

# DER STAHLBAU

Schriftleitung:

Dr.-Ing. A. Hertwig, Geh. Regierungsrat, Professor an der Technischen Hochschule Berlin, Berlin-Charlottenburg 2, Technische Hochschule  
Fernsprecher: C 1 Steinplatz 0011  
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61

Beilage  
zur Zeitschrift

## DIE BAUTECHNIK

Fachschrift für das ge-  
samte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

8. Jahrgang

BERLIN, 24. Mai 1935

Heft 11

### Tragfähigkeit von Stahlstützen mit Betonkern bei verschiedenen Betoneigenschaften und bei außermittigem Druck.<sup>1)</sup>

Alle Rechte vorbehalten.

Von Prof. K. Memmler †, Dr.-Ing. G. Bierett und Dr.-Ing. G. Grüning. (Mitteilung aus dem Staatlichen Materialprüfungsamt Berlin-Dahlem.)

#### 1. Umfang der durchgeführten Untersuchung.

Die früher bekanntgegebenen Ergebnisse der Versuche über das Verhalten von Stahlstützen mit Betonkern ließen erkennen, daß die Tragfähigkeit zweiteiliger □□-Stützen durch Ausbetonierung des Kerns sehr erheblich gesteigert wird. Bei mittligem Kraftangriff lagen die Spannungen in den Profilen in den damals durchgeführten Versuchen bei der Knicklast zwischen 90 und 100% der Streckgrenze, die Würfelfestigkeit des Betons wurde mit 70 bis 80% ausgenutzt. Mehrere Fragen, die vor Übernahme der Versuchsergebnisse in die Bemessungsvorschriften für derartige Stützen zu beantworten waren, mußten damals noch offengelassen werden. Die wichtigsten Fragen, deren Bearbeitung auf Veranlassung und durch die Unterstützung des Deutschen Stahlbau-Verbandes ermöglicht wurde, werden in der folgenden Arbeit behandelt.

Als erstes wurde der Einfluß der Betonbeschaffenheit näher untersucht, um den damals gefundenen Ergebnissen für nur einen Beton von bei allen Versuchen annähernd gleichen Festigkeitseigenschaften einen allgemeinen Geltungsbereich zu geben. Das Verhalten solcher Stützen bei voller Einhüllung des Betonkerns im Gegensatz zu der nur teilweisen Umschnürung in den □□-Stützen wurde durch einige Versuche mit □□-Stützen und Gurtplatten verfolgt. Den größten Raum nahmen die Versuche zur Klärung des Verhaltens der Stützen bei außermittigem Druck an, da eine Berücksichtigung der mittragenden Wirkung des Betonkerns im allgemeinen vom befriedigenden Verhalten der Stützen bei außermittigem Druck abhängig zu machen sein wird. Die an nicht ausbetonierten Rahmenstäben vergleichsweise durchgeführten Knickversuche ergaben wesentliche Erkenntnisse über das Verhalten an Rahmenstäben bei außermittigem Druck.

Hinsichtlich der Versuchsdurchführung, Herstellung der Betonmischung und Herstellung der Versuchskörper muß im allgemeinen auf die frühere Arbeit verwiesen werden. Die jetzt verwendeten Versuchskörper sind in Bild 1 dargestellt. Verwendet wurde wie früher Schneideneinlagerung mit 18 cm Höhe, gerechnet von der Schneide bis zur Druckfläche, wodurch sich die Knicklänge der Stäbe zu 3,61 m gegenüber 3,25 m Stablänge ergab.

#### 2. Der Einfluß der Betonbeschaffenheit.

In den früheren Versuchen war ein Beton von mehr oder weniger gleicher Beschaffenheit verwandt worden, der zudem mit 300 kg Zement-

gehalt/m<sup>3</sup> fetter war, als er zur Zeit hergestellt wird, da die mittragende Wirkung des Betons nicht berücksichtigt wird. Zunächst war deshalb zu klären, ob auch ein Beton von geringerem Zementgehalt mit dem 0,7fachen Betrag der Würfelfestigkeit ausgenutzt werden kann, oder ob bei geringerem Zementzusatz die Stauchfähigkeit des Betons so verringert wird, daß die Stahlprofile nicht mehr bis zur Streckgrenze ausgenutzt werden können.

Deshalb wurden Knickversuche mit □□-Stützen aus □ 14 mit 7,5 cm Flanschenabstand (Stützen V 1a der ersten Versuche) ausgeführt. Die Stützen waren mit einem Beton von 149, 204, 258 und 350 kg/m<sup>3</sup> Zementgehalt ausbetoniert. Die Zusammensetzung der Zuschlagstoffe und der Wassergehalt war genau der gleiche wie bei den ersten Versuchen. Als Stützen mit einem Beton von 300 kg/m<sup>3</sup> Zementgehalt sind die im ersten Bericht beschriebenen zwei Stützen V 1a in diese Reihe aufgenommen worden. Die Schnitten der Lagerkörper waren bei allen Versuchen parallel zu den Stegen der Profile angeordnet. Die Ergebnisse dieser Versuche sind in der Zahlentafel 1 auf umstehender Seite und in den Bildern 2 bis 5 dargestellt.

Die Zahlentafel 1 ist genau so aufgebaut wie die Zahlentafel 5 des ersten Berichtes. Zum Verständnis ist zu wiederholen, daß die angegebene Kraftverteilung auf Profile und Kern einmal aus den in einem Querschnitt gemessenen Stahlstauchungen berechnet worden ist. Die angegebenen Werte entsprechen den Kraftverhältnissen im Meßquerschnitt. Nach der in dieser Richtung früher eingehend durchgeführten Untersuchung können in den einzelnen Querschnitten hinsichtlich der Kraftverteilung merkliche Unterschiede bestehen. Den mittleren Kraftverhältnissen besser entspricht die mittels der aus Prismenversuchen bestimmten Zahl *n* errechnete Kraftverteilung. Hierbei wurde unabhängig von den Werten des Knick-

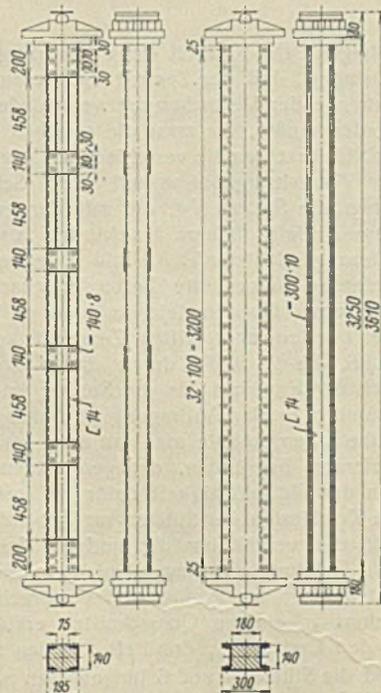


Bild 1. Ausbildung der Stützen.

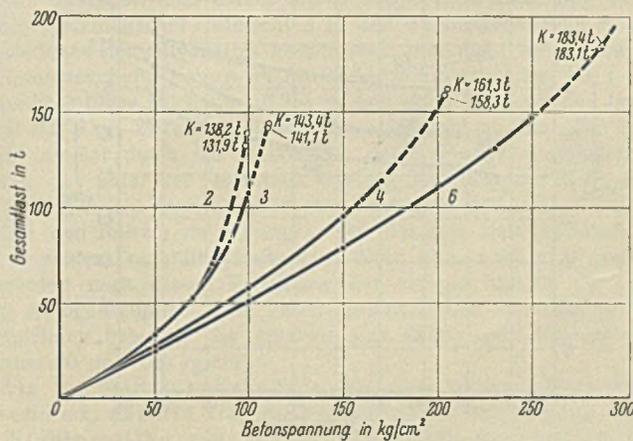


Bild 2. Gesamtlast-Betonspannungs-Diagramm.

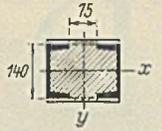
versuchs der Elastizitätsmodul des Betons aus den Werten der Prismenversuche für verschiedene Spannungsgrenzen zwischen 0 und einer bestimmten Spannung  $\sigma$  als Sehnenwert der Spannungs-Formänderungs-Kurve ermittelt. Der *E*-Modul des Stahls war nach den Zugversuchen konstant gleich 2 080 000 kg/cm<sup>2</sup>. Für eine bestimmte Spannung  $\sigma_b$  ergibt sich der

Wert  $n = \frac{E_e}{E_b}$ . Es ist dann:

$$P_b = \sigma_b F_b; \quad P_e = \sigma_b n F_e$$

$$P = P_e + P_b = \sigma_b (F_b + n F_e).$$

<sup>1)</sup> Fortsetzung der früher bekanntgegebenen Versuche. Stahlbau 1934, S. 49 bis 53 u. S. 61 bis 64.



Zahlentafel 1.  
Hauptergebnisse der Stützen mit verschiedenem Beton.

| Versuch<br>Nr. | Schneiden    zur Achse | Zementgehalt<br>kg/m <sup>3</sup> | Zementlieferung<br>Nr. | Knicklast K<br>t | Querschnitt |       | Materialeigenschaften                               |  | Last- und Spannungsverteilung<br>bei der Knicklast im Meßquerschnitt<br>(aus den im Knickversuch gemessenen Form-<br>änderungen des Stahls ermittelt) |           |                             |      |      |     |                             |      | Mittlere Last- und Spannungsverteilung<br>bei der Knicklast<br>(aus dem an Prismen bestimmten Elastizitätsmodul<br>des Betons und dem dadurch gegebenen<br>$n = \frac{E_e}{E_b}$ ermittelt) |     |                             |      |      |     |     |    | Bruch-<br>erscheinungen | K<br>$F_e \sigma_{So} + F_b \cdot 0,7 W_b$ |    |                           |                              |      |
|----------------|------------------------|-----------------------------------|------------------------|------------------|-------------|-------|---|--|---|-----------|-----------------------------|------|------|-----|-----------------------------|------|---|-----|-----------------------------|------|------|-----|-----|----|-------------------------|--|----|---------------------------|------------------------------|------|
|                |                        |                                   |                        |                  | $F_e$       | $F_b$ | Fließ-<br>grenze<br>der<br>Profile<br>$\sigma_{So}$ | Würfel-<br>festigkeit<br>des Betons<br>$\sigma_{Su}$ | $W_{b28}$   | $W_{b42}$ | Nach der bei                |      |      |     | $0,9 K$                     |      |   |     | $1,0 K$                     |      |      |     |     |    |                         |  |    |                           |                              |      |
|                |                        |                                   |                        |                  |             |       |   |  |   |           | ermittelten Kraftverteilung |      |      |     | ermittelten Kraftverteilung |      |   |     | ermittelten Kraftverteilung |      |      |     |     |    |                         |  |    |                           |                              |      |
| 1 a            | y                      | ohne                              |                        | 116,1            | 38,2        | 0     | 3090  | 2970   | —   | —         | 116,1                       | —    | 3030 | —   | 116,1                       | —    | 3030  | —   | 116,1                       | —    | 3030 | —   | 100 | —  | 100                     | —  | —  | Knicken ⊥ zur<br>Schneide | 0,98                         |      |
| 1 b            | x                      | Beton                             |                        | 107,0            | 37,8        | 0     | 2880  | 2790   | —   | —         | 107,0                       | —    | 2830 | —   | 107,0                       | —    | 2830  | —   | 107,0                       | —    | 2830 | —   | 100 | —  | 98                      | —  | —  | Stauchung<br>am Fuß       | 0,98                         |      |
| 2 a            | y                      | 149                               | 3                      | 131,9            | 37,6        | 247   | 2930  | 2760   | —   | —         | 105,5                       | 26,4 | 2810 | 107 | 109,1                       | 22,8 | 2900  | 92  | 107,9                       | 24,0 | 2870 | 97  | 82  | 18 | 29,6                    | 98   | 92 | 0,260<br>0,220            | Knicken ⊥ zur<br>Schneide    | 1,03 |
| 2 b            | y                      |                                   |                        | 138,2            | 38,4        | 247   | 3380  | 2940   | 95  | 105       | 112,6                       | 25,6 | 2930 | 104 | 116,4                       | 21,8 | 3030  | 88  | 114,0                       | 24,2 | 2970 | 98  | 83  | 17 | 30,3                    | 88   | 93 | (0,128)<br>(0,178)        | Stauchung<br>am Fuß          | 0,94 |
| 3 a            | y                      | 204                               | 2                      | 141,1            | 39,1        | 247   | 2720  | 2630   | 100   | 150       | 100,1                       | 41,0 | 2560 | 166 | 105,0                       | 36,1 | 2690  | 146 | 114,2                       | 26,9 | 2920 | 109 | 81  | 19 | 26,8                    | 107  | 73 | 0,156<br>0,176            | Stauchung<br>am Fuß          | 1,07 |
| 3 b            | y                      |                                   |                        | 143,4            | 38,4        | 247   | 3180  | 2870   | —   | —         | 97,0                        | 46,4 | 2530 | 188 | 100,0                       | 43,4 | 2610  | 176 | 116,2                       | 27,2 | 3020 | 110 | 81  | 19 | 27,5                    | 95   | 74 | 0,204<br>0,121            | Stauchung<br>am Fuß          | 0,97 |
| 4 a            | y                      | 258                               | 3                      | 161,3            | 38,1        | 247   | 3150  | 2780   | —   | —         | 116,2                       | 45,1 | 3050 | 183 | 123,8                       | 37,5 | 3250  | 152 | 110,8                       | 50,5 | 2910 | 204 | 69  | 31 | 14,2                    | 93   | 91 | 0,164<br>0,164            | Stauchung<br>am Fuß          | 1,01 |
| 4 b            | y                      |                                   |                        | 158,3            | 38,0        | 247   | 2720  | 2630   | 213   | 225       | 118,0                       | 40,3 | 3110 | 163 | 124,4                       | 33,9 | 3280  | 137 | 108,3                       | 50,0 | 2850 | 202 | 69  | 31 | 14,1                    | 104  | 90 | (0,141)<br>(0,150)        | Bruch im Meß-<br>querschnitt | 1,11 |
| 5 a            | y                      | 300                               | 1                      | 156,2            | 38,1        | 247   | 2910  | 2840   | —   | —         | 101,5                       | 54,7 | 2660 | 221 | 107,7                       | 48,5 | 2830  | 197 | 108,2                       | 48,0 | 2840 | 194 | 69  | 31 | 14,6                    | 98   | 72 | 0,183<br>0,118            | Stauchung<br>am Kopf         | 0,99 |
| 5 b            | y                      |                                   |                        | 150,0            | 38,0        | 247   | 2910  | 2840   | 254   | 270       | 105,0                       | 45,0 | 2760 | 182 | 111,0                       | 39,0 | 2920  | 158 | 102,5                       | 47,5 | 2700 | 192 | 68  | 32 | 14,1                    | 93   | 71 | 0,182<br>0,136            | Stauchung<br>am Fuß          | 0,96 |
| 6 a            | y                      | 350                               | 3                      | 183,1            | 38,6        | 247   | 3260  | 2830   | —   | —         | 113,6                       | 69,5 | 2940 | 281 | 115,7                       | 67,4 | 3000  | 273 | 112,6                       | 70,5 | 2920 | 285 | 62  | 38 | 10,2                    | 90   | 75 | 0,193<br>0,225            | Stauchung<br>am Fuß          | 0,96 |
| 6 b            | y                      |                                   |                        | 183,4            | 39,2        | 247   | 3200  | 2840   | 324   | 380       | 118,0                       | 65,4 | 3010 | 264 | 123,8                       | 59,6 | 3160  | 241 | 112,7                       | 70,7 | 2880 | 286 | 62  | 38 | 10,0                    | 90   | 76 | 0,183<br>0,155            | Stauchung<br>am Kopf         | 0,96 |

1) Die ( ) geklammerten Werte wurden etwas unterhalb der Höchstlast bestimmt. Sichtbare Risse traten während der Messung innerhalb der Meßlänge nicht auf.

Für verschiedene angenommene Betonspannungen wurden die Werte  $P_b$  und  $P_e$  errechnet und die Werte  $P = P_e + P_b$  in Abhängigkeit von  $\sigma_b$  aufgetragen (Bild 2). Die Extrapolation dieser Kurven auf die Knicklast der Stützen ergibt eine zu dieser gehörige Betonspannung  $\sigma_b$  und damit auch die Kraftverteilung und Beanspruchungen beim Knicken.

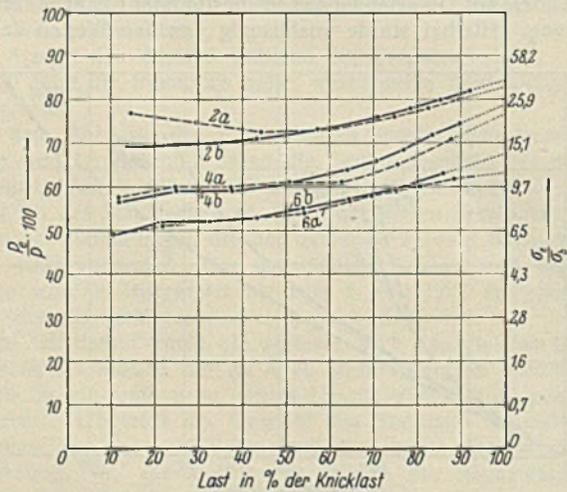


Bild 3. Prozentuale Beteiligung der □-Profile an der Belastung.

In Bild 3 u. 4 sind die aus den Stahlstauchungen beim Knickversuch errechneten Kraftanteile für Stahl und Beton (Betonkraft  $P_b = P - P_e$ ) in Abhängigkeit von der Gesamtlast dargestellt. Bis zu einer Last von etwa  $0,9 K$  wurde der Betonanteil an der Gesamtlast auch aus der im Knickversuch im gleichen Meßquerschnitt wie die Stahlstauchungen gemessenen Betonstauchung mit dem aus Prismenversuchen gefundenen  $E$ -Modul ermittelt. Er stimmt mit dem aus den Stahlstauchungen ermittelten Betonanteil  $P_b$  der Bilder 3 u. 4 recht gut überein.

In Bild 5 sind die Knicklasten der Stützen einmal in Abhängigkeit vom Zementgehalt, dann in Abhängigkeit von der Würfelstärke auf-

getragen. Die Klarheit der Versuchsergebnisse wird leider dadurch etwas verringert, daß der Zement zu diesen sich über einen großen Zeitraum erstreckenden Versuchen drei verschiedenen Zementlieferungen entnommen werden mußte, die zwar die gleichen Eigenschaften haben sollten. Tatsächlich brachten die verschiedenen Zementlieferungen gewisse Streuungen der Versuchsergebnisse mit sich. Schon bei den früheren Versuchen gaben die Stützen V4, die mit der zweiten Zementlieferung hergestellt waren, relativ höhere Knicklasten als die Stützen der ersten Zementlieferung (Zahlentafel 5, Bild 9, erster Bericht). Der mit der dritten Lieferung hergestellte Beton entsprach etwa dem Beton der zweiten Lieferung. Gut vergleichbar sind deshalb nur die Knicklasten der mit der zweiten und dritten Zementlieferung hergestellten Stützen 2, 3, 4 und 6, die in Bild 5 durch eine Kurve verbunden sind, die nach 0 hin nach der Knicklast für die Stütze ohne Kern verläuft. Daß die Stützen 5a und b in der Auftragung in Abhängigkeit vom Zementgehalt aus der Reihe fallen, könnte man mit einer geringeren Zementfestigkeit der ersten Lieferung begründen, dagegen scheint die Auftragung in Abhängigkeit von der Würfelstärke dafür zu sprechen, daß auch andere Umstände die Knicklasten der Stützen maßgebend beeinflussen haben. Vielleicht kann man die verhältnismäßig geringe Knicklast der Stützen 5 mit der aus den Dehnungsmessungen an den Profilen hervorgehenden geringeren Beteiligung der Profile und entsprechend größerer Beanspruchung des Betons in einigen Querschnitten erklären, wobei auf die Unterschiede in den Lasten  $P_e$ , ermittelt aus den Stahlstauchungen, für die Stütze 5 und die Stützen 4 und 6 hingewiesen wird. Im übrigen ergeben die linke und die rechte Auftragung für die Abhängigkeit der Stützenknicklasten vom Zementgehalt und von der Würfelstärke leicht gekrümmte Kurven, die aber entgegengesetzt gekrümmt sind, da die Würfelstärke mit steigendem Zementgehalt mehr als proportional wächst. Setzt man für das untersuchte Profil die Knicklast der betonlosen Stütze gleich 1, so ergab sich bei einem Zementgehalt von 150 bzw. 250 bzw. 350 kg/m<sup>3</sup> eine Knicklast von 1,2 bzw. 1,42 bzw. 1,65. Sobald eine Berücksichtigung der Betontragfähigkeit bei der Berechnung stattfinden kann, wird deshalb der fettere Beton auch der wirtschaftlichere sein.

In der letzten Spalte der Zahlentafel 1 wurde das Verhältnis der Knicklast K zu der Rechnungslast  $F_e \cdot \sigma_{So} + F_b \cdot 0,7 W_b$  aufgetragen, das im früheren Bericht für die ersten Versuche in Bild 10 dargestellt war.

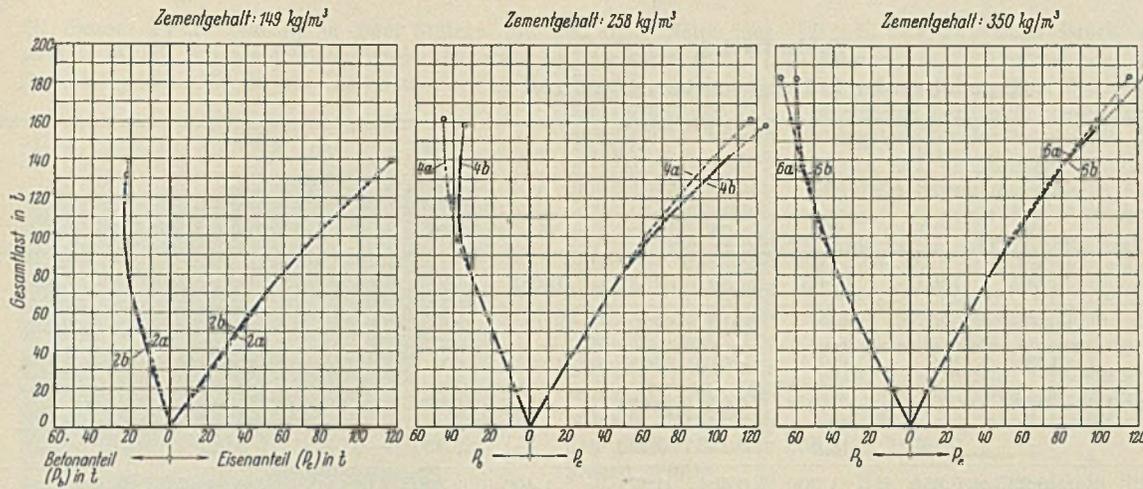


Bild 4. Anteilnahme der □□-Profile und des Betons an der Belastung.

Es schwankt hier zwischen 0,93 und 1,05, woraus zu folgern ist, daß mit einer ähnlich aufgebauten Gleichung eine annehmbare Rechenvorschrift für die statischen Berechnungen gegeben werden kann.

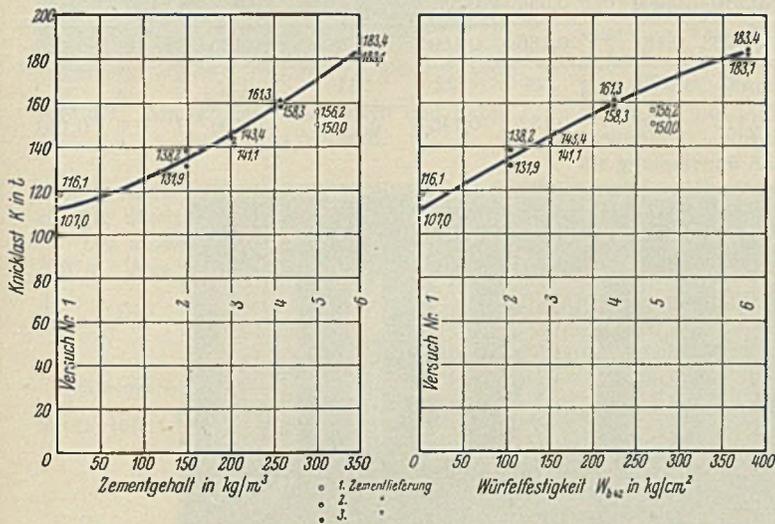


Bild 5. Knicklasten der Stützen mit verschiedenem Beton.

Die bei diesen Stützen ermittelten maximalen Betonstauchungen liegen zwischen 0,121 und 0,260‰, sind also untereinander wieder sehr verschieden und betragen im Mittel 0,178‰. Ein systematischer Einfluß

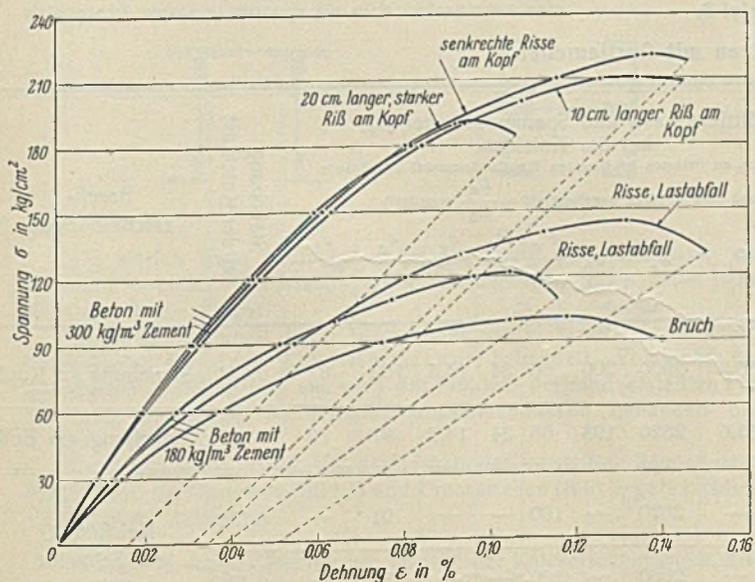


Bild 6. Spannungs-Dehnungsdiagramme von Betonprismen.

des Zementgehaltes auf die Maximalstauchung läßt sich nicht feststellen. Bei den früheren Versuchen betrug die maximale Betonstauchung im Mittel nur 0,133‰. Man könnte die Erhöhung der Tragfähigkeit der mit der zweiten und dritten Zementlieferung betonierten Stützen vielleicht auf den mit diesen Zementsorten hergestellten stauchfähigeren

Beton zurückführen, obwohl ein einwandfreier Beweis hierfür nicht vorliegt.

Da es ohne Frage für die Ausnutzung der Tragfähigkeit der Profile in einer derartigen Verbundbauweise von größter Wichtigkeit ist, welche Stauchungen der Beton ohne stärkere Ribbildung ertragen kann, wurde eine Reihe von Sonderuntersuchungen durchgeführt, in denen der Nachweis geführt werden sollte, daß ein Betonkern zwischen Profilen eine Stauchung von mindestens 0,2‰ (Fließgrenze des Stahls) ohne stärkere Ribbildung erträgt, auch wenn der Beton selbst in Druckversuchen ohne diese Umschnürung wesentlich geringere Stauchfähigkeit hat.

In den Knickversuchen konnte die Bruchstauchung des Betons deshalb nicht genau nachgewiesen werden, weil der Bruch in den seltensten Fällen gerade an den Stellen eintrat, an denen die Stauchung gemessen wurde. Deshalb wurden von den bereits geprüften Stahlstützen kleine Stützen von einer Rahmenfeldlänge abgeschnitten und ausbetoniert, bei denen der Bruch in dem einzigen vorhandenen Feld, in dem auch die Formänderungen gemessen wurden, eintreten mußte. Hierfür wurden drei verschiedene Profilanordnungen mit drei Betonsorten (180, 240 und 300 kg Zement der zweiten Lieferung je m³) ausbetoniert und nach 6 Wochen durch Knickversuche unter Anwendung der Schneidenlagerung geprüft. Gleichzeitig damit wurden von jeder Betonsorte drei Prismen 20 × 20 × 100 cm hergestellt und im gleichen Alter untersucht.

In Bild 6 sind die Spannungsstauchungslinien der Prismen mit 180 und mit 300 kg/m³ Zementgehalt aufgetragen. Die Betonsorten mit verschiedenem Zementgehalt zeigten bei den Prismenversuchen keine wesentlich verschiedene Bruchstauchung. Die maximalen Stauchwerte schwanken zwischen 0,106 und 0,178‰ und betragen im Mittel 0,136‰. Bei einem Prisma traten schon bei  $\sigma = 194 \text{ kg/cm}^2$  Risse auf, während erst bei 222 kg/cm² die Last in der Maschine stark abfiel. Bei allen Prismen ging die Ribbildung vom Kopf aus. Es ist also erklärlich, daß bei einer Umschnürung der Köpfe durch Profile mit Bindeblechen die Betonzerstörung verzögert werden muß.

Die Ergebnisse der Stauchversuche mit den kurzen ausbetonierten Stahlstützen sind in Zahlentafel 2 auf umstehender Seite zusammengestellt. Gemessen wurden die Betonstauchungen an den beiden freien Betonflächen auf 25 cm Meßlänge (s. Zahlentafel 2). Außerdem wurde die Spreizung (Abstandsänderung) der □□-Profile bestimmt. Belastet wurde, bis ein deutlicher Lastabfall in der Maschine bemerkbar wurde. Bei geschlossener Druckwasserleitung sank dabei die Last unter Anstieg der Stauchungswerte weiter ab. Die zurückbleibende Stauchung wurde bei 20 t bestimmt und daraus die zurückgehende Stauchung berechnet.

Ein systematischer Unterschied in den Betonstauchungen infolge des verschiedenen Zementgehaltes konnte auch hier nicht festgestellt werden. Die Betonstauchung betrug im Mittel für alle Stützen bei 100 t 0,122‰, bei der jeweiligen Höchstlast 0,251‰ und stieg während des Lastabfalls bis auf 0,359‰, ohne daß größere Risse sichtbar wurden. Der Lastabfall (Bruch) scheint durch das Ausknicken der □-Profile eingeleitet worden zu sein. 5 t unter der Höchstlast war die Spreizung der □-Profile noch sehr gering, nahm dann aber bei der Höchstlast beträchtlich zu.

Um den Beweis zu erbringen, daß der sehr stark gestauchte Beton zwar in seiner Tragkraft geschwächt, diese aber noch nicht aufgehoben ist, wurden nach diesen Versuchen bei einigen Stützen die □-Profile durch Autogenschnitte vom Beton getrennt und die übrigbleibenden Betonprismen belastet. Es ergaben sich dabei noch Bruchspannungen zwischen 90 und 160 kg/cm².

Als wichtigstes Ergebnis ist aus diesen Versuchen zu entnehmen, daß die Stauchungsfähigkeit des Betons zwischen den Stahlprofilen eine ganz wesentlich größere ist als für den Beton allein, und daß diese größere Stauchungsfähigkeit infolge der Umschnürung eine Ausnutzung der Fließgrenze (0,2‰-Grenze) des Stahls ermöglicht. Die früher und im weiteren festgestellten günstigen Ergebnisse für diese Verbundkörper können zum großen Teil auf diese Erhöhung der Stauchungsfähigkeit zurückgeführt werden.

### 3. Das Verhalten der Stützen bei voller Umhüllung des Betonkerns (□□-Stützen mit Gurtplatten).

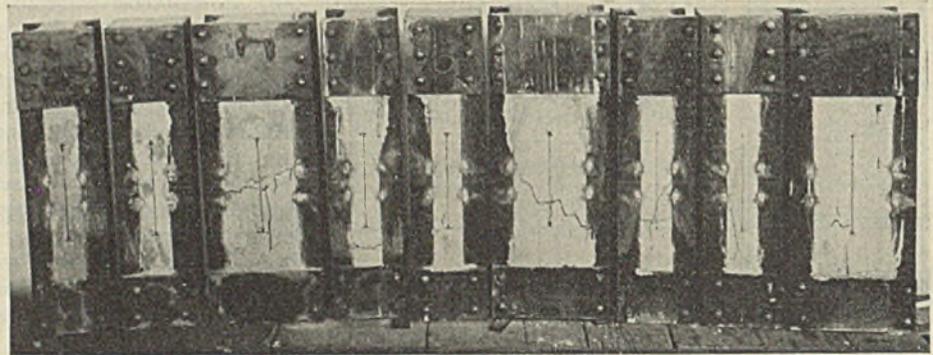
Weiterhin entstand die Frage, ob durch eine weitere Umschnürung des Betons derart, daß der Beton gänzlich mit einem Stahlmantel umgeben ist, eine noch höhere Ausnutzbarkeit des Betons erreicht wird.

Zahlentafel 2.  
Ergebnisse der Prüfung von kurzen Stützen.

| Zementgehalt in kg/m <sup>3</sup>          |                                       | 180    |       |        | 240   |       |        | 300   |        |        | Mittelwerte aus 9 Stützen |
|--|---------------------------------------|--------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|--------|--------|---------------------------|
| Versuch Nr.                                |                                       | 1      | 2     | 3      | 4     | 5     | 6      | 7     | 8      | 9      |                           |
| Betonquerschnitt in cm <sup>2</sup>        |                                       | 105    | 233   | 252    | 105   | 233   | 252    | 105   | 233    | 252    |                           |
| Bruchlast in t                             |                                       | 123,5  | 130,0 | 144,5  | 130,0 | 153,2 | 160,0  | 130,0 | 160,0  | 155,0  |                           |
| $\sigma_{e \max}^1)$ in kg/cm <sup>2</sup> |                                       | 2930   | 2620  | 2840   | 2910  | 2770  | 2810   | 2870  | 2920   | 2690   | 2820                      |
| $\sigma_{b \max}^1)$ in kg/cm <sup>2</sup> |                                       | 133    | 119   | 129    | 201   | 191   | 194    | 205   | 209    | 192    | —                         |
| Spreizen<br>der C-Profile<br>in mm         | 5 t unter der Höchstlast              | -0,041 | 0,070 | -0,078 | 0,053 | 0,024 | -0,155 | 0,030 | -0,076 | -0,019 | —                         |
|  | bei der Höchstlast                    | —      | 0,145 | 0,555  | 0,128 | 0,273 | —      | 0,330 | -0,076 | 0,426  | —                         |
|  | $\delta_{\max}$                       | 0,227  | 0,350 | 1,200  | 0,466 | 0,377 | 1,400  | 1,490 | 0,911  | 0,623  | —                         |
| Betonstauchung<br>$\epsilon$<br>in %       | bei $P=100$ t                         | 0,113  | 0,120 | 0,122  | 0,116 | 0,113 | 0,175  | 0,122 | 0,097  | 0,125  | 0,122                     |
|  | 5 t unter der Höchstlast              | 0,139  | 0,176 | 0,218  | 0,154 | 0,230 | 0,320  | 0,172 | 0,210  | 0,222  | 0,205                     |
|  | bei der Höchstlast                    | 0,164  | 0,212 | 0,294  | 0,198 | 0,334 | 0,380  | 0,200 | 0,228  | 0,252  | 0,251                     |
|  | $\epsilon_{\max}$                     | 0,218  | 0,329 | 0,356  | 0,230 | 0,404 | 0,554  | 0,332 | 0,442  | 0,368  | 0,359                     |
|  | $\epsilon_{\text{zurückgehend}}$      | 0,115  | 0,160 | 0,156  | 0,128 | 0,184 | 0,186  | 0,169 | 0,136  | 0,160  | 0,155                     |
| Zugehörige<br>Betonprismen                 | $\sigma_{\max}$ in kg/cm <sup>2</sup> | 146    | 122   | 101    | 182   | 170   | 224    | 222   | 211    | 191    | —                         |
|  | $\epsilon_{\max}$ in %                | 0,151  | 0,116 | 0,140  | 0,178 | 0,106 | 0,132  | 0,146 | 0,146  | 0,106  | 0,136                     |

1) Errechnet aus  $n = E_e/E_b$ .

Aussehen der Stützen  
nach dem Versuch.  
(Risse mit Tusche nachgezeichnet.)



Zahlentafel 3.  
Hauptergebnisse der Stützen mit Gurtlamellen.

| Stützen-<br>ausbildung | Versuch Nr. | Knick-<br>last<br>$K$<br>t | Quer-<br>schnitt<br>$F_e   F_b$<br>cm <sup>2</sup> | Materialeigenschaften  |  |            | Mittlere Last- und Spannungsverteilung<br>bei der Knicklast<br><small>(aus dem an Prismen bestimmten Elastizitätsmodul des Betons<br/>und dem dadurch gegebenen <math>n = \frac{E_e}{E_b}</math> ermittelt)</small> |                                  |                                  |                      |           |                      |      |                                  |    |                                      | Stauchung<br>bei der Knicklast<br>% | Bruch-<br>erscheinungen |                                 |
|------------------------|-------------|----------------------------|--|--|--|------------|---|----------------------------------|----------------------------------|----------------------|-----------|----------------------|------|----------------------------------|----|--------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------|---------------------------------|
|                        |             |                            |  | Obere<br>Fließgrenze<br>$\sigma_{S_0}$<br>der<br>C-Profile<br>kg/cm <sup>2</sup> | Beton-<br>festig-<br>keit<br>$W_{b42}$<br>kg/cm <sup>2</sup> | $P_e$<br>t | $P_b$<br>t  | $\sigma_e$<br>kg/cm <sup>2</sup> | $\sigma_b$<br>kg/cm <sup>2</sup> | $\frac{P_e}{K}$<br>% |           | $\frac{P_b}{K}$<br>% |      | $\frac{\sigma_e}{\sigma_b}$<br>% |    | $\frac{\sigma_e}{\sigma_{S_0}}$<br>% |                                     |                         | $\frac{\sigma_b}{W_{b42}}$<br>% |
|                        |             |                            |  |  |  |            |   |                                  |                                  | $\sigma_{S_0}$       | $W_{b42}$ |                      |      |                                  |    |                                      |                                     |                         |                                 |
|                        | 1           | 166,6                      | 38,0   281   | 2850   | —  | 298        | 110,4   | 56,2                             | 2900                             | 200                  | 66        | 34                   | 14,5 | 102                              | 67 | 0,141                                | Stauchung am Kopf                   |                         |                                 |
|                        | 2           | 163,2                      | 38,2   281   | 2910   | —  | 281        | 107,6   | 55,6                             | 2820                             | 198                  | 66        | 34                   | 14,2 | 97                               | 70 | 0,127                                | Stauchung am Fuß                    |                         |                                 |
|                        | 3           | 272,0                      | 102   —  | 2880   | 2980   | —          | 272,0   | —                                | 2670                             | —                    | 100       | —                    | —    | 91                               | —  | 0,136                                | Knicken „<br>zur Schneide           |                         |                                 |
|                        | 4           | 271,0                      | 102   —  | 2980   | 2980   | —          | 271,0   | —                                | 2660                             | —                    | 100       | —                    | —    | 89                               | —  | 0,129                                |                                     |                         |                                 |
|                        | 5           | 340,6                      | 102   252  | 2980   | 2980   | 295        | 287,2   | 53,4                             | 2820                             | 212                  | 84        | 16                   | 13,3 | 95                               | 72 | 0,147                                | Stauchung am Ende<br>(s. Bild 7)    |                         |                                 |
|                        | 6           | 319,9                      | 102   252  | 2980   | 2980   | 295        | 267,5   | 52,4                             | 2620                             | 208                  | 84        | 16                   | 12,6 | 88                               | 71 | 0,132                                |                                     |                         |                                 |

Zu diesem Zweck wurden je zwei Stützen mit und ohne Beton aus zwei  $\square 14$  mit durchlaufenden Gurtplatten  $300 \cdot 10$  untersucht (Bild 1). Zum Vergleich sind in der Zusammenstellung der Ergebnisse (Zahlentafel 3) auch die entsprechenden Stützen mit Beton, aber ohne Gurtplatten noch einmal mit aufgeführt, die im ersten Bericht unter der Versuchsnummer II 4/1 und II 4/2 bereits beschrieben sind. Die Stützen wurden alle zentrisch bei Anordnung der Schneiden parallel zu den Stegen geprüft.

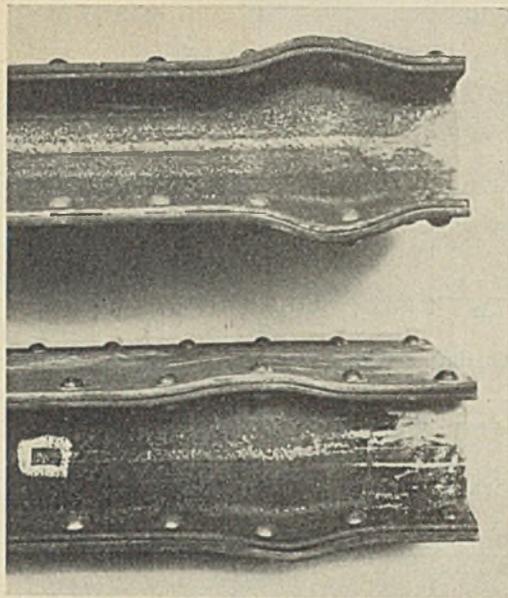


Bild 7. Stützen mit Gurtplatten und Beton nach dem Versuch.

Die unbetonierten Stützen mit Gurtplatten erreichten bei einem Stahlquerschnitt von  $102 \text{ cm}^2$  eine Knicklast von  $272 \text{ t}$  und eine Knickspannung von  $2670 \text{ kg/cm}^2$ . Die Fließgrenze der Profile wurde mit nur  $90\%$  ausgenutzt, obwohl die gemessenen Ausbiegungen auf gute zentrische Kraftverhältnisse schließen ließen. Der Bruch erfolgte durch Ausknicken senkrecht zur Schneide über die ganze Länge.

Die ausbetonierten Stützen erreichten im Mittel eine Knicklast von  $330 \text{ t}$ . Aus dem durch den Prismenversuch abgeleiteten Verhältnis

$E_e : E_b = \sigma_e : \sigma_b$  beim Bruch errechnet sich die mittlere Stahlknickspannung zu  $2720 \text{ kg/cm}^2$  oder  $92\%$  der oberen Fließgrenze, die mittlere Betonbruchspannung zu  $210 \text{ kg/cm}^2$  oder  $72\%$  der Würfel Festigkeit. Die in einem Querschnitt gemessenen Stahlspannungen zeigten dagegen, daß wenigstens im Meßquerschnitt der Stütze des Versuches Nr. 5 die Fließgrenze bei der Knicklast voll ausgenutzt wurde. Der Lastanteil der Stahlteile betrug nach diesen Messungen anstehend von kleinen Lasten bis zur Knicklast im Versuch Nr. 5  $77$  bis  $92\%$ , im Versuch Nr. 6  $76$  bis  $87\%$ . Die mittlere Knickspannung im Meßquerschnitt betrug im Versuch Nr. 5  $3050 \text{ kg/cm}^2$ , war also sogar etwas größer als die Fließgrenze, im Versuch Nr. 6  $2700 \text{ kg/cm}^2$ . Aus dem Ergebnis des Versuches Nr. 5 erkennt man, daß die in der Zahlentafel angegebene geringere mittlere Ausnutzung der Fließgrenze auf wechselnde Kraftverhältnisse in den verschiedenen Höhenlagen zurückzuführen ist, die ihre Ursachen vor allem in Fehlern der auf eine große Länge in eine enge Wandung eingestampften Betonsäulen (Schwindrisse, Fehlstellen) finden dürften.

Bei den ausbetonierten Stützen ohne Gurtplatten hatte sich eine Stahlspannung von  $2860 \text{ kg/cm}^2$  oder  $99\%$  der oberen Fließgrenze und eine Betonspannung von  $199 \text{ kg/cm}^2$  oder  $69\%$  der Würfel Festigkeit erreichen lassen. Die um  $7\%$  geringere Ausnutzung der Stahlfließgrenze bei den Stützen mit Gurtplatte wird ein zufälliges Ergebnis sein, das auf die eben erörterten Gründe zurückzuführen ist, dagegen läßt sich ohne weiteres sagen, daß eine Erhöhung der Betonbruchspannung durch die Gurtplatten nicht eingetreten ist, so daß der Querschnitt mit Gurtplatten statisch gegenüber den den Beton nur an zwei Seiten umschließenden Querschnitten keine Vorteile zu bieten scheint.

Hinzuweisen ist auf die Bruchform der Stützen mit Gurtplatten und Beton. Es trat ein örtliches Ausknicken der Profilflanschen ein (Bild 7), so daß man vermuten kann, daß ein Betonkern zwischen  $\square$ -Profilen mit nach innen gestellten Flanschen und Gurtplatten oder in einem zylindrischen Stahlmantel sich doch vielleicht noch günstiger verhalten wird.

(Schluß folgt.)

## Die Knicksicherheit der Randaussteifungen von $\Pi$ - und $\Gamma$ -Stäben.

Alle Rechte vorbehalten.

Von Dr. phil. W. Ihlenburg in Karlsruhe.

Übersicht: Für die Knicksicherheit der Randaussteifungen von  $\Pi$ - und  $\Gamma$ -Stäben werden unter Annahme geradlinig bleibender Stehblechschnitte für den praktischen Gebrauch bestimmte Formeln durch Vergleich der potentiellen Energie des verformten Stabes mit der Energieänderung der angreifenden Druckspannungen abgeleitet. Die Ergebnisse werden durch zwei Zahlenbeispiele erläutert.

Es genügt nicht, die Knicksicherheit von  $\Pi$ - und  $\Gamma$ -Stäben (Bild 1 u. 2) als Ganzes zu untersuchen. Auch die freien Blechränder, welche meist durch Winkel gesäumt und durch Querschotten und Bindebleche ausgesteift werden, müssen für sich knicksicher sein.

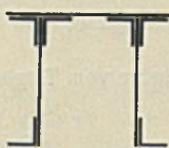


Bild 1.

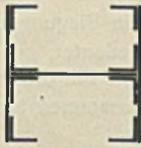


Bild 2.

Sie dürfen nicht vorzeitig ausbiegen, bevor der Gesamtstab seine Knicklast erreicht. Die nachfolgenden Ausführungen sollen einen Beitrag zu dieser Frage liefern.

Die Knicksicherheit freier Blechränder wurde bereits durch Rode<sup>1)</sup>, Fr. Bleich<sup>2)</sup>, Rendulic<sup>3)</sup> und Hartmann<sup>4)</sup> behandelt. Von einem übergeordneten Gesichtspunkt aus wird das Problem der randversteiften Platte mit den wichtigsten Sonderfällen zusammenfassend behandelt durch E. Chwalla<sup>5)</sup>.

Im folgenden wird die Knicksicherheit der versteiften Ränder der im Brückenbau für Gurtstäbe (Bild 1) und Druckstreben (Bild 2) gebräuchlichen Querschnitte untersucht.

<sup>1)</sup> Hans H. Rode, Beitrag zur Theorie der Knickerscheinungen, Eisenbau 1916.

<sup>2)</sup> Fr. Bleich, Theorie und Berechnung eiserner Brücken. Berlin, 1924.

<sup>3)</sup> L. Rendulic, Sitzungsberichte der Wiener Akademie der Wissenschaften 1933.

<sup>4)</sup> Hartmann, Die Berechnung von  $\Gamma$ -Gurten auf Ausbeulung, Stahlbau 1934, S. 105 ff.

<sup>5)</sup> E. Chwalla, Das allgemeine Stabilitätsproblem der gedrückten, durch Randwinkel verstärkten Platte, Ingenieur-Archiv, V. Bd., Heft 1, 1934.

Wir gebrauchen die von Timoschenko für die Berechnung der Stabilität versteifter Platten verwendete Methode<sup>6)</sup>. Wie dort gezeigt ist, wird die kritische Druckspannung erreicht, wenn die potentielle Energie der Biegung der ausbiegenden Platten und Ränder des Druckstabes gleich ist der Verringerung der potentiellen Energie der angreifenden Druckspannung, die gleichmäßig über den Querschnitt verteilt ist.

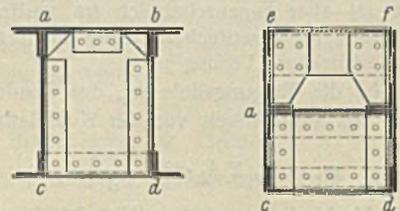


Bild 3.

Die Drehpunkte  $a$  und  $b$  der Seitenbleche (Bild 3) können wir gegenüber den Rändern als fest ansehen, da sie nur ausbiegen, wenn der Gesamtstab ausknickt. Die Ränder  $c$  und  $d$ ,  $e$  und  $f$  können deshalb dort als festgehalten angesehen werden, wo sich ein Querschott befindet (Bild 3).

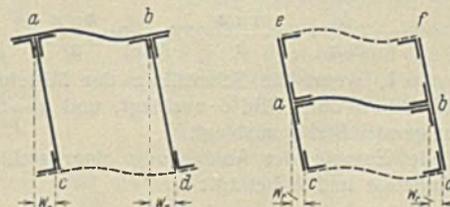


Bild 4.

Werden die Ränder  $c$  und  $d$ ,  $e$  und  $f$  nur durch Bindebleche miteinander verbunden, so können sie nach derselben Seite um das gleiche Maß  $w_r$  ausbiegen (Bild 4). Zwischen den Querschotten und Bindeblechen ist außer nach Bild 4 auch ein Ausbiegen nach Bild 5 oder Bild 6 mög-

<sup>6)</sup> S. Timoschenko, Über die Stabilität versteifter Platten, Eisenbau 1921, S. 127 ff.

lich. Ausbeulungen des Mittelbleches zwischen  $a$  und  $b$  oder der Seitenbleche zwischen  $a$  und  $c$  bezüglich  $b$  und  $d$ , die auch ohne Ausbiegen der Ränder auftreten können, ziehen wir hier nicht in Betracht. Sie sind nach den von Rode, Bleich und Timoschenko angegebenen Regeln für sich zu untersuchen.

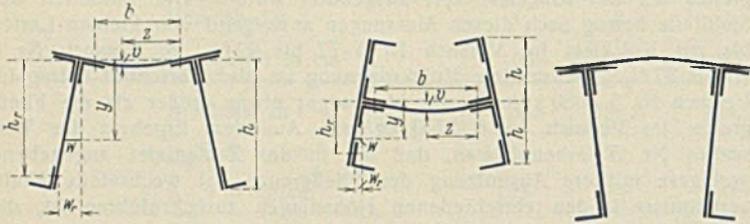


Bild 5.

Bild 6.

Wir nehmen an, daß die Bindebleche, soweit sie vorhanden sind, gelenkig an die Randwinkel angeschlossen sind. Damit bleibt die Rechnung auf der sicheren Seite.

Wir nehmen zur Vereinfachung der Rechnung ferner an, daß die Schnittlinie der Seitenbleche zwischen  $a$  und  $c$  und zwischen  $b$  und  $d$  gerade bleibt, wie in Bild 4 bis 6 dargestellt ist.

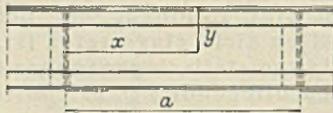


Bild 7.

Mit den aus Bild 5 und 7 zu ersehenden Bezeichnungen kann dann die Ausbiegung  $w$  der Seitenbleche zwischen den Schotten dargestellt werden durch den Ansatz:

$$(1) \quad w = y \sum A_k \cdot \sin \frac{k \pi x}{a},$$

der die Bedingung  $w = 0$  für  $y = 0$  erfüllt. Ferner wird auch  $w = 0$  für  $x = 0$  und  $x = a$ .

Die Differentialgleichung für die Ausbiegung einer durch eine über ihren Querschnitt gleichmäßig verteilte Längsspannung  $\sigma$  gedrückten Platte von der Dicke  $\delta$ , welche lautet:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{\sigma \delta}{D} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0; \quad D = \frac{E \delta^3}{12 \left(1 - \frac{1}{m^2}\right)}$$

wird durch (1) zwar im allgemeinen nicht erfüllt, so daß wir eine exakte Lösung nicht erhalten.

Da der Ansatz (1) aber augenscheinlich im vorliegenden Fall die Form der Biegungsfläche im wesentlichen richtig wiedergibt, erhalten wir doch eine praktisch brauchbare Lösung<sup>7)</sup>.

Aus (1) folgt für die Biegungslinie  $w_r$  des Randes, wenn  $h_r$  der Schwerpunktabstand des Randwinkels von der Kopfplatte ist:

$$(2) \quad w_r = h_r \sum A_k \cdot \sin \frac{k \pi x}{a}.$$

Setzen wir die Verbindung zwischen Mittelblech und Seitenblechen als so steif voraus, daß sich die Tangenten ihrer Biegungslinien bei  $a$  und  $c$  um den gleichen Winkel drehen, so ist für die Ausbiegung  $v$  der Mittelplatte (Bild 5)

$$\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)_{z=0} = \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_{y=0}.$$

Diese Bedingung erfüllt der Ansatz:

$$(3) \quad v = \frac{b}{n \pi} \cdot \sin \frac{n \pi z}{b} \sum A_k \cdot \sin \frac{k \pi x}{a}.$$

Hierin ist  $n = 1$ , wenn die Schnittlinie der Mittelplatte in einer Halbwelle gemäß Bild 5 oder Bild 6 ausbiegt, und  $n = 2$ , wenn sie in zwei Halbwellen gemäß Bild 4 ausbiegt.

Die potentielle Energie der Ausbiegung einer rechteckigen Platte mit den Seitenlängen  $a$  und  $h$  beträgt:

$$V = \frac{D}{2} \int_0^a \int_0^h \left\{ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - \frac{2(m-1)}{m} \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy,$$

worin  $m = \frac{1}{0,3}$  die Querdehnungszahl und

<sup>7)</sup> Vgl. Usinger, Beiträge zur Knicktheorie, Eisenbau 1918, S. 169ff.

$$D = \frac{E \delta^3}{12 \left(1 - \frac{1}{m^2}\right)}$$

die Biegesteifigkeit der Platte von der Dicke  $\delta$  bedeutet.

Für die Seitenbleche ist:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -\frac{\pi^2}{a^2} \cdot y \sum A_k k^2 \cdot \sin \frac{k \pi x}{a}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = \frac{\pi}{a} \sum A_k k \cdot \cos \frac{k \pi x}{a}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0.$$

Wird beachtet, daß

$$\int_0^a \sin \frac{k \pi x}{a} \cdot \sin \frac{l \pi x}{a} \cdot dx = \int_0^a \sin \frac{k \pi x}{a} \cdot \cos \frac{l \pi x}{a} = 0,$$

wenn  $k$  und  $l$  verschieden sind, und daß

$$\int_0^a \sin^2 \frac{k \pi x}{a} \cdot dx = \int_0^a \cos^2 \frac{k \pi x}{a} \cdot dx = \frac{a}{2},$$

so ergibt sich für beide Seitenbleche  $a-c$  und  $b-d$  bzw.  $e-c$  und  $d-f$  zusammen:

$$V_s = \alpha \cdot D_s \cdot \frac{\pi^2 h}{a} \left( \frac{\pi^2}{6 a^2} \cdot h^2 \sum A_k^2 k^4 + \frac{m-1}{m} \sum A_k^2 k^2 \right),$$

worin

$$D_s = \frac{E \delta_s^3}{12 \left(1 - \frac{1}{m^2}\right)}$$

die Biegesteifigkeit der Stegbleche von der Dicke  $\delta_s$  bedeutet und

$\alpha = 1$  für  $\text{II}$ -Querschnitte,

$\alpha = 2$  für  $\text{I}$ -Querschnitte ist.

Für die Mittelplatte folgt aus (3):

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = -\frac{b}{n} \cdot \frac{\pi}{a^2} \cdot \sin \frac{n \pi z}{b} \sum A_k k^2 \cdot \sin \frac{k \pi x}{a}$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial z} = \frac{\pi}{a} \cdot \cos \frac{n \pi z}{b} \sum A_k k \cdot \cos \frac{k \pi x}{a}$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = -\frac{n \pi}{b} \cdot \sin \frac{n \pi z}{b} \sum A_k \cdot \sin \frac{k \pi x}{a}.$$

Wir finden nach Einsetzen dieser Werte in die Formel für  $V$ :

$$V_k = D_k \cdot \frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{b}{a} \sum A_k^2 k^2 \left( \frac{k b}{n a} + \frac{n a}{k b} \right)^2,$$

worin

$$D_k = \frac{E \delta_k^3}{12 \left(1 - \frac{1}{m^2}\right)}$$

die Biegesteifigkeit der Mittelplatte von der Dicke  $\delta_k$  bedeutet.

Für die zwei bzw. vier Ränder vom Trägheitsmoment  $J_r$  zusammen ist:

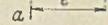


Bild 8.

$$V_r = \alpha E J_r \int_0^a \left( \frac{\partial^2 w_r}{\partial x^2} \right)^2 dx = \alpha E J_r h_r^2 \cdot \frac{\pi^4}{2 a^3} \sum A_k^2 k^4.$$

$J_r$  kann auf die am Stegblech anliegende Kante  $a-a$  des Randwinkels bezogen werden (Bild 8), da durch die Mitwirkung des Stegblechs die Nulllinie der Biegungsspannungen dicht bei  $a-a$  verläuft.

Die gesamte potentielle Energie des Stabes von der Länge  $a$  ist also:

$$(4) \quad \left\{ \begin{aligned} V &= \frac{\pi^2}{2 a^2} \sum A_k^2 \left\{ \alpha D_s h \left( \frac{\pi^2}{3 a^2} \cdot h^2 k^2 + 2 \cdot \frac{m-1}{m} \right) k^2 \right. \\ &\quad \left. + D_k \cdot \frac{b}{4} \left( \frac{b}{n} \cdot \frac{k}{a} + \frac{n}{b} \cdot \frac{a}{k} \right)^2 k^2 + \alpha E J_r h_r^2 \cdot \frac{\pi^4}{a^2} \cdot k^4 \right\}. \end{aligned} \right.$$

Der Stab wird durch eine über seinen Querschnitt gleichmäßig verteilte Druckspannung  $\sigma_x$  beansprucht. Die Verringerung  $V_1$  ihrer potentiellen Energie beim Ausbiegen ist zu bestimmen.

Aus  $ds = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2} dx$  ergibt sich die Verlängerung des ausbiegenden Plattenstreifens gegenüber der Geraden zu

$$\int_0^a \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \quad (\text{Bild 9}).$$

Es ist also für die beiden Seitenbleche, da

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\pi}{a} \cdot y \Sigma A_k k \cdot \cos \frac{k \pi x}{a} \text{ ist,}$$



Bild 9.

$$V_{1s} = \alpha \sigma_x \delta_s \int_0^a \int_0^h \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx dy = \alpha \sigma_x \delta_s \cdot \frac{\pi^2}{6a} \cdot h^3 \Sigma A_k^2 k^2$$

für die Mittelplatte, da

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{b}{na} \cdot \sin \frac{n \pi z}{b} \Sigma k A_k \cdot \cos \frac{k \pi x}{a},$$

$$V_{1k} = \frac{\sigma_x \delta_k}{2} \int_0^a \int_0^b \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 dx dz = \sigma_x \cdot \frac{\delta_k b^3}{8 n^2 a} \Sigma A_k^2 k^2.$$

Für die Ränder mit dem Querschnitt  $F_r$  ist:

$$V_{1r} = \alpha \sigma_x F_r \int_0^a \left( \frac{\partial w_r}{\partial x} \right)^2 dx = \alpha \sigma_x F_r \cdot \frac{h_r^2 \pi^2}{2a} \Sigma A_k^2 k^2.$$

Für den gesamten Querschnitt ist also:

$$(5) \quad V_1 = \sigma_x \cdot \frac{\pi^2}{2a} \left[ \alpha \delta_s \cdot \frac{h^3}{3} + \delta_k \cdot \frac{b^3}{4 n^2 \pi^2} + \alpha F_r h_r^2 \right] \Sigma A_k^2 k^2.$$

Wenn  $V = V_1$  wird, so ist die kritische Druckspannung  $\sigma_x = \sigma_{kr}$  erreicht, bei der die Ränder ausbiegen. Daraus folgt für  $\sigma_{kr}$  die Gleichung:

$$(6) \quad \left\{ \begin{aligned} & \Sigma A_k^2 k^2 \left\{ \alpha D_s h \left( \frac{\pi^2 h^2}{3} \cdot \frac{k^2}{a^2} + 2 \cdot \frac{m-1}{m} \right) + D_k \cdot \frac{b}{4} \left( \frac{b}{n} \cdot \frac{k}{a} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{n}{b} \cdot \frac{a}{k} \right)^2 + \alpha E J_r h_r^2 \pi^2 \cdot \frac{k^2}{a^2} \right\} \\ & = \sigma_{kr} \left[ \alpha \delta_s \cdot \frac{h^3}{3} + \delta_k \cdot \frac{b^3}{4 n^2 \pi^2} + \alpha F_r h_r^2 \right] \Sigma A_k^2 k^2. \end{aligned} \right.$$

Die Werte  $A_k$  sind nun so zu wählen, daß  $\sigma_{kr}$  als Funktion der  $A_k$  ein Minimum wird. Es muß also sein:

$$\frac{\partial \sigma_{kr}}{\partial A_k} = 0.$$

Nach Differenzieren der linken und rechten Seite der Gl. (6) partiell nach  $A_k$  fällt der Wert  $A_k k^2$  heraus. Es bleibt also nur ein Glied der Reihen (1), (2) und (3) bestehen. Daraus folgt: „Bei gelenkigem Anschluß der Bindebleche knicken die Ränder zwischen den Querschotten in einfachen Sinnshalbwellen von der Länge  $\frac{a}{k}$  aus“.

Man erhält aus (6):

$$(7) \quad \sigma_{kr} = \frac{D_s h \left( \frac{\pi^2 h^2}{3} \cdot \frac{k^2}{a^2} + 2 \cdot \frac{m-1}{m} \right) + \frac{D_k}{\alpha} \cdot \frac{b}{4} \left( \frac{b}{n} \cdot \frac{k}{a} + \frac{n}{b} \cdot \frac{a}{k} \right)^2 + E J_r h_r^2 \pi^2 \cdot \frac{k^2}{a^2}}{\delta_s \cdot \frac{h^3}{3} + \frac{\delta_k}{\alpha} \cdot \frac{b^3}{4 n^2 \pi^2} + F_r h_r^2}$$

Die Knickung im unelastischen Bereich kann nach dem Vorschlag von Chwalla<sup>8)</sup> dadurch berücksichtigt werden, daß der Elastizitätsmodul  $E$  durch  $E \tau$  ersetzt wird, wo  $\tau$  die Knickzahl nach Engesser bedeutet.

Gemäß der Begriffsbestimmung für die Knickzahl  $\tau$  bleibt für einen Stab, wenn die Spannung die Proportionalitätsgrenze überschreitet, die Eulergleichung in der Form  $\sigma_k = \frac{\pi^2 E \tau}{\lambda^2}$  bestehen, wo  $\lambda = \frac{s_k}{F}$  die

Schlankheit des Stabes ist. Wir können den Rand also mit einem Stab vergleichen und können eine „kritische Schlankheit“

$$(8) \quad \lambda_{kr} = \pi \sqrt{\frac{E \tau}{\sigma_{kr}}}$$

des Randes berechnen. Wenn wir aus (7)  $\sqrt{\frac{E \tau}{\sigma_{kr}}}$  bilden, finden wir:

$$\lambda_{kr} = \sqrt{\frac{\delta_s \cdot \frac{h^3}{3} + \frac{\delta_k}{\alpha} \cdot \frac{b^3}{4 n^2 \pi^2} + F_r h_r^2}{\frac{D_s \tau h}{E \tau \pi^2} \left( \frac{\pi^2 h^2}{3} \cdot \frac{k^2}{a^2} + 2 \cdot \frac{m-1}{m} \right) + \frac{D_k \tau b}{E \tau 4 \alpha \pi^2} \left( \frac{b}{n} \cdot \frac{k}{a} + \frac{n}{b} \cdot \frac{a}{k} \right)^2 + J_r h_r^2 \cdot \frac{k^2}{a^2}}$$

<sup>8)</sup> Ingenieur-Archiv, V. Bd., Heft 1, 1934, S. 65.

und wenn wir  $m = \frac{10}{3}$  einsetzen und die Wellenlänge  $\frac{a}{k}$  mit  $s$  bezeichnen:

$$(9) \quad \lambda_{kr} =$$

$$\sqrt{\frac{\delta_s h^3/3 + \delta_k \cdot \frac{b^3}{4 \alpha n^2 \pi^2} + F_r h_r^2}{0,03053 \delta_s^3 h \left( \frac{h^2}{s^2} + 0,4255 \right) + \frac{0,00232}{\alpha} \cdot \delta_k^3 b \left( \frac{b}{ns} + \frac{ns}{b} \right)^2 + J_r \cdot \frac{h_r^2}{s^2}}$$

wo  $\alpha = 1$  für II-Stäbe,

$\alpha = 2$  für I-Stäbe,

$n = 1$  für Ausbiegen des Mittelblechs in einer Halbwelle,

$n = 2$  für Ausbiegen des Mittelblechs in zwei Halbwellen.

Die Querschnittsform des Stabes und die Entfernung der Querschotten und Bindebleche ist nun so zu wählen, daß  $\lambda_{kr}$  die für die Bemessung des Gesamtstabes maßgebende Schlankheit  $\lambda$  nicht überschreitet.

Sind keine Querschotten vorhanden, so biegen die Ränder nach derjenigen ungünstigsten Wellenlänge  $s_m$  aus, bei der  $\lambda_{kr}$  ein Maximum

wird. Aus der Bedingung  $\frac{\partial \lambda_{kr}}{\partial s} = 0$  folgt:

$$(10) \quad s_m = b \sqrt[4]{\frac{1}{n^4} + \frac{431 h^2 \alpha}{n^2 \delta_k^3 b^3} \left( J_r \cdot \frac{h_r^2}{h^2} + 0,03053 \delta_s^3 h \right)}.$$

Für diesen Wert von  $s_m$  läßt sich (9) auf die etwas einfachere Form bringen:

$$(11) \quad \max \lambda_{kr} = \sqrt{\frac{\delta_s h^3/3 + \delta_k \cdot \frac{b^3}{4 \alpha n^2 \pi^2} + F_r h_r^2}{0,00464 \delta_k^3 \cdot \frac{b}{\alpha} \left( 1 + \frac{n^2 s_m^2}{b^2} \right) + 0,01315 \delta_s^3 h}}$$

Für die im Brückenbau üblichen Abmessungen können die Werte (10) und (11) bei Vernachlässigung von  $\frac{1}{n^4}$  und  $0,0305 \delta_s^3 h$  auf die Form gebracht werden:

$$(12) \quad s_m = 4,56 \sqrt{\frac{h_r}{n \delta_k} \sqrt{\frac{b J_r \alpha}{\delta_k}}}$$

$$(13) \quad \max \lambda_{kr} = \sqrt{\frac{\delta_s h^3/3 + \delta_k \cdot \frac{b^3}{4 \alpha n^2 \pi^2} + F_r h_r^2}{0,00464 \delta_k^3 \cdot \frac{b}{\alpha} + 0,0965 n h_r \delta_k \sqrt{\frac{J_r \delta_k}{b \alpha}} + 0,0132 \delta_s^3 h}}$$

Querschotten, die voneinander um  $s_m$  oder ein Mehrfaches davon entfernt sind, erhöhen die Knicksicherheit der Ränder nicht über diesen Wert.

Liegt die Entfernung  $a$  der Querschotten aus konstruktiven Gründen fest, so kann der Rand zwischen ihnen in einer oder mehreren Halbwellen ausknicken. Der Übergang von  $k$  zu  $k+1$  Halbwellen findet statt bei einer Entfernung  $a_{k,k+1}$ , für welche gemäß (7)  $\sigma_{kr(k)} = \sigma_{kr(k+1)}$  wird. Diese Bedingung ergibt:

$$(14) \quad a_{k,k+1} = s_m \sqrt{k(k+1)}.$$

Wird durch Bindebleche die Entfernung  $a$  der Querschotten in  $t$  gleiche Teile geteilt, so ist zu untersuchen, ob der Wert  $\lambda_{kr}$  für  $s = \frac{a}{t}$ ,  $n = 1$  oder der Wert  $\lambda_{kr}$  für  $s = a$ ,  $n = 2$  ungünstiger ist.

1. Zahlenbeispiel.

Für den Obergurtquerschnitt Bild 10 ist:

$$h = 60 + 1,4 = 61,4 \text{ cm}$$

$$\delta_s = 3,2 \text{ cm}$$

$$\delta_k = 2,8 \text{ cm}$$

Da die Ausbiegung der Kopfplatte durch die inneren Kopfwinkel eingeschränkt wird, kann  $b$  gleich dem Abstand der Mitten zwischen den Nietreihen dieser Winkel gewählt werden:  $b = 50 - 2 \cdot 8,5 = 33 \text{ cm}$ .

Wenn die Innenwinkel fehlen, ist auch die Abbiegung der Schenkel der oberen Winkel zu berücksichtigen und wesentlich ungünstiger zu setzen:

$$b = 50 + 2 \cdot 3,2 + 6 \cdot 8,5 = 107,4 \text{ cm}.$$

Wir rechnen hier nur mit  $b = 33 \text{ cm}$ .

Für den Randwinkel ist:

$$F_r = 45,7 \text{ cm}^2$$

$$h_r = 61,4 - 4,3 = 57,1 \text{ cm}.$$

$J_r$  kann auf die am Stegblech anliegende Kante  $a-a$  bezogen werden (Bild 10)

$$J_r = 949 + 45,7 \cdot 4,29^2 = 1796 \text{ cm}^4.$$

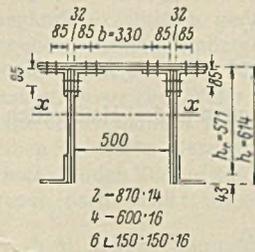


Bild 10.

a) Werden die Stabränder durch Querschotten oder Bindebleche nirgends gehalten, so knickt der Rand wie ein Stab aus, dessen Knickspannung der kritischen Schlankheit  $\max \lambda_{kr}$  nach Gl. (13) entspricht, wobei  $n = 1, \alpha = 1$  zu setzen ist.

$$\begin{aligned} \delta_s \cdot \frac{h^3}{3} &= 3,2 \cdot \frac{61,4^3}{3} = 246\,900 \\ \delta_k \cdot \frac{b^3}{4 n^2 \pi^2} &= 2,8 \cdot \frac{33^3}{4 \pi^2} = 2\,600 \\ F_r h_r^2 &= 45,7 \cdot 57,1^2 = 149\,000 \\ & \qquad \qquad \qquad \frac{398\,500}{220,4} \end{aligned}$$

$$0,004\,64 \delta_k^3 b = 0,004\,64 \cdot 2,8^3 \cdot 33 = 3,4$$

$$0,0965 n h_r \delta_k \sqrt{\frac{J_r \delta_k}{b}} = 0,0965 \cdot 57,1 \cdot 2,8 \sqrt{\frac{1791 \cdot 2,8}{33}} = 190,5$$

$$0,0132 \delta_s^3 h = 0,0132 \cdot 3,2^3 \cdot 61,4 = 26,5$$

$$\max \lambda_{kr} = \sqrt{\frac{398\,500}{220,4}} = \sqrt{1810} = 42,5$$

Wenn also der Gesamtstab, für den  $F = 896,2 \text{ cm}^2, J_x = 475\,000 \text{ cm}^4, i_x = 23$  ist, eine größere Knicklänge als  $23 \cdot 42,5 = 980 \text{ cm}$  hat, so brauchen die Ränder aus Gründen der Knicksicherheit nicht besonders aussteift zu werden.  $\max \lambda_{kr}$  tritt gemäß (12) auf bei einer Wellenlänge von

$$s_m = 4,56 \sqrt{\frac{57,1}{2,8}} \sqrt{\frac{33 \cdot 1791}{2,8}} = 4,56 \sqrt{20,4 \cdot 145} = 248 \text{ cm}$$

Die genauere Formel (10) ergibt  $s_m = 250 \text{ cm}$ .

b) Werden Querschotten in einer Entfernung  $a$  kleiner als  $s_m \sqrt{1,2} = 352 \text{ cm}$  angebracht, so knicken die Ränder zwischen ihnen noch in einer Halbwelle aus. Liegt  $a$  zwischen  $s_m \sqrt{1,2}$  und  $s_m \sqrt{2,3}$ , also zwischen 352 und 608 cm, so biegt der Rand zwischen den Schotten in zwei Halbwellen aus.

Ist z. B.  $a = 300 \text{ cm}$ , so ist auch  $s = 300$  und nach (9):

$$0,030\,53 \delta_s^3 h \left[ \left( \frac{h}{s} \right)^2 + 0,426 \right] = 0,030\,53 \cdot 3,2^3 \cdot 61,4 \left[ \left( \frac{61,4}{300} \right)^2 + 0,426 \right] = 28,8$$

$$\left( \frac{33}{300} + \frac{300}{33} \right)^2 = 84,6$$

$$0,002\,32 \delta_k^3 b \left( \frac{b}{ns} + \frac{ns}{b} \right)^2 = 0,002\,32 \cdot 2,8^3 \cdot 33 \cdot 84,6 = 142,2$$

$$J_r \left( \frac{h_r}{s} \right)^2 = 1791 \left( \frac{57,1}{300} \right)^2 = 64,9$$

$$\frac{235,9}{235,9}$$

$$\lambda_{kr} = \sqrt{\frac{398\,500}{235,9}} = 41,1$$

Ist aber z. B.  $a = 550 \text{ cm}$ , so ist  $s = \frac{550}{2} = 275$  zu setzen. In Formel (9) wird der Nenner  $29,3 + 120,2 + 77,5 = 227,0$ , so daß

$$\lambda_{kr} = \sqrt{\frac{398\,200}{227,0}} = 41,9$$

also nur wenig ungünstiger als für  $a = 300$ .

c) Durch ein Bindeblech mitten zwischen den um  $a = 550 \text{ cm}$  entfernten Schotten wird keine größere Steifigkeit erzielt, da  $s = 275$  bestehen bleibt. Werden deshalb zwei Bleche zwischen den Schotten angeordnet, so ergibt sich für  $n = 1; s = \frac{550}{3} = 183; \lambda_{kr} = 39,0$ . Ferner ist aber noch  $\lambda_{kr}$  für  $n = 2$  (Bild 4) zu berechnen.

Da für  $n = 2; s_m = \frac{248}{\sqrt{2}} = 176 \text{ cm}$  ist gemäß (12), so knickt der Rand zwischen den um 550 cm entfernten Querschotten in drei Halbwellen aus, denn es ist  $176 \sqrt{2 \cdot 3} < 550 < 176 \sqrt{3 \cdot 4}$ .

Also ist  $s = \frac{550}{3} = 183 \text{ cm}$ .

$$\delta_k \cdot \frac{b^3}{4 n^2 \pi^2} = \frac{2600}{4} = 650$$

$$0,030\,53 \delta_s^3 h \left[ \left( \frac{h}{s} \right)^2 + 0,426 \right] = 0,030\,53 \cdot 3,2^3 \cdot 61,4 \left[ \left( \frac{61,4}{183} \right)^2 + 0,426 \right] = 33,0$$

$$\left( \frac{b}{ns} + \frac{ns}{b} \right)^2 = \left( \frac{33}{2 \cdot 183} + \frac{2 \cdot 183}{33} \right)^2 = 125$$

$$0,002\,32 \cdot 2,8^3 \cdot 33 \cdot 125 = 210,0$$

$$J_r \left( \frac{h_r}{s} \right)^2 = 1791 \left( \frac{57,1}{183} \right)^2 = 175,0$$

$$\frac{418,0}{418,0}$$

$$\lambda_{kr} = \sqrt{\frac{396\,500}{418,0}} = 30,8$$

$\lambda_{kr} = 3,90$  ist also maßgebend.

2. Zahlenbeispiel.

Für den in Bild 11 angegebenen Strebenquerschnitt ist:

$$\begin{aligned} h &= 40 \text{ cm}; & \delta_s &= 1,6 \text{ cm} \\ b &= 70 - 2 \cdot 6 = 58, \sim 60 \text{ cm}; & \delta_k &= 1,0 \text{ cm} \\ F_r &= 25,1 \text{ cm}^2; & J_r &= 280 + 25,1 \cdot 3,15^2 = 529 \text{ cm}^4 \\ h_r &= 40 - 3,2 = 36,8 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Es ist  $\alpha = 2$  zu setzen.

a) Nach (12) ergibt sich:

$$s_m = 4,56 \sqrt{\frac{36,8}{1,0}} \sqrt{\frac{60 \cdot 529 \cdot 2}{1,0}} = 440 \text{ cm};$$

nach (13) wird  $\max \lambda_{kr} = 86,3$ . Da für den Gesamtstab

$$F = 527 \text{ cm}^2; \quad J_x = 276\,800 \text{ cm}^4; \quad \lambda_x = \frac{1494}{22,9} = 65$$

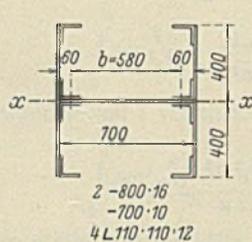


Bild 11.

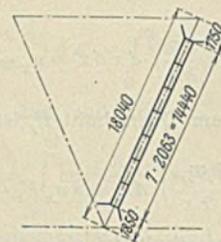


Bild 12.

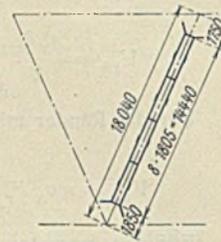


Bild 13.

ist, sind also Zwischenschotten anzuordnen. Die Lage der Querschotten an den Knotenblechen ist gemäß Bild 12 gegeben. Die Anzahl der Aussteifungen zwischen den Endschotten ist zu bestimmen:

$$\delta_s \cdot \frac{h^3}{3} = 1,6 \cdot \frac{40^3}{3} = 34\,130$$

$$\delta_k \cdot \frac{b^3}{4 \alpha n^2 \pi^2} = 1,0 \cdot \frac{60^3}{4 \cdot 2 \cdot \pi^2} = 2\,730$$

$$F_r h_r^2 = 25,1 \cdot 36,8^2 = 34\,000$$

$$\frac{70\,860}{70\,860}$$

Es wird  $a = \frac{1804 - 185 - 175}{7} = 206 \text{ cm}$  gewählt.  $n = 1, \alpha = 2$ .

Dann ist auch  $s = 206 \text{ cm}$  zu setzen.

$$0,030\,53 \delta_s^3 h \left[ \left( \frac{h^2}{s^2} + 0,426 \right) \right] = 0,030\,53 \cdot 1,6^3 \cdot 40 \left[ \left( \frac{40}{206} \right)^2 + 0,426 \right] = 2,27$$

$$\left( \frac{b}{s} + \frac{s}{b} \right)^2 = \left( \frac{60}{206} + \frac{206}{60} \right)^2 = 13,8$$

$$\frac{0,002\,32}{\alpha} \cdot \delta_k^3 b \left( \frac{b}{s} + \frac{s}{b} \right)^2 = 0,001\,31 \cdot 1^3 \cdot 60 \cdot 13,8 = 1,08$$

$$J_r \left( \frac{h_r}{s} \right)^2 = 529 \left( \frac{36,8}{206} \right)^2 = 16,85$$

$$\frac{20,20}{20,20}$$

$$\lambda_{kr} = \sqrt{\frac{70\,860}{20,2}} = 59,2 < 65$$

b) Aus Ersparnisgründen werden nun Schotten und Bindebleche gemäß Bild 13 angeordnet. Für  $n = 1; s = \frac{1804 - 185 - 175}{8} = 180,5$  bleibt  $\lambda_{kr}$  unter 65. Es ist jedoch noch das Ausknicken des Randes für  $n = 2; a = 361 \text{ cm}$  zu untersuchen.

Da für  $n = 2; s_m = \frac{440}{\sqrt{2}} = 311 \text{ cm}$  und ein Ausbiegen nach zwei

Halbwellen erst von  $a = 311 \sqrt{1,2} = 440 \text{ cm}$  ab eintritt, ist auch  $s = 361 \text{ cm}$  zu wählen. Hierfür ist

$$\delta_k \cdot \frac{b^3}{4 \alpha n^2 \pi^2} = \frac{2730}{4} = 683,$$

ferner

$$0,030\,53 \delta_s^3 h \left[ \left( \frac{h}{s} \right)^2 + 0,426 \right] = 0,030\,53 \cdot 1,6^3 \cdot 40 \left[ \left( \frac{40}{361} \right)^2 + 0,426 \right] = 2,2$$

$$\frac{0,002\,32}{2} \cdot \delta_k^3 b \left( \frac{b}{ns} + \frac{ns}{b} \right)^2 = 0,001\,16 \cdot 1,0^3 \cdot 60 \left( \frac{60}{2 \cdot 361} + \frac{2 \cdot 361}{60} \right)^2 = 11,5$$

$$J_r \left( \frac{h_r}{s} \right)^2 = 529 \left( \frac{36,8}{361} \right)^2 = 5,5$$

$$\frac{19,2}{19,2}$$

$$\lambda_{kr} = \sqrt{\frac{34\,130 + 683 + 34\,000}{19,2}} = 59,5 < 65$$

**INHALT:** Tragfähigkeit von Stahlstützen mit Betonkern bei verschiedenen Betoneigenschaften und bei außermittigem Druck. — Die Knicksicherheit der Randaussteifungen von II- und I-Stäben.

Für die Schriftleitung verantwortlich: Geh. Regierungsrat Prof. A. Hertwig, Berlin-Charlottenburg. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 8. Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.