	11,2	-46,8	8,5	-34,5	11,4	-41,3	10,4	-37,7	12,4	9,6	-16,1
20,0	2,504	-36,9	10,7	-42,4	13,0	-36,5	5,6	-38,6	9,8	-38,0	12,2	1,6	-19,7
30,0	3,756	-33,1	10,3	-39,9	13,4	-37,4	8,7	-36,8	10,8	-38,3	12,1	-3,9	-10,7
40,0	5,008	-34,2	10,9	-39,6	12,5	-37,4	10,7	-37,1	11,4	-38,6	11,9	-3,9	-4,2
50,0	6,260	-35,7	11,3	-39,9	12,9	-37,9	11,4	-37,8	11,9	-39,0	11,8	-3,1	0,8
60,0	7,512	-37,5	12,3	-40,3	12,8	-38,4	13,0	-38,7	12,7	-39,4	11,8	-1,8	7,6
62,0	7,762	-37,8	12,3	-40,4	12,5	-38,9	13,3	-39,0	12,7	-39,5	11,8	-1,3	7,6

# 4. Badania doświadczalne jednociętych połączeń sworzniowych

Z trzech badanych połączeń najbardziej sztywne okazało się połączenie w elemencie próbnym V-200,4.1/4. Rozrzut wyników nie zaskakuje, jeśli porównać go z rozrzutem występującym w przypadku 5 elementów próbnych "I" (por. rys. 4.18).

Można dodatkowo wykonać analizę otrzymanych wyników badań, porównując w tabl. 4.8 różne wartości współrzędnych chwilowego środka obrotu  $x_R$  i  $y_R$ , w trzech badanych połączeniach (rys. 4.62), z wartościami uzyskanymi na drodze numerycznej (wg układu równań przedstawionego w punkcie 5.2.3.1). Zrezygnowano z oceny statystycznej tych różnic z uwagi na małą liczbę elementów próbnych oraz duży wpływ czynnika losowego przy osiąganiu przez poszczególne sworznie w połączeniu "pełnego" kontaktu ze ścianką w otworze, szczególnie podczas pierwszych przyrostów obciążenia *F.* "Włączanie się" łączników do udziału w przenoszeniu obciążeń może odbywać się w innej kolejności w każdym z trzech jednakowych połączeń.

# 4.7. Wnioski z badań

Badania doświadczalne dostarczyły wielu istotnych informacji na temat podatności zakładkowych połączeń na sworznie jednostronne BOM, łączących ścianki kształtowników giętych na zimno z blach o grubościach 4,0 i 5,0 mm. Najważniejsze uwagi i wnioski, które można sformułować na tym etapie rozeznania problemu, są następujące:

- a) Zachowanie się 1-ciętych połączeń osiowo i mimośrodowo rozciąganych oraz zginanych naprzemiennie potwierdziło słuszność założeń, przyjętych przy opracowaniu w rozdzile 3 sposobu obliczania dowolnego połączenia wielosworzniowego. Bardzo ważne okazały się informacje o chwilowych ("wędrujących") środkach obrotów w połączeniach rozciąganych mimośrodowo, znacznie oddalonych od środków ciężkości łączników. Ułatwiły one wyprowadzenie związków geometrycznych, zachodzących w połączeniu podczas wzajemnego przemieszczania się łączonych ścianek (por. p.3.1). Można było założyć, że odległości między osiami sworzni nie zmieniają się, gdyż odkształcenia plastyczne, powodujące owalizację otworów, występują jedynie w najbliższym otoczeniu każdego sworznia.
- b) Wyniki badań doświadczalnych potwierdziły także poprawność aproksymacji ŚRS, w odniesieniu do zależności  $S_1 - \delta_{L+E}$ , wyrażonej za pomocą funkcji wykładniczej (4.8).
- c) Wprowadzając odpowiednią funkcję krzywej zależności  $S_1 \delta_{L+E}$  do obliczania połączeń, nie można zapominać o dokładności wykonania połączeń w elementach próbnych "I", które dostarczyły wyników badań, na podstawie których wyznaczono jej przebieg. W badanych 2-sworzniowych połączeniach "I" sworznie jednostronne BOM-R16 o średnicach Ø13,6 mm (lub Ø13,55 mm) zostały osa-

# 4.7. Wnioski z badań

- dzone w otworach Ø14,3 mm lub Ø14,0 mm, wywierconych w ściankach o grubościach wynoszących odpowiednio 4,0 i 5,0 mm, a więc przy wstępnych luzach równych 0,7 mm i 0,4 mm. Ponieważ producent dopuszcza wykonanie otworów o wymiarach w granicach (13,8  $\div$  14,8) mm, w praktyce należy liczyć się ze wstępnym luzem wynoszącym nawet 1,2 mm, który może zmienić kształt wynikowej ŚRS.
- d) Połączenia ścianek, poddawane rozciąganiu lub zginaniu naprzemiennemu, są sztywniejsze, niż to wynika z zależności  $S_1 \delta_{L+E}$ , opisującej wynikową SRS. Obustronne spęcznienie ścianek otworu, spowodowane obciążaniem sworznia w dwu przeciwnych kierunkach, "hamuje" przechył sworznia, utrzymując go dłużej w pozycji prostopadłej do płaszczyzn blach łączonych.
- e) Sposób przekazywania na zginane naprzemiennie połączenia kolejnych przyrostów obciążeń momentem zginającym ±ΔM miał wpływ na kształt pętli histerezy. Pętle histerezy były z reguły symetryczne wówczas, gdy kolejne przyrosty obciążeń ΔM realizowano zarówno w kierunku półcykli dodatnich, jak i ujemnych, tj. na przemian; w przeciwnym razie połączenia były sztywniejsze w tym kierunku, w którym za każdym razem odbywało się zwiększanie obciążenia momentem o wartość ΔM.
- f) Wyniki badań zależności  $M-\phi$  kilku takich samych połączeń wewnętrznie statycznie niewyznaczalnych, tj. jednakowych: dwóch połączeń 5-sworzniowych i trzech połączeń 4-sworzniowych (w elementach próbnych "V") oraz dwóch połączeń 8-sworzniowych (w elementach "X"), pokrywały się, odpowiednio, w sposób zadowalający.

# 5.2. Połączenia wewnętrznie statycznie niewyznaczalne

## 163

# ROZDZIAŁ 5

# WYNIKI BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH I ANALIZ NUMERYCZNYCH

# 5.1. Wprowadzenie

Poprawność zaproponowanej w rozdziale 3 metody obliczania zakładkowych połączeń cienkich ścianek sprawdzono doświadczalnie na trzech przykładach połączeń, tj. na dwóch połączeniach symetrycznych (rys. 5.1a,c) oraz jednym połączeniu niesymetrycznym (rys. 5.1b). Obliczenia numeryczne wykonano za pomocą programu Mathematica<sup>1</sup>, rozwiązując odpowiedni układ równań, opisujących zachowanie się połączenia. Wyniki niektórych badań doświadczalnych oraz analiz porównawczych opublikowano wcześniej w pracach [92], [115], [116], [121].

# 5.2. Połączenia wewnętrznie statycznie niewyznaczalne

# 5.2.1. Połączenie symetryczne rozciągane mimośrodowo

5.2.1.1. Równania opisujące zachowanie się połączenia 5-sworzniowego w elemencie "V"

Układ zależności (3.13) ÷ (3.16) 5-sworzniowego połączenia w elemencie próbnym "V" (por. rys. 4.54), po jego odpowiednim rozwinięciu oraz przyjęciu jednakowych grubości łączonych ścianek kształtowników, tj. zakładając  $t_g = t_d$  i k = 1, przyjmuje postać następującą:

• równania równowagi

$$H - u \left( \frac{S_1}{\delta_1} + \frac{S_2}{\delta_2} + \frac{S_3}{\delta_3} + \frac{S_4}{\delta_4} + \frac{S_5}{\delta_5} \right) + \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}} \left( \frac{S_1}{\delta_1} + \frac{S_2}{\delta_2} - \frac{S_3}{\delta_3} - \frac{S_4}{\delta_4} \right) = 0, \quad (5.1)$$
$$V - v \left( \frac{S_1}{\delta_1} + \frac{S_2}{\delta_2} + \frac{S_3}{\delta_3} + \frac{S_4}{\delta_4} + \frac{S_5}{\delta_5} \right) - \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}} \left( \frac{S_1}{\delta_1} - \frac{S_2}{\delta_2} - \frac{S_3}{\delta_3} + \frac{S_4}{\delta_4} \right) = 0, \quad (5.2)$$







- Rys. 5.1. Połączenia badane numerycznie i doświadczalnie: a) symetryczne połączenie 5-sworzniowe ścianek o grubościach 5,0 mm, b) niesymetryczne połączenie 4-sworzniowe ścianek o grubościach 4,0 mm,
  - c) symetryczne połączenie 8-sworzniowe ścianek o grubościach 5,0 mm
- Fig. 5.1. Numerically and experimentally tested joints: a) symmetrical five-blind-bolt joint of walls, 5.0 mm thick, b) asymmetrical four-blind-bolt joint of walls, 4.0 mm thick, c) symmetrical eight-blind-bolt joint of walls, 5.0 mm thick

$$\frac{1}{2}\frac{M}{r} + u\left(\frac{S_1}{\delta_1} + \frac{S_2}{\delta_2} - \frac{S_3}{\delta_3} - \frac{S_4}{\delta_4}\right) - V\left(\frac{S_1}{\delta_1} - \frac{S_2}{\delta_2} - \frac{S_3}{\delta_3} + \frac{S_4}{\delta_4}\right) - \sqrt{2} \cdot r \cdot \phi\left(\frac{S_1}{\delta_1} + \frac{S_2}{\delta_2} + \frac{S_3}{\delta_3} + \frac{S_4}{\delta_4}\right) = 0,$$
(5.3)

• równania fizyczne po wprowadzeniu związków geometrycznych

$$\delta_1 - \sqrt{\left[u - \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^2} + \left[v + \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^2 = 0, \qquad (5.4)$$

$$\delta_2 - \sqrt{\left[u - \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^2} + \left[v - \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^2 = 0, \qquad (5.5)$$

$$\delta_3 - \sqrt{\left[u + \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^2 + \left[v - \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^2} = 0, \qquad (5.6)$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Mathematica jest produktem i znakiem towarowym zastrzeżonym przez Wolfram Research, Inc., Champaign, IL, USA, strona WWW: http://www.wolfram.com

#### 5.2. Połączenia wewnętrznie statycznie niewyznaczalne



$$\delta_4 - \sqrt{\left[u + \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^2 + \left[v + \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^2} = 0, \qquad (5.7)$$

$$\delta_5 - \sqrt{u^2 + v^2} = 0. \tag{5.8}$$

Niewiadomymi w tych równaniach są:  $u, v, \phi, S_1, S_2, S_3, S_4$  oraz  $S_5$ . Występujące w równaniach wyrażenia  $f(S_i)$ , wg (3.4), przyjmują – po uwzględnieniu funkcji opisującej zależność  $S_1$ – $\delta_{L+E}$  (4.8) – następującą postać funkcji odwrotnej:

$$f(S_i) = \delta_i = \frac{1}{b_s} ln \left( 1 - \frac{S_i}{a_s} \right).$$
(5.9)

Układ zależności (5.1)  $\div$  (5.8) sprowadza się – z uwagi na symetrię w obciążeniu sworzni takimi samymi siłami  $S_i$ , parami 1 i 4 oraz 2 i 3, tj. przy  $S_1 = S_4$  i  $S_2 = S_3$  oraz H = 0 – do układu 5 równań. Ostatecznie zachodzą bowiem 2 równania równowagi (5.2) i (5.3) oraz przy braku przemieszczeń poziomych u = 0 trzy równania fizyczne, przyjmujące wtedy postaci:

$$f(S_1) - 2\sqrt{\left(\frac{r \cdot \phi_g}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(v_g + \frac{r \cdot \phi_g}{\sqrt{2}}\right)^2} = 0 \text{ oraz } f(S_1) = f(S_4), \quad (5.10)$$

$$f(S_2) - 2\sqrt{\left(\frac{r \cdot \phi_g}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(v_g - \frac{r \cdot \phi_g}{\sqrt{2}}\right)^2} = 0 \text{ oraz } f(S_2) = f(S_3),$$
 (5.11)

$$f(S_5) - 2 \cdot v_e = 0. \tag{5.12}$$

5.2.1.2. Porównanie wyników badań doświadczalnych i obliczeń numerycznych Wyniki obliczeń numerycznych pozwoliły sporządzić krzywą 4 na wykresie  $M-\phi$ (rys. 5.2). Linie łamane 1 i 2 odpowiadają obwiedniom ścieżek równowagi, uzyskanym w dwu elementach próbnych "V" (por. rys. 4.56). Krzywa 3 ilustruje zachowanie 5-sworzniowego połączenia, analogicznego do badanego w elemencie próbnym "V", lecz obciążonego tylko momentem *M*. Sporządzono ją na podstawie funkcji wykładniczej  $M-\phi$ , uzyskanej przy wykorzystaniu zależności  $S_{1}-\delta_{L+E}$  (4.8):

 $M = 4 \cdot r \cdot a_{S} \left( 1 - e^{-b_{M} \cdot r \cdot \phi_{M}} \right) = 4 \cdot r \cdot S_{gr}^{III} \left( 1 - e^{-b_{M} \cdot r \cdot \phi_{M}} \right) = M_{gr}^{III} \left( 1 - e^{-b_{M} \cdot \phi_{M}} \right), \quad (5.13)$ gdzie:  $r = 55 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^{-3} \text{ m} - \text{wg rys. } 4.55\text{b}, \ S_{gr}^{III} = a_{S} = 58,58 \text{ kN}, \ M_{gr}^{III} = 4 \cdot 55 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^{-3} \cdot 58,58 = 58,58 \text{ kN}$ 

18,23 kNm oraz  $b_M = b_S \cdot r = 0,8456 \cdot 55 \cdot \sqrt{2} = 65,77$  [1/rad],  $a_S$  i  $b_S$  – wg tabl. 4.5, lp. 6,  $\phi_M$  – w [rad].



- Rys. 5.2. Zależność *M-ф*: linie łamane 1 i 2 połączeń w elementach próbnych "V", krzywa 3 wg (5.13), krzywa 4 wg obliczeń numerycznych
- Fig. 5.2. Relation  $M-\phi$ : broken lines 1 and 2 of the joints in experimental elements "V", curve 3 according to (5.13), curve 4 according to numerical calculations

Tablica 5.1

# Katy obrotu on+v i on w 5-sworzniowym połączeniu typu "V"

		ØN.	$v [10^3 \cdot 10^3 \cdot 10^3$	rad]		фм		Różnice [%]			
Obcia	ążenia	lin	ie łama rys. 5.2	ine	$\phi_{M+V,sr}$ [10 <sup>3</sup> ·rad]	[10 <sup>3</sup> ·rad] wg rys. 5.2	$v_V  \text{wg}$ (5.14)	$\left[\frac{(5)}{(6)}-1\right]$	$\left[\frac{(5)}{(7)}-1\right]$		
<i>V</i> [kN]	M [kNm]	1 2		4	$\frac{(3)+(4)}{2}$	3	$\frac{(7)}{(5)}$	×100	×100		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
10,0	1,7	1,08	1,69	1,49	1,39	1,49	0,995	+7,2	0,0		
20,0	3,4	3,17	5,12	3,17	4,15	3,13	0,989	-23,6	+1,3		
30,0	5,1	5,34	7,92	5,07	6,63	4,98	0,981	-23,5	+1,9		
40,0	6,8	7,69	10,07	7,28	8,88	7,08	0,973	-18,0	+2,8		
50,0	8,5	10,74	12,20	9,97	11,47	9,52	0,961	-13,6	+4,1		
60,0	10,2	14,66	15,33	13,14	15,00	12,44	0,946	-12,4	+5,6		
70,0	11,9	18,70	19,54	17,33	19,12	16,04	0,925	-9,4	+8,0		
80,0	13,6	24,60	25,45	23,25	25,02	20,77	0,893	-7,1	+11,9		
85,0	14,4	27,43	27,89	27,42	27,66	23,83	0,869	-0,9	+15,1		
90,0	15,3	32,91	33,43	33,15	33,17	27,67	0,835	0,0	+19,8		
95,0	16,1	37,84	37,79	42,10	37,81	32,82	0,780	-11,3	+28,3		
100,0	17,0	45,89	44,42	61,38	45,15	40,67	0,663	+35,9	+50,9		

Zgodność wyników doświadczalnych (krzywe 1 i 2) z wynikami uzyskanymi na drodze numerycznej (krzywa 4) można uznać za zadowalającą. Wartości kątów obrotu  $\phi_{M+V}$ , zachodzących w badanym połączeniu "V", uzyskane wg analizy numerycznej, są przy małych obciążeniach, np. w przedziale 3,4 kNm  $\leq M \leq 5,1$  kNm (kol. 2 w tabl. 5.1) mniejsze o ok. 23% od średnich kątów obrotu  $\phi_{M+V,sr}$ , pomierzonych podczas doświadczenia; ze wzrostem obciążeń różnice te maleją do zera, gdy M =15,3 kNm (kol. 9 w tabl. 5.1). Z kolei, kąty obrotu  $\phi_{M+V}$  (krzywa 4) są większe od kątów  $\phi_M$  występujących w połączeniu obciążonym jedynie momentem M (krzywa 3); w przypadku gdy najbardziej wytężony łącznik niewiele przekroczył kolejno stan graniczny nośności obliczeniowej  $P_d =$  48,6 kN oraz stan graniczny przemieszczeń  $\delta_{gr} =$  3,0 mm, tj. odpowiednio M = 11,9 kNm i M = 14,4 kNm, różnice sięgają 8 i 15% (kol. 10 w tabl. 5.1). Redukcję sztywności równocześnie ścinanego i zginanego połączenia w elemencie "V" w stosunku do analogicznego połączenia zginanego charakteryzuje współczynnik degradacji sztywności  $v_V$  (kol. 8. w tabl. 5.1):

$$v_{\nu} = \frac{\phi_M}{\phi_{M+\nu}} \le 1,0.$$
 (5.14)



#### 5.2. Połączenia wewnętrznie statycznie niewyznaczalne

Zadowalającą zgodność doświadczenia z rozwiązaniem analitycznym potwierdzają także wykresy  $M-\delta_i$ , sporządzone dla trzech odmiennie obciążonych sworzni nr  $i = 1 \div 5$  w rozważanym połączeniu 5-sworzniowym (rys. 5.3), gdzie  $\delta_i$  jest wartością wzajemnego przemieszczenia łączonych ścianek w osi *i*-tego sworznia. Linie ciągłe na wykresach odpowiadają wynikom numerycznym, znaki  $\diamond$  – wynikom doświadczalnym w elemencie próbnym V-200,5.1/5, znaki  $\triangle$  – wynikom pomierzonym w elemencie V-200,5.2/5.

## 5.2.2. Połączenie symetryczne zginane naprzemiennie

5.2.2.1. Równania opisujące zachowanie się połączenia 8-sworzniowego w elemencie "X"

Zachowanie zginanego naprzemiennie 8-sworzniowego połączenia symetrycznego, łączącego ścianki o grubościach 5,0 mm za pomocą sworzni jednostronnych BOM-R16-6 (por. rys. 5.1c), opisuje układ równań:

$$M - 4r^2 \left(\frac{S_1}{\delta_1} + \frac{S_2}{2\delta_2}\right) \cdot \phi = 0, \qquad (5.15)$$

$$\delta_1 - r \cdot \phi = 0, \qquad (5.16)$$

$$\delta_2 - \frac{1}{\sqrt{2}} r \cdot \phi = 0. \tag{5.17}$$

Niewiadomymi w tych równaniach są kąt obrotu  $\phi$ , zachodzący między łączonymi ściankami, oraz siły  $S_1$  i  $S_2$  obciążające sworznie odpowiednio w osiach 1, 3, 5, 7 i 2, 4, 6, 8.

5.2.2.2. Porównanie wyników badań doświadczalnych i obliczeń numerycznych Połączenie 8-sworzniowe badano w dwóch elementach próbnych: X-200,5.1/8 oraz X-200,5.2/8. Zachowanie się tych połączeń, poddanych naprzemiennym obciążeniom momentami zginającymi  $\pm M$ , ilustrują dwie ścieżki równowagi statycznej (rys. 5.4).

Można zauważyć, iż przy większej liczbie łączników w połączeniu ścieżki równowagi przebiegają dość zgodnie i lepiej pokrywają niż w przypadku połączeń 2-sworzniowych "In" (por. rys. 4.41), czy niesymetrycznych 4-sworzniowych typu "V" (por. rys. 4.61), a nawet symetrycznych 5-sworzniowych typu "V" (por. rys. 4.56). Można przypuszczać, że przy większej liczbie łączników mniejsza jest wrażliwość połączenia na dokładność zachowaną przy wierceniu otworów oraz kolejność czynności związanych z technologią osadzania sworzni w otworach.



Rys. 5.4. Zależność  $M-\phi$ 8-sworzniowych połączeń w elementach próbnych X-200,5.1/8 i X 200,5.2/8 Fig. 5.4. Relation  $M-\phi$  of the eight-blind-bolt joints in experimental elements X-200,5.1/8 and X-200,5.2/8

W niniejszej pracy nie przeprowadzono analizy ilościowej tego zagadnienia ze względu na niewystarczającą liczbę prób. Zgodność wyników numerycznych, tj. krzywej 3 z obwiedniami ścieżek równowagi statycznej 1 i 2 na rys. 5.4, można uznać za zadowalającą. Na rys. 5.5 porównano ciągłą krzywą numeryczną z wynikami doświadczalnymi, tworzącymi obwiednie ścieżek równowagi statycznej połączeń zgina-nych naprzemiennie.



- Rys. 5.5. Zależność M-& linia ciągła wyniki numeryczne, znaki wyniki doświadczalne połączenia w elemencie próbnym V-200,5.1/5, znaki – wyniki doświadczalne w elemencie próbnym X-200,5.2/8
- Fig. 5.5. Relation M-& full line numerical results, experimental results concerning joints in an experimental element V-200,5.1/5, — experimental results in an experimental element X-200,5.2/8

#### 5.2. Połączenia wewnętrznie statycznie niewyznaczalne

#### 5.2.3. Połączenie niesymetryczne rozciągane mimośrodowo

5.2.3.1. Równania opisujące zachowanie się połączenia 4-sworzniowego w elemencie "V"

Poprawność zaproponowanej metody obliczeniowej sprawdzono także na przykładzie niesymetrycznego połączenia 4-sworzniowego w elemencie próbnym "V" (por. rys. 5.1b). Zachowanie się tego połączenia, łączącego środniki ceowników giętych na zimno o grubościach 4,0 mm, za pomocą 4 sworzni jednostronnych typu BOM-R16-4 (por. rys. 4.59), poddanego mimośrodowemu rozciąganiu, opisuje układ 7 równań. Układ ten otrzymuje się z 8 równań zapisanych w punkcie 5.2.1 dla 5-sworzniowego połączenia, pomijając równanie (5.7) oraz przyjmując w pozostałych równaniach siłę  $S_4 = 0$ , ponieważ  $\delta_4$  w badanym połączeniu nie występuje:

• równania równowagi

$$H - u \left( \frac{S_1}{\delta_1} + \frac{S_2}{\delta_2} + \frac{S_3}{\delta_3} + \frac{S_5}{\delta_5} \right) + \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}} \left( \frac{S_1}{\delta_1} + \frac{S_2}{\delta_2} - \frac{S_3}{\delta_3} \right) = 0,$$
(5.18)

$$V - \nu \left(\frac{S_1}{\delta_1} + \frac{S_2}{\delta_2} + \frac{S_3}{\delta_3} + \frac{S_5}{\delta_5}\right) - \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}} \left(\frac{S_1}{\delta_1} - \frac{S_2}{\delta_2} - \frac{S_3}{\delta_3}\right) = 0, \qquad (5.19)$$

$$\sqrt{2} \frac{M}{r} + u \left( \frac{S_1}{\delta_1} + \frac{S_2}{\delta_2} - \frac{S_3}{\delta_3} \right) - V \left( \frac{S_1}{\delta_1} - \frac{S_2}{\delta_2} - \frac{S_3}{\delta_3} \right) - \sqrt{2} \cdot r \cdot \phi \left( \frac{S_1}{\delta_1} + \frac{S_2}{\delta_2} + \frac{S_3}{\delta_3} \right) = 0,$$
(5.20)

• równania fizyczne po wprowadzeniu związków geometrycznych

$$\delta_1 - \sqrt{\left[u - \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^2} + \left[v + \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^2} = 0, \qquad (5.21)$$

$$\delta_2 - \sqrt{\left[u - \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^2} + \left[v - \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^2} = 0, \qquad (5.22)$$

$$\delta_3 - \sqrt{\left[u + \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^2 + \left[v - \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^2} = 0, \qquad (5.23)$$

$$\delta_5 - \sqrt{u^2 + v^2} = 0. \tag{5.24}$$

W zależności (5.9) – wiążącej wartości przemieszczeń  $\delta_i$  z obciążeniami  $S_i$ , przypadającymi na poszczególne sworznie i = 1, 2, 3, 5 – wartości  $a_s$  i  $b_s$  należy przyjąć jak

w przypadku ŚRS  $S_1 - \delta_{L+E}$  wg rys. 4.18, uzyskanej doświadczalnie w połączonych zakładkowo ściankach o grubościach 4,0 mm. Niewiadomymi w równaniach są wtedy całkowite przemieszczenia  $u, v i \phi$ , zachodzące między łączonymi ściankami oraz skupione obciążenia, działające na cztery sworznie, tj.  $S_1, S_2, S_3$  i  $S_5$ .

# 5.2.3.2. Porównanie wyników badań doświadczalnych i obliczeń numerycznych

Połączenie 4-sworzniowe jak na rys. 5.1b badano w trzech jednakowych elementach próbnych "V" (por. rys. 4.59), obciążając je cyklicznie – rosnącymi proporcjonalnie – siłą ścinającą V = F i momentem zginającym  $M = V \cdot e$ . Na wykresie  $M-\phi$  (rys. 5.6) porównano trzy linie łamane 1, 2 i 3, odpowiadające obwiedniom ścieżek równowagi wg rys. 4.61, z krzywą 4 uzyskaną w wyniku obliczeń numerycznych. Krzywą 5 sporządzono za pomocą programu Robot Millennium v.15, który w obliczeniach nie uwzględnia – jak się przekonano w pracach [119], [120] – związków interakcyjnych, zachodzących między dwiema sztywnościami badanego połączenia, tj. sztywnością na kierunku siły ścinającej V oraz sztywnością obrotową towarzyszącą momentowi zginającemu M.





"V", curve 4 – according to numerical calculations, curve 5 – according to Robot Millennium, v.15

#### 5.3. Połączenia wewnętrznie statycznie wyznaczalne

Porównując przebieg linii łamanych 1, 2 i 3 z krzywą teoretyczną 4 należy zauważyć, że badane połączenia były w rzeczywistości sztywniejsze aniżeli wskazują na to wyniki teoretyczne. Początkowo przypuszczano, że różnice między pomierzonymi sztywnościami połaczenia a obliczona sztywnościa "teoretyczna" moga wynikać z innej technologii ich wykonania, niż zastosowano w przypadku 5 połączeń 2-sworzniowych w elementach próbnych "I". Elementy te były podstawą wyznaczenia ŚRS zależności  $S_{1}-\delta_{I+F}$  wykorzystanej w równaniu fizycznym (3.4), a więc także w układzie równań (5.18) ÷ (5.24). W połączeniach na 2 sworznie łączniki osadzano przy swobodnie ułożonych wzgledem siebie ceownikach łączonych, w których uprzednio zostały wywiercone otwory Ø14,3 mm. W połączeniach natomiast 4-sworzniowych typu "V" również wiercono otwory Ø14,3 mm, lecz sworznie osadzano w pakiecie unieruchomionych względem siebie ceowników. Stąd mogły występować wówczas mniejsze luzy w kontakcie sworzni ze ściankami w otworach. Przypuszczeń tych nie potwierdziły jednak wyniki badania szóstego elementu "I", w którym 2 sworznie osadzono w otworach wierconych równocześnie w pakiecie unieruchomionych ceowników (por. p. 4.3.3, rys. 4.19).

# 5.3. Połączenia wewnętrznie statycznie wyznaczalne

# 5.3.1. Połączenie 2-sworzniowe rozciągane osiowo naprzemiennie w elementach "In"

Dwie ścieżki równowagi statycznej, uzyskane na drodze badania zakładkowych połączeń, poddanych naprzemiennemu rozciąganiu, w dwu jednakowych elementach próbnych "In" (por. rys. 4.41), porównano z krzywą koloru zielonego na wykresie zależności  $S_1$ – $\delta_{L+E}$  (rys. 5.7). Krzywa ta odpowiada funkcji aproksymującej ŚRS pięciu połączeń ścianek o grubościach 5,0 mm w elementach "I" (por. rys. 4.37). Na wykresie można zauważyć różnice istniejące między wynikami uzyskanymi w połączeniach rozciąganych w jednym tylko kierunku i takich samych połączeniach obciążanych w sposób naprzemienny. Różnice te można m.in. uzasadnić odmienną w obu porównywanych przypadkach plastyczną deformacją ścianek w otworach, która powoduje, że sztywniejsze okazują się połączenia obciążane naprzemiennie. Trwałe deformacje krawędzi ścianek w otworach powodują w tym drugim przypadku zwiększone siły tarcia między wzajemnie przemieszczającymi się blachami w połączeniu.

5.4. Ocena przyczyn różnic między wynikami badań ...





Fig. 5.8. Envelope curves of the paths of static equilibrium  $S_1 - \delta_{L+E}$ , based on results concerning 6 experimental elements "X"; the curve 7 – corresponds to the curve 3 in fig. 5.7

# 5.4. Ocena przyczyn różnic między wynikami badań doświadczalnych

#### i numerycznych

# 5.4.1. Uwaga ogólna

Ogólnie można stwierdzić, iż we wszystkich badanych przypadkach połączeń, zróżnicowanych pod względem liczby i rozmieszczenia łączników oraz sposobów obciążania, zauważa się różnice między wartościami sztywności, pomierzonymi w kilku takich samych elementach próbnych, a dodatkowo także różnice w stosunku do wartości uzyskanych na drodze analizy numerycznej.

Z uwagi na małą liczbę prób, tj. liczbę badanych jednakowych elementów "V" oraz "X", zrezygnowano ze statystycznej oceny miary rozrzutu wyników za pomocą współczynników zmienności.

Należy również zauważyć, że rozrzuty wyników w badanych połączeniach zginanych i ścinanych, widoczne na wykresach *M*– $\phi$ , nie odbiegają swoją wielkością i charakterem od rozrzutów, jakie otrzymano w połączeniach rozciąganych typu "I" na wykresach  $S_1$ – $\delta_{L+E}$  (por. rys. 4.18 i rys. 4.37). Ponieważ obie funkcje zależności  $S_1$ – $\delta_{L+E}$ , stanowiące podstawę równania fizycznego w układzie równań (3.13) + (3.16), miały bezpośredni wpływ na wyniki obliczeń numerycznych, toteż ważne wydawało się rozważenie przyczyn tak charakterystycznych rozrzutów.

5. Wyniki badań doświadczalnych i analiz numerycznych



Rys. 5.7. Wykresy S<sub>1</sub>-d<sub>L+E</sub> obciążonych naprzemiennie połączeń w elementach "In": 1, 2 – ścieżki równowagi statycznej, 3 – krzywa aproksymująca ŚRS 5 połączeń obciążonych w jednym kierunku

Fig. 5.7. Diagrams  $S_1 - \delta_{L+E}$  for alternately loaded joints in "In" elements: 1, 2 – paths of static equilibrium, 3 – curve corresponding to the approximation curve for pats of static equilibrium of 5 joints loaded in one direction

#### 5.3.2. Połączenia 4-sworzniowe zginane naprzemiennie w elementach "X"

Zaprezentowane w p. 4.5. wyniki badania symetrycznych, 4-sworzniowych połączeń, obciążonych naprzemiennie momentem zginającym  $\pm M$ , pozwoliły sporządzić wspólny dla 6 elementów próbnych wykres zależności  $S_1$ - $\delta_{L+E}$  (rys. 5.8).

Badane połączenia różniły się jedynie rozmieszczeniem osi sworzni na różnych promieniach r od środka ciężkości łączników. Na wykres naniesiono sześć obwiedni ścieżek równowagi statycznej  $S_1-\delta_{L+E}$ , sporządzonych na podstawie zależności  $M-\phi$  otrzymanych na drodze doświadczenia (por. rys. 4.46, 4.48, 4.50÷4.53), aby porównać je z krzywą aproksymującą pięć ŚRS, ustalonych dla ścianek 5.0 mm (por. rys. 4.37).

Niewielkie różnice między siedmioma krzywymi mogą być spowodowane, poza losowym "wyzwalaniem się" luzów w połączeniach, także wpływem sił tarcia posuwistego, działających na różnych promieniach r (por. punkt 5.4.4), a także sił tarcia obrotowego (por. punkt 5.4.5). Na podstawie obserwacji, możliwych dzięki realizacji licznych badań doświadczalnych na zróżnicowanych elementach próbnych, rozważano – pod kątem przyczyn rozrzutu wyników – następujące wpływy:

a) technologii osadzania sworzni w otworach,

- b) dokładności wiercenia otworów w łączonych ściankach, które odbywało się bądź oddzielnie w każdej ściance, bądź równocześnie w obu ściankach, unieruchomionych względem siebie na czas wiercenia,
- c) zmęczenia materiału w bliskim otoczeniu sworznia na skutek obciążenia niskocyklowego, wywieranego na ściankę w otworze przez trzpień,
- d) sił tarcia posuwistego w zakładkowym połączeniu rozciąganym,
- e) sił tarcia obrotowego w połączeniu rozciąganym i zginanym,
- f) historii obciążenia połączenia.

# 5.4.2. Wpływ dokładności wykonania połączeń

Dwie zależności  $S_{1}-\delta_{L+E}$ , odpowiadające połączeniom ścianek o grubościach t =4,0 mm (por. rys. 4.18) i t = 5,0 mm (por. rys. 4.37), zostały wyznaczone – co należy podkreślić – przy znacznym, dość charakterystycznym rozrzucie wyników badań. Rozrzuty te były traktowane m.in. jako następstwo pewnych niedoskonałości wykonywania połączeń w warunkach laboratoryjnych. Otwory wiercono bowiem oddzielnie w każdej ściance, a następnie osadzano w nich sworznie, za pomocą dostarczonego przez producenta tzw. osadzaka, przy swobodnie ułożonych względem siebie ściankach kształtowników. Zapewne nie uniknięto przy tym błędów związanych z dokładnościa prowadzenia wiertła podczas wiercenia otworów. Spodziewano się, że niewielkie wzajemne przesunięcia krawędzi otworów w przylegających do siebie ściankach, przed ich połączeniem, mogły w jakimś stopniu przyczynić się do nierównomiernego wypełniania luzów w otworach przez materiał tulejki. Można było przypuszczać, że, przykładowo, dwa sworznie w elementach próbnych "I" - podczas pierwszych przyrostów obciążenia – nie "łapały" równocześnie kontaktu ze ściankami w otworach; na początku mógł być obciążony tylko jeden łącznik w połączeniu, a dopiero później "wciągał się" do przenoszenia obciążeń łacznik drugi. Wpływ ten można było ocenić jako mniejszy w przypadku grubszych blach t = 5,0 mm, kiedy sworznie mogły szybciej osiągać kontakt ze ścianką w otworach (por. na rys. 4.18 i 4.37). Uzasadnione więc wydawały się większe rozrzuty wyników obserwowane w przypadku cieńszych blach t = 4,0 mm. W obu przypadkach grubości ścianek pewne różnice można było tłumaczyć także innymi średnicami otworów, które w ściankach 4,0 mm były wykonywane

## 5.4. Ocena przyczyn różnic między wynikami badań ...

wiertłami Ø14,3 mm, a w ściankach 5,0 mm – wiertłami Ø14,0 mm. W tym zakresie zachowano wymagania oraz zalecenia producenta sworzni jednostronnych [134], [147].

Powyższe przypuszczenia nie potwierdziły się jednak w przypadku dodatkowo przebadanego 6. elementu próbnego "I" o ściankach grubości 4.0 mm, w którym otwory wiercono i sworznie osadzano przy unieruchomionych względem siebie kształtownikach. Połączenie to okazało się jednym z bardziej podatnych spośród wszystkich 6 badanych elementów próbnych (por. lp. 6 w tabl. 4.3). Analizując przebieg 6 linii łamanych na wykresie  $S_1 - \delta_{L+E}$  (rys. 5.9), można zauważyć, że 3 spośród nich świadczą o większej sztywności 2-sworzniowego połączenia rozciąganego (I-100,4.1/2, I-100,4.2/2, I-100,4.4/2), pozostałe zaś 3 o wyraźnie większej jego podatności (I-100,4.3/2, I-100,4.5/2, I-100,4.6/2). Należy podkreślić, że element próbny I-100,4.6/2, pomimo iż został wykonany z większą dokładnością od 5 pozostałych, wcale nie zachował się lepiej, wręcz przeciwnie znalazł się w grupie połączeń bardziej podatnych. Ponadto, rozrzut w praktycznym przedziale obciążenia łącznika, tj. przy  $S_1 < P_d = 33,43$  kN jest większy aniżeli w przypadku ścianek t = 5,0 mm dla  $S_1 < P_d = 48,6$  kN (por. rys. 4.37).



Rys. 5.9. Obwiednie ścieżek równowagi statycznej  $S_1 - \delta_{L+E}$  6 elementów próbnych "I" oraz krzywa aproksymująca wyniki badań przy ściankach t = 4 mm

Fig. 5.9. Envelope curves of the paths of static equilibrium  $S_1 - \delta_{L+E}$  of 6 experimental elements "I" and approximation curve of the resultants of the investigations in the case of the walls t = 4 mm



Rys. 5.10. Górna ŚRS zależności  $S_1 - \delta_{L+E}$  wyznaczona na podstawie 3 elementów próbnych "I" o numerach 1, 2 i 4 (ścianki t = 4,0 mm)

Fig. 5.10. Upper path of static equilibrium of the relation  $S_1 - \delta_{L+E}$ , based on three experimental elements "I" No. 1, 2 and 4 (walls t = 4,0 mm)



Rys. 5.11. Dolna SRS zależności  $S_1 - \delta_{L+E}$  wyznaczona na podstawie 3 elementów próbnych "I" o numerach 3, 5 i 6 (ścianki t = 4,0 mm)

Fig. 5.11. Bottom path of static equilibrium of the relation  $S_1 - \delta_{L+E}$ , based on three experimental elements "I" No. 3, 5 and 6 (walls t = 4,0 mm)

# 5.4. Ocena przyczyn różnic między wynikami badań ...

Korzystając z programu CurveExpert ustalono ŚRS górną – na podstawie wyników badań 3 sztywniejszych połączeń (rys. 5.10) oraz ŚRS dolną – 3 mniej sztywnych połączeń (rys. 5.11). Następnie obie ŚRS porównano z krzywą aproksymującą wyniki uzyskane na podstawie 5 elementów próbnych "I", tj. z wynikową ścieżką równowagi statycznej (rys. 5.12). Warto zauważyć, że nośności obliczeniowej sworznia  $P_d$  = 33,43 kN odpowiadają przemieszczenia  $\delta_{L+E,d,3g}$  = 1,869 mm – wg krzywej górnej oraz  $\delta_{L+E,d,3d}$  = 2,376 mm – wg krzywej dolnej; wartości te różnią się od przemieszczenia, wynikającego z krzywej aproksymacyjnej, równego  $\delta_{L+E,d}$  = 2,057 mm i są od niego odpowiednio mniejsze o 9,2% oraz większe o 15,5%. Przy tak znacznych rozrzutach wyników może byłoby, w niektórych przypadkach obliczeniowych, wskazane zastosowanie dokładniejszej metody statystycznej do opracowania wyników badań, np. wyznaczającej określony przedział wartości przemieszczeń na danym poziomie obciążenia  $S_1$ ; takie podejście zwiększałoby poziom ufności przy projektowaniu połączeń, np. danej konstrukcji prętowej.





Fig. 5.12. Comparison of the curves of the relation  $S_1 - \delta_{L+E}$  approximation resultants of investigations, upper and bottom according to Fig. 5.10 and 5.11, with the resulting path of statical equilibrium presented in Fig. 5.9

Można bowiem przypuszczać, że wprowadzając do układu równań, opisującego zachowanie się mimośrodowo rozciąganego połączenia 4-sworzniowego (por. rys. 5.1b) funkcję wykładniczą, odpowiadającą ŚRS górnej wg rys. 5.10, otrzymano by lepszą zgodność wyników teoretycznych z doświadczeniem (por. rys. 5.6). Wykorzystując program autorstwa Jerzego Skrzypczyka<sup>\*</sup>, wyznaczono metodą regresji przedziałowej [73], na podstawie wyników badań wg rys. 4.36, dwie ŚRS, tj. dolną i górną, odnoszące się do przypadku połączenia dwu ścianek o grubościach 5,0 mm. Na wykresie  $S_1-\delta_{E+L}$  (rys. 5.13) opisano obie ścieżki, a ponadto w celu porównania naniesiono ŚRS wynikową, wyznaczoną w punkcie 4.3.5.



Rys. 5.13. SRS, górna i dolna, wyznaczone na podstawie regresji przedziałowej (ścianki t = 5,0 mm) Fig. 5.13. Paths of static equilibrium, upper and bottom, plotted basing on the interval regression (walls t = 5.0 mm)

Poniżej opisano postępowanie w przypadku regresji przedziałowej [73]. Zależność (4.8) zapisano jeszcze raz w postaci funkcji wykładniczej przy zmienionych oznaczeniach:

$$y = f(x) = a(1 - e^{-bx}),$$
 (5.25)

która opisuje dany zbiór punktów pomiarowych  $\{x_i, y_i\}$  (wyniki pomiaru – por. rys. 4.36), gdy i = 1, 2, ... N. Klasycznie metoda regresji polega na takim doborze parametrów a, b regresji, przy których osiągnięte jest minimum "odległości" zbioru punktów pomiarowych od funkcji regresji, tzn. np.

$$\min_{a,b} \sum_{i=1}^{N} (y_i - f(x_i))^2 = \min_{a,b} \sum_{i=1}^{N} (y_i - a(1 - e^{-b \cdot x_i}))^2, \qquad (5.26)$$

lub inaczej

$$\min_{a,b} \sum_{i=1}^{N} |y_i - f(x_i)| = \min_{a,b} \sum_{i=1}^{N} |y_i - a(1 - e^{-b \cdot x_i})|.$$
(5.27)

dr hab. inż. Jerzy Skrzypczyk, profesor Politechniki Śląskiej w Gliwicach

# 5.4. Ocena przyczyn różnic między wynikami badań ...

W przypadku zastosowania modelu regresji przedziałowej wykorzystuje się funkcję przedziałową w postaci:

$$\bar{f}(x) = \bar{a} \left( 1 - e^{-\bar{b} \cdot x} \right), \tag{5.28}$$

gdzie:  $\bar{f}(x) = |f^{-}(x), f^{+}(x)|, \ \bar{a} = |a^{-}, a^{+}|.$ 

Kryterium doboru parametrów przedziałowych może być następujące:

$$min_{a,b} \sum_{i=1}^{N} d(y_i, \bar{f}(x_i)) = min_{a,b} \sum_{i=1}^{N} d(y_i, \bar{a}(1 - e^{-\bar{b} \cdot x_i})), \qquad (5.29)$$

gdzie  $d(a, \overline{b})$  oznacza odległość punktu o współrzędnej a od przedziału  $\overline{b}$  i może być zdefiniowany następująco:

$$d(a,\overline{b}) = \min\left\|a - b^{-}\right|, \left|a - b^{+}\right|\right), \tag{5.30}$$

Jako wynik otrzymujemy optymalne przedziały  $\overline{a}, \overline{b}$  i ze względu na monotoniczność funkcji regresji optymalną krzywą regresji w postaci

$$\bar{f}(x) = \bar{a}(1 - e^{-\bar{b} \cdot x}) = \left\lfloor a^{-}(1 - e^{-\bar{b}^{-} \cdot x}), a^{+}(1 - e^{-\bar{b}^{+} \cdot x}) \right\rfloor.$$
(5.31)

Wprowadzając ŚRS dolną i górną, zwiększono tym samym, w zależności  $S_1 - \delta_{L+E}$ , poziom ufności, w stosunku do odpowiadającego jednej tylko "środkowej" ŚRS.

Zastosowanie takiego podejścia mogłoby mieć istotne znaczenie przy obliczaniu wartości sztywności danego połączenia. Posiadanie np. informacji o tym, że zginane i ścinane połączenie może zmieniać wartości sztywności w określonym przedziale, pozwoliłoby zaprojektować bezpiecznie dowolny układ prętowy z połączeniami od-kształcalnymi.

Przykładowo, przyjmując do obliczeń górną ŚRS, należałoby liczyć się z wzajemnymi przemieszczeniami ścianek, wynoszącymi ok. 1,63 mm w osi sworznia obciążonego siłą  $P_d$  = 48,6 kN, a w przypadku przyjęcia dolnej ŚRS – z przemieszczeniami wynoszącymi aż 2,42 mm; wartości przemieszczeń byłyby odpowiednio mniejsze o 22,0% i większe o 15,8% od wartości  $\delta_{L+E,d}$  = 2,09 mm, wynikającej ze "środkowej" ŚRS. Gdyby z kolei dopuścić w połączeniach maksymalne przemieszczenia  $\delta_{L+E,d}$  = 2,09 mm, wtedy należałoby liczyć się z obciążeniem sworznia w połączeniu wynoszącym 53,5 kN wg ŚRS górnej lub 45,9 kN wg ŚRS dolnej; w pierwszym przypadku byłoby ono większe o 10,1%, w drugim – mniejsze o 5,6% od wartości nośności obliczeniowej  $P_d$  = 48,6 kN (por. rys. 4.37).

179

Podsumowując powyższe rozważania, dotyczące dokładności wykonania otworów w ściankach, można stwierdzić, że wiercenie otworów oraz wykonywanie połączeń przy unieruchomionych ściankach nie zmniejszyło wartości rozrzutów ani też podatności połączeń w stosunku do przypadków, gdy otwory w połączeniach były wykonywane oddzielnie w każdej ze ścianek, a ścianki łączone sworzniami przy wzajemnym swobodnym ich ułożeniu w pakiecie łączonych kształtowników.

# 5.4.3. Wpływ zmęczenia materiału

Wytrzymałość zmęczeniowa nie była przedmiotem badań w rozważanych połączeniach. Jednak wydaje się, że zachowanie się połączeń, poddawanych obciążeniom cyklicznym, przy niewielkiej liczbie powtórzeń, może wskazywać na pewien wpływ efektów zmęczeniowych w materiale łączonych blach, w bliskim sąsiedztwie otworów. Struktura krystaliczna stali, w bliskim otoczeniu sworzni, może bowiem ulegać zmianie przy naprężeniach docisku do ścianek w otworach sięgających, a nawet znacznie przekraczających granicę plastyczności.

W rozważanych połączeniach kształtowników cienkościennych mógł być różny stan powierzchni ścianek w otworach. W pracy [34] podkreśla się wyraźnie złożoność procesów fizycznych, zachodzących w materiale poddanym obciążeniom cyklicznym. Wydaje się, że stwierdzenie to można jak najbardziej odnieść do uszkodzeń plastycznych, zachodzących w ściance otworu, na skutek jej obciążania dociskiem, wywieranym przez pobocznicę sworznia. Jak dotąd, brak jednak jednolitej teorii opisującej to zjawisko, istnieje natomiast kilka hipotez na ten temat, które ujmują problem raczej jakościowo, gdyż pod względem ilościowym okazują się one bardziej lub mniej zgodne z wynikami doświadczeń [34].

Podczas realizacji od kilkunastu do kilkudziesięciu cykli obciążeń i odciążeń, połączenia, w elementach próbnych typu "X" oraz "V" osiągały najczęściej stan graniczny wzajemnych przemieszczeń łączonych blach w osiach sworzni, określony wg [144] na poziomie  $\delta_{gr} = 3,0$  mm. Autor obliczył, korzystając ze wzorów podanych w [42], wartości maksymalnych naprężeń zastępczych w miejscu docisku sworznia typu BOM-R16-6 siłą S = 50,0 kN  $\equiv P_d = 48,6$  kN do ścianki o grubości 5,0 mm, wykonanej np. ze stali o  $f_d = 280$  MPa (wg tabl. 4.2 w przypadku ceownika [200×60×5 można by przyjąć  $f_d = R_{e,sr} / \gamma_m = 316,5 / 1,1 = 287,7$  MPa). Wynosiły one wówczas aż  $\sigma =$ 540,3 MPa (rys. 5.14), nie przekraczały jednak wytrzymałości obliczeniowej na docisk, która w rozważanym przypadku "X" wynosiłaby wg danych w tablicy 4.2 i wzoru (4.2) oraz wg [8]:  $f_{db} = 2,5 \cdot f_u / \gamma_{m2} = 2,5 \cdot R_{msr} / \gamma_{m2} = 2,5 \cdot 448,3 / 1,25 = 896,6$  MPa. 5.4. Ocena przyczyn różnic między wynikami badań ...





Ponieważ w obliczeniach założono równomierny rozkład naprężeń na grubości ścianki, który w jednociętych połączeniach nie występuje, toteż naprężenia  $\sigma$  lokalnie mogą być jeszcze większe. W tej sytuacji nie zaskakuje zjawisko pełzania i relaksacji, obserwowane podczas obciążenia S zarówno mniejszego, jak i większego od wartości nośności obliczeniowej sworznia  $P_d$ ; były one uzasadnione jako skutek plastycznego niszczenia dociskanej ścianki otworu. (Pełzanie i relaksacja zanikały zazwyczaj po 3÷5 powtórzeniach obciążenia na danym poziomie, jeśli tylko obciążenie pojedynczego łącznika mieściło się w przedziale  $0 \le S \le P_d$ ; badane połączenie dość szybko wówczas przystosowywało się do przenoszonego obciążenia, pełzanie się "wyciszało" i następowała stabilizacja wartości przemieszczeń trwałych  $\delta_L$ , zachodzących między łączonymi ściankami). To właśnie uszkodzenia plastyczne ścianki otworu "wyzwalały" przemieszczenia trwałe, nazywane w niniejszej pracy także "luzowymi" [41]. Czas trwania pełzania wynosił średnio od 1 minuty, w przypadku obciążenia sworznia równego około połowie wartości siły P<sub>d</sub>, do nawet 3 minut, przy obciążeniach sięgających wartości P<sub>d</sub>. Przy określaniu wynikowej SRS, opisującej zależność  $S_1 - \delta_{L+E}$  na podstawie 2-sworzniowego połączenia w elementach próbnych "I", pominieto wpływ czasu.

#### 5.4.4. Siły tarcia w połączeniu rozciąganym

Podczas przekazywania na połączenie zakładkowe obciążenia, ścinającego łączniki w jednym kierunku, pojawiają się w osi każdego sworznia "*i*" siły tarcia posuwistego między łączonymi ściankami. Połączenie, bezpośrednio po wykonaniu, zanim jeszcze zostanie obciążone, wykazuje w jakimś stopniu charakter cierny, z uwagi na bliżej nieokreślone przez producenta siły rozciągające w trzpieniach, pozostające w nich w wyniku zastosowanej technologii osadzania sworzni w otworach.

Siły tarcia posuwistego zostały uwzględnione w zaprezentowanym w rozdziale 3 modelu obliczeniowym. W układzie równań ujmuje je odpowiednia zależność fizyczna, wynikająca z funkcji zależności  $S_1$ - $\delta_{L+E}$ . Wprowadzona do układu równań (3.1) ÷ (3.4) zależność fizyczna uwzględnia wpływ tego oporu w osi każdego łącznika "*i*" na kierunku obciążenia  $S_i$  (rys. 5.19a). Obciążeniu  $S_i$  towarzyszy wtedy określone wzajemne przemieszczenie  $\delta_{i,L+E}$  łączonych ścianek, któremu w jakimś stopniu przeciwstawiają się, na kierunku obciążenia, siły tarcia występujące między:

 wewnętrznymi powierzchniami łączonych ścianek, szczególnie w miejscach spęcznienia blach na krawędziach otworów,

2) łebkami sworznia i zewnętrznymi powierzchniami łączonych ścianek. Powierzchnie tarcia zaznaczono na rys. 5.19 kolorem rudym.

Siła rozciągająca w trzpieniu sworznia, pozostająca w nim w wyniku technologii osadzania sworznia w otworze, może przypuszczalnie mieć jakiś niewielki wpływ na siły tarcia posuwistego. Istotny natomiast wpływ na wartości sił tarcia w połączeniach rozciąganych mogą mieć deformacje plastyczne ścianek w otworach, szczególnie powstające na krawędziach otworów, związane także z przechylaniem się osi sworzni pod obciążeniem Si; należy podkreślić, iż sztywne sworznie nie ulegały przy tym deformacjom plastycznym. Przemieszczenia trwałe  $\delta_{iL}$  powodowały owalizację otworu, postępującą wraz ze wzrostem obciążenia. Należy przy tym zauważyć różnice, które mogą wystąpić w połączeniu rozciąganym w jednym tylko kierunku (rys. 5.19a) oraz obciążanym naprzemiennie (rys. 5.19b). Trwałe zgrubienia plastyczne, w postaci spęcznienia ścianek otworów w kontakcie ze sworzniem, powstałe na skutek naprężeń przekraczających granicę plastyczności (por. rys. 5.18), zwiększają lokalnie siły tarcia między wewnętrznymi powierzchniami łączonych blach.

Przy obciążeniach pojedynczego sworznia większych od  $P_d$  wartości przemieszczeń trwałych  $\delta_L$ , w kolejnych cyklach powtarzanych obciążeń, zwiększały się sukcesywnie i najczęściej już się nie stabilizowały.

W niektórych krajach, jak podano w [66], w związku z koniecznością uwzględnienia problemów zmęczenia niskocyklowego w nowoczesnych rozwiązaniach konstruk-

# 5.4. Ocena przyczyn różnic między wynikami badań ...

cyjnych, opracowano normy i wytyczne projektowania. Liczba obiektów wymagających sprawdzenia z uwagi na zmęczenie niskocyklowe wzrasta w miarę powiększania się liczby obiektów o zmniejszonej masie konstrukcji, co następuje głównie w wyniku podnoszenia jej wytężenia, a także wykorzystania obszaru sprężysto-plastycznego w wytężeniu konstrukcji [66]. Powyższe zagadnienia mogą, przypuszczalnie, odnosić się do lekkich konstrukcji zaprojektowanych z kształtowników giętych na zimno, z wytężonymi plastycznie węzłami podatnymi.





#### 5.4.5. Siły tarcia obrotowego w połączeniu zginanym i ścinanym

Wyraźne różnice wystąpiły między wartościami sztywności pomierzonymi doświadczalnie i obliczonymi teoretycznie w niesymetrycznych połączeniach 4-sworzniowych (por. rys. 5.1b i rys. 5.6). Zainspirowały one do ponownego przyjrzenia się równaniom, opisującym w rozdziale 3 zachowanie się dowolnego połączenia. Postawiono pytanie, dlaczego w tym szczególnym przypadku połączenia pojawiły się większe różnice między wynikami doświadczalnymi i numerycznymi, skoro w pozostałych dwu wcześniej badanych rodzajach połączeń symetrycznych (por. rys. 5.1a i rys. 5.1c) były one niewielkie i pozwalały przyjąć wręcz zadowalającą zgodność.

W osi każdego i-tego sworznia w połączeniu zakładkowym, obciążonym jak na rys. 3.1 siłami M, H i V, występują na skutek sił tarcia – nieuwzględnione w równaniach równowagi (3.13) ÷ (3.16) – momenty skrętne  $M_{i,\phi}$  przeciwstawiające się wzajemnemu obrotowi łączonych ścianek o kąt  $\phi$ , przejmujące pewną część obciążenia zewnętrznego M (rys. 5.16).





Wartości momentów skrętnych, zdecydowanie istotne w przypadku zakładkowych połączeń sprężonych [67], mogą nie mieć aż tak wielkiego znaczenia w przypadku badanych (nie sprężonych) połączeń na sworznie jednostronne, chociaż ich zachowanie się – z uwagi na siły tarcia – jest w jakimś stopniu podobne. Można przypuszczać, że w połączeniu o m liczbie łączników wzajemnemu obrotowi ścianek o kąt  $\phi = \phi_g + \phi_d$  (por. rys. 3.2) będzie się przeciwstawiać suma momentów skrętnych  $\Sigma M_{i,\phi}$  których

# 5.4. Ocena przyczyn różnic między wynikami badań ...

wartości zależą od wszystkich trzech obciążeń zewnętrznych M, H i V. Na wartość *i*-tego momentu skrętnego  $M_{i,\phi}$  który zależy od obciążenia  $S_i$ , ścinającego sworzeń "i", składają się siły tarcia obrotowego istniejące między (rys. 5.17):

- 1) łebkami sworznia a powierzchniami zewnętrznymi łączonych ścianek,
- walcową powierzchnią sworznia, tj. jego pobocznicą a ściankami w otworach, tzn. pobocznicami w otworach,
- wewnętrznymi, przylegającymi do siebie, powierzchniami łączonych ścianek, szczególnie w miejscach spęcznienia.



- Rys. 5.17. Siły tarcia w osi sworznia "f" w połączeniu zakładkowym obciążonym momentem zginającym M oraz siłami ścinającymi H i V
- Fig. 5.17. Friction forces in the axis of the blind bolt ",r" in a lap joint loaded by the bent moment M and the shearing forces H and V

W dowolnie obciążonym połączeniu reakcje w postaci momentów skrętnych, o łącznej wartości  $\Sigma M_{i,\phi}$  mogą spowodować pewną określoną redukcję całkowitego kąta obrotu  $\phi$ , zachodzącego pomiędzy łączonymi ściankami.

Próbowano na drodze doświadczalnej oszacować wpływ sił tarcja w połaczeniu z pojedynczym sworzniem, lecz obciążonym tylko momentem zginającym M, z pominięciem wpływu ścinania siła S<sub>i</sub> jak na rys. 5.17. Dwie ścianki o grubościach 4.0 mm. w elemencie próbnym X-200,4.1/1 o wymiarach jak na rys. 4.44, połaczono za pomocą jednego sworznia BOM-R16-4. Chciano się przekonać, jaki wpływ na wartość tarcia obrotowego między łączonymi ściankami, a tym samym na wartość momentu skrętnego  $M_{i,\phi}$  ma siła "sprężająca" trzpień sworznia, dociskająca w otoczeniu sworznia ścianki do siebie, związana z technologią jego osadzenia w otworze. Zachowanie się połączenia podczas pierwszego półcyklu obciążenia naprzemiennego  $\pm M_{1,\phi}$  tj. najpierw momentem zginającym  $M_{1,\phi}$  = +0,0136 kNm, i następnie mniejszym już momentem o znaku przeciwnym, tj.  $M_{1,f} = -0,0034$  kNm, ilustruje wykres  $M_{1,\sigma} - \phi$  na rys. 5.18. Podczas wzajemnego obracania się ścianek o kąt  $\phi$  połączenie stawiało określony opór, który powodowały siły tarcia wymienione w punktach 1)  $\div$  3). Wykres odpowiada minimalnemu tarciu obrotowemu, przy nieobciążonym łączniku. W każdym innym przypadku, gdy, oprócz momentu, wystąpi ścinanie siłą S, tarcie obrotowe w osi sworznia będzie większe.





W połączeniu występowało tarcie statyczne, powodujące pojawienie się momentu skrętnego, utrzymującego się na poziomie odpowiadającym punktom 1, 3, 5 na wykresie. Tarcie statyczne było krótkotrwałe i natychmiast zamieniało się w tarcie kinetyczne, które w punktach 2, 4, 6 utrzymywało stały opór w postaci momentu skrętnego  $M_{1,\phi} = +0,0102$  kNm. Warto zauważyć, że w trakcie ruchu, tj. wzajemnego obrotu ścianek, wartości skrętnych momentów oporu były wielkościami stałymi. Gdy kąt

#### 5.4. Ocena przyczyn różnic między wynikami badań ...

obrotu osiągnął punkt 6, element próbny "X" zdemontowano i wykonano jego obrót o 180° względem maszyny wytrzymałościowej. Realizowano wówczas obciążenie momentem przeciwnie skierowanym, które początkowo powodowało dalszy wzrost kąta obrotu do wartości  $\phi = 32,7\cdot10^{-3}$  rad w punkcie 7, po czym obserwowano spadek kąta obrotu do zera przy prawie stałej wartości momentu ujemnego w punktach 8, 10, 11, 12, równej  $M_{1,\phi} = -0,0034$  kNm.

Podsumowując, można wnioskować, że pokonanie tarcia w jednym kierunku, które odbywa się przy znacznym obrocie, powoduje, że w kierunku przeciwnym występuje około trzykrotne zmniejszenie tarcia. Można także stwierdzić, że momenty skrętne  $M_{i,\phi}$  pojawiające się w połączeniu w wyniku technologicznego "sprężenia" sworzni, są nieistotne i pomijalne przy interpretacji wyników badań.

Należy jednak podkreślić, że udział sił tarcia obrotowego w wartości momentów  $M_{i,\phi}$  prawdopodobnie zwiększy się zdecydowanie, kiedy każdy łącznik w połączeniu będzie ścinany siłą  $S_i$ , co wystąpi w przypadku obciążenia połączenia siłami M, H i V (por. rys. 5.16). Siły tarcia podczas obrotu ścianek ulegną przypuszczalnie zwiększeniu, w miarę jak ścinany siłą  $S_i$  sworzeń będzie się przechylał w otworze; będą wówczas rosły wartości naprężeń, wywołanych dociskiem pobocznicy sworznia do pobocznic ścianek w otworach. Od wielkości i kształtu bryły naprężeń docisku zależeć będzie wartość momentu skrętnego  $M_{i,\phi}$  działającego w osi i-tego sworznia. Dodatkowe siły tarcia będą redukować wzajemny obrót pomiędzy łączonymi blachami i tym samym zwiększać sztywność połączenia.



- Rys. 5.19. Idea modelu 1-sworzniowego połączenia zakładkowego dwu blach, równocześnie ścinanego i obciążonego momentem
- Fig. 5.19. Ideal model of a single-blind-bolt lap joint of two iron sheets, simultaneously sheared and loaded with a momentum

Zależność między obciążeniem S, wartością momentu skrętnego  $M_{\phi}$  oraz kątem obrotu  $\phi$  można by ocenić jedynie na drodze eksperymentu. Ideę modelu, który umożli-

wiłby znalezienie zależności między tymi trzema wielkościami przedstawia rys. 5.19. Dwie ścianki o grubościach t, w kształcie kół z odpowiednimi ramionami, wzmocnione kształtownikami rurowymi, należałoby połączyć jednym sworzniem BOM-R16. Dokonywano by pomiaru kąta  $\phi$ , wywołanego momentem  $M_{\phi} = F r$ , podczas równoczesnego obciążania łącznika siłą ścinającą S. Na podstawie wyników badania można by sporządzić odpowiednie wykresy zależności  $M_{1,\phi} - \phi$ , przy różnych wartościach sił ścinających S.

W niniejszej pracy zrezygnowano z takich badań, ponieważ porównywane połączenia okazały się w rzeczywistości sztywniejsze, a więc bezpieczniejsze od połączeń, których sztywności obliczono drogą numeryczną (por. rys. 5.5, 5.6, 5.7, 5.8). Gdyby została na drodze eksperymentalnej określona zależność  $M_{\phi} - \phi - S$ , można by wyznaczyć zmodyfikowaną krzywą teoretyczną  $M-\phi$ , np. niesymetrycznego połączenia 4-sworzniowego jak na rys. 5.1b, rozwiązując numerycznie nowy układ równań zaproponowany we wzorach (5.36) ÷ (5.41).

Posługując się oznaczeniami jak na rys. 5.14, podjęto próbę przynajmniej oszacowania wpływu sił tarcia T – pojawiających się między pobocznicą sworznia obciążonego siłą  $S_1$  i pobocznicami ścianek w otworach – na sztywność 4-sworzniowego połączenia obciążonego momentem zginającym  $M = 4 \cdot S \cdot r$ . Moment skrętny  $M_{i,\phi}$  w osi każdego z 4 łączników można w przybliżeniu obliczyć ze wzoru:

$$M_{i,\phi} \equiv T \cdot D , \qquad (5.32)$$

a przyjmując siłę tarcia T

$$T = \mu \cdot S \,, \tag{5.33}$$

gdzie:  $\mu$  - współczynnik tarcia,

r - odległość osi sworznia od środka ciężkości połączenia, por. rys. 5.14, można oszacować procentowy udział 4 dodatkowych momentów skrętnych  $M_{i,\phi}$ w wartości całkowitego obciążenia M, który obliczono na podstawie wyrażenia:

$$(4 \cdot M_{i,\phi} / M) \cdot 100\% = (\mu \cdot D / r) \cdot 100\%.$$
(5.34)

Jeśli przyjąć dla rozważanego połączenia:  $\mu = 0.25$  i D = 14.0 mm oraz r =  $55 \cdot \sqrt{2} = 77.8$  mm, wówczas udział 4 momentów  $\Delta M_{i,\phi}$  w obciążeniu zewnętrznym M stanowi 4,5%. Nie można wykluczyć, że współczynnik tarcia między "wtłoczonym" do otworu materiałem tulejki a ściankami otworów, tj. między pobocznicą sworznia a pobocznicami w otworach, może w rzeczywistości być większy od założonego, chociażby ze względu na przechylenie osi sworznia.

#### 5.4. Ocena przyczyn różnic między wynikami badań ...

#### 5.4.6. Obliczanie połączenia z uwzględnieniem tarcia obrotowego

W przypadku, gdyby udało się na drodze eksperymentu określić związki zachodzące między obciążeniem pojedynczego sworznia siłą  $S_i$  oraz momentem skrętnym  $M_{i,\phi}$ przy znanym kącie obrotu  $\phi$ , wówczas można by ponownie ustalić przebieg krzywej numerycznej, np. 4-sworzniowego połączenia "V" i porównać ją z uprzednio wyznaczoną krzywą na rys. 5.6. Ta nowa poprawiona krzywa uwzględniałaby wpływ tarcia obrotowego, występującego w połączeniu. W tym celu należałoby odpowiednio zmodyfikować równania (3.1)÷(3.4), opisujące wytężenie dowolnego połączenia.

Przekonano się, że układ tych równań można także zapisać, formułując warunki równowagi względem chwilowego środka obrotu R. Każdy promień łączący dowolny sworzeń "i" w połączeniu z chwilowym środkiem obrotu (rys. 5.16) można obliczyć ze wzoru:

$$r_{i,R} = \sqrt{(x_i - x_R)^2 + (y_i - y_R)^2}, \qquad (5.35)$$

wtedy układ równań, przy oznaczeniach naniesionych na rys. 5.16, będzie miał postać następującą:

• równania równowagi

$$H - \sum_{i=1}^{m} S_i \frac{y_i - y_R}{\sqrt{(x_i - x_R)^2 + (y_i - y_R)^2}} = 0, \qquad (5.36)$$

$$V - \sum_{i=1}^{m} S_i \frac{x_i - x_R}{\sqrt{(x_i - x_R)^2 + (y_i - y_R)^2}} = 0, \qquad (5.37)$$

$$M - H \cdot y_R + V \cdot x_R - \sum_{i=1}^m S_i \sqrt{(x_i - x_R)^2 + (y_i - y_R)^2} - \sum_{i=1}^m M_{i,\phi} = 0, \quad (5.38)$$

równania geometryczne

$$\phi_i = \frac{f(S_i)}{\sqrt{(x_i - x_R)^2 + (y_i - y_R)^2}},$$
(5.39)

przy założeniu że równocześnie zachodzą związki:

$$\phi_1 = \phi_2 = \dots = \phi_i = \dots = \phi_m = \phi;$$
 (5.40)

• równania fizyczne jak w zależności (3.4)

$$\delta_i = f(S_i). \tag{5.41}$$

Niewiadomymi w układzie (m + 2) równań są następujące wielkości:  $S_i$ , gdzie i = 1, 2, 3, ...m oraz  $x_R$  i  $y_R$ , przy wielkościach danych: H, V, M,  $M_{i,\phi}$  i znanej zależności (5.41), która odpowiada krzywej regresji  $S_1$ – $\delta_{L+E}$  (np. wg rys. 4.18 w przypadku niesymetrycznego połączenia typu "V" na 4 sworznie).

# 5.4.7. Wpływ historii obciążenia na sztywność połączenia

Badając naprzemiennie rozciągane lub zginane połączenia, zwrócono szczególną uwagę na kształty pętli histerezy. O kształcie symetrycznym lub niesymetrycznym pętli histerezy decydowała historia obciążenia.

W punkcie 4.5 przedstawiono ścieżki równowagi statycznej  $M-\phi$  kilku zginanych naprzemiennie połączeń 4-sworzniowych, otrzymane w kolejnych pętlach histerezy, realizowanych na różnych poziomach obciążeń, najczęściej jednak nie przekraczających nośności obliczeniowej badanego połączenia.



Rys. 5.20. Pętle histerezy obciążenia M = ± 10,86 kNm w jednakowych 4-sworzniowych połączeniach elementów próbnych X-200,5.1/4; r = 78,0 oraz X-200,5.1/4; r = 78,0
Fig. 5.20. Histeresis loops of the load M = ± 10,86 kNm in the identical four-blind-bolt joints of experimental elements X-200,5.1/4; r = 78,0 and X-200,5.1/4; r = 78,0

Przykładowo, w dwóch jednakowych, 4-sworzniowych połączeniach zginanych (w elementach próbnych X-200,5.1/4 oraz X-200,5.3/4) przebiegi pętli histerezy, na poziomie obciążenia  $M = \pm 10,36$  kNm, świadczą o znacznie różniących się sztywnościach połączeń (rys. 5.20); warto zauważyć, że nośność obliczeniowa rozważanego połączenia została wtedy wykorzystana w 68,5%. Na wykresie można porównać war-

#### 5.5. Podsumowanie

tości kątów obrotu w obu badanych przypadkach, a także porównać je z naniesionymi na wykres kątami, odpowiadającymi zależności  $S_1$ – $\delta_{L+E}$  wg rys. 4.37. W elemencie próbnym X-200, 5.1/4 przyrosty obciążeń  $\Delta M$  były realizowane zawsze w tym samym kierunku półcykli dodatnich, w elemencie próbnym X-200,5.3/4 przyrosty te dokonywano zaś na przemian, tj. raz w kierunku półcykli dodatnich, a następnie półcykli ujemnych.

Kontakt trzpieni ze ściankami w otworach okazał się różny w obu przypadkach z uwagi na odmienną deformację plastyczną krawędzi ścianek.

# 5.5. Podsumowanie

Obliczenia numeryczne – trzech statycznie wewnętrznie niewyznaczalnych połączeń (por. punkty 5.2.1, 5.2.2 i 5.2.3) – wykonano rozwiązując odpowiednie układy równań, wyprowadzone na podstawie zależności (3.1)  $\div$  (3.4). W obliczeniach tych uwzględniono jedynie siły tarcia posuwistego, powstające na kierunku obciążeń  $S_i$  pojedynczego sworznia. Pominięto natomiast siły tarcia obrotowego, towarzyszące wzajemnemu obrotowi połączonych blach o kąt  $\phi$ . Ogólnie można stwierdzić, że obwiednie ścieżek równowagi statycznej połączeń: 5-sworzniowego (por. rys. 5.2), 8-sworzniowego (rys. 5.5) i 4-sworzniowego (rys. 5.6) pokrywają się z krzywymi numerycznymi. Największą niezgodność między wynikami doświadczalnymi i numerycznymi obserwuje się np. w przypadku niesymetrycznego połączenia 4-sworzniowego, w elemencie próbnym "V", szczególnie w przedziale dużych obciążeń. Są także różnice między wynikami badań (krzywe 1 i 2) a krzywą teoretyczną 3 (por. rys. 5.4) w przypadku obciążonego naprzemiennie połączenia na 8 sworzni.

W obciążanych naprzemiennie połączeniach występowały zwiększone – wskutek obustronnego spęczniania się ścianek w okolicach otworów – siły tarcia (por. rys. 5.15a i 5.15b). Mogą one uzasadniać pewną niezgodność wyników doświadczalnych z teoretycznymi, które zostały opracowane na bazie ŚRS, wyznaczonej doświadczalnie dla obciążenia pulsującego w jednym tylko kierunku (por. rys. 5.4, rys. 5.7, rys. 5.8). Różnice między wynikami badań połączeń zginanych naprzemiennie a krzywą 7 (sporządzoną na podstawie doświadczalnej zależności  $S_1$ – $\delta_{L+E}$ ) na rys. 5.8 można jeszcze dodatkowo tłumaczyć pominięciem momentów skrętnych  $M_{i,\phi}$  działających w osiach 4 sworzni.

Warto także zwrócić uwagę na pewne różnice związane z wykonaniem elementów próbnych. Przykładowo, w przypadku elementów typu "V" otwory w połączeniu ścianek o grubościach 5,0 mm dla 5 sworzni wykonano wiertłem Ø14,0 mm oraz użyto sworzni BOM-R16-6 o średnicy Ø13,6 m. Sworznie te są, wg [134], przeznaczone do łączenia ścianek o łącznej grubości mieszczącej się w przedziale (9,6 ÷ 12,7); stąd materiał tulejki po założeniu sworznia przypuszczalnie szczelniej wypełnił otwór, aniżeli

ROZDZIAŁ 6

# STANY GRANICZNE JEDNOCIĘTYCH POŁĄCZEŃ SWORZNIOWYCH

## 6.1. Rozważane stany graniczne

W połączeniach badanych doświadczalnie wyróżniono trzy przypadki stanu granicznego nośności. Stan graniczny nośności obliczeniowej, oznaczony jako I, zakładano wg [139] wówczas, gdy co najmniej jeden łącznik w połączeniu był obciążony siłą równą jego nośności obliczeniowej  $P_d$ . Przypadek stanu granicznego przemieszczeń, oznaczony jako II, występował wtedy, gdy wzajemne przemieszczenia łączonych ścianek osiągały w osi przynajmniej jednego najbardziej wytężonego łącznika, zgodnie z [144], wartość graniczną  $\delta_{gr} = 3,0$  mm. Jako III przypadek wyróżniono stan graniczny zniszczenia, w którym obciążenie wszystkich łączników w połączeniu teoretycznie przybliżało się do wartości granicznej  $a_S = P_{niszcz}$ , wynikającej z przyjętego równania konstytutywnego pojedynczego łącznika, opisanego wykładniczą funkcją o postaci (4.8).

Zaproponowane w rozdziale 3 równania problemu, opisujące zachowanie się dowolnego połączenia, powinny, wobec powyższego, spełniać, w najbardziej wytężonym w połączeniu łączniku "i", następujące warunki:

• w I stanie granicznym – z uwagi na nośność obliczeniową łącznika:

$$S_{i,max} \le S_{gr}^1 = P_d \,, \tag{6.1}$$

• w II stanie granicznym – z uwagi na przemieszczenia graniczne łączonych ścianek:

$$\delta_{i,max} = f(S_i) \le \delta_{gr} = 3,0 \ mm \ \text{przy} \ S_{i,max} \le S_{gr}^{\,\text{II}} = P_{m,\text{s}r}, \tag{6.2}$$

• w III stanie granicznym - z uwagi na zniszczenie połączenia w sensie teoretycznym:

$$S_{i,max} \le S_{gr}^{III} = P_{niszcz} \,. \tag{6.3}$$

Wobec uzyskanej (w rozdziale 5 niniejszej pracy) zadowalającej zgodności wyników doświadczalnych i numerycznych, potwierdzającej poprawność zaproponowanego w rozdziale 3 modelu obliczeniowego, można było na jego podstawie sporządzić nomogramy obciążeń  $S_i$ , działających na poszczególne sworznie "*i*" w danym połą-

w przypadku, gdybyśmy tym samym sworzniem połączyli dwie ścianki 6,0 mm o łącznej grubości 12 mm. Z kolei, w 4-sworzniowym połączeniu ścianek o grubościach 4,0 mm, łączniki BOM-R16-4 o średnicy Ø13,55 mm osadzano w otworach wykonanych wiertłem o nieco większej średnicy Ø14,3 mm. Ten typ sworzni, przeznaczony do łączenia ścianek o łącznej grubości w granicach (6,3 ÷ 9,6) mm, niewątpliwie szczelniej wypełniłby otwory w przypadku łączenia dwu ścianek o grubościach 3,0 mm niż w przypadku dwu ścianek 4,0 mm. W obu przykładach połączeń zachowane też zostało zalecenie producenta, aby wymiary średnic otworów, w których osadza się sworznie BOM-R16, mieściły się w przedziale (13,8 ÷ 14,8) mm.

Podsumowując analizę wyników badań, należy podkreślić, że istniejące różnice należy rozpatrywać niezależnie w dwóch obszarach, porównując:

- a) zachowanie się kilku jednakowych połączeń, wykonanych w tych samych warunkach, w takich samych konstrukcjach elementów próbnych,
- b) przebieg obwiedni ścieżek równowagi statycznej, otrzymanych na drodze doświadczalnej, z odpowiednimi krzywymi numerycznymi.

W pierwszym przypadku głównymi przyczynami rozrzutów w wynikach badań mogły w różnym stopniu być:

- sposób wykonania połączenia w warunkach laboratoryjnych, obejmujący wiercenie otworów, oddzielnie w każdej ściance;
- brak pokrywania się krawędzi otworów w łączonych ściankach (które można wyeliminować wiercąc otwory w obu ściankach równocześnie);
- likwidacja luzów i występowanie poślizgów w połączeniu, w warunkach uplastyczniania się i spęczniania materiału na krawędziach otworu, przy równoczesnym przechylaniu się trzpienia;
- siły tarcia obrotowego, zróżnicowane z uwagi na nierównomierne wypełnienie otworów przez materiał tulejki i związane z tym różne współczynniki tarcia między pobocznicami trzpieni i ścianek w otworach.

W drugim przypadku różnice należy przede wszystkim tłumaczyć pominięciem w obliczeniach wpływu skrętnych momentów oporu, powstających w osi każdego sworznia na skutek sił tarcia obrotowego. Wprowadzenie do równań – opisujących wytężenie połączenia – momentów skrętnych  $M_{i,\phi}$ , wg wzorów (5.36) ÷ (5.41), może poprawić zgodność wyników doświadczalnych z numerycznymi.

Lepszą zgodność badanej rzeczywistości z teorią można by – w uzasadnionych przypadkach – otrzymać, wprowadzając do obliczeń, np. jedną z dwu ŚRS, wyznaczonych metodą regresji przedziałowej (por. rys. 5.13).

# 6. Stany graniczne jednociętych połączeń sworzniowych

czeniu oraz przemieszczeń  $\delta_i$ , występujących w ich osiach, a ponadto także opracować krzywe graniczne oraz powierzchnie graniczne danego połączenia.

# 6.2. Stany graniczne symetrycznego połączenia 5-sworzniowego

#### 6.2.1. Zależności podstawowe

Korzystając z zamieszczonych w rozdziale 5 równań (5.1)  $\div$  (5.8), sporządzono krzywe graniczne 5-sworzniowego połączenia, obciążonego momentem zginającym Mi siłą ścinającą W. Siła ścinająca jest nachylona pod kątem  $\alpha_W$  do osi y (rys. 6.1).



- Rys. 6.1. Szkic 5-sworzniowego połączenia obciążonego momentem zginającym M i silą ścinającą W nachyloną pod kątem  $\alpha_W$  do osi y
- Fig. 6.1. Scheme of the five-blind-bolt joint loaded with the bending moment M and the shearing force W inclined at the angle  $\alpha_W$  to the axis y

Wartości graniczne składowych obciążeń obliczono z następujących związków:

$$W_{gr} = 5 \cdot S_{gr} \text{ oraz } M_{gr} = 4 \cdot r \cdot S_{gr}, \qquad (6.4)$$

które odnoszą się do trzech rozważanych stanów granicznych połączenia. W równaniach  $(5.1) \div (5.8)$  zastąpiono wartości H, V i M następującymi wyrażeniami:

$$H = W \cdot \sin \alpha_w = 5 \cdot S_{gr} \cdot \sin \alpha_w \frac{W}{W_{gr}}, \qquad (6.5)$$

$$V = W \cdot \cos \alpha_w = 5 \cdot S_{gr} \cdot \cos \alpha_w \frac{W}{W_{rr}}, \tag{6.6}$$

$$M = 4 \cdot r \cdot S_{gr} \frac{M}{M_{gr}}.$$
(6.7)

Układ 8 równań do każdego z trzech stanów granicznych ustalono, wprowadzając zależności (6.5) ÷ (6.7) po uprzednim zastąpieniu w nich wartości granicznych  $W_{gr}$  i  $M_{gr}$  wzorami (6.4) oraz przy oznaczeniach  $M / M_{gr} = x$  i  $W / W_{gr} = y$ . Do wzorów (6.4) należy podstawić wartości graniczne  $S_{gr}$ , wg jednego z warunków (6.1) ÷ (6.3).

# 6.2. Stany graniczne symetrycznego połączenia 5-sworzniowego

W przypadku rozważanego połączenia ustalone doświadczalnie wartości graniczne, odpowiadające trzem stanom granicznym, wynoszą kolejno:

$$S_{gr}^{I} = P_d = 48,6 \text{ kN}, \ S_{gr}^{II} = P_{m,sr} = 55,85 \text{ kN}, \ S_{gr}^{III} = P_{niszcz} = 58,58 \text{ kN}.$$
 (6.8)

# 6.2.2. Nomogramy sił działających na sworznie i przemieszczeń ścianek w ich osiach Na podstawie wyników rozwiązania, na drodze numerycznej , uzupełnionego układu równań (5.1) ÷ (5.8) można było sporządzić nomogramy obciążeń $S_i$ , przypadających na poszczególne sworznie oraz liniowych przemieszczeń $\delta_i$ , zachodzących w osiach sworzni między łączonymi ściankami. Przykładowe nomogramy zilustrowano na wykresach w układach bezwymiarowych współrzędnych prostokątnych $M/M_{sr}^{III}$ i $W/W_{sr}^{III}$ . Nomogramy sił $S_1$ i $S_2$ działających na sworznie oraz przemieszczeń $\delta_1$ i $\delta_2$ między łączonymi ściankami, odpowiednio w osiach 1 i 2 (por. rys. 6.1), ilustrują krzywe na rys. 6.2 i rys. 6.3. Na wykresach wyróżniono krzywe nośności obliczeniowej $S_1 = S_2 = P_d = 48,6$ kN (I stan graniczny) oraz nośności granicznej $S_1 = S_2 = P_m =$ 55,85 kN (II stan graniczny), a także odpowiadające obu stanom krzywe przemieszczeń $\delta_{L+E,d} = 2,09$ mm oraz $\delta_{gr} = 3,0$ mm.



<sup>Rys. 6.2. Nomogramy sił S<sub>1</sub> oraz S<sub>2</sub> działających odpowiednio na: a) sworzeń nr 1, b) sworzeń nr 2 [121]
Fig. 6.2. Nomographs of the forces S<sub>1</sub> and S<sub>2</sub> affecting respectively: a) the blind-bolt No.1,
b) the blind-bolt No. 2 [121]</sup> 

Obliczenia numeryczne za pomocą analizy symboliczno-numerycznej Mathematica wykonał dr hab. inż. Ryszard Walentyński, Katedra Teorii Konstrukcji, Politechnika Śląska

# 6. Stany graniczne jednociętych połączeń sworzniowych



Rys. 6.3. Nomogramy przemieszczeń  $\delta_1$  oraz  $\delta_2$  zachodzących między łączonymi ściankami: a) sworznia nr 1, b) sworznia nr 2 [121]

Fig. 6.3. Nomographs of displacements  $\delta_1$  and  $\delta_2$  occurring between the walls of: a) the blind bolt No. 1, b) the blind bolt No. 2 [121]

Nomogramy odpowiadają przypadkowi obciążenia jeśli  $\alpha_W = 0$ , tj. gdy W = V; można je także wykonać dla dowolnego kąta  $\alpha_W \neq 0$ , jak pokazano w [121]. Dla znanych obciążeń *M* i *W* działających w połączeniu można, za pomocą nomogramów, szybko sprawdzić stan wykorzystania nośności przez poszczególne łączniki oraz przemieszczeń ścianek w ich osiach, bez wykonywania żmudnych obliczeń numerycznych.

Postępując analogicznie można sporządzić nomogramy sił  $S_i$  i przemieszczeń  $\delta_i$  dla każdego innego połączenia, obciążonego momentem zginającym M i siłą ścinającą W, przy dowolnym kącie  $\alpha_W$ .

#### 6.2.3. Krzywe graniczne nośności obliczeniowej połączenia

Na podstawie wyników obliczeń sporządzono wykresy krzywych granicznych, również w układach bezwymiarowych współrzędnych prostokątnych  $M / M_{gr}$  i  $W / W_{gr}$ . Stanowi granicznemu nośności obliczeniowej połączenia, obciążonego jak na rys. 6.1, przy  $\alpha_W = 0$  lub  $\pi/2$ , odpowiada krzywa graniczna I na rys. 6.4. Krzywą I sporządzono dla wartości  $W_{gr}^1 = 5 \cdot S_{gr}^1 = 5 \cdot 48,6 = 243,0$  kN i  $M_{gr}^1 = 4 \cdot r \cdot S_{gr}^1 = 4 \cdot 55,0 \cdot \sqrt{2} \cdot 48,6 = 15,1$  kNm, obliczonych wg I stanu granicznego, tj. spełniających warunek (6.1). Pozwala ona szybko sprawdzić nośność obliczeniową całego połączenia, przy dowolnych warto6.2. Stany graniczne symetrycznego połączenia 5-sworzniowego

ściach bezwymiarowych  $M/M_{gr}^{I}$  i  $W/W_{gr}^{I}$ , bez konieczności żmudnego rozwiązywania układu równań opisujących wytężenie połączenia.



Rys. 6.4. Krzywa graniczna I połączenia 5-sworzniowego obciążonego siłami *M* i *W* przy α<sub>W</sub> = 0 i π/2 oraz ścieżka D wg obciążenia realizowanego w elemencie próbnym "V" [116]
Fig. 6.4. Boundary curve I of a joint loaded with the forces *M* and *W* when α<sub>W</sub> = 0 and π/2 and the path D of the load realized in the experimental elements "V" [116]



- Rys. 6.5. Krzywe graniczne nośności połączenia 5-sworzniowego: II krzywa graniczna przemieszczenia, I' i III' krzywe graniczne sprowadzone odpowiadające stanom nośności obliczeniowej i zniszczenia połączenia [116]
- Fig. 6.5. Boundary curves concerning a five-blind-bolt joint: II boundary curve of displacement, I' and III' – boundary curves corresponding to the states of the load-bearing capacity and destruction of the joint [116]

197

W odniesieniu do stanu granicznego przemieszczenia sporządzono krzywą graniczną II przy wartościach granicznych wynoszących wg (6.4) i (6.8)  $W_{gr}^{II} = 5 \cdot S_{gr}^{II} = 5 \cdot 55,85 = 279,3 \text{ kN}$  i  $M_{gr}^{II} = 4 \cdot r \cdot S_{gr}^{II} = 4 \cdot 55,0 \cdot \sqrt{2} \cdot 55,85 = 17,4 \text{ kNm}$ (rys. 6.5). Na wykresie, obok krzywej granicznej II, zamieszczono krzywe graniczne sprowadzone I' i III', które zostały określone względem wartości obciążeń granicznych  $W_{gr}^{II}$  i  $M_{gr}^{II}$ . Krzywe te mają w przybliżeniu ilustrować różnice oraz rezerwy istniejące między nośnościami danego połączenia w trzech stanach granicznych, przy porównaniu stanów I i III z nośnością połączenia, odpowiadającą przypadkowi osiągnięcia II stanu granicznego.



Rys. 6.6. Krzywe graniczne nośności I, II i III 5-sworzniowego połączenia obciążonego siłami M i W przy  $\alpha_W = 0$  i  $\pi/2$  oraz teoretyczna ścieżka T obciążenia połączenia w elemencie próbnym "V" [116]

Fig. 6.6. Boundary curves I, II and III concerning a five-blind-bolt joint loaded with the forces M and W at  $\alpha_W = 0$  and  $\pi/2$ , and the theoretical path T of the load of the joint in the test element "V" [116]

Na rys. 6.6. pokazano krzywe graniczne I, II i III na wspólnym wykresie; tutaj każda z trzech krzywych została sporządzona w układzie bezwymiarowych współrzędnych prostokątnych (x, y), przy ich odniesieniu do wartości granicznych  $W_{gr}$  i  $M_{gr}$ obliczonych dla odpowiedniego stanu granicznego. Można porównać ich wzajemny przebieg, a także ich przebieg w odniesieniu do okręgu o promieniu równym jedności. Krzywa graniczna III została wyznaczona jako granica modelu teoretycznego. Ta umowna granica została podyktowana – ograniczonym asymptotą poziomą – równaniem konstytutywnym (3.4), opisującym zachowanie się pojedynczego łącznika w połączeniu. Warto dodać, że osiągnięcie tej krzywej jest technicznie niemożliwe.

#### 6.2. Stany graniczne symetrycznego połączenia 5-sworzniowego

gdyż jest ona realna tylko wtedy, kiedy przemieszczenia i deformacje zmierzają do nieskończoności. Z tego powodu, aby to podkreślić, krzywą III na rys. 6.6. naniesiono linią przerywaną. Sprawdzono przy tym, iż zbliżenie się do krzywej III z niedomiarem około 1% implikuje, że ekstremalne przemieszczenia w osiach łączników, w zależności od stosunku M / W, osiągają teoretyczne wartości z przedziału 6 ÷ 10 mm, a więc znacznie przekraczające przemieszczenia graniczne  $\delta_{gr} = 3,0$  mm [144]. Prosta T przechodząca przez punkt O i nachylona do osi  $x = M / M_{gr}^{1,11,111}$  pod kątem  $\eta$  (tg  $\eta$  =

4·*r* / 5·e, gdzie r =  $55 \cdot \sqrt{2}$  mm oraz *e* = 169,7 mm) ilustruje drogę narastania wytężenia łączników 1 i 4 w procesie zwiększania obciążeń *F* = *V* = *W* i *M* = *W*·*e* w elemencie próbnym "V", w którym  $\alpha_W = 0$  oraz *M* / *W* = const (por. rys. 6.1 z rys. 4.54). Rzędne punktów:  $M / M_{gr}^1$ ,  $M / M_{gr}^{II}$ ,  $M / M_{gr}^{III}$  oraz odpowiednio  $W / W_{gr}^1$ ,  $W / W_{gr}^{III}$ ,  $W / W_{gr}^{III}$ odpowiadają trzem granicznym stanom wytężenia łączników 1 i 4 (rys. 6.7a).



Rys. 6.7. Skrajne przypadki obciążenia połączenia 5-sworzniowego siłami *M* i *W*: a)  $\alpha_W = 0$ , b)  $\alpha_W = \pi/4$ , c)  $\alpha_W = \pi/2$ 

Fig. 6.7. Extreme cases of loading of a five-blind-bolt joint with the forces M and W: a)  $\alpha_W = 0$ , b)  $\alpha_W = \pi/4$ , c)  $\alpha_W = \pi/2$ 

Na rys. 6.8 można porównać przebieg krzywych granicznych I, II, III na wykresach w układach współrzędnych  $W/W_{gr}^{III}$  i  $M/M_{gr}^{III}$ , sporządzonych w dwóch przypadkach obciążenia, tj. gdy  $\alpha_W = 0$  (rys. 6.8a) oraz  $\alpha_W = \pi/4$  (rys. 6.8b).

Na podstawie wykresów można np. stwierdzić, iż dla obciążeń M i W, w przypadku gdy  $W/W_{gr}^{III} = 0,4$  oraz  $M/M_{gr}^{III} = 0,6$ , warunek nośności obliczeniowej połączenia 5-sworzniowego jest zachowany, jeśli  $\alpha_W = 0$  lub  $\pi/2$ , natomiast przy tych samych wartościach obciążeń jest przekroczony, gdy  $\alpha_W = \pi/4$ . To samo można stwierdzić w przypadku obciążenia połączenia siłami M i W, gdy  $W/W_{gr}^{III} = M/M_{gr}^{III} = 0,6$ .

Należy zauważyć, że na wykresach współrzędnym  $x = M / M_{gr}^{III} = 1,0$  oraz  $y = W / W_{gr}^{III} = 1,0$  odpowiada obciążenie siłami granicznymi  $S_{gr}^{III}$  łączników, odpowiednio o numerach  $1 \div 4$  (czterech łączników) oraz  $1 \div 5$  (pięciu łączników).

6.3. Krzywe graniczne sił w sworzniach ...



Rys. 6.9. Obszary ograniczone trzema krzywymi granicznymi I, II i III siły S<sub>1</sub> dla sworznia nr 1, w połączeniu 4-sworzniowym jak na rys. 5.1b











Rys. 6.11. Obszary ograniczone trzema krzywymi granicznymi I, II i III siły S<sub>3</sub> dla sworznia nr 3, w połączeniu 4-sworzniowym jak na rys. 5.1b

Fig. 6.11. Regions confined by three boundary curves I, II and III of the force  $S_3$  for the blind bolt No. 3, in a four-blind-bolt joint, as presented in Fig. 5.1b



6. Stany graniczne jednociętych połączeń sworzniowych

- Rys. 6.8. Krzywe graniczne nośności I, II, III 5-sworzniowego połączenia obciążonego siłami *M* i *W* odniesione do III stanu granicznego w dwóch przypadkach obciążenia: a) gdy  $\alpha_W = 0$  lub  $\alpha_W = \pi/2$ , b) gdy  $\alpha_W = \pi/4$  [121]
- Fig. 6.8. Boundary curves I, II and III of a five-blind-bolt joint loaded with the forces M and W related to the third boundary state concerning two cases of loading: a) when  $\alpha_W = 0$  and  $\alpha_W = \pi/2$ , b) when  $\alpha_W = \pi/4$  [121]

# 6.3. Krzywe graniczne sił w sworzniach niesymetrycznego połączenia 4-sworzniowego

Rozwiązując układ zamieszczonych w rozdziale 5 siedmiu równań (5.18) ÷ (5.24), sporządzono krzywe graniczne niesymetrycznego połączenia 4-sworzniowego, obciążonego jak na rys. 5.1b, oddzielne dla każdego łącznika, w układzie bezwymiarowych współrzędnych  $M / M_{gr}^{III}$  i  $V / V_{gr}^{III}$ ; obciążenie H w badanym przypadku było równe 0. W obliczeniach numerycznych założono, iż obciążenie V = W może być przykładane do połączenia na mimośrodach e zarówno dodatnim, jak i ujemnym. Wykresy na rys. 6.9 ÷ 6.12 ilustrują obszary ograniczone krzywymi granicznymi I, II i III, 3 obciążeń granicznych  $S_{i,gr}$ , tj.  $S_{i,gr}^{I}$ ,  $S_{i,gr}^{III}$  i  $S_{i,gr}^{III}$ , występujących w poszczególnych łącznikach, ponumerowanych kolejno 1, 2, 3 i 5 (por. rys. 5.1b).

Krzywe graniczne czterech sworzni w połączeniu 4-sworzniowym, odpowiadające I stanowi granicznemu, naniesiono na wspólny wykres zależności między bezwymiarowymi współrzędnymi  $M/M_{gr}^1$  i  $V/V_{gr}^1$  (rys. 6.13). Powierzchnia ograniczona krzywymi granicznymi  $S_1$  i  $S_3$ , poniżej punktu ich przecięcia na wysokości odciętej  $V/V_{gr}^1 = 1,0$ , wyznacza obszar, odpowiadający nośności obliczeniowej połączenia. 6. Stany graniczne jednociętych połączeń sworzniowych



Rys. 6.12. Obszary ograniczone trzema krzywymi granicznymi I, II i III siły S<sub>5</sub> dla sworznia nr 5, w połączeniu 4-sworzniowym jak na rys. 5.1b

Fig. 6.12. Regions confined by three boundary curves I, II and III of the force  $S_5$  for the blind bolt No. 5, in a four-blind-bolt joint, as presented in Fig. 5.1b



- Rys. 6.13. Krzywe graniczne sił S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>, S<sub>3</sub> i S<sub>5</sub> I stanu granicznego odpowiednio dla sworzni nr 1, 2, 3 i 5 w połączeniu 4-sworzniowym jak na rys. 5.1b oraz krzywa graniczna III (granica modelu matematycznego)
- Fig. 6.13. Boundary curves of the forces S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>, S<sub>3</sub> and S<sub>5</sub> concerning the boundary state I respectively, for the bolts 1, 2, 3, and 5, in a four-blind-bolt joint, as in Fig. 5.1b and boundary curve III (boundary of the mathematical model)

Naniesiona na wykres granica modelu matematycznego odpowiada III stanowi granicznemu, w którym obciążenie czterech łączników w połączeniu przybliży się teoretycznie do wartości granicznej, równej  $a_S = P_{niszcz} \approx 52,7$  kN, wynikającej z przyjętego równania konstytutywnego, opisanego na podstawie wyrażenia (4.8), którego parametry zamieszczono na rys. 4.18.

# 6.4. Powierzchnie graniczne nośności połączenia 5-sworzniowego

Rysunek 6.14 ilustruje dwie powierzchnie graniczne połączenia 5-sworzniowego, obciążonego siłami H, V i M, w układzie współrzędnych przestrzennych  $H/H_{gr}^{III}$ ,  $V/V_{gr}^{III}$ ,  $M/M_{gr}^{III}$ , [121]. Na powierzchni wewnętrznej, odpowiadającej I stanowi

#### 6.5. Podsumowanie

granicznemu, znajdują się dwie analogiczne krzywe graniczne I z wykresu na rys. 6.8a oraz krzywa graniczna I z wykresu na rys. 6.8b; dwie pierwsze krzywe wynikają z przecięcia się powierzchni granicznej z płaszczyznami  $(H/H_{gr}^{III}, M/M_{gr}^{III})$  oraz  $(V/V_{gr}^{III}, M/M_{gr}^{III})$ , tj. odpowiednio przy  $V/V_{gr}^{III} = 0$  oraz  $H/H_{gr}^{III} = 0$  i  $\alpha_W = \pi/2$  oraz  $\alpha_W = 0$ , natomiast krzywa trzecia odpowiada przypadkowi obciążenia, gdy  $\alpha_W = \pi/4$  (por. rys. 6.7b). Powierzchnia zewnętrzna odpowiada III stanowi granicznemu; na powierzchni tej znajdują się, podobnie jak na powierzchni wewnętrznej, dwie krzywe graniczne III wg rys. 6.8a oraz krzywa III z wykresu na rys. 6.8b.

Rysunek 6.14 przedstawia 1/8 część całkowitych powierzchni granicznych I i III nośności rozważanego połączenia 5-sworzniowego.



Rys. 6.14. Powierzchnie graniczne nośności obliczeniowej I i nośności niszczącej III połączenia 5-sworzniowego [121]

Fig. 6.14. Boundary surfaces of the calculated load-carrying capacity I and of the destructive loadcarrying capacity III of five-blind-bolt joint [121]

# 6.5. Podsumowanie

Opracowany w rozdziale 3 układ równań może być wykorzystany do sporządzania nomogramów sił  $S_i$  – działających na poszczególne łączniki "*i*" w połączeniu oraz przemieszczeń  $\delta_i$  – zachodzących między połączonymi ściankami, a ponadto także do opracowania krzywych granicznych oraz powierzchni granicznych nośności połączenia.

Z inżynierskiego punktu widzenia w projektowaniu połączeń (przykładowo na 2, 3 i 4 sworznie) przydatne będą przede wszystkim krzywe graniczne typu I, sporządzone np. dla kąta  $\alpha_W$  (por. rys. 6.1) zmieniającego się co 15°, [121], które pozwolą spraw-

dzać nośność danego połączenia bez konieczności wykonywania żmudnych obliczeń numerycznych.

Ważne także mogą się okazać nomogramy sił  $S_i$  opracowane dla poszczególnych łączników w danym połączeniu; korzystanie z takich wykresów uprości bowiem w sposób znaczący ich projektowanie.

# 7.1. Założenia ogólne

Dostępne programy komputerowe pozwalają obliczać ustroje prętowe z węzłami podatnymi, lecz – jak wykazano w [119] – nie uwzględniają związków interakcyjnych, zachodzących między trzema chwilowymi sztywnościami, równocześnie występującymi w danym połączeniu, tj.  $K_n^M$  – sztywnością przy zginaniu momentem M,  $K_n^H$  – sztywnością towarzyszącą sile podłużnej H oraz  $K_n^V$  – sztywnością przy przejmowaniu przez połączenie siły poprzecznej V (rys. 7.1).

**ROZDZIAŁ 7** 

SZTYWNOŚĆ PODATNYCH POŁĄCZEŃ SWORZNIOWYCH



Rys. 7.1. Zginane i ścinane połączenie z dowolnie rozmieszczonymi łącznikami na okręgu o promieniu r Fig. 7.1. Bent and sheared joint with arbitrarily distributed blind bolt on a circle with the radius r

Wartości trzech sztywności, zależne odpowiednio od kąta obrotu  $\phi$  i przemieszczeń *u* i *v*, mają wpływ na rozkład sił wewnętrznych w układzie prętowym. We wzorach na trzy sztywności zostaną wykorzystane związki konstytutywne, otrzymane na drodze badań doświadczalnych. Zostaną też wprowadzone trzy współczynniki redukcyjne  $v_M$ ,  $v_H$  i  $v_V$ , pozwalające ująć wpływ wzajemnego ilościowego oddziaływania na siebie trzech sztywności w połączeniu. Przykładowo, współczynnik  $v_M$  będzie uwzględniał redukcję sztywności połączenia przy zginaniu momentem *M*, którą będą powodować równocześnie działające w połączeniu pozostałe obciążenia *H* i *V*. We wzorach na

7.3. Współczynniki redukcyjne sztywności

## 7. Sztywność podatnych połączeń sworzniowych

sztywności będą ponadto występować trzy parametry degradacji  $\omega_M$ ,  $\omega_H$  i  $\omega_V$ , uwzględniające zmienność uszkodzenia plastycznego w połączeniu, zachodzącą pod działaniem obciążeń odpowiednio M, H i V.

Równania statyki sformułowane w rozdziale 3 będą wykorzystane do obliczania, na drodze numerycznej, współczynników redukcyjnych  $v_M$ ,  $v_H$  i  $v_V$ , a następnie do sporządzenia planów warstwicowych, na wykresach w układach bezwymiarowych współrzędnych  $M/M_{gr}$ ,  $W/W_{gr}$ . Wielkości  $M_{gr}$  i  $W_{gr}$  są wartościami granicznymi przyjętego połączenia, ustalonymi wg jednego z trzech rozważanych w rozdziale 6 stanów granicznych: I, II, III.

Należy się spodziewać, że decydujące znaczenie w zachowaniu się każdego połączenia będzie miała sztywność przy zginaniu  $K_n^M$ , zmieniająca się nieliniowo wraz ze wzrostem obciążenia momentem M. Stąd w niniejszym rozdziale podjęto próbę uogólnienia wpływu dowolnie skierowanej siły ścinającej W na sztywność przy zginaniu połączenia jak na rys. 7.1. W tym celu porównano wartość zredukowanej, na skutek siły W, sztywności przy zginaniu  $K^{M+W}$  z wartością sztywności  $K^M$  połączenia obciążonego wyłącznie momentem zginającym M [116]. (W ogólnym przypadku siła W może zmieniać kierunek nachylenia do osi y układu współrzędnych, w przedziale  $0^\circ \le \alpha_W \le 2\pi$ ). Można przypuszczać, że mniejszy udział w zachowaniu się połączenia będą miały redukowane w podobny sposób sztywności chwilowe  $K_n^H$  oraz  $K_n^V$ , towarzyszące odpowiednio obciążeniom H i V.

# 7.2. Sztywność połączenia w złożonym stanie obciążenia

Na podstawie SRS, opisanej wzorem (4.8) w rozdziale 4 niniejszej pracy, sztywność chwilową przypadającą na pojedynczy sworzeń jednocięty wyraża się (przy pominięciu indeksu w oznaczeniu przemieszczenia  $\delta_{L+E}$ ) wzorem:

$$K_{n}^{S} = \frac{dS_{1}}{d\delta} = a_{S} \cdot b_{S} \cdot e^{-b_{S} \cdot \delta}.$$
(7.1)

Sztywności chwilowe połączenia, jak na rys. 7.1 o *m* liczbie łączników, można więc obliczać na podstawie następujących zależności, oddzielnie w trzech przypadkach, tj. gdy będą w połączeniu występować:

• obciążenie tylko siłą H:

$$K_n^H = m \cdot K_n^S = m \cdot a_S \cdot b_S \cdot e^{-b_S \cdot \delta_H}, \qquad (7.2)$$

gdzie  $\delta_H$  należy obliczać na podstawie funkcji (4.8), przy  $S_1 = H / m$ ,

• obciążenie tylko siłą V:

$$K_{\pi}^{V} = m \cdot K_{\pi}^{S} = m \cdot a_{S} \cdot b_{S} \cdot e^{-b_{S} \cdot \delta_{V}}, \qquad (7.3)$$

gdzie  $\delta_V$  należy obliczać na podstawie funkcji (4.8), przy  $S_1 = V / m$ ,

• obciążenie tylko momentem zginającym M:

$$K_n^M = m \cdot r^2 \cdot K_n^S = m \cdot r^2 \cdot a_S \cdot b_S \cdot e^{-b_S \cdot \delta_M} , \qquad (7.4)$$

gdzie  $\delta_M$  należy obliczać na podstawie funkcji (4.8), przy  $S_1 = M / (m \cdot r)$ .

W przypadku gdy w połączeniu wystąpią równocześnie trzy obciążenia, wówczas wszystkie trzy towarzyszące im sztywności będą na siebie oddziaływać, ulegając, odpowiednio, wzajemnej redukcji.

# 7.3. Współczynniki redukcyjne sztywności

W celu możliwości dokonania ilościowej oceny wpływu siły ścinającej W =  $\sqrt{H^2 + V^2}$ na wartość sztywności połączenia  $K_n^M$  przy zginaniu wprowadzono redukujący tę wartość współczynnik  $v_M$ , który należy obliczać z następującego wzoru:

$$\upsilon_M = \frac{\phi_M}{\phi_{M+W}} = \frac{\phi_M}{\phi_{M+H+V}},\tag{7.5}$$

w którym:  $\phi_M$  - kąt obrotu w połączeniu między łączonymi ściankami, spowodowany wyłącznie przez moment zginający M,

 $\phi_{M+W}$  - kąt obrotu między łączonymi ściankami w połączeniu spowodowany przez trzy siły wewnętrzne: *M*, *H*, *V*.

W każdym jednak dowolnym połączeniu zginanym, obciążonym również siłami ścinającymi H i V, istnieje także podobna redukcja sztywności  $K_n^H$  wg (7.2) i  $K_n^V$ wg (7.3), na kierunkach odpowiednio x i y tych sił, spowodowana pozostałymi obciążeniami. Wprowadzono więc współczynniki redukcyjne:  $v_H$  – zmniejszający sztywność połączenia na kierunku x, tj. kierunku działania obciążenia H pod wpływem pozostałych obciążeń M i V,  $v_V$  – zmniejszający sztywność połączenia na kierunku y, a więc kierunku obciążenia V pod wpływem obciążeń M i H. Przy takim założeniu można więc do każdego połączenia sformułować następujące zależności:

$$v_H = \frac{u_H}{u_{M+W}} = \frac{u_H}{u_{M+H+V}},$$
(7.6)

7.4. Parametry degradacji sztywności

$$v_{V} = \frac{v_{V}}{v_{M+W}} = \frac{v_{V}}{v_{M+H+V}},$$
(7.7)

- gdzie:  $u_H$  przemieszczenie w połączeniu między łączonymi ściankami, spowodowane wyłącznie przez siłę ścinającą H,
  - $u_{M+H+V}$  przemieszczenie na kierunku siły *H*, zachodzące w połączeniu między łączonymi ściankami, spowodowane przez siły *M*, *H* i *V*,
    - przemieszczenie w połączeniu między łączonymi ściankami, spowodowane wyłącznie przez siłę ścinającą V,
  - $v_{M+H+V}$  przemieszczenie na kierunku siły V, zachodzące w połączeniu między łączonymi ściankami, spowodowane przez siły M, H i V.

Między trzema współczynnikami redukcyjnymi  $v_M$ ,  $v_H$  i  $v_V$  zachodzą określone związki interakcyjne, które można ustalić na podstawie przedstawionego w rozdziale 3 układu równań.

# 7.4. Parametry degradacji sztywności

Na wykresie  $M-\phi$  (rys. 7.2) porównano przykładowo sztywności rozciąganego mimośrodowo 5-sworzniowego połączenia typu "V" (krzywa 4) ze sztywnością połączenia obciążonego jedynie momentem M (krzywa 3). W przypadku krzywej 3, podobnie zresztą jak w każdym dowolnym połączeniu zginanym, można zapisać następującą zależność między sztywnością początkową  $K_{ri}^{M}$  i sztywnością chwilową  $K_{ri}^{M}$ :

$$K_m^M = K_m^M \left( 1 - \omega_M \right), \tag{7.8}$$

gdzie  $\omega_M$  oznacza, wg [79], parametr degradacji sztywności w połączeniu obciążonym jedynie momentem *M*. Sztywność chwilową można wyrazić jako pochodną momentu, obliczoną względem kąta obrotu. Moment zginający, który może przenieść połączenie jak na rys. 7.1, wyraża zależność:

$$M = m \cdot r \cdot S_1 = m \cdot r \cdot a_S \left( 1 - e^{-b_S \cdot \delta} \right) = a_M \left( 1 - e^{-b_M \cdot \phi} \right), \tag{7.9}$$

w której wprowadzono następujące oznaczenia:  $a_M = m \cdot r \cdot a_S$  oraz  $b_M = b_S \cdot r$ , jeśli  $\delta / r = \phi$ ; wówczas pochodna momentu, obliczona względem kąta obrotu, przyjmuje postać:

$$K_{rr}^{M} = \frac{dM}{d\phi_{M}} = a_{M} \cdot b_{M} \cdot e^{-b_{M} \cdot \phi_{M}}, \qquad (7.10)$$

którą można sprowadzić do bardziej praktycznej postaci (7.4).





Fig. 7.2. Initial and instantaneous rigidities of a five-blind-bolt joint: a) loaded with the moment M (curve 3), b) with the moment M and force W when  $\alpha_W = 0$  (curve 4) [116]

Przykładowo, sztywność początkowa, odpowiadająca kątowi  $\phi_M = 0$ , wynosi wg (7.10):  $K_{ri}^M = M_{gr}^{III} \cdot b_M = a_M \cdot b_M = 18,23.65,77 = 1199,3$  kNm/rad (por. wartości  $M_{gr}^{III}$  i  $b_M$  obliczone w p. 5.2.1.2), a parametr degradacji sztywności można obliczyć ze wzoru:

$$\omega_M = 1 - e^{-b_M \cdot \phi_M} \,. \tag{7.11}$$

Wychodząc ze wzoru (7.5), można zależność między sztywnościami chwilowymi, odpowiadającymi krzywym 3 i 4 na rys. 7.2, zapisać za pomocą współczynnika redukcji  $v_M$ :

$$\frac{K_{rr}^{M}}{K_{rr}^{M,(H+V)}} = \frac{1}{v_{M}},$$
(7.12)

natomiast sztywność chwilową dla krzywej 4, a także podobnie dla połączenia jak na rys. 7.1 wyrazić ostatecznie, wykorzystując zależność (7.8), w sposób następujący:

$$K_{ri}^{M.(H+V)} = K_{ri}^{M} \cdot \upsilon_{M} = K_{ri}^{M} \left(1 - \omega_{M}\right) \cdot \upsilon_{M}.$$

$$(7.13)$$

Z ostatniej zależności wynika zatem, że sztywność przy zginaniu, występująca w połączeniu obciążonym (poza momentem zginającym M) również siłami ścinającymi H i V, ulega redukcji na skutek działania tych sił, a równocześnie także degradacji wywołanej uszkodzeniami plastycznymi na styku sworzni ze ściankami w otworach, spowodowanymi momentem M.

 $V_V$ 

# 7. Sztywność podatnych połączeń sworzniowych

Postępując podobnie, można otrzymać wzory interakcyjne na sztywności chwilowe dowolnego połączenia na kierunkach działania obciążeń *H* i *V*:

$$K_{n}^{H(M+V)} = K_{n}^{H} (1 - \omega_{H}) \cdot v_{H}, \qquad (7.14)$$

gdzie  $K_n^H$  należy obliczyć wg (7.2) przy  $\delta_H = 0$ , oraz:

 $K_{ri}^{V,(M+H)} = K_{ri}^{V} (1 - \omega_V) \cdot \upsilon_V, \qquad (7.15)$ 

gdzie  $K_{ri}^{V}$  należy obliczyć wg (7.2) przy  $\delta_{V} = 0$ .

Występujące we wzorach (7.14) i (7.15) parametry degradacji  $\omega_H$  i  $\omega_V$  należy obliczyć wg następujących zależności:

$$\omega_H = 1 - e^{-b_S \cdot \delta_H} \tag{7.16}$$

oraz

$$\omega_V = 1 - e^{-b_S \cdot \delta_V} , \qquad (7.17)$$

w których wartości przemieszczeń  $\delta_H$  i  $\delta_V$  należy obliczać ze wzoru (4.8), odpowiednio, gdy  $S_1 = H / m$  i  $S_1 = V / m$ , natomiast  $a_S$  i  $b_S$  przyjmować zależnie od grubości łączonych ścianek, odpowiednio wg wartości podanych na rys. 4.18 (w przypadku łączenia ścianek o grubościach 4,0 mm) oraz wg rys. 4.37 (przy grubościach 5,0 mm).

# 7.5. Współczynniki redukcyjne sztywności połączenia 5-sworzniowego

# 7.5.1. Współczynnik redukcyjny $v_M$

W przypadku symetrycznego połączenia 5-sworzniowego (por. rys. 5.1a) redukcja wartości sztywności przy zginaniu  $K_n^M$  będzie spowodowana siłami ścinającymi Hi V, a więc ich wypadkową W. Wielkość tej redukcji będzie zależała od zmiennej wartości współczynnika redukcyjnego  $v_M$ . Sztywność chwilową wyraża wtedy – po wprowadzeniu do zależności (7.13) wzorów (7.1) i (7.4), gdy  $\delta = 0$  – zależność

$$K_{ri}^{M,(H+V)} = (m-1) \cdot r^2 \cdot K_{ri}^S \cdot (1-\omega_M) \cdot v_M, \qquad (7.18)$$

w której: m = 5, r – odległość sworzni nr 1, 2, 3 i 4 od środka ciężkości połączenia na rys. 5.1a,  $\omega_M$  wg (7.11); niewiadomą jest tu współczynnik redukcyjny sztywności  $\upsilon_M$ .

Układ równań (3.13) ÷ (3.16) wykorzystano do próby uogólnienia wpływu dowolnie skierowanej siły ścinającej W na sztywność przy zginaniu 5-sworzniowego połączenia jak na rys. 6.1. Przekonano się, że aby uwzględnić wszystkie możliwe kierunki działania siły *W*, nachylonej pod kątem  $\alpha_W$  do osi *y* układu współrzędnych, w przedziale  $0^\circ \leq \alpha_W \leq 2\pi$ , wystarczy ocenić jej wpływ w przedziale zmienności  $0^\circ \leq \alpha_W \leq \pi/4$ . Gdy siła *W* będzie zmieniała kierunek w tym przedziale, wtedy zawsze najbardziej wytężony będzie sworzeń nr 4 (por. rys. 6.7) i jako pierwszy będzie osiągał kolejno wartości  $P_d$ ,  $P_{m,śr}$  i zbliżał się do  $P_{niszcz}$ , podczas narastających proporcjonalnie obciążeń *W* i *M*. Wartość współczynnika redukcji sztywności należy wówczas obliczać wg (7.5). Można zilustrować wpływ siły ścinającej *W* na sztywność przy zginaniu za pomocą planu warstwicowego zmieniających się wartości  $v_M -$  w układzie bezwymiarowych współrzędnych  $M / M_{gr}$ ,  $W / W_{gr}$ . Przykładowo, w celu wyznaczenia warstwic współczynników  $v_M$ , odpowiadających sile *W*, nachylonej pod kątem  $\alpha_W$  do osi *y*, rozwiązano układ 8 równań (5.1) ÷ (5.8). Do równań wprowadzono zależności (6.5) ÷ (6.7), oraz zastąpiono wyrażenia  $r_i \cdot \phi / \sqrt{2}$  – przy wykorzystaniu wzorów (7.5) i (5.9) – następującą zależnością:

$$\frac{r_i \cdot \phi_{M+W}}{\sqrt{2}} = \frac{r_i \cdot \phi_M}{\sqrt{2} \cdot \upsilon_M} = \frac{\delta_i}{\sqrt{2} \cdot \upsilon_M} = \frac{f(S_i)}{\sqrt{2} \cdot \upsilon_M} = \frac{f\left(S_{gr} \cdot \frac{M}{M_{gr}}\right)}{\sqrt{2} \cdot \upsilon_M} = \frac{f\left(S_{gr} \cdot x\right)}{\sqrt{2} \cdot \upsilon_M}.$$
 (7.19)

Zmodyfikowany w ten sposób układ 8 równań, przy zmieniających się bezwymiarowych wartościach  $x = M / M_{gr}$  i  $y = W / W_{gr}$  oraz przemieszczeniach  $u = u_{M+V+H}$ i  $v = v_{M+V+H}$ , ma postać:

$$\begin{split} & \left(5S_{gr} \cdot \sin\alpha_{w}\right) \cdot y - u \left(\frac{S_{1}}{\delta_{1}} + \frac{S_{2}}{\delta_{2}} + \frac{S_{3}}{\delta_{3}} + \frac{S_{4}}{\delta_{4}} + \frac{S_{5}}{\delta_{5}}\right) + \\ & \quad + \frac{f\left(S_{gr} \cdot x\right)}{\sqrt{2} \cdot \upsilon_{M}} \left(\frac{S_{1}}{\delta_{1}} + \frac{S_{2}}{\delta_{2}} - \frac{S_{3}}{\delta_{3}} - \frac{S_{4}}{\delta_{4}}\right) = 0, \end{split}$$

$$(5S_{gr} \cdot \cos\alpha_{w}) \cdot y - v \left(\frac{S_{1}}{\delta_{1}} + \frac{S_{2}}{\delta_{2}} + \frac{S_{3}}{\delta_{3}} + \frac{S_{4}}{\delta_{4}} + \frac{S_{5}}{\delta_{5}}\right) - \\ & \quad - \frac{f\left(S_{gr} \cdot x\right)}{\sqrt{2} \cdot \upsilon_{M}} \left(\frac{S_{1}}{\delta_{1}} - \frac{S_{2}}{\delta_{2}} - \frac{S_{3}}{\delta_{3}} + \frac{S_{4}}{\delta_{4}}\right) = 0, \end{split}$$

$$(4\sqrt{2}S_{gr}) \cdot x + u \left(\frac{S_{1}}{\delta_{1}} + \frac{S_{2}}{\delta_{2}} - \frac{S_{3}}{\delta_{3}} - \frac{S_{4}}{\delta_{4}}\right) + v \left(\frac{S_{1}}{\delta_{1}} - \frac{S_{2}}{\delta_{2}} - \frac{S_{3}}{\delta_{3}} + \frac{S_{4}}{\delta_{4}}\right) = 0, \end{cases}$$

$$(7.21)$$

$$(4\sqrt{2}S_{gr}) \cdot x + u \left(\frac{S_{1}}{\delta_{1}} + \frac{S_{2}}{\delta_{2}} - \frac{S_{3}}{\delta_{3}} - \frac{S_{4}}{\delta_{4}}\right) + v \left(\frac{S_{1}}{\delta_{1}} - \frac{S_{2}}{\delta_{2}} - \frac{S_{3}}{\delta_{3}} + \frac{S_{4}}{\delta_{4}}\right) - \\ & \quad - \frac{\sqrt{2} \cdot f\left(S_{gr} \cdot x\right)}{\upsilon_{M}} \left(\frac{S_{1}}{\delta_{1}} + \frac{S_{2}}{\delta_{2}} + \frac{S_{3}}{\delta_{3}} + \frac{S_{4}}{\delta_{4}}\right) = 0, \end{cases}$$

$$(7.22)$$

211

7. Sztywność podatnych połączeń sworzniowych

$$\delta_{1} - \sqrt{\left[u - \frac{f\left(S_{gr} \cdot x\right)}{\sqrt{2} \cdot \upsilon_{M}}\right]^{2}} + \left[v + \frac{f\left(S_{gr} \cdot x\right)}{\sqrt{2} \cdot \upsilon_{M}}\right]^{2}} = 0, \qquad (7.23)$$

$$S_{2} - \sqrt{\left[u - \frac{f(S_{gr} \cdot x)}{\sqrt{2} \cdot v_{M}}\right]^{2} + \left[v - \frac{f(S_{gr} \cdot x)}{\sqrt{2} \cdot v_{M}}\right]^{2}} = 0, \qquad (7.24)$$

$$S_{3} - \sqrt{\left[u + \frac{f(S_{gr} \cdot x)}{\sqrt{2} \cdot v_{M}}\right]^{2} + \left[v - \frac{f(S_{gr} \cdot x)}{\sqrt{2} \cdot v_{M}}\right]^{2}} = 0, \qquad (7.25)$$

$$S_4 - \sqrt{\left[u + \frac{f(S_{gr} \cdot x)}{\sqrt{2} \cdot v_M}\right]^2 + \left[v + \frac{f(S_{gr} \cdot x)}{\sqrt{2} \cdot v_M}\right]^2} = 0, \qquad (7.26)$$

 $\delta_5 - \sqrt{u^2 + v^2} = 0. \tag{7.27}$ 

Układ równań (7.20) ÷ (7.27) pozwala – w przypadku dowolnych wartości  $y = W / W_{gr}$ wprowadzonych do równań (7.20) i (7.21) – wyznaczać na drodze obliczeń numerycznych niewiadome, tj. wartości sił  $S_1 \div S_5$  oraz wartości przemieszczeń u oraz v. Do obliczeń należy wprowadzić wartość graniczną  $S_{gr}$  wg (6.8), stosownie do rozważanego stanu granicznego.



Rys. 7.3. Warstwice współczynników redukcyjnych  $v_M^{\dagger}$ , krzywa graniczna I oraz ścieżka D obciążenia realizowanego w elemencie próbnym "V" [116]

Fig. 7.3. Contours of coefficients of reduction  $v_M^I$ , boundary curve I and the path D of the load realized in the experimental element "V" [116]

#### 7.5. Współczynniki redukcyjne sztywności połączenia 5-sworzniowego

Wielkościami znanymi w równaniach są wówczas: współczynnik redukcji sztywności  $v_M$ , który może przyjmować dowolne wartości, zmieniające się np. co 0,1 w przedziale  $0 \le v_M \le 1,0$ , oraz wartość bezwymiarowa  $x = M / M_{gr}$ , która przy danej stałej wartości współczynnika  $v_M$  powinna również zmieniać się, np. co 0,1 w przedziale  $0 \le M / M_{gr} \le 1,0$ . W przypadku siły ścinającej W, nachylonej pod kątem  $\alpha_W = 0$  lub  $\alpha_W = \pi/2$ , sporządzono przykładowy wykres zależności zachodzących między wielkościami bezwymiarowymi  $x = M / M_{er}^1$  i  $y = W / W_{er}^1$ , w I stanie granicznym, przy zmieniającym się co 0,1 współczynniku redukcji  $v_M^1$  (rys. 7.3). Ilustruje on wpływ siły ścinającej W na sztywność przy zginaniu 5-sworzniowego połączenia. Plan warstwicowy wydaje się – z uwagi na jednostopniową interpolację – przydatny i wygodny w dokonaniu szybkiego odczytu wartości współczynnika  $v_M^1$ .

#### 7.5.2. Współczynnik redukcyjny $v_V$

W przypadku symetrycznego połączenia 5-sworzniowego jak na rys. 6.1 (por. rys. 5.1a) redukcja wartości sztywności  $K_{rr}^{V}$  przy obciążeniu siłą V będzie spowodowana siłą ścinającą H i momentem zginającym M. Wielkość tej redukcji będzie zależała od współczynnika redukcyjnego sztywności  $v_{V}$ . Sztywność chwilową wyraża wtedy, po wprowadzeniu wzorów (7.1) i (7.3) dla  $\delta = 0$ , zależność

$$K_n^{V,(M+H)} = m \cdot K_n^S \cdot (1 - \omega_V) \cdot \upsilon_V, \qquad (7.28)$$

gdzie: m = 5,  $\omega_V$  wg (7.17); niewiadomą jest tu współczynnik redukcyjny sztywności  $v_V$ .

Postępując analogicznie jak w punkcie 7.5.1, można, także w tym przypadku, sporządzić plan warstwicowy współczynników redukcyjnych  $v_V$  w układzie bezwymiarowych współrzędnych  $x = M / M_{gr}$ ,  $y = W / W_{gr}$ . W równaniach (5.1) ÷ (5.8) należy wyrazić przemieszczenia v – odpowiadające tu przemieszczeniom całkowitym, tj.  $v = v_{M+H+V}$  – za pomocą współczynnika redukcyjnego  $v_V$ , wyznaczonego z zależności (7.7), przy uwzględnieniu równocześnie wzoru (6.6), zapisując w kolejności:

$$v = f(S_i) = f\left(\frac{V}{5}\right) = f\left(S_{gr} \cdot \cos\alpha_w \cdot y\right), \tag{7.29}$$

a następnie

$$v = v_{M+H+V} = \frac{f(S_{gr} \cdot \cos\alpha_w \cdot y)}{v_V}.$$
(7.30)
Rozważany układ równań po zmodyfikowaniu przyjmuje postać następującą:

$$\begin{split} & \left(5S_{gr} \cdot \sin\alpha_{w}\right) \cdot y - u \left(\frac{S_{1}}{\delta_{1}} + \frac{S_{2}}{\delta_{2}} + \frac{S_{3}}{\delta_{3}} + \frac{S_{4}}{\delta_{4}} + \frac{S_{5}}{\delta_{5}}\right) + \\ & + \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}} \left(\frac{S_{1}}{\delta_{1}} + \frac{S_{2}}{\delta_{2}} - \frac{S_{3}}{\delta_{3}} - \frac{S_{4}}{\delta_{4}}\right) = 0, \end{split} \right. \tag{7.31} \\ & \left(5S_{gr} \cdot \cos\alpha_{w}\right) \cdot y - \frac{f \left(S_{gr} \cdot \cos\alpha_{w} \cdot y\right)}{v_{V}} \left(\frac{S_{1}}{\delta_{1}} + \frac{S_{2}}{\delta_{2}} + \frac{S_{3}}{\delta_{3}} + \frac{S_{4}}{\delta_{4}} + \frac{S_{5}}{\delta_{5}}\right) - \\ & - \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}} \left(\frac{S_{1}}{\delta_{1}} - \frac{S_{2}}{\delta_{2}} - \frac{S_{3}}{\delta_{3}} + \frac{S_{4}}{\delta_{4}}\right) = 0, \end{aligned} \\ & \left(4\sqrt{2}S_{gr} \cdot x + u \left(\frac{S_{1}}{\delta_{1}} + \frac{S_{2}}{\delta_{2}} - \frac{S_{3}}{\delta_{3}} - \frac{S_{4}}{\delta_{4}}\right) - \frac{f \left(S_{gr} \cdot \cos\alpha_{w} \cdot y\right)}{v_{V}} \left(\frac{S_{1}}{\delta_{1}} - \frac{S_{2}}{\delta_{2}} - \frac{S_{3}}{\delta_{3}} + \frac{S_{4}}{\delta_{4}}\right) - \\ & - \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}} \left(\frac{S_{1}}{\delta_{1}} + \frac{S_{2}}{\delta_{2}} + \frac{S_{3}}{\delta_{3}} + \frac{S_{4}}{\delta_{4}}\right) = 0, \end{aligned} \\ & \left(\delta_{1} - \sqrt{\left[u - \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^{2}} + \left[\frac{f \left(S_{gr} \cdot \cos\alpha_{w} \cdot y\right)}{v_{V}} + \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^{2}} = 0, \end{aligned} \\ & \left(\delta_{1} - \sqrt{\left[u - \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^{2}} + \left[\frac{f \left(S_{gr} \cdot \cos\alpha_{w} \cdot y\right)}{v_{V}} - \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^{2}} = 0, \end{aligned} \\ & \left(\delta_{2} - \sqrt{\left[u - \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^{2}} + \left[\frac{f \left(S_{gr} \cdot \cos\alpha_{w} \cdot y\right)}{v_{V}} - \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^{2}} = 0, \end{aligned} \\ & \left(\delta_{3} - \sqrt{\left[u + \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^{2}} + \left[\frac{f \left(S_{gr} \cdot \cos\alpha_{w} \cdot y\right)}{v_{V}} - \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^{2}} = 0, \end{aligned} \\ & \left(\delta_{3} - \sqrt{\left[u + \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^{2}} + \left[\frac{f \left(S_{gr} \cdot \cos\alpha_{w} \cdot y\right)}{v_{V}} - \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^{2}} = 0, \end{aligned} \\ & \left(\delta_{4} - \sqrt{\left[u + \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^{2}} + \left[\frac{f \left(S_{gr} \cdot \cos\alpha_{w} \cdot y\right)}{v_{V}} - \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^{2}} = 0, \end{aligned} \\ & \left(\delta_{4} - \sqrt{\left[u + \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^{2}} + \left[\frac{f \left(S_{gr} \cdot \cos\alpha_{w} \cdot y\right)}{v_{V}} - \frac{r \cdot \phi}{\sqrt{2}}\right]^{2}} = 0, \end{aligned} \\ & \left(\delta_{5} - \sqrt{u^{2}} + \left[\frac{f \left(S_{gr} \cdot \cos\alpha_{w} \cdot y\right)}{v_{V}}\right]^{2}} = 0. \end{aligned} \\ & \left(\delta_{5} - \sqrt{u^{2}} + \left[\frac{f \left(S_{gr} \cdot \cos\alpha_{w} \cdot y\right)}{v_{V}}\right]^{2}} = 0. \end{aligned}$$

Niewiadomymi w równaniach (7.31) ÷ (7.38) są wartości pięciu sił  $S_1 \div S_5$  obciążających 5 sworzni w badanym połączeniu, ponadto całkowite przemieszczenia *u* i  $\phi$ , tj.  $u = u_{M+H+V}$  i  $\phi = \phi_{M+H+V}$ , oraz bezwymiarowe współrzędne  $x = M / M_{gr}$ . Wielkościami natomiast, które wprowadza się do równań jako znane, są: współczynnik redukcyjny  $v_V$  przyjmujący kolejno wartości, np. co 0,1 (lub co 0,05) w przedziale  $0 \le v_V \le 1,0$  oraz

### 7.5. Współczynniki redukcyjne sztywności połączenia 5-sworzniowego

wartość bezwymiarowej współrzędnej  $y = W/W_{gr}$ , która przy stałej wartości współczynnika  $v_V$  może zmieniać się np. co 0,1 w przedziałe  $0 \le W/W_{gr} \le 1,0$ . W przypadku siły ścinającej W, której kierunek pokrywa się z osią y, tj. dla kąta  $\alpha_W = 0$  (por. rys. 6.1), można przykładowo sporządzić wykres zależności zachodzących między wielkościami bezwymiarowymi  $x = M/M_{gr}^{III}$  i  $y = W/W_{gr}^{III}$ , dla III stanu granicznego, przy zmieniającym się co 0,1 współczynniku redukcji sztywności, który można wówczas oznaczyć  $v_W^{III}$ , jako równy  $v_V^{III}$ . W takim przypadku, kiedy wg (6.6)  $V = W = 5 \cdot S_{gr}^{III} \cdot W/W_{gr}^{III}$ , sporządzono plan warstwicowy współczynników redukcyjnych  $v_V^{III}$ , w układzie współrzędnych prostokątnych  $x = M/M_{gr}^{III}$  i  $y = W/W_{gr}^{III}$  (rys. 7.4).



Rys. 7.4. Warstwice współczynników redukcyjnych  $v_{W}^{III}$ , gdy  $\alpha_{W} = 0 \text{ lub } \pi/2 \text{ [121]}$ Fig. 7.4. Contours of coefficients of reduction  $v_{W}^{III}$ , when  $\alpha_{W} = 0$  or  $\pi/2 \text{ [121]}$ 

Na rys. 7.5. naniesiono dwa plany warstwicowe w układzie współrzędnych bezwymiarowych; jeden z nich dotyczy współczynników redukcyjnych  $v_M^{II}$  przedstawionych na rys. 7.3, drugi – współczynników redukcyjnych  $v_V^{II}$ , zilustrowanych na rys. 7.4.

W przypadku danego obciążenia V = W i M oraz odpowiadających mu wartości  $W/W_{gr}^{III} = 0,275$  i  $M/M_{gr}^{III} = 0,325$  można wówczas na jednym wykresie odczytać dwa współczynniki redukcyjne, tj.  $v_M^{III} = 0,89$  i  $v_V^{III} = 0,81$ , a następnie wg wzorów (7.5) i (7.7) obliczyć wartości całkowitych przemieszczeń odpowiednio  $\phi_{M+V}$  oraz  $v_{M+V}$ . Ponieważ H = 0, znane są zatem wcześniej wyznaczone doświadczalnie wartości przemieszczeń  $\phi_M$  oraz  $v_V$ , odpowiadające 5-sworzniowemu połączeniu, na które działa odpowiednio tylko moment zginający M bądź tylko siła ścinająca V. Współczynniki

redukcyjne  $v_M^{III}$  i  $v_V^{III}$  pozwalają z kolei obliczyć sztywności połączenia przy zginaniu momentem *M* wg (7.18) i ścinaniu siłą *V* wg (7.28).



Rys. 7.5. Warstwice współczynników redukcyjnych  $v_M^{III}$  oraz  $v_V^{III}$ , gdy  $\alpha_W = 0$ Fig. 7.5. Contours of coefficients of reduction  $v_M^{III}$  and  $v_V^{III}$  when  $\alpha_W = 0$ 

W [121] przedstawiono plany warstwicowe współczynników redukcyjnych sztywności  $v_M^{III}$  i  $v_V^{III}$ , jednociętego połączenia 5-sworzniowego, w przypadku obciążeń Mi W, gdy obciążenie W jest nachylone do osi y kolejno pod kątem równym  $\alpha_W = 15^\circ$ ,  $30^\circ$  i  $45^\circ$ . Z praktyki wiadomo, że w konstrukcji prętowej z węzłami podatnymi często może siła W być nachylona pod kątem zbliżonym do  $\alpha_W \cong 45^\circ$ ; w takim przypadku warstwice współczynników  $v_V^{III}$  i  $v_H^{III} - z$  uwagi na symetrię połączenia – będą się pokrywać.

## 7.5.3. Współczynnik redukcyjny $v_H$

W przypadku symetrycznego połączenia 5-sworzniowego jak na rys. 6.1 (por. także rys. 5.1a) redukcja wartości sztywności  $K_n^H$  przy obciążeniu siłą H będzie spowodowana siłą ścinającą V i momentem zginającym M. Wielkość tej redukcji będzie zależała od współczynnika redukcyjnego  $v_H$ . Sztywność chwilową wyraża wówczas zależność

$$K_n^{H.(M+V)} = m \cdot K_n^S \cdot (1 - \omega_H) \cdot \upsilon_H, \qquad (7.39)$$

gdzie: m = 5,  $\omega_H$  wg (7.16); niewiadomą jest tu współczynnik redukcyjny  $\upsilon_H$ .

Postępując podobnie jak w punkcie 7.5.1. i 7.5.2, można również w tym przypadku sporządzić plany warstwicowe współczynnika  $v_H$ , występującego we wzorze (7.6),

w różnych przypadkach nachylenia wypadkowej siły ścinającej W do osi y, tj. przy zmieniających się jej składowych H i V. Warstwice współczynnika  $v_H^{III}$  w przypadku obciążeń M i W oraz  $\alpha_W = 45^\circ$  ilustruje wykres na rys. 7.6.



Rys. 7.6. Warstwice współczynnika redukcyjnego  $v_{W}^{III}$  gdy  $\alpha_{W} = 45^{\circ}$  [121] Fig. 7.6. Contours of coefficient of reduction  $v_{W}^{III}$  when  $\alpha_{W} = 45^{\circ}$  [121]

## 7.6. Uwaga końcowa

Z punktu widzenia inżynierskiego wykresy planów warstwicowych współczynników redukcyjnych  $v_M$ ,  $v_V$  i  $v_H$  kilku typowych połączeń, o określonej liczbie łączników (np. na 2, 3 i 4 sworznie) i ustalonym rozmieszczeniu mogą okazać się przydatne w projektowaniu połączeń. Pozwalają one w szybki sposób – przy dowolnych obciążeniach *M*, *V* i *H* – odczytywać wartości współczynników redukcyjnych, a następnie obliczać wartości trzech sztywności chwilowych.

Mając ustalone wartości sztywności, można przystąpić do obliczeń statycznych dowolnego układu prętowego z węzłami podatnymi. Obliczenia można wówczas wykonywać za pomocą programu Robot Millennium, który ma opcję tzw. nieliniowych zwolnień prętów. (Program ten niestety nie uwzględnia związków interakcyjnych zachodzących między trzema sztywnościami chwilowymi, toteż obliczenia wymagają wykonania przynajmniej dwu do trzech kroków iteracyjnych, jak to czyniono w przytoczonych w rozdziale 8 przykładach obliczeniowych).

## 8.2. Rama kratowa

interakcyjnych po wprowadzeniu wartości współczynników redukcyjnych sztywności. Gdyby połączenia zaprojektować poprawnie, tj. na mniejszą liczbę łączników, wówczas należałoby spodziewać się większego wpływu tych współczynników na zmianę sił wewnętrznych w prętach i węzłach ramy.

W obu przykładach uzyskanie ostatecznych wyników obliczeń statycznych polegało na wykonaniu kilku kroków iteracyjnych.

## 8.2. Rama kratowa

Obliczenia statyczno-wytrzymałościowe ramy kratowej o rozpiętości w osiach podpór 20,0 m, ze wspornikami o wysięgach 2,5 m (rys. 8.1), sporządzono, wykonując aż 6 kroków iteracyjnych. Konieczność tylu kroków iteracyjnych wiązała się nie tylko ze zmianami sztywności połączeń, których wartości ustalano w odniesieniu do otrzymanych nowych (innych) wartości sił wewnętrznych w prętach, lecz także z modyfikacją zarysu geometrycznego kratownicy, spowodowaną zmianami konstrukcyjnymi, wynikającymi z innych przekrojów prętów oraz mimośrodów w węzłach. W połączeniach słupków i krzyżulców z pasami rygla wprowadzono ostatecznie mimośrody w węzłach wynoszące 0,25 m, natomiast u podstawy i w kalenicy zmniejszone odpowiednio do 0,180 m i 0,15 m (por. rys. 8.5 i 8.6).





W obliczeniach uwzględniono kombinacje obciążeń [119]:

 kombinacja 1 – obciążenia obliczeniowe: stałe ciężarem własnym konstrukcji, zmienne od instalacji, śniegiem wg II strefy, temperaturą;

# ROZDZIAŁ 8

# PRZYKŁADY OBLICZENIOWE KONSTRUKCJI Z JEDNOCIĘTYMI POŁĄCZENIAMI SWORZNIOWYMI

# 8.1. Założenia wstępne

Obliczenia statyczne dwu ram z kształtowników cienkościennych z węzłami podatnymi wykonano za pomocą programu Robot Millennium v.15, wykorzystując opcję nieliniowych zwolnień prętów. Sztywności zakładkowych połączeń jednociętych zastosowanych w węzłach ram na sworznie jednostronne typu BOM-R16-6 ( $\emptyset$ 13,6 mm) obliczono: w przypadku pierwszej ramy – na podstawie wyników badań doświadczalnych [119], a ramy drugiej – za pomocą podanych w rozdziale 7 wzorów, które wymagały uprzedniego rozwiązania układu równań, opisującego wytężenie połączenia wg sposobu przedstawionego w rozdziale 3 [120].

W przypadku pierwszej ramy kratowej, ze wspornikami w narożach, trzy nieliniowo zmieniające się sztywności w węzłach, odpowiadające w danym połączeniu siłom: podłużnej, poprzecznej i momentowi zginającemu, zastąpiono sztywnościami siecznymi oraz sztywnościami wzmocnienia. W obliczeniach pominięto wzajemne oddziaływania na siebie tych sztywności. Autor nie opracował dotychczas planów warstwicowych współczynników redukcyjnych sztywności, zastosowanych w ramie jednociętych połączeń na 2, 3 i 4 sworznie. Z tego powodu połączenia zaprojektowano z pominięciem chwilowego środka obrotu. Celem szacunkowych obliczeń statycznych było uzyskanie informacji o wpływie podatności węzłów na wytężenie w prętach, ugięcie poziome ramy oraz ugięcie pionowe rygla.

W przypadku obliczeń ramy drugiej z ryglem kratowym wykorzystano wartości trzech sztywności stycznych (chwilowych), uwzględniając związki interakcyjne zachodzące między nimi w poszczególnych połączeniach ramy. Posłużono się tutaj opracowanymi planami warstwicowymi współczynników redukcyjnych sztywności połączenia 5-sworzniowego, sporządzonymi na podstawie wyników analizy numerycznej [116], [121]. W związku z przyjęciem 5 sworzni w prawie wszystkich połączeniach niektóre z nich miały znacznie zawyżoną nośność w stosunku do występujących obciążeń. Dzięki temu było jednak możliwe uwzględnienie w obliczeniach związków

#### 8.2. Rama kratowa

## 8. Przykłady obliczeniowe konstrukcji ...

- kombinacja 2 obciążenia obliczeniowe: stałe, zmienne od wiatru wg II strefy;
- kombinacja 3 obciążenia obliczeniowe: stałe, zmienne instalacjami, śniegiem i wiatrem (wg II strefy), temperaturą,
- kombinacja 4 obciążenia charakterystyczne: stałe, zmienne śniegiem;
- kombinacja 5 obciążenia charakterystyczne: stałe, zmienne wiatrem.

Pręty ramy wstępnie zaprojektowano, wg [140], [143], dla sił wewnętrznych otrzymanych w 2 kroku iteracyjnym, tj. przy założeniu węzłów sztywnych. Przekroje pasów górnych oraz dolnych – łączących słup kratowy z węzłem kalenicowym, zaprojektowano jako dwugałęziowe z podwójnych ceowników, natomiast pasy dolne w części przęsłowej wraz ze słupkiem kalenicowym, a także krzyżulce i gałęzie słupów przyjęto z przekrojów zamkniętych, prostokątnych bądź kwadratowych (por. rys. 8.1).

Przykładowo, warunek nośności w pręcie 23 pasa dolnego spełniały wtedy 2L140×70×5 (rys. 8.2). Założone stężenia pionowe rygla ramy w osi kalenicy oraz stężenia ścienne w linii słupów pozwoliły przyjąć odpowiednie długości wyboczeniowe pasa dolnego [119]. Warunek nośności sprawdzono wg wzoru [140]:

$$\frac{N}{\varphi_{\min}N_{Rc}} + \frac{K_y M_y}{M_{Rcy}} \le 1.$$
(8.1)

Na wykresie momentów pręta 23, przedstawionym na rys. 8.2a, linia przerywana odpowiada wartościom uzyskanym w 6 kroku iteracyjnym obliczeń ramy z węzłami podatnymi.



Rys. 8.2. Pas dolny rygla ramy łączący pionową gałąź słupa z węzłem kalenicowym: a) schemat obciążenia pręta 23, b) przekrój pasa [119]

Fig. 8.2. Bottom spandrel flange of the frame connecting the vertical branch of the column with the roof ridge: a) load diagram of the rod 23, b) cross-section of the flange [119]

Postępując analogicznie, sprawdzono nośność w najbardziej wytężonym odcinku pionowej gałęzi słupa o przekroju RP200×100×5, tj. w pręcie 2, przy obciążeniu wg 3 kombinacji, dla ramy z węzłami sztywnymi i podatnymi (rys. 8.3). Na wykresie momentów zginających linia przerywana odnosi się do wartości otrzymanych w 6 kroku iteracyjnym ramy z węzłami podatnymi (por. rys. 8.3a).



- Rys. 8.3. Gałąź pionowa słupa kratowego: a) schemat obciążenia pręta 2 wg kombinacji 3, b) przekrój gałęzi [119]
- Fig. 8.3. Vertical branch of the latticed column: a) load diagram of the rod 2 according to the set of loads 3, b) cross-section of the branch [119]

W kolejnych krokach iteracyjnych obliczeń zmieniały się wartości sił wewnętrznych, a tym samym często liczba łączników w 20 różnych połączeniach. Wymagało to sprawdzania warunków nośności tych połączeń, a często ponownego obliczania wartości sztywności siecznych oraz sztywności wzmocnienia. Zmieniające się, w zależności od sił wewnętrznych, wartości sztywności poszczególnych połączeń ustalano wykorzystując linię łamaną 1, 2, 3, wpisaną w krzywą zależności  $S_1-\delta_{L+E}$ , aproksymującą 5 SRS (rys. 8.4); stanowią one obwiednie ścieżek równowagi uzyskane podczas badania 5 elementów próbnych "I" (por. rys. 4.37). Sztywności dla poszczególnych połączeń o m liczbie łączników, obciążonych siłami podłużnymi, poprzecznymi i momentami zginającymi, obliczono odpowiednio ze wzorów:

$$K_{S-\delta,x} = m \cdot K_{S-\delta}, \ K_{S-\delta,z} = m \cdot K_{S-\delta} \text{ oraz } K_{M-\phi,y} = m \cdot (r_i)^2 \cdot K_{S-\delta}, \quad (8.2)$$

8.2. Rama kratowa

## 8. Przykłady obliczeniowe konstrukcji ...

przyjmując  $K_{S-\delta} = K_{S-\delta,1}$ , jeśli  $S_1 \le 20,0$  kN,  $K_{S-\delta} = K_{S-\delta,2}$ , jeśli 20,0 kN  $< S_1 \le 37,5$  kN oraz  $K_{S-\delta} = K_{S-\delta,3}$ , jeśli 37,5 kN  $< S_1 \le 48,6$  kN, gdzie  $S_1$  – obciążenie pojedynczego sworznia,  $r_i$  – odległość osi sworznia "i" od środka ciężkości łączników w danym połączeniu. W każdym węźle występowały dwa połączenia jednocięte (rys. 8.5).





Fig. 8.4. Broken line (three sections) plotted in the curve of relation  $S_1 - \delta_{L+E}$  and envelope curves of the equilibrium path concerning five test elements "1", cf. Fig. 4.37

Uzyskane każdorazowo, w kolejnym kroku iteracyjnym, wyniki obliczeń stanowiły podstawę do ponownego sprawdzenia nośności prętów i połączeń.

W ostatecznym rozwiązaniu konstrukcyjnym słupek 8 połączono przegubowo z węzłami 18 i 19 (rys. 8.5a), co wiązało się z koniecznością wprowadzenia styków montażowych w osi ramy, a także pionowych stężeń rygla (rys. 8.5b). Pas górny o przekroju 2£140×70×5 połączono w wężle 21 przy użyciu 6 sworzni za pomocą kształtki wykonanej z połowy kształtownika rurowego ½RP 300×100×5. Najbardziej wytężony sworzeń jest w tym połączeniu obciążony siłą  $S_{wyp} = 43,2$  kN <  $P_d = 48,6$  kN, którą obliczono z pominięciem wpływu "wędrującego" środka obrotu (por. rys. 4.55 i rys. 4.60 w p. 4.6).

Na rys. 8.6 przedstawiono koncepcję konstrukcji podstawy słupa kratowego oraz połączenia z nią pręta stężenia ściennego typu "K".

Istotne okazały się zmiany wartości sił wewnętrznych w prętach ramy z węzłami podatnymi w odniesieniu do odpowiednich wartości sił w ramie z węzłami sztywnymi.



Rys. 8.5. Konstrukcja styków montażowych w osi symetrii ramy: a) połączenia w węzłach 10, 18, 19 oraz 21, 22 i 23, b) A-A – widok na stężenie pionowe rygla ramy [119]

Fig. 8.5. Construction of field joints in the axis of symmetry of the frame: a) connections in the nodes 10, 18, 19 and 21, 22 and 23, b) A-A – view of the vertical strutting of the frame spandrel [119]



- Rys. 8.6. Konstrukcja podstawy słupa: a) połączenia prętów 2 i 4 w węzłach 1 i 2, b) widok na stężenie ścienne słupów
- Fig. 8.6. Construction of the base of the column: a) connection of the rods 2 and 4 in the nodes 1 and 2, b) view of the wall strutting of the columns

#### 8.3. Rama z ryglem kratowym

## 8. Przykłady obliczeniowe konstrukcji ....

Tablica 8.1

Przykładowo, moment zginający w przęśle pionowej gałęzi słupa, tj. w pręcie 2, zwiększył się aż o 525% (rys. 8.7), przy zmniejszeniu towarzyszących mu: siły podłużnej tylko o 2% oraz siły poprzecznej o 3%. Są jednak pręty w ramie, w których siły podłużne uległy zwiększeniu; np. w pręcie 20 pasa górnego siły te – w przypadku obciążenia ramy wg kombinacji 1 – rosną o ponad 10%, przy równoczesnym spadku wartości momentu zginającego o 30%.



- Rys. 8.7. Wykresy momentów zginających w prętach ramy kratowej z węzłami sztywnymi i podatnymi dla 3 kombinacji obciążeń [119]
- Fig. 8.7. Diagrams of the bending moments in the rods of the latticed frame with rigid and flexible nodes concerning the set of loads 3 [119]

	Przemies	szczenia po	ziome i pior	owe wybra	nych węzłów	w ramy kratow	ej
Numer węzła wg rys. 8.1	Komb. obciąż.	Przemieszczenia [mm]				Dátrico [0/]	
		poziome		pionowe			
		węzły	węzły	węzły	węzły	[(4)/(3) - 1]	[(6)/(5) – 1]
		sztywne	podatne	sztywne	podatne	x 100 %	x 100 %
1	2	3	4	5	6	7	8
5	5	10,9	26,1	-	_	139,4	-
3	5	10,8	25,8	-	_	138,9	
17	4	-	-	28,9	53,1		83,7
21	4	_	-	28,0	51,7	_	84,6

Warunki nośności wybranych prętów ramy o numerach: 20 (pas górny), 23 (pas dolny), 2 (pionowa gałąź słupa), 5 (zastrzał zewnętrzny) oraz 10 i 11 (krzyżulce) zostały spełnione odpowiednio [119]: 0,747 < 1,0, 0,721 < 1,0, 0,744 < 1,0, 0,684 < 1,0 oraz 0.628 < 1,0 i 0.607 < 1,0.

Wychylenia słupów z pionu oraz ugięcia rygla ramy nie przekroczyły wartości ugięć granicznych (tabl. 8.2), określonych w [139] jako równych odpowiednio l/250 wysokości słupa i l/250 rozpiętości rygla, co odpowiada przemieszczeniom 8000/250 = 32,0 mm oraz 20000/250 = 80,0 mm.

# 8.3. Rama z ryglem kratowym

Na przykładzie konstrukcji ramy z ryglem kratowym (rys. 8.8) oceniono wpływ występujących w każdym połączeniu trzech sztywności chwilowych na wytężenie w prętach i węzłach. Wartości sztywności obliczono na podstawie wzorów (7.13) ÷ (7.15), uwzględniając tym samym – dzięki wprowadzeniu współczynników redukcyjnych sztywności  $v_H^{III}$ ,  $v_V^{III}$  i  $v_M^{III}$  – związki interakcyjne istniejące między trzema wartościami sztywności.



Rys. 8.8. Schemat ramy z przekrojami prętów oraz numeracją prętów i węzłów [120] Fig. 8.8. Diagram of a frame with cross-sections of the rods and numbered rods and nodes [120]

Jednocięte połączenia zakładkowe – pasów górnego i dolnego (RP200×100×5) w węzłach 8 i 12, tj. w sąsiedztwie kalenicowych styków montażowych, jak również w węzłach 2 oraz 3 i 4, łączących słupy (2E200×50×5) kolejno z elementami kotwiącymi u podstawy oraz z pasami dolnym i górnym (por. rys. 8.8) – wykonano za pomocą 10 sworzni, po 5 w każdym połączeniu dwu przylegających do siebie ścianek kształtowników (rys. 8.9). Przyjęta do obliczeń liczba sworzni nie była racjonalna w przypadku węzłów 2, 8 i 12 z uwagi na niewykorzystaną w tych połączeniach nośność obliczeniową. Przy wymiarowaniu połączeń korzystano bowiem z gotowych

#### 8.3. Rama z ryglem kratowym

## 8. Przykłady obliczeniowe konstrukcji ...

wykresów krzywych granicznych oraz planów warstwicowych współczynników redukcyjnych sztywności dotychczas opracowanych tylko dla połączenia 5-sworzniowego (por. rys. 7.5). Dwugałęziowe pręty 13 i 14 (2[50×30×4) połączono w węzłach 6, 10, 7 i 11 z pasami w sposób przegubowy, tj. każdą gałąź za pomocą sworznia.

Obciążenia poszczególnych sworzni w danym połączeniu, a także wartości zachodzących w osiach sworzni przemieszczeń między łączonymi ściankami, można było porównywać na planach warstwicowych z wartościami granicznymi (rys. 6.2 i rys. 6.3). Sprawdzanie natomiast nośności połączeń 5-sworzniowych w węzłach 2, 3, 4, 8 i 12 w sposób znaczący ułatwiły krzywe graniczne, sporządzone dla 3 przypadków stanów granicznych w układzie bezwymiarowych współrzędnych prostokątnych  $M/M_{gr}$  i  $W/W_{gr}$  (rys. 6.8a). Wartości współczynników redukcyjnych  $v_M$  i  $v_W$ , które umożliwiły ustalenie sztywności poszczególnych połączeń, odczytano z planów warstwicowych (wg rys. 7.5), stosując interpolację liniową.

W obliczeniach statycznych ramy rozważano kilka kombinacji obciążeń, z których decydujące z uwagi na nośność prętów i węzłów okazały się kombinacja 1 (ciężar własny ramy, pokrycie, ściany, instalacje, śnieg w II strefie, temperatura) oraz kombinacja 3 (dodatkowo wiatr w II strefie).



Rys. 8.9. Konstrukcja połączenia prętów w narożu ramy (w węźle 4) oraz obciążenia prętów [120]Fig. 8.9. Construction of the connection of rods in the quoin of the frame (in the node 4) and loads of the rods [120]

Konstrukcję naroża ramy w węźle 4 oraz obciążenia prętów wg kombinacji 1 ilustruje rys. 8.9; analogicznie skonstruowano połączenia ścianek kształtowników w węzłach 2, 3,

8 i 12. W pracy [120] porównano wyniki obliczeń statycznych ramy z węzłami sztywnymi, podatnymi i przegubowymi. Wartości sił *M*, *H* i *V* w prętach podano dla dwu przypadków połączeń podatnych: pierwszego – gdy do obliczeń wprowadzono sztywność obrotową oraz dwie sztywności, odpowiadające wzajemnym przemieszczeniom łączonych ścianek na kierunkach obciążeń *H* i *V*, z pominięciem współczynników redukcyjnych sztywności  $v_V$  oraz  $v_M$ , drugiego zaś – gdy wartości sztywności obliczono z uwzględnieniem współczynników redukcyjnych, zamieszczonych w tablicy 8.2 (numeracja powyżej 100 odpowiada węzłom symetrycznym w ramie). Wartości współczynników redukcyjnych  $v_M^{III}$  i  $v_W^{III}$  mieszczą się w przedziałach 0,79  $\leq v_W \leq 1,0$  i 0,89  $\leq v_M \leq 1,0$ .

### Tablica 8.2 Wartości współczynników redukcyjnych sztywności v<sub>M</sub> oraz v<sub>V</sub>

Nrwozła	Kombi	nacja 1	Kombinacja 3		
ΙΝΙ ΨĘΖΙΑ	$v_M$	$v_V$	$v_M$	$v_V$	
1	2	3	4	5	
2	0.05	0.00	1,0	0,88	
102	0,95	0,99	0,97	0,97	
3	0.02	0.92	0,95	0,92	
103	0,92	0,85	0,955	0,835	
4	0.02	0.70	0,95	0,89	
104	0,92	0,79	0,955	0,805	
8	0.02	0.025	0,95	0,95	
108	0,93	0,955	0,95	0,96	
12	0.00	10	0,91	1,0	
112	0,89	1,0	0,91	1,0	

## Tablica 8.3

## Wartości przemieszczeń pionowych rygla oraz poziomych naroży ramy z węzłami sztywnymi, podatnymi i przegubowymi

	Przemiesz- czenia	Przen	Przem			
Nr		1 1 2 1 1	podat	tnymi	przegubo- wymi	graniczne [mm]
węzła		sztywnymi	bez red. sztywn.	z red. sztywn.		
1	2	3	4	5	6	7
9	pionowe	13,5	20,5	21,6	39,3	72,0
3	poziome	6,1	13,5	13,7	544,4	32,0

### 8.4. Wnioski z obliczeń

## 8. Przykłady obliczeniowe konstrukcji ...

Sprawdzono warunki nośności prętów ramy, które przykładowo wynoszą (por. rys. 8.8): w odcinku dolnym (pręt 2) oraz górnym (pręt 3) słupa odpowiednio 0,932 < 1,0 oraz 0,862 < 1,0, a w pasach rygla kratowego górnym (pręt 5) i dolnym (pręt 9) odpowiednio 0,790 < 1,0 i 0,580 < 1,0.

W tablicy 8.3 zestawiono wartości maksymalnych przemieszczeń pionowych rygla kratowego oraz poziomych na wysokości naroży ramy, które nie przekraczają wartości granicznych.



Rys. 8.10. Wykresy sił wewnętrznych w prętach ramy: a) momentów zginających dla 1 kombinacji obciążeń, b) sił osiowych dla 1 kombinacji obciążeń, c) momentów zginających dla 2 kombinacji obciążeń

Fig. 8.10. Diagram of internal forces in the rods of the frame: a) bending moments in the set of loads No. 1, b) axial forces according to the set of loads No. 1, c) bending moments according to the set of loads No. 2

Na rys. 8.10a można porównać zmiany wartości momentów zginających, dotyczących przypadków: gdy w ramie założono węzły sztywne (linia ciągła) oraz gdy przyjęto węzły podatne z uwzględnieniem współczynników redukcyjnych sztywności. Różnice są istotne i średnio sięgają kilkudziesięciu procent; przykładowo w przęśle pręta 6 wartość momentu zwiększyła się w ramie z węzłami podatnymi o 39% w porównaniu z ramą z węzłami sztywnymi. Niewielkie są natomiast zmiany w wartościach sił osiowych (rys. 8.10b).

## 8.4. Wnioski z obliczeń

Różnice między wartościami momentów zginających, występujących w prętach połączonych ze sobą w sposób sztywny lub podatny, są w obu analizowanych ramach znaczące. Nieistotne są natomiast zmiany w wartościach sił osiowych i poprzecznych.

Mały wpływ współczynników redukcyjnych  $v_M$  oraz  $v_W$  na wartości sił wewnętrznych w prętach ramy z ryglem kratowym wynikał z przewymiarowania 5-sworzniowych połączeń w węzłach 2, 8 i 12, które z założenia miały zbyt duże rezerwy nośności. Wzajemne oddziaływanie na siebie trzech sztywności miałoby większy udział w wytężeniu poszczególnych prętów i węzłów ramy, gdyby połączenia w tych węzłach zaprojektowano przy odpowiednio zredukowanej liczbie łączników, co sugerują wartości współczynników  $v_M$  i  $v_V$  w tablicy 8.2, które w wybranych węzłach redukują wartości sztywności połączeń odpowiednio o 11% przy zginaniu i 21% przy działaniu siły podłużnej.

Istnieje potrzeba opracowania planów warstwicowych współczynników redukcyjnych kilku typowych połączeń, np. na 2, 3 i 4 sworznie. Wówczas dopiero można będzie zaprojektować rozważane konstrukcje ram z właściwie dobraną liczbą łączników w poszczególnych połączeniach.

Oddzielnym zagadnieniem może okazać się odpowiednie podejście do bezpieczeństwa konstrukcji cienkościennych, wymiarowanych metodą stanów granicznych, szczególnie mając na uwadze podatne połączenia sworzniowe, które będą również przenosiły obciążenia naprzemienne i dodatkowo doznawały przy tym chwilowej degradacji sztywności, spowodowanej zmianą kierunku obciążeń. (W obliczeniach przykładowych ram uwzględniono obciążenie wiatrem, lecz działające tylko z jednego kierunku).

## 9.1. Podsumowanie rezultatów pracy

## ROZDZIAŁ 9

# **UWAGI KOŃCOWE**

## 9.1. Podsumowanie rezultatów pracy

Na drodze analitycznej i doświadczalnej uzyskano nowe istotne informacje, dotyczące podatności i nośności jednociętych połączeń na sworznie jednostronne, łączące ścianki stalowych kształtowników giętych na zimno z blach o grubościach 4,0 i 5,0 mm. Badania dotyczyły połączeń rozciąganych osiowo i mimośrodowo, a także zginanych, które poddawano obciążeniom rosnącym przyrostowo w jednym kierunku oraz w dwu kierunkach – naprzemiennie.

Zrealizowano główny cel pracy i zadania sprecyzowane w jej założeniach. Spośród ważnych i nowych osiągnięć należy wymienić:

- a) rozwiązanie analityczne w postaci układu (m+3) równań opisujących zachowanie się połączenia wielosworzniowego blach o różnych grubościach, obciążonego momentem zginającym M i siłą ścinającą W, gdzie m jest liczbą łączników; (zaletą zaproponowanego modelu obliczania połączeń zakładkowych jest m.in. możliwość zapisania równania momentów względem dowolnego punktu w połączeniu); układ równań pozwala wyznaczyć siły działające na poszczególne łączniki w połączeniu, a ponadto obliczać wartości kąta wzajemnego obrotu i dwóch przesunięć (prostopadłych względem siebie), zachodzących między łączonymi blachami, a także współrzędnych "wędrującego" chwilowego środka obrotu;
- b) wyznaczenie doświadczalne ścieżek równowagi statycznej (ŚRS), opisujących zależność  $S_1-\delta_{L+E}$  zachodzącą między obciążeniem  $S_1$  jednociętego sworznia BOM-R16 i wzajemnym przemieszczeniem  $\delta_{L+E}$  łączonych ścianek kształtowników giętych na zimno z blach; zależność  $S_1-\delta_{L+E}$ , ustalona dla ścianek o grubościach 4,0 i 5,0 mm, stanowiła podstawę do sformułowania równania konstytutywnego w układzie równań opisujących wytężenie połączenia;
- c) weryfikację doświadczalną modelu obliczeniowego na elementach próbnych z jednociętymi połączeniami na sworznie, w tym dwoma obciążonymi momentem zginającym i siłą ścinającą: symetrycznym (5-sworzniowym) i niesyme-

trycznym (4-sworzniowym), oraz jednym połączeniem zginanym naprzemiennie, symetrycznym (8-sworzniowym);

- d) badania jednociętych połączeń rozciąganych oraz zginanych naprzemiennie, które dostarczyły wielu informacji o zachowaniu się łącznika w otworze, w przypadku gdy ścianka otworu doznaje uplastycznienia (spęczenia) na dwóch przeciwnych kierunkach obciążeń, powodując zwiększenie tarcia między przylegającymi do siebie blachami; poznano kształt pętli histerezy, który zależy od historii obciążenia;
- e) opracowanie wzorów do obliczania sztywności stycznych (chwilowych) połączenia, obciążonego siłami *M* i *W*, zależnych od parametrów degradacji oraz współczynników redukcyjnych, których określenie ułatwiają zaproponowane plany warstwicowe, sporządzone dla połączenia w układzie bezwymiarowych współrzędnych *M* /  $M_{gr}$  i *W* /  $W_{gr}$ ;
- f) zaproponowanie sposobu sporządzania krzywych granicznych nośności dowolnego połączenia równocześnie zginanego i ścinanego, w układzie bezwymiarowych współrzędnych  $M/M_{gr}$  i  $W/W_{gr}$ , które umożliwiają szybkie sprawdzenie nośności połączenia, bez konieczności żmudnego rozwiązywania układu równań; w związku z powyższym wyróżniono trzy przypadki stanów granicznych połączeń:
  - przypadek I dotyczy sytuacji, gdy co najmniej jeden łącznik w połączeniu jest obciążony siłą równą jego nośności obliczeniowej,
  - przypadek II, gdy wzajemne przemieszczenie liniowe łączonych blach osiąga w miejscu najbardziej wytężonego łącznika wartość graniczną  $\delta_{gr} = 3,0$  mm, (przyjętą wg wytycznych europejskich [144]),
- przypadek III zaś odpowiada teoretycznemu stanowi granicznemu zniszczenia połączenia, kiedy obciążenia wszystkich łączników osiągają w przybliżeniu wartość graniczną, wynoszącą, wg (6.3),  $P_{niszcz} = S_{gr}^{III} = a_s$ , zgodnie z przyjętym równaniem konstytutywnym (5.9).

W praktycznym projektowaniu połączeń przydatne będą przede wszystkim krzywe graniczne nośności obliczeniowej połączenia, odpowiadające I stanowi granicznemu, oraz plany warstwicowe współczynników redukcyjnych sztywności.

W literaturze krajowej i zagranicznej autor nie zetknął się z próbą uogólnienia sposobu obliczania zakładkowego połączenia odkształcalnego, obciążonego równocześnie momentem zginającym i siłą ścinającą, dowolnie skonstruowanego pod względem liczby i rozmieszczenia łączników, jak to przedstawiono w niniejszej pracy. Były czynione próby zapisania równań równowagi w połączeniu względem nieznanego położenia chwilowego środka obrotu, przy wprowadzeniu jego współrzędnych jako niewiadomych, których następnie poszukiwano metodą iteracyjną [32], [82]. Tak więc uzyskane w tej pracy wyniki badań doświadczalnych i analitycznych, a przede wszystkim zweryfikowany doświadczalnie model obliczania jednociętych połączeń sworzniowych, stanowią wkład w dziedzinę podatnych połączeń zakładkowych, który może być wykorzystany w projektowaniu stalowych konstrukcji cienkościennych z kształtowników giętych na zimno.

# 9.2. Wnioski

- a) Zaproponowany sposób obliczania równocześnie zginanych i ścinanych połączeń zakładkowych można wykorzystać do zaprojektowania kilku typowych połączeń na sworznie jednostronne BOM-R16, łączące dwie ścianki o grubościach 4,0 mm oraz 5,0 mm i sporządzenia dla nich krzywych granicznych nośności oraz planów warstwicowych współczynników redukcyjnych sztywności, co znacznie ułatwiłoby projektowanie konstrukcji z kształtowników giętych.
- b) Krzywe graniczne nośności i plany warstwicowe współczynników redukcyjnych sztywności mogą stanowić dane wyjściowe do poszukiwań w zakresie systemowych rozwiązań konstrukcyjnych z kształtowników giętych na zimno z blach, o przekrojach zamkniętych i otwartych (z eliminacją blach węzłowych).
- c) Wyniki badania połączeń obciążonych naprzemiennie mogą posłużyć do opracowania funkcji opisujących przebieg pętli histerez na różnych poziomach wytężenia połączenia. Wówczas można będzie podjąć próbę obliczania prostych ram z węzłami podatnymi, poddanymi działaniu obciążeń naprzemiennych, z wykorzystaniem dostępnych programów. (Próby obliczania niektórych konstrukcji budowlanych z węzłami podatnymi, poddanymi działaniu obciążeń naprzemiennych, były już podejmowane [124], [125]).
- d) Podczas wykonywania połączeń na sworznie jednostronne ważne jest przestrzeganie wymagań, związanych z dokładnością wiercenia otworów w łączonych ściankach. (Producent dopuszcza, aby średnice otworów w przypadku użycia sworzni BOM-R16 mieściły się w przedziale (13,8 ÷ 14,8) mm [134]). Można wykorzystać, w obliczaniu połączeń ścianek o grubościach 4,0 i 5,0 mm, wyznaczone w niniejszej pracy ŚRS zależności  $S_1 - \delta_{L+E}$ , pod warunkiem zachowania w konstrukcji średnic otworów w ściankach kształtowników, odpowiednio, Ø14,3 mm (por. punkt 4.3.2) oraz Ø14,0 mm (por. punkt 4.3.4).
- e) Mając na uwadze losowy charakter "włączania się" sworzni przy przenoszeniu obciążeń, należy wykonać, w każdym badanym przypadku połączenia, taką liczbę elementów próbnych, która jest niezbędna w statystycznym opracowaniu wyników badań.

## 9.3. Kierunki dalszych badań

## 9.3. Kierunki dalszych badań

- a) Wykonanie badań jednociętych połączeń na sworznie jednostronne BOM-R16 w pełnym zakresie grubości ścianek kształtowników giętych stosowanych w praktyce budowlanej, w celu wyznaczenia odpowiednich ŚRS zależności  $S_1-\delta_{L+E}$  oraz ustalenia nośności obliczeniowej łącznika. (Przydatne mogłyby być także wyniki badań połączeń ścianek o różnych grubościach, jak również wykonanych z różnych gatunków stali).
- b) Badanie połączeń, w których ze zwiększeniem obciążeń zdecydowanie zmieniają się kierunki oddziaływań S<sub>i</sub> na poszczególne łączniki. Celem tych badań byłoby przede wszystkim uzyskanie informacji: w jakim stopniu w tym przypadku wytężenie łączników i związane z tym przemieszczenia blach są zgodne z zachowaniem się połączenia, kiedy obciążenia składowe narastają proporcjonalnie?
- c) Badanie wpływu tarcia obrotowego, występującego między pobocznicą sworznia i ścianką otworu, na sztywność połączenia, na przykładzie 1-sworzniowego połączenia równocześnie ścinanego i zginanego, wg propozycji zamieszczonej w punkcie 5.4.5. (por. rys. 5.19). Uzyskane wyniki będą stanowić podstawę do sformułowania empirycznej zależności między siłą  $S_i$  działającą na sworzeń, wzajemnym kątem obrotu łączonych blach  $\phi$  oraz skrętnym momentem oporu  $M_{i,\phi}$ .
- d) Opracowanie sposobu obliczania połączeń poddanych oddziaływaniom niskocyklowym.
- e) Budowa modelu analitycznego z wykorzystaniem MES.
- f) Opracowanie programu komputerowego do wykonywania obliczeń układów prętowych z podatnymi węzłami sworzniowymi, w którym równania opisujące wytężenie węzłów danego rodzaju zostaną sprzężone z równaniami statyki całego układu konstrukcyjnego.

# LITERATURA

- Augustyn J., Łaguna J.: Propozycja klasyfikacji połączeń na podstawie stanów granicznych konstrukcji stalowych, XXXII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1986.
- 2. Augustyn J., Śledziewski E.: Technologiczność konstrukcji stalowych, Podręcznik, Arkady, Warszawa 1981.
- Barszcz A., Giżejowski M.: Doświadczalna weryfikacja metody zaawansowanej analizy ram stalowych, XLV Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1999, Materiały, Tom 3, 1999.
- 4. Bebiano R., Silvestre N., Camotim D.: Buckling and post-buckling behaviour of stiffened cold-formed steel columns: a comparative study, "4th European Conference on Steel and Composite Structures EUROSTEEL 2005", Mastricht 2005, The Netherlands, Proceedings of Volume A, p. 1.2-145÷1.2-153.
- Belica A., Aroch R., Balaź I.: Resistance of cold-formed sections Quasi-closed by batten plates, "4th European Conference on Steel and Composite Structures EUROSTEEL 2005", Mastricht 2005, The Netherlands, Proceedings of Volume A, p. 1.2-69÷1.2-76.
- Bernuzzi C., Zandonini R. & Zanon P.: Experimental Analysis and Modelling of Semi-Rigid Steel Joints under Cyclic Reversal Loading, Journal Construct. Steel Res., Volume 38, No. 2, 1996, p. 95÷123.
- 7. Biegus A.: Nośność graniczna stalowych konstrukcji prętowych, PWN, Warszawa Wrocław 1997.
- 8. Biegus A.: Połączenia śrubowe, PWN, Warszawa-Wrocław 1997.
- 9. Biegus A.: Probabilistyczna analiza konstrukcji stalowych, PWN, Warszawa Wrocław 1999.
- 10. Biegus A.: Stalowe budynki halowe, Arkady, Warszawa 2003.
- Bjorhovde R., Brozzetti J., Colson A.: Classification System for beam-to-column connections, Journal of Structural Engineering, 1990, Vol. 116, No. 11, p. 3059÷3076.

- Broniewicz M.: Prognozowanie charakterystyk M-φ węzłów typu "T" z rur prostokątnych na podstawie znajomości parametrów geometrycznych połączenia, Konstrukcje Stalowe Nr 1/1998, s. 36÷38.
- 13. Bródka J.: Ocena podatności połączeń konstrukcji stalowych, Inżynieria i Budownictwo Nr 4/1996, s. 236÷242.
- 14. Bródka J.: Sprawozdanie z warsztatu "Połączenia podatne w konstrukcjach stalowych", Konstrukcje Stalowe, Nr 2/1998, s. 37÷38.
- 15. Bródka J., Barszcz A., Giżejowski M., Kozłowski A.: Sztywność i nośność stalowych ram przechyłowych o węzłach podatnych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2004.
- 16. Bródka J., Broniewicz M.: Konstrukcje stalowe z rur, Arkady, Warszawa 2001.
- 17. Bródka J., Cwalina W.: Sztywność i nośność ram stężonych o węzłach podatnych, Politechnika Białostocka, Białystok 1998.
- 18. Bródka J., Garncarek R., Miłaczewski K.: Blachy stalowe w budownictwie stalowym, Arkady, Warszawa 1999.
- Bródka J., Kozłowski A.: Połączenia rygli z rurowymi słupami przy zastosowaniu standardowych śrub zakładanych jednostronnie, Konstrukcje Stalowe Nr 5/1997, s. 36÷38.
- 20. Bródka J., Kozłowski A.: Sztywność i nośność węzłów podatnych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Białystok – Rzeszów 1996.
- 21. Bródka J., Łubiński M.: Lekkie konstrukcje stalowe, Arkady, Warszawa 1978.
- 22. Bródka J., Szlendak J.: *Połączenia podatne w konstrukcjach stalowych*, Warsztat I, Politechnika Białostocka, Białystok 1997.
- 23. Chen W.E., Yoshiaki Goto, Richard Liew J. Y.: Stability Design of Semi-Rigid Frames, John Wiley and Sohns, Handbook, Inc., New York 1996.
- 24. Chong K.P., Matlock R.B.: Light-Gauge Steel Bolted Connections without Washers, Journal of the Structural Division, American Society of Civil Engineers, Volume 101, No. ST7, Paper 11433, July/1975, p. 1381÷1391.
- 25. Chung K.F., Lau L.: Experimental investigation on bolted moment connections among cold-formed steel members, Engineering Structures No. 21/1999, p. 898÷911.
- 26. Chung K.F., Ip K.H.: Finite element modeling of bolted connections between coldformed steel strips and hot rolled steel plates under static shear loading, Engineering Structures No. 22/2000, p. 1271÷1284.

- 27. Chung K.F., Lawson R.M.: Structural performance of shear resisting connections between cold-formed steel sections using web cleats of cold-formed steel strip, Engineering Structures No. 22/2000, p. 1350÷1366.
- Chung K.F., Ip K.H.: Finite element investigation on the structural behavior of cold-formed steel bolted connections, Engineering Structures No. 23/2001, p. 1115÷1125.
- Chung K.F.: Investigations into cold-formed steel structures with bolted moment connections, "International Symposium on Cold-formed Metal Structures", Hong Kong 2004, p. 41÷66.
- 30. Chung K.F., Ho H.C.: Analysis and design of lapped connections between coldformed steel Z sections, Thin-Walled Structures No 43/2005, p. 1071÷1090.
- Chung K.F., Ko C.H., Wang A.J.: Design of steel and composite beams with web openings – Verification using finite element method, Steel and Composite Structures, Volume 5, No.2-3/2005, p. 203÷233.
- 32. Crawford S. F. and Kulak G. L.: *Eccentrically Loaded Bolted Connections*, Journal of Structural Division, ASCE, 1971, 97, ST3, p.765÷783.
- 33. Deng Ch.G.,Bursi O.S., Zandonini R.: A Hysteretic Connection Element and Its Applications, Computers and Structures No. 78/2000, p. 93÷110.
- 34. Dietrich M.: Wstęp do stochastycznej teorii maszyn, Podręcznik, PWN, Warszawa 1972.
- 35. Dubina D., Ciutina A., Stratan A.: Cyclic Tests of Double-Sided Beam-To-Column Joints, Journal of Structural Engineering, February 2001, p. 129÷136.
- 36. Dunai L., Kotorman I.: Research and development of the lindab light-gauge building system, "4th European Conference on Steel and Composite Structures EUROSTEEL 2005", Mastricht 2005, The Netherlands, Proceedings of Volume A, p. 1.2-27÷1.2-34.
- Fisher J. W.: Behavior of Fasteners and Plates with Holes, Journal of Structural Division, ASCE, 1965, 91, ST6, p. 265÷286.
- 38. Foti P. and Dunai L.: Test Based Design Method of Moment Resisting Joints in Cold-Formed Structures, International Colloquium: "Stability and Ductility of Steel Structures", SDSS 2002, Edited by M. Ivanyi, Akademiai Kiado, Budapest 2002, p. 211÷218.
- Foti P., Dunai L.: Design aspects of cold-formed portal frames, 3rd International Conference on Thin-Walled Structures, Kraków 2001, Materiały Konferencyjne, s. 203+208.
- 40. Fung Y. C.: Podstawy mechaniki ciała stałego, PWN, Warszawa 1969.

- 41. Gawęcki A.: Sprężysto-plastyczne konstrukcje prętowe z luzami, Politechnika Poznańska, Rozprawy, Praca habilitacyjna, Nr 185, Poznań 1987.
- 42. Girkmann K.: Dźwigary powierzchniowe, Podręcznik, Arkady, Warszawa 1957.
- Giżejowski M. A.: Modele obliczeniowe stalowych ram płaskich z węzłami podatnymi, Praca habilitacyjna, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Prace Naukowe, Budownictwo, z. 136, Warszawa 2000.
- 44. Giżejowski M.: Wybrane zagadnienia modelowania ram stalowych z węzłami podatnymi, Materiały Konferencyjne "Aktualne problemy naukowo-badawcze budownictwa", Olsztyn 1998.
- 45. Giżejowski M.: Projektowanie ram o węzłach podatnych wspomagane komputerowo, Materiały Konferencji Naukowej "Węzły podatne w konstrukcjach stalowych", Warsztat II, Rzeszów 1998.
- Godemet G, Horvath L., Muzeau J.P.: Analysis of beam splices with reduced number of cover plates, "4th European Conference on Steel and Composite Structures EUROSTEEL 2005", Mastricht 2005, The Netherlands, Proceedings of Volume C, p. 4.10-65÷4.10-72.
- 47. Goncalves R., Camotim D.: Formulation of a physically non-linear beam finite element using generalized beam theory, "4th European Conference on Steel and Composite Structures EUROSTEEL 2005", Mastricht 2005, The Netherlands, Proceedings of Volume A, p. 1.2-53÷1.2-68.
- 48. Gosowski B., Gajewski K.: Gosowski M.: Badania połączeń elementów stalowych na stalowe nity jednostronne, Inżynieria i Budownictwo Nr 11/2004, s. 615÷619.
- 49. Grochowski I.: O obliczaniu stalowych tężników słupów, Inżynieria i Budownictwo Nr 1/1989, s. 34÷39.
- 50. Ho H.C., Chung K.F.: Experimental investigation into the structural behavior of lapped connections between cold-formed steel Z sections, Thin-Walled Structures, 42/2004, p. 1013÷1033.
- 51. Karczewski J., Winnicki L., Karpezo Z.: Stan odkształceń w jednośrubowym połączeniu śrubowym – analiza obliczeniowa, XXVII Konferencja Naukowa SKM PAN PZITB "Materiały i połączenia w konstrukcjach metalowych", Płock 1986.
- 52. Karczewski J.A.: Wpływ zmienności obciążenia na nośność i odkształcalność połączenia na dwie śruby, Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1991.
- 53. Karczewski J.A.: Experimental Shakedown Analysis of The Selected, Prestressed, Cover Plate, Bolted Connections, Polish Academy of Sciences, Archives of Civil Engineering, Volume XLI, Issue 2/1995, p. 213÷341.

- 54. Karczewski J., Postek E., Wierzbicki S.: Modelowanie zachowania się nakładkowego, sprężonego połączenia śrubowego, Konferencja Naukowa "Badania nośności granicznej konstrukcji metalowych", Szklarska Poręba 1998, Proceedings, s. 169÷176.
- 55. Karczewski J., Postek E., Wierzbicki S.: Model numeryczny nakładkowego, sprężonego połączenia śrubowego, XLV Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1999, Materiały, Tom 3, s. 55÷61.
- Kozłowski A.: Węzły półsztywne w konstrukcjach stalowych, XXXIX Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Warszawa-Krynica-Rzeszów 1993, Materiały, s. 57÷64.
- 57. Kozłowski A.: Kształtowanie szkieletów stalowych i zespolonych o węzłach półsztywnych, Praca habilitacyjna, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 1999.
- 58. König J. A., Sawczuk A., Grabczyńska W.: Obliczanie belek i ram na przystosowanie, Zeszyty Problemowe "Mostostal" Nr 5/1974, s. 1÷39.
- 59. Kubik J.: Introduction into the static of non-elastic systems, WSI Opole, Studia I monografie, Opole 1983.
- Kukreti A.R., Biswas P.: Finite Element Analysis to Predict the Cyclic Hysteretic Behaviour and Failure of End-Plate Connections, Computers and Structures, Volume 65, No. 1/1997, p. 127÷147.
- Kurzawa Z., Szumigała M.: Eksperymentalna charakterystyka M-φ pewnego węzla podatnego, International Symposium: "Semi-Rigid Joints in Metal and Composite Structures", Warsaw 2000, Workshop III, Proceedings, p. 213÷220.
- 62. Ligocki I.: Experimental researches into the influence of flexible connection of the column to the foundation on the behaviour of the sway frame, "4th European Conference on Steel and Composite Structures EUROSTEEL 2005", Mastricht 2005, The Netherlands, Proceedings of Volume A, p. 1.5-25÷1.5-32.
- 63. Ligocki I.: Wpływ podatności połączenia słupa z fundamentem na pracę konstrukcji w badaniach ram przechyłowych, VIII Konferencja Naukowa: "Połączenia i Węzły w Konstrukcjach Metalowych", Olsztyn-Łańsk 2003, Materiały CD s. 53+62, Konstrukcje Stalowe Nr 5/2003.
- Lu W., Makelainen P.: Fuzzy optimum design of cold-formed steel purlin using genetic algorithms, "4th European Conference on Steel and Composite Structures EUROSTEEL 2005", Mastricht 2005, The Netherlands, Proceedings of Volume A, p. 1.2-9÷1.2-16.

- 65. Łaguna J., Łypacewicz K.: Połączenia śrubowe i nitowe, Arkady, Warszawa 1986.
- 66. Łubiński M., Filipowicz A., Żółtowski W.: Konstrukcje metalowe, część I, Arkady, Warszawa 2000.
- 67. Machowski A., Razowski A.: Analiza nośności granicznej połączenia ciernego, Archiwum Inżynierii Lądowej, Tom XXV, Z. 3/1979, s. 449÷462.
- 68. Mendera Z.: Obliczanie połączeń ciernych na śruby sprężające metodą stanów granicznych, Inżynieria i Budownictwo Nr 10/1978, s. 378÷383.
- 69. Mendera Z.: Probabilistyczna interpretacja współczynników obciążenia i współczynniki jednoczesności obciążeń w metodzie stanów granicznych, Inżynieria i Budownictwo Nr 6/1981, s. 224÷226.
- 70. Mendera Z.: Nośność połączeń doczołowych sprężonych śrubami o wysokiej wytrzymałości, Inżynieria i Budownictwo Nr 6/1982, s. 104÷107.
- 71. Mendera Z.: Uniform Approach to Metal Structures Stability Design, Journal of Constructional Steel Research (J.C.S.R), No. 1/1991, p. 69÷78.
- Mendera Z.: Częściowe współczynniki bezpieczeństwa i modele obliczeniowe konstrukcji stalowych na tle Eurokodu 3, Inżynieria i Budownictwo Nr 11/1995, s. 577÷582.
- 73. Ming M., Friedman M.:, Kondel A.: General Fuzzy Least Squares, Fuzzy Sets and Systems, 88/1997, p. 107÷118.
- 74. Morais C.S., Ribeiro L.F.L., Freitas A.M.S.: Theoretical-experimental analysis of bolted beam-column connections in cold formed steel members, "4th European Conference on Steel and Composite Structures EUROSTEEL 2005", Mastricht 2005, The Netherlands, Proceedings of Volume A, p. 1.2-93÷1.2-100.
- 75. Murzewski J.: Bezpieczeństwo konstrukcji budowlanych, Arkady, Warszawa 1970.
- 76. Pałkowski Sz.: Konstrukcje stalowe. Wybrane zagadnienia obliczania i projektowania, PWN, Warszawa 2001.
- Połączenia podatne w konstrukcjach stalowych. Konferencja Naukowa, Warsztat I, Materiały konferencyjne pod red. J. Bródki, J. Szlendaka, Politechnika Białostocka, Białystok 1997.
- 78. Popowich C.A.: Tension capacity of bolted connections in light gage cold-formed steel, thesis presented for MS degree, School of Civil Engineering, Graduate School of Cornell University, Ithaca, New York 1969.
- 79. Rabotnow J. N.: Creep rupture, Proc. 12 Int. Congr. Appl. Mech., Stanford 1968, p. 342÷349.

- Rodrigues F.C., Gonzaga L.G.M.: *Behaviour of bolted semi-rigid connections*, "4th European Conference on Steel and Composite Structures EUROSTEEL 2005", Mastricht 2005, The Netherlands, Proceedings of Volume C, p. 4.10-237÷4.10-244.
- 81. Rogers C.A., Hancock G.J.: Failure Modes of Bolted-Sheet-Steel Connections Loaded in Shear, Journal of Structural Engineering, March/2000, p. 288÷296.
- 82. Salmon C. G. and Johnson J. E.: Steel Structures: *Design and Behavior, Emphasizing Load and Resistance Factor Design*, Handbook, Harper Collins Publishers, 1990.
- 83. Sawczuk A., Janas M., Konig J.A.: Analiza plastyczna konstrukcji, Ossolineum, Warszawa 1972.
- 84. Sokol L.K.: Combined bending and torsion of laterally restrained thin walled steel beams, "4th European Conference on Steel and Composite Structures EUROSTEEL 2005", Mastricht 2005, The Netherlands, Proceedings of Volume A, p. 1.2-17÷1.2-26.
- 85. Szlendak J.: Badania i statyka nieprzechyłowych ram stalowych z węzłami podatnymi, Konferencja "Połączenia Podatne w Konstrukcjach Stalowych", Warsztat II, Politechnika Rzeszowska, Rzeszów 1998.
- Szlendak J.: Uniform Classification System with Application to Connections Between RTH-Columns and I-Beams. Archives of Civil Engineering, Vol. XLII, Issue 4, 1996.
- 87. Szlendak J.: Influence of metal sheeting on the behaviour of steel frames, "4th European Conference on Steel and Composite Structures EUROSTEEL 2005", Mastricht 2005, The Netherlands, Proceedings of Volume A, p. 1.5-17÷1.5-24.
- Tan S. H.: Channel Frames with Semi-Rigid Joints, Computers & Structures No. 79/2001, p. 715÷725.
- Tan S. H., Soh A. K., Ong L. S.: Subassemblage with Semi-rigid Joint, Computers &Structures, Volume 57, No. 2/1995, p.357÷360, Technical Note.
- Tan S. H., Rhodes J.: Cold-Formed Thin-Walled Framework with Flexible Joint, Computers & Structures, Volume 47, No. 3/1993, pp.451:458.
- 91. Tsai P., Chen W. H.: Finite Element Analysis of Elasto-plastic Contact Problems With Friction, AIAA J., 1986, 24: 344:346.
- 92. Walentyński R. Wuwer W.: Eccentrically loaded of lap-joints of thin-walled sections, 3rd International Conference: "New Trends in Statics and Dynamics of Buildings", Slovak University of Technology in Bratislava, Faculty of Civil Engineering and Slovak Society of Mechanics SAS, Bratislava 2004, Conference Proceedings, p. 297÷302.

- 93. Wierzbicki S.: Modelowanie sprężonych, nakładkowych połączeń śrubowych z uwzględnieniem fazy sprężysto-plastycznej, Rozprawa Doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa 1999.
- 94. Wierzbicki S.: Modelowanie numeryczne wpływu efektów kontaktowych na nośność i sztywność węzłów stalowych, International Symposium: "Semi-Rigid Joints in Metal and Composite Structures", Warsaw 2000, Workshop III, Proceedings, p. 113+124.
- 95. Węzły podatne w konstrukcjach stalowych, Konferencja Naukowa, Warsztat II, Materiały konferencyjne pod red. A. Kozłowskiego, Politechnika Rzeszowska, Rzeszów 1998.
- 96. Wilkinson T., Hancock G.J.: Test to Examine Plastic Behavior of Knee Joints in Cold-Formed RHS, Journal of Structural Engineering, March/2000, p.297÷305.
- 97. Winter G.: Test on Bolted Connections in Light Gage Steel, Journal of the Structural Division, American Society of Civil Engineers, Volume 82, No. ST2, Paper 920, March/1956, p. 920-1÷920-25.
- Wong M.F., Chung K.F.: Structural behavior of bolted moment connections in cold-formed steel beam-column sub-frames, Journal of Constructional Steel Research, 58/2002, p. 253÷274.
- Wuwer W.: Nośność wkrętów samowiercących w stalowych połączeniach zakładkowych, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Budownictwo, Zeszyt 81/1995, s. 147÷159, Gliwice.
- 100. Wuwer W.: Screw-lap connections with regard to clearances, The Ninth International Conference "Metal Structures", Kraków 1995, Volume 1, p. 181÷190.
- 101. Wuwer W.: Elasto-kinematic behaviour of screw connections in lightweight steel structures with regard to clearances, European Workshop "Thin-Walled Steel Structures", Technical University of Wrocław (PL) and Brandenburg Technical University of Cottbus, (D), Krzyżowa-Kreisau 1996, Poland, Edited by Kazimierz Rykaluk and Hartmut Pasternak, p. 249÷256.
- 102. Wuwer W.: Wkręt łączeniowy, zwłaszcza elementów stalowych, Patent 174043, Urząd Patentowy RP, Warszawa 1998.
- 103. Wuwer W. Evaluation of Flexibility of Lap Joints in The Realized Structural Systems Made of Cold-Formed Sections, International Symposium: "Semi-Rigid Joints in Metal and Composite Structures", Warsaw 2000, Workshop III, Proceedings, p. 271+282.

- 104. Wuwer W.: Półsztywne połączenia zakładkowe w zastosowaniu do elementów z profili giętych na zimno, Roczniki Inżynierii Budowlanej, Komisja Inżynierii Budowlanej, Oddział PAN w Katowicach, Zeszyt 1/2000, s. 89÷102.
- 105. Wuwer W.: Podatność połączeń zakładkowych na bolce jednostronne w zastosowaniu do elementów z profili giętych na zimno, Sympozjum: "Nowe Osiągnięcia Nauki i Techniki w Budownictwie, Projektowanie Koncepcyjne – Kształtowanie Konstrukcji, Konstrukcje z Blach Fałdowych, Konstrukcje cięgnowe", Rzeszów 2000, Materiały Konferencyjne, s. 209÷222.
- 106. Wuwer W.: Sztywność zginanych zakładkowych połączeń elementów cienkościennych na łączniki mechaniczne, Inżynieria i Budownictwo Nr 12/2000, s. 683÷688.
- 107. Wuwer W.: Półsztywne połączenia zakładkowe na sworznie w zastosowaniu do elementów cienkościennych, II Konferencja Naukowa: "Badania Nośności Granicznej Konstrukcji Metalowych", Wrocław-Karpacz 2001, Politechnika Wrocławska i KILiW PAN, Materiały Konferencyjne pod redakcją Bronisława Gosowskiego, Referaty, s. 201÷208.
- 108. Wuwer W.: O obliczaniu podatnych połączeń zakładkowych na wkręty samowiercące, Inżynieria i Budownictwo Nr 7/2001, s. 415÷419.
- 109. Wuwer W.: Wpływ podatności węzłów na pracę statyczną ramy wykonanej z elementów cienkościennych, Roczniki Inżynierii Budowlanej, Komisja Inżynierii Budowlanej, Oddział PAN w Katowicach, Zeszyt 2/2001, s. 183÷192.
- 110. Wuwer W., Porzycki T.: O pracy statycznej ramy z kształtowników giętych na zimno z węzłami półsztywnymi, IV Polsko-Czesko-Słowackie Sympozjum: "Trwałość Budowli", Politechnika Opolska, Polska Akademia Nauk, Oddział w Katowicach, Komisja Inżynierii Budowlanej, Opole-Kamień Śląski 2001, Streszczenia Referatów, s. 12÷13.
- 111. Wuwer W.: Próba oceny podatności węzłów w systemach konstrukcyjnych z kształtowników giętych, Inżynieria i Budownictwo Nr 10/2002, s. 573÷577.
- 112. Wuwer W.: The Flexibility of Nodes in a Construction Consisting of Cold-Formed Sections, International Colloquium: "Stability and Ductility of Steel Structures", Budapest University of Technology and Economics and Hungarian Academy of Sciences, Akadamiai Kiado, Budapeszt 2002, Edited by M. Ivanyi, p. 219+226.

- 113. Wuwer W.: Flexible Nodes in Calculations of Thin-Walled Structures, "3 rd European Conference on Steel Structures", Coimbra 2002, Portugal, Proceedings of Volume II, p. 1187+1198.
- 114. Wuwer W.: Badanie rozciąganych i zginanych połączeń zakładkowych w elementach cienkościennych, VIII Konferencja Naukowa: "Połączenia i Węzły w Konstrukcjach Metalowych", Olsztyn-Łańsk 2003, Materiały CD, Konstrukcje Stalowe Nr 5/2003, s.61.
- 115. Wuwer W.: Praca mimośrodowo obciążonych zakładkowych połączeń kształtowników cienkościennych, Konferencja Naukowa "Zagadnienia Stanów Granicznych Konstrukcji Stalowych". Kraków 2004, Materiały Konferencyjne, s. 317÷326.
- 116. Wuwer W.: Investigations and calculation of lap joints with special blind bolts, Polish Academy of Sciences, Archives of Civil Engineering, Volume LI, Issue 2, Warszawa 2005, p. 253÷280.
- 117. Wuwer W.: Investigations of the lap-joints with blind bolts of cold-formed sections, Conference: "Improvement of Buildings' Structural Quality by New Technologies", University of Innsbruck, Innsbruck 2005, Austria, Proceedings of The Final Conference of Cost Action C12, p. 725÷732.
- 118. Wuwer W.: Behavior and work of single-cut lap-joints with blind bolts, "4th European Conference on Steel and Composite Structures EUROSTEEL 2005", University of Liege – Mastricht 2005, The Netherlands, Proceedings of Volume A, p. 1.2-85÷1.2-92.
- 119. Wuwer W., Kowolik B.: Ramy z kształtowników cienkościennych z węzłami podatnymi, VII Sympozjum z cyklu: "Nowe Osiągnięcia Nauki i Techniki w Budownictwie: Kształtowanie Konstrukcji, Konstrukcje Cięgnowe, Konstrukcje z Blach Fałdowych", Rzeszów 2005, Referaty, s. 355÷366.
- 120. Wuwer W., Kowolik B.: Sztywność naroża w ramie z kształtowników giętych połączonych sworzniami jednostronnymi, Sympozjum "Trwałość Materiałów i Konstrukcji Budowlanych", Politechnika Opolska, Kamień Śląski 2005, Materiały Konferencyjne, s. 84÷87.
- 121. Wuwer W., Walentyński R.: Interaction relations in the model of the lap joints of thin-walled structure under complex load state, International Colloquium: "Lightweight Structures in Civil Engineering-Contemporary Problems", Warsaw 2005, Proceedings, p. 239÷246.

- 122. Yu W.K., Chung K.F., Wong M.F.: Analysis of bolted moment connections in cold-formed steel beam-column sub-frames, Journal of Constructional Steel Research, No. 61/2005, p. 1332÷1352.
- 123. Zaharia R., Dubina D.: Behavior of Cold Formed Steel Truss Bolted Joints, "Fourth International Workshop on Connections in Steel Structures", Roenoke 2000, VA, 22-25, p. 443:453.
- 124. Zamorowski J.: Obciążenia cyklicznie zmienne w ramie z połączeniami podatnymi, VIII Konferencja Naukowa: "Połączenia i Węzły w Konstrukcjach Metalowych", Olsztyn-Łańsk 2003. Konstrukcje Stalowe Nr 5.
- 125. Zamorowski J.: Przemieszczenia kratowej wieży z węzłami podatnymi na przesuw, przy obciążeniach cyklicznie zmiennych, Roczniki Inżynierii Budowlanej PAN. Komisja Inżynierii Budowlanej, Oddział PAN w Katowicach, Zeszyt 4/2004, s. 133÷140.

## Normy, wytyczne, katalogi i aprobaty techniczne

- 126. AISI, American Iron and Steel Institute, 1996: Load and resistance factor design specification for cold-formed steel structural members, LRFD Cold-formed Steel Design Manual, Part 1, Washington DC, 1996.
- 127. AS/NZ 4600: 1996: *Cold-formed steel structure code*, Standards Australia Standards New Zealand, Sydney 1996.
- 128. BS 5950, 1998: Structural use of steelwork in buildings: Part 5. Code of practice for the design of cold-formed sections, London: British Standards Institution, 1998.
- 129. ENV 1993-1-1: Eurocode 3: Design of Steel Structurest: General rules and rules for buildings, CEN, Brussels 1992.
- 130. ENV 1993-1-3: Eurocode 3: Design of Steel Structures: General rules Supplementary rules for cold formed thin gauge members and sheeting, CEN, Brussels 1992.
- 131. EN 1993-1-1: Eurocode 3: Design of Steel Structures: General rules and rules for buildings, CEN, Brussels 2005.
- 132. EN 1993-1-3: Eurocode 3: Design of Steel Structures: Cold-formed thin gauge members and sheating, CEN, Brussels 2005.
- 133. EN 1993-1-8: Eurocode 3: Design of Steel Structures: Design of joints, CEN, Brussels 2005.
- 134. Katalog firmy HUCK: *Technologia trwałych nie luzujących połączeń dowolnych konstrukcji*, Boltimex Wydawnictwo Przedstawiciela w Katowicach.
- 135. Katalog firmy LLENTAB: Hale Stalowe, Llentabhallen Sp. z o. o., Gdańsk.

- 136. Komentarz do normy PN –90/B-03200, Centralny Ośrodek Badawczo Projektowy Konstrukcji Metalowych "Mostostal", Warszawa 1992.
- 137. NK-517/P/98. Opinia techniczna dotycząca oceny wytrzymałości i odporności korozyjnej sworzni HUCK, ITB, Warszawa 1998.
- 138. PN-91/H-04310. Próba statyczna rozciągania metali, 1991.
- 139. PN-90/B-03200. Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie, 1990.
- 140. PN-B-03207: 2002. Konstrukcje stalowe. Konstrukcje z kształtowników i blach profilowanych na zimno. Projektowanie i wykonanie.
- 141. PN-EN 1993-1-1:2005. Projektowanie konstrukcji stalowych, Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków, PKN, Warszawa 2005.
- 142. Rautaruukki O.: *Handbuch fur konstrukteure*, Stahlprodukte von Rautaruukki, Otava, Keuruu 1996.
- 143. Rautaruukki O., Hannu V.: Design handbook for Rautaruukki, Structural hollow sections, Finland, Handbook, MEF 3/98, 1998.
- 144. Recommendations for Steel Construction, ECCS-TC7: The Design and Testing of Connections in Steel Sheeting and Sections, Constrado, No. 21, 1990.
- 145. S136; 1994: Cold-formed steel structural members, Etobicoke, Ont., Canada, Canadian Standards Association, 1994.
- 146. Sworznie i pierścienie Huck Fastening System, Aprobata Techniczna Instytutu Badawczego Dróg i Mostów w Warszawie, Nr AT/97-03-0068, Warszawa 1997.
- 147. Sworznie typu Huck do wykonywania połączeń elementów konstrukcji metalowych, Aprobata Techniczna Instytutu Techniki Budowlanej, Nr AT-15-3487/99. Warszawa 1999.

# PODATNE POŁĄCZENIA NA SWORZNIE JEDNOSTRONNE W PRĘTOWYCH KONSTRUKCJACH CIENKOŚCIENNYCH

## Streszczenie

Praca dotyczy zagadnień mechaniki połączeń cienkościennych konstrukcji stalowych. Celem jej było rozeznanie zachowania się zakładkowych połączeń wykonanych za pomocą łączników typu sworzniowego, a także rozwiązywanie na drodze analitycznej, z doświadczalną weryfikacją obliczeń przykładowych, połączeń obciążonych statycznie.

W ostatnich latach obserwuje się w kraju znaczny popyt na lekkie i ekonomiczne konstrukcje stalowe z kształtowników giętych na zimno, projektowanych przez firmy zagraniczne, a następnie przez nie montowanych na placach budowy z pojedynczych prętów, przy użyciu śrub zwykłych lub częściowo sprężonych.

Przy bogatej ofercie krajowego asortymentu kształtowników giętych na zimno brakuje rozwiązań połączeń sworzniowych sprawdzonych doświadczalnie, które pozwoliłyby projektować budowlane konstrukcje, a równocześnie zapewnić im efektywny i szybki montaż. Współczesnym wymaganiom montażowym, eksploatacyjnym i ekonomicznym mogą, zdaniem autora, sprostać – dopuszczone do stosowania przez ITB – sworznie jednostronne BOM. Mają one dużą rezerwę nośności obliczeniowej w stosunku do obciążenia niszczącego, mogą więc zapewnić połączeniom odpowiednią trwałość, a konstrukcjom należyte bezpieczeństwo. Sworznie jednostronne umożliwiają łączenie ścianek kształtowników o przekrojach otwartych z zamkniętymi, co niewątpliwie jest ich zaletą konstrukcyjną.

Brak w dostępnej literaturze przedmiotowej metody obliczania dowolnego, zakładkowego połączenia odkształcalnego, równocześnie zginanego i ścinanego, zachęcał do podjęcia trudu rozwiązania tego problemu. Z analizy materiałów publikacyjnych (*rozdział 1*) wynika, iż niejednokrotnie podejmowano próbę rozwiązania mimośrodowo ścinanego połączenia zakładkowego, z wykorzystaniem układu trzech równań równowagi i uwzględnieniem zależności fizycznej "obciążenie-przemieszczenie" opisującej zachowanie się łącznika w połączeniu zakładkowym. Warunek momentów zapisywano wówczas względem nieznanego położenia chwilowego środka obrotu. Rozwiązanie polegało na iteracyjnym poszukiwaniu współrzędnych środka obrotu aż do spełnienia warunków równowagi.

W *rozdziale 2* opracowano metodę obliczania układów prętowych z węzłami podatnymi, ujmującą występujące w połączeniach przemieszczenia trwałe, nazywane "luzowymi". Wykorzystano tu zasadę prac dopełniających, wyrażającą związek między: krzywizną, wydłużeniem i odkształceniem postaciowym a przemieszczeniami uogólnionymi. Metoda ta umożliwiła dokonanie ilościowej oceny wpływu przemieszczeń "luzowych" na rozkład sił wewnętrznych w prostych ramach.

Sztywności połączeń zakładkowych ustalano na podstawie ścieżek równowagi statycznej rozciąganych połączeń na wkręty i sworznie jednostronne, otrzymanych z zależności między kątem obrotu i krzywizną, uwzględniającej wymiary połączenia. Zmiany wartości momentów zginających w przykładowej ramie określone w stosunku do wartości w ramie z węzłami sztywnymi przekraczały 40%, a przemieszczenia poziome na wysokości naroży zwiększyły się aż o 85%. Porównywano wyniki uzyskane w dwu przypadkach, tj. kiedy do obliczeń wprowadzono wartości sztywności siecznych i sztywności stycznych połączeń. Przyjęcie sztywności siecznych okazało się jednak zbyt dużym uproszczeniem, bowiem różnice w wartościach momentów i przemieszczeń poziomych przekraczały 20%.

W rozdziale 3 sformułowano układ równań, opisujący wytężenie zakładkowego połączenia na łączniki typu sworzniowego. W modelu obliczeniowym rozpatrzono podatne połączenie dwu blach o różnych grubościach i odmiennych gatunkach stali, obciążone momentem zginającym M oraz dowolnie ukierunkowaną siłą ścinającą W, będącą wypadkową siły podłużnej H i siły poprzecznej V. Obciążenia, przekazywane z jednej blachy na drugą, powodują wzajemne przemieszczanie się tychże. Blachy ulegają składowym przesunięciom u i v, równoległym odpowiednio do kierunków obciążeń H i V, oraz trzeciej składowej obrotu o kąt  $\phi$ , spowodowanej momentem M.

Połączenie zostało potraktowane jako złożone z dwu blach-tarcz sztywnych oraz sztywno-plastycznych łączników. Założono, że w całym zakresie obciążenia M i W, tj. od zera do zniszczenia połączenia, narastają równocześnie i proporcjonalnie. W związku z powyższym kierunek wypadkowych przemieszczeń  $\phi_i$  w osi i tego łącznika nie ulega zmianie. Przyjęto ponadto, iż zachowane zostają początkowe odległości między łącznikami, tzn. że deformacje blach występują jedynie w bliskim otoczeniu łączników, związane z owalizacją otworów. Siły docisku trzpieni sworzni do blach imitują siły  $S_i$ , zaczepione w projektowanych środkach otworów; kierunki działania tych sił są prostopadłe do promieni łączących osie łączników z chwilowym środkiem

#### Streszczenie

obrotu R. Założono także, że łączniki – podczas wzajemnego przemieszczania się blach – "stoją" w swoich projektowanych osiach.

Układ równań – z niewiadomymi siłami  $S_i$  oraz trzema przemieszczeniami  $u, v, \phi$  – można w ogólnym przypadku przedstawić w postaci równań równowagi, jednego uogólnionego równania konstytutywnego oraz odpowiednich związków geometrycznych. Równanie równowagi momentów zginających zapisano względem dowolnie usytuowanego początku układu współrzędnych prostokątnych. Równanie konstytutywne jest funkcją odwrotną w stosunku do zależności  $S_i - \phi_{i,L+E}$ , wiążącej obciążenie  $S_i$  pojedynczego łącznika z przemieszczeniem  $\phi_{i,L+E}$ , zachodzącym w punkcie i między łączonymi blachami.

W *rozdziale 4* zamieszczono wyniki własnych badań doświadczalnych, których głównym celem było:

- wyznaczenie nośności obliczeniowej na docisk z uwzględnieniem stanu granicznego owalizacji w przypadku sworzni jednostronnych Ø13,6, typu BOM R16 – w jednociętych połączeniach zakładkowych blach o grubościach 4,0 i 5,0 mm;
- ustalenie zależności  $S_1 \phi_{L+E}$ , wiążących obciążenie  $S_1$  pojedynczego sworznia z wzajemnym przemieszczeniem całkowitym  $\delta_{L+E}$  łączonych blach, o grubościach wynoszących 4,0 i 5,0 mm;
- badanie trzech połączeń statycznie wewnętrznie niewyznaczalnych: symetrycznego 5-sworzniowego i niesymetrycznego 4-sworzniowego – rozciąganych mimośrodowo oraz 8-sworzniowego – zginanego naprzemiennie;
- badania symetrycznych połączeń rozciąganych i zginanych naprzemiennie w celu poznania kształtu pętli histerez, przy różnych poziomach obciążeń i historiach obciążenia.

Scieżki równowagi statycznej połączeń rozciąganych osiowo, rozciąganych mimośrodowo i zginanych, obciążanych w jednym kierunku oraz naprzemiennie opisują zmniejszanie sztywności podczas cyklicznych procesów zwiększania obciążeń. Powtarzalność wyników w zginanych naprzemiennie połączeniach 8-sworzniowych okazała się lepsza, aniżeli w połączeniach 4- i 5-sworzniowych. Podczas badania połączeń rozciąganych mimośrodowo pomierzono współrzędne chwilowego ("wędrującego") środka obrotu.

W *rozdziale* 5 na wykresach  $M-\phi$  porównano wyniki analizy numerycznej trzech statycznie wewnętrznie niewyznaczalnych połączeń z wynikami doświadczalnymi. Sformułowane układy równań badanych przypadków połączeń rozwiązano za pomocą programu Mathematica. Uzyskano przy tym dość dobrą zgodność wyników. Potwier-

dziły ją także porównywane, pomierzone i obliczone numerycznie, wartości współrzędnych chwilowego środka obrotu.

0

Analizowano przyczyny rozrzutu wyników badań doświadczalnych w przypadku badania kilku jednakowych elementów próbnych, a także pewnych różnic między wynikami analizy numerycznej oraz rezultatami badań. Rozrzut wyników badań mógł być spowodowany: ograniczoną dokładnością wykonania otworów w ściankach i ich wypełnieniem materiałem tulejek, zmęczeniem materiału ścianek w bliskim otoczeniu sworzni na skutek działania obciążenia cyklicznego, zróżnicowanymi siłami tarcia obrotowego w złożonym stanie obciążenia połączenia, a także historią obciążania.

W przypadku porównywania wyników doświadczalnych i numerycznych różnice mogły ponadto pochodzić od sił tarcia obrotowego występujących w osiach łączników, których model obliczeniowy nie uwzględniał.

W rozdziale 6 sporządzono krzywe graniczne symetrycznego połączenia 5-sworzniowego oraz niesymetrycznego połączenia 4-sworzniowego, obciążonych siłami M i W. Krzywe te zilustrowano na wykresach, w układach bezwymiarowych współrzędnych prostokątnych  $M/M_{gr}$ ,  $W/W_{gr}$ . Pozwalają one sprawdzić nośność danego połączenia przy dowolnych wartościach obciążeń, bez konieczności żmudnego rozwiązywania układu równań nieliniowych.

Wyróżniono trzy przypadki stanów granicznych. Przypadek I dotyczy sytuacji, gdy co najmniej jeden łącznik w połączeniu był obciążony siłą równą jego nośności obliczeniowej. Przypadek II, gdy wzajemne przemieszczenia łączonych ścianek osiągały wartość graniczną  $\delta_{gr} = 3,0$  mm dla najbardziej wytężonego łącznika. Przypadek III odpowiada teoretycznemu stanowi granicznemu zniszczenia połączenia, gdy obciążenie każdego łącznika przybliżało się do wartości granicznej.

W rozdziale 7 zamieszczono wzory opisujące trzy sztywności chwilowe, związane z wzajemnymi przemieszczeniami blach u, v oraz  $\phi$ , towarzyszącymi odpowiednio sile podłużnej H i sile poprzecznej V oraz momentowi zginającemu M. Wyprowadzone wzory stanowią związki interakcyjne, zachodzące pomiędzy trzema sztywnościami w dowolnym połączeniu. Każdą z trzech sztywności wyrażono za pomocą: sztywności początkowej, parametru degradacji sztywności i współczynnika redukcji sztywności. Trzy parametry degradacji  $\omega_M$ ,  $\omega_H$  i  $\omega_V$  uwzględniają zmienność globalnego uszkodzenia plastycznego zachodzącego w połączeniu, pod działaniem odpowiednio obciążeń M, H i V. Trzy współczynniki redukcyjne  $v_M$ ,  $v_H$  i  $v_V$  ujmują ilościowy wpływ wzajemnego oddziaływania na siebie trzech sztywności. Ustalanie wartości współczynników redukcyjnych mogą ułatwić plany warstwicowe, naniesione w układach współrzędnych prostokątnych  $M / M_{gr}$ ,  $W / W_{gr}$ , które sporządzono dla wybranych połączeń. Plany warstwicowe wykorzystano w przykładowych obliczeniach statycznych ramy kratowej oraz ramy z ryglem kratowym (*rozdział 8*). Wyniki obliczeń pozwoliły ocenić: w pierwszym przypadku – wpływ trzech sztywności chwilowych, z pominięciem współczynników redukcyjnych, na rozkład sił wewnętrznych w ramie, w drugim – wpływ trzech sztywności chwilowych z uwzględnieniem związków interakcyjnych.

W *rozdziale* 9 opracowano wnioski z badań i podano kierunki dalszych prac. Wyniki pracy wykazują określoną wartość praktyczną w odniesieniu do konstrukcji wykonywanych z kształtowników giętych na zimno. Liczne wyniki badań doświadczalnych, metoda obliczania połączenia odkształcalnego, sposób postępowania przy sporządzaniu krzywych granicznych i planów warstwicowych współczynników redukcyjnych oraz wzory do obliczania sztywności chwilowych mogą stanowić istotny krok na drodze do opracowania krajowego systemu konstrukcyjnego układów kratowo-ramowych projektowanych z kształtowników cienkościennych o przekrojach zarówno otwartych, jak i zamkniętych.

# FLEXIBLE JOINTS WITH BLIND BOLTS IN THIN-WALLED BAR CONSTRUCTIONS

## Summary

The dissertation deals with problems concerning the mechanism of joints in thinwalled steel structures. Its aim was to find out the behaviour of lap joints realized by means of bolt-type connections, and to solve statically loaded joints, analytically verifying this problem by exemplary calculations.

In recent years a considerable demand for light and economical steel constructions, consisting of cold-bent profiles, is to be observed in this country, which have been designed by foreign producers and also realized by them in situ applying single bars and simple or partially prestressed bolts.

In spite of an ample offer of assortments of cold-bent profiles produced in Poland, there are no experimentally checked solutions concerning bolt joints, which would permit to design building constructions and at the same time also allow their effective and fast assembly. Blind bolts, the application of which has been permitted by the Institute of Building Technology in Warsaw, can – in the author's opinion – face the requirements of assembling and operation as well as the economical requirements. They display a large reserve of computational load-carrying capacity in relation to the destructive load, and thus can ensure an adequate durability and safety. Blind bolts permit to connect the walls of profiles with open cross-sections with those having closed cross-sections, which is doubtlessly a favourable feature.

Available literature does not provide any method of calculating any arbitrary deformable lap joint, simultaneously bent and sheared; this encouraged the author to cope with the solution of this problem. The analysis of publications (*chapter 1*) indicates that attempts to solve eccentrically sheared lap-joints have been made more than once, making use of a set of three equations of equilibrium and taking into account the physical relation "load-displacement", which describes the behaviour of the blind bolt in the lap joint. The condition of moments was then expressed versus the unknown position of the instantaneous center of rotation. The solution consisted in the iterative search for the co-ordinates of the center of rotation until the conditions of equilibrium were satisfied.

**Chapter 2** deals with a method of calculating bar systems with flexible nodes, formulating the constant displacements occurring in the joints, called "clearances". For this purpose the principle of complementary work was applied, which expresses the relation between the curvature, the elongation and non-dilatational strain on the one hand and generalized displacements on the other. Thanks to this method it was possible to assess quantitatively the effect of "loose" displacements on the distribution of the internal forces in simple frames.

The rigidity of lap-joints was determined basing on the paths of static equilibrium, of stretched joints with screws and blind bolts, making use of the relation between the angle of rotation and the curvature and taking into account the dimensions of the joint. The changes of the values of bending moments in the exemplary frame, determined in relation to these values in a frame with rigid nodes, exceeded 40 %, whereas horizontal displacements on the level of the quoins increased up to 85 %. The results concerning two cases were compared with each other, viz. when the calculations comprised the values of secant rigidities and tangential rigidities of the joints. Considerations concerning secant rigidities, however, proved to be a too large simplification, because the differences of the values of moments and horizontal displacements exceeded 20 %.

In chapter 3 a set of equations is formulated, describing the effort of a lap-joint in blind-bolt connections. The model of calculations considers a flexible joint of two steel sheets with different thickness, made of different kinds of steel, loaded with the bending moment M and an arbitrarily directed shearing force W, which is the resultant of the longitudinal force H and the transverse force V. Loads transferred from one steel sheet to the other cause their mutual displacements. The sheets are subjected to constituent displacements u and v, parallel, respectively, to the directions of the load H and V, and also to the third component of rotation by the angle  $\phi$ , due to the moment M.

The joint was treated as a complex joint of two rigid disk sheets and stiff connections. It has been assumed that the loads M and W increase simultaneously and proportionally in the whole range, i.e. from zero to the destruction of the connection. Therefore, the direction of the resultants of displacements in the axis of the *i*-th fastener remains unchanged. Moreover, it has been assumed that the initial distances between the bolts will be kept, i.e. deformations of the sheets will occur only in the close vicinity of the blind bolts, due to the ovalization of the holes. The forces of the pressure of the mandrels to the steel sheets imitate the forces  $S_1$  attached in the designed centers of the holes; these forces operate perpendicularly to the radii connecting the axes of the connections with an instantaneous center of rotation R. It has also been assumed that during the mutual displacements of the sheets the quoins "stay" in their designed axes.

The set of equations with unknown forces  $S_1$  and three displacements u, v,  $\phi$ , can in general be presented as equations of equilibrium, one generalized constitutive equation and adequate geometrical relations. The equation of equilibrium for the bending moments has been expressed versus the arbitrarily situated origin of the rectangular coordinate system. The constitutive function is an anti-function versus the relation  $S_i - \phi_{L+E,i}$ , connecting the load  $S_i$  of a single blind bolt with the displacement  $-\phi_{L+E,i}$  in the point *i* between the joined steel sheets.

Chapter 4 presents the results of the author's own experimental investigations, carried out in order to:

- determine the calculated load-carrying capacity to pressure, taking into account the boundary state of ovalization, in the case of blind bolts Ø13.6 mm, type BOM R16 – in single-cut lap-joints of steel sheets 4.0 and 5.0 mm thick;
- determine the relation  $S_1 \phi_{L+E}$ , connecting the load  $S_1$  of a single blind bolt with the mutual total displacement  $\phi_{L+E}$  of the joined sheets, 4.0 and 5.0 mm thick;
- investigate three statically internally not determinable connections, viz. a symmetrical five-blind-bolt joint and unsymmetrical four-blind-bolt joint both stretched eccentrically and an eight-blind-bolt alternately bent connection;
- investigate symmetrical joints, alternately stretched and bent; in order to find out the shape of the hysteresis loops at various levels of loads and histories of loading.

The paths of static equilibrium of axially stretched, eccentrically stretched and bent joints, loaded in one direction an alternately, describe the decreasing rigidity in the course of cyclic processes of increasing the load. The recurrence of the same results in alternately bent eight-blind-bolt joints proved to be better than in the case of four- and five-blind-bolt joints. In the course of investigating eccentrically stretched joints also the coordinates of the instantaneously center of rotation ("wandering") was measured.

In the diagrams of  $M-\phi$ , presented in *chapter 5*, the results of the numerical analysis concerning three statically internally undeterminable joints have been compared with experimental results. The formulated sets of equations concerning the investigated joints have been solved by means of the programme Mathematica, obtaining a rather good agreement of results, which were also confirmed by compared, measured and numerical calculated values of the coordinates of the instantaneous center of rotation.

The reasons of the scattering of experimental results of investigations concerning several identical test elements have been analyzed, as well as some differences between the results of investigations. The scattering of the results of investigations may also be due to the limited accuracy in the drilling of the holes in the walls and to filling the bushes with material, the fatigue of the material of the walls in the vicinity of the blind bolt due to the cyclic loading, the differentiated forces of rotational friction in the complex state of loading the joint, and also by the history of loading.

In the case of the compared experimental and numerical results these differences might also result from the forces of rotational friction in the axes of the joints, which has not been taken into account in the model of calculations.

**Chapter 6** contains boundary curves of a symmetrical five-blind-bolt and unsymmetrical four-blind-bolt joints, both of them loaded with the forces M and W. These curves have been shown in the diagrams as non-dimensional systems of rectangular coordinates  $M / M_{lim}$ ,  $W / W_{lim}$ , permitting to check the load-bearing capacity of the given joint at any arbitrary values of the loads, without the necessity of an arduous solution of a set of non-linear equations.

Three boundary states have been distinguished. The first one concerns a situation when at least one blind bolt in the connection was loaded with a force equal to its calculated load-bearing capacity. The second case – in which the mutual displacements of the joined walls achieved the boundary value  $\delta_{lim} = 3.0$  mm, in the joint subjected to the highest effort. The third case corresponds to the theoretical boundary state of destruction of the joint, when the load of each fastener approached the boundary value.

**Chapter 7** provides formulae describing the instantaneous rigidities connected with the mutual displacements of the steel sheets u, v and  $\phi$ , accompanying, respectively, the longitudinal force H and transverse force V as well as the bending moment M. The derived formulae constitute interactive relations, occurring between three rigidities in any arbitrary joint. Each one of them is expressed by the initial rigidity, the parameter of degradation of the rigidity and the coefficient of reduction of the rigidity. Three parameters of degradation  $\omega_M$ ,  $\omega_H$  and  $\omega_V$  take into account the variability of the global plastic destruction in the joint affected by the loads M, H and V. Three reducing coefficients  $v_M$ ,  $v_H$  and  $v_V$  express the quantitative effect of the interaction of three rigidities. The determination of the values of the reducing coefficients may be facilitated by applying contour plans plotted in the rectangular co-ordinate systems  $M / M_{lim}$ ,  $W / W_{lim}$  concerning the selected joints.

Contour plans were applied in exemplary static calculations, carried out for a latticed frame and a frame with a frame transom (*chapter 8*). The results of calculations permitted to assess in the first case the influence of three instantaneous rigidities, neglecting the reducing coefficients, on the distribution of internal forces in the frame, and in the second case – the effect of three instantaneous rigidities, taking into account the interactive connections.

**Chapter 9** presents conclusions resulting from these investigations and suggests trends for further investigations. The results of the presented investigations are of a definite practical value in the case of constructions consisting of cold-bent profiles. Numerous results of experimental investigations, the method of calculating a deformed joint, the way of dealing with the setting up of boundary curves and contour plans of the reducing coefficients and the suggested formulae for calculating instantaneous rigidities – may be the essential step in the way to develop a system of construction of lattice-frame systems, valid for this country, designed of thin-walled profiles with open as well as closed cross-sections.

## WYDAWNICTWO POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ ul. Akademicka 5, 44-100 Gliwice; tel. (0-32) 237-13-81 http://wydawnictwo.polsl.pl

## Sprzedaż i Marketing tel. (0-32) 237-18-48 wydawnictwo\_mark@polsl.pl

Nakł.	100+50	Ark.	wyd.	16,5	Ark. druk.	16	Papier offse	t. 70x100,80g
Oddar	10 do druku 9.02.20	06 <b>r</b> .		Podpisano o	lo druku 9.02.200	5 <b>r</b> .	Druk ukończ. w	/ lutym 2006 r.

Wydrukowano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach, ul. Kujawska 1 zam. 44/06

#### Książki Wydawnictwa można nabyć w księgarniach

#### GLIWICE

- Punkt Sprzedaży Wydawnictwa na Wydziale Górnictwa i Geologii ul. Akademicka 2 (237-17-87)
- "FORMAT" Akademicka 5 na Wydziale Budownictwa
- "LAMBDA" ul. Akademicka 2 (237-21-40)
- "MERCURIUS" ul. Prymasa S. Wyszyńskiego 14 b (032) 230-47-22
- "ŻAK" ul. Kaszubska (budynek Biblioteki)

## BIAŁYSTOK

- Dom Książki (Księgarnia 84) ul. Wiejska 45 c
- EKOPRESS Księgarnia Wysyłkowa ul. Brukowa 28 (085) 746-04-95

### GDAŃSK

EKO-BIS – ul. Dyrekcyjna 6 (058) 305-28-53

#### KATOWICE

- Punkt Sprzedaży na Wydziale Transportu ul. Krasińskiego 8
- Hurtownia "DIK" ul. Dulęby 7 (032) 204-82-30
- Hurtownia "JERZY" ul. Słoneczna 24 (032) 258-99-58

#### KRAKÓW

- Techniczna ul. Podwale 4 (012) 422-48-09
- Punkt Sprzedaży WND AGH, Al. Mickiewicza 30 (012) 634-46-40

### ŁÓDŹ

- "POLITECHNIKA 100" ul. Żeromskiego 116 PŁ.
- Hurtownia "BIBLIOFIL" ul. Jędrowizna 9a (042) 679-26-77

#### OPOLE

BK - "POLITECHNIKA" - Wydz. Budownictwa, ul. Katowicka 48 (077) 456-50-58 wew.333

#### POZNAŃ

- Księgarnia "POLITECHNIK" ul. Piotrowo 3 (061) 665-23-24
- Księgarnia Techniczna ul. Półwiejska 28 (061) 659-00-38

#### RYBNIK

- "ORBITA" ul. Rynek 12
- "NEMEZIS" ul. Hallera 26

#### TYCHY

• "I JA TOURS" - ul. Piłsudskiego 10 (217-00-91 w.130)

#### WARSZAWA

- Studencka Pl. Politechniki 1 (022) 628-77-58
- Techniczna ul. Kaliskiego 15 (022) 666-98-02
- Techniczna ul. Świętokrzyska 14
- ♦ MDM ul. Piękna 31

#### WROCŁAW

• "TECH" – ul. Wybrzeże Wyspiańskiego 27

#### ZABRZE

Punkt Sprzedaży na Wydziale Organizacji i Zarządzania- ul. Roosevelta 26

BIBLIOTEKA GŁÓWNA Politechniki Śląskiej

Wydawnictwo Politechniki Śląskiej 44-100 Gliwice, ul. Akademicka 5 tel./fax (0-32) 237-13-81 http://wydawnictwo.polsl.pl Sprzedaż i Marketing: tel. (0 32) 237-18-48, e-mail: wydawnictwo\_mark@polsl.pl