ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Nr 46 AUTOMATYKA z.1 1961

ZDZISŁAW POGODA

Zakład Teorii Regulacji

STABILNOŚĆ WIELOPARAMETROWYCH UKŁADÓW REGULACJI AUTOMATYCZNEJ

Streszczenie: W pracy omówiono sposoby opisu własności dynamicznych elementów wieloparametrowych oraz ich zasadnicze połączenia, przy użyciu zapisu macierzowego. Podano twierdzenie podstawowe o stabilności układów zamkniętych zawierających elementy wieloparametrowe, pozwalające napisać równanie charakterystyczne. Na zakończenie przeliczony został przykład jednoczesnej regulacji napięcia i częstotliwości generatora synchronicznego, przy uwzględnieniu ograniczonej mocy silnika napędowego.

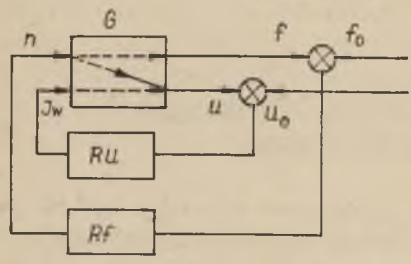
1. WSTĘP

We współczesnych zautomatyzowanych urządzeniach przemysłowych coraz częściej pojawia się konieczność jednoczesnego regulowania kilku parametrów w tym samym obiekcie. Jako prosty przykład można wymienić regulację odosobnionego generatora synchronicznego. Parametrami regulowanymi będą tu napięcie i częstotliwość, zaś parametrami regulującymi prąd wzbudzenia i prędkość obrotowa maszyny napędowej (rys.1).

Zaburzenie w obwodzie regulacji napięcia nie posiada wpływu na procesy w obwodzie regulacji częstotliwości. Natomiast zaburzenie w obwodzie regulacji częstotliwości wywołuje proces przejściowy w obwodzie regulacji napięcia. Mamy tu do czynienia z jednokrotnym sprzężeniem między poszczególnymi obwodami regulacji. Intuicyjnie można wyczuć, że jeżeli obydwa obwody regulacji wzięte z osobna będą stabilne to układ jako całość będzie również stabilny.

Jeśli jednak uwzględnić ograniczoną moc silnika napędowego, to wskutek zmiany napięcia, zmieni się obciążenie generatora, zmienią się jego obroty i częstotliwość napięcia. Dwukrotne sprzężenie między poszczególnymi obwodami regulacji tworzy dodatkową pętlę sprzężenia zwrotnego. Mimo stabilności poszczególnych obwodów regulacyjnych, układ jako całość może być niestabilny.

W pracy niniejszej będą rozpatrywane liniowe układy wieloparametrowe posiadające co najmniej dwa sprzężenia między obwodami głównymi, zwanymi w dalszym ciągu sprzężeniami skrośnymi.



Rys.1. Układ regulacji napięcia i częstotliwości generatora synchronicznego. RU - regulator napięcia, Rf - regulator częstotliwości

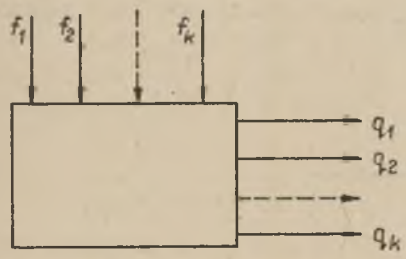
2. RÓWNANIA ELEMENTU WIELOPARAMETROWEGO

Ruch dowolnego układu dynamicznego o k stopniach swobody (rys.2), można opisać za pomocą równań Lagrange'a drugiego rodzaju

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = -\frac{\partial V}{\partial q_i} - \frac{\partial W}{\partial \dot{q}_i} + f_i(t) \qquad (1)$$

$$(i = 1,2, \ldots, k)$$

gdzie T - całkowita energia kinetyczna zawarta w układzie
V - całkowita energia potencjalna
W - energia rozproszenia (straty na ciepło)
f_i - zaburzenia zewnętrzne
q_i - współrzędne uogólnione



Rys.2. Układ dynamiczny o k stopniach swobody

W układach liniowych energia kinetyczna T oraz energia rozproszenia W są jednorodnymi formami kwadratowymi prędkości uogólnionych $\dot{q}_i$, natomiast energia potencjalna V - jednorodną formą kwadratową współrzędnych uogólnionych q_i

$$T = \frac{1}{2}\sum_i^k\sum_j^k \alpha_{ij}\dot{q}_i\dot{q}_j$$

$$W = \frac{1}{2}\sum_i^k\sum_j^k \delta_{ij}\dot{q}_i\dot{q}_j \qquad (2)$$

$$V = \frac{1}{2}\sum_i^k\sum_j^k \gamma_{ij}q_iq_j$$

Podstawiając te zależności do równań (1) i wykonując różniczkowanie otrzymujemy

$$\sum_j^k \left[\alpha_{ij}\frac{d^2q_j}{dt^2} + \beta_{ij}\frac{dq_j}{dt} + \gamma_{ij}q_j\right] = f_i(t) \qquad (3)$$

$$(i = 1,2,\ldots,k)$$

gdzie $\beta_{ij} = \delta_{ij} - \alpha_{ij}$

Po transformacji Laplece'a -Carsona, układ równań (3) można zapisać w postaci macierzowej

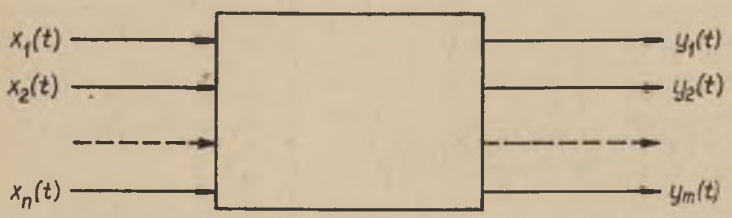
$$\mathbb{A}(p)\,\mathbb{Q}(p) = \mathbb{F}(p) \qquad (4)$$

gdzie

$$A_{ij}(p) = \alpha_{ij}p^2 + \beta_{ij}p + \gamma_{ij} \qquad (5)$$

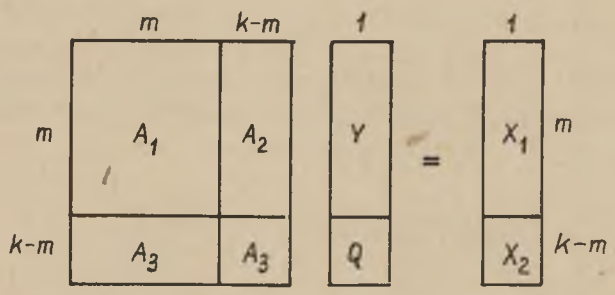
jest elementem macierzy symetrycznej typu k x k, natomiast $\mathbb{Q}$ i $\mathbb{F}$ są macierzami kolumnowymi typu k x 1.
Zaburzenia zewnętrzne $f_i(t)$ zwane są w automatyce sygnałami wejściowymi. W dlaszym ciągu będziemy je oznaczać $x_i(t)$. Jeśli element posiada n wejść, to n spośród k wielkości

$x_i(t)$ będzie różnych od zera. Oczywiście $n \leqslant k$. Współrzędne uogólnione $q_i(t)$, których przebieg zależy od wielkości $x_i(t)$, noszą w automatyce nazwę wielkości wyjściowych i w dalszym ciągu oznaczać je będziemy przez $y_i(t)$. Jeżeli element posiada m wyjść, to istotny jest przebieg tylko m spośród k wielkości $y_i(t)$. Otrzymujemy w ten sposób element n wejściowy i m wyjściowy (rys.3).



Rys.3. Element n wejściowy i m wyjściowy

Równanie macierzowe (4) można po odpowiednim uporządkowaniu przedstawić w postaci schematu pokazanego na rys.4.



Rys.4. Schemat porządkowania równań (4)

Na podstawie rysunku 4 i własności klatkowych (koagulowanych), można napisać dwa równania macierzowe

$$\mathbb{A}_1\mathbb{Y}+\mathbb{A}_2\mathbb{Q}=\mathbb{X}_1$$
$$\mathbb{A}_3\mathbb{Y}+\mathbb{A}_4\mathbb{Q}=\mathbb{X}_2$$

Eliminując z tych równań macierz $\mathbb{Q}$, otrzymujemy

$$\mathbb{M}\mathbb{Y} = \mathbb{L}\mathbb{X} \tag{6}$$

gdzie $\mathbb{M}$ jest macierzą kwadratową typu mxm, natomiast macierz $\mathbb{L}$ jest macierzą prostokątną typu mxn. Macierze $\mathbb{Y}$ i $\mathbb{X}$ są macierzami kolumnowymi typu odpowiednio mx1 i nx1. Mnożąc równanie (6) lewostronnie przez $\mathbb{M}^{-1}$ otrzymamy

$$\mathbb{Y} = \frac{\mathbb{L}}{\mathbb{M}}\mathbb{X}$$

gdzie

$$\mathbb{M}^{-1}\mathbb{L} = \frac{\mathbb{L}}{\mathbb{M}}$$

Wyrażenie

$$\mathbb{K}(p) = \frac{\mathbb{L}(p)}{\mathbb{M}(p)} \tag{7}$$

można nazwać macierzową funkcją przejścia elementu wieloparametrowego [1]. Macierze występujące we wzorze (7) są macierzami wielomianowymi. Czasami wygodniej jest mieć do czynienia z macierzami liczbowymi. Rozkładając macierze $\mathbb{L}(p)$ i $\mathbb{M}(p)$ na sumę macierzy z odpowiednimi potęgami p, możemy macierzową funkcję przejścia zapisać w postaci

$$\mathbb{K}(p) = \frac{\mathbb{A}_0 + p\mathbb{A}_1 + \ldots + p^r\mathbb{A}_r}{\mathbb{B}_0 + p\mathbb{B}_1 + \ldots + p^s\mathbb{B}_s} \tag{8}$$

gdzie $\mathbb{A}_i$ i $\mathbb{B}_i$ są macierzami liczbowymi, przy czym $r \leqslant s$. Współczynniki macierzowe $\mathbb{A}_i$ są zawsze macierzami kwadratowymi typu mxm, natomiast $\mathbb{B}_i$ macierzami prostokątnymi, typu mxn. Macierzowa funkcja przejścia jest więc macierzą prosto-

---

[1] Można udowodnić podobnie jak dla układów jednoparametrowych stopień elementów macierzy $\mathbb{L}(p)$ jest nie większy od stopnia elementów macierzy $\mathbb{M}(p)$.

kątną, typu mxn. Ilość kolumn macierzowej funkcji przejścia jest równa ilości wejść a ilość wierszy ilości wyjść elementu wieloparametrowego.

Fizykalną interpretację daje inna postać macierzowej funkcji przejścia, którą można by nazwać macierzą przejścia elementu wieloparametrowego. Definicję (7), można zapisać w postaci

$$\mathbb{K}(p) = \frac{\mathbb{M}^D \mathbb{L}}{\det \mathbb{M}}$$

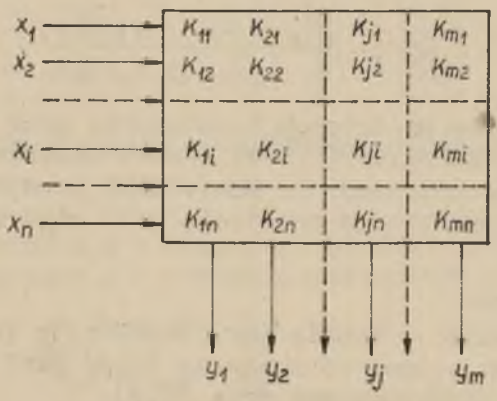
gdzie $\mathbb{M}^D$ macierz dołączona do macierzy $\mathbb{M}$. Po rozpisaniu otrzymujemy

$$\mathbb{K}(p) = \begin{Vmatrix} K_{11}(p) & K_{12}(p) & \dots & K_{1n}(p) \\ K_{21}(p) & K_{22}(p) & \dots & K_{2n}(p) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{m1}(p) & K_{m2}(p) & \dots & K_{mn}(p) \end{Vmatrix} \tag{9}$$

Elementy tej macierzy mają prostą interpretację fizykalną: jeśli na wejściu elementu wieloparametrowego działa jeden tylko sygnał $X_i(p)$ to przebieg j-ego sygnału wyjściowego określony jest równaniem

$$Y_j(p) = K_{ji}(p)\, X_i(p) \tag{10}$$

Znaczenie elementów macierzy (9), wyjaśnia rys.(5)

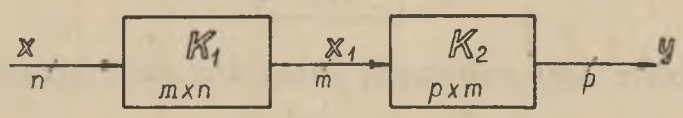


Rys.5. Znaczenie elementów macierzy przejścia

Własności dynamiczne elementu wieloparametrowego znane są zwykle w postaci macierzy przejścia (9), gdyż elementy jej łatwo określić na drodze eksperymentalnej za pomocą zależności (10).

3. ALGEBRA ELEMENTÓW WIELOWEJŚCIOWYCH

3.1. Połączenie szeregowe (rys.6)



Rys.6. Połączenie szeregowe elementów wieloparametrowych

Na podstawie rys.6 możemy napisać

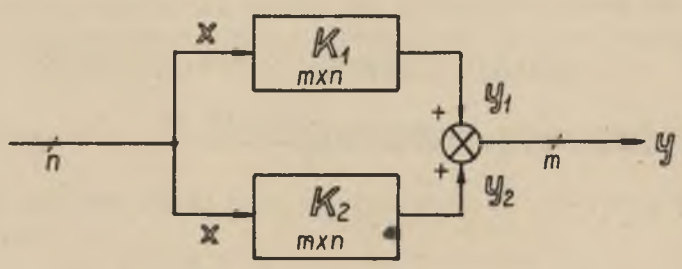
$$Y = K_2 X_1 = K_2 K_1 X$$

Funkcja przejścia szeregowego połączenia elementów wieloparametrowych jest więc równa

$$K(p) = K_2(p) K_1(p) \tag{11}$$

Aby działanie (11) było wykonalne, to macierz K_2 musi posiadać tyle kolumn co macierz K_1 wierszy, co oznacza, że drugi element musi posiadać tyle wejść ile pierwszy wyjść. Jeśli tak nie jest, to należy odpowiednią macierz uzupełnić zerami. Na uwagę zasługuje fakt, że kolejność czynników we wzorze (11) jest odwrotna do kierunku przechodzenia sygnału.

3.2. Połączenie równoległe (rys.7)



Rys.7. Równoległe połączenie elementów wieloparametrowych

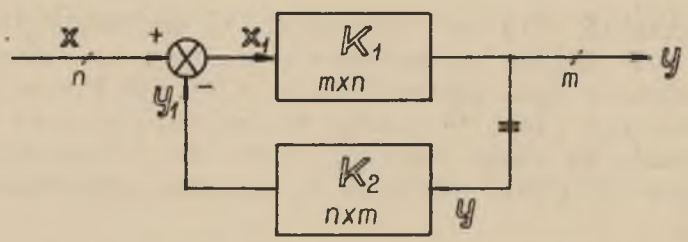
Z rysunku 7 wynika, że

$$Y = Y_1 + Y_2 = K_1 X + K_2 X = [K_1 + K_2] X$$

skąd

$$\underset{mxn}{K(p)} = \underset{mxn}{K_1(p)} + \underset{mxn}{K_2(p)} \tag{12}$$

3.3. Sprzężenie zwrotne (rys.8)



Rys.8. Połączenie elementów wieloparametrowych ze sprzężeniem zwrotnym

Na podstawie rysunku 8 można napisać następujące równania

$$\mathbb{X}_1 = \mathbb{X} - \mathbb{Y}_1$$
$$\mathbb{Y}_1 = \mathbb{K}_2 \mathbb{Y}$$
$$\mathbb{Y} = \mathbb{K}_1 \mathbb{X}$$

Eliminując z tych równań macierze $\mathbb{X}_1$ i $\mathbb{Y}_1$ otrzymamy

$$\mathbb{K}(p) = \frac{\mathbb{K}_1(p)}{\mathbb{1} + \mathbb{K}_0(p)}, \tag{13}$$

gdzie $\mathbb{1}$ macierz jednostkowa typu mxm, natomiast

$$\mathbb{K}_0(p) = \mathbb{K}_1(p)\mathbb{K}_2(p) \tag{14}$$

macierz przejścia układu otwartego w punkcie a (rys.8). Z równań (11) - (14) wynika, że przekształcanie schematów blokowych zawierających elementy wieloparametrowe odbywa się tak samo, jak dla elementów jednoparametrowych z zachowaniem porządku czynników w iloczynach.

4. TWIERDZENIE PODSTAWOWE O STABILNOŚCI UKŁADU WIELOPARAMETROWEGO

Dla jednoobwodowego układu zamkniętego przedstawionego na rys.9 obowiązują równania

$$\left.\begin{aligned} \mathbb{E} &= \mathbb{Y}_0 - \mathbb{Y} \\ \mathbb{X} &= \mathbb{K}_r \mathbb{E} \\ \mathbb{Y} &= \mathbb{K}_0 \mathbb{X} \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

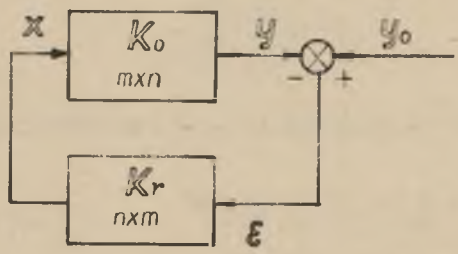
Stąd

$$\mathbb{E} = \frac{\mathbb{Y}_0}{\mathbb{1} + \mathbb{K}}, \tag{16}$$

gdzie

$$\underset{m\times m}{\mathbb{K}} = \underset{m\times n}{\mathbb{K}_o}\,\underset{n\times m}{\mathbb{K}_r} \tag{17}$$

macierz przejścia otwartego układu regulacji, liczona przy otwarciu na wejściu regulatora (punkt a na rys.9).



Rys.9. Zamknięty układ regulacji wieloparametrowej

Dla układów wieloparametrowych przyjmujemy to samo określenie stabilności co dla układów jednoparametrowych:
Układ wieloparametrowy nazywać będziemy stabilnym, jeżeli czasowe funkcje wszystkich błędów $\varepsilon_i(t)$ dążą do wartości skończonych, przy stałych zaburzeniach $y_{oi} = C_i$

$$\lim_{t\to\infty} \|\varepsilon(t)\| = \|C\| \tag{18}$$

lub

$$\lim_{p\to 0} \mathbb{E} = \mathbb{C} \tag{18a}$$

Z równania (16) wynika, że układ będzie stabilny, jeśli mianowniki elementów macierzy $[\mathbb{1} + \mathbb{K}]^{-1}$ będą miały pierwiastki z ujemnymi częściami rzeczywistymi.

$$[\mathbb{1}+\mathbb{K}]^{-1} = [\mathbb{1}+\mathbb{M}^{-1}\mathbb{L}]^{-1} = [\mathbb{M}^{-1}(\mathbb{M}+\mathbb{L})]^{-1} =$$
$$= (\mathbb{M}+\mathbb{L})^{-1}\mathbb{M} = \mathbb{H}^{-1}\mathbb{M}$$

Jeśli macierze $\mathbb{T}_1$ i $\mathbb{T}_2$ sprowadzają macierz $\mathbb{H}$ do postaci diagonalnej, to wtedy [1]

$$\det \mathbb{T}_1 = \text{const}, \qquad \det \mathbb{T}_2 = \text{const}$$

oraz

$$[\mathbb{1}+\mathbb{K}]^{-1} = [\mathbb{T}_1^{-1}\mathbb{V}\mathbb{T}_2^{-1}]^{-1}\mathbb{M} = \mathbb{T}_2\mathbb{V}^{-1}\mathbb{T}_1\mathbb{M} \tag{19}$$

gdzie

$$\mathbb{V} = \begin{Vmatrix} V_1(p) & & & \\ & V_2(p) & & \\ & & \ddots & \\ & & & V_m(p) \end{Vmatrix}$$

Wielomiany $V_i(p)$ są dzielnikami elementarnymi macierzy $[\mathbb{M}+\mathbb{L}]$ [1]. Układ będzie więc stabilny jeśli wszystkie dzielniki elementarne będą miały pierwiastki z ujemnymi częściami rzeczywistymi. Równanie charakterystyczne układu można zapisać w postaci

$$\det \mathbb{V}(p) = 0$$

lub po dzieleniu przez $\det \mathbb{M}$ i uwzględnieniu (19)

$$\det [\mathbb{1} + \mathbb{K}(p)] = 0 \tag{20}$$

Wypisując wyraźnie macierz przejścia, otrzymamy następujące równanie charakterystyczne

$$\begin{vmatrix} 1 + K_{11}(p) & K_{12}(p) & \dots & K_{1m}(p) \\ K_{21}(p) & 1 + K_{22}(p) & \dots & K_{2m}(p) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{m1}(p) & K_{m2}(p) & \dots & 1 + K_{mm}(p) \end{vmatrix} = 0 \tag{21}$$

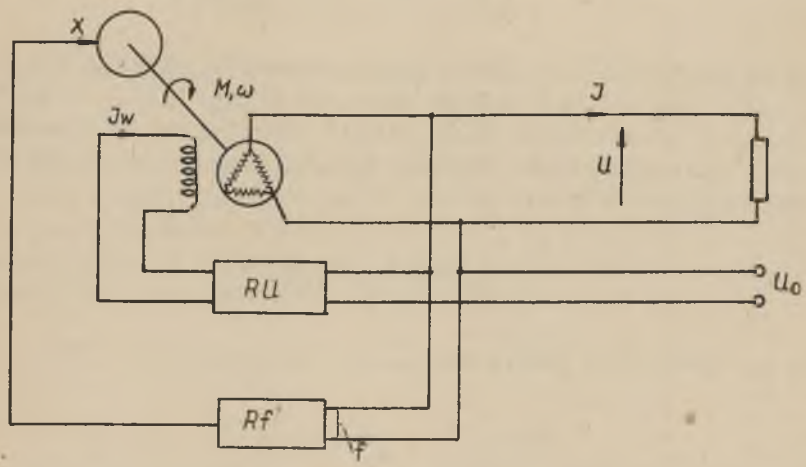
Jeśli wszystkie sprzężenia skrośne są równe zeru $K_{ij}(p) \equiv 0$ dla $i \neq j$. to (21) sprowadza się do postaci

$$\prod_{i=1}^{m} \left[1 + K_{ii}(p)\right] = 0$$

Wynika stąd, że aby układ bez sprzężeń skrośnych był stabilny, to każdy z układów regulacyjnych musi być stabilny.

5. REGULACJA NAPIĘCIA I CZĘSTOTLIWOŚCI GENERATORA SYNCHRONICZNEGO

Uproszczony schemat układu przedstawiony jest na rys.9.



Rys.10. Układ regulacji napięcia i częstotliwości generatora synchronicznego. Oznaczenia: M - moment obrotowy silnika; M_s - moment obciążenia silnika; I - całkowity moment bezwładności, sprowadzony na wał silnika; ω - prędkość kątowa silnika; x-parametr regulujący moment silnika (np. dopływ paliwa); T - elektromechaniczna stała czasowa układu generator-silnik; U - napięcie regulowane generatora; J - prąd obciążenia generatora; J_w - prąd wzbudzenia generatora; f - częstotliwość napięcia generatora; U_o - napięcie odniesienia; RU - regulator napięcia; Rf - regulator częstotliwości

Badanie stabilności przeprowadzimy dla liniowego przybliżenia równań różniczkowych układu, co według pierwszego twierdzenia Łapunowa pozwoli sądzić o zachowaniu się układu przy małych zaburzeniach.

Równanie motoru napędowego dla przyrostów wokół stanu ustalonego

$$I \frac{d\Delta\omega}{dt} = \Delta M - \Delta M_s$$

$$\Delta M = k'_x \Delta x - k_\omega \Delta\omega \quad , \qquad \Delta M_s = k'_J \Delta J$$

gdzie

$$k'_x = \frac{\partial M}{\partial X} , \quad k_\omega = - \frac{\partial M}{\partial \omega} , \quad k'_J = \frac{\partial M_s}{\partial J}$$

Stąd operatorowo

$$\Delta\omega = \frac{k_x}{1 + pT} \Delta x - \frac{k_J}{1 + pT} \Delta J \tag{22}$$

$$k_x = \frac{k'_x}{k_\omega} , \quad k_J = \frac{k'_J}{k_\omega} , \quad T = \frac{I}{k_\omega}$$

Równanie generatora

$$\Delta U = k_{Jw} \Delta J_w + k_u \Delta\omega \tag{23}$$

gdzie

$$k_{Jw} = \frac{\partial U}{\partial J_w} , \quad k_u = \frac{\partial U}{\partial \omega}$$

$$\Delta f = k_f \Delta\omega \tag{24}$$

Jeśli obciążenie ma charakter omowy, to

$$\Delta J = k_o \Delta U \tag{25}$$

Z równań (22) - (25) otrzymujemy równania obiektu

$$\left.\begin{aligned} \Delta U &= k_{11}\frac{1+pT}{1+p\frac{T}{k_1}}\Delta J_w + \frac{k_{12}}{1+pT}\Delta x \\ \Delta f &= -\frac{k_{21}}{1+p\frac{T}{k_1}}\Delta J_w + \frac{k_{22}}{1+p\frac{T}{k_1}}\Delta x \end{aligned}\right\} \qquad (26)$$

gdzie

$$k_{11} = k_{Jw} \qquad k_{12} = \frac{k_u k_x}{1+k_u k_J k_o}$$

$$k_{21} = \frac{k_f k_J k_o k_{Jw}}{1+k_u k_J k_o} \qquad k_{22} = \frac{k_x k_f}{1+k_u k_J k_o}$$

$$k_1 = 1+k_u k_J k_o$$

Macierz przejścia obiektu będzie

$$\mathbb{K}_o(p) = \begin{Vmatrix} k_{11}\frac{1+pT}{1+p\frac{T}{k}} & \frac{k_{12}}{1+pT} \\ -\frac{k_{21}}{1+p\frac{T}{k}} & \frac{k_{22}}{1+p\frac{T}{k}} \end{Vmatrix}$$

Jeśli obydwa regulatory są proporcjonalne, to

$$\mathbb{K}_r(p) = \begin{Vmatrix} k_{r1} & 0 \\ 0 & k_{r2} \end{Vmatrix}$$

i równanie charakterystyczne

$$\det\left[\mathbb{1} + \mathbb{K}_o \, \mathbb{K}_r\right] = 0$$

ma postać

$$\begin{vmatrix} 1 + k_{11}k_{r1} \cdot \dfrac{1 + pT}{1 + p\dfrac{T}{k_1}} , & \dfrac{k_{12}\, k_{r2}}{1 + pT} \\ -\dfrac{k_{21}\, k_{r1}}{1 + p\dfrac{T}{k_1}} , & 1 + \dfrac{k_{22}\, k_{r2}}{1 + p\dfrac{T}{k_1}} \end{vmatrix} = 0$$

Dla maszyn wolnoobrotowych o dużym napięciu i przy dużym obciążeniu, współczynniki k_u i k_o są bardzo małe. Jeśli ponadto silnik napędowy posiada znaczną sztywność obrotów, to wtedy również k_J jest małe i można przyjąć przybliżenie

$$k_1 = 1 + k_u \, k_o \, k_J \approx 1$$

Równanie charakterystyczne będzie miało postać

$$\begin{vmatrix} 1 + k_{11}\, k_{r1} & \dfrac{k_{12}\, k_{r2}}{1 + pT} \\ -\dfrac{k_{21}\, k_{r1}}{1 + pT} & 1 + \dfrac{k_{22} k_{r2}}{1 + pT} \end{vmatrix} = 0$$

Po rozwinięciu otrzymujemy

$$(1 + k_{11}\, k_{ri})(1 + pT)(1 + k_{22}\, k_{r2} + pT) + k_{12}k_{21}k_{r1}k_{r2} = 0$$

czyli układ jest strukturalnie stabilny. Warto zauważyć, że strukturalna stabilność jest wynikiem istnienia ujemnego znaku w pierwszym elemencie drugiego wiersza macierzy

przejścia obiektu. Rozpatrywany układ posiada więc tendencję do samostabilizacji.

Dla uzyskania dużej dokładności, regulator częstotliwości powinien być typu I; mamy wtedy

$$\mathbb{K}_r(p) = \begin{Vmatrix} k_{ri} & 0 \\ 0 & \frac{k_{r2}}{p} \end{Vmatrix}$$

Równanie charakterystyczne będzie miało wtedy postać

$$p^3T^2 + p^2 2T + p(1 + k_{22}\, k_{r2}\, T) + \frac{k_{12}\, k_{21}\, k_{r1}\, k_{r2}}{1 + k_{11}\, k_{r1}} +$$

$$+ k_{22}\, k_{r2} = 0$$

Warunkiem stabilności dla tego równania jest nierówność

$$k_x\, k_f(1 - k_u\, k_J\, k_{Jw}\, k_o\, k_{r1})\, k_{r2}\, T > -2$$

Nierówność ta dopuszcza dwie pary rozwiązań względem k_{r1} i k_{r2}

$$\left.\begin{aligned} k_{r1} &< \frac{1}{k_u k_J k_{Jw} k_o} \\ k_{r2} &> 0 \end{aligned}\right\}$$

oraz

$$\left.\begin{aligned} k_{r1} &> \frac{1}{k_u k_J k_{Jw} k_o} \\ k_{r2} &< \frac{1}{T}\,\frac{2}{k_x k_f(k_u k_J k_{Jw} k_o k_{r1} - 1)} \end{aligned}\right\}$$

Z przykładu tego widać, że uzyskanie dużej dokładności regulacji napięcia (wzmocnienie k_{r1}) jest możliwe tylko przy ograniczonej prędkości regulacji częstotliwości (wzmocnienie k_{r2}) i odwrotnie, uzyskanie dużej prędkości regulacji częstotliwości możliwe jest tylko przy ograniczonej dokładności regulacji napięcia.

6. WNIOSKI

1. Własności dynamiczne elementu wieloparametrowego daje się zapisać albo w formie lewostronnego ilorazu dwóch wielomianów o macierzowych współczynnikach liczbowych albo w postaci macierzy której elementami są funkcje przejścia poszczególnych kanałów.

2. Przy macierzowym zapisie równań układu otrzymuje się identyczne wyrażenia jak dla układów jednoparametrowych, w których miejsce skalarów (liczb funkcji) zajmują macierze (liczbowe, funkcyjne).

3. Sprzężenia skrośne na ogół wpływają niekorzystnie na stabilność układu.

4. Ocena stabilności polega na badaniu miejsc zerowych wyznacznika, co bardzo utrudnia zadanie pod względem rachunkowym.

Artykuł niniejszy stanowi skrót fragmentu pracy doktorskiej wykonanej w Zakładzie Teorii Regulacji Politechniki Śląskiej pod kierunkiem Pana Profesora Doktora Stefana Węgrzyna. Za zachętę do podjęcia tematu oraz wiele cennych uwag i okazaną pomoc w czasie pracy, autor tą drogą składa Mu najserdeczniejsze podziękowanie.

LITERATURA

[1] Mostowski, A., Stark M., Elementy algebry wyższej, PWN Warszawa 1958.

Устоучивость многомерных систем автоматического регулирования

Содержание

В стате разработано методы записи динамических свойств многомерных элементов систем автоматического регулирования как и основные их соединения применяя матричное исчисление. В окончание перечислено пример одновременного регулирования напряжения и частоты синхронного генератора, учитивая ограниченную мощность приводного двигателя.

Stability of Multiparameter Control Systems

Summary

This paper presents an investigation of the dynamic properties of the multiparameter and multiloop control systems. The characteristic equation can be developed from the basic stability criterion for multiloop control systems. The simultaneous frequency-voltage alternator, with limited power of the driving motor is given as a practical example illustrating the principal topics.