

DER STAHLBAU

Schriftleitung:

Dr.-Ing. A. Hertwig, Geh. Regierungsrat, Professor an der Technischen Hochschule Berlin, Berlin-Charlottenburg 2, Technische Hochschule
Fernspr.: Steinplatz 0011
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernspr.: Breslau 421 61

Beilage
zur Zeitschrift

DIE BAUTECHNIK

Fachschrift für das ge-
samte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 R.-M. und Postgeld

4. Jahrgang

BERLIN, 6. März 1931

Heft 5

Berechnung des biegungsfesten Kreisringes mit radialer, stetiger, elastischer Stützung.

Alle Rechte vorbehalten.

Von Dr.-Ing. K. Pohl, a. o. Prof. a. d. Techn. Hochschule in Charlottenburg.

Ein Kreisring werde durch zahlreiche Einzelstützen S in gleichen Abständen in radialer Richtung elastisch gestützt (Abb. 1). Diese Stützung vermag Drehbewegungen des Ringes um seinen Mittelpunkt nicht zu verhindern, sie wirkt also nur gegen radial gerichtete Lasten P . An Stelle der elastischen Stäbe S können auch biegungsfeste Träger T angeordnet sein, gegen die man sich den Ring reibungslos gestützt denken kann, aber so, daß auch Zugkräfte übertragen werden können (Abb. 2). Diese Voraussetzung wird auch erfüllt, wenn bei fester Verbindung das Trägheitsmoment der Stützträger in bezug auf die in Richtung des Halbmessers liegende Schwerachse vernachlässigt werden kann, die Stützträger also aus schmalen Rippen oder Flachstäben bestehen. Bei sehr großer Zahl der Stützen ist es zulässig, eine stetige Stützung anzunehmen, die Stützen sind dann gewissermaßen unendlich dicht angeordnet; an der Stelle, die durch den Zentriwinkel φ bestimmt ist, ist

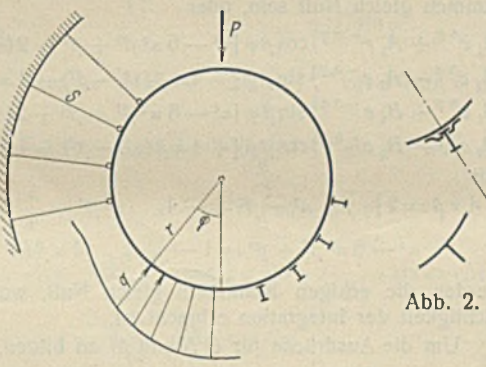


Abb. 1.

Abb. 2.

$q = f(y)$
die Ordinate der Stützungs-Widerstandskurve.

Bedeutet y die radial gemessene Durchbiegung des Ringes an der Stelle φ , nach außen gerichtet positiv, so muß y der Druckordinate q proportional sein,

$$(1) \quad q = cy,$$

worin c , die Widerstandskonstante für die Einheit der Durchbiegung, durch den Abstand und die Art der Einzelstützen — ob Stützstäbe oder Stützträger — gegeben ist.

Es genügt, die Wirkung einer Einzellast P zu untersuchen, da jede andere radiale Belastung hiernach durch Überlagerung ausgewertet werden kann.

Die allgemeinen Ausdrücke für M , Q , N .

Abgesehen von der statisch unbestimmten Stützung ist der geschlossene Ring außerdem noch dreifach statisch unbestimmt; da der

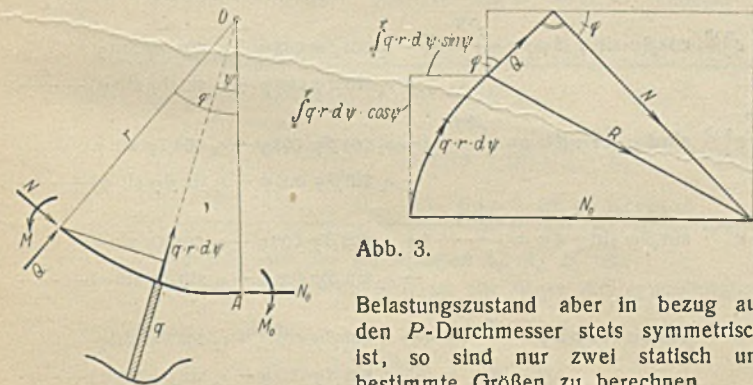


Abb. 3.

Belastungszustand aber in bezug auf den P -Durchmesser stets symmetrisch ist, so sind nur zwei statisch unbestimmte Größen zu berechnen.

Wir schneiden den Ring im Punkte A auf (s. Abb. 3), der dem Angriffspunkt von P gegenüberliegt, es herrsche dort das Biegemoment M_0 (positiv), wenn es den Ring aufzubiegen bestrebt ist, oder innen Zug-, außen Druckspannungen erzeugt, und die Normalkraft N_0 (als Druck positiv), während die Querkraft Q_0 hier gleich Null sein muß.

An der Stelle φ sei entsprechend M , N , Q vorhanden, als äußere Kräfte greifen an dem Bogenstück nur die radial gerichteten elementaren Stützkräfte $q r d\psi$ an. Reiht man diese Kräfte in einem Kräfteplan (Abb. 3) aneinander, so bilden sie ein Bogenstück mit den Komponenten

$$\text{lotrecht: } \int_0^\varphi q r d\psi \cos \psi, \quad \text{waagrecht: } \int_0^\varphi q r d\psi \sin \psi,$$

das sich mit N_0 und der Resultierenden R aus Q und N im Gleichgewicht befinden muß.

Aus dem Kräfteplan lesen wir ab:

$$\int_0^\varphi q r d\psi \sin \psi + Q \sin \varphi + N \cos \varphi - N_0 = 0,$$

$$\int_0^\varphi q r d\psi \cos \psi + Q \cos \varphi - N \sin \varphi = 0, \quad \text{hieraus folgt:}$$

$$(2) \quad Q = + N_0 \sin \varphi - r \cos \varphi \int_0^\varphi q \cos \psi d\psi - r \sin \varphi \int_0^\varphi q \sin \psi d\psi,$$

$$(3) \quad N = + N_0 \cos \varphi + r \sin \varphi \int_0^\varphi q \cos \psi d\psi - r \cos \varphi \int_0^\varphi q \sin \psi d\psi.$$

Für das Biegemoment gilt:

$$M = M_0 + N_0 r (1 - \cos \varphi) - \int_0^\varphi q r d\psi r \sin (\varphi - \psi),$$

$$(4) \quad M = M_0 + N_0 r (1 - \cos \varphi) - r^2 \sin \varphi \int_0^\varphi q \cos \psi d\psi + r^2 \cos \varphi \int_0^\varphi q \sin \psi d\psi.$$

Wir bilden noch die Ableitungen

$$\frac{dM}{d\varphi} = + N_0 r \sin \varphi - r^2 \cos \varphi \int_0^\varphi q \cos \psi d\psi - r^2 \sin \varphi \frac{d}{d\varphi} \int_0^\varphi q \cos \psi d\psi - r^2 \sin \varphi \int_0^\varphi q \sin \psi d\psi + r^2 \cos \varphi \frac{d}{d\varphi} \int_0^\varphi q \sin \psi d\psi$$

und

$$\frac{d^2 M}{d\varphi^2} = + N_0 r \cos \varphi + r^2 \sin \varphi \int_0^\varphi q \cos \psi d\psi - r^2 \cos \varphi \int_0^\varphi q \sin \psi d\psi - 2 r^2 \cos \varphi \frac{d}{d\varphi} \int_0^\varphi q \cos \psi d\psi - 2 r^2 \sin \varphi \frac{d}{d\varphi} \int_0^\varphi q \sin \psi d\psi - r^2 \sin \varphi \frac{d^2}{d\varphi^2} \int_0^\varphi q \cos \psi d\psi + r^2 \cos \varphi \frac{d^2}{d\varphi^2} \int_0^\varphi q \sin \psi d\psi.$$

Setzt man $q = cy$ unter den Integralen ein, so sind die Werte $\int_0^\varphi y \sin \psi d\psi$ und $\int_0^\varphi y \cos \psi d\psi$ samt ihren Ableitungen nach einer Annahme für y leicht zu berechnen.

Diese Annahme lautet wie beim geraden Stabe

$$(5) \quad y = e^{k\varphi}.$$

Damit wird

$$\int_0^\varphi e^{k\psi} \cos \psi d\psi = \frac{e^{k\varphi} (k \cos \varphi + \sin \varphi) - k}{k^2 + 1},$$

$$\int_0^\varphi e^{k\psi} \sin \psi d\psi = \frac{e^{k\varphi} (k \sin \varphi - \cos \varphi) + 1}{k^2 + 1},$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\varphi} \int_0^\varphi e^{k\psi} \cos \psi d\psi &= e^{k\varphi} \cos \varphi, \\ \frac{d}{d\varphi} \int_0^\varphi e^{k\psi} \sin \psi d\psi &= e^{k\varphi} \sin \varphi, \\ \frac{d^2}{d\varphi^2} \int_0^\varphi e^{k\psi} \cos \psi d\psi &= e^{k\varphi} (k \cos \varphi - \sin \varphi), \\ \frac{d^2}{d\varphi^2} \int_0^\varphi e^{k\psi} \sin \psi d\psi &= e^{k\varphi} (\cos \varphi + k \sin \varphi). \end{aligned}$$

Dies in M und $d^2 M : d\varphi^2$ eingesetzt, gibt

$$M = M_0 + N_0 r (1 - \cos \varphi) - \frac{c r^2}{k^2 + 1} (e^{k\varphi} - \cos \varphi - k \sin \varphi),$$

$$\frac{d^2 M}{d\varphi^2} = + N_0 r \cos \varphi - \frac{c r^2}{k^2 + 1} (k^2 e^{k\varphi} + \cos \varphi + k \sin \varphi).$$

Berechnung der Werte von k aus der Differentialgleichung der Biegelinie.

Die Gleichung für die Biegelinie des Kreisringes lautet

$$(6) \quad \frac{d^2 y}{d\varphi^2} + y = \frac{M r^2}{E J},$$

wobei die Vorzeichen den Voraussetzungen entsprechen, daß die Durchbiegungen y positiv sind, wenn sie nach außen gerichtet sind, und die Biegemomente M , wenn sie im Ring Innen Zug-, außen Druckspannungen hervorrufen.

Setzt man in diese Gleichung $y = e^{k\varphi}$, $y^{(2)} = k^2 e^{k\varphi}$ und $M = f(\varphi)$ ein, so enthält die neue Gleichung auch Glieder mit φ in der sin-cos-Funktion, führt also nicht zur charakteristischen Gleichung für k . Beachtet man aber, daß diese Glieder verschwinden, wenn man

$$M + \frac{d^2 M}{d\varphi^2}$$

bildet, so ist hierdurch der Weg zur Lösung gegeben. Wir bilden

$$\frac{d^4 y}{d\varphi^4} + \frac{d^2 y}{d\varphi^2} = \frac{r^2}{E J} \cdot \frac{d^2 M}{d\varphi^2},$$

addieren dies zur Gleichung (6) und erhalten

$$(7) \quad \frac{d^4 y}{d\varphi^4} + 2 \cdot \frac{d^2 y}{d\varphi^2} + y = \frac{r^2}{E J} \left(M + \frac{d^2 M}{d\varphi^2} \right),$$

$$k^4 e^{k\varphi} + 2 k^2 e^{k\varphi} + e^{k\varphi} = \frac{M_0 r^2}{E J} + \frac{N_0 r^3}{E J} - \frac{c r^4}{E J} \cdot e^{k\varphi}$$

oder mit $e^{k\varphi} = y$:

$$\frac{d^4 y}{d\varphi^4} + 2 \cdot \frac{d^2 y}{d\varphi^2} + y \left(1 + \frac{c r^4}{E J} \right) = \frac{(M_0 + N_0 r) r^2}{E J}.$$

Mit der Abkürzung

$$(8) \quad \frac{r^4 c}{E J} = \gamma$$

lautet die charakteristische Gleichung für k :

$$(9) \quad \begin{aligned} k^4 + 2 k^2 &= -(1 + \gamma), \\ k^2 &= -1 \pm \sqrt{-\gamma}, \\ k &= \pm \sqrt{-1 \pm i \sqrt{\gamma}}. \end{aligned}$$

Der imaginäre Ausdruck unter dem Wurzelzeichen läßt sich mit Hilfe der Formel beseitigen:

$$\sqrt{a \pm b i} = \sqrt{\frac{|a^2 + b^2 + a|}{2}} \pm i \sqrt{\frac{|a^2 + b^2 - a|}{2}},$$

in unserem Falle ist $a = -1$, $b = \sqrt{\gamma}$. Wir führen ein:

$$(10) \quad \alpha = \sqrt{\frac{|1 + \gamma - 1|}{2}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{|1 + \gamma + 1|}{2}},$$

dann lauten die vier Wurzeln

$$k_1 = +(\alpha + i\beta), \quad k_2 = +(\alpha - i\beta), \quad k_3 = -(\alpha - i\beta), \quad k_4 = -(\alpha + i\beta)$$

und die allgemeine Lösung der homogenen Gleichung

$$y = C_1 e^{(\alpha + i\beta)\varphi} + C_2 e^{(\alpha - i\beta)\varphi} + C_3 e^{-(\alpha - i\beta)\varphi} + C_4 e^{-(\alpha + i\beta)\varphi},$$

$$y = e^{\alpha\varphi} (C_1 e^{i\beta\varphi} + C_2 e^{-i\beta\varphi}) + e^{-\alpha\varphi} (C_3 e^{i\beta\varphi} + C_4 e^{-i\beta\varphi}).$$

Mit

$$e^{i\beta\varphi} = \cos \beta\varphi + i \sin \beta\varphi, \quad e^{-i\beta\varphi} = \cos \beta\varphi - i \sin \beta\varphi$$

wird

$$y = e^{\alpha\varphi} \cos \beta\varphi (C_1 + C_2) + e^{-\alpha\varphi} \cos \beta\varphi (C_3 + C_4) + e^{\alpha\varphi} \sin \beta\varphi (C_1 - C_2) + e^{-\alpha\varphi} \sin \beta\varphi (C_3 - C_4).$$

Mit den neuen Konstanten

$$C_1 + C_2 = A_1, \quad C_3 + C_4 = A_2, \quad i(C_1 - C_2) = B_1, \quad i(C_3 - C_4) = B_2$$

lautet die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$(11) \quad y = (A_1 e^{\alpha\varphi} + A_2 e^{-\alpha\varphi}) \cos \beta\varphi + (B_1 e^{\alpha\varphi} + B_2 e^{-\alpha\varphi}) \sin \beta\varphi + C,$$

worin

$$(12) \quad C = \frac{(M_0 + N_0 r) r^2}{E J (1 + \gamma)}.$$

Um die Richtigkeit der Integration zu prüfen, bilden wir die vier Ableitungen der Funktion.

$$\begin{aligned} \frac{d y}{d \varphi} &= \alpha \left[(A_1 e^{\alpha \varphi} - A_2 e^{-\alpha \varphi}) \cos \beta \varphi + (B_1 e^{\alpha \varphi} - B_2 e^{-\alpha \varphi}) \sin \beta \varphi \right] \\ &\quad + \beta \left[-(A_1 e^{\alpha \varphi} + A_2 e^{-\alpha \varphi}) \sin \beta \varphi + (B_1 e^{\alpha \varphi} + B_2 e^{-\alpha \varphi}) \cos \beta \varphi \right], \\ \frac{d^2 y}{d \varphi^2} &= (\alpha^2 - \beta^2) \left[(A_1 e^{\alpha \varphi} + A_2 e^{-\alpha \varphi}) \cos \beta \varphi + (B_1 e^{\alpha \varphi} + B_2 e^{-\alpha \varphi}) \sin \beta \varphi \right] \\ &\quad + 2 \alpha \beta \left[-(A_1 e^{\alpha \varphi} + A_2 e^{-\alpha \varphi}) \sin \beta \varphi + (B_1 e^{\alpha \varphi} - B_2 e^{-\alpha \varphi}) \cos \beta \varphi \right], \\ \frac{d^3 y}{d \varphi^3} &= (\alpha^3 - 3 \alpha \beta^2) \left[(A_1 e^{\alpha \varphi} - A_2 e^{-\alpha \varphi}) \cos \beta \varphi + (B_1 e^{\alpha \varphi} - B_2 e^{-\alpha \varphi}) \sin \beta \varphi \right] \\ &\quad + (\beta^3 - 3 \beta \alpha^2) \left[(A_1 e^{\alpha \varphi} + A_2 e^{-\alpha \varphi}) \sin \beta \varphi - (B_1 e^{\alpha \varphi} + B_2 e^{-\alpha \varphi}) \cos \beta \varphi \right], \\ \frac{d^4 y}{d \varphi^4} &= (\alpha^4 - 6 \alpha^2 \beta^2 + \beta^4) \left[(A_1 e^{\alpha \varphi} + A_2 e^{-\alpha \varphi}) \cos \beta \varphi + (B_1 e^{\alpha \varphi} + B_2 e^{-\alpha \varphi}) \sin \beta \varphi \right] \\ &\quad + 4 \alpha \beta (\alpha^2 - \beta^2) \left[-(A_1 e^{\alpha \varphi} + A_2 e^{-\alpha \varphi}) \sin \beta \varphi + (B_1 e^{\alpha \varphi} - B_2 e^{-\alpha \varphi}) \cos \beta \varphi \right]. \end{aligned}$$

Dann muß

$$y^{(4)} + 2 y^{(2)} + y(1 + \gamma) = \frac{(M_0 + N_0 r) r^2}{E J} \text{ sein.}$$

Man erhält

$$\begin{aligned} &(\alpha^4 - 6 \alpha^2 \beta^2 + \beta^4) \left[(A_1 e^{\alpha \varphi} + A_2 e^{-\alpha \varphi}) \cos \beta \varphi + (B_1 e^{\alpha \varphi} + B_2 e^{-\alpha \varphi}) \sin \beta \varphi \right] \\ &+ 4 \alpha \beta (\alpha^2 - \beta^2) \left[-(A_1 e^{\alpha \varphi} + A_2 e^{-\alpha \varphi}) \sin \beta \varphi + (B_1 e^{\alpha \varphi} - B_2 e^{-\alpha \varphi}) \cos \beta \varphi \right] \\ &+ 2 (\alpha^2 - \beta^2) \left[(A_1 e^{\alpha \varphi} + A_2 e^{-\alpha \varphi}) \cos \beta \varphi + (B_1 e^{\alpha \varphi} + B_2 e^{-\alpha \varphi}) \sin \beta \varphi \right] \\ &+ 4 \alpha \beta \left[-(A_1 e^{\alpha \varphi} + A_2 e^{-\alpha \varphi}) \sin \beta \varphi + (B_1 e^{\alpha \varphi} - B_2 e^{-\alpha \varphi}) \cos \beta \varphi \right] \\ &+ (1 + \gamma) \left[(A_1 e^{\alpha \varphi} + A_2 e^{-\alpha \varphi}) \cos \beta \varphi + (B_1 e^{\alpha \varphi} + B_2 e^{-\alpha \varphi}) \sin \beta \varphi \right] \\ &+ C = \frac{(M_0 + N_0 r) r^2}{E J}. \end{aligned}$$

Da $C(1 + \gamma) = \frac{(M_0 + N_0 r) r^2}{E J}$ ist, so müssen alle übrigen Glieder zusammen gleich Null sein, oder

$$\left. \begin{aligned} &(A_1 e^{\alpha \varphi} + A_2 e^{-\alpha \varphi}) \cos \beta \varphi [\alpha^4 - 6 \alpha^2 \beta^2 + \beta^4 + 2(\alpha^2 - \beta^2) + (1 + \gamma)] \\ &(A_1 e^{\alpha \varphi} - A_2 e^{-\alpha \varphi}) \sin \beta \varphi [-4 \alpha \beta (\alpha^2 - \beta^2) - 4 \alpha \beta] \\ &(B_1 e^{\alpha \varphi} + B_2 e^{-\alpha \varphi}) \sin \beta \varphi [\alpha^4 - 6 \alpha^2 \beta^2 + \beta^4 + 2(\alpha^2 - \beta^2) + (1 + \gamma)] \\ &(B_1 e^{\alpha \varphi} - B_2 e^{-\alpha \varphi}) \cos \beta \varphi [+4 \alpha \beta (\alpha^2 - \beta^2) + 4 \alpha \beta] \end{aligned} \right\} = 0.$$

Mit

$$4 \alpha \beta = 2 \sqrt{\gamma}, \quad \alpha^2 - \beta^2 = -1, \quad \alpha^2 \beta^2 = \frac{1}{4} \gamma, \quad \alpha^4 + \beta^4 = \frac{2 + \gamma}{2},$$

$$\alpha^4 - 6 \alpha^2 \beta^2 + \beta^4 = 1 - \gamma, \quad 4 \alpha \beta (\alpha^2 - \beta^2) = -2 \sqrt{\gamma}$$

werden die eckigen Klammern gleich Null, womit der Beweis für die Richtigkeit der Integration erbracht ist.

Um die Ausdrücke für Q und M zu bilden, müssen die Werte von

$$\int_0^\varphi q \cos \psi d\psi = c \int_0^\varphi y \cos \psi d\psi \quad \text{und} \quad c \int_0^\varphi y \sin \psi d\psi$$

berechnet werden. Hierzu brauchen wir die Formeln für die Integrale

$$\begin{aligned} \int e^{\alpha\psi} \cos \beta\psi \cos \psi d\psi, & \quad \int e^{\alpha\psi} \cos \beta\psi \sin \psi d\psi, \\ \int e^{\alpha\psi} \sin \beta\psi \cos \psi d\psi, & \quad \int e^{\alpha\psi} \sin \beta\psi \sin \psi d\psi \end{aligned}$$

und dieselben Ausdrücke mit $e^{-\alpha\psi}$.

Mit den Abkürzungen

$$\begin{aligned} 1 + (\alpha^2 + \beta^2)^2 + 2(\alpha^2 - \beta^2) &= \varepsilon_1, \\ \alpha^3 + \alpha \beta^2 + \alpha &= \varepsilon_2, \\ \alpha^2 - \beta^2 + 1 &= \varepsilon_3, \\ \beta^3 + \alpha^2 \beta - \beta &= \varepsilon_4, \\ 2 \alpha \beta &= \varepsilon_5. \end{aligned}$$

lauten die Integralformeln folgendermaßen:

$$\int_0^\varphi e^{\alpha\psi} \cos \beta\psi \cos \psi d\psi = \frac{e^{\alpha\varphi}}{\varepsilon} \left(\varepsilon_1 \cos \beta\varphi \cos \varphi + \varepsilon_2 \cos \beta\varphi \sin \varphi + \varepsilon_3 \sin \beta\varphi \cos \varphi + \varepsilon_4 \sin \beta\varphi \sin \varphi \right) - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}.$$

$$\int_0^\varphi e^{\alpha\psi} \cos \beta\psi \sin \psi d\psi = \frac{e^{\alpha\varphi}}{\varepsilon} \left(-\varepsilon_2 \cos \beta\varphi \cos \varphi + \varepsilon_1 \cos \beta\varphi \sin \varphi - \varepsilon_4 \sin \beta\varphi \cos \varphi + \varepsilon_3 \sin \beta\varphi \sin \varphi \right) + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon}.$$

$$\int_0^\varphi e^{\alpha\psi} \sin \beta\psi \cos \psi d\psi = \frac{e^{\alpha\varphi}}{\varepsilon} \left(-\varepsilon_3 \cos \beta\varphi \cos \varphi - \varepsilon_4 \cos \beta\varphi \sin \varphi + \varepsilon_1 \sin \beta\varphi \cos \varphi + \varepsilon_2 \sin \beta\varphi \sin \varphi \right) + \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon}.$$

$$\int_0^\varphi e^{\alpha\psi} \sin \beta\psi \sin \psi d\psi = \frac{e^{\alpha\varphi}}{\varepsilon} \left(+\varepsilon_4 \cos \beta\varphi \cos \varphi - \varepsilon_3 \cos \beta\varphi \sin \varphi - \varepsilon_2 \sin \beta\varphi \cos \varphi + \varepsilon_1 \sin \beta\varphi \sin \varphi \right) - \frac{\varepsilon_4}{\varepsilon}.$$

$$\int_0^\varphi e^{-\alpha\psi} \cos \beta\psi \cos \psi d\psi = \frac{e^{-\alpha\varphi}}{\varepsilon} \left(-\varepsilon_1 \cos \beta\varphi \cos \varphi + \varepsilon_2 \cos \beta\varphi \sin \varphi + \varepsilon_3 \sin \beta\varphi \cos \varphi - \varepsilon_4 \sin \beta\varphi \sin \varphi \right) + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}.$$

$$\int_0^\varphi e^{-\alpha\psi} \cos \beta\psi \sin \psi d\psi = \frac{e^{-\alpha\varphi}}{\epsilon} (-\epsilon_2 \cos \beta\varphi \cos \varphi - \epsilon_1 \cos \beta\varphi \sin \varphi + \epsilon_3 \sin \beta\varphi \cos \varphi + \epsilon_4 \sin \beta\varphi \sin \varphi) + \frac{\epsilon_2}{\epsilon}$$

$$\int_0^\varphi e^{-\alpha\psi} \sin \beta\psi \cos \psi d\psi = \frac{e^{-\alpha\varphi}}{\epsilon} (-\epsilon_3 \cos \beta\varphi \cos \varphi + \epsilon_4 \cos \beta\varphi \sin \varphi - \epsilon_1 \sin \beta\varphi \cos \varphi + \epsilon_2 \sin \beta\varphi \sin \varphi) + \frac{\epsilon_3}{\epsilon}$$

$$\int_0^\varphi e^{-\alpha\psi} \sin \beta\psi \sin \psi d\psi = \frac{e^{-\alpha\varphi}}{\epsilon} (-\epsilon_4 \cos \beta\varphi \cos \varphi - \epsilon_3 \cos \beta\varphi \sin \varphi - \epsilon_2 \sin \beta\varphi \cos \varphi - \epsilon_1 \sin \beta\varphi \sin \varphi) + \frac{\epsilon_4}{\epsilon}$$

Mit unseren Werten für α und β ergibt sich

$$\begin{aligned} \epsilon &= \gamma, \\ \epsilon_1 &= 2\alpha\beta^2 = \alpha(1 + \sqrt{1 + \gamma}), \\ \epsilon_2 &= 0, \\ \epsilon_3 &= 2\beta\alpha^2 = -\beta(1 - \sqrt{1 + \gamma}), \\ \epsilon_4 &= 2\alpha\beta = \sqrt{\gamma}. \end{aligned}$$

Wir bilden damit

$$\int_0^\varphi y \cos \psi d\psi = A_1 \int_0^\varphi e^{\alpha\psi} \cos \beta\psi \cos \psi d\psi + A_2 \int_0^\varphi e^{-\alpha\psi} \cos \beta\psi \cos \psi d\psi + B_1 \int_0^\varphi e^{\alpha\psi} \sin \beta\psi \cos \psi d\psi + B_2 \int_0^\varphi e^{-\alpha\psi} \sin \beta\psi \cos \psi d\psi + C \int_0^\varphi \cos \psi d\psi$$

$$\int_0^\varphi y \cos \psi d\psi = (A_1 e^{\alpha\varphi} - A_2 e^{-\alpha\varphi}) \left(\frac{\beta}{\sqrt{\gamma}} \cdot \cos \beta\varphi \cos \varphi + \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \cdot \sin \beta\varphi \sin \varphi \right) + (A_1 e^{\alpha\varphi} + A_2 e^{-\alpha\varphi}) \frac{\alpha}{\sqrt{\gamma}} \cdot \sin \beta\varphi \cos \varphi - (A_1 - A_2) \frac{\beta}{\sqrt{\gamma}} + (B_1 e^{\alpha\varphi} - B_2 e^{-\alpha\varphi}) \left(+ \frac{\beta}{\sqrt{\gamma}} \cdot \sin \beta\varphi \cos \varphi - \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \cdot \cos \beta\varphi \sin \varphi \right) - (B_1 e^{\alpha\varphi} + B_2 e^{-\alpha\varphi}) \frac{\alpha}{\sqrt{\gamma}} \cdot \cos \beta\varphi \cos \varphi + (B_1 + B_2) \frac{\alpha}{\sqrt{\gamma}} + C \sin \varphi.$$

Ebenso bildet man

$$\int_0^\varphi y \sin \psi d\psi = A_1 \int_0^\varphi e^{\alpha\psi} \cos \beta\psi \sin \psi d\psi + A_2 \int_0^\varphi e^{-\alpha\psi} \cos \beta\psi \sin \psi d\psi + B_1 \int_0^\varphi e^{\alpha\psi} \sin \beta\psi \sin \psi d\psi + B_2 \int_0^\varphi e^{-\alpha\psi} \sin \beta\psi \sin \psi d\psi + C \int_0^\varphi \sin \psi d\psi$$

$$\int_0^\varphi y \sin \psi d\psi = (A_1 e^{\alpha\varphi} - A_2 e^{-\alpha\varphi}) \left(\frac{\beta}{\sqrt{\gamma}} \cdot \cos \beta\varphi \sin \varphi - \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \cdot \sin \beta\varphi \cos \varphi \right) + (A_1 e^{\alpha\varphi} + A_2 e^{-\alpha\varphi}) \frac{\alpha}{\sqrt{\gamma}} \cdot \sin \beta\varphi \sin \varphi + (B_1 e^{\alpha\varphi} - B_2 e^{-\alpha\varphi}) \left(\frac{\beta}{\sqrt{\gamma}} \cdot \sin \beta\varphi \sin \varphi + \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \cdot \cos \beta\varphi \cos \varphi \right) - (B_1 e^{\alpha\varphi} + B_2 e^{-\alpha\varphi}) \frac{\alpha}{\sqrt{\gamma}} \cdot \cos \beta\varphi \sin \varphi - (B_1 - B_2) \frac{1}{\sqrt{\gamma}} + C(1 - \cos \varphi).$$

Die Ausdrücke für Q , N und M nehmen dann folgende Gestalt an:

$$(13) \quad \left\{ \begin{aligned} Q &= -\frac{M_0}{r} \cdot \frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \cdot \sin \varphi + \frac{N_0 \sin \varphi}{1 + \gamma} \\ &\quad - \frac{rc}{\sqrt{\gamma}} [(A_1 e^{\alpha\varphi} + A_2 e^{-\alpha\varphi}) \alpha \sin \beta\varphi + (A_1 e^{\alpha\varphi} - A_2 e^{-\alpha\varphi}) \beta \cos \beta\varphi \\ &\quad - (B_1 e^{\alpha\varphi} + B_2 e^{-\alpha\varphi}) \alpha \cos \beta\varphi + (B_1 e^{\alpha\varphi} - B_2 e^{-\alpha\varphi}) \beta \sin \beta\varphi \\ &\quad - (A_1 - A_2) \beta \cos \varphi + (B_1 + B_2) \alpha \cos \varphi - (B_1 - B_2) \sin \varphi]. \end{aligned} \right.$$

$$(14) \quad \left\{ \begin{aligned} N &= \frac{M_0}{r} \cdot \frac{\gamma}{(1 + \gamma)} (1 - \cos \varphi) + N_0 \cdot \frac{(\gamma + \cos \varphi)}{1 + \gamma} \\ &\quad + \frac{rc}{\sqrt{\gamma}} [(A_1 e^{\alpha\varphi} - A_2 e^{-\alpha\varphi}) \sin \beta\varphi - (B_1 e^{\alpha\varphi} - B_2 e^{-\alpha\varphi}) \cos \beta\varphi \\ &\quad - (A_1 - A_2) \beta \sin \beta\varphi + (B_1 + B_2) \alpha \sin \beta\varphi + (B_1 - B_2) \cos \varphi]. \end{aligned} \right.$$

$$(15) \quad \left\{ \begin{aligned} M &= M_0 \cdot \frac{(1 + \gamma \cos \varphi)}{1 + \gamma} + N_0 r \cdot \frac{(1 - \cos \varphi)}{1 + \gamma} \\ &\quad + \frac{r^2 c}{\sqrt{\gamma}} [-(A_1 e^{\alpha\varphi} - A_2 e^{-\alpha\varphi}) \sin \beta\varphi + (B_1 e^{\alpha\varphi} - B_2 e^{-\alpha\varphi}) \cos \beta\varphi \\ &\quad + (A_1 - A_2) \beta \sin \varphi - (B_1 + B_2) \alpha \sin \varphi - (B_1 - B_2) \cos \varphi]. \end{aligned} \right.$$

Berechnung der Konstanten A_1, A_2, B_1, B_2 .

Für $\varphi = 0$ ist bei der vorausgesetzten, zur Achse AC symmetrischen

Formänderung $\frac{dy}{d\varphi} = 0$, d. h.

$$(16) \quad \alpha(A_1 - A_2) + \beta(B_1 + B_2) = 0.$$

Dasselbe gilt für Punkt C mit $\varphi = \pi$:

$$(17) \quad \alpha [(A_1 e^{\alpha\pi} - A_2 e^{-\alpha\pi}) \cos \beta\pi + (B_1 e^{\alpha\pi} - B_2 e^{-\alpha\pi}) \sin \beta\pi] + \beta [-(A_1 e^{\alpha\pi} + A_2 e^{-\alpha\pi}) \sin \beta\pi + (B_1 e^{\alpha\pi} + B_2 e^{-\alpha\pi}) \cos \beta\pi] = 0.$$

Die dritte Bedingung lautet, daß die Querkraft im Punkte C gleich $\frac{1}{2}P$ sein muß (vgl. Abb. 4 u. 5), mit $\sin \pi = 0$, $\cos \pi = -1$:

$$(18) \quad Q_C = (A_1 e^{\alpha\pi} + A_2 e^{-\alpha\pi}) \alpha \sin \beta\pi + (A_1 e^{\alpha\pi} - A_2 e^{-\alpha\pi}) \beta \cos \beta\pi - (B_1 e^{\alpha\pi} + B_2 e^{-\alpha\pi}) \alpha \cos \beta\pi + (B_1 e^{\alpha\pi} - B_2 e^{-\alpha\pi}) \beta \sin \beta\pi + (A_1 - A_2)\beta - (B_1 + B_2)\alpha = -\frac{P\sqrt{\gamma}}{2rc}$$

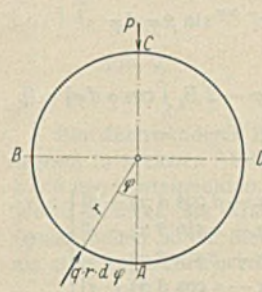


Abb. 4.

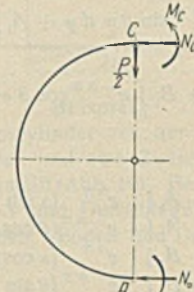


Abb. 5.

Zu demselben Ausdruck gelangt man, wenn man die Summe der in die AC -Richtung fallenden Kräfte gleich Null setzt:

$$2 \int_0^\pi q r d\varphi \cos \varphi - P = 0.$$

Die Bedingung $Q_A = 0$ liefert keine Gleichung zwischen den vier Konstanten.

Um die vierte Gleichung zu erhalten, setzen wir die Summe der Zusammendrückung der Stützung in den Punkten A und C gleich der Dehnung der Durchmessersehne AC :

$y_A + y_C = \int_0^\pi \frac{M r d\varphi r \sin \varphi}{EJ} \quad$ (Sehnenformel).

$$\begin{aligned} A_1 + A_2 + \frac{(M_0 + N_0 r)}{EJ(1 + \gamma)} r^2 + (A_1 e^{\alpha\pi} + A_2 e^{-\alpha\pi}) \cos \beta\pi + (B_1 e^{\alpha\pi} + B_2 e^{-\alpha\pi}) \sin \beta\pi + \frac{(M_0 + N_0 r)}{EJ(1 + \gamma)} r^2 \\ = \frac{r^2 M_0}{EJ(1 + \gamma)} \int_0^\pi (1 + \gamma \cos \varphi) \sin \varphi d\varphi + \frac{r^2 N_0}{EJ(1 + \gamma)} \int_0^\pi (1 - \cos \varphi) \sin \varphi d\varphi \\ + \frac{r^2}{EJ} \cdot \frac{r^2 c}{\sqrt{\gamma}} [-A_1 \int_0^\pi e^{\alpha\varphi} \sin \beta\varphi \sin \varphi d\varphi + A_2 \int_0^\pi e^{-\alpha\varphi} \sin \beta\varphi \sin \varphi d\varphi + B_1 \int_0^\pi e^{\alpha\varphi} \cos \beta\varphi \sin \varphi d\varphi \\ - B_2 \int_0^\pi e^{-\alpha\varphi} \cos \beta\varphi \sin \varphi d\varphi + (A_1 - A_2) \beta \int_0^\pi \sin^2 \varphi d\varphi - (B_1 + B_2) \alpha \int_0^\pi \sin^2 \varphi d\varphi - (B_1 - B_2) \int_0^\pi \cos \varphi \sin \varphi d\varphi]. \end{aligned}$$

Berechnet man die Integrale nach der Formelgruppe S. 50, so werden die Glieder in den drei ersten Zeilen der rechten Seite gleich der linken Seite der Gleichung, und es bleibt als vierte Gleichung:

$$(19) \quad (A_1 - A_2)\beta - (B_1 + B_2)\alpha = 0.$$

Aus dieser und der ersten Gleichung

$$(A_1 - A_2)\alpha + (B_1 + B_2)\beta = 0$$

folgt

$$A_2 = A_1, \quad B_2 = -B_1.$$

Setzt man diese Werte für A_2 und B_2 in die zweite und dritte Bedingungsgleichung ein, so lassen sich diese schreiben:

$$A_1 (\alpha \sin \alpha \pi \cos \beta \pi - \beta \cos \alpha \pi \sin \beta \pi) + B_1 (\alpha \cos \alpha \pi \sin \beta \pi + \beta \sin \alpha \pi \cos \beta \pi) = 0.$$

$$A_1 (-\alpha \cos \alpha \pi \sin \beta \pi + \beta \sin \alpha \pi \cos \beta \pi) + B_1 (-\alpha \sin \alpha \pi \cos \beta \pi + \beta \cos \alpha \pi \sin \beta \pi) = -\frac{P\sqrt{\gamma}}{4rc}$$

Die Auflösung dieser Gleichungen ergibt mit

$$(20) \quad A_1 = \frac{-P\sqrt{\gamma}}{4rc\sqrt{1 + \gamma}} \cdot \frac{(\alpha \cos \alpha \pi \sin \beta \pi + \beta \sin \alpha \pi \cos \beta \pi)}{\cos^2 \alpha \pi - \cos^2 \beta \pi} = A_2,$$

$$(21) \quad B_1 = \frac{+P\sqrt{\gamma}}{4rc\sqrt{1 + \gamma}} \cdot \frac{(\alpha \sin \alpha \pi \cos \beta \pi - \beta \cos \alpha \pi \sin \beta \pi)}{\cos^2 \alpha \pi - \cos^2 \beta \pi} = -B_2.$$

Die wichtigsten statischen Funktionen sind M und $q = cy$. Setzt man $A_2 = A_1$ und $B_2 = -B_1$ in diese ein, so lauten sie:

$$(22) \quad M = M_0 \cdot \frac{(1 + \gamma \cos \varphi)}{1 + \gamma} + N_0 r \cdot \frac{(1 - \cos \varphi)}{1 + \gamma} + \frac{r^2 c}{\sqrt{\gamma}} [-A_1 (e^{\alpha\varphi} - e^{-\alpha\varphi}) \sin \beta\varphi + B_1 (e^{\alpha\varphi} + e^{-\alpha\varphi}) \cos \beta\varphi - 2B_1 \cos \varphi],$$

$$(23) \quad q = \frac{c r^2 (M_0 + N_0 r)}{E J (1 + \gamma)} + c A_1 (e^{\alpha \varphi} + e^{-\alpha \varphi}) \cos \beta \varphi + c B_1 (e^{\alpha \varphi} - e^{-\alpha \varphi}) \sin \beta \varphi.$$

Es sind also noch die statisch unbestimmten Größen M_0 und N_0 mit Hilfe von zwei Elastizitätsgleichungen zu berechnen.

1. Elastizitätsgleichung: $2 \int_0^\pi \frac{M r d\varphi}{E J} = 0$ oder $\int_0^\pi M d\varphi = 0.$

$$\frac{M_0}{1 + \gamma} \int_0^\pi (1 + \gamma \cos \varphi) d\varphi + \frac{N_0 r}{1 + \gamma} \int_0^\pi (1 - \cos \varphi) d\varphi + \frac{r^2 c}{\sqrt{\gamma}} \left[-A_1 \int_0^\pi e^{\alpha \varphi} \sin \beta \varphi d\varphi + A_1 \int_0^\pi e^{-\alpha \varphi} \sin \beta \varphi d\varphi + B_1 \int_0^\pi e^{\alpha \varphi} \cos \beta \varphi d\varphi + B_1 \int_0^\pi e^{-\alpha \varphi} \cos \beta \varphi d\varphi - 2 B_1 \int_0^\pi \cos \varphi d\varphi \right] = 0.$$

$$(24) \quad \frac{M_0 \pi}{1 + \gamma} + \frac{N_0 r \pi}{1 + \gamma} + \frac{r^2 c}{\sqrt{\gamma} (\alpha^2 + \beta^2)} \left\{ \begin{array}{l} -A_1 [e^{\alpha \pi} (\alpha \sin \beta \pi - \beta \cos \beta \pi) + \beta] \\ + A_1 [-e^{-\alpha \pi} (\beta \cos \beta \pi + \alpha \sin \beta \pi) + \beta] \\ + B_1 [e^{\alpha \pi} (\alpha \cos \beta \pi + \beta \sin \beta \pi) - \alpha] \\ + B_1 [-e^{-\alpha \pi} (\beta \sin \beta \pi - \alpha \cos \beta \pi) + \alpha] \end{array} \right\} = 0.$$

2. Elastizitätsgleichung: $2 \int_0^\pi \frac{M r d\varphi r \cos \varphi}{E J} = 0$ oder $\int_0^\pi M \cos \varphi d\varphi = 0.$

Diese Gleichung sagt aus, daß die Längenänderung der Sehne des Bogens BAD (Abb. 6) gleich der des Bogens BCD sein muß, wobei es wegen der Symmetrie zur Achse AC genügt, die Dehnungen der Radien $0-B_1$ und $0-B_2$ gleichzusetzen.

$$\frac{M_0}{1 + \gamma} \int_0^\pi (1 + \gamma \cos \varphi) \cos \varphi d\varphi + \frac{N_0 r}{1 + \gamma} \int_0^\pi (1 - \cos \varphi) \cos \varphi d\varphi + \frac{r^2 c}{\sqrt{\gamma}} \left\{ \begin{array}{l} -A_1 \int_0^\pi e^{\alpha \varphi} \sin \beta \varphi \cos \varphi d\varphi + A_1 \int_0^\pi e^{-\alpha \varphi} \sin \beta \varphi \cos \varphi d\varphi \\ + B_1 \int_0^\pi e^{\alpha \varphi} \cos \beta \varphi \cos \varphi d\varphi + B_1 \int_0^\pi e^{-\alpha \varphi} \cos \beta \varphi \cos \varphi d\varphi \\ - 2 B_1 \int_0^\pi \cos^2 \varphi d\varphi \end{array} \right\} = 0.$$

$$(25) \quad \frac{M_0}{1 + \gamma} \cdot \gamma \cdot \frac{\pi}{2} + \frac{N_0 r}{1 + \gamma} \left(-\frac{\pi}{2} \right) + \frac{c r^2}{\sqrt{\gamma} \sqrt{\gamma}} \left\{ \begin{array}{l} -A_1 [e^{\alpha \pi} (\alpha \cos \beta \pi - \beta \sin \beta \pi) + \alpha] \\ + A_1 [-e^{-\alpha \pi} (\alpha \cos \beta \pi + \beta \sin \beta \pi) + \alpha] \\ + B_1 [e^{\alpha \pi} (-\beta \cos \beta \pi - \alpha \sin \beta \pi) - \beta] \\ + B_1 [-e^{-\alpha \pi} (\beta \cos \beta \pi - \alpha \sin \beta \pi) + \beta] \end{array} \right\} - 2 B_1 \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{r^2 c}{\sqrt{\gamma}} = 0.$$

Um M_0 zu berechnen, multiplizieren wir die zweite Gleichung mit 2 und addieren beide. Hierbei ist

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1 + \gamma$$

einsetzen. Führt man weiter die Abkürzungen ein

$$2 \alpha \sqrt{1 + \gamma} - \beta \sqrt{\gamma} = \alpha',$$

$$2 \beta \sqrt{1 + \gamma} - \alpha \sqrt{\gamma} = \beta',$$

so erhält man

$$M_0 \pi = \frac{2 r^2 c}{\sqrt{\gamma} \sqrt{\gamma} \sqrt{1 + \gamma}} [\text{Co} \alpha \pi \sin \beta \pi (-A_1 \beta' + B_1 \alpha') + \text{Si} \alpha \pi \cos \beta \pi (A_1 \alpha' + B_1 \beta')] + 2 B_1 \pi \cdot \frac{r^2 c}{\sqrt{\gamma}}.$$

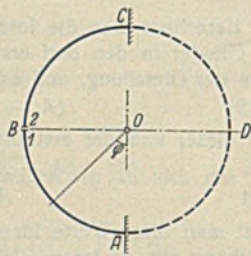


Abb. 6.

Jetzt werden A_1 und B_1 aus den Formeln 20 u. 21 eingesetzt, und man erhält

$$(26) \quad M_0 = \frac{P r}{2} \left[\frac{1}{\pi (1 + \gamma)} + \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma}} (\alpha \nu - \beta \mu) \right],$$

$$(27) \quad \mu = \frac{\text{Co} \alpha \pi \sin \beta \pi}{\text{Co}^2 \alpha \pi - \cos^2 \beta \pi} \quad \nu = \frac{\text{Si} \alpha \pi \cos \beta \pi}{\text{Co}^2 \alpha \pi - \cos^2 \beta \pi}.$$

Um N_0 zu berechnen, multiplizieren wir die erste Elastizitätsgleichung mit γ , die zweite mit 2 und ziehen die zweite von der ersten ab. Mit den Abkürzungen

$$2 \alpha \sqrt{1 + \gamma} + \beta \gamma \sqrt{\gamma} = \alpha'' \quad 2 \beta \sqrt{1 + \gamma} + \alpha \gamma \sqrt{\gamma} = \beta''$$

ergibt sich für N_0 zunächst der Ausdruck

$$N_0 r \pi = \frac{-2 r^2 c}{\sqrt{\gamma} \sqrt{\gamma} \sqrt{1 + \gamma}} [\text{Co} \alpha \pi \sin \beta \pi (-A_1 \beta'' + B_1 \alpha'') + \text{Si} \alpha \pi \cos \beta \pi (A_1 \alpha'' + B_1 \beta'')] - \frac{2 B_1 \pi r^2 c}{\sqrt{\gamma}}.$$

Nach Einsetzen von A_1 und B_1 ergibt sich dann die Formel

$$(28) \quad N_0 r = \frac{P r}{2} \left[\frac{\gamma}{\pi (1 + \gamma)} - \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma}} (\alpha \nu - \beta \mu) \right].$$

Nachdem M_0 und $N_0 r$ bekannt sind, können die endgültigen Formeln für M und q an beliebiger Stelle aus 22 und 23 aufgestellt werden. Die Endergebnisse lauten:

$$(29) \quad M = \frac{P r}{2} \left\{ \frac{1}{\pi (1 + \gamma)} + \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma}} [(\alpha \mu + \beta \nu) \text{Si} \alpha \varphi \sin \beta \varphi + (\alpha \nu - \beta \mu) \text{Co} \alpha \varphi \cos \beta \varphi] \right\}$$

$$(30) \quad q = \frac{P}{2 r} \left\{ \frac{\gamma}{\pi (1 + \gamma)} + \frac{\sqrt{\gamma}}{\sqrt{1 + \gamma}} [(\alpha \nu - \beta \mu) \text{Si} \alpha \varphi \sin \beta \varphi - (\alpha \mu + \beta \nu) \text{Co} \alpha \varphi \cos \beta \varphi] \right\}.$$

Damit ist die Aufgabe gelöst.

Im Punkte A mit $\varphi = 0$ ist nach Formel 26

$$M_0 = \frac{P r}{2} \left[\frac{1}{\pi (1 + \gamma)} + \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma}} (\alpha \nu - \beta \mu) \right],$$

und für q ergibt sich

$$q_0 = \frac{P}{2 r} \left[\frac{\gamma}{\pi (1 + \gamma)} - \frac{\sqrt{\gamma}}{\sqrt{1 + \gamma}} (\alpha \mu + \beta \nu) \right].$$

Im Angriffspunkt C der Last P mit $\varphi = \pi$ wird

$$M_\pi = \frac{P r}{2} \left[\frac{1}{\pi (1 + \gamma)} + \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma}} \cdot \frac{(\alpha \text{Co} \alpha \pi \text{Si} \alpha \pi - \beta \cos \beta \pi \sin \beta \pi)}{\text{Co}^2 \alpha \pi - \cos^2 \beta \pi} \right]$$

$$q_\pi = \frac{P}{2 r} \left[\frac{\gamma}{\pi (1 + \gamma)} - \frac{\sqrt{\gamma}}{\sqrt{1 + \gamma}} \cdot \frac{(\beta \text{Co} \alpha \pi \text{Si} \alpha \pi + \alpha \cos \beta \pi \sin \beta \pi)}{\text{Co}^2 \alpha \pi - \cos^2 \beta \pi} \right].$$

Schreibt man

$$M = \frac{P r}{2} \cdot \eta_M \quad q = \frac{P}{2 r} \cdot \eta_q,$$

so sind die in den Klammern enthaltenen Werte η_M und η_q nur von γ und φ abhängig, zu jedem γ gehört eine η_M - und eine η_q -Kurve. Um eine Vorstellung von dem Verlauf dieser Kurven zu erhalten, sind die η für

$$\gamma = 10 \quad 15 \quad 30 \quad 50 \quad 75 \quad 150$$

als $f(\varphi = 0^\circ \quad 15^\circ \quad 30^\circ \dots)$

ausgerechnet und in nachfolgender Zahlentafel zusammengestellt worden. Dieselben Werte sind dann in der Kurventafel Abb. 7 noch einmal anschaulich dargestellt worden; der Ring ist bei A aufgeschnitten und ausgestreckt worden, auf der linken Hälfte sind die Momentenordinaten η_M , auf der rechten die Ordinaten η_q der Stützungs-Widerstandskurve aufgetragen

Zahlentafel für η_M und η_q .

φ	η_M für $\gamma =$						η_q für $\gamma =$					
	10	15	30	50	75	150	10	15	30	50	75	150
0	+ 0,0568	+ 0,0395	+ 0,0173	+ 0,0081	+ 0,0043	+ 0,0018	+ 0,368	+ 0,331	+ 0,297	+ 0,295	+ 0,302	+ 0,314
15	+ 0,0531	+ 0,0377	+ 0,0174	+ 0,0086	+ 0,0047	+ 0,0019	+ 0,375	+ 0,331	+ 0,304	+ 0,299	+ 0,303	+ 0,313
30	+ 0,0419	+ 0,0317	+ 0,0172	+ 0,0098	+ 0,0058	+ 0,0022	+ 0,391	+ 0,363	+ 0,325	+ 0,312	+ 0,307	+ 0,310
45	+ 0,0229	+ 0,0205	+ 0,0152	+ 0,0106	+ 0,0072	+ 0,0030	+ 0,410	+ 0,394	+ 0,360	+ 0,337	+ 0,321	+ 0,309
60	- 0,0038	+ 0,0028	+ 0,0091	+ 0,0094	+ 0,0079	+ 0,0041	+ 0,415	+ 0,419	+ 0,399	+ 0,375	+ 0,350	+ 0,318
75	- 0,0367	- 0,0219	- 0,0033	+ 0,0037	+ 0,0058	+ 0,0049	+ 0,394	+ 0,417	+ 0,429	+ 0,418	+ 0,394	+ 0,346
90	- 0,0717	- 0,0515	- 0,0231	- 0,0090	- 0,0019	+ 0,0032	+ 0,312	+ 0,364	+ 0,424	+ 0,443	+ 0,438	+ 0,399
105	- 0,1009	- 0,0802	- 0,0482	- 0,0292	- 0,0173	- 0,0041	+ 0,165	+ 0,233	+ 0,344	+ 0,404	+ 0,439	+ 0,452
120	- 0,1119	- 0,0974	- 0,0713	- 0,0525	- 0,0389	- 0,0200	- 0,063	+ 0,006	+ 0,147	+ 0,238	+ 0,317	+ 0,425
135	- 0,0902	- 0,0851	- 0,0757	- 0,0662	- 0,0571	- 0,0403	- 0,358	- 0,321	- 0,191	- 0,118	- 0,021	+ 0,163
150	- 0,0136	- 0,0247	- 0,0388	- 0,0441	- 0,0460	- 0,0446	- 0,689	- 0,710	- 0,666	- 0,686	- 0,637	- 0,513
165	+ 0,1292	+ 0,1069	+ 0,0729	+ 0,0502	+ 0,0350	+ 0,0124	- 0,980	- 1,069	- 1,150	- 1,337	- 1,426	- 1,551
180	+ 0,3542	+ 0,3280	+ 0,2812	+ 0,2509	+ 0,2279	+ 0,1954	- 1,102	- 1,232	- 1,425	- 1,672	- 1,886	- 2,239

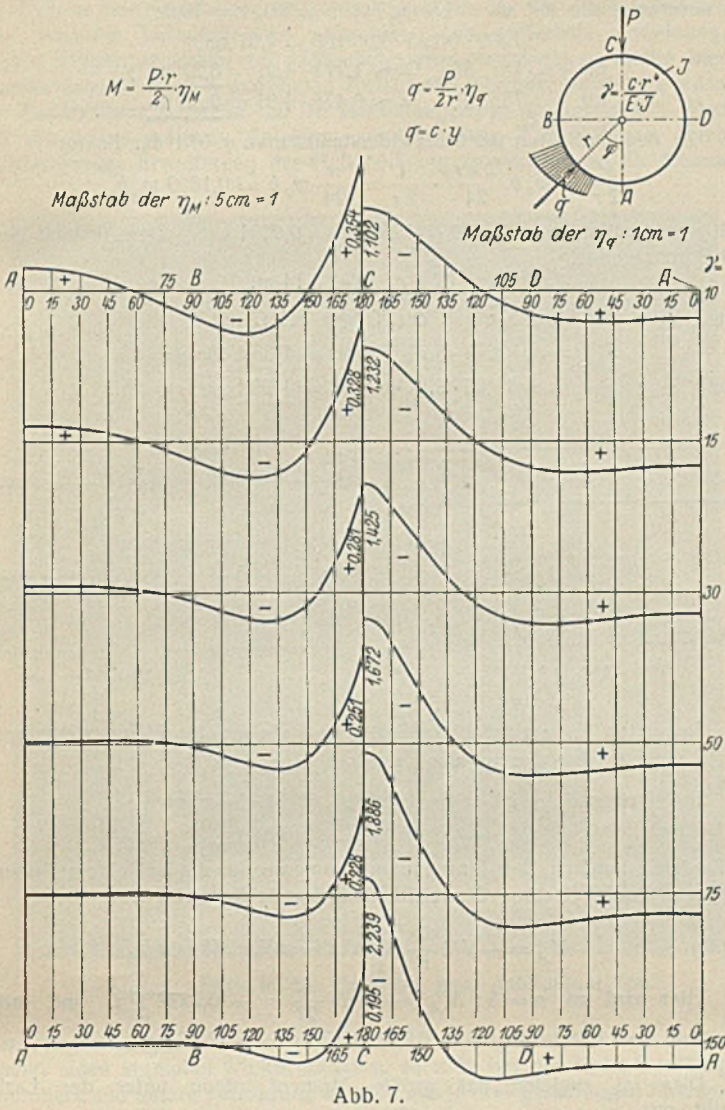


Abb. 7.

worden. Wie zu erwarten war, zeigt es sich, daß mit zunehmender Steifigkeit der Stützung die Lastaufnahme durch die Stützung in der Nähe von P größer wird (q -Linie), während die Ringmomente abnehmen (M -Linie).

Formeln für die Konstante γ .

a) Stützung des Ringes durch Einzelstäbe.

Abstand der Stäbe = a , gemessen am Umfang des Ringes (Abb. 8),
Stablänge s , Querschnitt F , Elastizitätsmodul E' .

Die Stabkraft S ist dann angenähert

$$S = qa, \quad q = cy, \quad y = \frac{Ss}{E'F}$$

Hieraus

$$c = \frac{q}{y} = \frac{E'F}{as} \quad \text{und} \quad (31) \quad \gamma = \frac{Ss}{EJ} = \frac{E'F}{E} \cdot \frac{Fr^2}{J} \cdot \frac{r^2}{as}$$

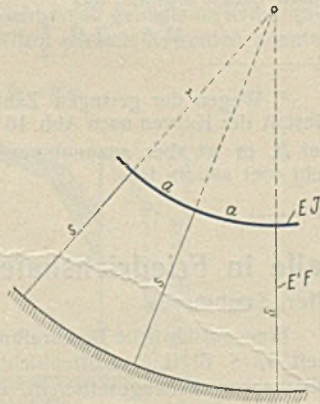


Abb. 8.

b) Stützung des Ringes durch biegefeste Glieder (Abb. 9), (vgl. auch Abb. 1).

Stützweite der Träger = l , Trägheitsmoment = J' , Elastizitätsmodul = E' .
Dann ist

$$y = \frac{Sl^3}{E'J'} \alpha,$$

worin der Beiwert α die Art der Trägerstützung — freie Auflagerung oder Einspannung usw. — und die Lage des Angriffspunktes von S in bezug auf die Trägerenden berücksichtigt.

Damit wird

$$(32) \quad c = \frac{q}{y} = \frac{S}{ay} = \frac{E'J'}{al^3\alpha} \quad \text{und} \quad \gamma = \frac{cr^4}{EJ} = \frac{E'J'}{E} \cdot \frac{J'}{J} \cdot \frac{r^4}{al^3} \cdot \frac{1}{\alpha}$$

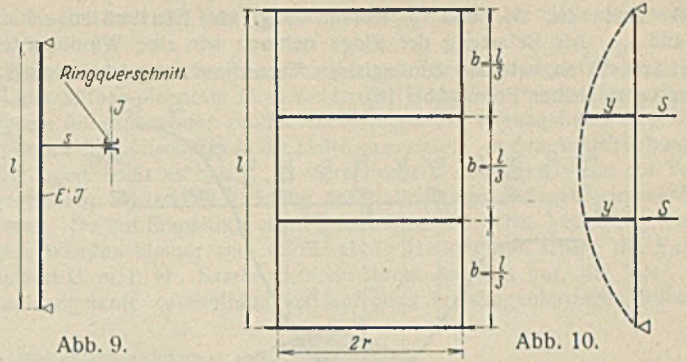


Abb. 9.

Abb. 10.

Beispiel.

Ein dünnwandiger Blechzylinder von der Höhe l wird durch Mantelstützen in gleichen Abständen und zwei Zwischenringe vom Durchmesser $2r$ in den Drittelpunkten versteift (Abb. 10). Beide Ringe werden in gleicher Weise belastet, die Kräfte S und Durchbiegungen y sind also in beiden Punkten einer Stütze dieselben. Boden und Decke können in ihrer Ebene als starr angesehen werden.

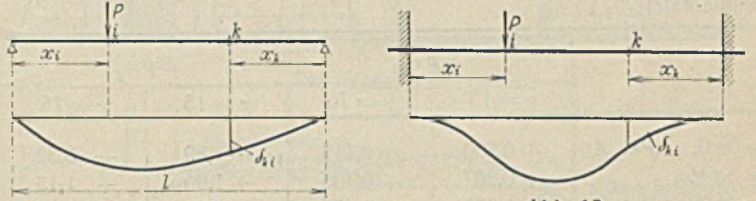


Abb. 11.

Abb. 12.

1. Bei gelenkiger Auflagerung der Trägerenden erhält man aus einer einfachen Durchbiegungsrechnung, ausgehend von der Formel, Abb. 11:

$$(33) \quad \delta_{ki} = \frac{Pl^3}{6EJ} \xi_i \xi_k (1 - \xi_i^2 - \xi_k^2),$$

$$\xi_i = \frac{x_i}{l}, \quad \xi_k = \frac{x_k}{l},$$

$$y = \frac{Sl^3}{6E'J'} \cdot \frac{(8+7)}{3^4} = \frac{Sl^3}{E'J'} \cdot \frac{5}{162} \quad \text{also } \alpha = \frac{5}{162},$$

und mit $E' = E$:

$$\gamma = \frac{J'}{J} \cdot \frac{r^4}{al^3} \cdot \frac{162}{5}$$

2. Sind die Trägerenden starr eingespannt (Abb. 12), so lautet die Grundformel

$$(34) \quad \delta_{ki} = \frac{Pl^3}{6EJ} \xi_i^2 \xi_k^2 [3 - 3(\xi_i + \xi_k) + 2\xi_i \xi_k],$$

man erhält in unserem Fall

$$y = \frac{Sl^3}{6E'J'} \cdot \frac{(16+11)}{3^6} = \frac{Sl^3}{E'J'} \cdot \frac{1}{162},$$

$$\text{also } \alpha = \frac{1}{162}, \quad \text{und mit } E' = E: \quad \gamma = \frac{J'}{J} \cdot \frac{r^4}{al^3} \cdot 162.$$

Dieser Wert ist jetzt fünfmal so groß wie zuvor.

Zahlenbeispiel.

Es sei $r = 10$ m (Durchmesser 20 m),
 $l = 9$ m, vorhanden 20 Mantelstützen,

$$\text{dann ist } a = \frac{2\pi \cdot 10}{20} = 3,14 \text{ m.}$$

$$J \text{ sei } = 9,45 J'$$

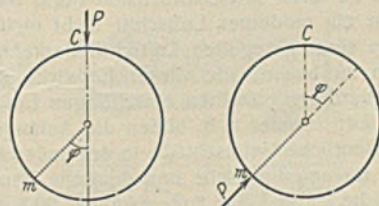


Abb. 13.

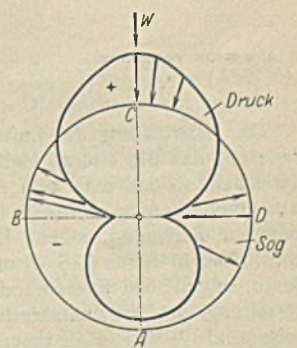


Abb. 14.

hieraus

$$\gamma = \frac{1 \cdot 10^4 \cdot 162}{9,45 \cdot 3,14 \cdot 9^3 \cdot 5} = 15,$$

und für starr Einspannung $\gamma = 75$.

Für diese beiden Werte von γ sind die Kurven M und q vorhanden.

Wie aus Abb. 13 hervorgeht, ist

$$M_m \text{ infolge } P \text{ in } C \\ = M_C \quad , \quad P \text{ in } m,$$

daher sind die M - und q -Kurven zugleich Einflußlinien für M_C und q_C . Als Belastung der Ringe nehmen wir eine Windbelastung nach Abb. 14 an, wie sie den neueren Versuchen entspricht, jedoch in etwas vereinfachter Form (Abb. 15).

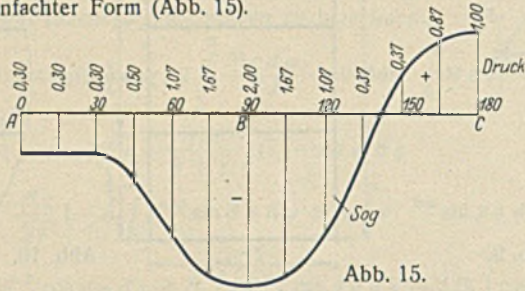


Abb. 15.

Sollen nun die Ringmomente in den Achtpunkten C , 135° , B , 45° , A berechnet werden, so halten wir entweder die Lastfläche fest und wandern mit der M -Kurve jedesmal um 45° nach links, oder wir halten die M -Linie fest, gehen mit der p -Kurve immer um 45° nach rechts und bilden die Produkte $p \eta_M$ und $p \eta_q$,

da für die Berechnung der q -Fläche dasselbe gilt, hierzu die folgende Zahlentafel:

	$\Sigma p \eta_M$		$\Sigma p \eta_q$	
	$\gamma = 15$	$\gamma = 75$	$\gamma = 15$	$\gamma = 75$
$\varphi = 0$, Pkt. A	+ 0,800	+ 0,119	- 1,89	- 3,32
$\varphi = 45$	+ 0,207	+ 0,135	+ 1,90	+ 1,15
$\varphi = 90$, Pkt. B	- 1,278	- 0,478	+ 5,60	+ 8,19
$\varphi = 135$	- 0,069	- 0,032	- 2,03	- 1,85
$\varphi = 180$, Pkt. C	+ 1,234	+ 0,395	- 8,73	- 11,56

M -Fläche, Faktor $= \frac{\pi r^2}{24} w_0 b$

q -Fläche, Faktor $= \frac{\pi}{24} w_0 b$

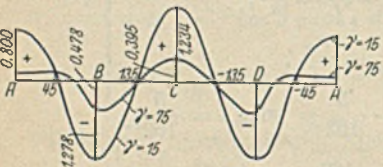


Abb. 16.

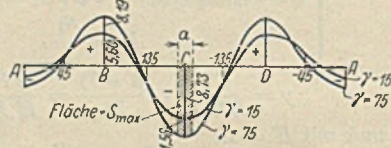


Abb. 17.

Abb. 16 u. 17 zeigen die Gestalt der M - und q -Flächen. Als Faktoren treten hinzu: bei M der Faktor $\frac{P r}{2}$. Für die Lasten P gilt

$$P = w_0 b \frac{2 \pi r}{24}$$

worin w_0 der Winddruck je Flächeneinheit und b die Belastungsbreite (Ringabstand, hier $= \frac{1}{3} \cdot l$) bedeutet, während $2 \pi r : 24$ den Abstand der Lastangriffspunkte berücksichtigt. Man erhält als Faktor von M

$$w_0 b \frac{2 \pi r}{24} \cdot \frac{r}{2} = \frac{\pi r^2}{24} w_0 b = 0,1309 w_0 b r^2,$$

in unserem Falle mit $w_0 = 125 \text{ kg/m}^2$, $b = 3,0$, $r = 10,0$:

$$0,1309 \cdot 0,125 \cdot 3,0 \cdot 100 = 4,91 \text{ tm},$$

$$\text{für } \gamma = 15: M_{\max} = \sim 1,278 \cdot 4,91 = 6,27 \text{ tm}^1)$$

$$\text{für } \gamma = 75: M_{\max} = \sim 0,478 \cdot 4,91 = 2,35 \text{ tm}.$$

Zu den Ordinaten der Stützwiderstandskurve q tritt der Faktor

$$\frac{P}{2 r} = w_0 b \frac{2 \pi r}{24} \cdot \frac{1}{2 r} = \frac{\pi}{24} w_0 b = 0,1309 w_0 b,$$

mit unseren Zahlen $= 0,1309 \cdot 0,125 \cdot 3,0 = 0,0491 \text{ t/m}$. Der Abstand der 20 Stützträger ist

$$a = 2 \pi r : 20 = 3,14 \text{ m},$$

die größte Belastung S erhält der Träger bei C mit

$$S_{\max} = \sim 8,73 \cdot 3,14 \cdot 0,0491 = 1,35 \text{ t für } \gamma = 15,$$

und

$$S_{\max} = \sim 11,56 \cdot 3,14 \cdot 0,0491 = 1,78 \text{ t für } \gamma = 75.$$

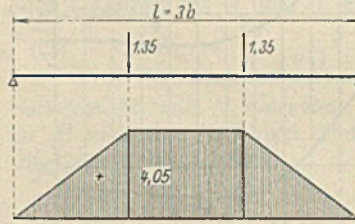


Abb. 18.

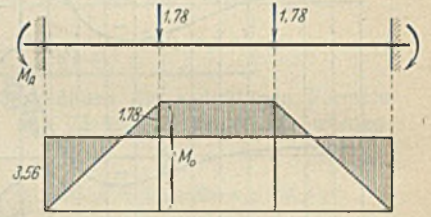


Abb. 19.

Im ersten Falle entsteht im Stützträger ein größtes Biegemoment

$$M = 1,35 \cdot 3,0 = 4,05 \text{ tm, Abb. 18.}$$

Im zweiten Falle ist das entsprechende M_0 -Moment

$$M_0 = + 1,78 \cdot 3,0 = + 5,34 \text{ tm},$$

außerdem entstehen aber Einspannungsmomente, für die bei einem Träger mit n -tel Punktbelastung die leicht abzuleitende Formel gilt

$$(35) \quad M_A = - P l \frac{1}{n^3} \sum_1^{n-1} m(n-m)^2, \quad (l = n b).$$

Hier wird mit $n = 3$: $M_A = - P l \cdot \frac{6}{27} = - 0,2222 P l$, und mit $l = 9 \text{ m}$, $P = 1,78 \text{ t}$: $M_A = - 0,2222 \cdot 1,78 \cdot 9 = - 3,56 \text{ tm}$.

Dies ist zugleich das größte Moment, denn unter der Last bleibt nur

$$M = + 5,34 - 3,56 = + 1,78 \text{ tm}.$$

Das Einspannungsmoment ergibt sich nach Abb. 19 auch ohne Formel sofort aus der Bedingung, daß Rechteck und Trapez gleichen Flächeninhalt haben müssen, aus

$$M_0 b + 2 M_A \frac{b}{2} = M_A \cdot 3 b \text{ zu } M_A = \frac{2}{3} M_0.$$

¹⁾ Wegen der geringen Zahl der berechneten Kurvenpunkte ist die Gestalt der Kurven nach Abb. 16 u. 17 nicht genau, M_{\max} liegt nicht genau bei B , es ist aber anzunehmen, daß der richtige Wert von M_{\max} nicht sehr viel anders ist.

Alle Rechte vorbehalten.

Die Tore der neuen Luftschiffhalle in Friedrichshafen a. B.

Von Dipl.-Ing. W. Pfeiffer, Saarbrücken.

Die Entwicklung der Luftschiffe zu ihrer wirtschaftlichsten Form hat erwiesen, daß die älteren Hallen für ein modernes Luftschiff nicht mehr ausreichen, so daß man zum Aufbau eines regelten Luftschiff-Verkehrs dazu übergehen muß, neue Hallen zu bauen, die dieser Entwicklung genügend Rechnung tragen. Die neuerdings erstellten einschiffigen Luftschiffhallen in Acron (USA.) und Friedrichshafen a. B. bilden die Anfänge hierzu, zeigen aber untereinander wesentliche Unterschiede in der äußeren Gestaltung, die fast charakteristisch für amerikanische und deutsche Bauweise sind. Während die amerikanische Halle 358 m äußere Länge, 99,8 m äußere Breite und 54,8 m lichte Höhe besitzt, zeigt die Friedrichshafener Halle in den entsprechenden Maßen 250 m, 60 m und 46 m, also ziemlich bedeutende Unterschiede in den für die Größenentwicklung der Luftschiffe gezogenen Grenzen. Den größten Unterschied bilden die Toranlagen. Bei der Acronhalle sind die Torscheiben als Halbkugelsegmente ausgebildet, ruhen oben auf der Hallenkonstruktion auf und laufen unten auf einer kreisförmigen Schiene. Die Friedrichshafener Tore belasten die Halle nur in waagerechter Richtung, d. h. in der Hauptsache durch Winddruck, während ihr gesamtes Gewicht nur auf der Torlaufschiene ruht.

Eine ausführliche Beschreibung der Halle ist in dieser Zeitschrift 1930, Heft 6, S. 61 ff., veröffentlicht worden. Die Gutehoffnungshütte Oberhausen Aktiengesellschaft, die den Zuschlag auf die schlüsselfertige Erstellung der Halle erhalten hatte, übertrug die Ausführung der Toranlage der Firma B. Seibert G. m. b. H., Saarbrücken, welche in ihrem letzten Entwurf die der Ausführung zugrunde gelegten Vorschläge zur Torkonstruktion gemacht hatte.

Aus rein wirtschaftlichen Gründen und Platzverhältnissen war es erforderlich, die Halle so zu bemessen, daß sie bei den kleinstmöglichen Außenmaßen den größten nutzbaren Innenraum erhielt. Die Toröffnung mußte den ganzen nutzbaren Hallenquerschnitt freigeben (Abb. 1). Es war für die Halle Friedrichshafen eine lichte Breite von 50 m bei 46 m lichter Höhe gefordert, die zur Zeit in Bau befindliche Halle Löwental erhält eine lichte Höhe von 49 m bei gleichen Breitenabmessungen. Ausschlaggebend für die Gestaltung der Toranlage ist die Stellung der Torflügel bei geöffnetem Tor. Die Anordnung von Drehflügeln, wie sie beispielsweise die kürzlich zerstörte Halle in Trier aufwies, wird hier durch die großen Abmessungen unwirtschaftlich, da schon geringe Winddrücke auf das Tor eine große Belastung des Antriebsmechanismus hervorrufen.

Es mußten also Schiebetore angeordnet werden, wie sie die meisten bis jetzt erbauten Luftschiffhallen aufweisen. Die einfachste Anordnung, gerade Flügel, senkrecht zur Hallenlängsachse verschiebbar, mußte hier ausscheiden, da an den geöffneten Torflächen Luftwirbel entstehen, wenn die Windrichtung ungefähr mit der Hallenlängsachse zusammenfällt. Man hat schon bei früheren Anlagen versucht, diese Wirbelbildung durch trichterförmige Erweiterung der Hallenöffnung zu vermeiden. Zu diesem

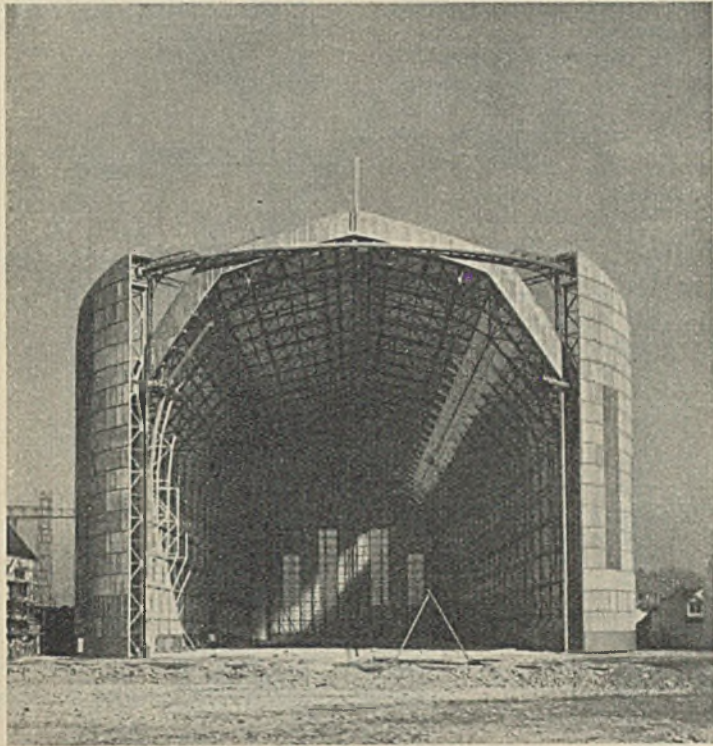


Abb. 1. Blick in die Halle bei ganz geöffnetem Tor.

Zwecke stellte man die geöffneten Torflügel so, daß sie mit dem Hallengiebel einen stumpfen Winkel bildeten, so z. B. bei der Halle Straßburg. Die obere und untere Torführung bestand aus je drei geradlinigen Strängen (Abb. 2), die mit Zahnstangen ausgerüstet waren. Auf diesen liefen Ritzel, die durch den Antrieb in Mitte der Torscheibe bewegt wurden. Diese teure Konstruktion wurde bei den Hallen Königsberg und Leipzig ersetzt durch kreisförmige Anordnung der oberen und unteren Torlaufbahnen, wobei die Torscheiben durch einen direkt angetriebenen Wagen bewegt wurden. Die Auflast aus dem Torwagengewicht ergab genügende Reibungswiderstände, so daß auf Zahnstange und Ritzel verzichtet werden konnte

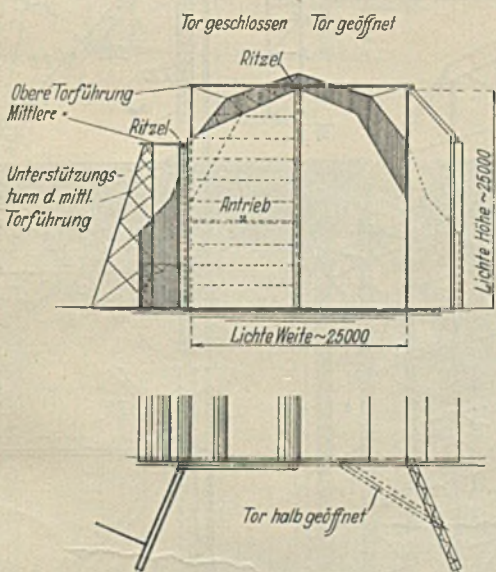


Abb. 2. Toranlage der Luftschiffhalle Straßburg.

(Abb. 3). Wie sich jedoch bald zeigte, vermochte die trichterförmige Erweiterung der Halleneinfahrt die Wirbelbildung auch nicht zu verhindern, so daß man sie bei allen später von B. Selbert G. m. b. H., Saarbrücken, erbauten Hallen zur Erzielung einer einfachen und stabilen Konstruktion

in Kauf nahm und die Tore gerade und rechtwinklig zur Hallenlängsachse bewegte.

Erst bei der Ausschreibung der jetzigen Friedrichshafener Halle nahm die Luftschiffbau Zeppelin G. m. b. H. den Gedanken wieder auf, durch geeignete Anordnung der geöffneten Torflügel ein störungsfreies Aus- und Einbringen des Luftschiffes in die Halle zu erzielen. In den Ausschreibungsbedingungen heißt es u. a.: „Es wäre deshalb günstiger, wenn die Tore in geöffnetem Zustand in Richtung der Hallenlängswand gebracht werden können.“ Da zur Ersparung von Konstruktion die lichte Länge der Halle an den Wänden kleiner sein durfte als in Hallenmitte, schlug die Firma B. Selbert G. m. b. H., Saarbrücken, in ihrem Angebot vor, die Tore als Zylindersegmente auszubilden und auf einer kreisbogenförmigen Schiene

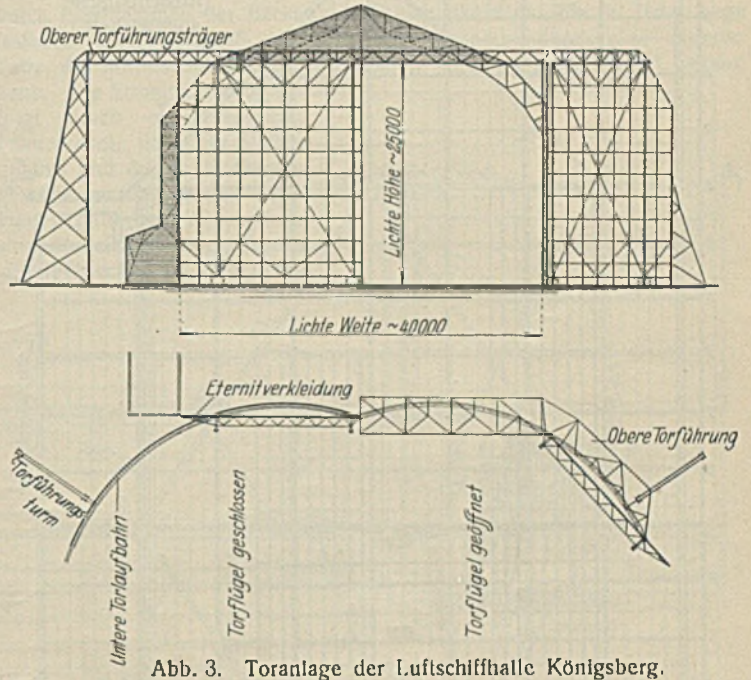


Abb. 3. Toranlage der Luftschiffhalle Königsberg.

zu verfahren (vgl. Heft 6, 1930, Abb. 6, S. 62). Die seitliche Begrenzung der Tore erfolgte nach dem Hallenquerschnitt, so daß die seitlichen und oberen Begrenzungsflächen der Tore parallel laufen mit den entsprechenden Umhüllungsflächen der Halle.

Die konstruktive Gliederung der Torkonstruktion zeigt die Übersichtszeichnung des Tores (Abb. 4) und eine parallelperspektivische Darstellung

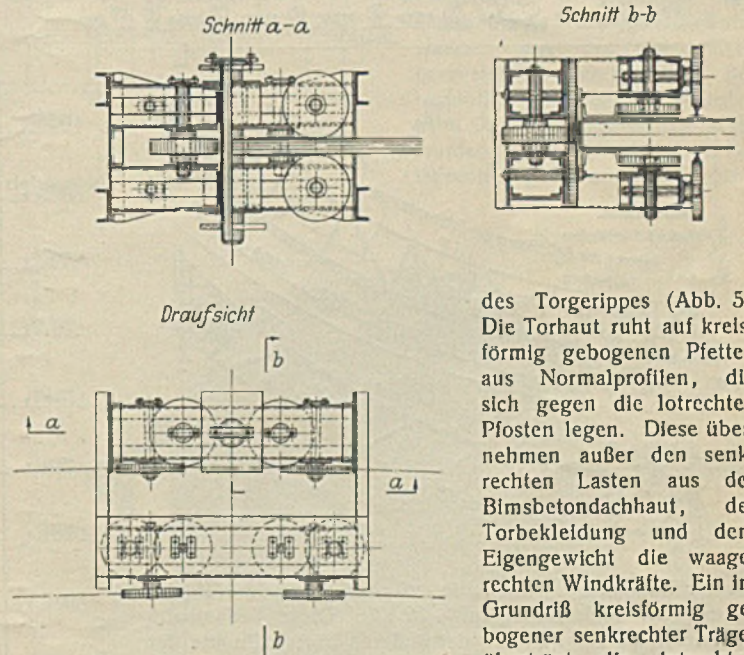


Abb. 7. Oberer Torführungswagen.

des Torgerippes (Abb. 5). Die Torhaut ruht auf kreisförmig gebogenen Pfetten aus Normalprofilen, die sich gegen die lotrechten Pfosten legen. Diese übernehmen außer den senkrechten Lasten aus der Bimsbetondachhaut, der Torbekleidung und dem Eigengewicht die waagerechten Windkräfte. Ein im Grundriß kreisförmig gebogener senkrechter Träger überträgt die lotrechten Lasten auf die Lauf- und Triebwagen, die bei den

Pfosten 1 und 7 angeordnet sind. Die durch die Kreisbogenform und die exzentrische Lagerung des senkrechten Trägers entstehenden Nebenkräfte werden durch die Pfosten in den oberen und unteren waagerechten Träger geleitet. Der untere in Höhe + 350 und der obere in + 33 300 (s. Abb. 5)

übernehmen auch die Windkräfte aus den Pfosten. Die Ableitung der äußeren Kräfte in die Fundamente erfolgt oben über zwei Laufwagen, die an Pfosten 1 und 8 in Höhe + 32430 bzw. + 46630 (s. Abb. 6) angebracht sind, und unten durch in den Querträgern der Pfosten 1 und 7 in Höhe + 350 fest angebrachte, waagrecht liegende Rollen. Abb. 6 zeigt konstruktive Einzelheiten des Pfostens 8, gegen den sich der obere Horizontalträger

Die statische Berechnung wurde aufgestellt für ein ebenes System. Zur Aufnahme etwaiger Verwindungskräfte beim Verfahren des Tores und zum Ausrichten bei der Montage wurde ein rautenförmiger Verband mit steifen waagerechten Pfosten vorgesehen, so daß die Schrägen nur Zugkräfte übernehmen.

Die oberen Laufwagen (Abbild. 7), die die waagerechten Kräfte aus der Torscheibe in die mit der Hallenkonstruktion fest

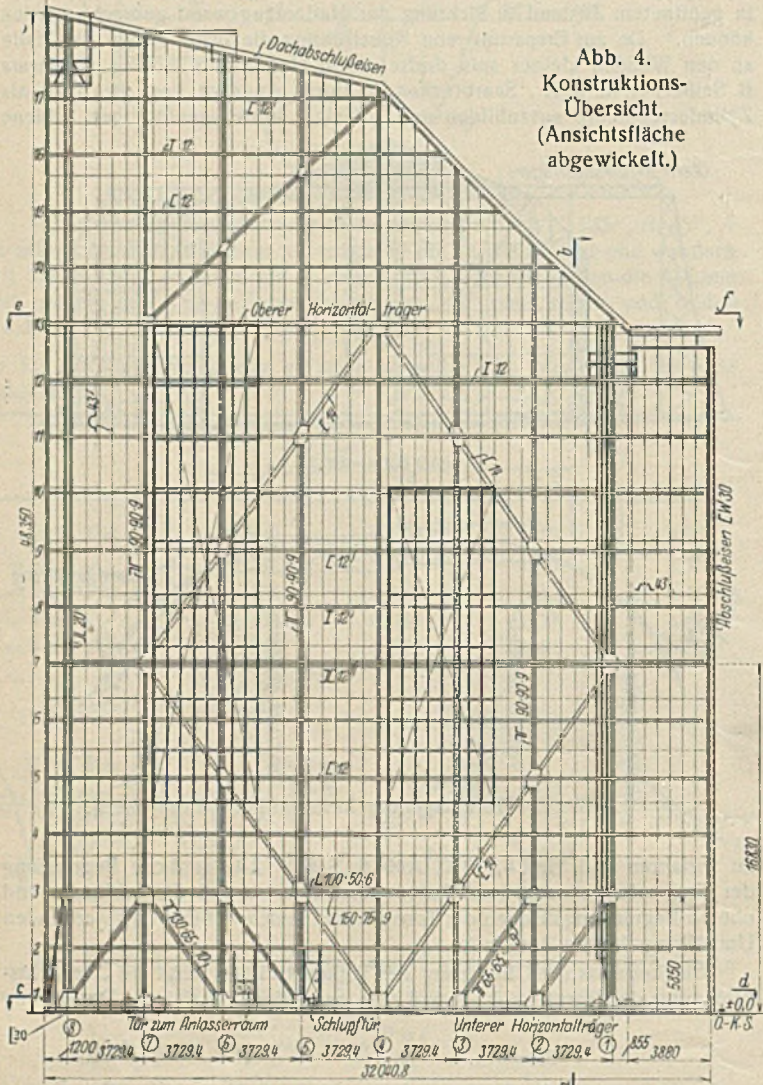
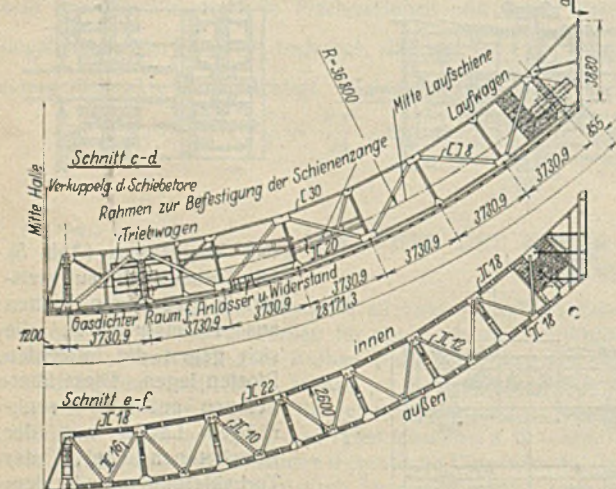
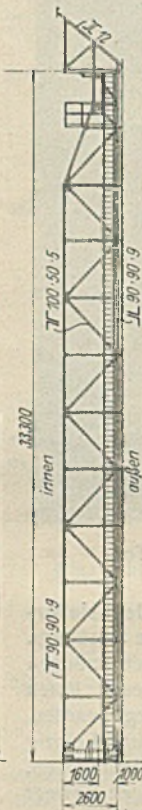


Abb. 4. Konstruktionsübersicht. (Ansichtsfäche abgewickelt.)

Schnitt a-b



mit der Einschnürung legt, die erforderlich war zur Durchführung der Torlaufbahn auf + 32430. Diese Torlaufbahn dient lediglich zur Führung der äußeren oberen Punkte der beiden Torhälften bei Pfosten 1, während sämtliche übrigen Pfosten einschließlich des Pfostens 8 mit ihr nicht in Verbindung stehen. Die Stützung der beiden Torhälften ist aus der perspektivischen Darstellung (Abb. 5) zu ersehen. Die Stützkkräfte sind dort an den jeweiligen Stützpunkten durch Pfeile eingezeichnet. Die Stützung erfolgt sowohl in geschlossenem als auch in geöffnetem Zustand gleichartig.

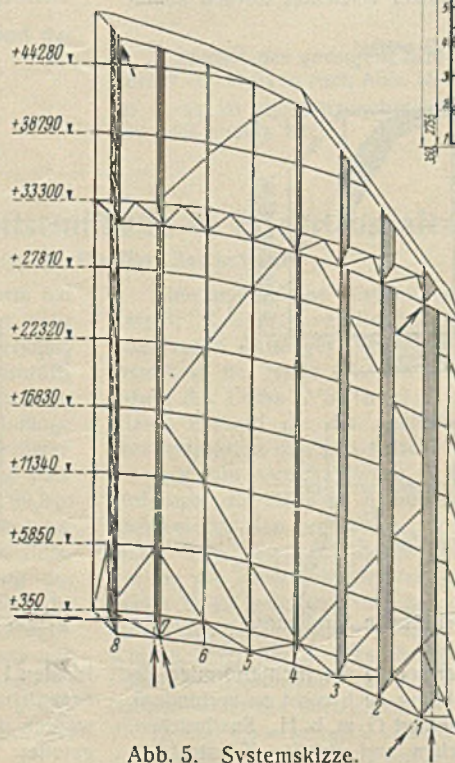


Abb. 5. Systemskizze.

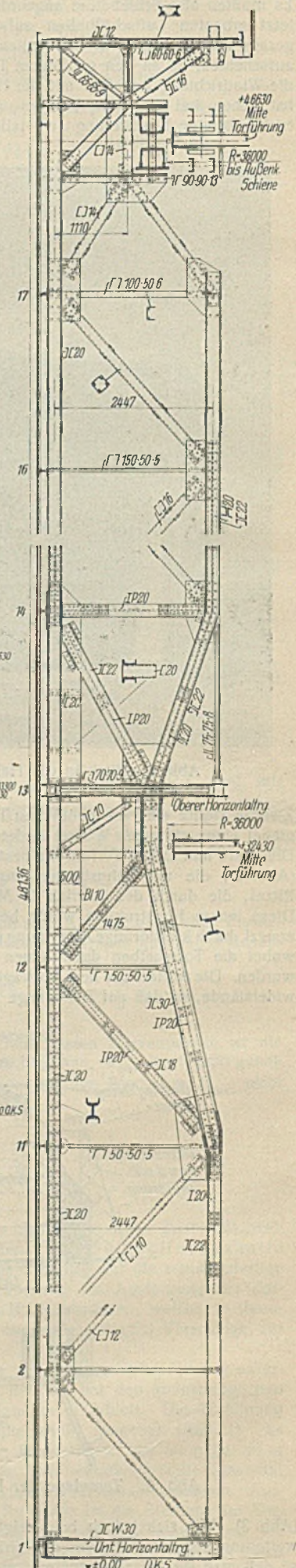


Abb. 6. Hauptpfosten.

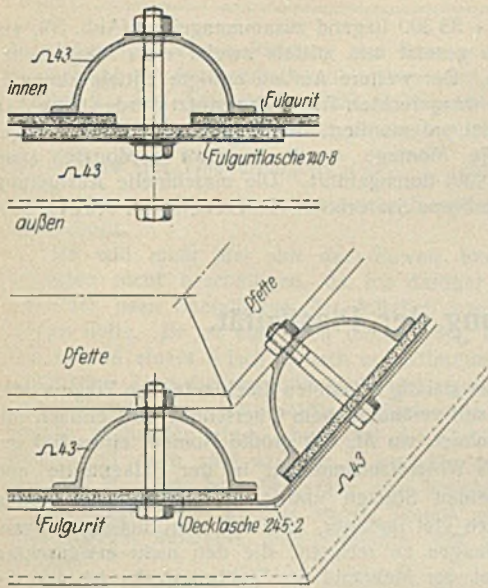


Abb. 9. Einzelheiten der Torbekleidung.

verbundenen Torführungsträger leiten, besitzen je vier senkrechte und drei waagerechte Rollenpaare, so daß der Wagen im Torführungsträger fest eingespannt ist. Die Verbindung mit der Torscheibe ist durch einen Zapfen von 150 mm ϕ hergestellt, der mit der Torkonstruktion fest verbunden ist, und an dem der Wagen auf- und abgleiten kann, um die lotrechten Bewegungen der vorkragenden Halbenkonstruktion nicht auf das Tor zu übertragen. Die unteren Wagen (Lauf- und Triebwagen) besitzen je zwei senkrechte Räder, die in

einem Rahmen verlagert sind. Der Rahmen schwingt um eine waagerechte in zwei Blechschilden der Querträger 7 und 1 befestigte Achse. Der Antrieb des Triebwagens erfolgt durch einen Motor der Siemens-Schuckertwerke (Typ DH. 96-VI von 13,6 PS und 940 Umdrehungen) über ein Schneckengetriebe mit zwei Zahnradvorgelegen. Durch eine Hebelumschaltung wird ein drittes Vorgelege eingerückt, welches das Verfahren des Tores von Hand gestattet und zwar durch drei Kurbelpaare, die miteinander und mit dem Vorgelege durch Gallsche Ketten verbunden sind (Abb. 8). Die Übertragung der waagerechten Kräfte auf die Schiene erfolgt durch waagrecht liegende Rollen, die mittels lotrechter Achsen unmittelbar im Querträger befestigt sind.

Die Motore sind mit Endausschaltern versehen. Außerdem ist eine durch Handkurbel und Spindel betätigte Backenbremse angebracht, die durch Festklemmen der Backen am Schienenkopf das Tor in jeder Lage festhält. Der Verschluss der Torhälften geschieht durch eine einfache Falle, die mittels Spindel und Handrad in ihrer Länge verändert werden kann. Die Stromzuführung erfolgt durch ein biegsames Panzerkabel, das über Rollen geführt und durch ein Gegengewicht straff gehalten wird. Hauptschalter und Widerstände sind in einem Blechgehäuse untergebracht, das gegen die

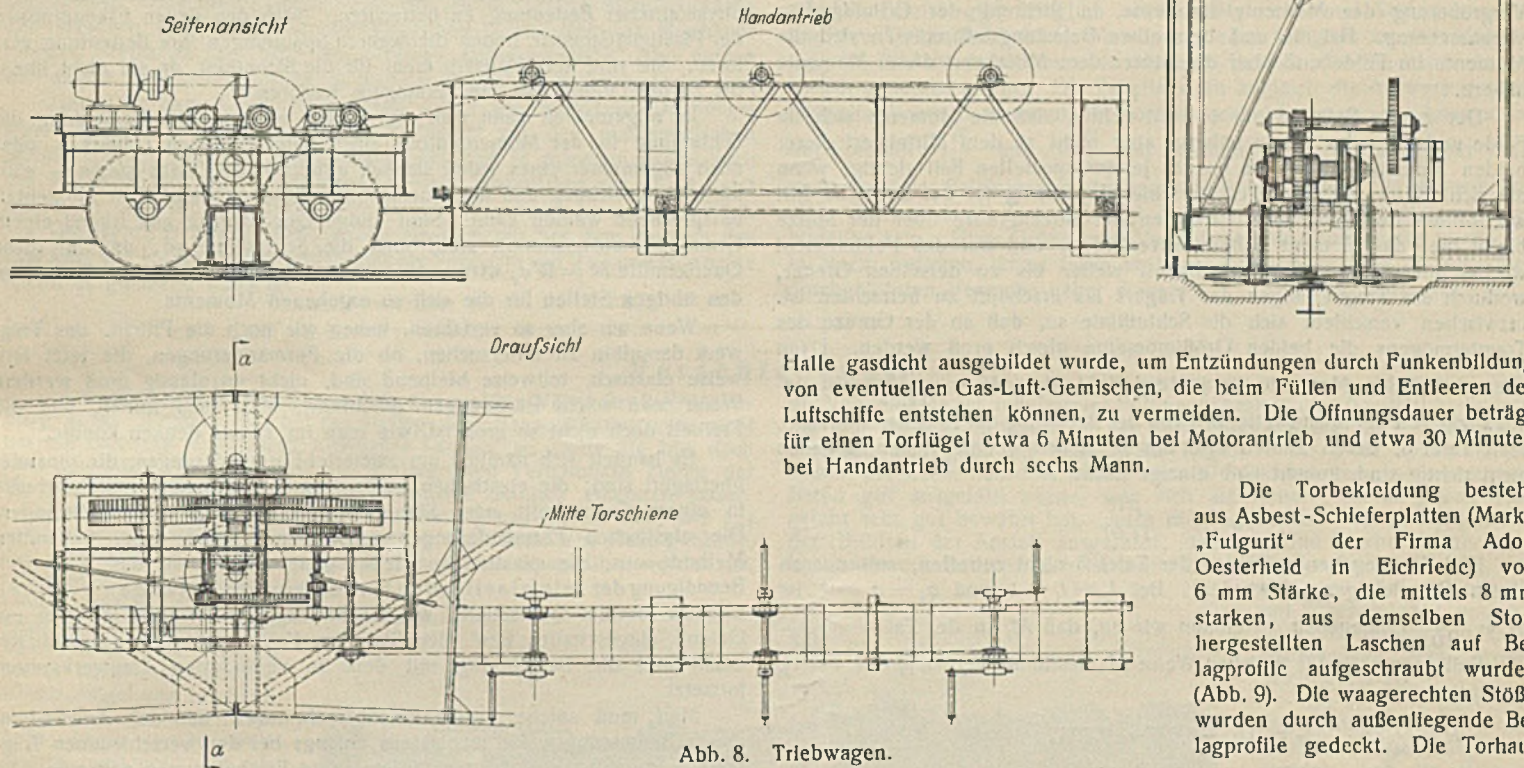


Abb. 8. Triebwagen.

Halle gasdicht ausgebildet wurde, um Entzündungen durch Funkenbildung von eventuellen Gas-Luft-Gemischen, die beim Füllen und Entleeren der Luftschiffe entstehen können, zu vermeiden. Die Öffnungsdauer beträgt für einen Torflügel etwa 6 Minuten bei Motorantrieb und etwa 30 Minuten bei Handantrieb durch sechs Mann.

Die Torbekleidung besteht aus Asbest-Schieferplatten (Marke „Fulurit“ der Firma Adolf Oesterheld in Eichriede) von 6 mm Stärke, die mittels 8 mm starken, aus demselben Stoff hergestellten Laschen auf Belagprofile aufgeschraubt wurden (Abb. 9). Die waagerechten Stöße wurden durch außenliegende Belagprofile gedeckt. Die Torhaut

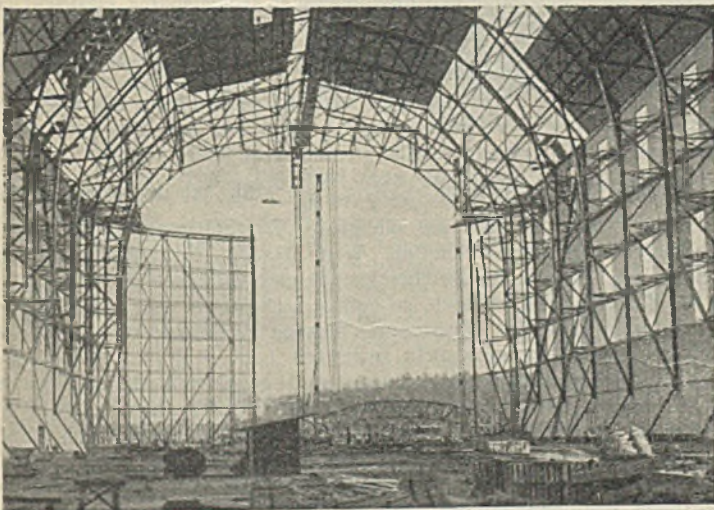


Abb. 10. Montage des 1. Tores: 1. Flügel gestellt, 2. Flügel zum Hochziehen bereit.

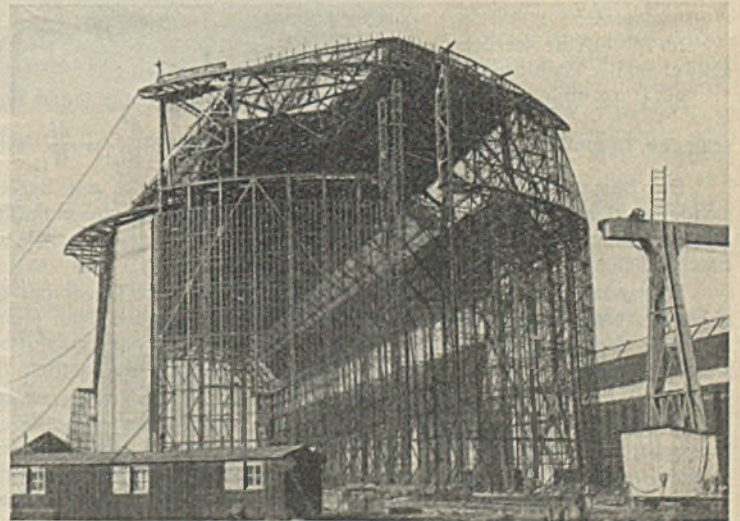


Abb. 11. Montage des 1. Tores: 1. Torflügel fast fertig, 2. Torflügel Beginn des oberen Aufbaues.

wird durchbrochen von Lichtflächen von je 5 m Breite und 15 bzw. 22,5 m Höhe aus Drahtglas, die in ähnlicher Weise befestigt wurden wie die Asbestschieferplatten. Der Torsockel ist mit einer Blechhaut von 1,5 mm Stärke versehen, in der eine Schlupftüre angebracht wurde. Die Abdichtung des unteren Torrandes erfolgte durch Plassavabesen, die Schlagleiste erhielt ein besonders geformtes Holzfutter.

Die Montage der Tore konnte erst erfolgen, nachdem die Gutehoffnungshütte Oberhausen Aktiengesellschaft den Kopfbau fertiggestellt hatte. Um Zeit zu gewinnen, wurden die beiden ersten Torflügel bis

zum Horizontalträger auf + 33 300 liegend zusammengebaut (Abb. 10), am unteren Ende auf Wagen gesetzt und mittels zweier etwa 40 m hoher Standbäume hochgezogen. Der weitere Aufbau erfolgte mittels kleinerer Maste, die auf dem oberen waagerechten Träger abgestützt wurden (Abb. 11). Das zweite Tor wurde stehend montiert, die Bekleidung mittels Hängerrüstung aufgebracht. Die Montage wurde in etwa 5 Monaten (von August 1929 bis Januar 1930) durchgeführt. Die maschinelle Ausrüstung der Tore wurde durch die Firma Saarbrücker Hebezeugfabrik, Kaufmann & Weinberg, geliefert.

Statisch unbestimmte Tragwerke unter Berücksichtigung der Plastizität.

Alle Rechte vorbehalten.

G. v. Kazinczy, städt. Baurat, Budapest.

In der Zeitschrift „Der Stahlbau“ 1930, Heft 2, ist von J. H.-Schalm ein Aufsatz mit dem Titel „Der durchlaufende Träger unter Berücksichtigung der Plastizität“ erschienen. Die Versuche, über welche berichtet wird, ergeben dasselbe Resultat wie die wohlbekannteren Versuche von Professor Maier-Leibnitz (Bautechn. 1928, Heft 1 u. 2, und 1929, Heft 20) und die Versuche des Verfassers (Betonszemele 1914, Heft 4, 5 u. 6). Alle diese Versuche sind wertvolle Beweise der Grüningschen Theorie.

In dem obengenannten Aufsatz findet sich aber ein Satz, den ich richtigstellen möchte. Auf S. 15 ist folgendes zu lesen:

„Die Zerrung bzw. die dauernde Formänderung über der Stütze ermöglicht eine Art Minderung der Momente über der Stütze und eine Vergrößerung der Momente im Felde, in Richtung der Grüningschen Voraussetzung. Bei ein und demselben Belastungsfall müssen sich die Momente im Felde und über der Stütze dem Mittelwert dieser Momente nähern.“

Der zweite Satz ist nur so weit richtig, daß die Momente sich im Felde und über der Stütze nähern, aber nicht zu dem Mittelwert dieser beiden Momente. (Das ist nur in jenem speziellen Fall richtig, wenn die Schlußlinie sich parallel verschiebt.) Richtig ist der Satz so: Mit wachsender Belastung nach Erreichen der Streckgrenze über der Stütze bleibt hier das Moment nahezu unverändert, und nur das Feldmoment wächst mit größerer Geschwindigkeit weiter bis zu derselben Grenze, wodurch das Tragvermögen des Trägers als erschöpft zu betrachten ist. Inzwischen verschiebt sich die Schlußlinie so, daß an der Grenze des Tragvermögens die beiden Größtmomente gleich groß werden. Dann aber sind beide Momente in jedem Fall $M_1 = M_f = \frac{p l^2}{11,67}$, also unabhängig von der Spannweite und von der Belastung der Nachbaröffnungen. Statt Tafel 3, deren Zahlen also aus einfachen geometrischen Gründen nicht richtig sind, kommt eine einzige Zahl:

$$M_m = \frac{p l^2}{11,67}$$

Daß die gegebenen Zahlen der Tafel 3 nicht zutreffen, soll nur an einem Beispiel gezeigt werden. Bei $l_2 = l_1 = 1$ und $q_2 = q_1 = 1$ ist $M = \frac{1}{10,3}$ angegeben. Nehmen wir an, daß M_1 in der Tat $\frac{1}{10,3}$ ist. Soll dann nach der üblichen Weise M_f bestimmt werden [$q = 1, l = 1$], so ergibt sich

$$R = \frac{q l}{2} - \frac{M_1}{l} = 0,5 - 0,097 = 0,403$$

$$M_f = \frac{R^2}{2 q} = \frac{0,403^2}{2} = 0,081 = \frac{1}{12,3}; \text{ also nicht } \frac{1}{10,3}$$

Im Mittelfelde werden die Momente $M -$ und $M + = \frac{q l^2}{16}$, sie sind also ebenfalls unabhängig von den Nachbaröffnungen.

Sind die Widerstandsmomente im Felde und über der Stütze verschieden, so muß man die Schlußlinie so einzeichnen, daß $\frac{M_f}{W_f} = \frac{M_1}{W_1}$ wird.

Die Bemessung der statisch unbestimmten Tragwerke mit Berücksichtigung der plastischen Formänderungen ist überhaupt viel einfacher, als es auf den ersten Blick erscheint, ja sogar einfacher als nach der Elastizitätstheorie.

Es handle sich z. B. um einen statisch unbestimmten Träger mit gegebenen Abmessungen, dessen Sicherheit zu untersuchen ist. Man nimmt an Stelle der Stäbe, die als Überzählige eines stabilen Systems aufgefaßt werden können, Kräfte gleich $F' \sigma_s$, welche auf das nun statisch bestimmte Fachwerk wirken. Dann bestimmt man die Stabkräfte, welche durch die mit dem Sicherheitsfaktor multiplizierten äußeren Kräfte erzeugt werden. Wenn die Fließgrenze (Elastizitätsgrenze) in keinem Stab erreicht wird, sind die Abmessungen des Fachwerkes ausreichend. Handelt es sich darum, ein neues Fachwerk zu dimensionieren, so nimmt man die Stabkräfte in den überzähligen Stäben willkürlich, das heißt aus konstruktiven bzw. wirtschaftlichen Gründen an; die weitere Arbeit ist nun dieselbe wie bei einem statisch bestimmten Träger.

Die Mittelloffnung eines ständig belasteten durchlaufenden Trägers oder ein eingespannter Träger mit veränderlichem Querschnitt wird einfach mit $M_0 = \sigma_z (W_m - W_{st})$ berechnet, wo M_0 das größte Moment eines frei gelagerten Balkens, W_m das Widerstandsmoment in der Balkenmitte und W_{st} dasselbe an den beiden Stützen und σ_z die zulässige Spannung bedeutet. Es ist eigentlich viel richtiger, statt mit den zulässigen Spannungen mit jenen Spannungen zu rechnen, die den nicht erwünschten Zustand herbeiführen (bei der Mehrzahl der Stahltragwerke ist das die Streckgrenze), und die Lasten mit dem Sicherheitsgrad vergrößert in Rechnung zu stellen. Auf diese Weise gewöhnt man sich ab, die sogenannten zulässigen Spannungen etwa als eine Materialkonstante mit physikalischer Bedeutung zu betrachten. Nach den neuen Erkenntnissen der Plastizitätstheorie haben die wahren Spannungen ihre Bedeutung verloren. Sie sind kein Maßstab mehr für die Sicherheit, da sie nicht linear bis zu der Grenze des Tragvermögens wachsen.

Im allgemeinen kann man sagen, daß man für die Bemessung die Schlußlinie in der Momentenlinie eines durchlaufenden Trägers — oder noch allgemeiner eines jeden statisch unbestimmten Stabsystems — willkürlich einzeichnen und die Querschnitte diesen willkürlichen Momenten entsprechend wählen kann. Sind einige Querschnitte aus irgend einem Grunde vorausbestimmt, zieht man die Schlußlinie so, daß für diese Querschnitte $M = W \sigma_z$ wird, und bemißt oder untersucht den Balken an den übrigen Stellen für die sich so ergebenden Momente.

Wenn wir aber so verfahren, haben wir noch die Pflicht, das Tragwerk daraufhin zu untersuchen, ob die Formänderungen, die jetzt teilweise elastisch, teilweise bleibend sind, nicht unzulässig groß werden. Wenn man solche Rechnungen durchführt, wird man finden, daß die Freiheit doch nicht so groß ist, wie man im voraus denken könnte.

Es handelt sich nämlich um zweierlei Formänderungen, die einander überlagert sind; die elastischen und — nach Erreichen der Streckgrenze in einem Querschnitt oder Stab — die plastischen Formänderungen. Die elastischen Formänderungen rechnet man nach einer bekannten Methode aus, die plastischen wieder ganz einfach so, daß man nach Beendigung der rein elastischen Formänderungen unter den weiteren Lasten in dem Querschnitt, wo die Streckgrenze erreicht ist, sich ein Gelenk eingeschaltet bzw. den Stab (im Fachwerk) ganz ausgeschaltet denkt und die Berechnung mit dem so veränderten Tragwerksystem fortsetzt.

Man muß solche Formänderungsrechnungen bei der Anwendung dieser Bemessungsweise wenigstens anfangs bei den verschiedenen Tragwerken durchführen, da ganz interessante Erscheinungen auftreten, die man berücksichtigen muß.

Zum Beispiel: Für einen unvollkommen (sogenannten elastisch) eingespannten Stahlträger ergibt sich nach der ersten Rechnung, daß er immer mit $\frac{p l^2}{16}$ zu bemessen ist, unabhängig von dem Grade der Einspannung.

Wenn wir aber die Durchbiegungen ausrechnen, so finden wir folgendes: Solange der Grad der Einspannung so groß ist, daß die Streckgrenze zuerst an der Einspannungsstelle erreicht wird, d. h. solange, nach der Elastizitätstheorie berechnet, $+ M_f < \frac{p l^2}{16}$ wird, hat der Grad der Einspannung tatsächlich auch auf die größte Durchbiegung an der Grenze der Tragvermögen keinen Einfluß. Wenn dagegen die Einspannung nachgiebiger ist, wachsen die Durchbiegungen nach Erreichen der Streckgrenze in der Balkenmitte sehr rasch, so daß es scheint, nur mit dem tatsächlich vorhandenen Grad der Einspannung rechnen zu dürfen; man kann dann also die Plastizitätstheorie nicht anwenden.

Die bleibenden Formänderungen sind gegebenenfalls auch zu berücksichtigen. Es ist interessant, daß nach der Entlastung nicht nur bleibende Formänderungen, sondern auch elastische Spannungen zurückbleiben, sogenannte Tragwerkseigenstressungen.

Bei den Versuchen von Maier-Leibnitz konnten diese Eigenstressungen sich nicht ausbilden, da die sonst ausgezeichnete Einrichtung dazu nicht geeignet war (d. h. man hätte den Einspannungs-Querschnitt mit der Wasserwaage nach Entlastung auch einstellen sollen, was aber wegen

der entgegengesetzten Richtung des Druckzylinders nicht möglich war), sonst hätten sich bleibende Durchbiegungen bei dem Träger 12 bei Tonne 13 gezeigt (s. „Die Bautechnik“ 1929, S. 315, Abb. 15).

Diese bleibenden Spannungen sind in dem ungünstigsten Falle an der Grenze des Tragvermögens $\sigma = \frac{p l^2}{48 W}$ entlang des ganzen Trägers, vorausgesetzt beiderseits vollkommene Einspannung und gleichbleibender Querschnitt.

Ich will mich hier mit dem Beweis bzw. der Ableitung des hier Gesagten nicht beschäftigen, da ich darüber gründlicher und noch allgemeiner nach Beendigung der kürzlich angestellten Versuche zu berichten hoffe. Es ist eigentlich merkwürdig, daß es längst bekannt ist, daß man in einem n -fach statisch unbestimmten Träger so viele Gelenke einschalten kann (selbstverständlich nicht ganz frei wohin), und man in einem Fachwerk so viele Stäbe durchschneiden kann, wie statisch Überzählige vorhanden sind, ohne daß die Stabilität des Trägers verloren geht. Und doch sind wir erst in jüngster Zeit darauf gekommen, daß man die Momente bzw. Stabkräfte hier beliebig hoch, sogar auf 0, einschätzen darf, wenn wir das stabile System mit Berücksichtigung dieser verminderten Momente und Stabkräfte mit genügender Sicherheit bemessen.

Unser Stahlmaterial ist glücklicherweise fähig, plastische Formänderungen zu erleiden. Und wir wagten es nicht, diesen Schatz zu verwerten. Unbewußt haben wir ja das längst getan. Ja, was geschehe mit unseren Stahlbauten, wenn diese aus einem spröden Material wären (die scharfen Ecken, Nebenspannungen usw.). Ja, wäre es überhaupt erlaubt, Nieten in drei oder mehr Reihen zu verwenden? Also nützen wir unsere Erkenntnisse auch in andern Teilen der Stahltragwerke aus.

Gewiß ist dem Konstrukteur auch früher die Spannungs-Dehnungskurve bekannt gewesen, nur hatte er Furcht vor den mathematischen Schwierigkeiten bei ihrer Verwendung, obgleich in manchen Fällen auch das Rechnen mit dem Hookeschen Gesetz kompliziert ist. Und jetzt sehen wir, daß die Rechnung nicht verwickelter, sondern einfacher wird.

Die wahre Dehnungskurve wurde bis jetzt nur bei dem Problem des Knickens von Kármán verwendet, und die Versuche von Roß und Brunner haben es glänzend bestätigt.

Also verwenden wir nur tapfer auch in andern Problemen die Plastizitätstheorie.

Zum Aufsatz des Herrn von Kazinczy habe ich folgendes zu bemerken:

Herrn von Kazinczy sind beim Lesen des Aufsatzes in Heft 2, Jahrgang 1930 dieser Zeitschrift einige Mißverständnisse unterlaufen.

Ich habe nicht gesagt, daß das Feld- und Stützenmoment gleich dem Durchschnitt der zwei Momente sei, sondern sich dem Durchschnitt etwa nähern, d. h. also eine Annäherungsannahme darstellt. Daß theoretisch die zwei Momente, die gleichzeitig auftreten müssen, den Wert von $\frac{p l^2}{11,67}$ erreichen dürften, ist aus der Momentengleichung bei Gleichstellung der zwei Momente ohne weiteres zu errechnen und bereits auf der Internationalen Tagung in Wien 1928 (s. Bericht) hervorgehoben worden. Ob aber dieser Wert praktisch erreicht wird, ist eine ganz andere Frage, worüber nur Versuche entscheiden. Herr v. K. hat auch die dort zitierte Tabelle mißverstanden. Der in der Praxis tätige Ingenieur und nicht zuletzt die Baubehörden mit den Baupollzeibestimmungen sind gewöhnt, nur auf dem Wege des vollen kontinuierlichen Trägers das Problem zu behandeln. Für diese Kreise war die Darstellung der Annäherung gedacht. Es sollte diesen Kreisen vorgeführt werden, wie an Hand ihrer Vorstellungen, ohne neue Gesichtspunkte, die Zweifel in die Richtigkeit der neuen Berechnungsweise beseitigt werden können.

Die Tafel 3 gibt lediglich zahlenmäßig Feld- und Stützenmomente und den Durchschnitt dieser Momente wieder, lediglich zu dem Zwecke, um ein Bild zu bekommen, in welchem Bereich die Plastizität in Anspruch genommen wird. Die Tabelle stellt zugleich die Antwort zu einer baupollzeilichen Bestimmung in Norddeutschland dar, wo die Anwendung der Formeln $\frac{q l^2}{11}$ und $\frac{q l^2}{16}$ von bestimmten Verhältnissen der Feldweiten und der Feldlasten abhängig gemacht worden ist. Die Mißverständnisse dürften damit beseitigt und die dort angeknüpften Bemerkungen hinfällig sein. Über Größe und Verlauf der Momentenwerte werde ich in einem weiteren, längst fertig vorliegenden Aufsatz über die seinerzeit durchgeführten Versuche näher eingehen. Dipl.-Ing. J. H.-Schalm.

Verschiedenes.

Erweiterung der Missionsanstalt der weißen Väter Groß-Krotzenburg a. M. Wenn es sich bei der vorliegenden Bauausführung auch nicht um ein Bauwerk besonderen Ausmaßes handelt, so dürfte sie hier doch kurz angeführt werden, weil die vorliegenden Verhältnisse einige der Vorteile der Stahlskelettbauweise besonders deutlich erkennen lassen.

Es handelt sich hier um zwei Erweiterungsbauten, die sich, wie aus bestehender Abbildung zu ersehen ist, an das vorhandene Hauptgebäude, das erst etwa 1 1/2 Jahre vorher in Eisenbeton ausgeführt worden ist, rechtwinklig anschließen. Links wurde ein dreigeschossiger Flügel von 11 · 29 m, der Küchenflügel, rechts der viergeschossige Klassenflügel von 11 · 31 m ausgeführt. In beiden Flügeln waren große freie Räume verlangt, die als Küchen, Schlafräume, Klassenzimmer u. dgl. Verwendung finden, weshalb durchweg Rahmen gewählt wurden, die es jederzeit ermöglichen, erforderlichenfalls eine andere Raumeinteilung vorzunehmen.

Wie bereits eingangs erwähnt, ist die Konstruktion eine reine Stahlskelettkonstruktion, wobei also die Wände außer ihrem eigenen Gewicht in Höhe eines Stockwerkes keine Belastungen aufzunehmen haben. Die Stockwerkrahmen, die ein System aufeinandergestellter Rahmen bilden, haben rd. 10,5 m Stützweite bei 3,5 bis 3,8 m Abstand und deren Riegel sind so stark bemessen, daß sie sich bei voller Belastung nicht mehr als 1/500 ihrer Stützweite durchbiegen. Der quer auftretende Winddruck wird von den Rahmen aufgenommen, während die Längsaussteifung durch den Anschluß an den vorhandenen Bau und durch die Ausmauerung erfolgt. Für die Decken sind Ziegel- bzw. Schwemmsteinkappen zwischen Stahlträgern vorgesehen; unter den nur wenig geneigten teerfreien Pappdächern sind Schutzdecken, ebenfalls aus Schwemmsteinkappen, aber zwischen Holzbalken, angeordnet.

Die Ausmauerung der beiden Stahlskelette erfolgte in 38 cm starkem Ziegelmauerwerk und wurde von den Brüdern der Anstalt, die auch ein Bauhandwerk erlernen, ausgeführt. Als Ziegel verwendete man Feldbrandsteine, die die Anstalt selbst herstellte, und die sich billiger stellten als Leichtbaustoffe, Bimshohlsteine u. dgl. Sie hatten aber nicht ganz die Festigkeit der im Handel erhältlichen normalen Ziegel, was aber bei

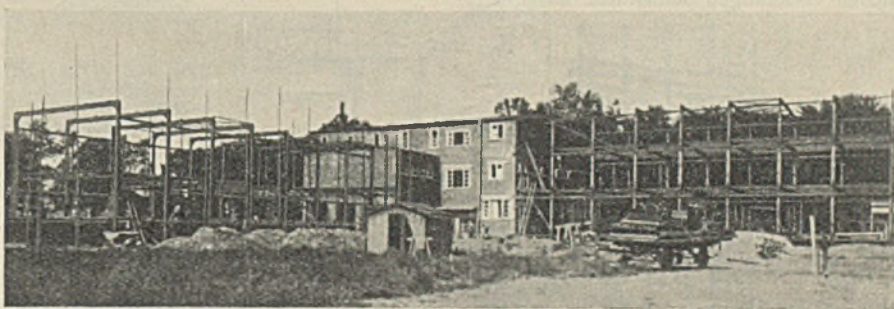
der Verwendung als unbelastetes Füllmauerwerk keinen Nachteil bedeutete. Bei dem Ausmauern wurde an den Rahmenstielen, die aus Peiner Trägern bestehen und ganz im Mauerwerk liegen, 3 bis 4 cm Spielraum gelassen, der dann, nachdem immer etwa 10 Schichten gemauert waren, mit Beton gut ausgefüllt wurde, was sich als sicherer Schutz gegen Rostgefahr sehr gut bewährt hat. Auch die Kappen der Decken wurden von den Brüdern der Anstalt ausgeführt, denn es sind hierbei keine Fachkenntnisse erforderlich, auch ist keine besondere Sorgfalt notwendig, wie sie etwa beim Verlegen der Eiseneinlagen und bei dem Einstampfen von Eisenbetondecken von großer Wichtigkeit ist.

Da die Maurerarbeiten zum größten Teil von der Anstalt selbst ausgeführt wurden, bot die Bauausführung in Stahlskelettkonstruktion natürlich große Vorteile, die in einer anderen Bauweise nicht zu erreichen waren. Neben diesem wirtschaftlichen Vorteil sprachen auch die geringeren Abmessungen der Rahmen, insbesondere der Rahmenriegel, die bei 10,5 m Stützweite nur rd. 23 cm unter der Decke vorstehen, für die Verwendung von Stahl, denn die Eisenbetonunterzüge des Altbaues springen bei gleicher Stützweite etwa 70 cm unter den Decken hervor. Wer Gelegenheit hatte, die Abmessungen der Unterzüge an Ort und Stelle gegeneinander zu vergleichen, war der Überzeugung, daß schon allein des besseren Aussehens wegen nur Stahl für solche Aufgaben in Frage kommen kann.

Das Gewicht der Konstruktionen einschließlich aller Träger stellt sich bei dem Küchenflügel auf rd. 16,8 kg/m³, bei dem Klassenflügel auf rund 20 kg/m³. Die Ausführung wurde im Sommer vergangenen Jahres nach den Plänen des Architekten Martin Weber, Architekt BDA., Frankfurt/M., bewerkstelligt, wobei die Aufstellung des Entwurfes und die Ausführung der Stahlkonstruktionen durch die Firma Michael Lavis Söhne, Offenbach a. Main, erfolgte.

R. Moosbrucker.

Zusammengesetzte Stahl- und Betonstützen eines amerikanischen Wolkenkratzers. In der Zeitschrift Eng. News-Rec. vom 27. November 1930, S. 844, wird der Skelettbau des 27 Stockwerk hohen Buckingham-Gebäudes in Chicago besprochen. Dieser Bau zeichnet sich dadurch aus,



Stahlkonstruktion der Missionsanstalt Groß-Krotzenburg a. M.

daß er verschiedene Ausführungsarten von Stützen und Trägern in Stahl und Eisenbeton in sich vereinigt. Insbesondere ist wohl hier das erstmal eine solche Stützensausführung verwendet worden, die im unteren Teil aus Stahl und im oberen Teil aus einer spiralbewehrten Eisenbetonsäule besteht.

Das Gebäude hat rd. $30 \times 27,5$ m Grundrißausdehnung und 90 m Höhe. Veranlassung zu diesen baulichen Sonderheiten soll das Bestreben nach erhöhter Wirtschaftlichkeit und Raumaussnutzung gegeben haben. Allem Anschein nach hat aber ein Interesse vorgelegen, dieses Bauwerk in Eisenbeton auszuführen. Die Belastungen in den unteren Stockwerken erlaubten bei beschränkten Konstruktionsmaßen nicht mehr die Verwendung des Betons. Bis zum 11. Stockwerk wurden im Innern des Gebäudes durchgehende Stahlstützen mit einem H-Querschnitt verwendet, der aus einem Steg von rd. 38 cm Höhe, vier Winkeln und zwei Gurtplatten (40 cm Breite) besteht. Über dem 11. Stockwerk wurden die Innenstützen ebenfalls aus Stahl hergestellt, aber in einer anderen Querschnitts-

Gray-Typ sind aus Abb. 1 ersichtlich. Jede innere H-Stütze endet in halber Höhe zwischen dem 11. und 12. Stockwerk. Eine $1\frac{1}{2}$ " starke Kopfplatte mit Winkelkonsolen schließt diese Stütze ab. Die Gray-Stahlstütze wird nun auf diese Kopfplatte aufgesetzt und mit ihren Fußwinkeln daran befestigt. Die inneren Gray-Stützen (Abb. 2), welche bis zum 18. Stockwerk reichen und mit dessen Oberkante abschließen, sind mit einer 2" starken achteckigen Kopfplatte versehen. In dieser Platte befindet sich die notwendige Anzahl Löcher, durch welche die Enden besonderer 5 Fuß langer Rundestücke der anschließenden Eisenbetonsäule durchgesteckt werden, um ungefähr je auf eine Länge von $2\frac{1}{2}$ Fuß in der Betonummantelung der Stahlstützen und in die Eisenbetonsäule zum Zwecke der Verankerung hineinragen zu können. Diese Rundestücke sind mit den Längseisen der Eisenbetonsäulen verbunden. Bei den Stützensausführungen, wo sich die spiralarmierte Eisenbetonsäule direkt an die Stahlstütze mit H-förmigem Querschnitt anschließt (Abb. 3), macht es sich für die konstruktive Durchführung des Überganges notwendig, eine 3" starke Platte als Auflager der Eisenbetonstütze zu wählen. In diese Platte wurden die mit Gewinde versehenen Enden der 3 Fuß langen Rundestücke, die wieder mit den Längseisen der Eisenbetonstütze verbunden sind, eingeschraubt.

Bemerkenswert an der Werkstattbearbeitung dieser Stahlstützen ist noch, daß die einzelnen Teile in einer modernen Bohrmaschine gebohrt wurden, die gleichzeitig 96 Löcher in dem Steg und in den Flanschen herstellen konnte. Der Vorschub auf der Bohrmaschine erfolgt automatisch jeweils in Strecken von 2". Jeder der drei Bohrschlitzen dieser Maschine enthält 32 Bohrer.

Der Trägerrost für die Deckenlasten bietet nichts Besonderes gegenüber der üblichen Ausführung. In den oberen Stockwerken, wo eine Eisenbetonträgerlage gewählt worden ist, machte sich doch auch die Verwendung einiger Stahlträger als Abschluß des Aufzugschachtes notwendig, weil die entsprechenden Eisenbetonträger zu stark ausgefallen wären. Über die Schwierigkeit des Anschlusses eines Eisenbetondeckenträgers an eine Außenwandstahlstütze mit H-förmigem Querschnitt half man sich billigerweise so hinweg, daß man die Träger auf Konsolen, die an den beiden nächstliegenden Winkelschenkeln des Stützenquerschnittes angebracht sind, aufgelagert hat (Abb. 4).

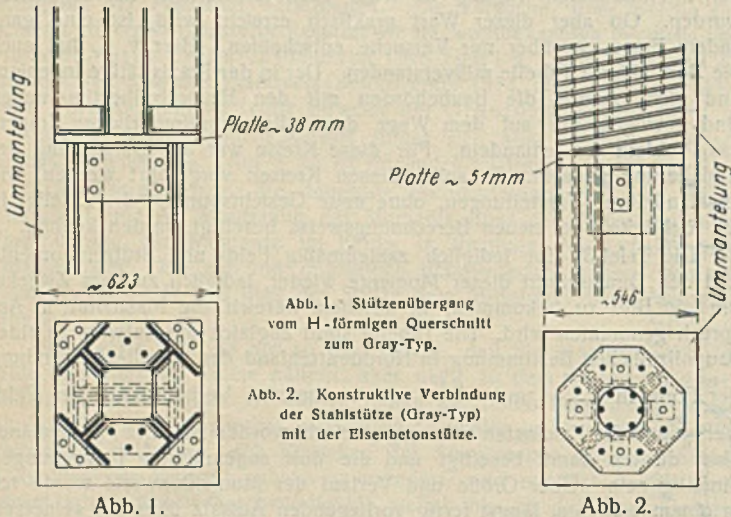


Abb. 1. Stützenübergang vom H-förmigen Querschnitt zum Gray-Typ.

Abb. 2. Konstruktive Verbindung der Stahlstütze (Gray-Typ) mit der Eisenbetonstütze.

ausbildung, und zwar nach Abb. 1 durch vier Winkelpaare, die durch vier einen quadratischen Querschnitt bildende Bleche verbunden sind (Gray-Typ). Erst oberhalb des 18. Stockwerks konnten die Stützen ohne Vergrößerung ihres Querschnittes als spiralbewehrte Eisenbetonsäulen ausgeführt werden (Abb. 2).

An der Hinterseite des Gebäudes sind für die Außenstützen spiralbewehrte Eisenbetonstützen bereits vom 11. Stockwerk ab im unmittelbaren Anschluß an die H-förmige Stahlstütze verwendet worden (Abb. 3). Für die übrigen Außenstützen wurde die gleiche Bauart gewählt wie für die Innenstützen.

Interessant ist für die Frage der notwendigen Stärke der Stützensausbildung in Stahl oder Beton das Ergebnis der Abb. 3, wo klar gezeigt ist, um wieviel stärker die anschließende spiralbewehrte Eisenbetonsäule gegenüber der darunter befindlichen H-förmigen Stahlstütze ausgeführt werden muß, obwohl die Belastung der Stahlstütze größer ist als die der Eisenbetonstütze. Dieser Gesichtspunkt erhärtet die eingangs ausgeführte Vermutung, daß nach Möglichkeit Eisenbeton Verwendung finden sollte. Anders kann man sich die Vergrößerung des Stützenquerschnittes nach Abb. 3 nicht erklären, zumal ausdrücklich auf größte Raumaussnutzung Wert gelegt wurde.

Die Stützen für die Aufzüge, Treppenhäuser, Luftkanäle usw. sind in ganzer Höhe aus Stahl hergestellt. Diese Maßnahme machte sich einmal erforderlich, weil diese Stützen die schweren Träger aufnehmen haben, welche die Maschinenanlage für die Aufzüge tragen, und andererseits, weil die Verwendung von Eisenbetonstützen und -trägern gleicher Tragfähigkeit ohne Vergrößerung der vorgeschriebenen Konstruktionsabmessungen nicht möglich war.

Die konstruktiven Lösungen für die Übergänge der Stahl-H-Stützen in den

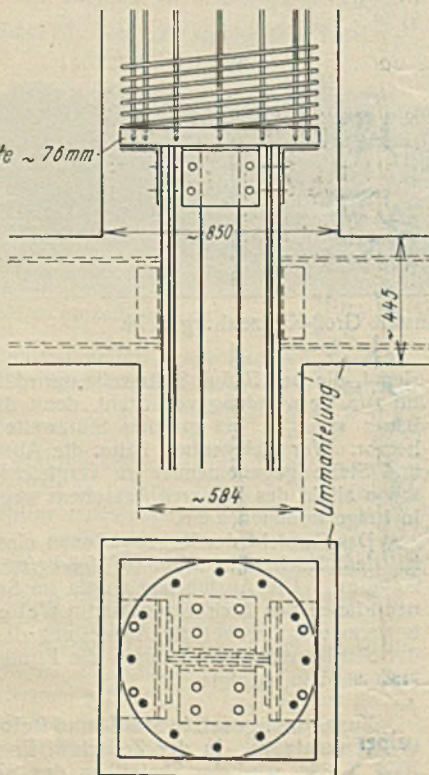


Abb. 3. Konstruktive Verbindung der äußeren Stahlstütze (H-Querschnitt) mit der Eisenbetonstütze.

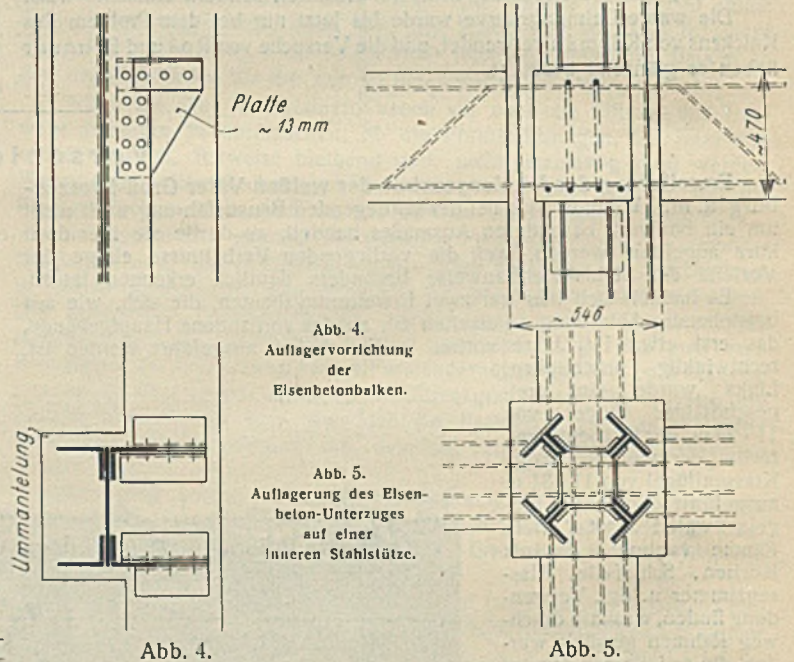


Abb. 4. Auflagervorrichtung der Eisenbetonbalken.

Abb. 5. Auflagerung des Eisenbeton-Unterzuges auf einer inneren Stahlstütze.

Bei inneren Stützen, wo durchlaufende Eisenbetonträger an die Gray-Stahlstützen angeschlossen werden müssen (Abb. 5), wurden die oberen Bewehrungseisen der Träger durch die Stütze, die entsprechende Löcher in den Blechen enthielt, durchgesteckt, so daß also eine gewisse Kontinuität der Träger hergestellt war. Zur Aufnahme der Querkräfte sind ebenfalls Konsolen an der Stütze angebracht. Alle übrigen konstruktiven Anordnungen dieses Baues sind in der üblichen Weise ausgeführt.

Betont sei noch, daß es sich hierbei nicht um die Anwendung der sogenannten kombinierten Bauweise handelt, wo der Beton der Ummantelung zum Tragen der Lasten mit herangezogen wird. Um diese Berechnungsweise anwenden zu können, bedarf es noch eingehender Klärung der Verhältnisse durch Versuche, die in Aussicht genommen sind.

Die Wirtschaftlichkeit der vorangehend beschriebenen Ausführungsart von Stützen dürfte in vielen Fällen, besonders für deutsche Verhältnisse, sehr umstritten sein.

INHALT: Berechnung des biegungsfesten Kreisringes mit radialer, stetiger, elastischer Stützung. — Die Tore der neuen Luftschiffhalle in Friedrichshafen a. B. — Statisch unbestimmte Tragwerke unter Berücksichtigung der Plastizität. — Verschiedenes: Erweiterung der Missionsanstalt der weißen Väter Groß-Krotenburg a. M. — Zusammengesetzte Stahl- und Betonstützen eines amerikanischen Wolkenkratzers.

Für die Schriftleitung verantwortlich: Geh. Regierungsrat Prof. A. Hertwig, Berlin-Charlottenburg. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 8. Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.