

# DER STAHLBAU

Schriftleitung:  
 Geh. Regierungsrat Professor Dr.-Ing. A. Hertwig, Berlin-Wilmersdorf, Sächsische Str. 43  
 Fernsprecher: 87 7421  
 Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61

Beilage  
 zur Zeitschrift

## DIE BAUTECHNIK

Fachschrift für das ge-  
 samte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

10. Jahrgang

BERLIN, 4. Juni 1937

Heft 12

Alle Rechte vorbehalten.

### Die Stahlkonstruktion der Deutschlandhalle in Berlin.

Von Obering. A. Bungardt, Rheinhausen.

Nach dem Entwurf des Ingenieurs Fritz Wiemer, Geschäftsführer und Mitinhaber der Firma Wiemer & Trachte, wurde im Jahre 1935 in Berlin-Grünwald die Deutschlandhalle erbaut.

lichen Nebenräume angeschlossen. — Bei der Planung wurde nach eingehendem Studium festgelegt, den Unterbau der Halle sowie die Ränge in Eisenbeton auszuführen. Die Dachkonstruktion der Haupthalle sowie

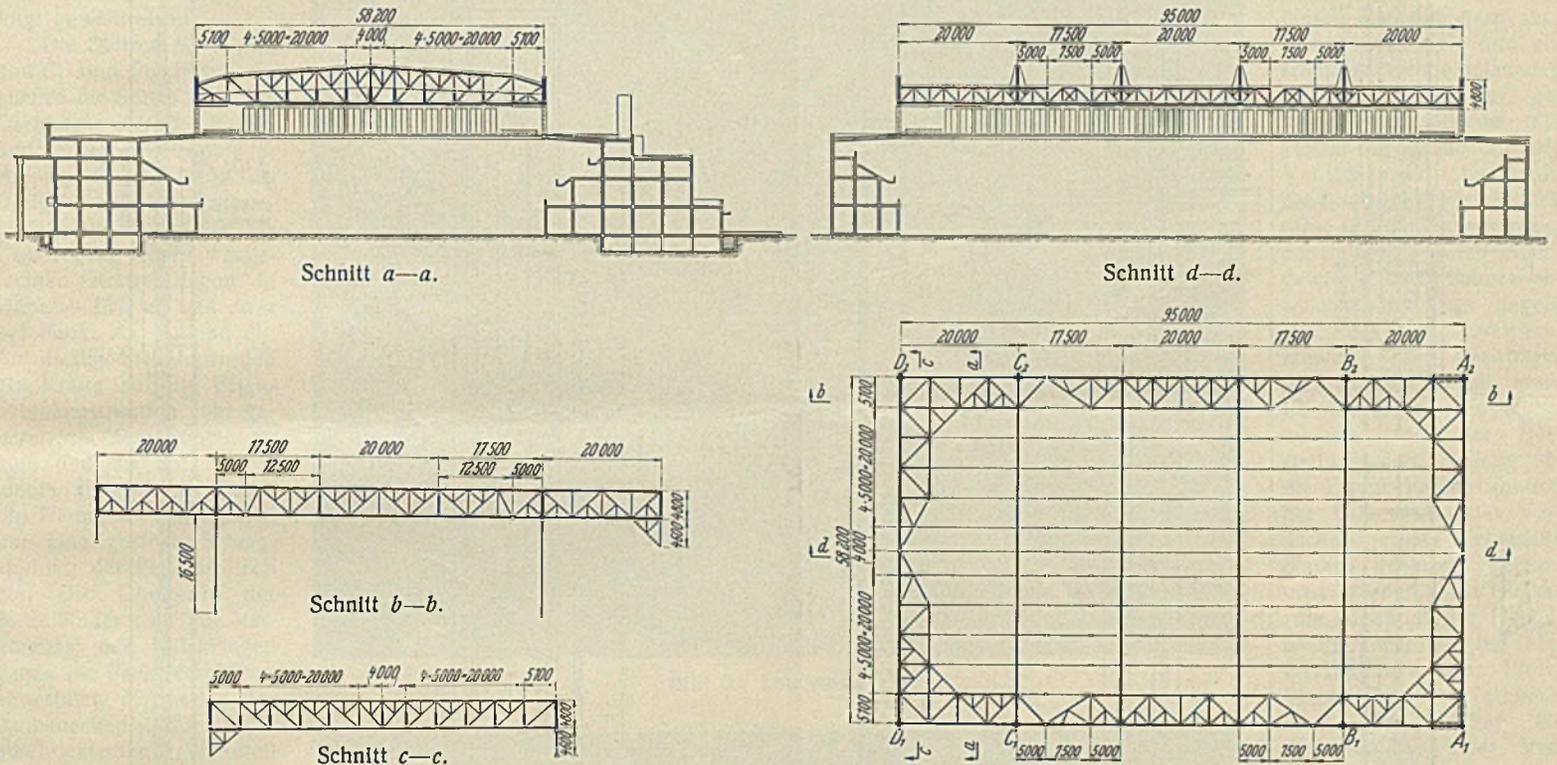


Bild 1. Übersicht.

Vom Bauherrn wurde die Verwendungsmöglichkeit der Halle für die verschiedenartigsten Zwecke gewünscht, z. B. für Versammlungen der Partei, vaterländische und musikalische Veranstaltungen, Sportveranstaltungen aller Art, wie Radrennen, Reit- und Fahrturniere, Boxkämpfe usw.; ferner sollte sich die Halle auch für Vorträge eignen. Dem Hauptraum sind die für solche Veranstaltungen erforder-

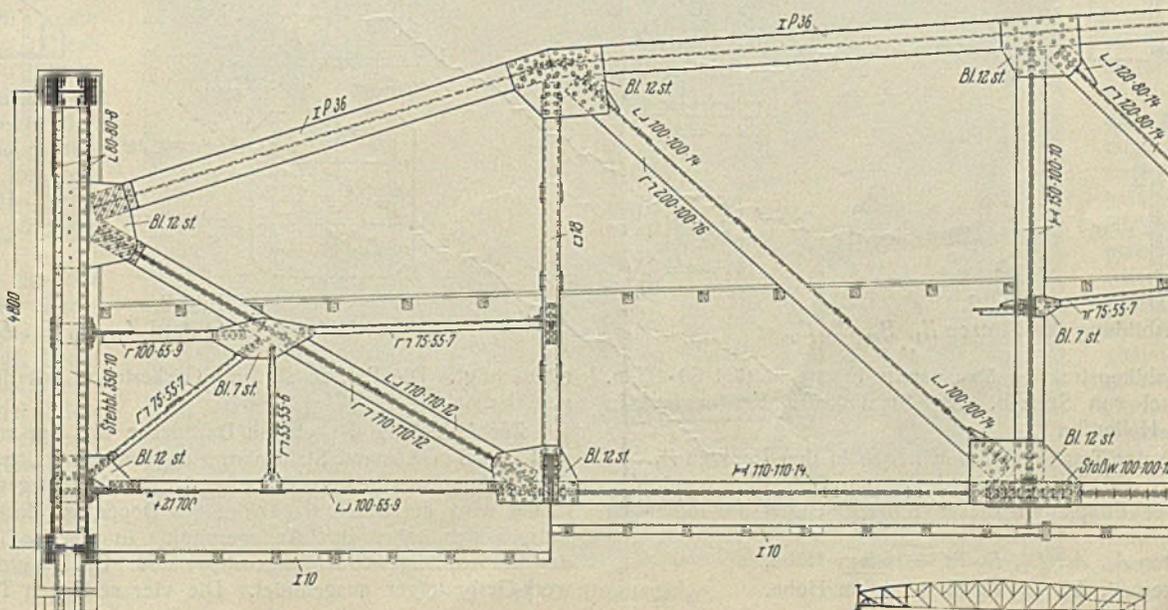


Bild 4. Ausbildung der Binder.

die tragenden Bauteile der Decke sollten dagegen in Stahl ausgeführt werden.

Um die geforderte gute Hörsamkeit zu erreichen, ist eine untere waagerechte Decke aus leichtem porösen Baustoff angeordnet. Durch diese Decke wird die tragende Stahlkonstruktion des Daches verdeckt. Der Zwischenraum zwischen der unteren Decke und der Dachdecke beträgt etwa 2,5 m und bildet ein

gutes Luftpolster für die Erwärmung. Ferner sind in diesem Raum die Anlage der Entlüftungen und die Laufbühnen für die Bedienung der Beleuchtungen usw. untergebracht.

Die gesamte Anordnung des Unterbaues aus Eisenbeton sowie der Stahlkonstruktion des Daches ist aus Bild 1 zu ersehen.

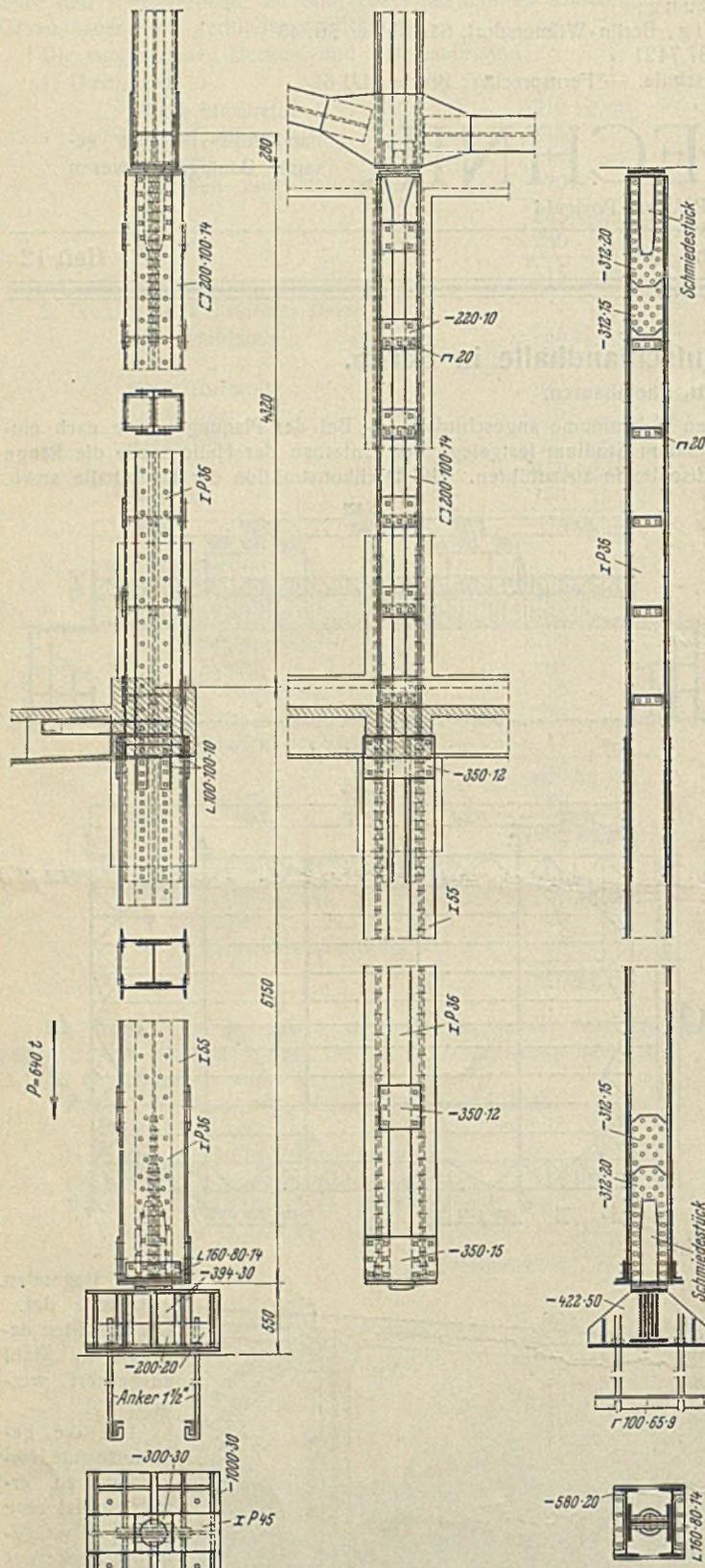


Bild 2.  
Ausbildung der Stützen B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>.

Die von der Stahlkonstruktion überspannte Fläche beträgt 60 · 95 m. Dieser Raum ist frei von Stützen. Die Stahlkonstruktion beginnt in Höhe + 21 m über Hallenflur.

Die Stützpunkte der Tragkonstruktion liegen in den Punkten A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, D<sub>1</sub> und D<sub>2</sub> und werden durch Stahlstützen gebildet. Die Unterkanten der Fußplatten dieser Stützen liegen in folgenden Höhen:

- Stützen A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, D<sub>1</sub>, D<sub>2</sub> in + 16,5 m Höhe,
- Stützen B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub> in + 4,6 m Höhe.

Die Ausbildung der Stützen B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, C<sub>1</sub> und C<sub>2</sub> ist in Bild 2 dargestellt, die der übrigen Stützen in Bild 3. Diese vier Hauptstützen bestehen im Grundprofil aus zwei I 36 und einem I P 36. Am Kopf und Fuß sind zur einwandfreien Übertragung der Kräfte auf die schwach gewölbte Druckplatte Verstärkungen angeschweißt. Die von den Stützen zu übertragenden Belastungen sind in Bild 2 u. 3 eingetragen.

Der weitere Aufbau der Stahlkonstruktion ist folgender:

Die Halle wird von vier Mittelbindern und zwei Endbindern mit der gleichen Stützweite von 58,2 m überspannt (Bild 4). Diese Binder sind als Fachwerkträger auf zwei Stützen ausgebildet. Der Obergurt der Hauptbinder liegt 3,5 m über Oberkante der Fachwerkpfetten. Daher mußten zur Knicksicherung des Obergurtes biegungs sichere Pfosten eingebaut werden. Diese stützen sich gegen den Ober- und Untergurt der Fachwerkpfetten ab, welche die Kräfte an die Verbände abgeben. Bei der Querschnittsermittlung der Fachwerkpfetten wurden diese Kräfte be-

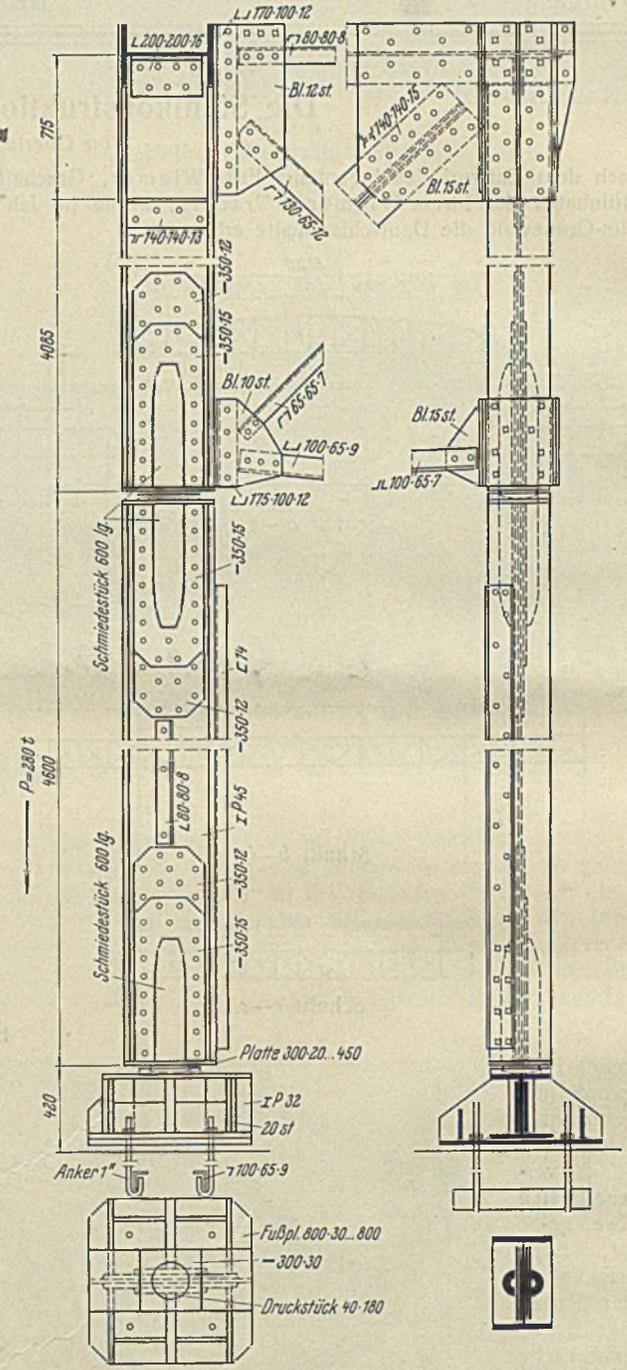


Bild 3.  
Ausbildung der Stützen A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, D<sub>1</sub>, D<sub>2</sub>.

rücksichtigt. Die Pfetten sind als Gerberträger mit Bolzengelenken ausgebildet.

Zur Aufnahme der oberen Dachdecke und der unteren Schutzdecke sind in 2,5 m Abstand Stahlsparren angeordnet, welche in der Höhe des Pfettenobergurtes liegen. Der über der Dachhaut liegende Teil der Hauptbinder wird durch ein trapezförmiges Doppelpaddach eingedeckt. Die Mittelbinder haben ihre Auflagerpunkte in den Dachträgern, welche in den beiden Längswänden angeordnet sind. Die Dachträger sind als Fachwerk-Gerberträger ausgebildet. Die vier seitlichen Träger haben 20 m

Stützweite und einen Kragarm von 5 m. Die Stützweite der eingehängten Träger beträgt 45 m. Die Binder und Dachträger sind zur besseren Ausnutzung der Querschnitte doppelwandig ausgeführt. Bei der Wahl der Querschnitte wurden weitestgehend I P-Träger verwendet. Die Flanschen der I P-Träger sind nach außen gelegt und bilden so für die weitere Ausbildung einen günstigen Querschnitt. Zur Aufnahme der Windkräfte und ferner der Knicksicherung der Dachträger und Binder sind besondere Verbände angeordnet. Die Auflagerpunkte dieser Träger liegen in gleicher Lage wie die Auflagerpunkte der eingehängten Dachträger. Die waagerechten Träger der Giebelwand sind als Dreigelenkträger ausgebildet. Das Zugband wird durch den Mittelbinderuntergurt  $B_1-B_2$  bzw.  $C_1-C_2$  gebildet.

Die Standsicherheit der Stahlkonstruktion ist wie folgt gewährleistet:

Die Stützen  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $C_1$  und  $C_2$  sind Pendelstützen, ebenso die Stütze  $D_2$ . Die Dachträger  $A_2-B_2$ ,  $A_1-B_2$  und ferner die Endbinder  $A_1-A_2$ ,  $D_1-D_2$  sind als Dreigelenkträger ausgebildet. Die Festpunkte zur Übertragung der waagerechten Kräfte liegen in Höhe + 16,5 m, und zwar bei Punkt  $A_1$ ,  $A_2$  und  $D_1$ . An diesen Stellen werden die Kräfte auf die Eisenbetonkonstruktion übergeleitet, von dieser aufgenommen und an die Fundamente abgegeben. Durch die Wärmeausdehnung tritt nur eine geringe Schrägstellung der Pendelstützen ein. Die Obergurte der Mittelbinder sind zur Verkürzung der Knicklängen gegen die Fachwerkpfetten abgestützt. Neben den vier Aufbauecken sind in jedem anschließenden Wandteil von + 16,5 m bis 21,1 m auf etwa 5 m Breite sowohl in den Giebel- als auch in den Längswänden keine Fenster angeordnet. Diese Wandteile werden außen durch Torkret und nach dem Dach zu durch eine Holzschalung mit doppelter Pappe gebildet. In dem dazwischenliegenden Hohlraum ist die Konstruktion angeordnet.

Die Sparren in der Obergurtebene der Fachwerkpfetten nehmen die obere Dachhaut auf. Diese besteht aus einem Doppelpappdach. Die in der Untergurtebene der Fachwerkpfetten angeordneten Sparren tragen die untere Schutzdecke. Letztere wird durch Eternitplatten gebildet. Ferner müssen die Fachwerkpfetten Einzel-

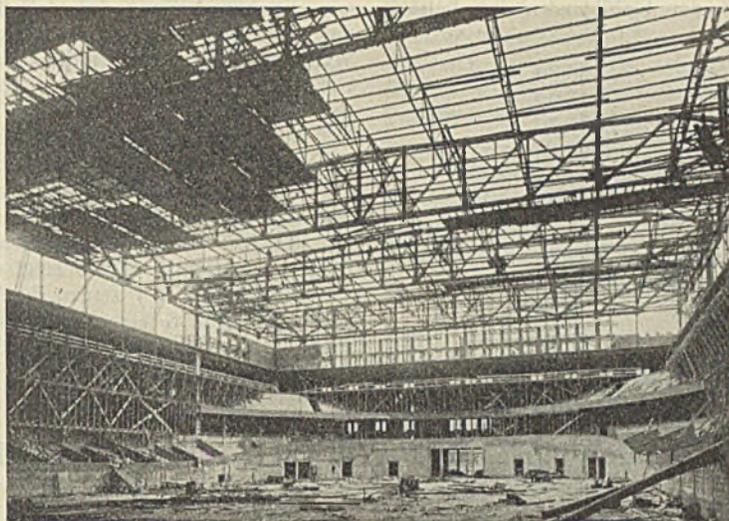


Bild 5. Aufstellungszustand.

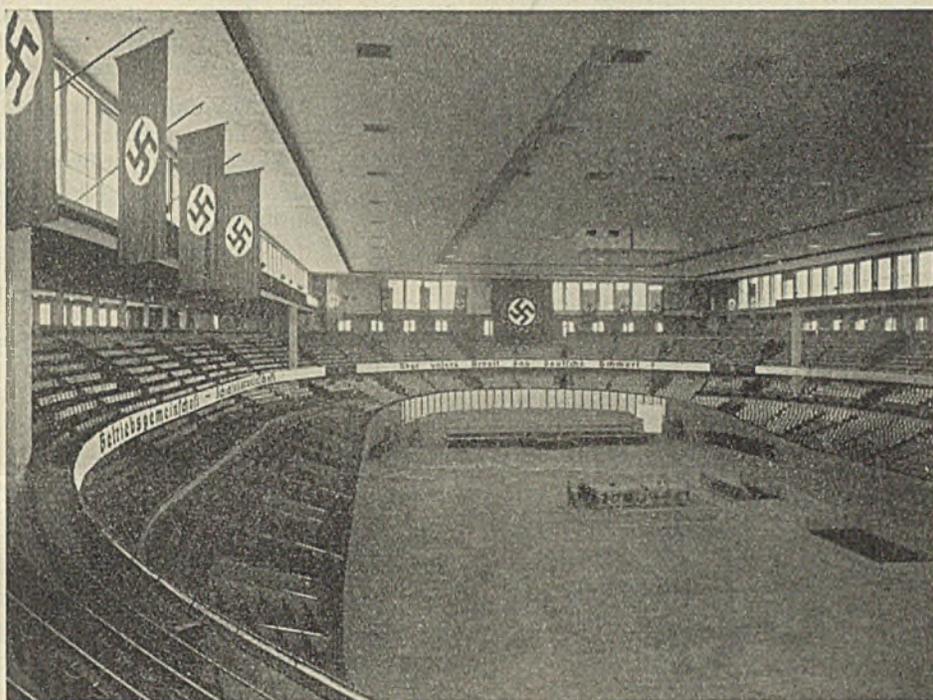


Bild 6. Innenansicht.

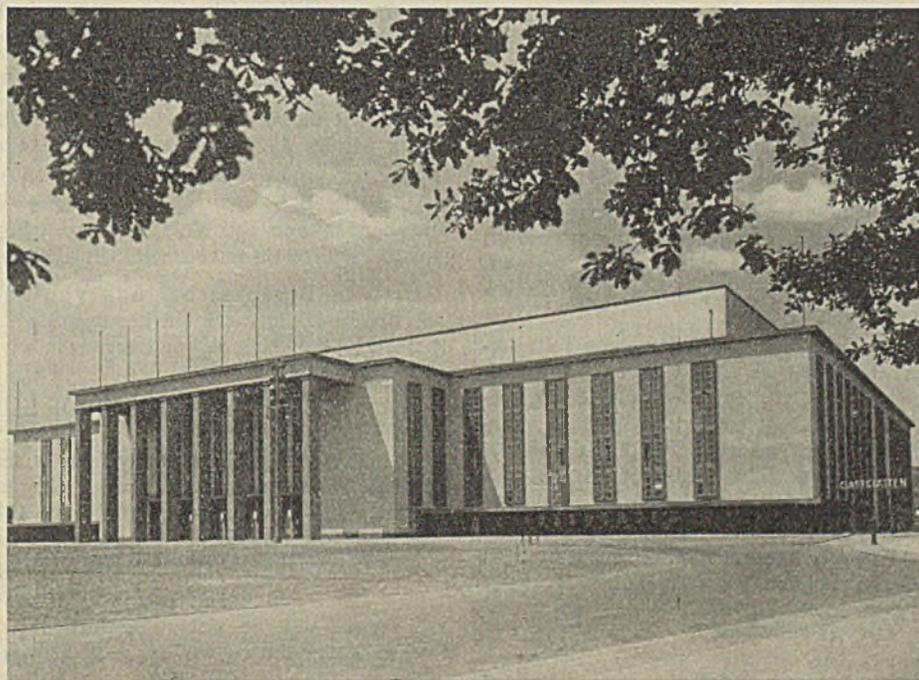


Bild 7. Frontansicht.

lasten aus den Beleuchtungs- sowie Be- und Entlüftungskörpern usw. aufnehmen. Die Mittelbinder übernehmen die Lasten der Pfetten und übertragen diese auf die Dachträger. Sämtliche Eindeckungen, Verschalungen usw. sind in den Knotenpunkten der Fachwerkträger gelagert, so daß die einzelnen Stäbe derselben keine Biegebeanspruchungen erleiden. Die Dachträger und Endbinder tragen außer den vorgenannten Lasten der Dachhaut und der unteren Schutzdecke das Gewicht der Abschlußwand von 16,5 bis + 20,5 m und ferner die eingehängte Decke des Vordaches über den Rängen. Die Wände sind aus Leichtsteinen gebildet, das Vordach ist in Eisenbeton hergestellt. Die Aufhängung der Decke des Vordaches sowie der Abschlußwand erfolgt durch Stahlbänder, welche an

den Dachträgern bzw. an den Endbindern angeschlossen sind. Zwischen diesen Hängebändern sind Eisenbetonbalken und ein schmaler Eisenbetonlaufsteg in Höhe + 16,5 m gelagert; sie nehmen die Lasten der Wände und des Vordaches auf. Es wurde die Bedingung gestellt, daß diese Eisenbetonbalken bei der Belastung durch Eigen- und Schnee in waagerechter Lage liegen. Um das zu erreichen, mußten die Dachträger und Endbinder mit einer Überhöhung ausgeführt werden. Bei der Herstellung der Schalung für die Eisenbetonkonstruktion der Balken und des Vordaches mußte ebenfalls hierauf Rücksicht genommen werden. Die Anker zum Anschluß der Hängebänder wurden bei der Herstellung der Eisenbetonbalken mit einbetoniert. Die Löcher für die Aufnahme der Verbindungsbolzen zwischen Hängeband und Anker wurden in die Ankerbänder nach erfolgter Aufstellung der Stahlkonstruktion auf der Baustelle gebohrt. Hierauf erfolgte die gleichmäßige Entfernung der Abstützkonstruktion der Eisenbetonbalken und des Vordaches. Hieran schloß sich das Ausmauern der Abschlußwände. Alle Anschlüsse, welche Kräfte zu übertragen haben, wurden auf der Baustelle genietet. Die Mittel- und Endbinder, die Dachträger, Horizontalverbände und Stützen sind aus St 52, alle übrigen Bauteile aus St 37. Durch die statisch bestimmte Lagerung der Tragkonstruktion treten Zusatzspannungen aus Temperaturänderungen in dem Trag-

werk nicht auf. — Das Gesamtgewicht der Stahlkonstruktion beträgt 628,5 t und setzt sich wie folgt zusammen:

- 1. Mittlere Pendelstützen . . . . . 36,8 t,
- 2. Eckstützen . . . . . 13,0 t,
- 3. Binder . . . . . 219,7 t,
- 4. Dachunterzüge . . . . . 125,1 t,
- 5. Gitterpfetten . . . . . 78,6 t,
- 6. Horizontalverbände . . . . . 73,2 t,
- 7. Dachpfetten, I-Träger . . . . . 31,1 t,
- 8. Träger für die untere Decke . . . . . 22,2 t,
- 9. Aufhängung für die Betonbalken . . . . . 8,8 t,
- 10. Montageverbände . . . . . 0,9 t,
- 11. Niete und Schrauben . . . . . 19,1 t,

Insgesamt 628,5 t.

Alle Rechte vorbehalten.

### Theorie der einseitig angeordneten Stegblechsteife.

Von Ernst Chwalla und Alexander Novak in Brünn.

(Schluß aus Heft 10.)

#### B. Spezieller Teil.

1. Bestimmung der Beulspannung einer Platte von gegebenen Abmessungen. Die im „Allgemeinen Teil“ entwickelte Theorie soll nun bei der Stabilitätsuntersuchung einer „außermittig“ versteiften Platte von gegebenen Abmessungen angewendet werden. Wir wählen eine einspannungsfrei gelagerte, auf reinen Schub beanspruchte Rechteckplatte, deren Länge  $a = 180$  cm, deren Breite  $b = 150$  cm und deren Dicke  $t = 1$  cm beträgt (Bild 5a), und verstärken diese Platte durch eine außermittig angeordnete Steife, die aus einem einseitig angeschweißten Flachstahl  $\text{—} 70 \cdot 10$  besteht (Bild 5b). Wir denken uns den schmalen Rechteckquerschnitt der Steife im Rahmen unserer Stabilitätsuntersuchung bis zur Plattenmittelebene reichend (Bild 5c) und stellen demgemäß für den Flächeninhalt, das Hauptträgheitsmoment, den Trägheitsradius und den Schwerpunktabstand dieses Steifenquerschnittes die Werte  $F = d h = 1,00 (7,00 + 0,50) = 7,50 \text{ cm}^2$ ,  $J = d h^3 / 12 = 35,16 \text{ cm}^4$ ,  $i = \sqrt{J/F} = 2,17 \text{ cm}$  und  $s = 3,75 \text{ cm}$  in Rechnung. Das Seitenverhältnis der Platte besitzt die Größe  $\alpha = 1,20$ , die Plattensteifigkeit beträgt  $D = 192,3 \text{ tcm}$  und für

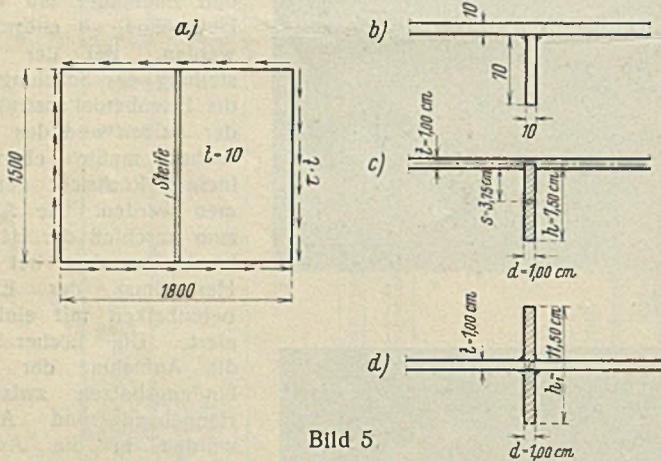


Bild 5

die in der Gl. (23) angegebenen Hilfsgrößen  $\psi$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_3$ ,  $\beta_5$  erhalten wir  $\psi = 3,00$ ,  $\beta_1 = 22,964$ ,  $\beta_3 = 1597,095$  und  $\beta_5 = 10956,222$ . Um die Übersichtlichkeit des Lösungsweges zu wahren, wurde im „Allgemeinen Teil“ die Gültigkeit des Hookeschen Formänderungsgesetzes vorausgesetzt; diese Voraussetzung ist erfüllt, wenn die untersuchte Platte aus einem hochwertigen Baustahl besteht, dessen Proportionalitätsgrenze bei Schubbeanspruchung angenähert  $\tau_p = 1,60 \text{ t/cm}^2$  beträgt.

Wir beziehen uns im weiteren auf den im „Allgemeinen Teil“ behandelten Fall der Auswölbung, der kurz als „Wölbfall I“ bezeichnet werden möge und dadurch gekennzeichnet ist, daß die Steife beim Ausbeulen der Platte eine seitliche Ausbiegung erfährt; den zweiten möglichen Ausbeulungsfall (den „Wölbfall II“), bei welchem die Wölbfläche am Ort der Steife eine Knotenlinie  $w \equiv 0$ “ ausbildet, wollen wir erst später in Rücksicht ziehen. Die Gl. (II), die wir für die gesuchte Beulspannung angegeben haben, schreiben wir — wie dies üblich ist — in der Form  $\tau_k = k \sigma_e$ , wobei  $k$  den aus der Beulbedingung ermittelten „Beulwert“ und  $\sigma_e$  die durch die Beziehung

$$(26) \quad \sigma_e = \frac{\pi^2 D}{b^2 t} = 0,08435 \text{ t/cm}^2$$

festgelegte Eulersche Knickspannung eines gedachten Plattenstreifens der Länge  $b = 150$  cm und der Breite „Eins“ vorstellt.

Die Ausarbeitung der statischen Berechnung sowie die Aufstellung und Ausarbeitung aller Werkstattzeichnungen usw., ferner die gesamte Werkstattbearbeitung erfolgte durch die Firma Fried. Krupp A.-G., Friedrich-Alfred-Hütte, Rheinhausen, Abteilung Stahl- und Brückenbau.

Die Aufstellung der Stahlkonstruktion wurde durch die Firma Krupp-Druckenmüller G. m. b. H., Berlin-Tempelhof, ausgeführt.

Die Bearbeitung der Stahlkonstruktion in der Werkstatt erfolgte in der Zeit vom 1. April bis 30. Juni 1935.

Die Aufstellung wurde in der Zeit vom 15. Juni bis zum 15. August 1935 durchgeführt. Bild 5 zeigt die Halle während der Aufstellung.

Die Bilder 6 u. 7 zeigen die Halle nach der Fertigstellung, und zwar übermittel Bild 6 einen Eindruck von der Größe des stützenfrei überspannten Innenraumes, während Bild 7 die wirkungsvolle Gliederung der Frontansicht zeigt.

Um die Konvergenzverhältnisse zu beleuchten und um aufzuzeigen, wie weit wir die Lösungsschärfe bei baupraktischen Anwendungen der Theorie zu treiben haben, wollen wir bei der Berechnung der kritischen Schubspannung vorerst nur fünf, dann sechs und sieben und schließlich alle acht Teillösungen des Ansatzes Gl. (3) in Rücksicht ziehen:

#### 1. Berücksichtigung von fünf Teillösungen.

Stellen wir im Lösungsansatz Gl. (3) nur die Beiwerte  $A_{11}$ ,  $A_{22}$ ,  $A_{13}$ ,  $A_{31}$  und  $A_{33}$  in Rechnung und bedienen wir uns der Hilfsgrößen

$$(27) \quad \begin{cases} a = \frac{1}{\alpha} \left[ \frac{\pi^2}{32 \alpha^3} (1 + \alpha^2)^2 + \frac{\beta_1}{4} \right] = \frac{6,8037}{\alpha}, & b = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\pi^2}{32 \alpha^3} (4 + 4 \alpha^2)^2 \\ & = \frac{17,0022}{\alpha}, & c = \frac{1}{\alpha} \left[ \frac{\pi^2}{32 \alpha^3} (1 + 9 \alpha^2)^2 + \frac{\beta_3}{4} \right] = \frac{434,0575}{\alpha}, \\ d = \frac{1}{\alpha} \left[ \frac{\pi^2}{32 \alpha^3} (9 + \alpha^2)^2 + \frac{\beta_1}{4} \right] = \frac{25,1950}{\alpha}, \\ f = \frac{1}{\alpha} \left[ \frac{\pi^2}{32 \alpha^3} (9 + 9 \alpha^2)^2 + \frac{\beta_3}{4} \right] = \frac{485,3474}{\alpha}, & j = \frac{\beta_1}{4 \alpha} = \frac{5,7411}{\alpha}, \\ l = \frac{\beta_3}{4 \alpha} = \frac{399,2737}{\alpha}, \end{cases}$$

dann läßt sich das Gleichungssystem (I) in der Form

$$(Ia) \quad \begin{cases} a A_{11} + \frac{4}{9} A_{22} - j A_{31} = 0 \\ \frac{4}{9} A_{11} + b A_{22} - \frac{4}{5} A_{13} - \frac{4}{5} A_{31} + \frac{36}{25} A_{33} = 0 \\ -\frac{4}{5} A_{22} + c A_{13} - l A_{33} = 0 \\ -j A_{11} - \frac{4}{5} A_{22} + d A_{31} = 0 \\ \frac{36}{25} A_{22} - l A_{13} + f A_{33} = 0 \end{cases}$$

schreiben. Berechnen wir die Koeffizientendeterminante  $\Delta$  dieses linearen, homogenen Gleichungssystems und suchen wir den Beulwert  $k$  (d. i. die kleinste positive Wurzel  $\min \alpha$  der Bedingungsgleichung „ $\Delta = 0$ “) auf, dann ergibt sich

$$(28) \quad k = 19,750.$$

Führen wir diesen Beulwert in das Gleichungssystem (Ia) ein, dann erhalten wir für die Beiwerte  $A_{m,n}$  der Reihe nach

$$(29) \quad \begin{cases} A_{22} = -1,0613 A_{11} & A_{13} = +0,0764 A_{11} \\ A_{31} = -0,4378 A_{11} & A_{33} = +0,1250 A_{11} \end{cases}$$

und können nun die Wölbfläche  $w = f(\xi, \eta)$  bis auf den gemeinsamen (an der Stabilitätsgrenze unendlich kleinen) Faktor  $A_{11}$  festlegen.

#### 2. Berücksichtigung von sechs Teillösungen.

Berücksichtigen wir im Lösungsansatz Gl. (3) die sechs Beiwerte  $A_{11}$ ,  $A_{22}$ ,  $A_{13}$ ,  $A_{31}$ ,  $A_{33}$ ,  $A_{15}$  und ergänzen wir die Hilfsgrößen Gl. (27) durch die neue Hilfsgröße

$$(30) \quad g = \frac{1}{\alpha} \left[ \frac{\pi^2}{32 \alpha^3} (1 + 25 \alpha^2)^2 + \frac{\beta_5}{4} \right] = \frac{2983,4038}{\alpha},$$

dann enthält das Gleichungssystem (I) sechs Zeilen und führt auf eine Koeffizientendeterminante, deren kleinste Nullstelle  $\min \alpha = k = 19,744$  beträgt; die erzielte Zuschärfung der Lösung ist hier nur eine ganz unbedeutende, was zu erwarten war, da der neu eingeführte Beiwert  $A_{15}$  bloß in zwei Gleichungszeilen zur Geltung kommt.

#### 3. Berücksichtigung von sieben Teillösungen.

Ziehen wir die sieben Beiwerte  $A_{11}$ ,  $A_{22}$ ,  $A_{13}$ ,  $A_{31}$ ,  $A_{33}$ ,  $A_{15}$ ,  $A_{51}$  in Rücksicht und führen wir die neue Hilfsgröße

$$(31) \quad h = \frac{1}{\alpha} \left[ \frac{\pi^2}{32 \alpha^3} (25 + \alpha^2)^2 + \frac{\beta_1}{4} \right] = \frac{130,5164}{\alpha}$$

ein, dann umfaßt das Gleichungssystem (I) sieben Gleichungszellen, von denen vier den Beiwert  $A_{51}$  enthalten. Der Beulwert besitzt nunmehr die Größe  $k = 18,857$  und ist merkbar kleiner als der früher erhaltene Wert.

4. Berücksichtigung von acht Teillösungen.

Ergänzen wir die bisher verwendeten Hilfsgrößen Gl. (27), (30) und (31) durch die neue Hilfsgröße

$$(32) \quad i = \frac{1}{x} \left[ \frac{\pi^2}{32 \alpha^3} (16 + 16 \alpha^2)^2 \right] = \frac{272,0354}{x}$$

und berücksichtigen wir alle im Lösungsansatz Gl. (3) angegebenen Beiwerte, dann können wir das Gleichungssystem (I) in der Form

$$(Ib) \quad \begin{cases} a A_{11} + \frac{4}{9} \cdot A_{22} - j A_{31} + j A_{51} + \frac{16}{225} \cdot A_{44} = 0 \\ \frac{4}{9} \cdot A_{11} + b A_{22} - \frac{4}{5} \cdot A_{13} - \frac{4}{5} \cdot A_{31} + \frac{36}{25} \cdot A_{33} - \frac{20}{63} \cdot A_{15} \\ - \frac{4}{5} \cdot A_{22} + c A_{13} - l A_{33} + \frac{16}{35} \cdot A_{44} = 0 \\ - j A_{11} - \frac{4}{5} \cdot A_{22} + d A_{31} - j A_{51} + \frac{16}{35} \cdot A_{44} = 0 \\ \frac{36}{25} \cdot A_{22} - l A_{13} + f A_{33} + \frac{144}{49} \cdot A_{44} = 0 \\ - \frac{20}{63} \cdot A_{22} + g A_{15} - \frac{16}{27} \cdot A_{44} = 0 \\ j A_{11} - \frac{20}{63} \cdot A_{22} - j A_{31} + h A_{51} - \frac{16}{27} \cdot A_{44} = 0 \\ \frac{16}{225} \cdot A_{11} + \frac{16}{35} \cdot A_{13} + \frac{16}{35} \cdot A_{31} + \frac{144}{49} \cdot A_{33} - \frac{16}{27} \cdot A_{15} - \frac{16}{27} \cdot A_{51} \\ + i A_{44} = 0 \end{cases}$$

anschreiben. Die Koeffizientendeterminante  $\Delta$  dieses Gleichungssystems (deren Berechnung einen schon etwas großen Arbeitsaufwand erfordert, da angenähert fünfhundert Rechenoperationen mit achtstelligen Zahlen durchgeführt werden müssen) liefert eine biquadratische Beulbedingung, deren kleinste Lösung

$$(33) \quad \min x = k = 18,8171$$

beträgt und nur unbedeutend kleiner als der früher erhaltene Lösungswert ist. Setzen wir Gl. (33) in das Gleichungssystem (Ib) ein, dann können wir die Beiwerte

$$(34) \quad \begin{cases} A_{22} = -1,0012 A_{11} & A_{13} = +0,0802 A_{11} \\ A_{31} = -0,3874 A_{11} & A_{33} = +0,1245 A_{11} \\ A_{15} = -0,0021 A_{11} & A_{51} = -0,1088 A_{11} & A_{44} = -0,0226 A_{11} \end{cases}$$

ermitteln und mit Hilfe dieser Beiwerte die Wölbfläche  $w = f(\xi, \eta)$  bis auf den gemeinsamen Faktor  $A_{11}$  festlegen.

Die an der untersuchten Stabilitätsgrenze wirksame Schubspannung beträgt, wie wir mit Hilfe der Gl. (33) und (26) feststellen können,

$$(35) \quad \tau_k = k \sigma_e = 1,587 \text{ t/cm}^2$$

und ist noch innerhalb des Hookeschen Bereiches des vorausgesetzten hochwertigeren Baustahles gelegen.

Der theoretisch exakte Lösungswert des Beulwertes ist grundsätzlich kleiner als das Ritzsche Näherungsergebnis Gl. (33), doch kann der Unterschied, wie wir aus der Konvergenz unserer Lösungsfolge schließen dürfen, nur von bedeutungsloser Kleinheit sein; im Rahmen einer baupraktischen Anwendung unserer Theorie wäre es ausreichend, bloß die fünf Gleichungszellen (Ia) in Rücksicht zu ziehen, da der aus diesem Gleichungssystem mit verhältnismäßig kleiner Rechenarbeit abgeleitete Beulwert  $k = 19,750$  nur um wenige Hundertteile größer als der exakte Wert ist.

Wir haben bisher nur den „Wölbfall I“ in Rücksicht gezogen und wollen uns nunmehr dem zweiten möglichen Ausbeulungsfall (dem „Wölbfall II“) zuwenden, der dadurch gekennzeichnet ist, daß die Wölbfläche  $w = f(\xi, \eta)$  der ausbeulenden Platte am Ort der Steife eine Knotenlinie „ $w = 0$ “ ausbildet und daher der Steife keine seitliche Ausbiegung aufzwingt. Die Wölbfläche zerfällt hier in zwei antisymmetrisch verlaufende, über die beiden Plattenhälften erstreckte Teilflächen, so daß die Beulspannung  $\tau_k'$  (wenn wir den geringfügigen Drillungswiderstand der Steife vernachlässigen) den gleichen Wert wie die Beulspannung einer einspannungsfrei gelagerten Rechteckplatte der Länge  $a' = a/2 = 90$  cm und der Breite  $b' = b = 150$  cm besitzt. Dieser kritische, von den Steifenabmessungen unabhängige Spannungswert beträgt<sup>3)</sup>  $\tau_k' = 1,59 \text{ t/cm}^2$

<sup>3)</sup> Bedeutet allgemein  $c$  die kleinere und  $c_1$  die größere der beiden Seiten einer auf reinen Schub beanspruchten, unversteiften Rechteckplatte mit einspannungsfreier Lagerung, dann beträgt der kritische, der tiefsten Stabilitätsgrenze zugeordnete Schubspannungswert mit großer Annäherung

$$\tau_k = [13,165 + 9,885 (c/c_1)^2] \cdot \frac{4D}{c^2 t}$$

(E. Chwalla, Bauing. 17, 1936, S. 85, Fußnote 8), so daß wir für den Beulwert im Fall  $\alpha \geq 1$  die einfache Formel  $k = 5,34 + 4,00/\alpha^2$  und im Fall  $\alpha \leq 1$  die Formel  $k = 4,00 + 5,34/\alpha^2$  (in Übereinstimmung mit einem Vorschlag von F. Schleicher) erhalten.

und stimmt, wie ein Vergleich mit Gl. (35) lehrt, mit dem der „Wölbform I“ zugeordneten Spannungswert  $\tau_k$  praktisch vollkommen überein. Die von uns gewählte, einseitig angeordnete Flachstahlsteife (Bild 5b) erhöht somit den Beulwiderstand der Platte gerade bis zu dem erreichbaren Grenzwert  $\max \tau_k = \tau_k'$  und entspricht daher der stabilitätstheoretisch günstigsten Lösung; eine Vergrößerung ihrer Abmessungen wäre vom stabilitätstheoretischen Standpunkt zwecklos, da die Beulspannung mit Rücksicht auf die Existenz des „Wölbfalles II“ auch bei Ausbildung einer unendlich biegesteifen Steife nicht über den Grenzwert  $\tau_k'$  gehoben werden könnte.

Ohne den im IV. Abschnitt durchzuführenden Überlegungen vorgreifen zu wollen, können wir schon hier mit einiger Annäherung die Größe jenes Hauptträgheitsmomentes  $J_1$  angeben, das wir dem Querschnitt einer mittig angeordneten Steife zuordnen müßten, um die gleiche Wirkung wie mit unserer einseitig angeordneten Flachstahlsteife (Bild 5b) zu erzielen. Da die Gleichung  $\tau_k = \tau_k'$ , wie wir gesehen haben, bei der von uns gewählten Versteifung erfüllt wird, stimmt  $J_1$  hier mit dem Wert jenes Mindestträgheitsmomentes überein, das zur Erzwingung des „Wölbfalles II“ erforderlich ist. Dieses Mindestträgheitsmoment einer auf reinen Schub beanspruchten, einspannungsfrei gelagerten Rechteckplatte kann mit Hilfe einer einfachen Faustformel<sup>4)</sup> abgeschätzt werden und beträgt in unserem Fall  $J_1 \approx 117,0 \text{ cm}^4$ . Die in Bild 5b dargestellte, einseitig angeordnete Flachstahlsteife vermag somit den Beulwiderstand der Platte im gleichen Maße wie eine „mittig“ angeordnete Steife vom Querschnittsträgheitsmoment  $J_1 \approx 117,0 \text{ cm}^4$  zu erhöhen; im Rahmen des IV. Abschnitts werden wir eine genaue Berechnung von  $J_1$  durchführen und hierbei  $J_1 = 126,61 \text{ cm}^4$  erhalten.

II. Diskussion der erhaltenen Lösung. Wir haben im I. Abschnitt die der „Wölbform I“ zugeordnete tiefste Stabilitätsgrenze der in Bild 5 skizzierten Platte unter Berücksichtigung eines achtgliedrigen Lösungsansatzes ermittelt und für die kritische Schubspannung den Wert  $\tau_k = 1,587 \text{ t/cm}^2$  gefunden.

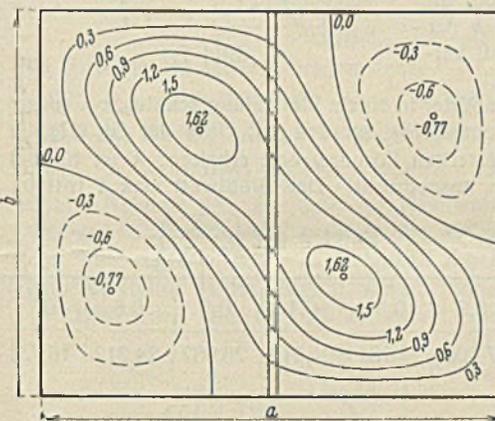


Bild 6.

Die an dieser Stabilitätsgrenze zur Ausbildung gelangende Wölbfläche  $w = f(\xi, \eta)$  kann nach Einführung der Beiwerte Gl. (34) mit Hilfe der Gl. (3) festgelegt werden und ist in Bild 6 in Form eines Schichtenplanes dargestellt worden; die den einzelnen Schichtenlinien beige-schriebenen Knoten bedeuten die Verhältniszahlen  $w/A_{11}$ , wobei  $A_{11}$  mit Rücksicht auf die konsequent durchgeführte Linearisierung aller Differentialbeziehungen der Größe nach unbestimmt bleibt und an der Stabilitätsgrenze unendlich klein zu denken ist. Der Schichtenplan läßt die durch den Biege-widerstand der Steife bedingte Einschnürung der Wölbfläche deutlich erkennen; die größte seitliche Auswölbung der Plattenmittelebene tritt zu beiden Seiten der Steife auf und besitzt die Größe  $w_{\max} = 1,62 A_{11}$ , während die Scheitelausbiegung der Steife bloß  $z_{\max} = 1,321 A_{11} = 0,816 w_{\max}$  beträgt.

Führen wir die Beiwerte Gl. (34) in die Gl. (16) ein, dann erhalten wir

$$(36) \quad C_1 = +695,011 A_{11}, \quad C_3 = -58,083 A_{11}, \quad C_5 = -3,825 A_{11}$$

und können nun mit Hilfe dieser Konstanten den ebenen Spannungszustand, der in der verwölbten Platte als Folge der „Außermittigkeit“ der Steifenanordnung zusätzlich entsteht, bis auf einen gemeinsamen, bei Beginn der Verwölbung verhältnismäßig noch sehr kleinen Faktor festlegen. Wir wählen für diesen Faktor die beim Ausbeulen auftretende Scheitelausbiegung der Steife  $z_{\max} = 0,816 w_{\max}$ , beziehen uns auf das in Bild 1b angegebene Koordinatensystem und die allgemein übliche Vorzeichenregel und gelangen dann auf die folgenden Lösungsergebnisse:

<sup>4)</sup> Bedeutet  $b$  die Steifenlänge und  $c_2$  die gegenseitige Entfernung der lotrechten Steifen, dann gilt (E. Chwalla, Bauing. 17, 1936, S. 86, Fußnote 9) bei praktischen Anwendungen

$$J_{\text{erf}} \approx 0,137 \left[ \frac{15}{16} \left( \frac{b}{c_2} \right)^4 + \frac{3}{2} \left( \frac{b}{c_2} \right)^2 \right] b t^3.$$

Ist die umfangsgelagerte Platte nur durch eine einzige, in der Mitte angeordnete Steife verstärkt, dann ist der Faktor 0,137 durch den halben Wert zu ersetzen; wir erhalten dann mit  $c_2 = a/2$  die Formel

$$J_{\text{erf}} \approx \frac{0,411 t^3 b}{\alpha^2} \left( 1 + \frac{2,5}{\alpha^2} \right),$$

aus der sich im gegebenen Fall  $J_{\text{erf}} = 117,0 \text{ cm}^4$  ergibt.

a) Die Schubkräfte  $T$ , die beim Ausbeulen der Platte von der Steife auf die Platte längs der Kontaktlinie übertragen werden (und nicht mit den Schubkräften  $T^*$  verwechselt werden dürfen, die sich bei einer beidseitigen Steifenanordnung als Folge der Zerteilung der Steife ergeben und von dem einen Steifenteil auf den anderen Steifenteil übertragen werden), sind durch die Gl. (11) und (12) bestimmt und besitzen die in der Tafel 1 angegebenen Größen. Die Steifenausbiegung  $z_{max}$

Tafel 1 der  $\left(\frac{T}{z_{max}}\right)$ .

$x/b$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$T/z_{max}$	0,0509	0,235	0,544	0,602	0,360	0	-0,360	-0,602	-0,544	-0,235	-0,0509

ist hierbei in cm und  $T$  in t/cm ausgedrückt, so daß beispielsweise die Schubkraft an der Stelle  $x=0,3 b$  der Kontaktlinie  $T=0,602$  t/cm beträgt, wenn die Steife im Zuge der Plattenausbeulung eine Scheitelausbiegung von der Größe  $z_{max} = b/150 = 1$  cm erfährt. Wir haben bei der Formulierung der Randbedingungen gefordert, daß die waagerechte Verschiebungskomponente  $v$  an den Plattenrändern  $x=0$  und  $x=b$  identisch verschwindet; die Schubkräfte  $T$  besitzen daher, wie die in Bild 7a dargestellte Verteilungskurve erkennen läßt, an den Stellen  $x=0$  und  $x=b$  der Kontaktlinie einen von Null verschiedenen Wert.

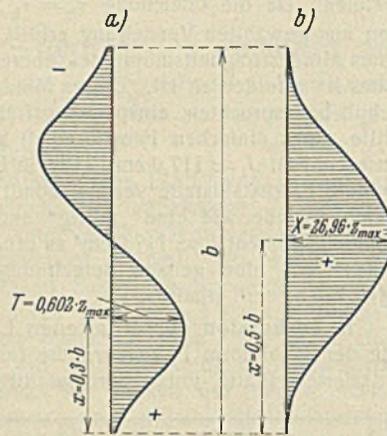


Bild 7.

b) Für die Resultierende  $X$  der in einem Plattenlängsschnitt „ $x=const$ “ wirkenden Spannungskomponenten  $\sigma_x$  werden mit Hilfe der Gl. (11) die in der Tafel 2 zusammengestellten Lösungswerte erhalten;  $X$  ist hierbei in Tonnen und  $z_{max}$  in cm ausgedrückt. Der Größtwert  $max X$  tritt im

Tafel 2 der  $\left(\frac{X}{z_{max}}\right)$ .

$x/b$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$X/z_{max}$	0,0	1,734	7,700	16,731	24,212	26,962	24,212	16,731	7,700	1,734	0,0

Längsschnitt „ $x=0,5 b$ “ auf und würde beispielsweise  $max X=26,96$  t betragen, wenn die Scheitelausbiegung der Steife im Zuge der Plattenausbeulung den Wert  $z_{max} = b/150 = 1,0$  cm erreicht. Die Verteilung der Kräfte  $X$  über die Plattenhöhe ist in Bild 7b dargestellt.

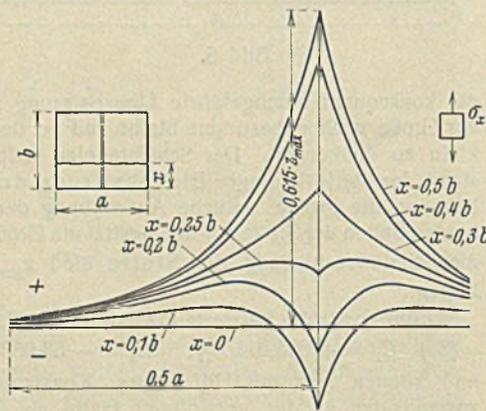


Bild 8.

c) Die in der Richtung der Steifenachse wirkenden Spannungskomponenten  $\sigma_x$  werden aus der Spannungsfunktion Gl. (10) mit Hilfe der Beziehung  $\sigma_x = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}$

abgeleitet und sind in der Tafel 3 für verschiedene Orte  $x, y$  berechnet worden; der Größtwert  $max \sigma_x$  tritt an der Stelle  $x=0,5 b, y=0$  auf und

Tafel 3 der  $\left(\frac{\sigma_x}{z_{max}}\right)$ .

$x/b$	0,0	0,1	0,2	0,25	0,30	0,40	0,50
$y/a$	0	-0,167	-0,049	+0,104	+0,272	+0,530	+0,615
0,083	0	+0,014	+0,077	+0,125	+0,180	+0,274	+0,310
0,125	0	+0,035	+0,086	+0,116	+0,149	+0,205	+0,227
0,250	0	+0,031	+0,056	+0,067	+0,076	+0,087	+0,092
0,375	0	+0,015	+0,027	+0,032	+0,034	+0,038	+0,039
0,500	0	+0,005	+0,010	+0,011	+0,012	+0,013	+0,014

besitzt beispielsweise die Größe  $max \sigma_x = 0,615$  t/cm<sup>2</sup>, wenn die Scheitelausbiegung der Steife während des Ausbeulens der Platte den Wert  $z_{max} = 1,0$  cm erreicht. Die Verteilung der Spannungskomponente  $\sigma_x$  über die verschiedenen Längs- und Querschnittsflächen der Platte wurde in Bild 8 u. 9 zur Darstellung gebracht. Zu beiden Seiten der Kontaktlinie klingt die Spannung  $\sigma_x$  rasch ab, und an den beiden Längsrändern gilt  $\sigma_x = 0$ , wie wir dies bei der Formulierung der Randbedingungen vorgeschrieben haben.

d) Die zur Steifenachse parallelen Spannungskomponenten  $\sigma_y$  des durch die „Außermittigkeit“ der Steifenanordnung bedingten ebenen Spannungszustandes sind mit Hilfe der Beziehung  $\sigma_y = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$  aus der Spannungsfunktion Gl. (10) zu bestimmen und besitzen die in der Tafel 4 angegebenen Werte. Die Größtspannung  $max \sigma_y$  gelangt an der Stelle  $x=0,5 b, y=0$  zur Ausbildung und beträgt

Tafel 4 der  $\left(\frac{\sigma_y}{z_{max}}\right)$ .

$x/b$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$y/a$	0	+0,035	+0,011	-0,057	-0,113	-0,131
0,125	0	-0,026	-0,026	-0,009	+0,008	+0,014
0,250	0	-0,006	-0,001	+0,015	+0,032	+0,038
0,375	0	+0,005	+0,013	+0,025	+0,034	+0,038
0,500	0	+0,008	+0,016	+0,024	+0,030	+0,033

beispielsweise  $max \sigma_y = -0,131$  t/cm<sup>2</sup>, wenn sich die Platte unter ihrer kritischen Schubbelastung so weit auswölbt, daß die seitliche Ausbiegung der Steife an der Stelle  $x=0,5 b$  den Wert  $z_{max} = 1,0$  cm erreicht. Die Verteilung der Spannungskomponente  $\sigma_y$  über die verschiedenen Längs- und Querschnittsflächen der Platte ist in den Bildern 10 u. 11 dargestellt; die Ordinaten sind hierbei gegenüber den Ordinaten in Bild 8 u. 9 auf das Vierfache überhöht, was beim Vergleich der Diagramme zu beachten ist.

e) Die in der Plattenebene als Folge der „Außermittigkeit“ der Steifenanordnung beim Ausbeulen auftretenden Schubspannungen  $\tau_{xy}$  ergeben sich aus der Spannungsfunktion Gl. (10) auf Grund der Beziehung  $\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}$  und sind mit einem positiven Vorzeichen versehen, wenn sie in jenen

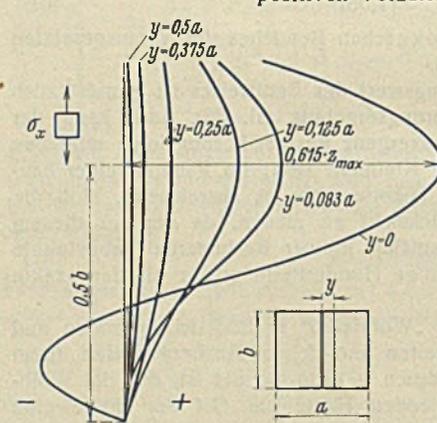


Bild 9.

Begrenzungsquerschnitten eines Plattenelements, in denen die Zugspannungen  $\sigma_x, \sigma_y$  die Richtung der positiven Koordinatenachsen besitzen, gleichfalls in Richtung dieser positiven Koordinatenachsen wirksam sind. Sie nehmen an den verschiedenen Orten  $x, y$  die in der Tafel 5 zusammengestellten Werte an und erreichen an der Stelle  $x=0,3 b$  unmittelbar rechts von der Kontaktlinie ( $y \rightarrow 0$ ) beispielsweise die Größe  $\tau_{xy} = 0,301$  t/cm<sup>2</sup>, wenn die Steife im Zuge der Plattenausbeulung die Scheitelausbiegung  $z_{max} = 1,0$  cm erfährt.

Die Verteilung der Schubspannungen über die verschiedenen Längs- und Querschnittsflächen der Platte ist in Bild 12 u. 13 dargestellt; die

Tafel 5 der  $\left(\frac{\tau_{xy}}{z_{max}}\right)$ .

$x/b$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$y/a$	0	+0,025	+0,116	+0,273	+0,301	+0,180
0,083	0	+0,109	+0,112	+0,116	+0,104	+0,063
0,125	0	+0,100	+0,094	+0,081	+0,063	+0,036
0,250	0	+0,044	+0,038	+0,025	+0,012	+0,004
0,375	0	+0,009	+0,007	+0,003	-0,002	-0,002
0,500	0	-0,006	-0,010	-0,007	-0,006	-0,004

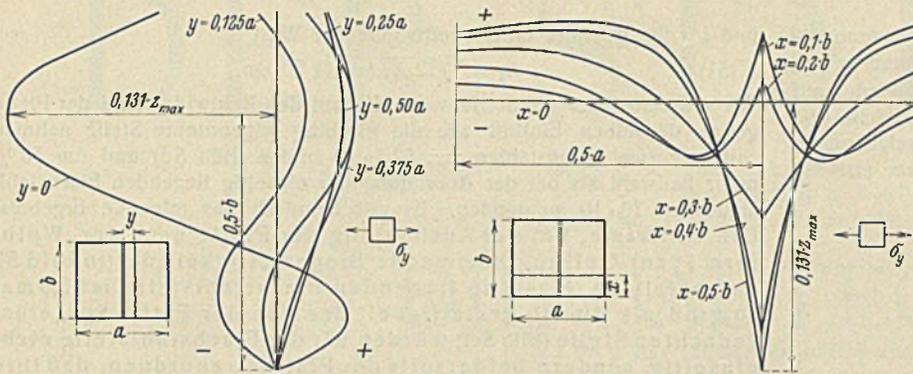


Bild 10.

Bild 11.

Ordinaten sind hierbei, was beim Vergleich zu beachten ist, gegenüber den Ordinaten in Bild 8 u. 9 auf das Zweifache überhöht worden. Die in Bild 13 eingezeichnete Kurve „ $y \rightarrow 0$ “ bezieht sich auf einen Plattenquerschnitt, der unmittelbar rechts von der Kontaktlinie gelegen ist; unmittelbar links von der Kontaktlinie ist der Spannungsverlauf der gleiche, besitzt jedoch das entgegengesetzte Vorzeichen. Am Ort der Kontaktlinie erfährt  $\tau_{xy}$  eine sprungweise Änderung seiner Größe um den Betrag  $2\tau_{xy}|_{y \rightarrow 0}$ ; die diesem Spannungssprung entsprechende Differenzkraft  $2t\tau_{xy}|_{y \rightarrow 0}$  wird von der Steife übernommen und stimmt an jeder Stelle „ $x$ “ der Kontaktlinie mit der in der Tafel I angegebenen Schubkraft  $T$  überein. An den beiden Rändern  $x=0$  und  $x=b$  ist  $\tau_{xy}$  von Null verschieden, was zu erwarten war, da wir bei der Aufstellung der Randbedingungen gefordert haben, daß die waagerechten Verschiebungen der Plattenpunkte an diesen beiden Rändern (mit Rücksicht auf die übliche Einfassung der Längsränder durch Gurtungen) identisch verschwinden.

III. Der Beginn der örtlichen Plastizierung in der ausbeulenden Platte. Erreichen die an den vier Plattenrändern wirksamen, von Null anwachsenden Schubkräfte den der „Wölbform I“ zugeordneten kritischen Wert, dann beult die Platte nach der in Bild 6 dargestellten Wölbfläche aus. Bei diesem Ausbeulen treten zu den über die Plattendicke  $t$  gleichmäßig verteilten Schubspannungen  $\tau_k$ , die schon bei Beginn der Verwölbung an sämtlichen Stellen  $x, y$  der Platte in voller Größe vorhanden sind, die Spannungskomponenten  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  des durch die „Außermittigkeit“ der Steifenanordnung bedingten ebenen Spannungszustandes sowie die Biege- und Schubspannungen, die durch die Verbiegung und die Verdrillung der ausgebeulten Platte hervorgerufen werden. Mit Ausnahme der Schubspannung  $\tau_k$  sind alle diese Spannungskomponenten von der Größenordnung der Verwölbung und daher an der Stabilitätsgrenze noch unendlich klein; sie nehmen jedoch im Zuge der Ausbeulung endlich große Werte an, die wir, solange der Wölbpfell  $w_{max}$  verhältnismäßig sehr klein bleibt, mit Hilfe der von uns entwickelten Beziehungen berechnen dürfen.

An der Oberfläche der Platte sind außer den Spannungskomponenten  $\tau_k, \sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  noch die von der Plattenverbiegung herrührenden Biegespannungen  $\sigma_x^*, \sigma_y^*$  und die von der Plattenverdrillung herrührenden Randschubspannungen  $\tau_{xy}^*$  wirksam, die mit Hilfe der Beziehungen<sup>5)</sup>

$$(37) \quad \begin{aligned} \sigma_x^* &= \mp \frac{Et}{2(1-\mu^2)} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} + \mu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \right), \\ \sigma_y^* &= \mp \frac{Et}{2(1-\mu^2)} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \mu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} \right), \\ \tau_{xy}^* &= \mp \frac{Et}{2(1+\mu)} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \eta} \end{aligned}$$

ermittelt werden können;  $\mu=0,3$  bedeutet hierbei die Querszahl,  $t=1,0$  cm die Plattendicke und  $w=f(\xi, \eta)$  die Wölbfunktion, die durch die

<sup>5)</sup> Vgl. etwa A. Nádal, Elastische Platten, Berlin 1925, S. 20.

Gl. (3) und (34) festgelegt wird und auf das in Bild 1a angegebene Koordinatensystem bezogen ist. Die Gesamtspannungen, die an der Oberfläche der ausbeulenden Platte zur Geltung kommen, betragen dann

$$(38) \quad \begin{aligned} \bar{\sigma}_x &= \sigma_x + \sigma_x^*, & \bar{\sigma}_y &= \sigma_y + \sigma_y^*, \\ \bar{\tau}_{xy} &= \tau_{xy} + \tau_{xy}^* - \tau_k. \end{aligned}$$

Legen wir der Bestimmung der örtlichen Anstrengung, die der Baustahl in diesem inhomogenen Spannungsfeld erfährt, die „Hypothese der konstanten Gestaltänderungsarbeit“ zugrunde, dann haben wir die Vergleichsspannung

$$(39) \quad \sigma_V = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2}$$

zu berechnen und dem bei einem einachsigen Zugversuch ermittelten Wert der Fließgrenze  $\sigma_F$  gegenüberzustellen. Wir können auf diese Weise die Größe jenes Auswölbungspfelles  $w_{max}$  oder jener Steifenausbiegung  $z_{max}$  bestimmen, bei welcher  $\sigma_V = \sigma_F$  wird und daher die Plastizierung des Baustahls an der untersuchten Stelle  $x, y$  einsetzt.

Führen wir diese Berechnung für die Stelle  $x=0,5b, y=0$  der inneren (konkaven) Plattenoberfläche durch und greifen wir beispielsweise jenen Auswölbungszustand heraus, in welchem die Scheitelausbiegung der Steife den Wert  $z_{max} = b/300 = 0,50$  cm erreicht, dann erhalten wir aus der Gl. (35) die über die Plattendicke gleichmäßig verteilte Schubspannung  $\tau = (-\tau_k) = -1,587$  t/cm<sup>2</sup>, aus den Tafeln 3, 4, 5 die über die Plattendicke gleichmäßig verteilten Spannungskomponenten des zusätzlichen ebenen Spannungszustandes

$$(40) \quad \sigma_x = +0,308 \text{ t/cm}^2, \quad \sigma_y = -0,066 \text{ t/cm}^2, \quad \tau_{xy} = 0$$

und aus der Gl. (37) die Randspannungen

$$(41) \quad \begin{aligned} \sigma_x^* &= -0,847 z_{max} = -0,424 \text{ t/cm}^2, \\ \sigma_y^* &= -0,934 z_{max} = -0,467 \text{ t/cm}^2, \\ \tau_{xy}^* &= -0,976 z_{max} = -0,488 \text{ t/cm}^2. \end{aligned}$$

Die Gesamtspannungen betragen daher

$$(42) \quad \bar{\sigma}_x = -0,116 \text{ t/cm}^2, \quad \bar{\sigma}_y = -0,533 \text{ t/cm}^2, \quad \bar{\tau}_{xy} = -2,075 \text{ t/cm}^2,$$

so daß sich für die örtliche Vergleichsspannung der Wert

$$(43) \quad \sigma_V = \sqrt{0,0135 + 0,2841 - 0,0618 + 12,9169} = 3,626 \text{ t/cm}^2$$

ergibt. Nehmen wir an, daß der Nennwert der Fließgrenze des verwendeten hochwertigen Baustahls die Größe  $\sigma_F = 3,600$  t/cm<sup>2</sup> besitzt, dann gilt wegen  $\sigma_V \approx \sigma_F$  das folgende Ergebnis: Die untersuchte, einseitig verstelfte Platte (Bild 5) erreicht unter der Schubbeanspruchung  $\tau_k = 1,587$  t/cm<sup>2</sup> die der „Wölbfläche I“ zugeordnete Stabilitätsgrenze

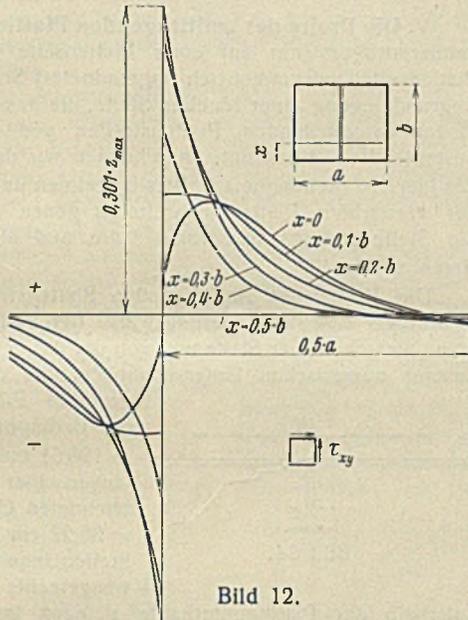


Bild 12.

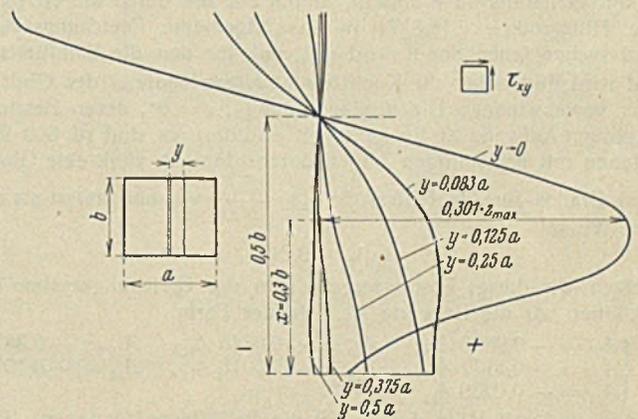


Bild 13.

und beult nach der in Bild 6 dargestellten Wölbfläche aus; nimmt die Scheitelausbiegung der Steife im Zuge dieses Ausbeulens den Wert  $z_{max} = b/300 = 0,50$  cm an (so daß die größte seitliche Auswölbung der Platte  $w_{max} = 0,61$  cm  $\approx b/250$  beträgt), dann wird der Baustahl am Ort  $x=0,5b, y=0$  der inneren (konkaven) Plattenoberfläche im Sinne der gewählten Anstrengungshypothese plastiziert. Vom baupraktischen Standpunkt ist diese Plastizierung, da sie sich auf den Ort einer Vergleichsspannungsspitze beschränkt, bedeutungslos; merkbare bleibende Verformungen der Platte werden erst zur Ausbildung gelangen, wenn sich der Geltungsbereich der Beziehung  $\sigma_V \approx \sigma_F$  nach allen drei Koordinatenrichtungen über ein relativ größeres Gebiet erstreckt.

Würden wir die Steife nicht „außermittig“, sondern „mittig“ anordnen und ihre Biegesteifigkeit so wählen, daß die Stabilitätsgrenze  $\tau_k = 1,587$  t/cm<sup>2</sup> unverändert erhalten bleibt, dann würde der zusätzliche ebene Spannungszustand verschwinden und daher  $\sigma_x = \sigma_y = \tau_{xy} = 0$  sein. Die Wölbfläche  $w = f(\xi, \eta)$  würde sich, wie wir im nächsten Abschnitt noch eingehender schildern werden, von der in Bild 6 dargestellten

Wölbfläche ein wenig unterscheiden, so daß auch für die Spannungskomponenten  $\sigma_x^*$ ,  $\sigma_y^*$ ,  $\tau_{xy}^*$ , die wir aus den Gl. (37) zu berechnen haben, etwas andere Ergebnisse erhalten werden. Beziehen wir uns wieder auf die Stelle  $x = 0,5b$ ,  $y = 0$  der inneren (konkaven) Plattenoberfläche und greifen wir wieder jenen Auswölbungszustand heraus, in welchem die Scheitelausbiegung der Steife den Wert  $z_{\max} = b/300 = 0,50$  cm erreicht, dann ergibt sich mit Hilfe der Gl. (48), (3) und (37)

$$(44) \quad \begin{aligned} \sigma_x^* &= -0,816 z_{\max} = -0,408 \text{ t/cm}^2, \\ \sigma_y^* &= -0,923 z_{\max} = -0,462 \text{ t/cm}^2, \\ \tau_{xy}^* &= -0,981 z_{\max} = -0,491 \text{ t/cm}^2 \end{aligned}$$

und daher

$$(45) \quad \begin{aligned} \bar{\sigma}_x &= \sigma_x^* = -0,408 \text{ t/cm}^2, \\ \bar{\sigma}_y &= \sigma_y^* = -0,462 \text{ t/cm}^2, \\ \bar{\tau}_{xy} &= \tau_{xy}^* = -2,078 \text{ t/cm}^2; \end{aligned}$$

die Vergleichsspannung beträgt

$$(46) \quad \sigma_v = \sqrt{0,1665 + 0,2134 - 0,1885 + 12,9543} = 3,626 \text{ t/cm}^2$$

und stimmt, wie wir erkennen, mit dem früher erhaltenen Wert [Gl. (43)] zufällig vollkommen überein. Die Platte mit der „mittig“ angeordneten Steife ist demnach im Sinne der genannten Hypothese hinsichtlich des Beginns der örtlichen Plastizierung nicht besser gestellt als die in Bild 5b dargestellte „einseitig versteifte“ Platte.

**IV. Bestimmung der wirksamen Biegesteifigkeit der einseitig angeordneten Steife.** Die im I. Abschnitt untersuchte Rechteckplatte ist durch eine einseitig liegende Flachstahlsteife verstärkt, für die wir den in Bild 5c dargestellten Rechteckquerschnitt mit der Höhe  $h = 7,50$  cm, der Schwerpunktferrnung  $s = 3,75$  cm und dem Trägheitsmoment  $J = dh^3/12 = 35,16 \text{ cm}^4$  in Rechnung gestellt haben. Wir wollen uns nun fragen, wie groß wir die Querschnittshöhe dieser Steife auszuführen haben, wenn wir den Beulwiderstand der Platte unverändert erhalten wollen, die Steife jedoch nicht einseitig, sondern beiderseits der Platte so anordnen, daß ihre Schwerachse in die Plattenmittelebene fällt (Bild 5d). Wir bezeichnen die Gesamthöhe dieser beidseitigen Flachstahlsteife mit  $h_1$ , die Querschnittsfläche mit  $F_1 = dh_1$ , das Querschnitts-Trägheitsmoment mit  $J_1 = dh_1^3/12$  und das in der Gl. (23) angegebene Steifigkeitsverhältnis mit  $\gamma_1 = EJ_1/bD$ . Da hier  $s = 0$  ist, gilt  $T = 0$ , so daß der zusätzliche ebene Spannungszustand  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  verschwindet und der Biege- und Schubwiderstand der Steife keine Beeinflussung durch die Platte erfährt; zur Erzielung des gleichen Beulwiderstandes wird daher ein  $J_1 > J$  und somit auch ein  $\gamma_1 > \gamma$  erforderlich sein.

Um das neue, der mittig angeordneten Flachstahlsteife zugeordnete Steifigkeitsverhältnis zu ermitteln, führen wir die durch die Gl. (33) festgelegte Hilfsgröße  $\kappa = 18,8171$  in das allgemeine Gleichungssystem (I) ein und suchen jenen Sonderwert  $(\gamma_1)_k$  auf, für den die Stabilitätsgrenze erreicht wird und daher die Koeffizientendeterminante  $\Delta$  des Gleichungssystems verschwindet. Die Beulbedingung  $\Delta = 0$ , deren Bestimmung einen großen Aufwand an Rechenarbeit erfordert (es sind rd. 800 Rechenoperationen mit achtstelligen Zahlen durchzuführen), stellt eine Gleichung sechsten Grades für die Hilfsgröße  $\gamma_1 = \frac{EJ_1}{bD}$  vor und liefert als einzige positive Wurzel

$$(47) \quad (\gamma_1)_k = 9,2173.$$

Setzen wir dieses Lösungsergebnis in das Gleichungssystem (I) ein, dann können wir die Beiwerte  $A_{m,n}$  in der Form

$$(48) \quad \begin{cases} A_{22} = -0,9896 A_{11}, & A_{13} = +0,0846 A_{11}, & A_{31} = -0,3822 A_{11}, \\ A_{33} = +0,1172 A_{11}, & A_{15} = -0,0016 A_{11}, & A_{51} = -0,1077 A_{11}, \\ A_{44} = -0,0239 A_{11} \end{cases}$$

berechnen und mit Hilfe der Gl. (3) die Wölbfläche festlegen. Da sich die Beiwerte Gl. (48) nur wenig von den in der Gl. (34) angegebenen Beiwerten unterscheiden, zeigt diese Wölbfläche nur geringfügige Abweichungen von der in Bild 6 dargestellten Wölbfläche der einseitig versteiften Platte. Ein theoretisch beachtenswerter Unterschied besteht hier nur hinsichtlich des Biegeliniengesetzes der Steife, das durch die Gl. (7) bestimmt ist und nach Einführung der Hilfsgrößen  $A_1^* = (A_{11} - A_{31} + A_{51})$ ,  $A_3^* = (A_{13} - A_{33})$ ,  $A_5^* = A_{15}$  in der Form

$$(49) \quad z = A_1^* \cdot \sin \frac{\pi x}{b} + A_3^* \cdot \sin \frac{3\pi x}{b} + A_5^* \cdot \sin \frac{5\pi x}{b}$$

geschrieben werden kann. Im Fall der „mittigen“ Steifenanordnung gilt mit Rücksicht auf Gl. (48)  $A_3^* = -0,025642 A_1^*$  und  $A_5^* = -0,001278 A_1^*$ , während wir im Fall der „außermittigen“ Anordnung nach Berücksichtigung der Gl. (34)  $A_3^* = -0,034606 A_1^*$  und  $A_5^* = -0,001633 A_1^*$  erhalten; die Wölbfläche wird demnach als Folge der „außermittigen“ Steifenanordnung in der Weise verändert, daß die drei- und fünfwellige Sinuslinie im Biegeliniengesetz der Steife in höherem Maße zur Geltung kommt.

Aus der Lösung Gl. (47) ergibt sich für das erforderliche Querschnitts-Trägheitsmoment der mittigen Steife der Wert

$$(50) \quad J_1 = 126,61 \text{ cm}^4 = 3,60 J$$

und für die gesamte Querschnittshöhe der Wert

$$(51) \quad h_1 = \sqrt[3]{12 J_1/d} = 11,50 \text{ cm}.$$

Wir müssen daher die Steife, wenn sie auf den Beulwiderstand der Platte genau denselben Einfluß wie die einseitig angeordnete Steife nehmen soll, aus zwei Flachstäben  $\text{—} 52,5 \cdot 10$  bilden (Bild 5d) und um 50% mehr Baustahl als bei der Anordnung der einseitig liegenden Flachstahlsteife  $\text{—} 70 \cdot 10$  aufwenden. Es gilt demnach das folgende Ergebnis: Die wirksame, bei der Ausbeulung der Platte nach der „Wölbform I“ zur Geltung kommende Biegesteifigkeit der in Bild 5b dargestellten, einseitig liegenden Flachstahlsteife ist 3,6 mal so groß als die Biegesteifigkeit der von der Platte losgelöst gedachten Steife (Bild 5c); würden wir die Flachstahlsteife nicht einseitig, sondern beiderseits der Platte so anordnen, daß ihre Schwerachse in die Plattenmittelebene fällt (Bild 5d), dann wäre zu ihrer Ausbildung — wenn wir den Beulwiderstand der Platte unverändert erhalten wollen — ein um 50% größerer Aufwand an Baustahl erforderlich.

Der wirtschaftliche Vorteil der einseitig angeordneten Steifen ist um so größer, je mehr sich die Schwerachse der Steife von der Plattenmittelebene entfernt. Es erscheint daher, wie schon an anderer Stelle<sup>1)</sup> ausgeführt worden ist, naheliegend, die einseitige Steife mit einem hochstegigen T-Querschnitt (hochstegigem Normalprofil oder einem I-Stahl mit abgetrenntem Flansch) auszuführen und mit dem Steg an die Platte anzuschweißen; bei der Gesamtwertung derartiger Versteifungen steht dem hohen Wirkungsgrad allerdings der Nachteil gegenüber, daß die Schubkräfte  $T$  mit Rücksicht auf die Größe von „s“ schon bei geringfügigen Verwölbungen der Platte stark anwachsen und die Platte am Ort der Schweißnaht in hohem Maße zusätzlich beanspruchen.

**V. Die Breite des „mitragenden Plattenstreifens“.** Die Bemessung „außermittiger“ (nur auf einer Plattenseite liegender oder auf beiden Plattenseiten unsymmetrisch angeordneter) Steifen erfolgt praktisch unter Zugrundelegung einer ideellen Steife, die aus der vorhandenen Steife und einem anschließenden Plattenstreifen von der konstanten Breite „B“ besteht. Ist „B“ bekannt, dann können wir das Hauptträgheitsmoment  $J_{id}$  des ideellen Steifenquerschnittes berechnen und die Stabilitätsuntersuchung der verstärkten Platte im weiteren genau so durchführen, wie wenn die Steife „mittig“ angeordnet wäre und die Biegesteifigkeit  $EJ_{id}$  besitzen würde.

Die Breite des „mitragenden Plattenstreifens“ hängt von den Abmessungen und der Lagerungsweise der Platte, von der Anordnung und dem Querschnitt der Steife und von der Art der Belastung ab. Im Rahmen unserer numerischen Untersuchungen, die sich auf die in Bild 5 dargestellte Platte beziehen, ist sie aus der Bedingung abzuleiten, daß  $J_{id} = J_1 = 126,61 \text{ cm}^4$  betragen muß. Wir gelangen hier auf den in Bild 14 gezeichneten Querschnitt, dessen Breite  $B = 38,22$  cm beträgt (das ist 25,5% der Steifenlänge  $b = 150$  cm) und dessen waagerechte Hauptachse um nur 0,106 cm unterhalb der Plattenunterkante gelegen ist; würden wir die Hauptachse dieses ideellen Steifenquerschnittes näherungsweise mit der Plattenunterkante zusammenfallen lassen, dann würde für  $J_{id}$  der um bloß 3% zu große Wert  $J_{id} = 130,67 \text{ cm}^4$  erhalten werden.

Wäre der ideelle Steifenquerschnitt und damit die Größe  $J_{id} = 126,61 \text{ cm}^4$  schon vor Beginn der Stabilitätsuntersuchung bekannt, dann könnten wir uns bei baupraktischen Anwendungen auf die folgenden Feststellungen beschränken: Wir berechnen mit Hilfe der unter Fußnote 4 angegebenen Faustformel den zur Erzwingung der „Wölbform II“ erforderlichen Mindestwert des Steifen-Trägheitsmomentes  $J_{erf} \approx \frac{0,411 t^3 b}{\alpha^2} \left(1 + \frac{2,5}{\alpha^2}\right) = 117,0 \text{ cm}^4$  und schließen aus der angenäherten Übereinstimmung dieses Wertes mit dem ideellen Wert  $J_{id} = 126,61 \text{ cm}^4$ , daß die gewählte Steife (Bild 5b) vom stabilitätstheoretischen Standpunkt zweckmäßig ist, da sie gerade jene Biegesteifigkeit besitzt, die zur Erzwingung der „Wölbform II“ und damit zur Erzielung des größtmöglichen Beulwiderstandes  $\max \tau_k = \tau_k'$  benötigt wird. Die Größe dieses Beulwiderstandes kann unmittelbar mit Hilfe der unter Fußnote 3 angegebenen Faustformel berechnet werden und beträgt  $\tau_k' \approx 1,59 \text{ t/cm}^2$ , da das Seitenverhältnis für die halbe Platte (Wölbform II!) die Größe  $\alpha' = 0,5 a/b = 0,6$  besitzt und daher  $k' = 4,00 + 5,34/0,6^2 = 18,83$ ,  $\tau_k' = 18,83 \sigma_e$  wird.

**INHALT:** Die Stahlkonstruktion der Deutschlandhalle in Berlin. — Theorie der einseitig angeordneten Stegblechsteife. (Schluß.)

Verantwortlich für den Inhalt: Geh. Regierungsrat Prof. A. Hertwig, Berlin-Charlottenburg.  
Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 9.  
Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

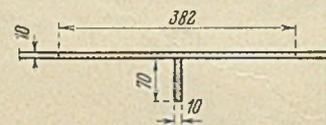


Bild 14.