

# DER STAHLBAU

Schriftleitung:

Dr.-Ing. A. Hertwig, Geh. Regierungsrat, Professor an der Technischen Hochschule Berlin, Berlin-Charlottenburg 2, Technische Hochschule

Fernsprecher: C1 Steinplatz 0011

Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61

Beilage  
zur Zeitschrift

DIE BAUTECHNIK

Fachschrift für das ge-  
samte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

8. Jahrgang

BERLIN, 20. Dezember 1935

Heft 26

Alle Rechte vorbehalten.

## Die Knicksicherheit der Randaussteifungen von $\Pi$ - und $\Gamma$ -Stäben.<sup>1)</sup>

Von Dr. phil. W. Ihlenburg in Karlsruhe.

Übersicht: Während früher die Knicksicherheit der freien Ränder von  $\Pi$ - und  $\Gamma$ -Stäben unter der Annahme untersucht wurde, daß die Schnittlinien der Seitenbleche bei der Verformung gerade bleiben, wird im ersten Abschnitt des vorliegenden Aufsatzes die Ausbiegung der Schnittlinien der Seitenbleche durch eine Parabel dritten Grades berücksichtigt, wobei gelenkiger Anschluß der Bindebleche angenommen wird.

Im zweiten Abschnitt wird die Knicksicherheit unter Voraussetzung eines steifen Anschlusses der Bindebleche an die Ränder berechnet.

Die Ergebnisse werden durch Fortsetzung der beiden Zahlenbeispiele des früheren Aufsatzes erläutert.

### a) Stäbe mit gelenkig angeschlossenen Bindeblechen.

Die Ausbiegung der Seitenbleche von  $\Pi$ - und  $\Gamma$ -Stäben, welche durch in regelmäßigen Abständen stehende Querschotten miteinander versteift sind, muß für  $y=0$ , also an den Schnittlinien von Seitenblechen und Mittelblech und an den Querschotten verschwinden. Sie kann deshalb durch den Ansatz:

$$w = y \sum_{k=1}^{\infty} A_{ko} \cdot \sin \frac{k \pi x}{a} + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} A_{ki} \cdot \sin \frac{k \pi x}{a} \cdot \sin \frac{i \pi y}{h}$$

allgemein dargestellt werden.

Dann kann die Ausbiegung  $v$  der Mittelplatte, die der Bedingung

$$\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_{y=0} = \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)_{z=0}$$

genügen muß, durch

$$v = \frac{b}{n \pi} \cdot \sin \frac{n \pi z}{b} \sum \left( A_{ko} + \sum_{i=1}^{\infty} A_{ki} \cdot \frac{i \pi}{h} \right) \sin \frac{k \pi x}{a}$$

und die Ausbiegung der Ränder durch

$$w_r = h_r \sum A_{ko} \cdot \sin \frac{k \pi x}{a}$$

dargestellt werden.

Mit diesen Ansätzen werden zwar in einfacher Weise die Arbeiten  $V_s, V_k, V_r$  der inneren Kräfte und die Arbeiten  $V_{1s}, V_{1k}, V_{1r}$  der angreifenden Druckspannung  $\sigma_x$  als Funktion zweiten Grades der  $A_{ko}$  und  $A_{ki}$  erhalten.

Wird jedoch die Gleichung

$$V_s + V_k + V_r = V_{1s} + V_{1k} + V_{1r}$$

für die kritische Druckspannung  $\sigma_x = \sigma_{kr}$  aufgestellt und werden die Bedingungen für das Bestehen von  $\min \sigma_{kr}$  aufgestellt, welche lauten:

$$\frac{\partial \sigma_{kr}}{\partial A_{ko}} = 0 \quad (k=1, 2, \dots)$$

$$\frac{\partial \sigma_{kr}}{\partial A_{ki}} = 0 \quad (k=1, 2, \dots)$$

$$\frac{\partial \sigma_{kr}}{\partial A_{ki}} = 0 \quad (i=1, 2, \dots)$$

so ergibt die Nullsetzung der Determinante dieser in den  $A_{ko}, A_{ki}$  homogenen linearen Gleichungen im allgemeinen eine Gleichung  $n+1$ -ten Grades für  $\min \sigma_{kr}$ , wenn  $n$ -Glieder  $A_{ki}$  berücksichtigt werden.

Da aber bereits die Aufstellung und Auflösung der entsprechenden Gleichung zweiten Grades für  $(\min \sigma_{kr})$ , die man bei Berücksichtigung nur eines Wertes  $A_{ki}$  erhält, eine umständliche Zahlenrechnung erfordert, genügt diese Lösung den Bedürfnissen der praktischen Rechnung nicht.

Im folgenden ist deshalb ein Ansatz gewählt, der zwar die Ausbiegung nur annähernd richtig wiedergibt, aber zu Ergebnissen führt, die rechnerisch einfacher zu behandeln sind.

<sup>1)</sup> Der vorliegende Aufsatz ist eine Fortsetzung des gleichnamigen früheren Aufsatzes im Stahlbau 1935, S. 85, der deshalb als bekannt vorausgesetzt wird. Die dort gebrauchten Bezeichnungen und Begriffe werden wieder verwendet.

Für die Ausbiegung  $w$  machen wir den Ansatz:

$$w = \psi(y) \sum A_k \cdot \sin \frac{k \pi x}{a};$$

$w$  beziehungsweise  $\psi$  muß folgenden Grenzbedingungen genügen:

1. Für  $y=0$  ist  $w=0$  beziehungsweise  $\psi=0$ .

2. Am Rande  $y=h$  ist, wenn wir die Drehungssteifigkeit des Randwinkels unberücksichtigt lassen, das Moment

$$M_y = D_s \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0.$$

Das die Querdehnung berücksichtigende zweite Glied hat auf das Rechnungsergebnis nur geringen Einfluß, so daß wir es vernachlässigen und die Grenzbedingung auf

$$\frac{d^2 \psi}{dy^2} = 0 \quad \text{für } y=h$$

zurückführen.

3. Für  $y=0$  muß daß Einspannungsmoment  $M_y$  proportional  $\frac{\partial w}{\partial y}$  sein wegen der elastischen Einspannung des Seitenbleches an die Mittelplatte. Da aber

$$M_y = D_s \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

und für  $y=0$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -\psi(y) \frac{\pi^2}{a^2} \sum A_k k^2 \cdot \sin \frac{k \pi x}{a} = 0$$

ist wegen  $\psi(0)=0$ , so ergibt sich die Bedingung, wenn man den Grad der Einspannung mit der Zahl  $\frac{2}{h} \cdot \nu$  mißt:

$$\frac{2}{h} \cdot \nu \cdot \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

beziehungsweise  $\frac{2}{h} \cdot \nu \cdot \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}$  für  $y=0$ .

Wenn wir  $\psi$  in eine Potenzreihe von  $y$  entwickeln, von dieser nur die Glieder 1., 2. und 3. Grades berücksichtigen und den Beiwert von  $y$  in die Beiwerte  $A_k$  einbeziehen, so ergibt sich für  $\psi$  der Ansatz:

$$\psi = y + a_1 y^2 + a_2 y^3,$$

der der ersten Grenzbedingung bereits genügt. Aus der zweiten und dritten Grenzbedingung finden wir:

$$2 a_1 + 3 \cdot 2 a_2 h = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\nu}{h} = a_1,$$

so daß

$$(15) \quad \psi = y + \frac{\nu}{h} \cdot y^2 - \frac{\nu}{3 h^2} \cdot y^3.$$

Die den Einspannungsgrad messende Zahl  $\nu$  ist verschieden, je nachdem es sich um ein oder zwei Halbwellen der Mittelplatte, um einen  $\Pi$ -Querschnitt oder einen  $\Gamma$ -Querschnitt handelt.

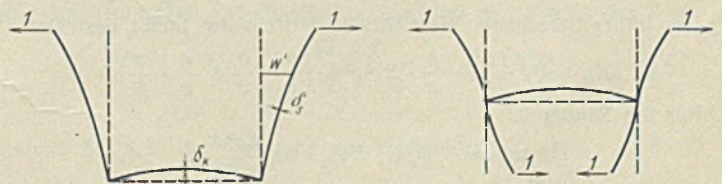


Bild 14

Bild 15.

Wir erhalten die betreffenden Werte von  $\nu$ , wenn wir  $\psi$  proportional den Biegekurven  $w'$  des Seitenblechs setzen, welche durch die gemäß Bild 14 bis 17 an den Rändern angreifenden Kräfte 1 hervorgerufen werden.

Wir erhalten für:

$$n = 1; \alpha = 1 \text{ (Bild 14)} \quad n = 1; \alpha = 2 \text{ (Bild 15):}$$

$$w' = \frac{\alpha h b}{2 D_k} \cdot y + y^2 \cdot \frac{h - y/3}{2 D_s} = \alpha \cdot \frac{h b}{2 D_k} \left( y + \frac{D_k}{D_s} \cdot \frac{y^2}{\alpha b} - \frac{1}{3} \cdot \frac{D_k}{D_s} \cdot \frac{y^3}{\alpha h b} \right)$$

$$v = \frac{D_k}{D_s} \cdot \frac{h}{\alpha b} = \frac{1}{\alpha} \left( \frac{\delta_k}{\delta_s} \right)^3 \frac{h}{b}$$

$n = 2; \alpha = 1$  (Bild 16)       $n = 2; \alpha = 2$  (Bild 17):

$$w' = \frac{\alpha h b}{3 D_k} \cdot y + y^2 \cdot \frac{h - y/3}{2 D_s} = \frac{\alpha h b}{6 D_s} \left( y + 3 \cdot \frac{D_k}{D_s} \cdot \frac{y^2}{\alpha b} - \frac{D_k}{D_s} \cdot \frac{y^3}{\alpha h b} \right)$$

$$v = \frac{3}{\alpha} \left( \frac{\delta_k}{\delta_s} \right)^3 \frac{h}{b}$$

Wir fassen die vier Fälle in die gemeinsame Formel für  $v$  zusammen:

$$(16) \quad v = \frac{2n-1}{\alpha} \left( \frac{\delta_k}{\delta_s} \right)^3 \frac{h}{b}$$



Bild 16.



Bild 17.

Um die potentielle Energie  $V_s$  für die Seitenbleche berechnen zu können, werten wir die bestimmten Integrale aus:

$$\int_0^h \psi^2(y) dy = \frac{h^3}{3} \left( 1 + \frac{11}{10} \cdot v + \frac{11}{35} \cdot v^2 \right) = \frac{h^3}{3} \cdot \varphi_1(v)$$

$$\int_0^h \psi(y) \cdot \frac{d^2 \psi}{dy^2} \cdot dy = \frac{h}{3} \cdot v \left( 1 + \frac{2}{5} \cdot v \right) = \frac{h}{3} \cdot \varphi_2(v)$$

$$\int_0^h \left( \frac{d\psi}{dy} \right)^2 dy = h \left( 1 + \frac{4}{3} \cdot v + \frac{8}{15} \cdot v^2 \right) = h \varphi_3(v)$$

$$\int_0^h \left( \frac{d^2 \psi}{dy^2} \right)^2 dy = \frac{4}{3} \cdot \frac{v^2}{h}$$

Damit wird:

$$\int_0^a \int_0^h \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 dx dy = \frac{\pi^4}{6} \cdot \frac{h^3}{a^3} \cdot \varphi_1(v) \Sigma A_k^2 k^4 - \frac{\pi^2}{3} \cdot \frac{h}{a} \cdot \varphi_2(v) \Sigma A_k^2 k^2 + \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{h} \cdot v^2 \Sigma A_k^2$$

$$\int_0^a \int_0^h \left[ \frac{\partial^3 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy = -\frac{\pi^2}{6} \cdot \frac{h}{a} \cdot \varphi_2(v) \Sigma A_k^2 k^2 - \frac{\pi^2}{2} \cdot \frac{h}{a} \cdot \varphi_3(v) \Sigma A_k^2 k^2$$

Führen wir  $\frac{2(m-1)}{m} = 1,4$  und

$$\varphi_4(v) = \varphi_3(v) - \frac{1}{7} \cdot \varphi_2(v) = 1 + 1,19 v + 0,476 v^2$$

ein, so wird für beide Seitenbleche:

$$V_s = \alpha D_s \left[ \int_0^a \int_0^h \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 dx dy - \frac{2(m-1)}{m} \int_0^a \int_0^h \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy \right]$$

$$= \alpha D_s \cdot \frac{\pi^2 h}{a} \left\{ \frac{\pi^2}{6} \cdot \frac{h^2}{a^2} \cdot \varphi_1(v) \Sigma A_k^2 k^4 + 0,7 \varphi_4(v) \Sigma A_k^2 k^2 + \frac{2}{3} \cdot \frac{v^2}{\pi^2} \cdot \frac{a^2}{h^2} \cdot \Sigma A_k^2 \right\}$$

Der früher berechnete Wert für die Mittelplatte bleibt bestehen:

$$V_k = D_k \cdot \frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{b}{a} \cdot \Sigma A_k^2 k^2 \left( \frac{b}{n} \cdot \frac{k}{a} + \frac{n}{b} \cdot \frac{a}{k} \right)^2$$

Für die Ränder ist:

$$w_r = h_r \varphi_r(v) \Sigma A_k \cdot \sin \frac{k \pi x}{a}$$

worin

$$\varphi_r(v) = 1 + v \cdot \frac{h_r}{h} - \frac{v}{3} \left( \frac{h_r}{h} \right)^2$$

Daraus folgt:

$$V_r = \alpha E J_r \int_0^a \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx = \alpha E J_r \cdot \frac{\pi^4}{2} \cdot \frac{h_r^2}{a^3} [\varphi_r(v)]^2 \Sigma A_k^2 k^4$$

Nunmehr ist noch die Verminderung der potentiellen Energie des Druckes neu zu berechnen. Für die beiden Seitenbleche ist:

$$V_{1s} = \alpha \sigma_x \delta_s \int_0^a \int_0^h \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx dy = \alpha \sigma_x \delta_s \cdot \frac{\pi^2}{6} \cdot \frac{h^3}{a} \cdot \varphi_1(v) \Sigma A_k^2 k^2$$

Für die Mittelplatte wie früher:

$$V_{1k} = \sigma_x \cdot \frac{\delta_k b^3}{8 n^2 a} \Sigma A_k^2 h^2$$

Für die Ränder ist:

$$V_{1r} = \alpha \sigma_x F_r \cdot \frac{\pi^2}{2 a} \cdot h_r^2 [\varphi_r(v)]^2 \Sigma A_k^2 k^2$$

Setzen wir wieder  $V = V_1$ , so erhalten wir:

$$(17) \quad \frac{\pi^2}{a^2} \left( D_s \cdot \frac{h^3}{3} \cdot \varphi_1 + E J_r h_r^2 \varphi_r^2 \right) \Sigma A_k^2 k^4 + 1,4 D_s h \varphi_4 \Sigma A_k^2 k^2 + \frac{4}{3} \cdot D_s \cdot \frac{v^2}{\pi^2} \cdot \frac{a^2}{h^2} \cdot \Sigma A_k^2 + D_k \cdot \frac{b}{4 \alpha} \cdot \left( \frac{b}{n} \cdot \frac{k}{a} + \frac{n}{b} \cdot \frac{a}{k} \right)^2 \Sigma A_k^2 k^2 = \sigma_{kr} \left( \frac{\delta_s h^3}{3} \cdot \varphi_1 + \delta_k \cdot \frac{b^3}{4 \alpha n^2 \pi^2} + F_r h_r^2 \varphi_r^2 \right) \Sigma A_k^2 k^2$$

Wir setzen wieder die partiellen Ableitungen von  $\sigma_{kr}$  nach  $A_k$  gleich Null und erhalten die genauere Formel für die kritische Schlankheit:

$$(18) \quad \lambda_{kr} = \sqrt{\frac{\delta_s \frac{h^3}{3} \cdot \varphi_1 + \delta_k \cdot \frac{b^3}{4 \alpha n^2 \pi^2} + F_r h_r^2 \varphi_r^2}{0,03053 \delta_s^3 h \left\{ \frac{h^2}{s^2} \cdot \varphi_1 + 0,4255 \varphi_4 + 0,0411 \cdot \frac{v^2 s^2}{h^2} \right\} + \frac{0,00232}{\alpha} \cdot \delta_k^3 b \left( \frac{b}{ns} + \frac{ns}{b} \right)^2 + J_r \cdot \frac{h_r^2}{s^2} \cdot \varphi_r^2}}$$

Hierin bedeuten:

$$\varphi_1 = 1 + 1,1 v + 0,314 v^2 \quad \varphi_4 = 1 + 1,19 v + 0,476 v^2$$

$$\varphi_r = 1 + v \cdot \frac{h_r}{h} - \frac{v}{3} \left( \frac{h_r}{h} \right)^2 \quad v = \frac{2n-1}{\alpha} \left( \frac{\delta_k}{\delta_s} \right)^3 \frac{h}{b}$$

Gl. (18) geht für  $v = 0$  in Gl. (9) des früheren Aufsatzes über.

Der ungünstigste Wert von  $\lambda_{kr}$  ergibt sich aus der Bedingung

$$\frac{\partial \lambda_{kr}}{\partial s} = 0 \text{ für die Länge der Halbwelle:}$$

$$(19) \quad s_m = \sqrt[4]{\frac{0,03053 \delta_s^3 h^3 \varphi_1 + 0,00232 \cdot \frac{\delta_k^3 b^3}{\alpha n^2 \pi^2} + J_r h_r^2 \varphi_r^2}{0,00232 \cdot \frac{n^2 \delta_k^3}{\alpha b} \left( 1 + 0,54 \cdot \frac{2n-1}{n^2} \cdot v \right)}}$$

die durch die angenäherte Gleichung ersetzt werden kann:

$$(20) \quad s_m = 4,56 \sqrt{\frac{h_r \varphi_r}{n \delta_k} \sqrt{\frac{\alpha b J_r}{\delta_k \left( 1 + 0,54 v \cdot \frac{2n-1}{n^2} \right)}}}$$

Der Übergang von  $k$  zu  $k+1$  Halbwellen findet statt bei einer Entfernung der Querschotten von

$$a_{k,k+1} = s_m \sqrt{k(k+1)}$$

Der  $s_m$  entsprechende Wert  $\max \lambda_{kr}$  läßt sich auf die Form bringen:

$$(21) \quad \max \lambda_{kr} = \sqrt{\frac{\delta_s \cdot \frac{h^3}{3} \cdot \varphi_1 + \delta_k \cdot \frac{b^3}{4 \alpha n^2 \pi^2} + F_r h_r^2 \varphi_r^2}{0,00464 \delta_k^3 \cdot \frac{b}{\alpha} \left[ 1 + \left( \frac{n s_m}{b} \right)^2 \left( 1 + 0,54 \cdot \frac{2n-1}{n^2} \cdot v \right) \right] + 0,0132 \delta_s^3 h \varphi_4}}$$

und nach Einsetzen des Näherungswertes (20) auf:

$$(22) \quad \max \lambda_{kr} = \sqrt{\frac{\delta_s \cdot \frac{h^3}{3} \cdot \varphi_1 + \delta_k \cdot \frac{b^3}{4 \alpha n^2 \pi^2} + F_r h_r^2 \varphi_r^2}{0,00464 \delta_k^3 \cdot \frac{b}{\alpha} + 0,0965 n h_r \varphi_r \delta_k \cdot \sqrt{\frac{J_r \delta_k}{\alpha b} \left( 1 + 0,54 \cdot \frac{2n-1}{n^2} \cdot v \right) + 0,0132 \delta_s^3 h \varphi_4}}}$$

b) Stäbe mit steif angeschlossenen Bindeblechen.

Wir berücksichtigen nunmehr noch den Einfluß des steifen Anschlusses der Bindebleche an die Randwinkel, wobei wir jedoch die Biegsamkeit der Bleche und die Nachgiebigkeit der Anschlußteile unberücksichtigt lassen.

Sind an den um  $a$  voneinander entfernten Querschotten Bindebleche angebracht, so muß für  $x = 0$  und  $x = a$  sowohl  $w = 0$  als auch  $\frac{\partial w}{\partial x} = 0$

sein. Aus dem Ansatz:  $w = \psi(y) \Sigma A_k \cdot \sin \frac{k \pi x}{a}$ , der  $w = 0$  für  $x = 0$  und  $x = a$  genügt, erhalten wir also für die  $A_k$  aus

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \psi(y) \cdot \frac{\pi}{a} \cdot \Sigma k A_k \cdot \cos \frac{k \pi x}{a}$$

die Zusatzbedingungen:

$$A_1 + 2A_2 + 3A_3 + 4A_4 + \dots = 0$$

$$-A_1 + 2A_2 - 3A_3 + 4A_4 - \dots = 0,$$

woraus durch Subtraktion und Addition folgt:

$$f_1(A) = A_1 + 3A_3 + 5A_5 + \dots = 0$$

$$f_2(A) = 2A_2 + 4A_4 + 6A_6 + \dots = 0.$$

Wir schreiben Gl. (17) in der Form

$$\frac{B}{\lambda_{kr}^2} = \frac{\sigma_{kr}}{E \tau \pi^2} \cdot B$$

$$= \frac{\frac{\mu_1}{a^2} \Sigma A_k^2 k^4 + \mu_2 \Sigma A_k^2 k^2 + \mu_3 a^2 \Sigma A_k^2 + \mu_4 \left( \frac{b}{n} \cdot \frac{k}{a} + \frac{n}{b} \cdot \frac{a}{k} \right)^2 \Sigma A_k^2 k^2}{\Sigma A_k^2 k^2} = \frac{Z}{N}, \text{ worin}$$

$$B = \delta_s \cdot \frac{h^3}{3} \cdot \varphi_1 + \delta_k \cdot \frac{b^3}{4 \alpha n^2 \pi^2} + F_r h r^2 \varphi_r^2$$

$$\mu_1 = \frac{\delta_s^3 h^3}{10,92 \cdot 3} \cdot \varphi_1 + J_r h r^2 \varphi_r^2 = 0,03053 \delta_s^3 h^3 \varphi_1 + J_r h r^2 \varphi_r^2$$

$$\mu_2 = \frac{1,4}{\pi^2 \cdot 10,92} \cdot \delta_s^3 h \varphi_4 = 0,013 \varphi_4 \delta_s^3 h$$

$$\mu_3 = \frac{4}{3} \cdot \frac{\nu^2}{10,92 \pi^4 h^2} = 0,00125 \cdot \frac{\nu^2}{h^2}$$

$$\mu_4 = \frac{\delta_k^3 b}{4 \alpha \pi^2 \cdot 10,92} = 0,00232 \cdot \frac{\delta_k^3 b}{\alpha}$$

Es ist nun die Funktion  $\frac{\sigma_{kr} B}{E \tau \pi^2} = \frac{Z}{N}$  unter Bestehen der Bedingungen  $f_1(A) = 0; f_2(A) = 0$  zu einem Minimum zu machen.

Unter Verwendung der Multiplikatoren  $\rho$  und  $\tau$  bilden wir die Gleichungen:

$$\frac{\partial}{\partial A_k} \left( \frac{Z}{N} \right) + \rho \cdot \frac{\partial f_1}{\partial A_k} + \tau \cdot \frac{\partial f_2}{\partial A_k} = 0; \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

$$\frac{\partial}{\partial A_k} \left( \frac{Z}{N} \right) = \left( \frac{\partial Z}{\partial A_k} - \frac{\partial N}{\partial A_k} \cdot \frac{\sigma_{kr} B}{E \tau \pi^2} \right) \frac{1}{N}$$

$$\left\{ \frac{\mu_1}{a^2} \cdot k^4 + \mu_2 k^2 + \mu_3 a^2 + \mu_4 \cdot \left( \frac{b}{n} \cdot \frac{k}{a} + \frac{n}{b} \cdot \frac{a}{k} \right)^2 k^2 \right\} A_k - k^2 A_k \cdot \frac{\sigma_{kr} B}{E \tau \pi^2} = \frac{\rho}{2} \cdot k \Sigma A_k^2 k^2 \text{ für ungerade } k.$$

Die entsprechende Gleichung gilt mit dem Faktor  $\tau$  statt  $\rho$  für gerade  $k$ .

Nach Division durch  $k$  ergeben sich die beiden Gleichungssysteme:

$$\left[ \frac{\mu_1}{a^2} \cdot k^2 + \mu_2 + \mu_3 \cdot \frac{a^2}{k^2} + \mu_4 \left( \frac{b}{n} \cdot \frac{k}{a} + \frac{n}{b} \cdot \frac{a}{k} \right)^2 - \frac{\sigma_{kr} B}{E \tau \pi^2} \right] k A_k$$

$$= \left[ \frac{\mu_1}{a^2} (k+2)^2 + \mu_2 + \mu_3 \cdot \frac{a^2}{(k+2)^2} + \mu_4 \left( \frac{b}{n} \cdot \frac{k+2}{a} + \frac{n}{b} \cdot \frac{a}{k+2} \right)^2 - \frac{\sigma_{kr} B}{E \tau \pi^2} \right] (k+2) A_{k+2}$$

$$k = 1, 3, 5, 7, \dots$$

$$k = 2, 4, 6, 8, \dots,$$

die wir abgekürzt schreiben:

$$(23) \quad \left( M(k) - \frac{B}{\lambda_{kr}^2} \right) k A_k = \left( M(k+2) - \frac{B}{\lambda_{kr}^2} \right) (k+2) A_{k+2}.$$

Schreiben wir  $f_1(A)$  in der Form

$$1 + 3 \cdot \frac{A_3}{A_1} + 5 \cdot \frac{A_5}{A_1} + \dots = 0$$

und setzen  $\frac{A_k}{A_1}$  aus dem Gleichungssystem (23) ein, so erhalten wir die Knickbedingung:

$$(24) \quad \frac{1}{M(1) - \frac{B}{\lambda_{kr}^2}} + \frac{1}{M(3) - \frac{B}{\lambda_{kr}^2}} + \frac{1}{M(5) - \frac{B}{\lambda_{kr}^2}} + \dots = 0 \quad \text{für ungerade } k$$

$$\text{und} \quad \frac{1}{M(2) - \frac{B}{\lambda_{kr}^2}} + \frac{1}{M(4) - \frac{B}{\lambda_{kr}^2}} + \frac{1}{M(6) - \frac{B}{\lambda_{kr}^2}} + \dots = 0 \quad \text{für gerade } k.$$

Werden nur zwei Glieder der Fourierschen Reihe mit den Zeigern  $k_1$  und  $k_2$  als Näherungslösung berücksichtigt, so wird die Bedingung  $f_1(A) = 0$  zu  $k_1 A_{k_1} + k_2 A_{k_2} = 0$  und demnach:

$$\omega = \psi(y) \left( \frac{1}{k_1} \cdot \sin \frac{k_1 \pi x}{a} - \frac{1}{k_2} \cdot \sin \frac{k_2 \pi x}{a} \right).$$

Die Knickbedingung (24) ergibt eine Gleichung 1. Grades für  $\frac{B}{\lambda_{kr}^2}$ ,

$$(25) \quad \frac{B}{\lambda_{kr}^2} = \frac{M(k_1) + M(k_2)}{2} \text{ folgt.}$$

Aus einer dreigliedrigen Reihe wird  $\frac{B}{\lambda_{kr}^2}$  Wurzel einer Gleichung 2. Grades.

Gl. (25) läßt sich, wenn  $k$  und  $r$  ganze Zahlen bedeuten, schreiben:

$$(26) \quad \frac{B}{\lambda_{kr}^2} = \frac{\mu_1 + \mu_4 \cdot \frac{b^2}{n^2} \cdot k^2 + (k+2r)^2}{2} + \mu_2 + 2\mu_4 + \frac{\mu_3 + \mu_4 \cdot \frac{n^2}{b^2}}{2} \cdot a^2 \left( \frac{1}{k^2} + \frac{1}{(k+2r)^2} \right).$$

Für bestimmte Zahlen  $k$  und  $r$  folgt der kleinste Wert von  $\frac{B}{\lambda_{kr}^2}$  aus

der Bedingung  $\frac{\partial}{\partial a} \left( \frac{B}{\lambda_{kr}^2} \right) = 0$ , woraus sich ergibt:

$$a_m = \sqrt[4]{\frac{\mu_1 + \mu_4 \cdot \frac{b^2}{n^2} \cdot k^2 + (k+2r)^2}{\mu_3 + \mu_4 \cdot \frac{n^2}{b^2}}}$$

$$\text{und da nach (19) } s_m = \sqrt[4]{\frac{\mu_1 + \mu_4 \cdot \frac{b^2}{n^2}}{\mu_3 + \mu_4 \cdot \frac{n^2}{b^2}}}$$

$$(27) \quad a_m = s_m \sqrt{k(k+2r)}.$$

Für diesen Wert  $a_m$  ist:

$$\min \frac{B}{\lambda_{kr}^2} = \frac{\mu_1 + \mu_4 \cdot \frac{b^2}{n^2}}{a_m^2} [k^2 + (k+2r)^2] + \mu_2 + 2\mu_4$$

und nach Einsetzen von  $a_m$

$$(28) \quad \min \frac{B}{\lambda_{kr}^2} = \left( \frac{k}{k+2r} + \frac{k+2r}{k} \right) \sqrt{\left( \mu_1 + \mu_4 \cdot \frac{b^2}{n^2} \right) \left( \mu_3 + \mu_4 \cdot \frac{n^2}{b^2} \right)} + \mu_2 + 2\mu_4.$$

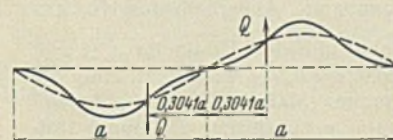


Bild 18.

Der Übergang von Wellen  $k, k+2r$  zu Wellen  $k_1, k_1+2r_1$  findet statt für eine Entfernung  $a$ , welche aus der Bedingung

$$\left( \frac{B}{\lambda_{kr}^2} \right)_{k, k+2r} = \left( \frac{B}{\lambda_{kr}^2} \right)_{k_1, k_1+2r_1} \text{ folgt}$$

$$(29) \quad a = s_m \sqrt[4]{\frac{k_1^2 + (k_1+2r_1)^2 - k^2 - (k+2r)^2}{\frac{1}{k^2} + \frac{1}{(k+2r)^2} - \frac{1}{k_1^2} - \frac{1}{(k_1+2r_1)^2}}}$$

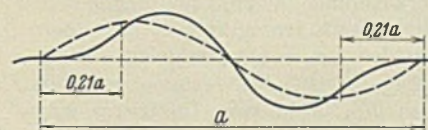


Bild 19.

Wenn wir für einen bestimmten Querschnitt die Entfernung  $a$  der Bindebleche von einem kleinen Wert anwachsen lassen, so erreicht  $\frac{B}{\lambda_{kr}^2}$  das erste Minimum für

$$a = s_m \sqrt[4]{1 \cdot 3},$$

was der Wellenform der Ränder

$$\omega = \psi(y) \left( \sin \frac{\pi x}{a} = \frac{1}{3} \cdot \sin \frac{3\pi x}{a} \right)$$

entspricht (Bild 18)<sup>2)</sup>. Bei weiterem Wachsen von  $a$  wird der Wert

$$a = s_m \sqrt[4]{\frac{2^2 + 4^2 - 1^2 - 3^2}{\frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}}} = s_m \sqrt[4]{12,5} = s_m \sqrt[3]{3,54}$$

erreicht, bei dem der Übergang zur Wellenform (2, 4):

$$\omega_y = \psi(y) \left( \frac{1}{2} \cdot \sin \frac{2\pi x}{a} - \frac{1}{4} \cdot \sin \frac{4\pi x}{a} \right)$$

erfolgt (Bild 19).

<sup>2)</sup> Diese Form tritt auch dann auf, wenn in  $a/2$  Bindebleche ohne Querschotten angeordnet sind. Dabei ist  $n = 2$  zu setzen.

Das Minimum für diese Wellenform wird bei  $a = s_m \sqrt{2.4}$  erreicht<sup>3)</sup>. Bei

$$a = s_m \sqrt{\frac{4}{\frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} - \frac{1}{3^2} - \frac{1}{5^2}}} = s_m \sqrt{9,32}$$

erfolgt der Übergang zur Wellenform (3, 5):

$$w = \psi(y) \left( \frac{1}{3} \cdot \sin \frac{3\pi x}{a} - \frac{1}{5} \cdot \sin \frac{5\pi x}{a} \right)$$

Das Minimum wird bei  $a = s_m \sqrt{3.5}$  erreicht. Dann folgt die Welle (4, 6) bei  $a = \sqrt{15,7}$  und so fort.

Praktisch am häufigsten und wichtigsten sind die Wellenformen (1, 3) und (2, 4). Für die Form (1, 3) ist nach (26)

$$\frac{B}{\lambda_{kr}} = \left( \mu_1 + \mu_4 \cdot \frac{b^2}{n^2} \right) \frac{5}{a^2} + \mu_2 + 2\mu_4 + \left( \mu_3 + \mu_4 \cdot \frac{n^2}{b^2} \right) \frac{5}{9} \cdot a^2$$

<sup>3)</sup> Da  $\frac{dw}{dx}$  auch für  $x = \frac{a}{3}$  und  $x = \frac{2}{3} \cdot a$  verschwindet, tritt mit  $n=2$  diese Wellenform auch dann auf, wenn in den Drittelpunkten Bindebleche ohne Querschotten angeordnet sind.

Für die praktische Rechnung schreiben wir ausführlich:

$$(30) \lambda_{kr} = \sqrt{\frac{\delta_s \cdot \frac{h^3}{3} \cdot \gamma_1 + \frac{\delta_k b^3}{4 \alpha n^2 \pi^2} + F_r h_r^2 \gamma_r^2}{0,03053 \delta_s^3 h \left( 5 \cdot \frac{h^2}{a^2} \cdot \gamma_1 + 0,4255 \gamma_4 + \frac{5}{9} \cdot 0,0411 \nu^2 \cdot \frac{a^2}{h^2} \right) + \frac{0,00232}{\alpha} \cdot \delta_k^3 b \left[ 5 \left( \frac{b}{na} \right)^2 + 2 + \frac{5}{9} \left( \frac{na}{b} \right)^2 \right] + 5 J_r \left( \frac{h_r \gamma_r}{a} \right)^2}}$$

Für die Form (2, 4) finden wir:

$$(31) \lambda_{kr} = \sqrt{\frac{\delta_s \cdot \frac{h^3}{3} \cdot \gamma_1 + \frac{\delta_k b^3}{4 \alpha n^2 \pi^2} + F_r h_r^2 \gamma_r^2}{0,03053 \delta_s^3 h \left( 10 \cdot \frac{h^2}{a^2} \cdot \gamma_1 + 0,4255 \gamma_4 + \frac{5}{32} \cdot 0,0411 \nu^2 \cdot \frac{a^2}{h^2} \right) + \frac{0,00232}{\alpha} \cdot \delta_k^3 b \left[ 10 \cdot \left( \frac{b}{na} \right)^2 + 2 + \frac{5}{32} \left( \frac{na}{b} \right)^2 \right] + 10 J_r \left( \frac{h_r \gamma_r}{a} \right)^2}}$$

(Schluß folgt.)

## Der Einfluß der Querschnittsform auf das Tragvermögen außermittig gedrückter Baustahlstäbe.

Alle Rechte vorbehalten.

Von Prof. Dr.-Ing. Ernst Chwalla, Brünn.

(Schluß aus Heft 25.)

### 5. Die Profilkategorie IV.

Wir untersuchen einen außermittig gedrückten Baustahlstab, der hinsichtlich der Querschnittsform und der Lage des Kraftangriffspunktes dem Fall IVc in Bild 1 entspricht. Für die Schenkelstärke  $\delta$  des einzelnen Winkelquerschnittes wählen wir ein Zwanzigstel der Querschnittshöhe  $h$ , so daß sich  $F = 0,19 h^2$ ,  $J = 0,008 408 h^4$ ,  $i = 0,2104 h$  und  $k = k' = 0,0885 h$  ergibt. Die Grenze des Hookeschen Bereiches, innerhalb dessen die Beziehung  $\frac{h}{\rho} = \frac{h M_a}{E J} = \left( - \frac{h^2 \sigma_0}{i^2 E} \right) \frac{y}{h}$  Geltung besitzt, wird erreicht, wenn das Biegemoment die Größe  $M_a = M_i$

$$= \frac{2 J}{h} (1900 + \sigma_0) \text{ annimmt. Außerhalb des Hookeschen Bereiches können die dem Parameter } \sigma_0 \equiv P/F \text{ zugeordneten Wertepaare } y/h, h/\rho \text{ wieder mit Hilfe des Formänderungsdiagramms (Maßstab: } 1 \text{ cm} = \mu \text{ kg/cm}^2 \text{ Spannung und } 1 \text{ cm} = \nu \text{ spezifische Dehnung) festgelegt werden. Wir wählen eine Abszissenstelle } \varepsilon'_d \text{ und bestimmen hierzu jene Stelle } \varepsilon'_z \text{, für die die Gleichgewichtsbedingung } \int_F \sigma_b dF = D + Z = 0 \text{ erfüllt wird. } D \text{ und } Z \text{ sind aus den Biegedruck- und Biegezugspannungsflächen } \phi'_{bd} \text{ und } \phi'_{bz} \text{ zu ermitteln, wobei zu berücksichtigen ist, daß der Stärke } 2\delta = h/10 \text{ des Winkelschenkel-paares (innerhalb dessen die Querschnittsbreite auf den zehnfachen Betrag springt) im Diagramm die in der Mitte des Abszissenintervalls } h' = \varepsilon'_z - \varepsilon'_d \text{ gelegene Strecke } 2\delta' = h'/10 \text{ zugeordnet ist. Fällt, wie es dem allgemeinsten Fall entspricht, die Biegespannungs-Nulllinie (deren Lage durch den Schnittpunkt der Formänderungskurve mit der waagerechten Geraden } \sigma_d = \sigma_0 \text{ festgelegt wird) in das Intervall } 2\delta' = h'/10 \text{, dann müssen wir sowohl } \phi'_{bd} \text{ als auch } \phi'_{bz} \text{ in je zwei Teilflächen } \phi_1' \text{, } \phi_2' = \phi'_{bd} - \phi_1' \text{ bzw. } \phi_3' \text{, } \phi_4' = \phi'_{bz} - \phi_3' \text{ zerlegen, wobei } (\phi_2' + \phi_3') \text{ über dieses Intervall } 2\delta' = h'/10 \text{ zu liegen kommt; die Gleichgewichtsbedingung } D + Z = 0 \text{ ist dann erfüllt, wenn wir } \varepsilon'_z \text{ so wählen, daß } (\phi_1' + 10 \phi_2') - (10 \phi_3' + \phi_4') = 0 \text{ wird. Nach Berechnung der Entfernungen } e_1' \text{, } e_2' \text{, } e_3' \text{ und } e_4' \text{ der Teilflächen-Schwerpunkte von der Biege-}$$

spannungs-Nulllinie kann das Spannungsmoment  $M_i = h^3 (\phi_1' e_1' + 10 \phi_2' e_2' + 10 \phi_3' e_3' + \phi_4' e_4')$  bestimmt und daraus mit Hilfe der zweiten

Gleichgewichtsbedingung  $M_i + P y = 0$  die Größe  $y/h = - \frac{1}{0,19 \sigma_0} \frac{M_i}{h^3}$  ermittelt werden; das eindeutig zugeordnete Krümmungsmaß wird wieder auf Grund einer geometrischen Überlegung aus der Beziehung  $h/\rho = \varepsilon'_z - \varepsilon'_d = \nu h'$  gewonnen.

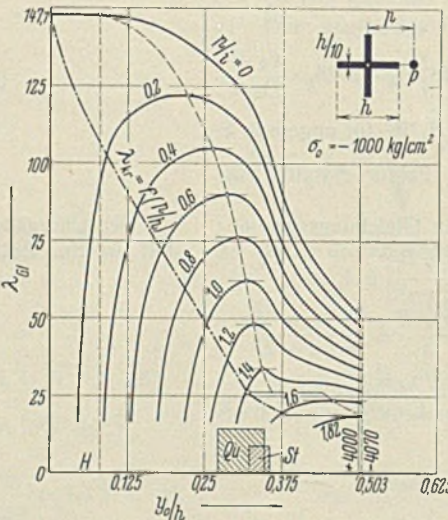


Bild 7a.

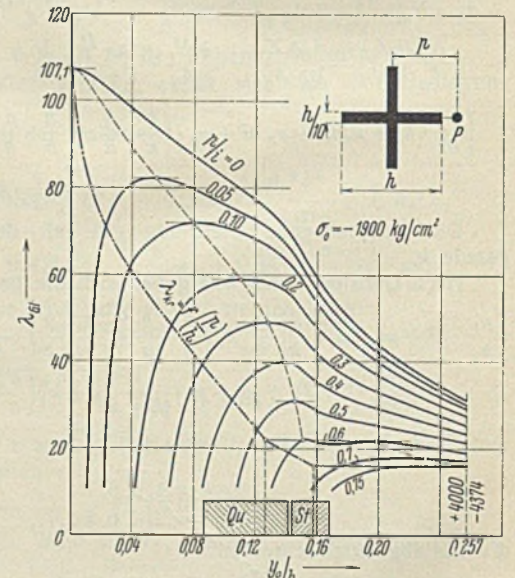


Bild 7b.

Die für die Laststufen  $\sigma_0 = -1000$  und  $-1900 \text{ kg/cm}^2$  auf diese Weise ermittelten  $\rho$ - $y$ -Kurven sind in Bild 3a bzw. 3b dargestellt und durch die beigezeichnete Profilklassen-Nummer IV gekennzeichnet worden. Sie bilden die Grundlage für die Berechnung der in Bild 7a und 7b wiedergegebenen  $\lambda_{GI}$ - $y_0$ -Kurven, deren Extremstellen im Fall  $\sigma_0 = -1000 \text{ kg/cm}^2$

Tafel f.

| $p/i$ | $\lambda$ | $\sigma_{kr}$ | $\beta$ | $\sigma_k$ | $\bar{\sigma}_{kr}$ |
|-------|-----------|---------------|---------|------------|---------------------|
| 0,2   | 121,9     | -1000         | 1,39    | -1468      | -1056               |
| 0,4   | 104,5     | -1000         | 1,82    | -1949      | -1071               |
| 0,6   | 89,8      | -1000         | 2,05    | -2194      | -1070               |
| 0,8   | 76,0      | -1000         | 2,21    | -2392      | -1082               |
| 1,0   | 62,1      | -1000         | 2,31    | -2535      | -1097               |
| 1,2   | 47,9      | -1000         | 2,37    | -2624      | -1107               |
| 1,4   | 33,8      | -1000         | 2,40    | -2666      | -1111               |
| 0,05  | 82,1      | -1900         | 1,18    | -2308      | -1956               |
| 0,1   | 72,0      | -1900         | 1,26    | -2439      | -1936               |
| 0,2   | 58,9      | -1900         | 1,36    | -2561      | -1883               |
| 0,3   | 49,1      | -1900         | 1,43    | -2619      | -1831               |
| 0,4   | 39,9      | -1900         | 1,47    | -2651      | -1803               |
| 0,5   | 30,9      | -1900         | 1,51    | -2672      | -1770               |

Tafel g.

| $p/k$ | $\lambda$ | $\sigma_{kr}$ | $\beta$ | $\sigma_k$ | $\bar{\sigma}_{kr}$ |
|-------|-----------|---------------|---------|------------|---------------------|
| 0,25  | 131,5     | -1000         | 1,26    | -1261      | -1001               |
| 0,50  | 121,0     | -1000         | 1,51    | -1489      | -986                |
| 1,0   | 102,9     | -1000         | 2,03    | -1981      | -976                |
| 1,5   | 87,8      | -1000         | 2,34    | -2230      | -953                |
| 2,0   | 73,0      | -1000         | 2,56    | -2430      | -949                |
| 2,5   | 58,0      | -1000         | 2,73    | -2569      | -941                |
| 3,0   | 43,3      | -1000         | 2,89    | -2640      | -913                |
| 0,125 | 81,2      | -1900         | 1,24    | -2321      | -1872               |
| 0,25  | 71,3      | -1900         | 1,34    | -2447      | -1826               |
| 0,50  | 57,7      | -1900         | 1,48    | -2571      | -1737               |
| 0,75  | 47,6      | -1900         | 1,57    | -2625      | -1672               |
| 1,00  | 38,0      | -1900         | 1,65    | -2656      | -1610               |
| 1,25  | 28,5      | -1900         | 1,68    | -2677      | -1593               |

Tafel h.

| $p/k$ | $\lambda$ | $\sigma_{kr}$ | $\gamma_{gü}$ | $\beta$ | $\bar{\sigma}_{kr}$ | $\beta$ | $\bar{\sigma}_{kr}$ |
|-------|-----------|---------------|---------------|---------|---------------------|---------|---------------------|
| 0,25  | 131,5     | -1000         | 1,000         | 1,26    | -1000               | 1,22    | -1032               |
| 0,50  | 121,0     | -1000         | 1,066         | 1,49    | -1000               | 1,43    | -1038               |
| 1,0   | 102,9     | -1000         | 1,082         | 1,98    | -1000               | 1,88    | -1052               |
| 1,5   | 87,8      | -1000         | 1,128         | 2,23    | -1000               | 2,12    | -1052               |
| 2,0   | 73,0      | -1000         | 1,122         | 2,43    | -1000               | 2,28    | -1063               |
| 2,5   | 58,0      | -1000         | 1,122         | 2,57    | -1000               | 2,39    | -1078               |
| 3,0   | 43,3      | -1000         | 1,142         | 2,64    | -1000               | 2,45    | -1078               |
| 0,125 | 81,2      | -1900         | 1,078         | 1,22    | -1900               | 1,19    | -1958               |
| 0,25  | 71,3      | -1900         | 1,208         | 1,29    | -1900               | 1,28    | -1920               |
| 0,50  | 57,7      | -1900         | 1,460         | 1,35    | -1900               | 1,39    | -1855               |
| 0,75  | 47,6      | -1900         | 1,656         | 1,38    | -1900               | 1,46    | -1796               |
| 1,00  | 38,0      | -1900         | 1,707         | 1,40    | -1900               | 1,51    | -1762               |
| 1,25  | 28,5      | -1900         | 1,690         | 1,41    | -1900               | 1,53    | -1750               |

für  $p/i = 0,2, 0,4, 0,6, 0,8, 1,0, 1,2, 1,4, 1,6, 1,82$  der Reihe nach die kritischen Schlankheitsgrade  $\lambda_{kr} = \max \lambda_{GI} = 121,9, 104,5, 89,8, 76,0, 62,1, 47,9, 33,8, 23,3, (18,7)$  und im Fall  $\sigma_0 = -1900 \text{ kg/cm}^2$  für  $p/i = 0,05, 0,1, 0,2, 0,3, 0,4, 0,5, 0,6, 0,7, 0,75$  der Reihe nach  $\lambda_{kr} = 82,1, 72,0, 58,9, 49,1, 39,9, 30,9, 22,0, (18,1)$  und  $(16,2)$  liefern. Die Kennziffern der so bestimmten kritischen Gleichgewichtszustände sind in den ersten drei Spalten der Tafeln f und g zusammengestellt worden, wobei die Maxima zweiter Ordnung wieder unberücksichtigt blieben. Die Näherungswerte  $\bar{\sigma}_{kr} = \sigma_k/\beta$ , die in der vierten bis sechsten Spalte aus der „Grundlösung“ („Tafel B“ bzw. „Tafel A“) entwickelt wurden, zeigen nicht unbedeutende Abweichungen von den kritischen mittleren Druckspannungen  $\sigma_{kr}$ . Wir wollen daher versuchen, durch Verwendung eines ideellen Hebelmaßes  $p/\varphi k$  eine bessere Übereinstimmung zu erzielen, und ermitteln (um einen Anhaltspunkt für die Festsetzung von  $\varphi$  zu gewinnen) die „günstigsten“ Beiwerte  $\varphi_{gü}$ , die wir einführen müssen, um die Rechnungsgröße  $\bar{\sigma}_{kr} = \sigma_k/\beta$  in jedem Einzelfall mit dem strengen Wert zur Deckung zu bringen (vierte bis sechste Spalte der Tafel h). Wählen wir nun auf Grund dieser Zusammenstellung z. B. den Durchschnittswert  $\varphi = 1,3$ , dann erhalten wir aus der „Tafel A“ die in der siebenten Spalte zusammengestellten  $\beta$ -Werte und damit die in der letzten Spalte angegebenen Rechnungsgrößen  $\bar{\sigma}_{kr} = \sigma_k/\beta$ , die mit den strengen Werten  $\sigma_{kr} = -1000$  bzw.  $-1900 \text{ kg/cm}^2$  zu vergleichen sind.

6. Die Profilklasse V.

Wir untersuchen einen außermittig gedrückten Baustahlstab, der hinsichtlich der Querschnittsform und der Lage des Kraftangriffspunktes dem Fall V in Bild 1 zugehört. Für die Flanschdicke  $d$  wollen wir das 0,06 fache der Querschnittshöhe  $h$  und für die Flanschbreite  $b$  das 12 fache der Stegdicke  $\delta$  wählen, so daß wir  $F = 0,1933 b h$ ,  $J = 0,03128 b h^3$ ,  $i = 0,4021 h$  und  $k = k' = 0,3236 h$  erhalten. Die Gültigkeitsgrenze des Hookeschen

Formänderungsgesetzes, innerhalb deren die Beziehung  $\frac{h}{\rho} = \frac{h M_a}{E J}$  =  $(-\frac{h^2 \sigma_0}{i^2 E}) \frac{y}{h}$  Geltung besitzt, wird erreicht, wenn  $M_a = M_i = \frac{2 J}{h}$

( $1900 + \sigma_0$ ) wird. Außerhalb des Hookeschen Gebietes können wir die den Parameterwerten  $\sigma_0 \equiv P/F$  zugeordneten Wertepaare  $y/h, h/\rho$  wieder mit Hilfe des Formänderungsdiagramms (Maßstab:  $1 \text{ cm} = \mu \text{ kg/cm}^2$  Spannung und  $1 \text{ cm} = \nu$  spezifische Dehnung) festlegen. Wir wählen eine Abszissenstelle  $\varepsilon_d'$  und bestimmen  $\varepsilon_z'$  durch Probieren so, daß die Gleichgewichtsbedingung  $\int_F \sigma_b dF = D + Z = 0$  erfüllt wird.  $D$  und  $Z$  sind aus den Biegedruck- und Biegezugspannungsflächen  $\phi'_{bd}$  bzw.  $\phi'_{bz}$  des Diagramms abzuleiten, wobei wir zu berücksichtigen haben, daß den Flanschdicken  $d = 0,06 h$ , innerhalb deren die Querschnittsbreite auf den zwölffachen Betrag springt, im Diagramm die beiden Abszissenintervalle  $d' = 0,06 h' = 0,06 (\varepsilon_z' - \varepsilon_d')$  entsprechen. Bezeichnen wir die über diesen Abszissenintervallen gelegenen Anteile von  $\phi'_{bd}, \phi'_{bz}$  mit  $\phi_1'$  bzw.  $\phi_4'$  und die Restflächen mit  $\phi_2' = \phi'_{bd} - \phi_1'$  bzw.  $\phi_3' = \phi'_{bz} - \phi_4'$ , dann wird die Gleichgewichtsbedingung  $D + Z = 0$  erfüllt, wenn wir  $\varepsilon_z'$  so wählen, daß  $(12 \phi_1' + \phi_2') - (\phi_3' + 12 \phi_4') = 0$  wird. Nach Bestimmung der Entfernungen  $e_1', e_2', e_3'$  und  $e_4'$  der vier Teilflächen-Schwerpunkte von der Biegespannungs-Nulllinie (deren Lage durch den Schnittpunkt der Formänderungskurve mit der waagerechten Geraden „ $\sigma_d = \sigma_0$ “ festgelegt ist) kann das Spannungsmoment  $M_i = b h^2 (12 \phi_1' e_1' + \phi_2' e_2' + \phi_3' e_3' + 12 \phi_4' e_4')$   $\frac{\mu}{12 (h')^2}$  und daraus mit Hilfe der zweiten Gleichgewichts-

bedingung  $M_i + P y = 0$  die Größe  $\frac{y}{h} = -\frac{1}{0,1933 \sigma_0} \cdot \frac{M_i}{b h^2}$  berechnet werden, der wieder das Maß  $h/\rho = \varepsilon_z - \varepsilon_d = \nu h'$  der örtlichen Achsenkrümmung zugeordnet ist.

Die auf diese Weise für die Laststufe  $\sigma_0 = -1000 \text{ kg/cm}^2$  ermittelte  $\varphi$ - $y$ -Kurve ist in Bild 3a eingetragen und durch die beige-schriebene Profilklassen-Nummer V gekennzeichnet worden. Sie bildet die Grundlage für die Berechnung der  $\lambda_{GI} \cdot y_0$ -Kurven, die in Bild 8 dargestellt sind und deren Extremstellen für  $p/i = 0,2, 0,4, 0,6, 0,8, 1,0, 1,2, 1,5, 1,61, 1,8, 2,0, 2,3$  und  $2,5$  der Reihe nach die kritischen Schlankheitsgrade

$\lambda_{kr} = \max \lambda_{GI} = 124,7, 110,0, 97,9, 86,9, 75,2, 62,4, 41,3, 33,9, 29,7, 25,5, 20,1$  und  $(16,9)$  liefern. In den Tafeln i und k wird die kritische mittlere Druckspannung  $\sigma_{kr} = -1000 \text{ kg/cm}^2$  mit den Näherungswerten  $\bar{\sigma}_{kr}$  verglichen, die wir mit Hilfe der „Grundlösung“ (strenge Lösung für die Profilklasse I) erhalten. Wir sehen, daß die Übereinstimmung eine recht gute wird (vgl. auch Tafel m), wenn wir das Hebelmaß in der Form  $p/i$  in die Rechnung einführen, die  $\beta$ -Werte also aus „Tafel B“ entnehmen. Verwenden wir das Hebelmaß in der Form  $p/k$ , dann gelangen wir auf Näherungswerte  $\bar{\sigma}_{kr}$ , die unter Umständen nicht unerheblich größer als  $\sigma_{kr}$  sind<sup>7)</sup>, doch läßt sich auch hier eine befriedigende Übereinstimmung erzielen, wenn wir die Bezugsgröße  $k$  mit einem Korrekturbeiwert  $\varphi$  versehen. Um bei der Wahl dieses Beiwertes einen Anhaltspunkt zu gewinnen, wurden in der Tafel l die „günstigsten“ Beiwerte  $\varphi_{gü}$  zusammengestellt, die wir einführen müssen, wenn wir die mit Hilfe der „Grundlösung“ ermittelten Rechnungsgrößen

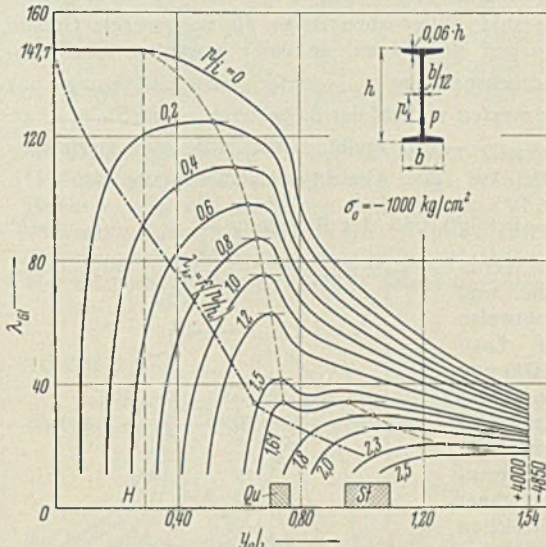


Bild 8.

$\bar{\sigma}_{kr} = \sigma_k/\beta$  (4. bis 6. Spalte der Tafel l) in jedem Einzelfall mit dem strengen Wert  $\sigma_{kr} = -1000 \text{ kg/cm}^2$  zur Deckung bringen wollen; entscheiden wir uns für  $\varphi = 0,7$  als Durchschnittswert aller  $\varphi_{gü}$ , dann erhalten wir aus der „Tafel A“ die in der siebenten Spalte angeführten Abminderungszahlen  $\beta$  und damit die in der letzten Spalte zusammengestellten Näherungswerte  $\bar{\sigma}_{kr} = \sigma_k/\beta$ .

7. Die Profilklasse VI.

Wir untersuchen einen außermittig gedrückten Baustahlstab, der aus zwei dünnen Gurtlamellen vom Gesamtquerschnitt  $F$  zusammengesetzt ist und hinsichtlich der Querschnittsform und der Lage des Kraftangriffspunktes dem Fall VI in Bild 1 entspricht. Die beiden Gurtlamellen wollen wir uns durch einen schubfesten Steg von verschwindend kleiner Dicke verbunden denken, um den Stab wie einen Stab mit einem ungeteilten Vollquerschnitt berechnen zu können; die Dicke der Gurtlamellen sei ausreichend klein, um die einfachen Beziehungen  $J = F h^2/4$  und  $i = k = k' = h/2$  in die Rechnung einführen zu dürfen. Durch eine derartige Idealisierung wird der Lösungsweg wesentlich vereinfacht, ohne die Anwendbarkeit der gefundenen Ergebnisse bei der praktischen Bemessung von I-Stäben mit kräftig ausgebildeten Flanschen auszuschließen.

<sup>7)</sup> Daß die kritischen mittleren Druckspannungen, die bei Versuchen mit Stäben der Profilklasse V erhalten wurden (M. Roß u. J. Brunner, Bericht vom August 1926 an die T. K. V. S. B. in Zürich), mit den nach dem Näherungsverfahren von Roß u. Brunner für Stäbe der Profilklasse I unter Zugrundelegung des Hebelmaßes  $p/k$  ermittelten Werten praktisch ausreichend übereinstimmen, spricht nicht etwa gegen einen Einfluß der Profilformen. Wir erhalten für außermittig gedrückte Baustahlstäbe der Profilklasse V, wie schon aus Tafel k folgt, etwas kleinere kritische Druckspannungen als für Stäbe der Profilklasse I; da nun auch der Näherungswert  $\bar{\sigma}_{kr}$ , den wir für Stäbe der Profilklasse I unter Zugrundelegung sinusförmiger Gleichgewichtsfiguren („T. K. V. S. B.-Verfahren von Roß u. Brunner“) gewinnen, grundsätzlich etwas kleiner als der strenge Wert ist (vgl. die Bemerkungen unter Fußnote 5), gleichen sich die Fehler hier angenähert aus.

Tafel i.

Tafel k.

Tafel l.

| $p/i$ | $\lambda$ | $\sigma_{kr}$ | $\beta$ | $\sigma_k$ | $\bar{\sigma}_{kr}$ |
|-------|-----------|---------------|---------|------------|---------------------|
| 0,2   | 124,7     | -1000         | 1,36    | -1402      | -1032               |
| 0,4   | 110,0     | -1000         | 1,77    | -1802      | -1018               |
| 0,6   | 97,9      | -1000         | 2,06    | -2055      | -998                |
| 0,8   | 86,9      | -1000         | 2,26    | -2220      | -984                |
| 1,0   | 75,2      | -1000         | 2,42    | -2365      | -978                |
| 1,2   | 62,4      | -1000         | 2,53    | -2489      | -986                |
| 1,5   | 41,3      | -1000         | 2,60    | -2626      | -1009               |
| 1,61  | 33,9      | -1000         | 2,62    | -2649      | -1010               |

| $p/k$ | $\lambda$ | $\sigma_{kr}$ | $\beta$ | $\sigma_k$ | $\bar{\sigma}_{kr}$ |
|-------|-----------|---------------|---------|------------|---------------------|
| 0,25  | 124,6     | -1000         | 1,31    | -1405      | -1072               |
| 0,50  | 109,8     | -1000         | 1,65    | -1808      | -1096               |
| 0,75  | 97,7      | -1000         | 1,87    | -2059      | -1103               |
| 1,00  | 86,6      | -1000         | 2,02    | -2224      | -1103               |
| 1,25  | 74,9      | -1000         | 2,12    | -2369      | -1118               |
| 1,50  | 62,0      | -1000         | 2,17    | -2493      | -1148               |
| 1,75  | 48,2      | -1000         | 2,18    | -2590      | -1187               |
| 2,00  | 33,9      | -1000         | 2,16    | -2649      | -1226               |

| $p/k$ | $\lambda$ | $\sigma_{kr}$ | $\varphi_{gü}$ | $\beta$ | $\bar{\sigma}_{kr}$ | $\beta$ | $\bar{\sigma}_{kr}$ |
|-------|-----------|---------------|----------------|---------|---------------------|---------|---------------------|
| 0,25  | 124,6     | -1000         | 0,628          | 1,41    | -1000               | 1,38    | -1019               |
| 0,50  | 109,8     | -1000         | 0,668          | 1,81    | -1000               | 1,79    | -1012               |
| 0,75  | 97,7      | -1000         | 0,727          | 2,06    | -1000               | 2,08    | -989                |
| 1,00  | 86,6      | -1000         | 0,750          | 2,22    | -1000               | 2,28    | -974                |
| 1,25  | 74,9      | -1000         | 0,752          | 2,37    | -1000               | 2,44    | -968                |
| 1,50  | 62,0      | -1000         | 0,737          | 2,49    | -1000               | 2,56    | -977                |
| 1,75  | 48,2      | -1000         | 0,715          | 2,59    | -1000               | 2,62    | -990                |
| 2,00  | 33,9      | -1000         | 0,707          | 2,65    | -1000               | 2,67    | -995                |

Die Grenze des Hookeschen Bereiches, innerhalb dessen die Beziehung

$$\frac{h}{\rho} = \frac{h M_a}{E J} = \left( - \frac{h^2 \sigma_0}{i^2 E} \right) \frac{y}{h}$$

Geltung besitzt, wird erreicht, wenn

$$M_a = M_i = \frac{2J}{h} (1900 + \sigma_0)$$

wird. Außerhalb dieses Bereiches können wir

die den gewählten Parameterwerten  $\sigma_0 = P/F$  zugeordneten Wertepaare  $y/h, h/\rho$  mit Hilfe des Formänderungsdiagramms (Maßstab: 1 cm =  $\mu$  kg/cm<sup>2</sup> Spannung und 1 cm =  $\nu$  spezifische Dehnung) sehr leicht finden, da die Gleichgewichtsbedingung  $\int \sigma_b dF = Z + D = 0$  schon befriedigt ist, wenn die in Gurtmitte gemessenen Biegespannungen  $\sigma_{bd}$  und  $\sigma_{bz}$  von entgegengesetzt gleicher Größe sind. Wir haben daher die waagerechte Gerade  $\sigma_d = \sigma_0^*$  in das Diagramm einzutragen, an einer gewählten Abszissenstelle  $\varepsilon_d'$  die Biegedruckspannung  $\sigma_{bd}$  unter Berücksichtigung des Ordinatenmaßstabes zu messen und auf der Biegezugseite jene Stelle  $\varepsilon_z'$  zu suchen, für die sich  $\sigma_{bz} = -\sigma_{bd}$  ergibt. Mit Hilfe der Beziehung  $y/h = -\sigma_{bz}/2\sigma_0$  (die aus der Gleichgewichtsbedingung  $M_i + P y = \frac{F h}{2} \cdot \sigma_{bz} + F \sigma_0 y = 0$  folgt) und der Beziehung  $\frac{h}{\rho} = \varepsilon_z - \varepsilon_d = \nu h'$

können wir dann die Wertepaare  $y/h, h/\rho$  berechnen und die  $\rho$ - $y$ -Kurve punktweise festlegen. Für die Laststufen  $\sigma_0 = P/F = -1000$  und  $-1900$  kg/cm<sup>2</sup> sind diese Kurven in Bild 3a bzw. 3b dargestellt und durch die beigeschriebene Profilklassennummer VI gekennzeichnet worden; da nach Erreichen der Fließspannung  $\sigma_F$  in einem der beiden Gurte die Größe  $y/h = -\sigma_{bz}/2\sigma_0$  konstant bleibt, während  $h/\rho = \varepsilon_z - \varepsilon_d$  um den Betrag der Fließdehnung  $\Delta \varepsilon = 0,0035$  (Abszissenunterschied  $FF'$  in Bild 2) anwächst, zeigen diese Kurven an den Abszissenstellen  $\frac{y}{h} = \frac{\sigma_F \pm \sigma_0}{-2\sigma_0}$  einen

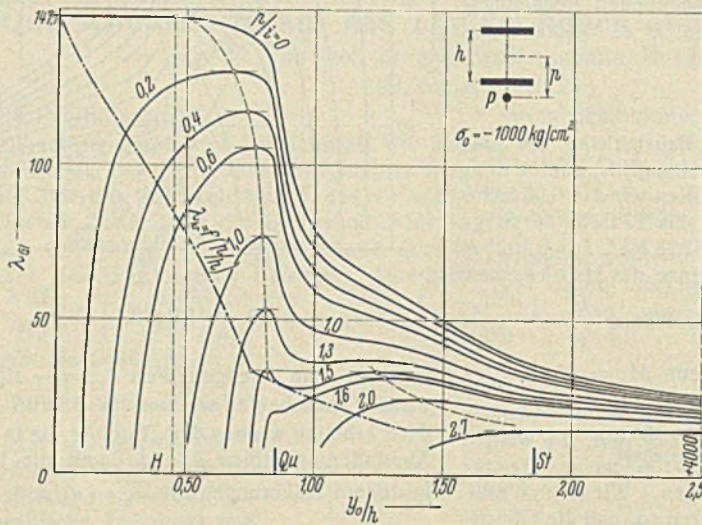


Bild 9a.

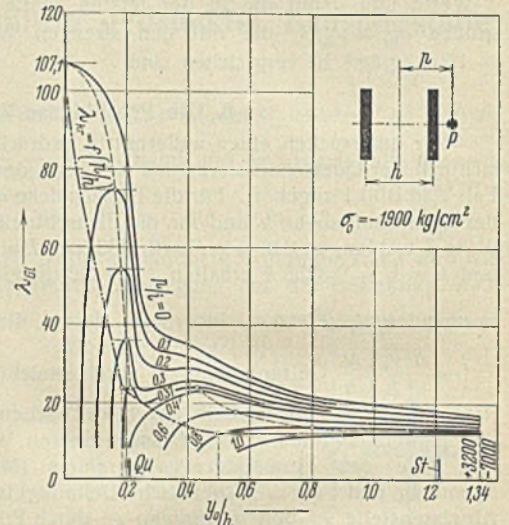


Bild 9b.

stufenförmigen Verlauf. Die  $\rho$ - $y$ -Kurve bildet die Grundlage für die Berechnung der  $\lambda_{GI}$ - $y_0$ -Kurven, die in Bild 9a und 9b wiedergegeben sind und deren Extremstellen im Fall  $\sigma_0 = -1000$  kg/cm<sup>2</sup> für  $p/i = p/k = 0,2, 0,4, 0,6, 1,0, 1,3, 1,5, 1,6, 2,0, 2,7$  der Reihe nach die kritischen Schlankheitsgrade  $\lambda_{kr} = \max \lambda_{GI} = 130,2, 117,2, 105,4, 76,8, 53,2, 33,3, 31,2, 24,2, (14,3)$  und im Fall  $\sigma_0 = -1900$  kg/cm<sup>2</sup> für  $p/i = p/k = 0,1, 0,2, 0,3, 0,37, 0,4, 0,6, 0,8, 1,0$  der Reihe nach  $\lambda_{kr} = 74,7, 54,2, 36,0, 23,7, 22,8, (17,6), (13,7)$  und  $(12,1)$  liefern. Das Quetschintervall „Qu“ und das Streckintervall „St“ ist in Bild 9a und 9b zu je einem Punkt zusammengeschumpft, der sich an der Stelle  $\frac{y}{h} = \frac{\sigma_F + \sigma_0}{-2\sigma_0}$  bzw.  $\frac{\sigma_F - \sigma_0}{-2\sigma_0}$  der Abszissenachse befindet.

Der in den Tafeln m und n durchgeführte Lösungsvergleich lehrt, daß die Übereinstimmung der mit Hilfe der „Grundlösung“ abgeleiteten Rechnungsgrößen  $\sigma_{kr} = \sigma_k/\beta$  mit den aus Bild 9a und 9b gewonnenen strengen Werten  $\sigma_{kr}$  eine recht gute ist, wenn wir das Hebelmaß in der Form  $p/i$  verwenden<sup>9)</sup>. Da für das Grundprofil der Klasse VI unmittelbar  $i = k$  ist, können wir genau die gleiche Übereinstimmung auch durch Einführung eines ideellen Hebelmaßes  $p/\varphi k$  erzielen, wenn wir  $\varphi = 1/\sqrt{3} = 0,578$  setzen; es sind dann die aus der „Tafel A“ entnommenen Zahlen  $\beta$  mit Rücksicht auf die für Rechteckquerschnitte geltende Beziehung  $i = k/\sqrt{3}$  ebenso groß wie die Zahlen  $\beta$ , die wir aus der „Tafel B“ bei Verwendung des Hebelmaßes  $p/i$  gewinnen, so daß auch für  $\sigma_{kr}$  die gleichen Werte wie in der Tafel m erhalten werden. In der Tafel o wurden wieder die „günstigsten“ Beiwerte  $\varphi_{gü}$  zusammengestellt, die wir einführen müßten, um in jedem Einzelfall eine volle Übereinstimmung von  $\sigma_{kr}$  und  $\sigma_{kr}$  zu erzielen; auch diese Serie der  $\varphi_{gü}$  führt angenähert auf den Durchschnittswert  $\varphi = 0,578$ , dessen Verwendung (wie die in den letzten beiden Spalten zusammengestellten, mit den entsprechenden Werten der Tafel m übereinstimmenden Größen  $\beta$  und  $\sigma_{kr}$  erkennen lassen) eine befriedigende Annäherung gewährleistet.

<sup>9)</sup> Dieses Ergebnis wurde schon in zwei Arbeiten des Verfassers („Genauere Theorie der Knickung von Rahmenstäben“, HDI-Mitteilungen, Brünn 1933, Heft 13 bis 20, und „Die Tragfähigkeit stählerner Dreigelenkbogen“, Stahlbau 1935, S. 121) verwertet.

8. Zusammenfassung.

Schreiben wir für die kritische mittlere Druckspannung eines außermittig gedrückten, beiderseits gelenkig gelagerten Baustahlstabes die Beziehung  $\sigma_{kr} = \max P_{GI}/F = \sigma_k/\beta$  an und legen wir der Bemessung dieses Stabes dieselbe Sicherheitszahl zugrunde, die bei einem mittigen Kraftangriff gefordert werden würde, dann lautet die Grundformel der Bemessung einfach  $\beta \omega \cdot \frac{P}{F} \leq \sigma_{zul}$ , wobei  $\omega$  die bekannte „Knickzahl“ vorstellt und die Abminderungszahl  $\beta$  gleich Eins wird, wenn der Angriffshebel der Druckkraft verschwindet. Die praktische Anwendung dieser Grundformel läßt an Einfachheit nichts zu wünschen übrig, wenn für die Abminderungszahlen  $\beta$  ebenso wie für die Knickzahlen  $\omega$  nur eine einzige, der genormten Baustahlorte zugeordnete und für Stäbe beliebiger Querschnittsform geltende Tafel vorgeschrieben wird<sup>9)</sup>. Die durch die Profilstreuung bedingten Abweichungen halten sich in praktischen Fällen bei den  $\omega$ -Zahlen in engen Grenzen (die Knickspannung wird nur im unelastischen Bereich und auch hier nur geringfügig durch die Querschnittsform beeinflusst), können jedoch bei den  $\beta$ -Zahlen unter Umständen bedeutende Größe erreichen. Eine Reduktion dieser Abweichungen kann

durch die Einführung eines von der Profilklassse abhängigen „ideellen Schlankheitsgrades“, vor allem aber durch eine zweckmäßige Wahl der Bezugsgröße für den Hebelarm  $p$  bei der Festlegung des „Hebelmaßes“ erzielt werden. Von den in Betracht kommenden Querschnitts-Festwerten müssen wir (wenn wir beachten, daß die kritische Last von Stäben, deren Querschnitt keine auf der Ausbiegungsebene senkrecht stehende Symmetrieachse aufweist, von der Ausbiegungsrichtung abhängt und daß diese Abhängigkeit bei der Anwendung der Bemessungsformel zum Ausdruck kommen muß) der „verschränkt gemessenen“ Kernweite  $k$  die beste Eignung als Bezugsgröße zusprechen. Es ist nun naheliegend, zur Reduktion der Profilstreuung den Nenner des Hebelmaßes  $p/k$  mit einem Korrekturbeiwert  $\varphi$  zu versehen und diesen Beiwert für die einzelnen Profilklassen so festzulegen, daß die Rechnungsgrößen  $\sigma_{kr} = \sigma_k/\beta$ , die

<sup>9)</sup> Die Bestimmung dieser nach dem Schlankheitsgrad und dem Hebelmaß geordneten  $\beta$ -Werte (der „Grundlösung“) erfordert bei Voraussetzung rechteckiger Stabquerschnitte den geringsten Arbeitsaufwand. Im weiteren wird der Lösungsweg bedeutend abgekürzt, wenn wir die Gleichgewichtsfiguren näherungsweise durch Zweige der Sinuslinie (F. Hartmann, Z. d. Oe IAV 1933, S. 65) oder durch ganze Sinushalbwellen (M. Roß u. J. Brunner, Bericht vom August 1926 an die T.K.V.S.B. in Zürich) ersetzen. Ist das „zugrunde gelegte Formänderungsgesetz“ durch die Angabe von  $E$  und  $\sigma_F$  schon vollständig beschrieben (Ideal-plastischer Baustahl), dann kann die von A. Eggenschwyler (loc. cit.), K. Jezek (Stahlbau 1935, S. 89) und J. Fritsche (Stahlbau 1935, S. 137) entwickelte Lösung als „Grundlösung“ Verwendung finden.

Die „Grundlösung“ bezieht sich nicht nur auf eine einfache Querschnittsform, sondern auch auf den einfachen Fall einer genau geraden Stabachse, beiderseits gleich großer Angriffshebel und einer gelenkigen Lagerung der Stabenden. Um nun auch die Bemessung von außermittig gedrückten Baustahlstäben mit primär gekrümmter Achse oder ungleich großen Angriffshebeln  $p_1 \neq p_2$  mit Hilfe der einheitlich vorgeschriebenen  $\beta$ -Tafel durchführen zu können, hat der Verfasser versucht, die Lösung für primär gekrümmte Stäbe (Stahlbau 1935, S. 43) und die Lösung für den Fall  $p_1 \neq p_2$  (noch unveröffentlicht, vgl. den Schlußbericht I. Int. Kongr. Brückenbau in Paris 1932, S. 60) auf die „Grundlösung“ zurückzuführen. Auch der Einfluß einer elastischen Einspannung der Stabenden (noch unveröffentlicht, vgl. den Schlußbericht I. Int. Kongr. f. Brückenbau in Paris 1932, S. 60, sowie die Abhandlungen d. Int. Ver. Brücken- und Hochbau, 2. Bd., Zürich 1933, S. 108) und die Beeinflussung der Tragfähigkeit durch Querbelastungen oder elastische Quersstützungen (Stahlbau 1935, S. 43) wurde in Untersuchung gezogen.

Tafel m.

| $p/i$ | $\lambda$ | $\sigma_{kr}$ | $\beta$ | $\sigma_k$ | $\bar{\sigma}_{kr}$ |
|-------|-----------|---------------|---------|------------|---------------------|
| 0,2   | 130,2     | -1000         | 1,32    | -1287      | -975                |
| 0,4   | 117,2     | -1000         | 1,66    | -1588      | -957                |
| 0,6   | 105,4     | -1000         | 2,05    | -1935      | -944                |
| 1,0   | 76,8      | -1000         | 2,43    | -2339      | -963                |
| 1,3   | 53,2      | -1000         | 2,54    | -2545      | -1002               |
| 1,5   | 33,3      | -1000         | 2,50    | -2649      | -1060               |
| 0,1   | 74,7      | -1900         | 1,27    | -2361      | -1859               |
| 0,2   | 54,2      | -1900         | 1,34    | -2537      | -1893               |
| 0,3   | 36,0      | -1900         | 1,35    | -2638      | -1954               |

Tafel n.

| $p/k$ | $\lambda$ | $\sigma_{kr}$ | $\beta$ | $\sigma_k$ | $\bar{\sigma}_{kr}$ |
|-------|-----------|---------------|---------|------------|---------------------|
| 0,2   | 130,2     | -1000         | 1,23    | -1287      | -1046               |
| 0,4   | 117,2     | -1000         | 1,48    | -1588      | -1073               |
| 0,6   | 105,4     | -1000         | 1,76    | -1935      | -1099               |
| 1,0   | 76,8      | -1000         | 1,97    | -2339      | -1187               |
| 1,3   | 53,2      | -1000         | 1,97    | -2545      | -1292               |
| 1,5   | 33,3      | -1000         | 1,89    | -2649      | -1402               |
| 0,1   | 74,7      | -1900         | 1,19    | -2361      | -1984               |
| 0,2   | 54,2      | -1900         | 1,23    | -2537      | -2063               |
| 0,3   | 36,0      | -1900         | 1,22    | -2638      | -2162               |

Tafel o.

| $p/k$ | $\lambda$ | $\sigma_{kr}$ | $\varphi_{gü}$ | $\beta$ | $\sigma_{kr}$ | $\beta$ | $\bar{\sigma}_{kr}$ |
|-------|-----------|---------------|----------------|---------|---------------|---------|---------------------|
| 0,2   | 130,2     | -1000         | 0,720          | 1,29    | -1000         | 1,32    | -975                |
| 0,4   | 117,2     | -1000         | 0,715          | 1,59    | -1000         | 1,66    | -957                |
| 0,6   | 105,4     | -1000         | 0,704          | 1,94    | -1000         | 2,05    | -944                |
| 1,0   | 76,8      | -1000         | 0,626          | 2,34    | -1000         | 2,43    | -963                |
| 1,3   | 53,2      | -1000         | 0,573          | 2,55    | -1000         | 2,54    | -1002               |
| 1,5   | 33,3      | -1000         | 0,527          | 2,65    | -1000         | 2,50    | -1060               |
| 0,1   | 74,7      | -1900         | 0,685          | 1,24    | -1900         | 1,27    | -1859               |
| 0,2   | 54,2      | -1900         | 0,597          | 1,34    | -1900         | 1,34    | -1893               |
| 0,3   | 36,0      | -1900         | 0,497          | 1,39    | -1900         | 1,35    | -1954               |

wir mit Hilfe der einheitlich vorgeschriebenen  $\beta$ -Tafel erhalten, von den strengen Lösungswerten im Durchschnitt nur wenig abweichen. Nach den Ergebnissen unserer Lösungsvergleiche, die sich allerdings nur auf zwei Laststufen ( $P/F = -1000$  und  $-1900$  kg/cm<sup>2</sup>) erstrecken und daher keineswegs ausreichen, um allgemeine Schlüsse ziehen zu dürfen, bleibt die Profilsteuerung innerhalb praktisch noch zulässiger Grenzen, wenn

wir bei der Bemessung von Stäben der Profilklassen I, II, III einfach  $\varphi = 1,0$ , bei Stäben der Profilkategorie IV etwa  $\varphi = 1,3$ , bei Stäben der Profilkategorie V ungefähr  $\varphi = 0,7$  und bei Stäben der Profilkategorie VI rund  $\varphi = 0,6$  setzen. Bei Anwendung des üblichen Bemessungsverfahrens<sup>1)</sup> kann die statische Tragsicherheitszahl bei Stäben aller Profilklassen von der vorgeschriebenen Knicksicherheitszahl nach beiden Seiten bedeutend abweichen.

### Verschiedenes.

**Zur Berechnung von Rautensystemen.** Die Berechnung von Rautensystemen muß anders durchgeführt werden als die der übrigen gebräuchlichen Fachwerke. Dies hat darin seinen Grund, daß es bei Rautensystemen nicht möglich ist, einen Schnitt zu führen, der nur drei Stäbe trifft. In den Lehrbüchern der Statik ist es deshalb üblich, sich bei der Berechnung von Rautensystemen der kinematischen Methode zu bedienen. Diese

Bei der symmetrischen Belastung gemäß Bild 1 ergeben sich für das dort dargestellte System die eingetragenen Kräfte, wobei

$$O = U = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{h}, \quad D = \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{h}, \quad V = \frac{1}{2}$$

Es ist zu erkennen, daß der Einfluß der Lastgruppe sich nur auf die zwischen ihr und dem Stabilisierungsstab  $V$  liegenden Stäbe erstreckt. Die Kräfte in den Gurtsstäben werden alle gleich groß, nur die Vorzeichen wechseln. Dasselbe gilt für die Diagonalen. Es läßt sich aus Bild 1 weiter ablesen: wenn die Lastgruppe um zwei Felder vorrückt, bleibt zwischen Lastgruppe und Stabilisierungsstab alles unverändert. Dagegen kehren sich alle Vorzeichen um, wenn das Vorrücken nur zum nächsten Knotenpunkt erfolgt. Man kann also für jede Laststellung sofort die zugehörigen Stabkräfte angeben, und damit lassen sich auch unmittelbar die

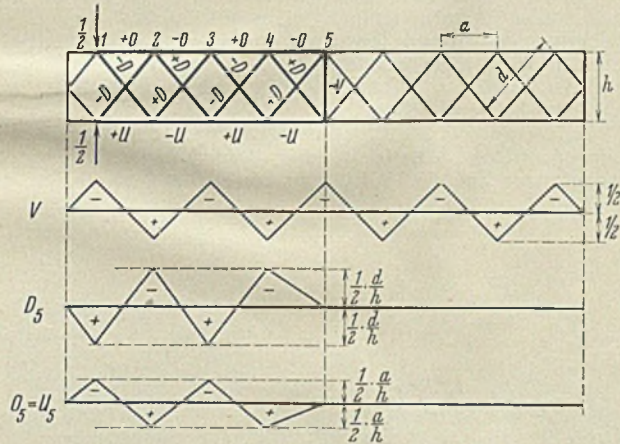


Bild 1.

Methode ist im allgemeinen bei keinem der sonst in der Praxis üblichen Systeme gebräuchlich und deshalb auch meist wenig geläufig.

Grüning zeigt in seinem Werk „Die Statik des ebenen Tragwerkes“ auf S. 142, wie man die Berechnung auch ohne Kinematik durchführen kann. Der angegebene Weg ist aber recht umständlich, besonders für die Ermittlung von Einflußlinien. Grüning sagt deshalb selbst, daß man die Einflußlinien mit Hilfe der Kinematik einfacher erhalten kann.

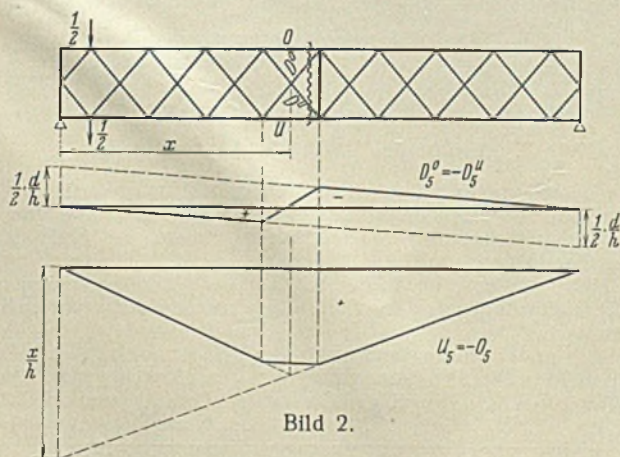


Bild 2.

Im folgenden soll nun kurz gezeigt werden, wie man einen Parallelträger mit rautenförmiger Ausfachung auch ohne Kinematik sehr schnell berechnen kann. Es ist dazu nur nötig, die Symmetrie auszunutzen, die diesem System zur Längsachse eigen ist. Es werden deshalb statt einer Einzellast eine symmetrische und eine gegensymmetrische Lastgruppe, wie sie sich aus den Bildern 1 u. 2 ergeben, eingeführt.

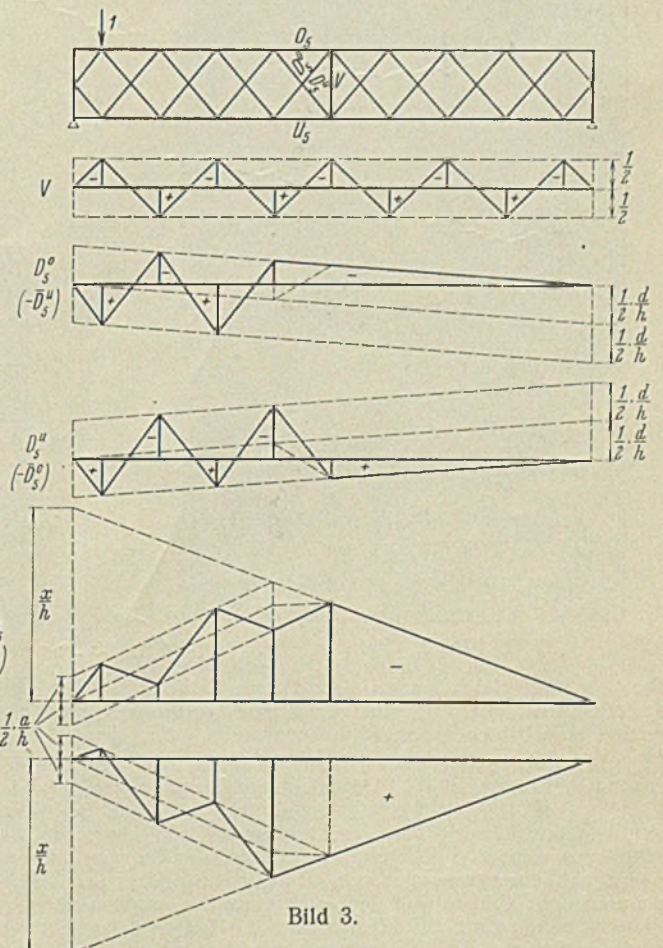


Bild 3.

Einflußlinien aufzeichnen. In Bild 1 sind diese für die Stäbe des Feldes 4 bis 5 dargestellt.

Für die gegensymmetrische Belastung des Bildes 2 müssen sich auch (zur Längsachse) spiegelgleiche Vorzeichen ergeben. Diese Bedingung kommt als vierte zu den drei Gleichgewichtsbedingungen hinzu, so daß sich jetzt bei Durchschneidung des Systems die Kräfte in den vier ge-

schnittenen Stäben angeben lassen. Sie sind

$$U = -O = M/h \text{ und } D^u = -D^o = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot \frac{d}{h}$$

Wegen der Gegensymmetrie muß weiter  $V=O$  sein. Bild 2 gibt — wieder für das Feld 5 — die Einflußlinien für die gegensymmetrische Gruppenlast.

Nun braucht man nur noch die beiden Lastfälle zu überlagern. Aus der Addition ergeben sich die Einflußlinien für eine auf dem Obergurt wandernde Einzellast. Sie sind in Bild 3 dargestellt. Die Subtraktion ergibt die Einflußlinien bei unten liegender Fahrbahn. Sie entsprechen den in Bild 3 durch überstrichene Werte (gekennzeichneten) Einflußlinien.  
Dr.-Ing. H. Pfannmüller, Aachen.

**Hängebrücke zur Beförderung von Betonzuschlagstoffen.** In den Vereinigten Staaten von Nordamerika werden zur Zeit mehrere große Staudämme für Wasserkraftanlagen errichtet. Neben anderen sind am Columbia-River gleich zwei derartige Projekte in der Ausführung begriffen, der Bonneville-Damm und der Grand Coulee-Damm. Bei letzterem wurde im November mit den Betonarbeiten begonnen, wozu an beiden Ufern des Stromes große Betonmischanlagen errichtet worden sind. Die benötigten Betonzuschlagstoffe brauchten nicht weit hergeholt zu werden, da am Ost-Ufer große Lager erschlossen werden konnten. Die östliche Mischanlage konnte somit bequem beschickt werden, während für die westliche Mischanlage, die insgesamt 3 440 000 cbm Beton zu liefern hatte, etwa 4 064 000 t Zuschlagstoffe über den Columbia-Fluß gebracht werden mußten. Die Untersuchungen über die wirtschaftlichste und zweckmäßigste Beförderungsart führten zu der Wahl eines Transportbandes, welches über eine lediglich zu diesem Zwecke zu errichtende leichte Hängebrücke geführt werden sollte. Die erforderliche Brückenlänge betrug immerhin 1069 m. Das Vorhandensein des Kastenfangedammes machte es möglich, auf ihm einen mittleren Pylon anzuordnen und das

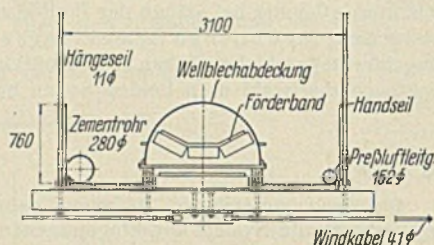


Bild 1. Querschnitt des Brückensteiges.

von 280 mm Durchm. enthalten. Außerdem mußten berücksichtigt werden: eine Preßluftleitung von 152 mm Durchm., die Belastung durch einen Arbeiter in jedem der 3,1-m-Brückenfelder, ferner Schnee- und Eislasten. Endlich waren noch die von den talauf und talab strömenden Winden herrührenden Kräfte aufzunehmen.

Aus Gründen der Gewichtsersparnis wurden statt einfacher Tragkabel größeren Durchmessers zwei Kabelpaare angeordnet; der Durchmesser des Einzelkabels beträgt 52 mm. Die Mittenentfernung der Kabelpaare beträgt 3,1 m. Die den Brückensteg tragenden Hängeseile haben einen Durchmesser von 11 mm und sind in Abständen von 3,1 m angeordnet. Jedes Hängeseilpaar trägt einen 3,66 m langen Querbalken 203 · 152 mm zur Aufnahme der Längs- und Tragbalken für das Förderband sowie die Stegabdeckung. Bei der Montage der Brücke wurde so vorgegangen, daß nach der Aufstellung der Pylonen und dem Aufbringen der Tragkabel jeweils ein Paar Hängeseile mit fertig angeschlossenem Querbalken als Ganzes hochgezogen und an den Tragkabeln befestigt wurde. Mit dem Fortschreiten dieser Arbeit von den Ufern nach der Mitte zu wurden auch gleichzeitig die Längsbalken und die aus 76 · 254 mm-Bohlen bestehende Stegabdeckung verlegt. Die Stegbreite ist 3,1 m, so daß zu beiden Seiten des Förderbandes noch ein Fußweg verbleibt. Das Förderband läuft mit einer Geschwindigkeit von 2 m/sec, was einer Leistung von rd. 700 t Zuschlagstoffe je Stunde entspricht. Das ganze Förderband ist mit einer Abdeckung aus Wellblech versehen. Einzelheiten des Stegquerschnitts zeigt Bild 1. Den Änderungen der Steglänge, wie sie durch Veränderungen der Durchbiegung hervorgerufen werden können, wurde durch Anordnung je eines verschieblichen Stegteiles in jeder Öffnung Rechnung getragen.

Die Höhe der Pylonen über dem Brückensteg beträgt 53 m, die Gesamthöhe des mittleren Pylons ist 99 m. Der obere Pylonenteil ist als Pendelstütze ausgebildet und vermittelt zweier Zylinderzapfenkipplager von 127 mm Zapfen-Durchmesser auf dem unteren Pylonenteil, aber noch oberhalb des Brückensteiges gelagert. Diese Pendelstützen besitzen einen schmalen rechteckigen Querschnitt mit den Größtabmessungen 1,5 · 6,1 m, der von vier Stielen aus L 203 · 203 · 29 und Verbänden gebildet wird. Ansichten der Brücke zeigen die Bilder 2 und 3.

Die Tragkabel sind auf dem westlichen Ufer im Felsen, auf dem Ost-Ufer in einem 230 m<sup>3</sup>-Betonblock verankert.

Als Überhöhung des Brückensteiges, wie sie sich bei voller Belastung einstellen soll, wurden 3,1 m vorgesehen. Bei dem in Bild 3 gezeigten Bauzustand ist diese volle Belastung noch nicht aufgebracht, wodurch die Überhöhung größer erscheint.

Die Windversteifung des Brückensteiges wurde durch seitliche Kabelverspannungen erreicht. Die Längskabel dieser Verspannung wurden von den Verankerungen an den Ufern, über die in Bild 2 sichtbaren, etwa in

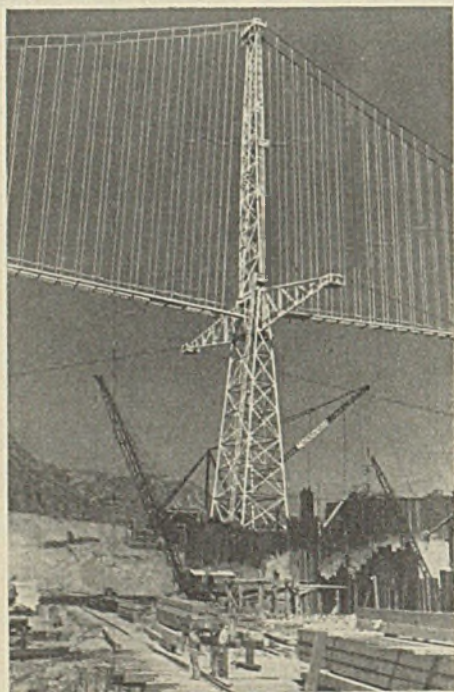


Bild 2. Pylon.

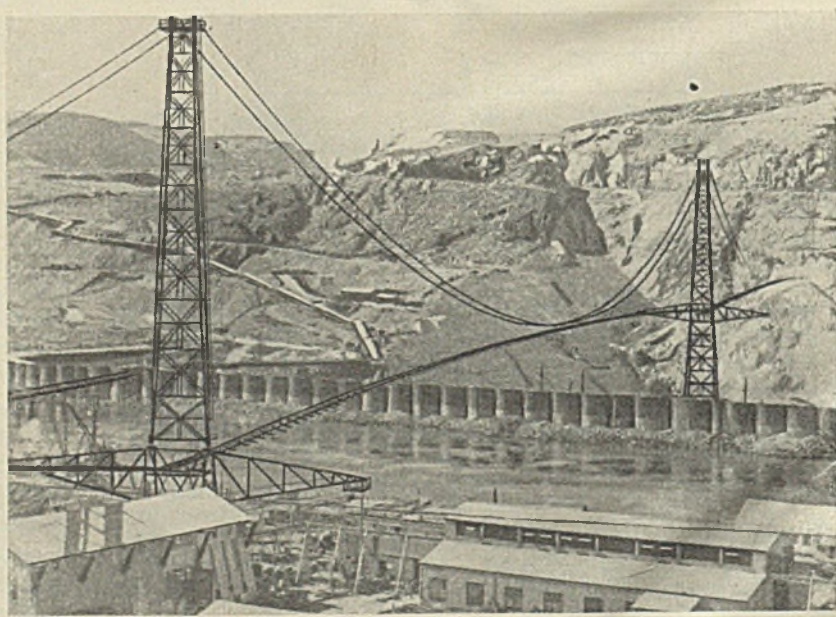


Bild 3. Ansicht der Hängebrücke.

Flußtal mit zwei gleich großen Hauptöffnungen von je 438 m Stützweite zu überspannen. Hieran schließt sich eine westliche Seitenöffnung von 83 m und eine östliche von 155 m Spannweite.

Die Brücke gehört zur Baustellenausrüstung der Mason-Walsh-Atkinson-Kier Co., der General-Unternehmerin für den Grand Coulee-Damm. Eine mehr als 1000 m lange Hängebrücke als Teil der Baustelleneinrichtung dürfte auch für amerikanische Verhältnisse etwas Außergewöhnliches sein; daß die gefundene Lösung der Transportfrage dennoch die wirtschaftlichste war, daß sie auch in bezug auf Schnelligkeit der Beförderung mit Kähnen und den damit verbundenen umständlichen Lade- und Löscharbeiten trotz der für den Bau der Hängebrücke benötigten Zeit weit überlegen war, spricht für die große Leistungsfähigkeit der Stahlbauweise.

Dem Entwurf wurde eine Belastung von 595 kg je laufenden Meter zugrunde gelegt. Hierin sind außer dem Eigengewicht der Konstruktion die Lasten aus dem voll ausgenutzten, 915 mm breiten Förderband und aus einem ebenfalls über die Brücke geführten Zementbeförderungsrohr

Höhe des Brückensteiges befindlichen, drehbar gelagerten Ausleger geführt. Diese Hauptkabel haben einen Durchmesser von 41 mm. Von ihnen führen 6,4 mm dicke, mit Spanschlössern versehene Seile zu den einzelnen Querbalken.

Die Montage wurde durch die bereits in der Werkstatt vorgenommene farbige Kennzeichnung der Anschlußstellen an den vorgereckten Kabeln sehr erleichtert.

Der Entwurf der Brücke stammt von der American Steel & Wire Co., die auch die Stahlkonstruktionen lieferte. Die Montage wurde von der Mason-Walsh-Atkinson-Kier Co. unter Leitung von H. L. Myer durchgeführt. (Eng. News-Rec. v. 14. 11. 35.)

**INHALT:** Die Knicksicherheit der Randausstufungen von II- und I-Stäben. — Der Einfluß der Querschnittsform auf das Tragvermögen außerordentlich gedrückter Baustahlstäbe. — Verschiedenes: Zur Berechnung von Rautensystemen. — Hängebrücke zur Beförderung von Betonzuschlagstoffen.

Für die Schriftleitung verantwortlich: Geh. Regierungsrat Prof. A. Hertwig, Berlin-Charlottenburg. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W9. Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW68.

SKREŚLONO Z INWENTARU  
Biblioteki Główny i OINT  
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

POLITECHNIKA SLASKA  
Biblioteka  
Główna