

DER STAHLBAU

Schriftleitung:

Dr.-Ing. A. Hertwig, Geh. Regierungsrat, Professor an der Technischen Hochschule Berlin, Berlin-Charlottenburg 2, Technische Hochschule
Fernsprecher: C 1 Steinplatz 0011

Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61

Beilage
zur Zeitschrift

DIE BAUTECHNIK

Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

8. Jahrgang

BERLIN, 30. August 1935

Heft 18

Näherungsverfahren zur Berechnung der Tragfähigkeit außermittig gedrückter Stäbe aus Baustahl.*)

Alle Rechte vorbehalten.

Von Prof. Dr. Josef Fritsche, Prag, Deutsche Techn. Hochschule.

Die Tragfähigkeit außermittig gedrückter Stäbe aus Baustahl ist vor kurzem in dieser Zeitschrift in grundlegender und erschöpfender Weise von Prof. Chwalla [1] dargestellt worden; aus diesen außerordentlich verwickelten und zeitraubenden Untersuchungen hat er ein Verfahren entwickelt, das mit Hilfe der von ihm tabellenmäßig bestimmten β -Zahlen ermöglicht, die vorliegende Frage genau so einfach zu erledigen wie die Ermittlung der theoretischen Knicklast bei reinem Druck. Das Verfahren von Chwalla ist naturgemäß nur so lange streng richtig, als der Baustoff das der Rechnung zugrunde gelegte Formänderungsgesetz wirklich erfüllt und auch die übrigen Annahmen der Untersuchung zutreffen. Von diesen ist in der Hauptsache jene strittig, die die Spannungsverteilung im Querschnitte aus der Arbeitslinie der einachsigen Beanspruchung entwickelt, indem bei angenommener Formänderung des Stabelementes jeder Stelle des Querschnitts diejenige Spannung zugeordnet wird, die der gleichen Stauchung bzw. Dehnung entspricht. Diese Annahme soll in der Folge als Annahme über die Spannungsverteilung bezeichnet werden.

Was das Formänderungsgesetz anbelangt, so ist dies selbst bei Stählen gleicher Güte und gleicher Zusammensetzung ein recht veränderliches, und es ist unvermeidbar, bei der Rechnung nur ein in gewisser Hinsicht normiertes Verhalten zu berücksichtigen. Die verschiedene Höhenlage der Fließgrenze σ_F und die starken Schwankungen unterworfenen Fließlänge muß sich auf die Tragfähigkeit auswirken, und ihr Einfluß auf die Größe der β -Zahlen ist nicht ohne weiteres zu erkennen. Von noch größerem Einflusse ist bei angenommenem, normiertem Formänderungsgesetz die 2. Annahme über die auftretende Spannungsverteilung im Querschnitte. Verschiedene experimentelle Untersuchungen der letzten Zeit [2] haben einwandfrei gezeigt, daß bei inhomogenen Formänderungszuständen die an einer Stelle entstehende Spannung nicht lediglich durch das Maß der Verformung dieser Stelle ausgedrückt werden kann, sondern daß auch der Grad der Verformung der Umgebung dieselben mehr oder weniger stark beeinflusst, und zwar um so mehr, je stärker die Ungleichartigkeit der Verformung ist. Ein plastischer Abbau der Spannungsspitzen scheint nicht stetig vor sich zu gehen, im Sinne einer allmählichen Ausbreitung des Fließgebietes, sondern eher so, daß die elastisch gebliebenen Querschnittsteile das Fließen so lange hemmen, bis in einem verhältnismäßig großen Bereiche die Spannungen über die Fließgrenze hinaus gehoben sind; und erst dann setzt das Fließen in diesem Bereiche gleichzeitig und mehr oder weniger plötzlich ein und löst den Spannungsabfall aus. Jedenfalls muß aus den vorliegenden Versuchen der Schluß gezogen werden, daß es grundsätzlich möglich ist, daß sich der Baustahl bei inhomogenen Spannungszuständen in den Spannungsspitzen viel länger rein elastisch verhält, als es auf Grund der Arbeitslinie zu erwarten wäre. Es ist leicht einzusehen, daß ein Rechnungsvorgang, der diese Erscheinungen erfassen will, ebenfalls ohne mehr oder weniger begründete Annahmen nicht durchgeführt werden kann. Aus diesen Betrachtungen läßt sich nun folgern, daß auch die mit großer Mühseligkeit geführten Untersuchungen Chwallas doch wieder nur als Näherungsrechnungen bezeichnet werden können, und daß sie daher die Berechtigung nahelegen, mit den grundlegenden Annahmen noch ein wenig weiter zu gehen, wenn sich damit eine wesentliche Vereinfachung der Aufgabe erzielen läßt. Über den Wert einer solchen Theorie entscheidet dann naturgemäß nur der Versuch.

*) Während der Drucklegung dieser Arbeit erschien in der gleichen Zeitschrift ein Aufsatz von Ježek, der die vorliegende Frage unter den gleichen Voraussetzungen behandelt, wie sie hier unter A. benutzt worden sind, und der bereits, wenn auch auf anderem Wege, zu den Ergebnissen dieses Teiles kommt.

[1] Chwalla, Theorie des außermittig gedrückten Stabes aus Baustahl. Stahlbau 1934, Heft 21, 22, 23.

[2] Kuntze, Neuzeitliche Festigkeitsfragen. Stahlbau 1935, Heft 2.

Eine solche naheliegende Vereinfachung ist die Annahme, die Baustähle als ideal-plastische Stoffe anzusehen, die sich beim einachsigen Spannungszustand bis zur Fließgrenze σ_F rein elastisch verformen und bei denen nach einmal eingetretenem Fließen keinerlei Verfestigung mehr auftritt. Die stetig gekrümmte Arbeitslinie zwischen der Proportionalitätsgrenze σ_P und der Fließgrenze σ_F ist derjenige Formänderungsbereich, bei dem sich noch große Teile des Querschnitts rein elastisch verhalten, und es wird erwartet werden müssen, daß sich gerade hier starke Hemmungen gegen die kleinen plastischen Verformungen geltend machen werden. Was die Verfestigung anbelangt, so zeigen die Untersuchungen Chwallas völlig einwandfrei, daß die kritischen Belastungen, bei denen die Möglichkeit zu einem stabilen Gleichgewicht zwischen inneren und äußeren Kräften nicht mehr besteht, für die praktisch wichtigen Schlankheitsverhältnisse bei Verformungen auftreten, die auch bei dem kurzen Fließbereich von etwa 5‰, den Chwalla berücksichtigt, unterhalb des Verfestigungsbereichs liegen. Das ist ein Ergebnis, das sich auch aus meinen Untersuchungen über elastisch-plastische Balkenbiegung erwarten ließ [3]. Wenn man daher die übliche Annahme, daß die Biegungsspannungen durch das einachsige Formänderungsgesetz allein in der geschilderten Art bestimmt sind, gelten läßt, kann gegen die weitere Annahme, das tatsächliche Formänderungsverhalten des Baustahles durch ein ideal-plastisches zu ersetzen, kein begründeter Einwand erhoben werden.

Jede Untersuchung, die den Einfluß plastischer Verformungen auf die Tragfähigkeit von Bauwerkstellen zum Ziele hat, wird grundlegend beeinflusst von der Plastizitätsbedingung, die der Rechnung zugrunde gelegt wird, und gelangt je nach dem physikalischen Inhalte derselben zu einem ganz verschiedenen Aufbau der Rechnung. In der vorliegenden Arbeit sollen zwei mögliche Plastizitätsbedingungen, wie sie sich aus Versuchen ableiten lassen, berücksichtigt werden, die eine, die den bisherigen Arbeiten auf dem Gebiete der Plastizitätstheorie fast stets zugrunde gelegt worden ist und die den Eintritt des Fließens lediglich mit dem örtlichen Spannungszustande verknüpft; und schließlich eine zweite, bei der für den Eintritt des Fließens die Spannungsverteilung im ganzen Querschnitte zu berücksichtigen ist. Für die erste ist kennzeichnend das mit wachsender Belastung sich stetig ausbreitende Fließgebiet, die zweite liefert ein plötzliches Fließen in der ganzen Höhe des Querschnittes.

A. Allmählich wachsende Plastizierung.

Bei den Annahmen der technischen Balkenbiegung handelt es sich, wenn man noch außerdem die Schubspannungen außer acht läßt, um ein ungleichartiges, aber einachsiges Spannungsfeld, und die Plastizitätsbedingung in der Form der Hypothese von der konstanten Gestaltsänderungsarbeit nimmt in diesem Falle die einfache Form $\max \sigma = \sigma_F$ an. Diese Bedingung regelt in eindeutiger Zuordnung das Ausbreiten des Fließgebietes mit der Steigerung der Belastung. Die Hypothese steht bei gleichartigen oder homogenen Spannungsfeldern in guter Übereinstimmung mit der Erfahrung, es erscheint jedoch sehr fraglich, ob man sie in dieser Form für inhomogene Spannungsfelder benutzen darf.

Für den ideal-plastischen Körper läßt sich, wenn man ihre Anwendung als zulässig voraussetzt, bei gegebener Grundspannung σ_0 der zu jeder zusätzlichen Querschnittsdrehung gehörige Wert des Biegemomentes M_i der inneren Spannungen berechnen; dabei sollen die gegenseitigen Verdrehungen zweier Querschnitte im Abstände l durch die Summe der Randfaserverformungen Δ zum Ausdruck gebracht werden. Es sind drei Möglichkeiten zu unterscheiden:

[3] Fritsche, Die Tragfähigkeit von Balken aus Stahl mit Berücksichtigung des plastischen Verformungsvermögens. Bauing. 1930.

- a) rein elastische Verformung für $0 < \Delta < (\Delta_F - \Delta_0)$
- b) einseitig plastische Verformung für $(\Delta_F - \Delta_0) < \Delta < \frac{\Delta_F^2}{\Delta_F - \Delta_0}$
- c) doppelseitige plastische Verformung für $\frac{\Delta_F^2}{\Delta_F - \Delta_0} < \Delta < \infty$.

Darin bedeutet $\Delta_0 = 2 \varepsilon_0 = \frac{2 \sigma_0}{E}$, $\Delta_F = 2 \varepsilon_F = \frac{2 \sigma_F}{E}$.

Man erhält nun durch eine leichte Rechnung für den Rechteckquerschnitt mit den Abmessungen b und h

$$(1) \begin{cases} \text{für den Bereich a) } M_i = EJ \cdot \frac{\Delta}{h} = \frac{bh^2}{12} \cdot E \Delta \\ \text{b) } M_i = \frac{bh^2}{2} (\sigma_F - \sigma_0) \left[1 - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\Delta_F - \Delta_0}{\Delta}} \right] \\ \text{c) } M_i = \frac{bh^2}{4} \cdot \sigma_F \left[1 - \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_F} \right)^2 - \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta_F}{\Delta} \right)^2 \right] \end{cases}$$

Die Ableitung dieser Formeln ist leicht möglich, nähere Einzelheiten können übrigens auch einer Arbeit von Ježek [4] entnommen werden. Für $\Delta = \infty$ strebt die Spannungsverteilung einem Grenzwert zu, der durch einen Spannungssprung vom Betrage $2 \sigma_F$ an der Stelle $a = \frac{h}{2} \cdot \frac{\sigma_0}{\sigma_F}$

gekennzeichnet ist; der zugehörige Grenzwert $M_i(\infty) = M_T$, der bei gegebener Größe von P nicht mehr übersteigbar ist, beträgt

$$M_T = \frac{bh^2}{4} \cdot \frac{1}{\sigma_F} (\sigma_F^2 - \sigma_0^2).$$

Für eine weitere Steigerung der Verformung wirkt dann die Stelle, an der M_T erreicht worden ist, wie ein Gelenk, und man spricht in diesem Zusammenhang von einem Plastizitätsgelenk. In Bild 1 ist für verschiedene Werte von σ_0 der Wert $\frac{M_i}{bh^2}$ als Funktion von Δ dargestellt. Man erkennt aus dem Verlaufe dieser Linien, daß sie dem Grenzwert M_T sehr rasch zustreben und ihn bereits bei $\Delta = 15 \text{ ‰}$ bis auf wenige ‰ erreicht haben. Die Grenze rein elastischer Verformung und die Grenze einseitigen Fließens ist strichpunktiert eingetragen.

Die Werte $M_i(\Delta)$ bestimmen nun die Krümmung der elastischen Linie des außermittig gedrückten Stabes, denn es ist, wenn man die Zusammendrückung des Stabes durch die Längsspannung σ_0 vernachlässigt,

$$(2) \frac{1}{\rho} = - \frac{\Delta}{h} = - \frac{d^2 y}{dx^2},$$

wobei y den Abstand der gebogenen Stabachse von der Wirkungslinie der Kraft P bedeutet. Damit bekommt man leicht die Differentialgleichung für die seitliche Ausbiegung y :

a) im elastischen Bereiche

$$(3a) \quad y_1'' = - \kappa_1^2 y_1 \quad \text{mit} \quad \kappa_1^2 = \frac{P}{EJ};$$

b) im Bereiche einseitig plastischer Verformung

$$(3b) \quad \begin{cases} y_2'' = - \frac{\kappa_2}{(\alpha_2 - y_2)^2} \\ \alpha_2 = \frac{h}{2} \left(\frac{\sigma_F}{\sigma_0} - 1 \right); \end{cases} \quad \text{mit} \quad \kappa_2 = \frac{2}{9} \cdot \sigma_0 \left(\frac{\sigma_F}{\sigma_0} - 1 \right)^3 \frac{h}{E}$$

c) im Bereiche doppelseitigen Fließens

$$(3c) \quad \begin{cases} y_3'' = - \frac{\kappa_3}{\sqrt{(\alpha_3 - y_3)^3}} \\ \alpha_3 = \frac{h}{4} \cdot \frac{\sigma_F}{\sigma_0} \left(1 - \frac{\sigma_0^2}{\sigma_F^2} \right). \end{cases} \quad \text{mit} \quad \kappa_3 = \frac{\sigma_F}{E} \sqrt{\frac{\sigma_F}{3h\sigma_0}}$$

Die Lösung dieser Differentialgleichungen ist noch mit einem erträglichen Aufwand von Rechnung möglich; die wirklichen Schwierigkeiten beginnen erst bei der Berechnung der vier bzw. im allgemeinsten Falle sechs Integrationskonstanten, da sich die elastische Linie stetig aus den Ästen y_1 und y_2 bzw. aus den drei Ästen y_1, y_2 und y_3 zusammensetzt.

Trotz dieser großen Schwierigkeiten ist diese Aufgabe von Ježek [4] unter Aufwendung großer Mühe und großen Geschickes gelöst worden. Damit sind die Funktionen $y = f(\sigma_0, x)$, die die elastische Linie für jeden Wert der Belastung P darstellen, als ermittelt anzusehen. Bezeichnet man den Wert y in der Stabmitte mit y_m , so läßt sich daraus auch die Abhängigkeit $\sigma_0(y_m)$ gewinnen, deren Größtwert mit dem Erreichen des kritischen Zustandes, bei dem die Tragfähigkeit des Stabes erschöpft wird, identisch ist. Die kritische Belastung σ_{krit} ist daher rechnermäßig an die Bedingung

$$(4) \quad \frac{dP}{dy_m} = \frac{d\sigma_0}{dy_m} = 0$$

geknüpft. Das Moment der äußeren Kräfte für die Stabmitte ist

$$M_a = P y_m,$$

und es muß daher bei einer Steigerung der Belastung um dP

$$(5) \quad dM_a = P dy_m + y_m dP = dM_i$$

sein, wenn das Gleichgewicht erhalten bleiben soll; folglich muß auch

$$(5a) \quad \frac{dM_i}{dy_m} - P = \frac{dP}{dy_m}$$

sein. Für den Fall, daß P den Wert P_{krit} erreicht hat, ist nach (4) $\frac{dP}{dy_m} = 0$, und es muß demnach dann ebenfalls

$$(6) \quad \frac{dM_i}{dy_m} - P = 0$$

sein. Dieser Ausdruck ist daher ebenso wie (4) ein analytisches Kennzeichen für den eingetretenen Grenzzustand, bei dem die Stabmitte erschöpft ist und bei einer Steigerung der Belastung nichts mehr zur Erhaltung des Gleichgewichts beitragen kann, also wie ein Plastizitätsgelenk wirkt, das ohne weiteren Arbeitsaufwand zu wachsenden Formänderungen befähigt ist. Es ist ohne weiteres klar, daß bei den gegebenen Stützverhältnissen des Stabes das Auftreten eines Plastizitätsgelenkes die Möglichkeit zu stabilen Gleichgewichtsformen abschließt.

Als Kennzeichen für ein Plastizitätsgelenk gilt bei der gewöhnlichen Balkenbiegung die Bedingung

$$(7) \quad dM_i = 0.$$

Diese Bedingung ist aber nur dann ausreichend, wenn man die Größe der Verformungen im Verhältnis zu den Abmessungen des Bauwerks vernachlässigen kann, wenn es genügt, die Gleichgewichtsbedingungen zwischen inneren und äußeren Kräften am nicht verformten System aufzustellen. Liegt jedoch wie im Falle des außermittig gedrückten Stabes ein stark nachgiebiges System vor, müssen die Gleichgewichtsbedingungen an dem verformten Tragwerk entwickelt werden. Nach (5) ist es bei einem nachgiebigen System daher möglich, daß $dM_i > 0$ ist und trotzdem diese Stelle keine Laststeigerung mehr ertragen kann, weil unter Umständen der gesamte Zuwachs dM_i nur noch dazu ausreicht, den Wert $P dy_m$ aufzunehmen, nicht mehr aber einen Zuwachs $y_m dP$. Dieser Fall liegt vor, wenn die Linie $\sigma_0(y_m)$ einen Größtwert mit waagerechter Tangente erreicht; die Stabmitte ist dann nicht mehr imstande, eine Vergrößerung der äußeren Kräfte zu ertragen, trotzdem M_i noch wachsen könnte. Daher entspricht die Bedingung (6) bei einem nachgiebigen System ebenso dem Auftreten eines Plastizitätsgelenkes wie $dM_i = 0$ bei einem in üblicher Weise steifen Tragwerke.

Rechnermäßig ist durch das Kriterium (6) zunächst nicht viel gewonnen, weil es ebenso wie (4) die Kenntnis der Funktion $y = f(x, P)$ voraussetzt. Man kann es vorerst erweitern, indem man Gl. (6) umschreibt und durch $d\Delta_m$ dividiert, wobei Δ_m die Summe der Randfaserdehnungen in der Stabmitte vorstellt, und erhält

$$(8) \quad \frac{dM_i}{d\Delta_m} - P \cdot \frac{dy_m}{d\Delta_m} = 0.$$

Wenn man nun beachtet, daß die Belastung P_{krit} bei verhältnismäßig kleinen Formänderungen erreicht wird, liegt die Vermutung nahe, daß die unbekannte Funktion $y = f(x, P)$ noch mit guter Näherung durch die Form der Stabkrümmung bei rein elastischen Verformungen ersetzt werden kann. Damit kann man setzen

$$(8a) \quad y = (p + \bar{y}_m) \left(\cos \frac{\kappa l}{2} \cdot \cos \kappa x + \sin \frac{\kappa l}{2} \cdot \sin \kappa x \right); \quad 0 < x < \frac{l}{2},$$

und wenn die Außermittigkeit des Lastangriffs nicht sehr groß ist, wird es erlaubt sein, mit der Näherung noch weiter zu gehen und

$$(8b) \quad y = p + \bar{y}_m \cdot \sin \kappa x$$

anzunehmen, wobei $\kappa^2 = \frac{P}{EJ}$ und $y_m = \bar{y}_m + p$. Eine Bestätigung für diese Vermutung findet sich in einer Arbeit von Roš [5], wo gezeigt

[4] Ježek, Die Tragfähigkeit des exzentrisch beanspruchten und des querverlasteten Druckstabes aus einem ideal-plastischen Stahl. Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften in Wien, 143. Bd, 7. Heft, 1934.

[5] Roš, Schlußbericht des 1. Kongresses der internationalen Vereinigung für Brückenbau und Hochbau in Paris 1932, Seite 107.

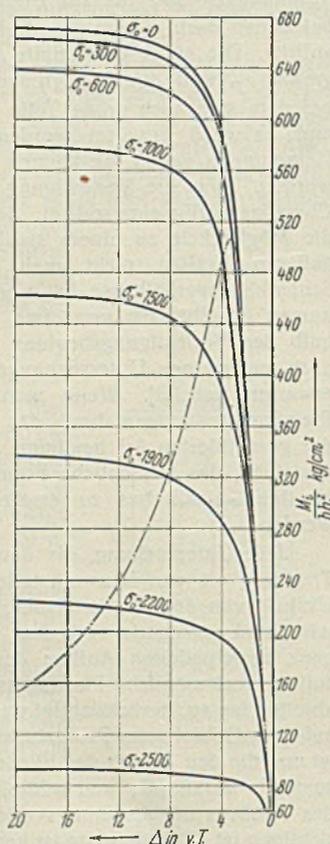


Bild 1. $\sigma_F = 2700 \text{ kg/cm}^2$.

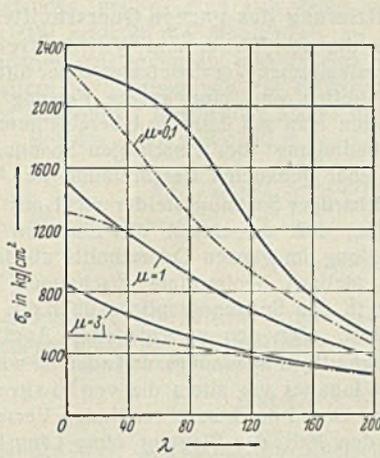


Bild 2.

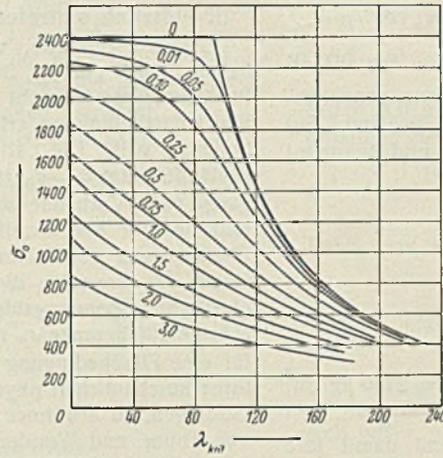


Bild 3.

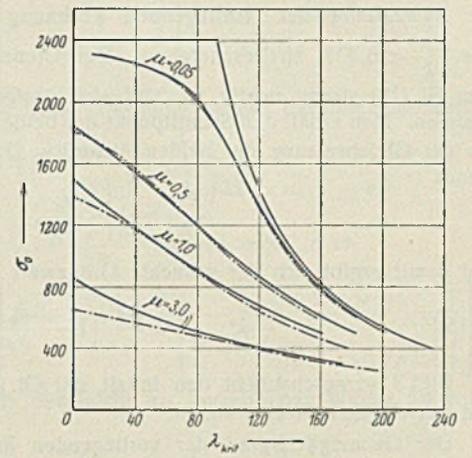


Bild 4.

wird, daß die Achse des elastisch-plastisch verbogenen Stabes nur ganz wenig von einer Sinuslinie abweicht. Die Verwendbarkeit des elastischen Ansatzes (8a) oder (8b) hängt allerdings noch davon ab, ob sich damit ein Wert κ angeben läßt, für den $\frac{d\kappa}{dy_m} = 0$ ist. Bei der Lösung (8a) ist dies nicht der Fall; es ist ja bekannt, daß unter Voraussetzung rein elastischer, endlicher Verformungen bei außermittigem Drucke keine Instabilität der Gleichgewichtslage entstehen kann. Es bleibt nur der Ansatz (8b) für den beabsichtigten Zweck brauchbar, für den bei $\kappa = \frac{\pi}{l}$ tatsächlich $\frac{d\kappa}{dy_m} = 0$ wird. Es entspricht dies der stabilen Gleichgewichtsform nach dem Knicken eines mittig gedrückten Stabes, bei dem für $P = P_k$ die seitliche Ausbiegung unbestimmt wird und sich die Funktion $y_m = f(P)$ in einem unendlich schmalen Gebiete ganz genau so wie ein Maximum verhält. Damit bekommt man

$$y = p + \bar{y}_m \cdot \sin \frac{\pi x}{l}$$

$$\text{und } y'' = -\frac{\pi^2}{l^2} \cdot \bar{y}_m \cdot \sin \frac{\pi x}{l}, y_m'' = -\frac{J_m}{h} = -\frac{\pi^2}{l^2} \cdot \bar{y}_m.$$

Daraus ergibt sich nun

$$(9) \quad y_m = p + \frac{J_m}{h} \cdot \frac{l^2}{\pi^2} \quad \text{und} \quad \frac{dy_m}{dJ_m} = \frac{1}{h} \cdot \frac{l^2}{\pi^2}.$$

Bei einseitigem Fließen, das mit Rücksicht auf die kleinen Ausbiegungen beim Erreichen der kritischen Last hauptsächlich in Frage kommt, ist

$$(10) \quad M_{i,m} = \frac{b h^2}{2} (\sigma_F - \sigma_0) \left[1 - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{J_F - J_0}{J_m}} \right],$$

$$\frac{dM_{i,m}}{dJ_m} = \frac{b h^2}{12} \cdot E \sqrt{\left(\frac{J_F - J_0}{J_m} \right)^3}.$$

Damit lautet das Kriterium für das Entstehen eines Plastizitätsgelenkes in der Stabmitte

$$\frac{b h^2}{12} \cdot E \sqrt{\left(\frac{J_F - J_0}{J_m} \right)^3} = P \cdot \frac{1}{h} \cdot \frac{l^2}{\pi^2};$$

daraus erhält man den Wert $J_{m, \text{krit}}$, bei dem die Stabilität des Stabes erschöpft ist, mit

$$(11) \quad \left\{ \begin{array}{l} J_{m, \text{krit}} = (J_F - J_0) \sqrt[3]{\left(\frac{\pi^2 E J}{P l} \right)^2}, \\ \text{mit (9)} \quad \bar{y}_{m, \text{krit}} = \frac{1}{h} (J_F - J_0) \sqrt[3]{\left(\frac{l E J}{\pi P} \right)^2} \quad \text{und} \\ \text{mit (10)} \quad M_{i, \text{krit}} = \frac{b h^2}{2} (\sigma_F - \sigma_0) \left[1 - \frac{2}{3} \sqrt[3]{\frac{P l^2}{\pi^2 E J}} \right]. \end{array} \right.$$

Nun muß aus Gleichgewichtsgründen $M_{i, \text{krit}} = P y_{m, \text{krit}}$ sein, und man erhält daraus

$$1 - \sqrt[3]{\frac{P l^2}{\pi^2 E J}} = \frac{P h p}{6 J (\sigma_F - \sigma_0)}.$$

Führt man in diese Gleichung $\sigma_0 = \frac{P}{b h}$ ein und bezeichnet mit λ_{krit} dasjenige Schlankheitsverhältnis, das einen gegebenen Wert σ_0 zu einem kritischen macht, so erhält man daraus

$$(12) \quad \lambda_{\text{krit}} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_0} \left[\frac{\sigma_F - \sigma_0 \left(1 + \frac{2p}{h} \right)}{\sigma_F - \sigma_0} \right]^3}.$$

Bezeichnet man das Schlankheitsverhältnis, das eine zentrisch wirkende Druckkraft P zu einer Eulerschen Knicklast macht, mit λ_0 , so ist

$$\lambda_0 = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_0}},$$

und man erhält damit

$$(13) \quad \lambda_{\text{krit}} = \lambda_0 \sqrt{\left[\frac{\sigma_F - \sigma_0 \left(1 + \frac{2p}{h} \right)}{\sigma_F - \sigma_0} \right]^3} = \lambda_0 \psi.$$

Für $p = 0$ wird $\lambda_{\text{krit}} = \lambda_0$; für $p > 0$ wird ψ ein echter Bruch. ψ muß natürlich reell sein; das ist nur dann der Fall, wenn $\sigma_F - \sigma_0 \left(1 + \frac{2p}{h} \right) \geq 0$.

Bei gegebenem p kann daher σ_{krit} den Wert

$$\bar{\sigma}_0 = \frac{\sigma_F}{1 + \frac{2p}{h}}$$

nicht überschreiten.

Auf Grund der Gültigkeitsgrenzen der Gl. (1) tritt ein einseitiges Fließen beim ideal-plastischen Körper nur so lange auf, solange

$$J \leq J_2 = \frac{J_F^2}{J_F - J_0}.$$

Nimmt man an, daß sich bis zum Erreichen dieser Grenze näherungsweise y in der Form (8b) darstellen läßt, so kann damit dem Grenzwert J_2 ein Wert y_{m2} zugeordnet werden, der ebenfalls diesen Grenz-zustand bestimmt; man bekommt aus (9)

$$y_{m2} = p + \frac{l^2}{h \pi^2} \cdot \frac{2 \sigma_F^2}{E (\sigma_F - \sigma_0)}.$$

Aus der Gleichgewichtsbedingung $M_i(J_2) = M_a(J_2)$ berechnet sich nun zu jedem Werte P ein Grenzwert des Schlankheitsverhältnisses λ_2 , der dem Übergange aus einseitigem zu doppelseitigem Fließen zugeordnet ist. Man bekommt

$$(14) \quad \lambda_2^2 = \pi^2 E \left(\frac{1}{\sigma_0} - \frac{1}{\sigma_F} \right) \left[1 + \frac{\sigma_0}{\sigma_F} \left(1 - \frac{6p}{h} \right) - 2 \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_F} \right)^2 \right].$$

Wenn λ_2 reell sein soll, dann muß $1 + \frac{\sigma_0}{\sigma_F} \left(1 - \frac{6p}{h} \right) - 2 \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_F} \right)^2 \geq 0$ sein, und der Wert von σ_0 , der sich bei gegebener Außermittigkeit p dem Werte $\lambda_2 = 0$ zuordnet, berechnet sich mit

$$\bar{\sigma}_0 = \frac{\sigma_F}{4} \left[\left(1 - \frac{6p}{h} \right) \pm \sqrt{\left(1 - \frac{6p}{h} \right)^2 + 8} \right].$$

Aus der gegenseitigen Lage von $\lambda_2(\sigma_0)$ und $\lambda_{\text{krit}}(\sigma_0)$ läßt sich der Gültigkeitsbereich der Gl. (12) erkennen bzw. die Richtigkeit der dort benutzten Annahme feststellen. Aus dem Verlaufe der Linien $\sigma_0(y_m)$, wie sie Chwalla und Jezek angegeben haben, folgt zunächst, daß $\lambda_2 > \lambda_{\text{krit}}$ keinen technischen Sinn hat, und weiter läßt sich erschließen, daß obige Voraussetzungen nur dann zutreffen können, wenn außer $\lambda_{\text{krit}} > \lambda_2$ der Wert λ_{krit} rechts vom Schnittpunkte der beiden Linien $\lambda_{\text{krit}}(\sigma_0)$ und $\lambda_2(\sigma_0)$ liegt. In Bild 2 sind für die Werte $\mu = \frac{p}{l} = 0,1, 1$ und 3 diese beiden Linien aufgetragen. Für $\mu = 1$ deckt sich im Gebiete der praktisch wichtigen Schlankheiten die Linie $\lambda_{\text{krit}}(\sigma_0)$ mit der Linie $\lambda_2(\sigma_0)$, und man kann daraus den Schluß ziehen, daß man bis zu diesem Werte der Außermittigkeit des Lastangriffes mit der Verwendbarkeit der Gl. (12) rechnen kann. Da mit doppelseitigem Fließen naturgemäß größere Verformungen der Stabachse verbunden sind und daher die Voraussetzungen der Näherungsrechnung immer weniger gültig werden, ist zu empfehlen,

die Anwendung der vorliegenden Rechnung auf Werte von $\mu < 1$ bzw. $\frac{p}{h} < 0,30h$ zu beschränken. Der Grenzwert von $\lambda_{krit}(\sigma_0)$, bis zu dem Gl. (12) streng richtig ist, läßt sich übrigens auch ganz genau bestimmen. Man erhält den Schnittpunkt der beiden Linien $\lambda_{krit}(\sigma_0)$ und $\lambda_2(\sigma_0)$ aus der Gleichsetzung der beiden Ausdrücke (12) und (14) und bekommt daraus

$$\frac{2p}{h} = 1 - \frac{\sigma_0}{\sigma_F},$$

und damit ergibt sich der gesuchte Grenzwert $\lambda_{krit, 2}$ mit

$$(15) \quad \lambda_{krit, 2}^2 = \frac{\pi^2 E}{\sigma_0} \left(1 - \frac{\sigma_0}{\sigma_F}\right)^3.$$

Bild 3 veranschaulicht den Inhalt der Gl. (12) für $\sigma_F = 2400 \text{ kg/cm}^2$ und verschiedene Werte von μ .

Der Genauigkeitsgrad der vorliegenden Rechnung und damit ihre Brauchbarkeit kann nur durch Vergleich mit einer genaueren Theorie geprüft werden, die die vereinfachenden Annahmen nicht macht. In der bereits erwähnten Arbeit von Ježek [4] sind die Linien $\lambda_{krit}(\sigma_0)$ für verschiedene Werte von μ unter Berücksichtigung der genauen Form der Stabkrümmung auf Grund der Differentialgleichungen (3) berechnet worden. In Bild 4 sind die Ergebnisse der Näherungsrechnung den genauen Werten gegenübergestellt, und es zeigt sich eine befriedigende Übereinstimmung, besonders im Bereiche der praktisch wichtigsten Schlankheitsverhältnisse λ zwischen 50 und 100. Bei größeren Werten p ist erwartungsgemäß die Übereinstimmung weniger gut, aber auch hier können mit um so größerer Berechtigung die vorhandenen kleinen Abweichungen zugelassen werden, als die Ermittlung der Größe p aus den gegebenen konstruktiven Verhältnissen in der Regel auch nicht in ganz klarer und scharfer Weise möglich ist und über ein Abschätzen und Einfangen in Grenzen selten hinausgehen wird.

Auf einem ähnlichen Grundgedanken wie das hier erläuterte Näherungsverfahren beruht auch das von Roß [6] und Brunner entwickelte T.K.V.S.B.-Verfahren; nur bestimmt es die kritischen Schlankheiten bei gegebener Grundspannung σ_0 auf einem in der Hauptsache zeichnerischen Wege. In besserer Übereinstimmung mit den tatsächlichen Verhältnissen wird nicht der ideal-plastische Körper, sondern eine normierte Spannungs-Dehnungs-Linie des untersuchten Stahls berücksichtigt, allerdings muß darauf hingewiesen werden, daß die Fließlänge dieser Stähle als eine ungewöhnlich geringe bezeichnet werden muß, wodurch natürlich stärkere Abweichungen gegenüber einem ideal-plastischen Verhalten in Erscheinung treten müssen, als sie durch das tatsächliche Verhalten des Baustoffes gerechtfertigt sind.

Die genauesten und gründlichsten Untersuchungen über diese Frage rühren, wie bereits erwähnt, von Chwalla [1] her; Chwalla hat seine Berechnungen dieselbe Arbeitslinie des Baustahls zugrunde gelegt wie Roß-Brunner und gezeigt, daß die T.K.V.S.B.-Linien seine genauen Ergebnisse gut wiedergeben. Als Maß der Außermittigkeit des Lastangriffes benutzt er das Verhältnis $\nu = \frac{p}{k}$, wobei k die Kernweite des Querschnitts

auf der dem Lastangriff gegenüberliegenden Seite bedeutet. Zum Vergleich mit diesen strengen Untersuchungen sind in Bild 5 seine Linien mit denen aus Gl. (12) für einige kennzeichnende Werte von ν gegenübergestellt worden, und es zeigt sich im Bereiche der praktisch-wichtigen Schlankheiten ebenfalls eine befriedigende Übereinstimmung. Die größeren Abweichungen bei kleinen Schlankheiten rühren von der Vernachlässigung der Verfestigung her.

Die gute Übereinstimmung der Gl. (12) mit den genauen Verfahren von Chwalla und Ježek begründet daher ausreichend die Zulässigkeit des hier entwickelten Näherungsverfahrens; dabei mag noch auf die Möglichkeit hingewiesen werden, auf leichte Art andere Querschnittsformen als den gewöhnlich angenommenen Rechtecksquerschnitt zu erfassen, da es dabei nur mehr auf die Bestimmung der zu jeder Querschnittsform zugehörigen Funktion $M_i(\lambda)$ ankommt.

[6] Roß, Die Bemessung zentrisch und exzentrisch gedrückter Stäbe auf Knickung. Bericht über die II. internationale Tagung für Brückenbau und Hochbau in Wien 1928, Seite 282.

B. Plötzlich eintretende Plastizierung des ganzen Querschnittes.

Neuere Versuche, vor allem die von Thum und Wunderlich [7] haben jedoch gezeigt, daß die physikalischen Voraussetzungen der älteren Plastizitätstheorie nicht völlig zutreffen und eine andere Fassung der Plastizitätsbedingung erfordern, wenn man mit ihnen in Übereinstimmung kommen will. Die „ältere Fließbedingung“ bei einachsigen Spannungszuständen $\sigma = \sigma_F$ reicht zu einer genaueren Beschreibung der Vorgänge beim Vorhandensein ungleichartiger Spannungsfelder nicht aus und muß in der Art erweitert werden, daß sie einmal das Eintreten des Fließens von der Spannungsverteilung im ganzen Querschnitt abhängig macht, andererseits die bereits vielfach beobachtete Erscheinung der elastischen Spannungsüberhöhung in den Spannungsspitzen über die einachsige Fließgrenze σ_F hinaus erfaßt. Von den verschiedenen Ansätzen für eine Fließbedingung bei ungleichartigen Spannungszuständen ist wegen ihres anschaulichen physikalischen Inhaltes vor allem die von Prager [8], Göttingen, zu erwähnen; er hat auf Grund der bereits erwähnten Versuche von Thum und Wunderlich für den Fall der Biegung ohne Längskraft (technische Balkenbiegung) die Größe der elastischen Spannungsüberhöhung in den Spannungsspitzen so festgelegt, daß sich das Moment der inneren Spannungen M_i beim Fließvorgang, der plötzlich in der ganzen Höhe des Querschnittes einsetzt, nicht ändert. Bezeichnet man die Spannungserhöhung am Rande über σ_F hinaus mit $\Delta\sigma_F$, so bleibt danach bis zu einer Randspannung $\sigma_F + \Delta\sigma_F$ der Spannungs- und Formänderungszustand rein elastisch, und es ist daher für den Rechtecksquerschnitt

$$M_{iE} = \frac{1}{6} \cdot b h^2 (\sigma_F + \Delta\sigma_F).$$

Nach dem Fließen ist die Spannungsverteilung nicht mehr dreieckig, sondern durch ein Zug- und ein Druckrechteck von der Höhe σ_F dargestellt, so daß im Verlaufe dieses Vorganges in den überspannten Querschnittsteilen eine Spannungsentlastung auf σ_F erfolgt, während sie in den unterbelasteten Querschnittsteilen durch einen plötzlichen, ruckweise erfolgenden Formänderungszuwachs auf σ_F ansteigt. Es ist daher nach dem Fließen

$$M_{iF} = \frac{1}{4} \cdot b h^2 \sigma_F.$$

Mit der Fließbedingung $M_{iE} = M_{iF}$ berechnet sich für den Fall des Rechtecksquerschnittes

$$(16) \quad \Delta\sigma_F = \frac{1}{2} \cdot \sigma_F,$$

was mit den Versuchen, die $\Delta\sigma_F$ mit 40 bis 60% von σ_F ergaben, in befriedigender Weise in Übereinstimmung steht. Für andere Querschnittsformen liefert diese Fließbedingung in ähnlicher Weise

$$(16a) \quad \Delta\sigma_F = \sigma_F \left(\frac{S}{W} - 1 \right),$$

wobei S das statische Moment der beiden Querschnittshälften, bezogen auf die Null-Linie, und W das Querschnittswiderstandsmoment bedeutet. Auch diese allgemeinere Bedingung steht mit den Versuchen [7] gut im Einklange.

Bei der Erweiterung dieser Fließbedingungen auf den Fall des außer-mittigen Druckes ist der von der Biegung herrührende Spannungsanteil der inneren Randspannung im Augenblick vor dem Fließen $\sigma_F + \Delta\sigma_F - \sigma_0$ und daher der Wert des Momentes der inneren Spannungen bei einem Rechtecksquerschnitt

$$(17) \quad M_{iE} = \frac{1}{6} \cdot b h^2 (\sigma_F + \Delta\sigma_F - \sigma_0).$$

Nach der völligen Plastizierung des ganzen Querschnittes besteht die Spannungsfläche aus einem Biegungszug- und einem Biegungsdruckrechtecke, die gleichen Flächeninhalt haben müssen und durch einen Spannungssprung von der Höhe $2\sigma_F$ im Abstände a von der Nulllinie zustande kommen. Aus der Gleichheit der Zug- und der Druckfläche ergibt sich

$$a = \frac{h}{2} \cdot \frac{\sigma_0}{\sigma_F},$$

und aus (1c) erhält man mit $\Delta = \infty$ den zugehörigen Wert des Momentes der inneren Spannungen nach dem Fließen

$$(18) \quad M_{iF} = M_T = \frac{1}{4} \cdot b h^2 \sigma_F \left[1 - \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_F} \right)^2 \right].$$

Die Gleichsetzung von M_{iE} und M_{iF} liefert wieder die Plastizitätsbedingung und den Wert der elastischen Spannungsüberhöhung mit

$$(19) \quad \Delta\sigma_F = \sigma_0 + \frac{\sigma_F}{2} \left[1 - 3 \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_F} \right)^2 \right].$$

Für $\sigma_0 = 0$ erhält man daraus den Wert (16) für den Fall der Biegung ohne Längskraft, für $\sigma_0 = \sigma_F$ verschwindet die Inhomogenität des Spannungs-

[7] Thum und Wunderlich, Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, Bd. 3 (1932), S. 261.

[8] Prager, Göttingen, Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, Bd. 4 (1933), S. 95.

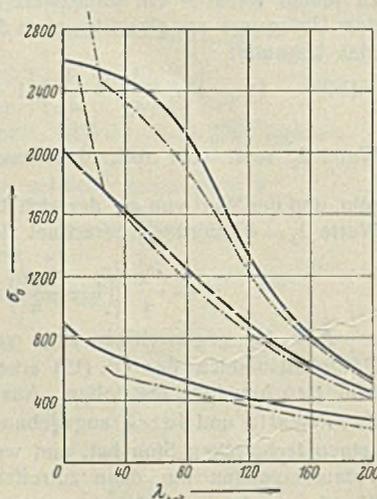


Bild 5.

zustandes, und es muß sich daher aus (19) der Wert $\Delta\sigma_F = 0$ ergeben. Gl. (19) schließt die Möglichkeit zu elastischen Spannungs- und Formänderungszuständen ab, und da eine Stelle, für die sie erfüllt ist, für die weitere Verformung wie ein Plastizitätsgelenk wirkt, ist damit im Falle des außermittig gedrückten Stabes die Tragfähigkeit erschöpft.

Bei der Außermittigkeit p des Lastangriffes ist nach (8a)

$$y = y_m \left(\cos \frac{x l}{2} \cdot \cos x x + \sin \frac{x l}{2} \cdot \sin x x \right)$$

und für die Stabmitte

$$y_m = p \cdot \sec \frac{x l}{2}$$

Das Moment der äußeren Kräfte ist dort $P y_m$ und daher die innere Randspannung bei rein elastischer Verformung

$$\max \sigma = \sigma_0 + \frac{P y_m}{W}$$

die den Wert $\sigma_F + \Delta\sigma_F$ nicht überschreiten darf. Aus

$$\sigma_0 + \frac{P y_m}{W} = \sigma_F + \Delta\sigma_F$$

erhält man mit Hilfe von (19)

$$(20) \quad \cos \frac{x l}{2} = \frac{4 \sigma_0 p}{h \sigma_F \left[1 - \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_F} \right)^2 \right]}$$

Dasselbe Ergebnis bekommt man natürlich auch, wenn man $P y_m = M_{iF}$ setzt. Die Berechnung von σ_0 bzw. von λ aus Gl. (20) gestaltet sich insofern ein wenig schwieriger, als die Gleichung transzendent ist; man kann jedoch diese rechnermäßigen Schwierigkeiten mit genügender Genauigkeit umgehen, wenn man $\cos \frac{x l}{2}$ nach einer Reihe entwickelt und mit dem dritten Gliede abbricht. Dabei ergibt sich

$$\cos \frac{x l}{2} = 1 - \frac{l^2}{8} \cdot \frac{P}{EJ} + \frac{l^4}{384} \left(\frac{P}{EJ} \right)^2$$

Nach Einführung des Schlankheitsverhältnisses $\lambda = \frac{l}{i}$ erhält man

$$\cos \frac{x l}{2} = 1 - \frac{\sigma_0}{8 E} \cdot \lambda^2 + \frac{\sigma_0^2}{384 E^2} \cdot \lambda^4$$

Setzt man diesen Wert in Gl. (20) ein, so ergibt sich

$$(21) \quad \lambda_{krit}^2 = \frac{24 E}{\sigma_0} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2}{3} \left\{ 1 - \frac{4 \sigma_0 p}{h \sigma_F \left[1 - \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_F} \right)^2 \right] \right\}} \right]$$

Für $p = 0$ muß man aus dieser Gleichung nahezu die Eulersche Knicklast erhalten; es ist

$$\lambda^2(0) = \frac{24 E}{\sigma_0} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = \frac{17,568}{1,732} \cdot \frac{E}{\sigma_0} = \frac{E \pi^2}{\sigma_0}$$

Führt man wieder $\mu = \frac{p}{i} = \frac{2 p \sqrt{3}}{h}$ ein, so erhält man

$$(21a) \quad \lambda_{krit}^2 = \frac{24 E}{\sigma_0} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2}{3} \left\{ 1 - \frac{2 \sigma_0 \mu}{\sqrt{3} \sigma_F \left[1 - \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_F} \right)^2 \right] \right\}} \right]$$

Zu $\lambda_{krit} = 0$ ordnet sich der leicht zu berechnende Wert $\sigma_0(0)$ zu, der sich mit

$$\sigma_0(0) = \frac{\mu \sigma_F}{\sqrt{3}} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{3}{\mu^2}} \right]$$

ergibt.

In Bild 6 ist der Inhalt der Gl. (21a) dargestellt; gleichzeitig sind gestrichelt die Werte $\lambda_{krit}(\sigma_0)$ eingetragen, wie sie Jezek streng auf der

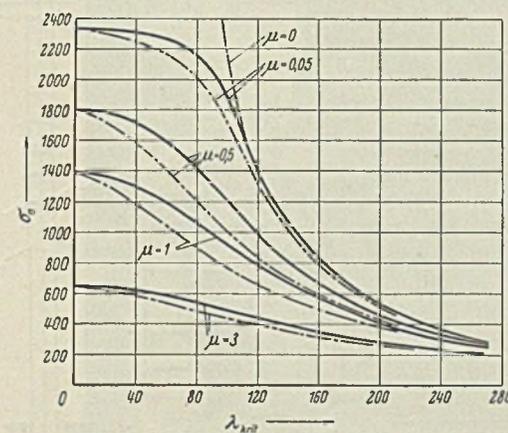


Bild 6.

Grundlage der Plastizitätsbedingung A ermittelt hat. Sie zeigt daher auch den Einfluß der Fließbedingung auf das Rechenergebnis; welche Gesetzmäßigkeit die richtigere ist, kann natürlich nur auf Grund von Versuchen entschieden werden, und es soll einer ergänzenden Arbeit vorbehalten sein, die vorliegenden Versuche in bezug auf ihre Einordnung in die gewonnenen Ergebnisse zu prüfen.

Alle Rechte vorbehalten.

Stahlbauwerke der Zinkerzröstanlage für die Zinkelektrolyse G. m. b. H. in Magdeburg-Rothensee.

Von H. Schmulde, V.D.I., Köln-Kalk.

(Schluß aus Heft 17.)

Der bemerkenswerteste Teil der Gesamtanlage ist die Gassammelleitung (Bild 7). Von jedem der vier Röstöfen werden die Gase durch je zwei gußeiserne Rohre, also insgesamt acht Rohre von 1000 mm lichtigem Durchmesser, der Gassammelleitung zugeführt und von hier aus durch drei weitere gußeiserne Rohre weitergeleitet. Bis zu etwa 500° beträgt die Temperatur der Gase in der Sammelleitung. Die Hauptforderungen, die an diese Gassammelleitung gestellt wurden, waren erstens Gasdichtigkeit und zweitens Widerstand gegen die hohe Temperatur. Die erste Forderung konnte nur durch einen entsprechenden Stahlblechmantel und die zweite durch Isoliersteinausmauerung erreicht werden. Die Ausmauerung ist 12 cm dick und besteht aus außerordentlich harten und sehr spröden Steinen, die nur sehr schwer zu bearbeiten sind. Außerdem sollte die Innenfläche der Ausmauerung so glatt wie nur eben möglich sein. Der Stahlblechmantel durfte also an der Innenseite keinerlei Vorsprünge haben, weder durch die notwendigen Aussteifungen, noch durch überlappte Stoßverbindungen und auch nicht durch Niet- oder Schraubenköpfe. Diese Forderungen waren am vollkommensten durch elektrische Stumpfnahschweißung zu erreichen.

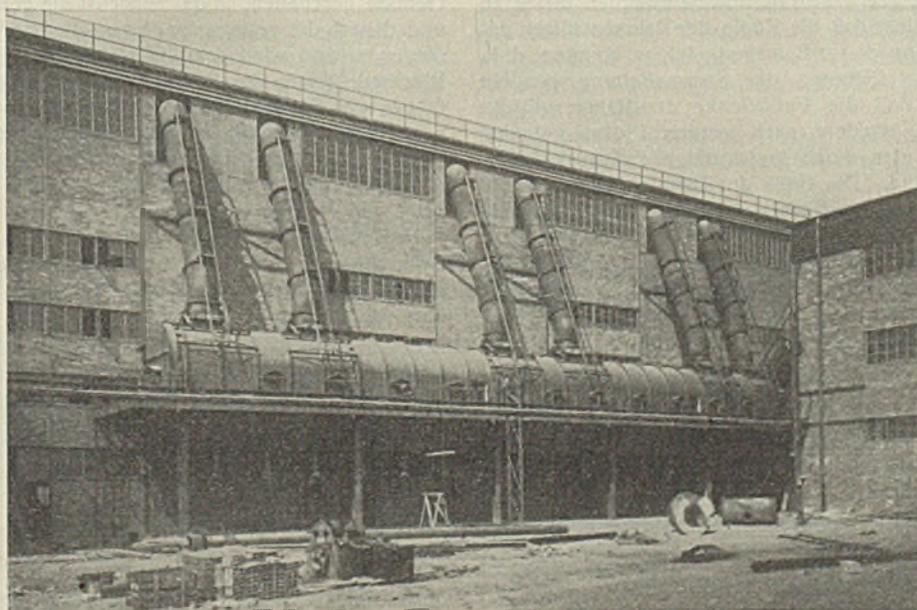


Bild 7. Gesamtansicht der geschweißten Gassammelleitung.

Bei den großen Abmessungen der Sammelleitung ergaben sich aber für die Lösung der damit gestellten Aufgabe eine ganze Reihe von Fragen, auf die keinerlei ähnlich geartete Vorbilder irgendwelche Antwort geben konnten. Es mußten also für die Durchführung der Arbeit neue Wege gesucht und gefunden werden.

Die Gesamtlänge der Leitung ist 53 m. Bild 8 zeigt den Querschnitt. Dieser ähnelt einer Ballonform; er ist 2,760 m breit und 4,360 m hoch. Die nach unten enger zu laufende Form wurde gewählt, um den im Gas mitgeführten Staub zu sammeln und durch untere Öffnungen leicht abziehen zu können. Zum Blechmantel wurden Bleche in Handlungsgüte von 8 mm Dicke gewählt. Die erforderlichen Aussteifungsringe sind außen um den Mantel herumgezogen und bestehen im oberen Teil aus $\square 12$ und im unteren Teil aus $\square 120 \cdot 80 \cdot 10$. Sie sind in Abständen von 1,3 m angeordnet.

Der angesammelte Staub muß von Zeit zu Zeit nach unten in besondere Kastenwagen abgezogen werden. Infolgedessen mußte die Sammelleitung entsprechend hoch verlagert werden. Die Verlagerung erfolgte auf besonderen Rahmenstützen, wie sie Bild 8 zeigt. Von diesen

Rahmenstützen wurden neun Stück in Abständen von je 6,5 m angeordnet. Sie sind als Zweigelenrahmen mit Fußgelenken ausgebildet. Die beiden Stiele sind über den Querriegel hinaus nach oben verlängert, womit die Rahmenstützen H-Form erhielten. Über jeder Rahmenstütze sind nun die Aussteifungsringe der Sammelleitung doppelt angeordnet und mit Stützfüßen versehen, die auf die Köpfe der verlängerten Rahmenstiele aufgestellt und mit diesen verschraubt wurden. Die in ungefährer Höhe der Stützenfüße der Sammelleitung an den Rahmenstielen vorgesehenen

Die großen Abmessungen der Sammelleitung bedingten, daß sowohl Bleche wie Aussteifungsringe nur in einzelne Stücke zerlegt versandt und erst auf der Baustelle geschweißt werden konnten. Um gutes Passen zu gewährleisten, wurden in der Werkstatt die Blech- und Ringstücke genau auf Form gebogen und verpaßt.

Bei der Aufteilung der Bleche und ihrer versandmöglichen Zusammensetzung wurde in besonderem Maße auf einfachen und billigen Zusammenbau auf der Baustelle hingearbeitet; sie wurde so getroffen, daß der Zusammenbau ohne Hilfsgerüste erfolgen konnte. Hierzu wurde das untere trogförmige Mantelstück *b-c-d-e* des Querschnittes (Bild 8) aus einem Stück Blech gebogen und bereits in der Werkstatt zu

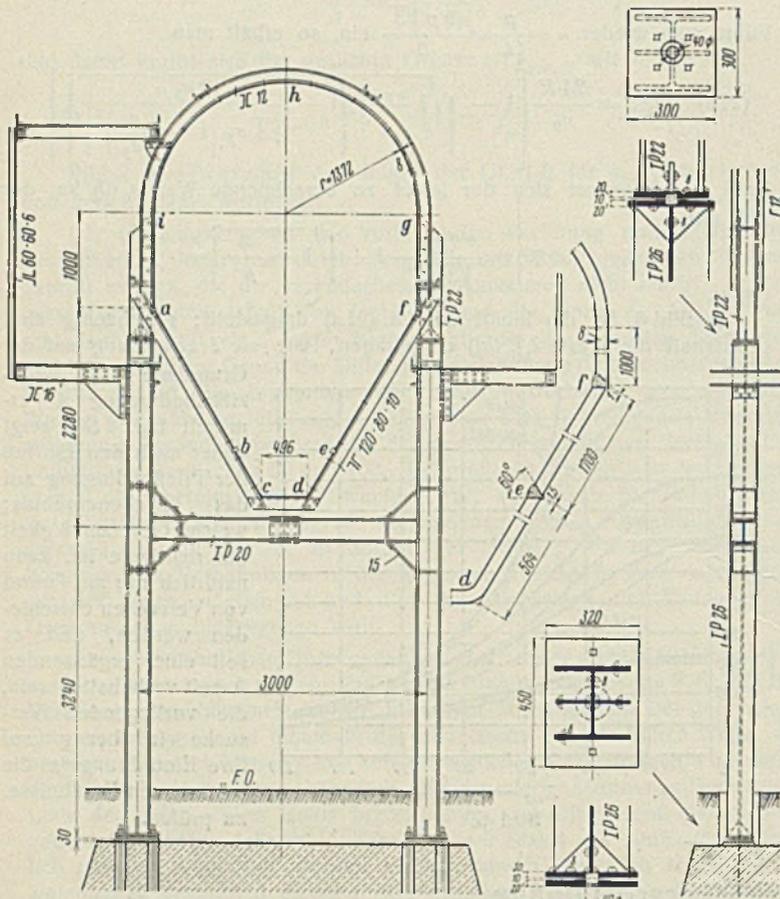


Bild 8. Querschnitt und Abstüzung der Gassammelleitung.

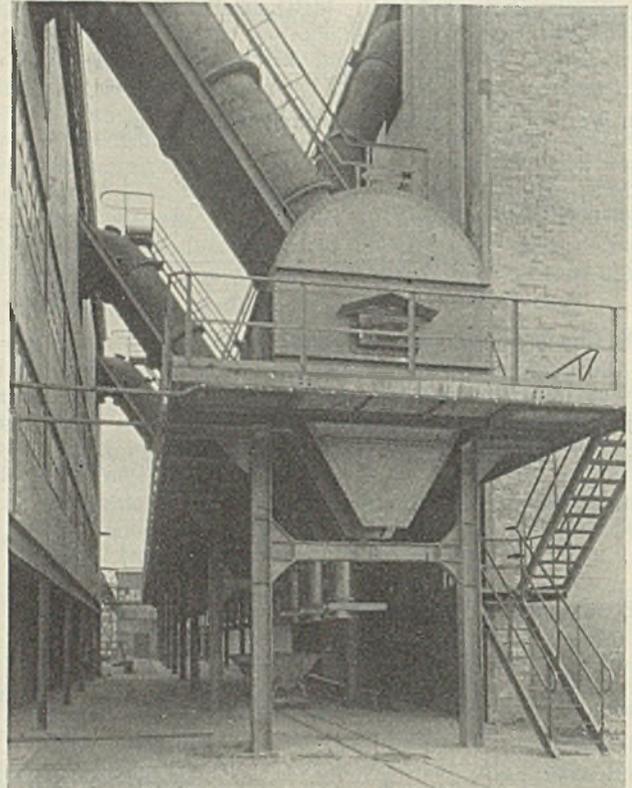


Bild 9. Endabschluß und Laufstege der Gassammelleitung.

Konsolen tragen einen Riffblechlaufsteg, der jedoch mit der Sammelleitung nicht verbunden ist. Auch die Rahmenstützen wurden in geschweißter Konstruktion ausgeführt, wobei für die Stiele IP 26 und für die Riegel IP 24 verwendet wurden.

Um die Rahmenstützen versenden zu können, mußte in der Riegelmitte ein Stoß vorgesehen werden, der auf der Baustelle mit Laschen vernietet wurde. Bild 9 zeigt den Endabschluß der Sammelleitung mit den Laufstegen und läßt die ansprechende Form der Abstüzung erkennen.

Durch die hohen und schwankenden Temperaturen in der Gassammelleitung ist mit einem fast ständigen Wachsen und Schrumpfen dieser zu rechnen. Es war also erforderlich, daß die Köpfe der Rahmenstützen mit den Auflagern der Sammelleitung dieser Bewegung folgen konnten, d. h. die Rahmenstützen mußten in Richtung der Sammelleitung pendeln können. Hieraus ergab sich, daß die Fußgelenke der Rahmenstützen nicht nur in der Rahmenebene, sondern auch senkrecht dazu gelenkig sein mußten. Erreicht wurde dies durch kreisförmige Fußdruckplatten, wie sie in Bild 8 dargestellt sind. Die Füße der Rahmenstützen liegen etwas unter Flur, sind aber in kleine Schächte eingesetzt, die mit Weichasphalt ausgegossen sind.

Zur Sicherung der in Längsrichtung der Sammelleitung pendelnden Rahmenstützen gegen Umfallen und waagerechte Kräfte wurden die beiden Stiele einer Rahmenstütze mit Längsportalen ausgerüstet. Bild 10 zeigt in schematischem Gesamtbild die Verteilung der beweglichen Rahmenstützen sowie die Längsportale. Auch diese Längsportale sind in geschweißter Konstruktion, jedoch aus Breitstahl hergestellt. Die Montageverbindungen sind genietet. Bild 11 zeigt Einzelheiten der konstruktiven Aus-

einem 6,5 m langen Stück zusammenschweißt. Nachdem nun auf der Baustelle zwei Stützrahmen mit Längsportalen errichtet waren, wurden auf die Stützrahmenköpfe Aussteifungsringe aufgesetzt und verschraubt. In diese Aussteifungsringe wurde nun das 6,5 m lange, trogförmige Mantelstück hineingelegt und die zwischen den beiden benachbarten Stützrahmen vorgesehenen vier Stück Aussteifungsringe darüber geschoben. Nach behelfsmäßiger Befestigung der Enden des Manteltrogstückes *b-c-d-e* an den Aussteifungsringen auf den Stützrahmen wurden die Zwischenringe auf das Trogstück richtig verteilt und ebenfalls behelfsmäßig befestigt. Damit war von Stützrahmen zu Stützrahmen ein korbartiges Gebilde geschaffen, in das zunächst die geraden Mantelteile *a-b* und *f-e* und danach die gebogenen oberen Blechteile *f-g-h-i-a* nacheinander eingebaut und wiederum behelfsmäßig befestigt wurden. Die einzelnen Blechteile waren damit durch die Aussteifungsringe im Verlauf des Umfanges der Sammelleitung in genaue Lage zueinander gebracht, jedoch noch nicht in der Längsrichtung gegeneinander ausgerichtet und gesichert. Dies geschah durch vereinzelt kurze Doppelachsen, die über die Rundnahtfugen gelegt und mit zwei Schrauben befestigt wurden. Bild 12 zeigt den Montagevorgang.

In dieser Art wurde die ganze Länge der Sammelleitung aufgebaut und dann ausgerichtet. Hiernach wurden die Stumpfnahte des Blech-

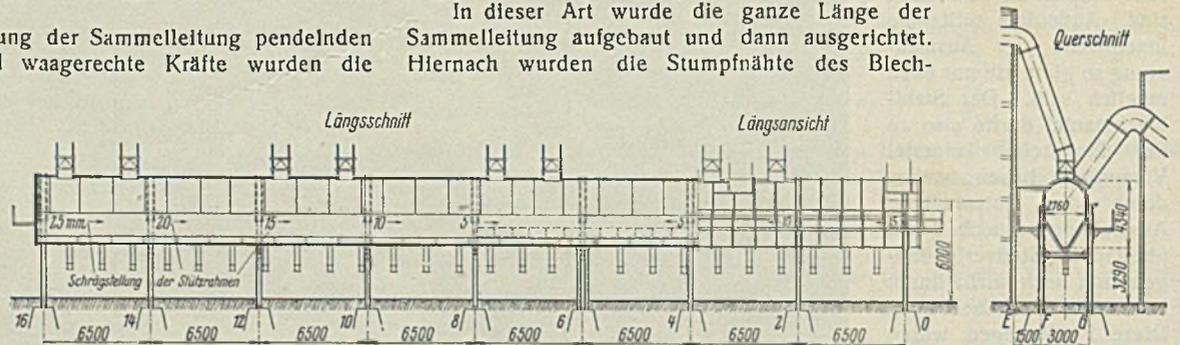


Bild 10. Schematisches Gesamtbild der Gassammelleitung.

mantels und die Kehlnähte für die Verbindung mit den Aussteifungsringen angebracht.

Sämtliche Stumpfnähte des Blechmantels sind als V-Nähte ausgeführt und an der Wurzel nachgeschweißt. Ein Verstemmen der Nähte ist nicht vorgenommen worden. Damit die Verschweißung der Stumpfnäht gut und möglichst nur von oben nach unten auszuführen war, sind die großen Weiten der V-Nähte soweit als möglich nach oben zu angeordnet. Damit ergab sich, daß die Verschweißung des Querschnittes (Bild 8) im Bereich des Teiles $i-h-g$ von außen und die des Teiles $i-a-b-c-d-e-f-g$ von innen zu erfolgen hatte. Alle Schweißarbeiten, sowohl in der Werkstatt wie auf der Baustelle, wurden mit Humboldt-Elektroden H 1 von 4 ÷ 5 und 6 mm Durchmesser ausgeführt. Die mit diesen Elektroden geschweißten Nähte ergeben weit günstigere Werte, als sie nach der neuen Ausgabe der DIN 4100 erforderlich sind. Die erzielte Durchschnitts-

Die Gesamtlieferung umfaßte etwa 950 t, wovon etwa 760 t auf die Gebäude- und etwa 190 t auf die Bunker- und Blechkonstruktionen entfielen.

Mit dem Aufbau der Gesamtanlage wurde am 1. Oktober 1933 begonnen, beendet wurde sie am 31. Mai 1934. Mehr und weniger strenge Frosttage im Winter 1933/34 konnten den Aufbau der Stahlkonstruktion wohl im Tempo hemmen, nicht aber völlig unmöglich machen, so daß er in nur acht Monaten erledigt werden konnte.

Gegen Ende 1934 konnte die Anlage in Betrieb genommen werden. Inzwischen gestiegene Anforderungen machten es notwendig, für später geplante Erweiterungen innerer Einrichtungen schon jetzt ausführen zu lassen. Wenn auch diese Erweiterungsmöglichkeit schon bei dem Entwurf der Gesamtanlage berücksichtigt war, so ist es doch in der Hauptsache

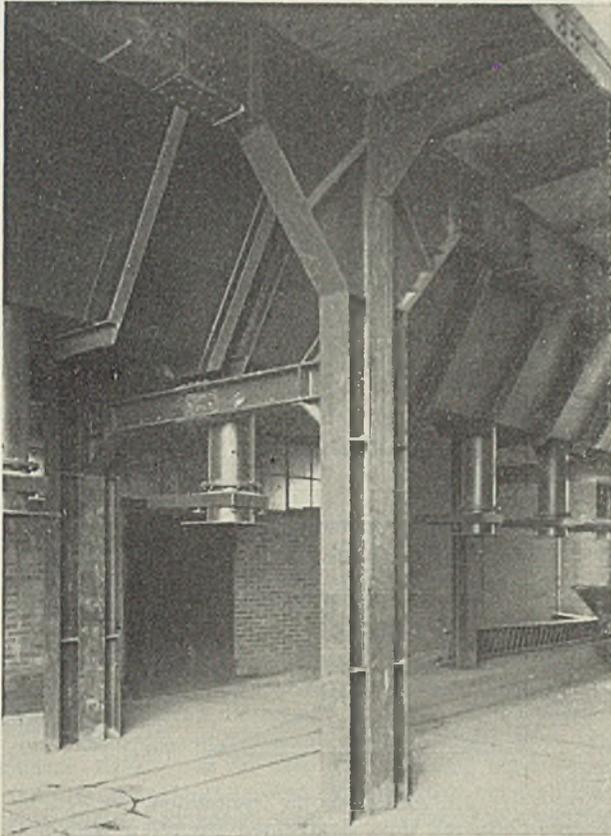


Bild 11. Längsportale in der Abstützung der Gassammelleitung.

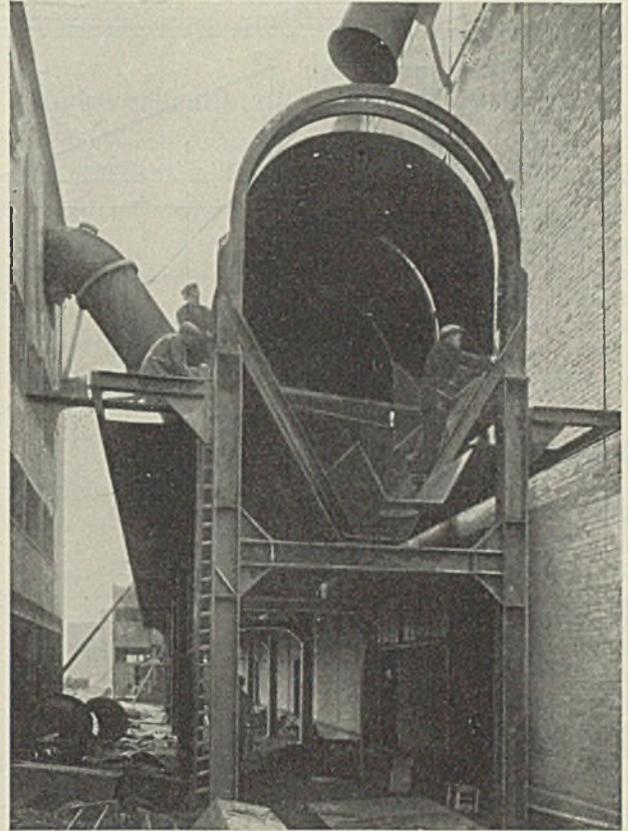


Bild 12. Montage der Gassammelleitung.

festigkeit ist nachweislich 40 kg/mm² und der Biegewinkel 100° entsprechend § 6b Bild 10 der DIN 4100.

Es wurde mit drei Schweißaggregaten gleichzeitig gearbeitet, jedes Aggregat für eine Schweißstelle. Zu schweißen waren etwa 500 m Stumpfnähte mit $a = 8$ mm und etwa 1200 m leichte Kehlnähte mit $a = 5$ mm, insgesamt etwa 1700 m. Die Durchschnittsleistung der Schweißer auf der Baustelle war etwa 1,1 m/h.

Das Gesamtgewicht der Blechkonstruktion der Sammelleitung mit Aussteifungsringen ist etwa 50 t, das der Stützrahmen, Laufstege, Treppen usw. etwa 65 t. Für die Blechkonstruktion der Sammelleitung ergaben sich damit etwa 31 m Schweißnaht auf 1 t Konstruktion.

Außer den in diesem Aufsatz im einzelnen behandelten Stahlbauwerken wurde noch eine Anzahl anderer für die Röstanlage ausgeführt.

der gewählten Stahlbauweise zuzuschreiben, daß die Erweiterung ohne einschneidende Störung durchführbar wurde. Der Einbau der neuen Teile beeinflusste den Betrieb kaum merklich, da sie in der Werkstatt fertig vorgefertigt waren und an Ort und Stelle nur zusammengesetzt werden brauchten. Dieser Vorteil der Stahlbauweise, also die weitgehende Verlegung der Bearbeitungsprozesse, insbesondere die Entlastung der Baustelle oder des Betriebes, wäre bei einer anderen Bauweise nicht möglich gewesen. Mit der Durchbildung der Anlage wurden nicht nur die sehr weitgehenden Forderungen des Betriebsfachmannes erfüllt, auch den berechtigten Anforderungen des Architekten konnte in vollem Maße Rechnung getragen werden.

Ausgeführt wurde die Anlage von der Abteilung Eisen- und Brückenbau der Humboldt-Deutzmotoren AG. in Köln-Kalk.

Alle Rechte vorbehalten.

Eckauswinkelung von Gärten und Bunkern.

Von H. Hillebrand, Berlin.

Die rechnerische bzw. zeichnerische Ermittlung der Eckauswinkelung ist bei der Anfertigung der Werkstattzeichnungen von Gärten und Bunkern erforderlich. Nach der in jedem Handbuch wiederkehrenden Methode ist die Bestimmung der Auswinkelung, zeichnerisch durch maßstäbliches Auftragen der gegebenen Maße und rechnerisch durch mehrfaches Aufsuchen von Winkelfunktionen, zeitraubend und umständlich. Ich möchte nachstehend auf ein einfacheres Verfahren hinweisen, bei dem die Winkel ohne Nebenarbeit direkt bestimmt werden können.

I. Ableitung für Pyramiden, deren Seiten einen \sphericalangle von 90° bilden.

Gegeben: a , b und h (Bild 1).

1. Errichte $h = I \div III \perp I \div II$.

$II \div III = c =$ wahre Gratlänge.

2. Lege beliebig Schnitt $IV \div V \perp I \div II$.

3. Errichte $VI \div VII \perp II \div III$.

4. Schlage mit $VI \div VII$ als Radius den Kreis nach VIII.

Die Eckauswinkelung ist dann der von $IV \div VIII \div V$ eingeschlossene Winkel.

$$II \div III = c = \sqrt{a^2 + b^2 + h^2}; \quad IV \div VI = v;$$

$$V \div VI = w; \quad VI \div VII = z;$$

$$\frac{v}{II \div VI} = \frac{a}{b}; \quad \frac{w}{II \div VI} = \frac{b}{a}; \quad \frac{z}{II \div VI} = \frac{h}{c}.$$

Wird $II \div VI = 1$, so ist $v = \frac{a}{b}; \quad w = \frac{b}{a}; \quad z = \frac{h}{c}.$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{y}{x} = \operatorname{tg}(\beta + \gamma) \text{ (Bild 2)} \\ &= \frac{\operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma}{1 - \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma} = \frac{\frac{z}{v} + \frac{z}{w}}{1 - \frac{z}{v} \cdot \frac{z}{w}} = \frac{z_w + z_v}{v_w - z^2} \end{aligned}$$

Obige Werte eingesetzt, ergibt:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x} = \frac{\frac{hb}{ca} + \frac{ha}{cb}}{\frac{ab}{ba} - \frac{h^2}{c^2}} = \frac{h(a^2 + b^2)}{abc} = \frac{hc(a^2 + b^2)}{ab(c^2 - h^2)}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 + h^2; \quad a^2 + b^2 = c^2 - h^2.$$

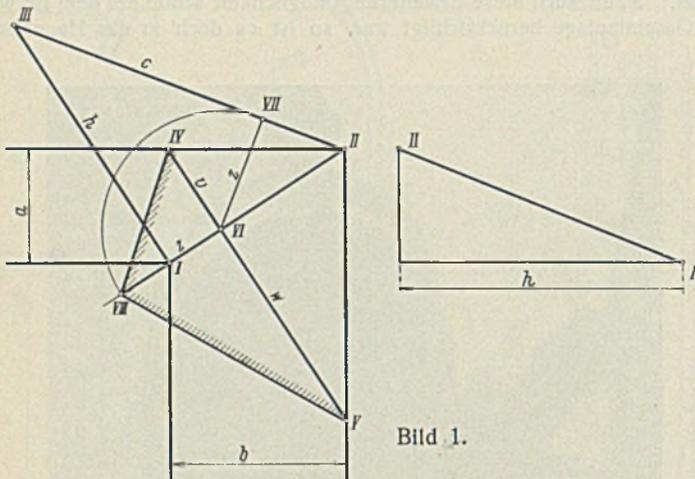


Bild 1.

Folglich

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x} = \frac{hc}{ab}$$

Die Größe x oder y kann beliebig angenommen werden.

$$\operatorname{tg} \eta = \frac{v}{z} = \frac{ac}{bh}$$

$$\operatorname{tg} \epsilon = \frac{w}{z} = \frac{bc}{ah}$$

Anwendung.

a) Rechnerisch.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{hc}{ab}; \quad \text{hieraus } \sphericalangle \alpha$$

und die Gesamtauswinkelung $180^\circ - \alpha$.

$$\operatorname{tg} \eta = \frac{ac}{bh}; \quad \operatorname{tg} \epsilon = \frac{bc}{ah};$$

hieraus $\sphericalangle \eta$ und $\sphericalangle \epsilon$.

b) Zeichnerisch.

Gegeben: $a = 2,5 \text{ m}; \quad b = 4,0 \text{ m}; \quad h = 6,5 \text{ m}$
 $c = \sqrt{2,5^2 + 4,0^2 + 6,5^2} = 8,03 \text{ m}$
 $y = \frac{hc}{ab} = \frac{6,5 \cdot 8,03}{2,5 \cdot 4,0} = 5,22$
 x angenommen 50 mm
 $y = 50 \cdot 5,22 = 261 \text{ mm}$ (Bild 3).

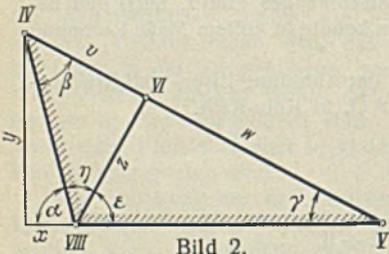


Bild 2.

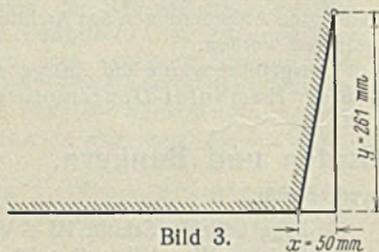


Bild 3.

Sollte z. B. bei Graten die Bestimmung der $\sphericalangle \eta$ und $\sphericalangle \epsilon$ erforderlich sein, so ergibt:

$$\frac{v}{z} = \frac{ac}{bh} = \frac{2,5 \cdot 8,03}{4,0 \cdot 6,5} = 0,773$$

$$\frac{w}{z} = \frac{bc}{ah} = \frac{4,0 \cdot 8,03}{2,5 \cdot 6,5} = 1,98$$

z angenommen 100 mm
 $v = 77,3 \text{ mm}; \quad w = 198 \text{ mm}$ (Bild 4).

Vorstehende Rechnungen können bei genügender Genauigkeit mit dem Rechenschieber ausgeführt werden.

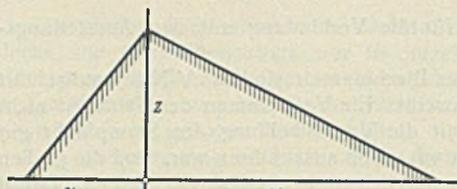


Bild 4.

Die angenommenen Maße richten sich nach dem vorhandenen Platz auf der Zeichnung, werden aber mit $x = 50 \text{ mm}$ und $z = 100 \text{ mm}$ in den meisten Fällen ausreichend sein.

II. Ableitung für Pyramiden, deren Seiten schiefe Winkel bilden.

Gegeben: a, b, c, f und h (Bild 5).
 Konstruktion wie bei I.

$$\frac{v}{\text{II} \div \text{VI}} = \frac{f}{e}; \quad \frac{w}{\text{II} \div \text{VI}} = \frac{a}{b}; \quad \frac{z}{\text{II} \div \text{VI}} = \frac{h}{c}$$

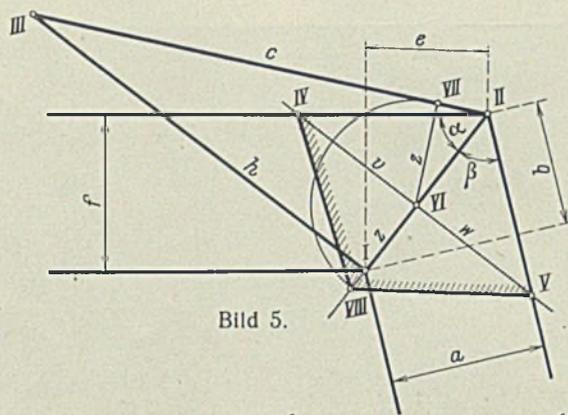


Bild 5.

Wird $\text{II} \div \text{VI} = 1$, so ist $v = \frac{f}{e}$, $w = \frac{a}{b}$, $z = \frac{h}{c}$ (Bild 6).

$$\operatorname{tg} \eta = \frac{v}{z} = \frac{fc}{eh} = \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{c}{h}$$

$$\operatorname{tg} \epsilon = \frac{w}{z} = \frac{ac}{bh} = \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{c}{h}$$

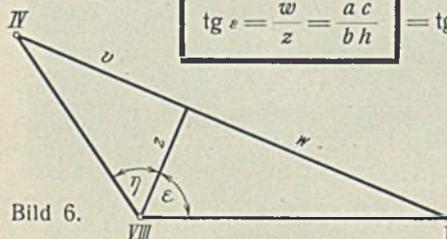


Bild 6.

Gesamtauswinkelung:
 $\sphericalangle \eta + \sphericalangle \epsilon$
 z beliebig.
 Anwendung wie bei I.

III. Ableitung für Pyramiden,

deren eine Seite mit dem Grat einen stumpfen Winkel bildet.

Gegeben: a, b, c, f und h (Bild 7).

Schnitt $\text{IV} \div \text{VI}$ trifft die Seite erst bei V' in der Verlängerung über II hinaus. Der Winkel erscheint im Bilde überschlagen. Verlängert

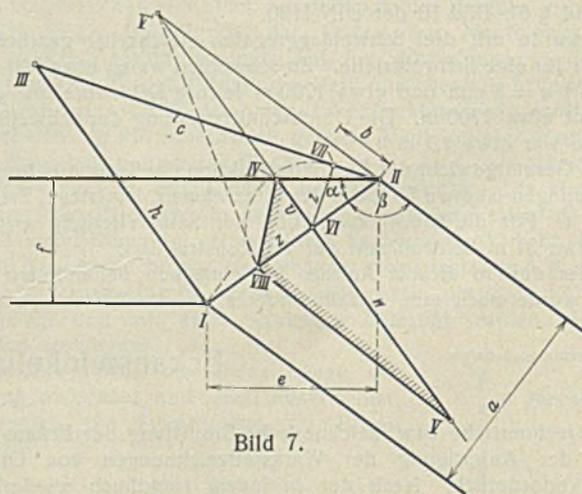


Bild 7.

man $\text{VI} \div \text{V}'$ über VI hinaus und trägt $\text{VI} \div \text{V}' = \text{VI} \div \text{V}$ auf, so ist $\text{IV} \div \text{VIII} \div \text{V}$ der gesuchte Winkel.

Die zeichnerische und rechnerische Ermittlung der Gesamtauswinkelung erfolgt in der gleichen Weise, wie unter II. angegeben.

INHALT: Näherungsverfahren zur Berechnung der Tragfähigkeit außermittig gedrückter Stäbe aus Baustahl. — Stahlbauwerke der Zinkerzröstanlage für die Zinkelektrolyse G. m. b. H. in Magdeburg-Rothensee. (Schluß) — Eckauswinkelung von Graten und Bunkern.

Für die Schriftleitung verantwortlich: Geh. Regierungsrat Prof. A. Hertwig, Berlin-Charlottenburg. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W9. Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW68.