

DER STAHLBAU

Schriftleitung:

Dr.-Ing. A. Hertwig, Geh. Regierungsrat, Professor an der Technischen Hochschule Berlin, Berlin-Charlottenburg 2, Technische Hochschule
Fernsprecher: C I Steinplatz 0011

Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61

Beilage
zur Zeitschrift

DIE BAUTECHNIK

Fachschrift für das ge-
samte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

6. Jahrgang

BERLIN, 14. April 1933

Heft 8

Alle Rechte vorbehalten.

Einflußlinien für räumlich gekrümmte Stahlbrücken.

Von Dr.-Ing. Harry Gottfeldt, Berlin.

Als „räumlich gekrümmt“ mögen Stahlbrücken bezeichnet werden, wenn ihre Hauptträger im Grundriß auf Kurven, im besonderen auf zwei konzentrischen Kreisen liegen. Die Bezeichnung ist dadurch begründet, daß solche Bauwerke zur Berechnung nicht mehr in einzelne Scheiben zerlegt werden dürfen, sondern eben wegen der Krümmung als räumliches System behandelt werden müssen. Ihre Ausführung kommt für Eisenbahnbrücken in Frage, auf denen die Bahnachse in der Kurve liegt. Die Vor- und Nachteile gegenüber der üblichen Bauart sind bereits anlässlich der Beschreibung ausgeführter Bauwerke erörtert worden¹⁾.

Das in Abb. 1 dargestellte System wurde bisher nach einem Näherungsverfahren²⁾³⁾ berechnet, das aber bei stärkerem Einfluß der Krümmung, also bei kleinem Halbmesser, großer Stützweite, geringem Hauptträgerabstand, insbesondere bei Brücken mit mehreren Öffnungen, keine Gewähr für einwandfreie Ergebnisse bietet. In der Dissertation des Verfassers³⁾ wurde daher ein strenges Berechnungsverfahren entwickelt, das nachfolgend an Hand von Zahlenbeispielen näher erläutert werden soll. Die Ableitungen gelten genau nur für Systeme mit einem waagerechten Verband.

Überbau mit einer Öffnung.

Aus räumlichen Gleichgewichtsbetrachtungen kann man für das System der Abb. 1 unter Beachtung der Auflagerbedingungen $M=0$ die folgenden zwei Fundamentalgleichungen ableiten:

$$(1) \begin{cases} M_{m-2} - (2 + 2 \cdot \cos \varphi) M_{m-1} + (2 + 4 \cdot \cos \varphi) M_m \\ \quad - (2 + 2 \cdot \cos \varphi) M_{m+1} + M_{m+2} \\ \quad = \Delta^2 M_{m-1} - 2 \cdot \cos \varphi \Delta^2 M_m + \Delta^2 M_{m+1} = B_m \lambda \\ M'_{m-2} - (2 + 2 \cdot \cos \varphi) M'_{m-1} + (2 + 4 \cdot \cos \varphi) M'_m \\ \quad - (2 + 2 \cdot \cos \varphi) M'_{m+1} + M'_{m+2} \\ \quad = \Delta'^2 M'_{m-1} - 2 \cdot \cos \varphi \Delta'^2 M'_m + \Delta'^2 M'_{m+1} = B'_m \lambda' \end{cases}$$

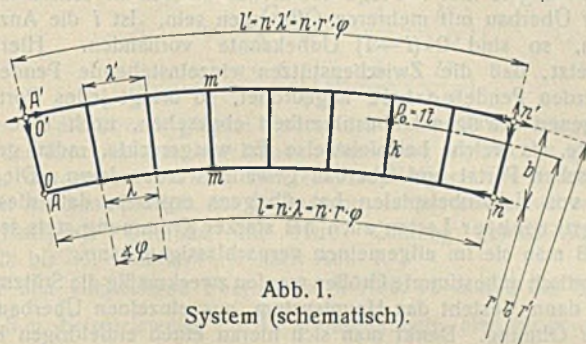


Abb. 1.
System (schematisch).

Die erste dieser Gleichungen gilt für den inneren, die zweite für den äußeren Hauptträger, wie überhaupt ein als Index beigefügter oberer Strich hier und im folgenden stets auf den äußeren Hauptträger verweist. Die Bedeutung von φ , λ und λ' geht aus Abb. 1 hervor. Für die Belastungsbeiwerte auf der rechten Gleichungsseite gilt

$$(2) \begin{cases} B_m = -(P_{m-1} - 2P_m + P_{m+1}) - \frac{\lambda \lambda'}{b r} (P_m + P'_m) \\ B'_m = -(P'_{m-1} - 2P'_m + P'_{m+1}) + \frac{\lambda \lambda'}{b r} (P_m + P'_m) \end{cases}$$

¹⁾ Gottfeldt und Gehlen, Räumlich gekrümmte Stahlbrücken, Stahlbau 1932, Heft 17.

²⁾ Kapsch, Die Eisenkonstruktionen der Viadukte und Brücken der Hamburger Hochbahn, D. Bauztg. 1914, S. 593.

³⁾ Bühler, Die neue Aarebrücke der Gäubahn bei Olten, Bautechn. 1932, Heft 29/32.

⁴⁾ Die Berechnung räumlich gekrümmter Stahlbrücken, Dissertation T. H. Berlin, Bautechn. 1932, Heft 54.

Die Gl. (1) können als Differenzgleichungen vierter Ordnung in M_m oder zweiter Ordnung in $\Delta^2 M_m$ aufgefaßt werden. Zwischen M_m ,

$$Q_m = \frac{\Delta M_m}{\lambda} \quad \text{und} \quad \Delta Q_m = \frac{\Delta^2 M_m}{\lambda}$$

bestehen nun die gleichen einfachen Beziehungen, wie zwischen M_m , $Q_m = \frac{\Delta M_m}{\lambda}$ und ΔQ_m

$$= \frac{\Delta^2 M_m}{\lambda} = -P_m \text{ eines nichtgekrümmten, mit Einzellasten } P_m \text{ be-$$

lasteten Trägers, nur daß eben im gekrümmten System ΔQ_m nicht mehr

gleich $-P_m$ ist, sondern aus Gl. (1) ermittelt werden muß. Sind aber

die Werte ΔQ_m bekannt, so kann man sie als Einzellasten auf einen

ebenen Träger gleicher Stützweite aufbringen, in welchem sie dann die

gleichen Querkräfte und Momente hervorbringen werden wie die wirk-

lichen Lasten in dem gekrümmten System. Daher ist es im allgemeinen

einfacher, zunächst die Werte $\Delta Q_m = \frac{\Delta^2 M_m}{\lambda}$ aus der Differenzen-

gleichung zweiter Ordnung zu bestimmen, als unmittelbar die Momente M_m

aus der Gleichung vierter Ordnung.

Wir gehen also im folgenden von den Gleichungen

$$(3) \begin{cases} \Delta Q_{m-1} - 2 \cdot \cos \varphi \Delta Q_m + \Delta Q_{m+1} = B_m \\ \Delta Q'_{m-1} - 2 \cdot \cos \varphi \Delta Q'_m + \Delta Q'_{m+1} = B'_m \end{cases}$$

aus und beschränken uns auf den wichtigsten Fall, die Ermittlung des

Einflusses einer wandernden Einzellast P_0 . Der Radius des zu den Haupt-

trägern konzentrischen Kreises, auf dem sich die Last bewegt, sei r_0 , der

jeweils belastete Querträger trage die Bezifferung k , die Anteile, die

von P_0 auf die beiden Hauptträger entfallen, seien $P = \frac{r_0 - r}{b} P_0$ und

$P' = \frac{r_0 + r}{b} P_0$ (vgl. Abb. 1). Dann ist nach (2) zunächst für den inneren

Träger:

$$(4) \begin{cases} B_k = 2P - \frac{\lambda \lambda'}{b r} P_0 \\ B_{k-1} = B_{k+1} = -P \end{cases}$$

Alle übrigen B_m sind gleich Null. Die Randbedingungen der Gl. (3)

sind $\Delta Q_0 = \Delta Q_n = 0$. Multipliziert man nun die ersten $k-1$: Gl. (3) mit

$\sin m \varphi$ und addiert sie, so wird der Faktor eines beliebigen Gliedes ΔQ_s

(5) $\sin(s-1)\varphi - 2 \cdot \cos \varphi \cdot \sin s \varphi + \sin(s+1)\varphi$,

solange $s \leq k-2$. Man überzeugt sich leicht, daß der Ausdruck (5) den

Wert Null hat. Aus der Addition verbleibt also

$$(6) -\sin k \varphi \Delta Q_{k-1} + \sin(k-1) \varphi \Delta Q_k = \sin(k-1) \varphi B_{k-1}.$$

Ebenso erhält man aus den Gleichungen von $k+1$ bis $n-1$ nach Multi-

plikation mit $\sin(n-m)\varphi$

$$(7) \begin{cases} \sin[n-(k+1)] \varphi \Delta Q_{k+1} - \sin(n-k) \varphi \Delta Q_k \\ \quad = \sin[n-(k+1)] \varphi B_{k+1} \end{cases}$$

Aus (6), (7) und der k -ten Gl. (3) kann man die drei Unbekannten

ΔQ_{k-1} , ΔQ_k und ΔQ_{k+1} bestimmen. Man findet nach einigen Um-

formungen

$$(8) \begin{cases} \Delta Q_{k-1} = +P_0 \cdot \frac{4 r_0 \cdot \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{b} \cdot \frac{\sin(k-1) \varphi \cdot \sin(n-k) \varphi}{\sin \varphi \cdot \sin n \varphi} \\ \Delta Q_k = -P + P_0 \cdot \frac{4 r_0 \cdot \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{b} \cdot \frac{\sin k \varphi \cdot \sin(n-k) \varphi}{\sin \varphi \cdot \sin n \varphi} \\ \Delta Q_{k+1} = +P_0 \cdot \frac{4 r_0 \cdot \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{b} \cdot \frac{\sin k \varphi \cdot \sin[n-(k+1)] \varphi}{\sin \varphi \cdot \sin n \varphi} \end{cases}$$

Für einen nichtgekrümmten Träger wären alle ΔQ_m gleich Null, bis auf $\Delta Q_k = -P$. Aus dem Bau der Gl. (8) kann man daher schon schließen, daß ganz allgemein

$$(9) \begin{cases} \Delta Q_m = +P_0 \cdot \frac{4r_0 \cdot \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{b} \cdot \frac{\sin m\varphi \cdot \sin(n-k)\varphi}{\sin\varphi \cdot \sin n\varphi} & (m \leq k) \\ \Delta Q_m = +P_0 \cdot \frac{4r_0 \cdot \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{b} \cdot \frac{\sin(n-m)\varphi \cdot \sin k\varphi}{\sin\varphi \cdot \sin n\varphi} & (m \geq k) \end{cases}$$

ist.⁴⁾ Bei ΔQ_k kommt, wie (8) zeigt, noch das Glied $-P$ hinzu. Für $\Delta Q'_m$ erhält man ebenfalls die Ausdrücke (9), jedoch mit negativem Vorzeichen. Bei $\Delta Q'_k$ kommt $-P'$ hinzu. Man hat also das Belastungsschema der Abb. 2 und findet zunächst

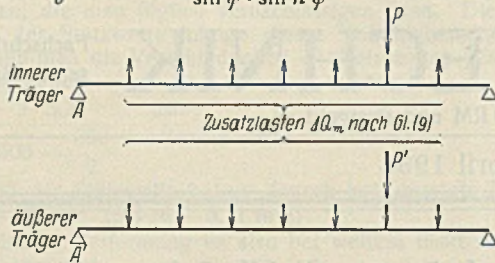


Abb. 2. Zusatzlasten infolge der Krümmung.

$$(10) \quad A = -P_0 \cdot \frac{4r_0 \cdot \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{nb \cdot \sin\varphi \cdot \sin n\varphi} \left[\sin(n-k)\varphi \sum_1^{k-1} (n-m) \cdot \sin m\varphi + \sin k\varphi \sum_k^{n-1} (n-m) \sin(n-m)\varphi \right] + P \cdot \frac{n-k}{n}$$

Die Summen lassen sich in geschlossener Form darstellen, und zwar ist

$$(11) \begin{cases} \sum_1^{k-1} (n-m) \cdot \sin m\varphi = \frac{1}{4 \cdot \sin^2 \frac{\varphi}{2}} [n \cdot \sin\varphi - (n-k+1) \cdot \sin k\varphi + (n-k) \cdot \sin(k-1)\varphi] \\ \sum_1^{n-1} (n-m) \cdot \sin(n-m)\varphi = \sum_1^{n-k} m \cdot \sin m\varphi \\ = \frac{1}{4 \cdot \sin^2 \frac{\varphi}{2}} [(n-k+1) \cdot \sin(n-k)\varphi - (n-k) \cdot \sin(n-k+1)\varphi] \end{cases}$$

Mit $P_0 = 1$ erhält man schließlich

$$(12a) \quad A = \frac{r'}{b} \cdot \frac{n-k}{n} - \frac{r_0}{b} \cdot \frac{\sin(n-k)\varphi}{\sin n\varphi}$$

Ebenso

$$(12b) \quad A' = \frac{r_0}{b} \cdot \frac{\sin(n-k)\varphi}{\sin n\varphi} - \frac{r}{b} \cdot \frac{n-k}{n}$$

Weiter

$$(13) \begin{cases} Q_m = A \sum_1^{m-1} \Delta Q = \frac{r'}{b} \cdot \frac{n-k}{n} - \frac{r_0}{b} \cdot \frac{\sin(n-k)\varphi [\sin m\varphi - \sin(m-1)\varphi]}{\sin\varphi \cdot \sin n\varphi} \\ Q'_m = A' \sum_1^{m-1} \Delta Q' \\ = \frac{r_0}{b} \cdot \frac{\sin(n-k)\varphi [\sin m\varphi - \sin(m-1)\varphi]}{\sin\varphi \cdot \sin n\varphi} - \frac{r}{b} \cdot \frac{n-k}{n} \end{cases} \quad m \leq k$$

$$(14) \begin{cases} M_m = \sum_1^m Q \lambda = \frac{r' \lambda}{b} \cdot \frac{m(n-k)}{n} - \frac{r_0 \lambda}{b} \cdot \frac{\sin m\varphi \cdot \sin(n-k)\varphi}{\sin\varphi \cdot \sin n\varphi} \\ M'_m = \sum_1^m Q' \lambda' = \frac{r_0 \lambda'}{b} \cdot \frac{\sin m\varphi \cdot \sin(n-k)\varphi}{\sin\varphi \cdot \sin n\varphi} - \frac{r \lambda'}{b} \cdot \frac{m(n-k)}{n} \end{cases}$$

⁴⁾ Vgl. zu dem hier angewendeten, weniger bekannten Lösungsverfahren: Paul Funk, Die linearen Differenzgleichungen und ihre Anwendung in der Theorie der Baukonstruktionen, Berlin 1920, S. 18. Die Ausdrücke $\sin m\varphi$ und $\sin(n-m)\varphi$, mit denen oben die einzelnen Gleichungen multipliziert wurden, sind die (bei Funk mit $\eta_{0\alpha}$ und $\eta_{\alpha\alpha}$ bezeichneten) durch Rekursion leicht zu findenden Lösungen der Gl. (3), die man erhält, wenn man $\eta_0 = 0$, $\eta_1 = \alpha = \sin 1\varphi$ bzw. $\eta_n = 0$, $\eta_{n-1} = \alpha' = \sin[n-(n-1)]\varphi$ setzt. Daß der Ausdruck (5) zu Null wird, ist nicht Zufall, sondern liegt im Wesen dieser Auflösungsart. Die Kürze und Eleganz des Verfahrens rührt vor allem daher, daß nicht, wie bei der üblichen Auflösung mit Hilfe der charakteristischen Gleichung, nachträglich aus den Randbedingungen die Konstanten bestimmt werden müssen. In der Dissertation des Verfassers (vgl. Fußnote ³⁾) sind — auch für den Fall der ständigen Last — Auflösungen mittels der charakteristischen Gleichung und mit Hilfe von Determinanten gezeigt. Letzteres ergibt für ΔQ_m zunächst eine endliche trigonometrische Reihe, deren Summe sich aber in geschlossener Form darstellen läßt, so daß schließlich alle drei Lösungsarten zu dem gleichen Formel Ausdruck (9) führen.

Diese Gleichungen gelten nur für $m \leq k$; für $m > k$ ist m durch $n-m$ und $n-k$ durch k zu ersetzen. Durch Addition der beiden Gl. (12) oder (13) findet man übrigens

$$(15) \quad A + A' = Q_m + Q'_m = \frac{n-k}{n}$$

d. h. die Summe der Querkräfte in den beiden Hauptträgern ist gleich der Querkraft eines nichtgekrümmten, mit $P_0 = 1$ t belasteten Trägers, oder, anders ausgedrückt, die Querkräfte des einen Hauptträgers vermindern sich durch die Krümmung um den gleichen Betrag, um den sich die des anderen vermehren (s. a. die schraffierten Flächen in Abb. 5). Dieses Gesetz gilt aber nicht für die Momente, da bei einer Addition der beiden Gl. (14) die trigonometrischen Funktionen nicht verschwinden. Die nach (14) ermittelten Momente wirken in der durch zwei aufeinander folgende Knotenpunkte gelegten lotrechten Ebene, also nicht in der Berührungsebene der Hauptträger. Für die Bemessung von stetig gekrümmten Blechträgern sind die gefundenen Momente daher noch durch $\cos \frac{\varphi}{2}$ zu dividieren, ein Wert, der allerdings stets sehr nahe bei 1 liegen wird.

Statisch bestimmte Systeme mit mehreren Öffnungen.

Hat der einfache Überbau nach Abb. 1 Kragarme, so läßt sich zeigen, daß die Gl. (12) bis (14) auch gelten, wenn die Last auf dem Kragarm steht; man kann also k einfach über n hinaus weiterzählen bzw. — für den linken Kragarm — k negativ einführen. (14) gilt mit $m = n$ auch für die Stützmomente, für die man also erhält

$$(16) \quad \left\{ \begin{aligned} M_n &= \frac{r' \lambda}{b} (n-k) - \frac{r_0 \lambda}{b} \cdot \frac{\sin(n-k)\varphi}{\sin\varphi} \\ M'_n &= \frac{r_0 \lambda'}{b} \cdot \frac{\sin(n-k)\varphi}{\sin\varphi} - \frac{r \lambda'}{b} (n-k) \end{aligned} \right\} \quad k > n$$

Trägt das Ende des Kragarmes die Bezifferung k_1 und folgt hierauf ein eingehängter Überbau, so setze man für Last auf dem letzteren $k = k_1 = \text{const}$; dafür sind jetzt P_0 und r_0 in Gl. (12) bis (14) veränderlich, und zwar ist

$$(17) \quad P_0 = A_e + A'_e \quad r_0 = \frac{A_e r + A'_e r'}{A_e + A'_e}$$

wenn A_e und A'_e die Auflagerdrücke des zuvor zu berechnenden eingehängten Überbaues sind. Man findet beispielsweise aus (12a)

$$(18) \quad A = (A_e + A'_e) \left[\frac{r'}{b} \cdot \frac{n-k_1}{n} - \frac{A_e r + A'_e r'}{b(A_e + A'_e)} \cdot \frac{\sin(n-k_1)\varphi}{\sin n\varphi} \right] = \alpha A_e + \alpha' A'_e$$

Auf diese Weise lassen sich für alle statischen Größen der Kragträgeröffnung die Einflußlinienzweige unter dem eingehängten Überbau in der in (18) wiedergegebenen Form als Funktionen von A_e und A'_e darstellen; α und α' sind Zahlen.

Statisch unbestimmte Systeme mit mehreren Öffnungen.

Das wichtigste hier in Frage kommende statisch unbestimmte System dürfte der Überbau mit mehreren Öffnungen sein. Ist i die Anzahl der Öffnungen, so sind $2 \cdot (i-1)$ Unbekannte vorhanden. Hierbei ist vorausgesetzt, daß die Zwischenstützen einzelnstehende Pendelstützen sind. Werden Pendelportale angeordnet, so bringt jedes Portal, von seiner eigenen etwaigen Unbestimmtheit abgesehen, noch eine weitere Unbekannte, als welche beispielsweise die waagerechte, radial gerichtete Kraft zwischen Portal und Überbau gewählt werden kann. Die Durchrechnung von Zahlenbeispielen hat übrigens ergeben, daß diese Kraft infolge senkrechter Lasten auch bei starker Krümmung stets sehr klein ist, so daß man sie im allgemeinen vernachlässigen kann.

Als statisch unbestimmte Größen werden zweckmäßig die Stützmomente gewählt; dann besteht das Hauptsystem aus einzelnen Überbauten mit nur einer Öffnung. Denkt man sich hieran einen einfeldrigen Kragarm angeschlossen, an dessen Spitze die Last $P_0 = \frac{1}{\lambda}$ mit $r_0 = r$ bzw. $P_0 = \frac{1}{\lambda'}$ mit $r_0 = r'$ wirkt, so entstehen hierdurch die Momente $X_i = 1$ bzw. $X'_i = 1$. Aus (14) erhält man

$$(19) \quad \left\{ \begin{aligned} M_{mi} &= \frac{1}{\lambda} \left[\frac{r' \lambda}{b} \cdot \frac{m[n-(n+1)]}{n} - \frac{r \lambda}{b} \cdot \frac{\sin m\varphi \cdot \sin[n-(n+1)]\varphi}{\sin\varphi \cdot \sin n\varphi} \right] \\ &= -\frac{r'}{b} \cdot \frac{m}{n} + \frac{r}{b} \cdot \frac{\sin m\varphi}{\sin n\varphi} \\ M_{m'i'} &= -\frac{r}{b} \cdot \frac{m}{n} + \frac{r'}{b} \cdot \frac{\sin m\varphi}{\sin n\varphi} \\ M'_{mi} &= \frac{r}{b} \cdot \frac{m}{n} - \frac{r'}{b} \cdot \frac{\sin m\varphi}{\sin n\varphi} = -\frac{r'}{r} \cdot M_{m'i'} \\ M'_{m'i'} &= \frac{r}{b} \cdot \frac{m}{n} - \frac{r'}{b} \cdot \frac{\sin m\varphi}{\sin n\varphi} \end{aligned} \right.$$

Hierin ist m zwischen $i-1$ und i von 0 bis n zu zählen. Zur Ermittlung des Einflusses von X_{i-1} und X'_i ist m durch $n-m$ zu ersetzen.

Bedeutet nun r und s je einen der vier Werte $i, i', i-1, (i-1)'$ — wobei r und s auch gleich sein können —, so lassen sich die von der Belastung unabhängigen Verschiebungswerte schließlich in folgender allgemeiner Form darstellen:

$$(20) \delta_{rs} = \Sigma [\alpha_m (2 M_{m-1r} M_{m-1s} + M_{mr} M_{m-1s} + M_{m-1r} M_{ms}) + \beta_m (2 M'_{m-1r} M'_{m-1s} + M'_{mr} M'_{m-1s} + M'_{m-1r} M'_{ms}) + \gamma_m (M_{mr} M'_{ms} + M'_{mr} M_{ms}) + \delta_m M_{mr} M_{ms} + \epsilon_m M'_{mr} M'_{ms}]$$

Hierin ist mit $E=1$

$$(21) \begin{cases} \alpha_m = \frac{\lambda}{6 J_m} & \beta_m = \frac{\lambda'}{6 J'_m} & \gamma_m = \frac{b \lambda^2}{6 J_{qm} r^2} \\ \delta_m = 2(\alpha_m + \gamma_m) + \frac{h \lambda^2}{3 J_{vm} r^2} & \epsilon_m = 2(\beta_m + \gamma_m) + \frac{h \lambda^2}{3 J'_{vm} r^2} \end{cases}$$

In (20) erscheinen also sowohl die beiden Hauptträger, und zwar mit von Feld zu Feld wechselnden Trägheitsmomenten J_m und J'_m , wie auch die Querrahmen; diese bestehen aus den Pfosten von der Höhe h mit den Trägheitsmomenten J_{vm} und J'_{vm} und aus den Querrägern mit den Trägheitsmomenten J_{qm} . Die Summe in (20) erstreckt sich über zwei Öffnungen, wenn r und s der gleichen Querebene angehören (also bei $\delta_{ii}, \delta_{i' i'}$ und $\delta_{i' i}$), über eine Öffnung, wenn r und s in zwei aufeinanderfolgenden Stützenachsen liegen. Alle übrigen δ_{rs} sind gleich Null.

Berechnet man zu der Matrix der Werte δ_{rs} die β_{rs} -Tafel, so erhält man die Einflußlinie irgendeiner statisch unbestimmten Größe X_r bekanntlich als Biegelinie des mit den Momenten β_{rs} belasteten Hauptsystems. Im vorliegenden Fall ist also jede Einzelöffnung des Hauptsystems mit den vier Stützmomenten $\beta_{r(i-1)}, \beta_{r(i-1)'}, \beta_{ri}, \beta_{ri}'$ zu belasten. Es empfiehlt sich, die Biegelinien zunächst für jedes dieser vier Stützmente einzeln zu berechnen und diese Momente dabei gleich 1 zu setzen. Die Momente infolge dieser vier Belastungsfälle sind nach (19) bereits bekannt. Zur Auffindung der gesuchten Biegelinien hat man die Last 1 t der Reihe nach in sämtlichen Knotenpunkten k aufzustellen und hierfür die Momente M_{okk} zu berechnen. Dann findet man die Ordinaten δ_{okk} der Biegelinien wieder nach (20), indem man dort den Index s durch den Index 0 ersetzt. Die Einflußlinien selbst erhält man schließlich aus

$$(22) \eta_{kr} = \beta_{r(i-1)} \delta_{ok(i-1)} + \beta_{r(i-1)'} \delta_{ok(i-1)'} + \beta_{ri} \delta_{okk} + \beta_{ri}' \delta_{okk}'$$

Näherungsformeln.

Beim Entwurf einer räumlich gekrümmten Stahlbrücke wird es häufig erwünscht sein, den Einfluß der Krümmung zunächst näherungsweise kennenzulernen. Geht man von der Differenzgleichung (1) zur Differentialgleichung über und ersetzt die trigonometrischen Funktionen durch die ersten Glieder einer Reihenentwicklung, so gelangt man zu den Formeln

$$(23) A \approx \frac{n G}{2} \left(1 \pm \frac{4}{24} \cdot \frac{L^2}{b R} \right)$$

$$(24) M_{\text{mitte}} \approx \frac{n G L}{8} \left(1 \pm \frac{5}{24} \cdot \frac{L^2}{b R} \right)$$

in denen G die überall gleiche Knotenlast, L und R die Länge und den Radius der Brückenachse bezeichnen. Das obere Vorzeichen gilt für den äußeren, das untere für den inneren Hauptträger. Die Formeln geben auch bei starkem Einfluß der Krümmung noch recht brauchbare Werte.

1. Beispiel. Überbau mit einer Öffnung gemäß Abb. 1 u. 4, Punkt 28 bis 36. Zahlenwerte nach Abb. 4.

Für den eingeleistigen Überbau nach Abb. 4b lauten die Gl. (14) mit $r_0 = 77,5$ m, beispielsweise für die Größtmomente, also für $m = \frac{n}{2} = 4$

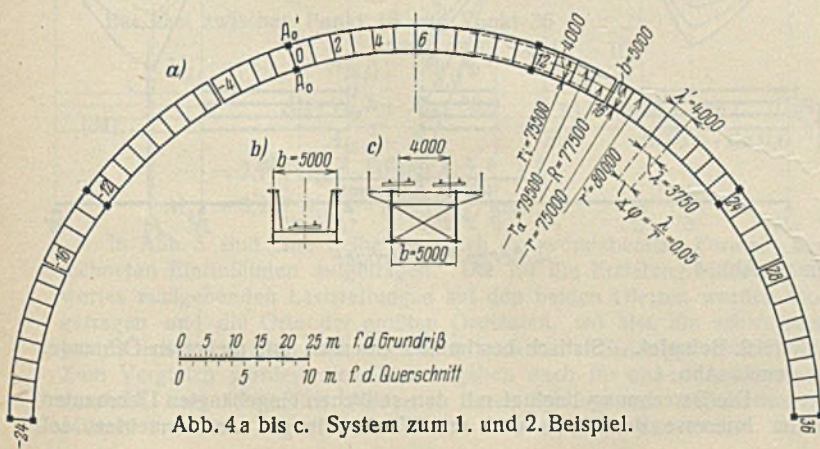


Abb. 4a bis c. System zum 1. und 2. Beispiel.

$$(25) \begin{cases} M_{\text{mitte}} = \frac{80,0 \cdot 3,75}{5,0} \cdot \frac{4(8-k)}{8} - \frac{77,5 \cdot 3,75}{5,0} \cdot \frac{\sin 0,2 \cdot \sin(8-k) 0,05^4}{\sin 0,05 \cdot \sin 0,4} \\ = 240 - 30k - 593,2935 \cdot \sin(8-k) 0,05 \\ M'_{\text{mitte}} = 632,8464 \cdot \sin(8-k) 0,05 - (240 - 30k) \end{cases}$$

Aus Symmetriegründen braucht nur die eine Hälfte der Einflußlinien berechnet zu werden. Die nach (25) ermittelten Ordinaten sind in Abb. 3 eingetragen. Zum Vergleich wurde auch die Einflußlinie für einen nicht-gekrümmten Träger von 31,0 m Länge eingetragen. Die Auswertung ergibt für diesen $M = 15,5$ tm, dagegen für den äußeren Träger des gekrümmten Systems $M' = 24,5$ tm, also eine Vermehrung um 58%, und für den inneren $M = 7,0$ tm, also eine Verminderung um 55%. Demgegenüber hat der zweite Faktor in der Klammer der Näherungsformel (24)

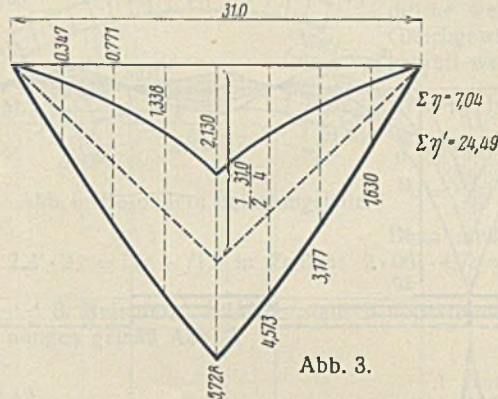


Abb. 3.

den Wert $\frac{5}{24} \cdot \frac{31,0^2}{5,0 \cdot 77,5} = 0,52$, in genügender Übereinstimmung mit den eben angegebenen Prozentzahlen.

Bei zweigleisigem Ausbau gemäß Abb. 4c findet man beispielsweise mit $r_o = r_i = 75,5$ m bzw. $r_o = r_a = 79,5$ m nach (12)

$$(26) \begin{cases} A_i = \frac{80,0}{5,0} \cdot \frac{8-k}{8} - \frac{75,5}{5,0} \cdot \frac{\sin(8-k) 0,05}{\sin 0,4} \\ = 16 - 2k - 38,776 \cdot \sin(8-k) 0,05^4 \\ A_a = \dots = 16 - 2k - 40,830 \cdot \sin(8-k) 0,05 \\ A'_i = \dots = -(15 - 1,875k) + 38,776 \cdot \sin(8-k) 0,05 \\ A'_a = \dots = -(15 - 1,875k) + 40,830 \cdot \sin(8-k) 0,05 \end{cases}$$

Die Indizes i und a verweisen stets auf das innere bzw. äußere Gleis. Von einer zeichnerischen Wiedergabe auch dieser Einflußlinien kann abgesehen werden. An dieser Stelle sei jedoch noch darauf verwiesen, daß man, wenn die Einflußlinien für zwei Werte r_0 bekannt sind, diejenigen für einen dritten Wert r_0 einfach dadurch erhält, daß man zwischen die Ordinaten oder auch zwischen die Formel ausdrücke geradlinig einschaltet. Für ein Gleis in Überbaumitte findet man so aus (26)

$$(27) \begin{cases} A = \frac{[16 - 2k - 38,776 \cdot \sin(8-k) 0,05] + [16 - 2k - 40,830 \cdot \sin(8-k) 0,05]}{2} \\ = 16 - 2k - 39,028 \cdot \sin(8-k) 0,05 \\ A' = -(15 - 1,875k) + 39,028 \cdot \sin(8-k) 0,05 \end{cases}$$

Die Auswertung ergibt

$$(28) \begin{cases} A = \frac{0,500}{2} + 0,352 + 0,237 + 0,153 + 0,092 + 0,052 + 0,026 + 0,011 = 1,173 \\ A' = \frac{0,500}{2} + 0,523 + 0,513 + 0,472 + 0,408 + 0,323 + 0,224 + 0,114 = 2,827 \end{cases}$$

Aus (23) erhält man dagegen, mit $G = G' = 0,5$ t [da in (28) $G_0 = G + G' = 1,0$ t war]

$$A \approx \frac{8 \cdot 0,5}{2} \left(1 \pm \frac{4}{24} \cdot \frac{31,0^2}{5 \cdot 77,5} \right) = 2,0 (1 \pm 0,413)$$

$$A \approx 1,174 \text{ t} \quad A' \approx 2,826 \text{ t}$$

in praktisch vollkommener Übereinstimmung mit den genauen Werten. Bei (28) beachte man, daß die Ordinaten für A' in den Punkten 1 und 2 größer sind als im Punkt 0. Schon in diesem einfachen Beispiel ist also die maßgebende Laststellung für A' eine andere als beim nicht-gekrümmten Träger. Auf dieser Tatsache, die bei dem folgenden Beispiel noch krasser hervortreten wird, beruht einer der wesentlichsten Einwände gegen das eingangs erwähnte Annäherungsverfahren, das grundsätzlich

b) Falls keine Tafel der trigonometrischen Funktionen mit dem Bogenmaß als Argument zur Hand ist, können die Sinus aus der Reihe $\sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} \dots$ leicht gefunden werden. Bis $x \approx 0,2$ genügen zwei, bis $x \approx 0,6$ drei Glieder der Reihe, um $\sin x$ auf fünf Stellen genau zu erhalten. Zur leichteren Verfolgung der obigen Zahlenrechnungen sind nachstehend die hier benötigten Sinus-Werte zusammengestellt.

sin 0,05	0,049 98	sin 0,25	0,247 40	sin 0,45	0,434 97
0,10	0,099 83	0,30	0,295 52	0,50	0,479 43
0,15	0,149 44	0,35	0,342 90	0,55	0,522 69
0,20	0,198 67	0,40	0,389 42	0,60	0,564 65

*) In den Gleichungen der Einflußlinien für A, Q und M ist die Differenz zweier sehr nahe beieinander liegender Zahlen enthalten. Die Zahlenrechnung muß daher mit einer größeren Anzahl von Dezimalstellen durchgeführt werden, als hier wiedergegeben.

jedoch nur die mittelste Öffnung etwas ausführlicher behandelt werden. Von den Seitenöffnungen werden zu diesem Zweck nach Gl. (18) und dem anschließenden Text nur die Auflagerdrücke A_e und A'_e benötigt. Für die Auflagerdrücke A und A' bei Punkt 28 gelten die Gl. (26). Wegen der geometrischen Gleichheit der Abschnitte 16 bis 24 und 28 bis 36 gelten sie ebenso auch für die Auflagerdrücke bei Punkt 16, und zwar mit $k=0$ bei Punkt 16 bis $k=12$ bei Punkt 28. Darüber hinaus, also für Last auf dem Abschnitt 28 bis 36, erhält man nach (18) und (26)

$$(29) \begin{cases} A_{16i} = (A_{28i} + A'_{28i}) \left[\frac{80,0 \cdot 8 - 12}{5,0 \cdot 8} - \frac{A_{28i} 75,0 + A'_{28i} 80,0}{5,0 (A_{28i} + A'_{28i})} \cdot \frac{\sin(8-12) 0,05}{\sin 0,4} \right] \\ = -0,347 A_{28i} + 0,163 A'_{28i} \\ A_{16a} = -0,347 A_{28a} + 0,163 A'_{28a} \\ A'_{16i} = -0,153 A_{28i} - 0,663 A'_{28i} \\ A'_{16a} = -0,153 A_{28a} - 0,663 A'_{28a} \end{cases}$$

Schließlich wird für A_0 (wo der Index, abweichend von den früheren Bezeichnungen P_0 und r_0 , als Bezifferung anzusehen ist) bei Belastung auf der Strecke -4 bis 16

$$(30) \begin{cases} A_{0i} = \frac{80,0}{5,0} \cdot \frac{12-k}{12} - \frac{75,5}{5,0} \cdot \frac{\sin(12-k) 0,05}{\sin 0,6} \\ = 16 - \frac{4}{3} k - 26,743 \cdot \sin(12-k) 0,05 \\ A_{0a} = \dots = 16 - \frac{4}{3} k - 28,160 \cdot \sin(12-k) 0,05 \\ A'_{0i} = \dots = -(15 - 1,25 k) + 26,743 \cdot \sin(12-k) 0,05 \\ A'_{0a} = \dots = -(15 - 1,25 k) + 28,160 \cdot \sin(12-k) 0,05 \end{cases}$$

Bei Last zwischen Punkt 16 und Punkt 36

$$(31) \begin{cases} A_{0i} = -0,056 A_{16i} + 0,296 A'_{16i} \\ A'_{0i} = -0,278 A_{16i} - 0,630 A'_{16i} \end{cases}$$

Und bei Last zwischen Punkt -4 und Punkt -4 , mit $k_1 = -4$

$$(32) \begin{cases} A_{0a} = (A_{-4a} + A'_{-4a}) \left[\frac{80,0}{5,0} \cdot \frac{12+4}{12} - \frac{A_{-4a} 75,0 + A'_{-4a} 80,0}{5,0 (A_{-4a} + A'_{-4a})} \cdot \frac{\sin(12+4) 0,05}{\sin 0,6} \right] \\ = 2,276 A_{-4a} + 1,006 A'_{-4a} \\ A'_{0a} = -0,943 A_{-4a} + 0,328 A'_{-4a} \end{cases}$$

Hierin ist für das vorliegende Beispiel aus Symmetriegründen $A_{-4} = A_{16}$.

Für die Momente der Mittelöffnung erhält man nach (14) bei Belastung zwischen m und 16 als Beispiel

$$(33) \begin{cases} M_{2i} = \frac{80,0 \cdot 3,75}{5,0} \cdot \frac{2(12-k)}{12} - \frac{75,5 \cdot 3,75}{5,0} \cdot \frac{\sin 2 \cdot 0,05 \cdot \sin(12-k) 0,05}{\sin 0,05 \cdot \sin 0,6} \\ = 120 - 10 k - 200,309 \cdot \sin(12-k) 0,05 \\ M_{2a} = 120 - 10 k - 210,922 \cdot \sin(12-k) 0,05 \\ M'_{2i} = -(120 - 10 k) + 210,663 \cdot \sin(12-k) 0,05 \\ M'_{2a} = -(120 - 10 k) + 224,983 \cdot \sin(12-k) 0,05, \end{cases}$$

ferner im Auszug

$$\begin{cases} M_{4i} = 240 - 20 k - 419,752 \cdot \sin(12-k) 0,05 \\ M_{6i} = 360 - 30 k - 592,962 \cdot \sin(12-k) 0,05 \end{cases}$$

bis zum Stützmoment

$$M_{12i} = 720 - 60 k - 1132,953 \cdot \sin(12-k) 0,05.$$

Bei Last zwischen Punkt 16 und Punkt 36

$$(34) \begin{cases} M_{2i} = (A_{16i} + A'_{16i}) \left[\frac{80,0 \cdot 3,75}{5,0} \cdot \frac{2(12-16)}{12} - \frac{A_{16i} 75,0 + A'_{16i} 80,0}{A_{16i} + A'_{16i}} \cdot \frac{3,75}{5,0} \cdot \frac{\sin 0,1 \cdot \sin(-0,2)}{\sin 0,05 \cdot \sin 0,6} \right] \\ = 2,167 A'_{16i} - 0,468 A_{16i} \\ M_{4i} = 3,917 A'_{16i} - 1,328 A_{16i} \text{ usw.} \end{cases}$$

In Abb. 5 sind eine Reihe von nach den vorstehenden Formeln berechneten Einflußlinien aufgetragen. Die für die Erzielung eines Größtwertes maßgebenden Laststellungen auf den beiden Gleisen wurden eingetragen und die Orte der größten Ordinaten, wo also die schwersten Lasten zu konzentrieren sind, durch einen senkrechten Strich gekennzeichnet. Zum Vergleich wurden dieselben Angaben auch für ein ebenes System gemacht, und schließlich wurden — durch Bildung des arithmetischen Mittels zwischen den für das innere und den für das äußere Gleis

geltenden Ordinaten — die Einflußlinien für den eingeleisigen Überbau, mit Gleis in Mitte Überbau nach Abb. 4b, ermittelt. Die Darstellungen zeigen klar die Unterschiede zwischen einem gekrümmten und einem nichtgekrümmten System und bedürfen in ihrer Anschaulichkeit wohl kaum noch weiterer Erläuterungen. In Abb. 6 sind noch zwei besonders lehrreiche Belastungsfälle herausgezeichnet. In Abb. 6b können die den Einflußlinien entnommenen Auflagerdrücke wegen der Symmetrie durch Gleichgewichtsbetrachtungen nachgeprüft werden. Man findet

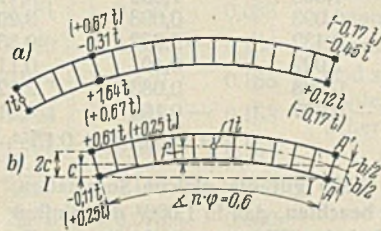


Abb. 6. Besondere Belastungsfälle.

$$\begin{aligned} f &= r_0 \left(1 - \cos \frac{n\varphi}{2} \right) \\ &= 77,5 (1 - 0,95534) = 3,46 \text{ m,} \\ c &= \frac{b}{2} \cdot \cos \frac{n\varphi}{2} = 2,39 \text{ m.} \end{aligned}$$

Dann muß für die Achse $I-I$ sein: $2A' \cdot 2c = 1(c+f)$, in Zahlen: $2 \cdot 0,61 \cdot 4,78 = 1 \cdot 5,85$ oder $5,83 \approx 5,85$.

3. Beispiel. Achtfach statisch unbestimmter Überbau mit fünf Öffnungen gemäß Abb. 7.

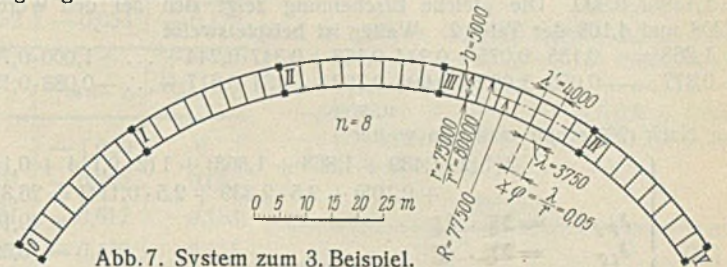


Abb. 7. System zum 3. Beispiel.

Die einzelnen Öffnungen sind geometrisch gleich; für die Durchführung des Zahlenbeispiels wird angenommen, daß sie auch konstruktiv, also hinsichtlich der Trägheitsmomente, gleich seien. Die Trägheitsmomente der Hauptträger seien konstant, derart, daß $\frac{\lambda}{J} = \frac{\lambda'}{J'}$ ist. Wir setzen ferner $J_q = \infty$, ziehen aus den Werten α bis ε den nummehr konstanten Faktor $\frac{\lambda}{6J} = \frac{\lambda'}{6J'}$ heraus, schätzen $\frac{h\lambda^2}{3J_v r^2} \cdot \frac{6J}{\lambda} = \frac{h\lambda^2}{3J_v' r^2} \cdot \frac{6J'}{\lambda}$ $\approx 0,5$ (entsprechend $J_v \approx \frac{1}{100} J$ bei $h \approx 4,0$ m) und erhalten nach (21)

$$(35) \quad \alpha = \beta = 1 \quad \gamma = 0 \quad \delta = \varepsilon = 2,5.$$

Mit diesen Vereinfachungen sind, auch bei noch größerer Zahl von Öffnungen, nur sechs verschiedene Werte δ_{rs} zu berechnen, nämlich $\delta_{i,i}$, $\delta_{i,i'}$, $\delta_{i(i-1)}$, $\delta_{i(i-1)'}$ und $\delta_{i(i-1)}$.

Die Gl. (19) lauten nach Einsetzen der Zahlenwerte

$$(36) \begin{cases} M_{mi} = -2,000 m + 38,519 \cdot \sin 0,05 m \\ M_{m i'} = -1,875 m + 38,519 \cdot \sin 0,05 m \\ M'_{mi} = 2,000 m - 41,087 \cdot \sin 0,05 m \\ M'_{m i'} = 1,875 m - 41,087 \cdot \sin 0,05 m. \end{cases}$$

Hiermit wurde der linke Teil der Tafel 1 berechnet; schreibt man die Zahlen in umgekehrter Reihenfolge, so hat man die Momente $M_{m(i-1)}$ usw. (rechter Teil der Tafel)

Tafel 1.

m	M_{mi}	$M_{m i'}$	M'_{mi}	$M'_{m i'}$	$M_{m(i-1)}$	$M_{m(i-1)'}$	$M'_{m(i-1)}$	$M'_{m(i-1)'}$
0	0	0	0	0	-1,000	0	0	-1,000
1	-0,075	0,050	-0,054	-0,179	-0,792	0,083	-0,089	-0,964
2	-0,155	0,095	-0,102	-0,352	-0,617	0,133	-0,142	-0,892
3	-0,244	0,131	-0,140	-0,515	-0,470	0,155	-0,165	-0,790
4	-0,347	0,153	-0,163	-0,663	-0,347	0,153	-0,163	-0,663
5	-0,470	0,155	-0,165	-0,790	-0,244	0,131	-0,140	-0,515
6	-0,617	0,133	-0,142	-0,892	-0,155	0,095	-0,102	-0,352
7	-0,792	0,083	-0,089	-0,964	-0,075	0,050	-0,054	-0,179
8	-1,000	0	0	-1,000	0	0	0	0

Da die Werte α bis ε der Gl. (20) nach (35) konstant sind, können die Produkte der Gl. (20) sogleich über eine ganze Öffnung summiert werden. Bei der für solche Arbeiten doch unerläßlichen Benutzung einer Rechenmaschine brauchen also die Produkte nicht einzeln angeschrieben zu werden. Die Summen sind in Tafel 2 zusammengestellt. Die fettgedruckten Zahlen mögen zum besseren Verständnis nochmals ausführlicher angeschrieben werden.

Tafel 2.

r	s	$\Sigma M_{m-1r} \cdot M_{m-1s}$	$\Sigma M_{mr} \cdot M_{m-1s}$	$\Sigma M_{m-1r} \cdot M_{ms}$	$\Sigma M'_{m-1r} \cdot M'_{m-1s}$	$\Sigma M_{mr} \cdot M'_{m-1s}$	$\Sigma M'_{m-1r} \cdot M'_{ms}$	$\Sigma M_{mr} \cdot M_{ms}$	$\Sigma M'_{mr} \cdot M'_{ms}$
i	i	1,439	1,868	1,868	0,114	0,105	0,105	2,339	0,114
i'	i'	0,101	0,093	0,093	3,208	3,636	3,636	0,101	4,108
i	i'	-0,324	-0,432	-0,232	0,567	0,452	0,665	-0,324	0,567
i	$i-1$	0,659	1,022	0,407	0,111	0,111	0,094	0,659	0,111
i'	$(i-1)'$	0,098	0,098	0,083	2,224	3,000	1,557	0,098	2,224
i'	$i-1$	-0,278	-0,377	-0,192	0,511	0,618	0,388	-0,278	0,511

$$1,439 = 0,075^2 + 0,155^2 + 0,244^2 + \dots + 0,792^2.$$

Für die ebenfalls fettgedruckte Zahl 2,339 gilt die gleiche Summation, vermehrt um 1,000²; dabei ist aber zu beachten, daß in 1,000² der Einfluß des i -ten Querrahmens enthalten ist; bei der Bildung von δ_{ii} ist nun die Summe der Gl. (20) über zwei Öffnungen zu erstrecken, während der i -te Querrahmen nur einmal vorkommt; daher ist einmal (außer $J_q = \infty$) $J_v = J'_v = \infty$ und damit $\epsilon = 2$ statt $\epsilon = 2,5$ zu setzen. An die Stelle von 1,000² tritt daher $1,000^2 \cdot \frac{2,0 + 2,5}{2,5 + 2,5} = 0,900$ und damit wird $2,339 = 1,439 + 0,900$. Die gleiche Erscheinung zeigt sich bei den Werten 3,208 und 4,108 der Tafel 2. Weiter ist beispielsweise

$$1,868 = 0,155 \cdot 0,075 + 0,244 \cdot 0,155 + 0,347 \cdot 0,244 + \dots + 1,000 \cdot 0,792$$

$$-0,377 = -0,050 \cdot 1,000 - 0,095 \cdot 0,792 - 0,131 \cdot 0,617 - \dots - 0,083 \cdot 0,155$$

u. s. w.

Nach (20) erhält man nun weiter

$$(37) \begin{cases} \delta_{ii} = 2[1(2 \cdot 1,439 + 1,868 + 1,868) + 1(2 \cdot 0,114 + 0,105 + 0,105) + 2,5 \cdot 2,339 + 2,5 \cdot 0,114] = 26,372 \\ \delta_{i'i'} = 2[\dots] = 49,193 \\ \delta_{ii'} = 2[\dots] = 3,095 \\ \delta_{i(i-1)} = [\dots] = 5,102 \\ \delta_{i'(i-1)'} = [\dots] = 15,186 \\ \delta_{i'(i-1)} = [\dots] = 1,488 \end{cases}$$

Die Summe erstreckt sich, wie in (37) angedeutet, bei den ersten drei δ -Werten über zwei Öffnungen, bei den übrigen über eine.

Tafel 3 zeigt die Matrix des aufzulösenden Gleichungssystems; sie ist siebengliedrig, mit der Maßgabe, daß abwechselnd das erste oder das letzte Glied jeder Zeile gleich Null ist. Sind, wie hier angenommen, alle Öffnungen geometrisch und konstruktiv gleich, so folgen in der Matrix — bei beliebiger Anzahl der Öffnungen — immer wieder die gleichen zwei Zeilen, um zwei Spalten versetzt, aufeinander. Aus Tafel 3 folgt Tafel 4, die Werte 1000 β_{rs} enthaltend; auf das Berechnungsverfahren für diese Werte soll hier, als nicht zum Thema gehörend, nicht näher eingegangen werden⁷⁾.

Nun stellen wir die Last l t der Reihe nach in sämtlichen Knotenpunkten k einer Öffnung auf und berechnen die zugehörigen Momenten-

⁷⁾ Vgl. z. B. Müller-Breslau, Die graphische Statik der Baukonstruktionen, Bd. II, 1. Abt., 5. Aufl., S. 173, Auflösung von siebengliedrigen Elastizitätsgleichungen.

linien M_{0mk} , indem wir in (14) jetzt nicht k , sondern m als veränderlich ansehen. Man erhält (für $m \geq k$)

$$(38) \begin{cases} M_{0m1} = \frac{80,0 \cdot 3,75 \cdot (8-m) \cdot 1}{5,0} - \frac{75,0 \cdot 3,75 \cdot \sin(8-m) \cdot 0,05 \cdot \sin 1 \cdot 0,05}{5,0 \cdot \sin 0,05 \cdot \sin 0,4} \\ M_{0m1'} = 60 - 7,5k - 144,446 \cdot \sin(8-m) \cdot 0,05 \\ M_{0m2} = 120 - 15k - 288,515 \cdot \sin(8-m) \cdot 0,05 \\ M_{0m4'} = 240 - 30k - 612,448 \cdot \sin(8-m) \cdot 0,05, \\ \text{ferner} \\ M_{0m'1'} = - (60 - 7,5k) + 164,347 \cdot \sin(8-m) \cdot 0,05 \\ M_{0m'4'} = - (240 - 30k) + 653,278 \cdot \sin(8-m) \cdot 0,05. \end{cases}$$

Die insgesamt zwölf Gleichungen (38) genügen zur Berechnung der in Tafel 5 keilförmig umrandeten Werte. Wegen der doppelten Symmetrie in der Anordnung der M_0 -Momente und da ferner $M_{0mk'} = -M_{0mk}$ ist, ist damit die Tafel 5 vollständig bekannt. Zur leichteren Ermittlung der nach (20) erforderlichen Produkte sind in den letzten beiden

Tafel 3.

	I	I'	II	II'	III	III'	IV	IV'
I	26,372	3,095	5,102	1,488	0	0	0	0
I'	3,095	49,193	1,488	15,186	0	0	0	0
II	5,102	1,488	26,372	3,095	5,102	1,488	0	0
II'	1,488	15,186	3,095	49,193	1,488	15,186	0	0
III	0	0	5,102	1,488	26,372	3,095	5,102	1,488
III'	0	0	1,488	15,186	3,095	49,193	1,488	15,186
IV	0	0	0	0	5,102	1,488	26,372	3,095
IV'	0	0	0	0	1,488	15,186	3,095	49,193

Tafel 4.

	I	I'	II	II'	III	III'	IV	IV'
I	+ 39,707	- 2,218	- 7,856	- 0,137	+ 1,566	+ 0,220	- 0,304	- 0,096
I'	- 2,218	+ 22,885	- 0,137	- 7,816	+ 0,220	+ 2,660	- 0,096	- 0,822
II	- 7,856	- 0,137	+ 41,274	- 1,998	- 8,161	- 0,233	+ 1,566	+ 0,220
II'	- 0,137	- 7,816	- 1,998	+ 25,544	- 0,233	- 8,638	+ 0,220	+ 2,660
III	+ 1,566	+ 0,220	- 8,161	- 0,233	+ 41,274	- 1,998	- 7,856	- 0,137
III'	+ 0,220	+ 2,660	- 0,233	- 8,638	- 1,998	+ 25,544	- 0,137	- 7,816
IV	- 0,304	- 0,096	+ 1,566	+ 0,220	- 7,856	- 0,137	+ 39,707	- 2,218
IV'	- 0,096	- 0,822	+ 0,220	+ 2,660	- 0,137	- 7,816	- 2,218	+ 22,885

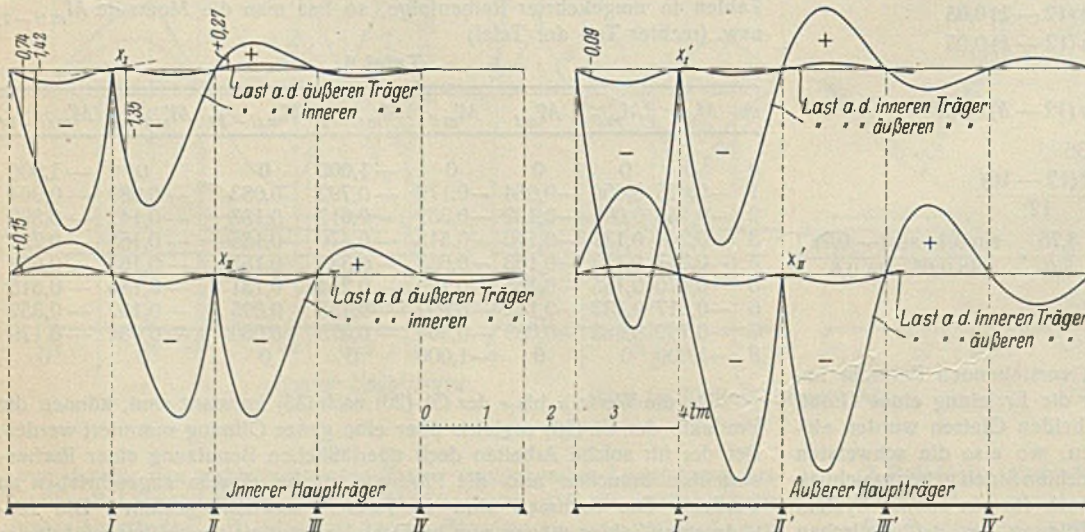


Abb. 8. Einflußlinien zu Abb. 7.

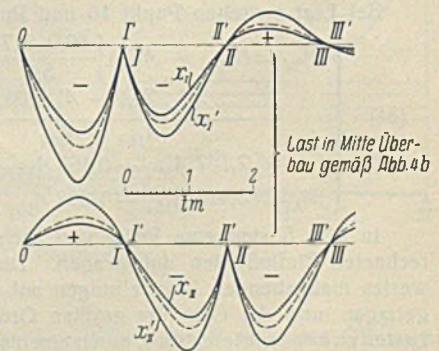


Abb. 9. Einflußlinien zu Abb. 7.

Tafel 5.

$m \backslash k$	1	2	3	4	5	6	7	$M_{m(i-1)}$	$M_{m(i-1)'} $
0	0	0	0	0	0	0	0	-1,000	0
1	2,970	2,313	1,764	1,304	0,914	0,580	0,281	-0,792	0,083
2	2,313	4,738	3,621	2,681	1,884	1,198	0,580	-0,617	0,133
3	1,764	3,621	5,650	4,196	2,958	1,884	0,914	-0,470	0,155
4	1,304	2,681	4,196	5,930	4,196	2,681	1,304	-0,347	0,153
5	0,914	1,884	2,958	4,196	5,650	3,621	1,764	-0,244	0,131
6	0,580	1,198	1,884	2,681	3,621	4,738	2,313	-0,155	0,095
7	0,281	0,580	0,914	1,304	1,764	2,313	2,970	-0,075	0,050
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	-1,000
1'	0,332	0,532	0,618	0,610	0,525	0,381	0,201	-0,089	-0,964
2'	0,532	0,946	1,137	1,141	0,990	0,723	0,381	-0,142	-0,892
3'	0,618	1,137	1,473	1,524	1,345	0,990	0,525	-0,165	-0,790
4'	0,610	1,141	1,524	1,675	1,524	1,141	0,610	-0,163	-0,663
5'	0,525	0,990	1,345	1,524	1,473	1,137	0,618	-0,140	-0,515
6'	0,381	0,723	0,990	1,141	1,137	0,946	0,532	-0,102	-0,352
7'	0,201	0,381	0,525	0,610	0,618	0,532	0,332	-0,054	-0,179

$m \backslash k$	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	$M_{m(i-1)}$	$M_{m(i-1)'} $
0	0	0	0	0	0	0	0	-1,000	0
1	-0,332	-0,532	-0,618	-0,610	-0,525	-0,381	-0,201	-0,792	0,083
2	-0,532	-0,946	-1,137	-1,141	-0,990	-0,723	-0,381	-0,617	0,133
3	-0,618	-1,137	-1,473	-1,524	-1,345	-0,990	-0,525	-0,470	0,155
4	-0,610	-1,141	-1,524	-1,675	-1,524	-1,141	-0,610	-0,347	0,153
5	-0,525	-0,990	-1,345	-1,524	-1,473	-1,137	-0,618	-0,244	0,131
6	-0,381	-0,723	-0,990	-1,141	-1,137	-0,946	-0,532	-0,155	0,095
7	-0,201	-0,381	-0,525	-0,610	-0,618	-0,532	-0,332	-0,075	0,050
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	-1,000
1'	3,855	3,568	3,159	2,651	2,060	1,407	0,714	-0,089	-0,964
2'	3,568	7,009	6,213	5,217	4,056	2,771	1,407	-0,142	-0,892
3'	3,159	6,213	9,072	7,626	5,934	4,056	2,060	-0,165	-0,790
4'	2,651	5,217	7,626	9,787	7,626	5,217	2,651	-0,163	-0,663
5'	2,060	4,056	5,934	7,626	9,072	6,213	3,159	-0,140	-0,515
6'	1,407	2,771	4,056	5,217	6,213	7,009	3,568	-0,102	-0,352
7'	0,714	1,407	2,060	2,651	3,159	3,568	3,855	-0,054	-0,179

Tafel 6.

r	k	$\Sigma M_{om-1k} \cdot M_{m-1r} = \Sigma M_{omk} \cdot M_{mr}$	$\Sigma M_{omk} \cdot M_{m-1r}$	$\Sigma M_{om-1k} \cdot M_{mr}$	$\Sigma M_{o(m-1)'k} \cdot M_{(m-1)'r} = \Sigma M_{o m'k} \cdot M_{m'r}$	$\Sigma M_{om'k} \cdot M_{(m-1)'r}$	$\Sigma M_{o(m-1)'k} \cdot M_{m'r}$	δ_{okr}
$i-1$	1	-5,396	-7,006	-4,036	-0,429	-0,395	-0,395	-38,043
	2	-8,078	-10,597	-5,949	-0,787	-0,734	-0,716	-57,888
	3	-8,828	-11,720	-6,376	-1,024	-0,972	-0,918	-64,321
	4	-8,255	-11,111	-5,818	-1,102	-1,063	-0,973	-61,070
	5	-6,805	-9,324	-4,646	-1,012	-0,992	-0,881	-51,018
	6	-4,805	-6,723	-3,144	-0,769	-0,764	-0,660	-36,373
	7	-2,473	-3,554	-1,528	-0,416	-0,418	-0,354	-18,856
$(i-1)'$	1	+1,216	+0,871	+1,309	-2,128	-2,494	-1,694	-6,113
	2	+2,182	+1,790	+2,184	-3,843	-4,522	-3,041	-11,065
	3	+2,756	+2,487	+2,584	-4,918	-5,818	-3,861	-14,341
	4	+2,890	+2,814	+2,541	-5,214	-6,204	-4,058	-15,368
	5	+2,599	+2,704	+2,135	-4,730	-5,662	-3,648	-14,061
	6	+1,951	+2,159	+1,484	-3,564	-4,290	-2,723	-10,628
	7	+1,042	+1,227	+0,722	-1,917	-2,319	-1,460	-5,771
$i-1$	1'	+1,296	+1,729	+0,929	-2,270	-1,806	-2,305	-5,835
	2'	+2,318	+3,099	+1,654	-4,109	-3,554	-3,964	-10,824
	3'	+2,934	+3,935	+2,082	-5,252	-4,839	-4,837	-14,088
	4'	+3,080	+4,144	+2,172	-5,565	-5,399	-4,902	-15,170
	5'	+2,770	+3,740	+1,941	-5,048	-5,126	-4,249	-13,946
	6'	+2,073	+2,809	+1,444	-3,809	-4,036	-3,054	-10,648
	7'	+1,111	+1,510	+0,770	-2,045	-2,260	-1,552	-5,736
$(i-1)'$	1'	-0,402	-0,370	-0,370	-12,832	-14,545	-10,691	-85,531
	2'	-0,738	-0,689	-0,671	-21,369	-24,595	-17,444	-142,881
	3'	-0,960	-0,911	-0,861	-25,656	-30,008	-20,476	-172,027
	4'	-1,033	-0,997	-0,912	-25,952	-30,882	-20,192	-174,414
	5'	-0,949	-0,930	-0,826	-22,765	-27,061	-17,201	-152,725
	6'	-0,694	-0,717	-0,619	-16,790	-20,797	-12,255	-113,067
	7'	-0,390	-0,392	-0,331	-8,897	-11,288	-6,226	-60,028

Spalten nochmals die Momente $M_{m(i-1)}$ und $M_{m(i-1)'}$ aus Tafel 1 angeführt. Tafel 6 zeigt — ähnlich wie Tafel 2 — wieder die nach (20) benötigten Produktsummen und die hieraus ermittelten Ordinaten der Biegelinien infolge der Belastung durch $M_{i-1}=1$ und $M'_{i-1}=1$. Die Biegelinien infolge $M_i=1$ und $M'_i=1$ sind symmetrisch hierzu. Die fettgedruckten Zahlen der Tafel 6 mögen wieder ausführlicher angeschrieben werden:

$$\begin{aligned}
 & -5,396 = -2,970 \cdot 0,792 - 2,313 \cdot 0,617 \\
 & \quad \quad \quad - \dots - 0,281 \cdot 0,075 \\
 & -7,006 = -2,970 \cdot 1,000 - 2,313 \cdot 0,792 \\
 & \quad \quad \quad - \dots - 0,281 \cdot 0,155 \\
 & -4,036 = -2,970 \cdot 0,617 - 2,313 \cdot 0,470 \\
 & \quad \quad \quad - \dots - 0,580 \cdot 0,075 \\
 & -0,429 = -0,332 \cdot 0,089 - 0,532 \cdot 0,142 \\
 & \quad \quad \quad - \dots - 0,201 \cdot 0,054 \\
 & -8,078 = -2,313 \cdot 0,792 - 4,738 \cdot 0,617 \\
 & \quad \quad \quad - \dots - 0,580 \cdot 0,075 \\
 & +1,216 = 2,970 \cdot 0,083 + 2,313 \cdot 0,133 \\
 & \quad \quad \quad + \dots + 0,281 \cdot 0,050 \\
 & -38,043 = -1(2 \cdot 5,396 + 7,006 + 4,036) \\
 & -1(2 \cdot 0,429 + 0,395 + 0,395) - 2,5 \cdot 5,396 \\
 & -2,5 \cdot 0,429 \text{ usw.}
 \end{aligned}$$

Tafel 7.

k	δ_{0i-1}	$\delta_{0(i-1)'}$	δ_{0i}	$\delta_{0i'}$
1	-38,043	-6,113	-18,856	-5,771
2	-57,888	-11,065	-36,373	-10,628
3	-64,321	-14,341	-51,018	-14,061
4	-61,070	-15,368	-61,070	-15,368
5	-51,018	-14,061	-64,321	-14,341
6	-36,373	-10,628	-57,888	-11,065
7	-18,856	-5,771	-38,043	-6,113
1'	-5,835	-85,531	-5,736	-60,028
2'	-10,824	-142,881	-10,648	-113,067
3'	-14,088	-172,027	-13,946	-152,725
4'	-15,170	-174,414	-15,170	-174,414
5'	-13,946	-152,725	-14,088	-172,027
6'	-10,648	-113,067	-10,824	-142,881
7'	-5,736	-60,028	-5,835	-85,531

In Tafel 7 sind die so gewonnenen acht Biegelinien nochmals übersichtlich zusammengestellt. Nach (22) erhält man nunmehr leicht die Ordinaten der in Abb. 8 dargestellten Einflußlinien. Die in Abb. 8 angebenen Zahlenwerte findet man beispielsweise wie folgt:

$$\begin{aligned} -0,74 &= (-39,707 \cdot 18,856 + 2,218 \cdot 5,771) \cdot 10^{-3} \\ -1,42 &= (-39,707 \cdot 36,373 + 2,218 \cdot 10,628) \cdot 10^{-3} \\ -1,35 &= (-39,707 \cdot 38,043 + 2,218 \cdot 6,113 + 7,856 \cdot 18,856 + 0,137 \cdot 5,771) \cdot 10^{-3} \\ +0,27 &= (+7,856 \cdot 38,043 + 0,137 \cdot 6,113 - 1,566 \cdot 18,856 + 0,220 \cdot 5,771) \cdot 10^{-3} \\ -0,09 &= (+2,218 \cdot 18,856 - 22,885 \cdot 5,771) \cdot 10^{-3} \\ +0,15 &= (7,856 \cdot 18,856 + 0,137 \cdot 5,771) \cdot 10^{-3} \quad \text{usw.} \end{aligned}$$

Der Faktor 10^{-3} rührt daher, daß in Tafel 2 die tausendfachen β -Werte angegeben sind. Die so gefundenen Einflußlinien gelten für Last unmittelbar auf dem äußeren oder dem inneren Hauptträger, da hierfür die M_0 -Werte errechnet waren. Durch Interpolation erhält man hieraus die Einflußlinien für jeden anderen Wert r_0 , durch Bildung des arithmetischen Mittels beispielsweise für Last in Mitte Überbau, wie in Abb. 9 dargestellt. Zum Vergleich wurden hier auch wieder die entsprechenden

Linien eines nichtgekrümmten Systems eingetragen. Man erkennt, daß die Abweichungen weit geringer sind als bei einem statisch bestimmten System mit den gleichen geometrischen Abmessungen (Abb. 1 u 3). Die statische Unbestimmtheit wirkt also vermindern auf den Einfluß der Krümmung. Statisch unbestimmte, räumlich gekrümmte Systeme sind daher, wenn es der Untergrund irgend zuläßt, den Gelenksystemen vorzuziehen.

Hinsichtlich der Auftragung und Auswertung der Einflußlinien sei noch darauf hingewiesen, daß, genau genommen, jede Einflußlinie über der gestreckten Länge der zugehörigen Gleisachse darzustellen ist. Bei stärkerer Krümmung sind die Unterschiede dieser Längen immerhin schon von Bedeutung. Ist beispielsweise der Überbau nach Abb. 1 zweigleisig gemäß Abb. 4c, so hat das innere Gleis eine Länge von 30,2 m, das äußere eine Länge von 31,8 m; das ist ein Unterschied von rd. 5%. Bei den hier gebrachten Darstellungen von Einflußlinien wurde jedoch hierauf keine Rücksicht genommen; um die Übersichtlichkeit und die Vergleichsmöglichkeiten zu erleichtern, wurden vielmehr alle Einflußlinien eines Systems über der gleichen Länge aufgetragen.

Verschiedenes.

Umbau der Schachtofenhalle der Portland-Cementfabrik „Germania“ A.-G., Misburg. Zum Umbau der Schachtofenhalle auf Höchstleistungsbetrieb mußte das vorhandene, in Stahlkonstruktion erstellte Gebäude um etwa $7\frac{1}{2}$ m erhöht werden. Eine Untersuchung ergab, daß die alte Konstruktion nur schlecht und kostspielig zu verstärken war.

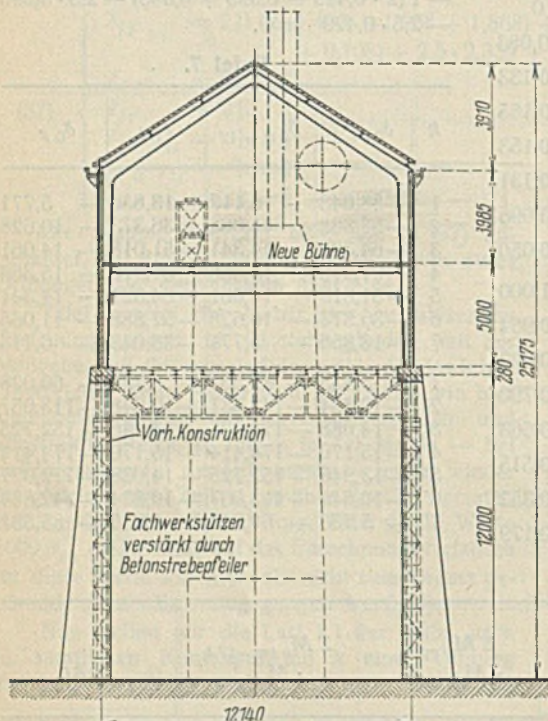


Abb. 1.
Querschnitt der Schachtofenhalle.

Der in Abb. 1 gestrichelt gezeichnete Unterbau von etwa 12 m Höhe blieb bestehen, die zu schwachen Stützen wurden durch Eisenbetonummantelungen zu Strebenpfeilern verstärkt. Der obere Teil von etwa 13 m Höhe wurde in neuer Stahlkonstruktion erstellt. Als Dachbelag wurden Stegzementdielen auf Stahlpfetten verwendet, die Binder wurden als Dreigelenkbogen ausgeführt.

Eingebaut wurde eine Zwischenbühne mit Blechträgerunterzügen und Walzprofildeckenträgern. Einigermaßen schwierig und zeitraubend war die Montage. Wie aus Abb. 1 zu ersehen, befinden sich in der Mitte des Gebäudes die Schachtofen in etwa 5 m Längsabstand, zu beiden Seiten Längstransportbänder und größere Rohrleitungen. Der Betrieb war zur Zeit des Baues kontinuierlich und durfte an keiner Stelle unterbrochen werden. Das bedingte, daß die einzelnen Bauteile in vielen kleinen Stücken vorsichtig eingebracht und zusammengebaut werden mußten, eine bei der sehr beschränkten Arbeitsbühne nicht ganz einfache und bei der hohen Temperatur der Ofen anstrengende Arbeit (Abb. 2).

Der Einbau der Stahlkonstruktion, rd. 160 t, wurde in der Zeit von 5 Wochen ohne jeden Unfall und Betriebsstörung durchgeführt. Herstellung und Montage der Konstruktion erfolgte durch die Firma Hermann Rüter, Langenhagen bei Hannover.

Im Zusammenhang damit sei noch erwähnt, daß bei der Berechnung von Gebäudekonstruktionen von Zementfabriken, die nicht mit modernen Entstaubungsanlagen ausgerüstet sind, bezüglich der anzusetzenden Dachbelastung Vorsicht am Platze ist.

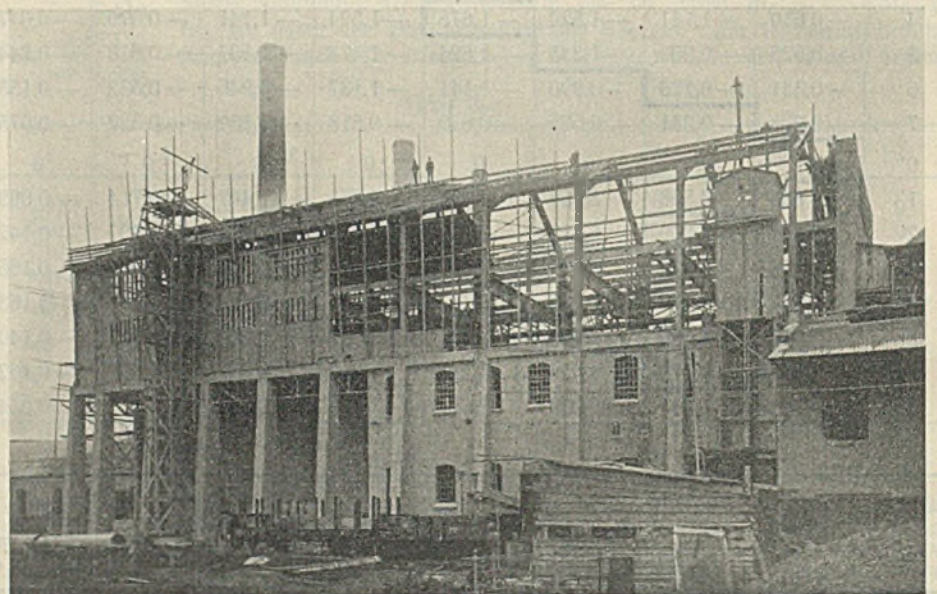


Abb. 2.
Umbau der Schachtofenhalle.

zu knapp ansetzen und in Zeitabständen von mehreren Jahren die Dachkrusten entfernen.
Dipl.-Ing. O. Rüter.

Berichtigung.

Der Korrekturabzug der im vorigen Heft, S. 54/55, veröffentlichten Zuschrift von Ing. W. Joscht zum Aufsatz „Theorie und Statik plastischer Träger des Stahlbaues“ von Prof. Dr. Eisenmann ging erst am 30. März 1933 beim Verlag ein und stand somit bei Drucklegung des Heftes noch nicht zur Verfügung.

Nachstehende Berichtigungen sind zu berücksichtigen:

$$\text{Zeile 4 von oben: } S'_u = S'_o, \text{ statt } S_u = S_o,$$

$$\text{Zeile 6 von oben: } v \neq 0, \text{ statt } v = 0,$$

$$\text{Zeile 5 von unten: } \max M_p = \sigma_s \cdot \frac{1}{2} \cdot F(\eta_u + \eta_o),$$

$$\text{statt } \max M_p = \frac{1}{2} \cdot F(\eta_u + \eta_o).$$

INHALT: Einflußlinien für räumlich gekrümmte Stahlbrücken. — Verschiedenes: Umbau der Schachtofenhalle der Portland-Cementfabrik „Germania“ A.-G., Misburg. — Berichtigung.

Für die Schriftleitung verantwortlich: Geh. Regierungsrat Prof. A. Hertwig, Berlin-Charlottenburg.
Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W8.
Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW68.