

DER STAHLBAU

Schriftleitung:

Geh. Regierungsrat Professor Dr.-Ing. A. Hertwig, Berlin-Wilmersdorf, Sächsische Str. 43

Fernsprecher: 87 7421

Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61

Beilage
zur Zeitschrift

DIE BAUTECHNIK

Fachschrift für das ge-
samte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

10. Jahrgang

BERLIN, 30. Juli 1937

Heft 16

Über das Ausknicken symmetrischer Bogenträger unter symmetrisch verteilten Belastungen.

Alle Rechte vorbehalten.

Von E. Chwalla, Brünn, und C. F. Kollbrunner, Zürich.

A. Theoretischer Teil.

Von Prof. Dr.-Ing. E. Chwalla, Brünn.

1. Einleitung.

Die allgemeine Untersuchung des Gleichgewichtsproblems zur Mitte symmetrisch gebauter, gelenkig gelagerter oder eingespannter Rechteckrahmen führte zu der Erkenntnis¹⁾, daß im Fall der lotrechten, zur Mitte symmetrisch verteilten Belastung ein kritischer Intensitätswert P_k existiert, der — ähnlich wie bei der Euler-Engelerschen Knickung gerader, mittig gedrückter Stäbe — einer Verzweigungsstelle der Lösungskurve des Problems zugeordnet ist. Unter den Laststufen $P < P_k$ gelangen zur Mitte symmetrische Gleichgewichtsfiguren zur Ausbildung, die sich als stabil erweisen. Wird jedoch $P = P_k$, dann wird die Stabilitätsgrenze erreicht und der Rahmen beginnt auszuknicken, wobei der symmetrischen Gleichgewichtsfigur eine antisymmetrische Deformationsfigur überlagert wird und die Rahmenecken waagerechte Verschiebungen erfahren. An dieser Stabilitätsgrenze werden die Gleichgewichts- und Formänderungsbedingungen von zwei verschiedenen, unmittelbar benachbarten Deformationsfiguren widerspruchsfrei erfüllt, so daß der kritische Lastwert P_k und der zugehörige Rahmenshub H_k zwei verschiedenen transzendenten Bedingungsgleichungen gleichzeitig genügen. Die erste dieser beiden Bedingungsgleichungen bestimmt den funktionalen Zusammenhang, der zwischen H und P bei Berücksichtigung des Einflusses der Verformung („Theorie zweiter Ordnung“) besteht; bei praktischen Anwendungen darf dieser Einfluß näherungsweise vernachlässigt und H in üblicher Weise aus einer linearen Elastizitätsgleichung ermittelt werden. Auch die zweite transzendente Bedingungsgleichung, die den kritischen Zustand festlegt, darf in vielen praktischen Fällen durch eine einfacher gebaute Gleichung ersetzt werden, die sich als Knickbedingung des Rahmens für einen elementaren „Ersatzbelastungsfall“ leicht ableiten läßt. Diese Ersatzbelastung ist dadurch gekennzeichnet, daß unter den vorkritischen Laststufen (bei Vernachlässigung des Einflusses, den die Normal- und Querkräfte auf die Verformung nehmen) keinerlei Biegemomente auftreten, so daß die Gleichgewichtsfigur mit der Achsenfigur des spannungslosen Anfangszustandes zusammenfällt; sie wird erhalten, indem wir die axialen Druckkräfte, die unter der gegebenen Belastung im Riegel und in den beiden Stielen zur Geltung kommen, als äußere Kräfte an den Enden dieser drei Stäbe mittig angreifen lassen. Der Näherungswert P_k' , auf den wir nach diesem Verfahren gelangen, ist grundsätzlich größer als der strenge Wert P_k , doch bleibt der Unterschied in vielen praktischen Fällen innerhalb der zulässigen Grenzen; nur bei gedungen gebauten Stahlrahmen ist einige Vorsicht geboten, da hier noch vor Erreichung der Stabilitätsgrenze als Folge der symmetrischen Verbiegung des Rahmens örtliche Plastizierungen auftreten können, die — obwohl sie eine erhebliche Senkung der Knicklast bewirken — bei der geschilderten Näherungsrechnung keine Berücksichtigung erfahren.

Übertragen wir die für den Rechteckrahmen erhaltenen Ergebnisse sinngemäß auf den symmetrischen Polygonrahmen und schließlich auch auf den symmetrisch gebauten Bogenträger, dann haben wir zu gewärtigen: Belasten wir den Bogenträger (Bild 1a) durch Kräfte, die zur Mitte symmetrisch verteilt sind und ihre Angriffspunkte und Wirkungsrichtungen auch während der Verformung des Bogens beibehalten (was beispielsweise bei lotrechten Kräften durch eine Belastung mit aufgehängten Gewichten leicht zu verwirklichen ist), dann gelangt im Fall $P < P_k$ eine zur Mitte symmetrische Gleichgewichtsfigur (Bild 1b) zur Ausbildung,

die sich als stabil erweist²⁾. Erreicht P einen bestimmten Wert P_k , dann knickt der Bogen aus, wobei der symmetrischen Gleichgewichtsfigur eine antisymmetrische Deformationsfigur überlagert wird und der Bogenscheitel eine waagerechte Verschiebung erfährt (Bild 1c); der kritische Intensitätswert P_k ist auch hier einer Verzweigungsstelle der Lösungskurve zugeordnet und dadurch gekennzeichnet, daß zwei verschiedene, unmittelbar benachbarte Gleichgewichtsfiguren unter derselben Laststufe widerspruchsfrei möglich werden.

Während beim Rechteckrahmen der Nachweis der Gleichgewichtsverziehung mit verhältnismäßig einfachen Mitteln möglich war, müssen wir uns beim Bogenträger mit der Entwicklung der elastostatischen Problemgrundlagen begnügen; der exakte Beweis für die Existenz der Verzweigungsstelle stößt hier auf erhebliche mathematische Schwierigkeiten.

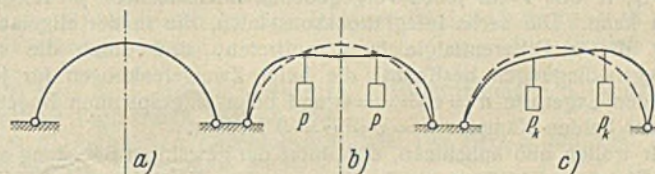


Bild 1.

2. Die Stabilitätstheorie des Bogenträgers mit beliebigem Achsen-, Querschnitts- und Belastungsgesetz.

Wir untersuchen das Tragverhalten eines statisch unbestimmt gelagerten Bogenträgers, dessen Achse im spannungslosen Anfangszustand nach einer vorgegebenen Kurve geformt ist und dessen Biegesteifigkeit einem bekannten, stetigen Verteilungsgesetz gehorcht. Der Bogenträger sei in seiner Ebene durch stetig verteilte Kräfte belastet, deren Größe z. B. durch den in Trägermitte gemessenen Intensitätswert p^* festgelegt wird und von denen wir voraussetzen wollen, daß sie ihre Richtungen und Angriffspunkte auch während der Verformung des Bogens beibehalten.

Der Einfluß, den die Normal- und Querkräfte auf die Verformung des Bogens nehmen, soll im weiteren grundsätzlich vernachlässigt werden.

Wir denken uns auf der Achse des unbelasteten, spannungslosen Bogens einen Punkt A_0 markiert, bezeichnen die örtliche Achsenkrümmung mit k_0 und die Neigung der Achsentangente gegen die Waagerechte mit φ und denken uns die Elementarlast $p ds$, die an der untersuchten Stelle im weiteren zur Wirkung gelangt, in eine Tangentialkomponente $T_0 ds$ und eine Normalkomponente $R_0 ds$ zerlegt. Nach der Aufbringung der gegebenen Belastung wird sich die Bogenachse verformen und eine bestimmte Gleichgewichtsfigur annehmen, wobei der Achsenpunkt A_0 nach A gelangt (Bild 2a) und die örtliche Krümmung den neuen Wert $k = (k_0 + \kappa)$, die örtliche Tangentenneigung den neuen Wert $(\varphi + \psi)$ und die beiden Belastungskomponenten die neuen Werte $T ds$ bzw. $R ds$ annehmen (Bild 2b). Im Querschnitt an der Stelle A wird ein Biegemoment M , eine Normalkraft N und eine Querkraft Q zur Geltung kommen, wobei M mit der Krümmungsänderung κ und der gegebenen örtlichen Biegesteifigkeit EJ durch die bekannte Beziehung

$$(1) \quad \kappa + \frac{M}{EJ} = 0$$

²⁾ Der Bogenträger wird in diesem Gleichgewichtszustand auf Druck und Biegung beansprucht und zeigt daher ein ähnliches Verhalten wie ein außermittig gedrückter Stab; die Stabilität der symmetrischen Gleichgewichtsfigur wird demnach bei stählernen Bogenträgern in hohem Maße „beschränkt“ sein. (Vgl. dazu auch E. Chwalla, Die Tragfähigkeit stählerner Dreigelenkbogen. Stahlbau 1935, S. 121.)

¹⁾ E. Chwalla, Die Stabilität lotrecht belasteter Rechteckrahmen. Bauling. 1937.

verknüpft ist; diese Beziehung entspringt zwar der technischen Biegelehre des geraden Stabes, darf jedoch auch der elastostatischen Untersuchung krummer Stäbe zugrunde gelegt werden, wenn die Querschnittsabmessungen klein im Vergleich zum Krümmungsradius sind. Die drei Schnittgrößen M, N, Q unterliegen drei Gleichgewichtsbedingungen, die wir für ein Element des verformten Bogens aufstellen können und die mit Bezug auf Bild 2c offenbar

$$(2) \begin{cases} \frac{dN}{ds} - Qk + T = 0 \\ \frac{dQ}{ds} + Nk + R = 0 \\ \frac{dM}{ds} - Q = 0 \end{cases}$$

lauten.

Die Verschiebung des untersuchten Achsenpunktes von A_0 nach A wird durch die beiden Komponenten u, v (Bild 2a) bestimmt, die mit Rücksicht auf die vorausgesetzte Dehnungslosigkeit der Achse durch die Gleichung

$$(3) \quad u - \frac{dv}{d\varphi} = 0$$

verknüpft sind und für ψ und κ die Beziehungen

$$(4) \quad \psi = k_0 \left(\frac{d^2 v}{d\varphi^2} + v \right),$$

$$(5) \quad \kappa = k_0 \cdot \frac{d}{d\varphi} \left[k_0 \left(\frac{d^2 v}{d\varphi^2} + v \right) \right]$$

liefern. Beachten wir den funktionalen Zusammenhang, der zwischen den Größen R, T und den Größen p^*, v besteht (R und T ist an jeder durch φ und k_0 gekennzeichneten Stelle durch die äußere Belastung und die Winkeländerung ψ bestimmt) und führen wir die Gl. (1), (4), (5) in die Gleichgewichtsbedingungen (2) ein, dann erhalten wir eine inhomogene Differentialgleichung sechster Ordnung für v , mit deren Hilfe der Verlauf der Gleichgewichtsfigur und der Verlauf der von φ abhängigen Größen k, M, N, Q, R und T für jeden vorgegebenen Intensitätswert p^* festgelegt werden kann. Die sechs Integrationskonstanten, die in der allgemeinen Lösung dieser Differentialgleichung auftreten, sind durch die sechs Lagerungsbedingungen bestimmt, die beim Zweigelenkbogen für jeden der beiden Lagerorte $u = v = \kappa = 0$ und beim eingespannten Bogen für jeden der beiden Kämpfer $u = v = \psi = 0$ fordern.

Wir wollen nun annehmen, daß unter der gewählten Belastung außer dieser Gleichgewichtsfigur noch eine zweite Gleichgewichtsfigur existiert, die der ersten unmittelbar benachbart ist und aus der spannungslosen Anfangslage dadurch erhalten wird, daß wir den einzelnen Achsenpunkten A_0 Verschiebungen mit den Komponenten $(u + u_1)$ und $(v + v_1)$ zuweisen (Bild 2a); die Änderungen u_1, v_1 sind hierbei als „unendlich klein“ anzusehen, so daß wir die Produkte dieser und aller daraus abgeleiteten Größen als „unendlich klein von höherer Ordnung“ streichen dürfen. Beim Übergang von der ersten zur zweiten Gleichgewichtslage werden sich die Schnittgrößen M, N, Q des belasteten Bogenträgers um die unendlich kleinen Beträge M_1, N_1, Q_1 , die Formänderungsgrößen ψ, κ um die unendlich kleinen Beträge ψ_1, κ_1 und die von der örtlichen Tangentenrichtung abhängigen Belastungskomponenten R, T um die unendlich kleinen Beträge R_1, T_1 ändern. Schreiben wir die den Gl. (1) bis (5) entsprechenden Gleichungen für die zweite Gleichgewichtslage an und ziehen wir von diesen Gleichungen die Gl. (1) bis (5) ab, dann erhalten wir

$$(1a) \quad \kappa_1 + \frac{M_1}{EJ} = 0,$$

$$(2a) \quad \begin{cases} \frac{dN_1}{ds} - Q_1 \kappa_1 - Q_1 k + T_1 = 0 \\ \frac{dQ_1}{ds} + N_1 \kappa_1 + N_1 k + R_1 = 0 \\ \frac{dM_1}{ds} - Q_1 = 0, \end{cases}$$

$$(3a) \quad u_1 - \frac{dv_1}{d\varphi} = 0,$$

$$(4a) \quad \psi_1 = k_0 \left(\frac{d^2 v_1}{d\varphi^2} + v_1 \right),$$

$$(5a) \quad \kappa_1 = k_0 \cdot \frac{d}{d\varphi} \left[k_0 \left(\frac{d^2 v_1}{d\varphi^2} + v_1 \right) \right].$$

Wenn wir nun ds durch $d\varphi = (k + \kappa_1) ds$ ersetzen, aus der zweiten und dritten Zeile der Gl. (2a) die Größen N_1 bzw. Q_1 berechnen und die so erhaltenen Beziehungen in die erste Zeile der Gl. (2a) einzuführen, dann gelangen wir zu der Bedingungsgleichung

$$(6) \quad \left\{ - \left[\frac{d^2}{d\varphi^2} \left(k \cdot \frac{dM_1}{d\varphi} \right) + \frac{d}{d\varphi} \left(N_1 \cdot \frac{\kappa_1}{k} \right) + \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{R_1}{k} \right) \right] - Q_1 \cdot \frac{\kappa_1}{k} - k \cdot \frac{dM_1}{d\varphi} + \frac{T_1}{k} = 0, \right.$$

die erfüllt sein muß, wenn unter der gewählten Laststufe außer der ersten noch eine zweite, unmittelbar benachbarte Gleichgewichtsfigur existieren soll.

Von den äußeren Kräften haben wir vorausgesetzt, daß sie ihre Richtungen und ihre Angriffspunkte auch während der Verformung des Bogenträgers unverändert beibehalten, so daß die Änderungen R_1, T_1 , die die

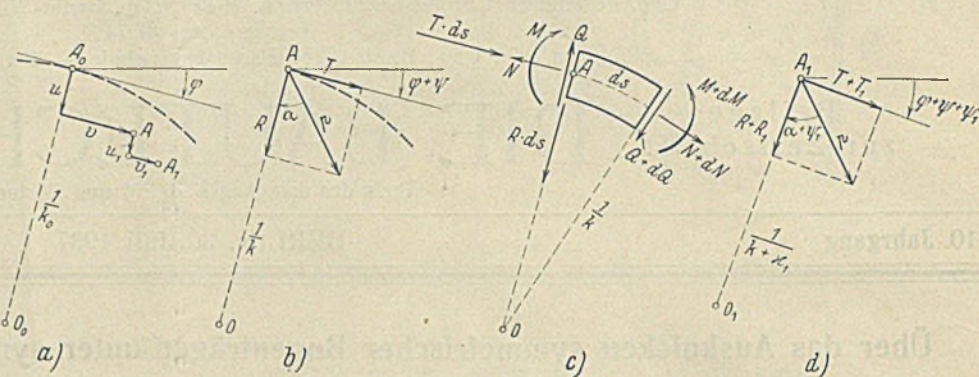


Bild 2.

beiden Belastungskomponenten beim Übergang von der ersten zur zweiten Gleichgewichtsfigur erfahren, ausschließlich durch die unendlich kleine Tangentenverdrehung ψ_1 bedingt sind. Für die erste Gleichgewichtslage gilt (Bild 2b) $R = p \cdot \cos \alpha, T = p \cdot \sin \alpha$ und für die zweite Gleichgewichtslage gilt (Bild 2d) $(R + R_1) = p \cdot \cos(\alpha + \psi_1), (T + T_1) = p \cdot \sin(\alpha + \psi_1)$, so daß wir bei Berücksichtigung der Gl. (4a) die Beziehungen

$$(7) \quad R_1 = -T_1 \psi_1 = -T k_0 \left(\frac{d^2 v_1}{d\varphi^2} + v_1 \right), T_1 = +R \psi_1 = +R k_0 \left(\frac{d^2 v_1}{d\varphi^2} + v_1 \right)$$

erhalten. Führen wir die Gl. (7) und die Gl. (1a) in die Gl. (6) ein, dann nimmt diese die Form an

$$(1) \quad \left\{ \left(\frac{d^2}{d\varphi^2} + 1 \right) \left[k \cdot \frac{d}{d\varphi} (EJ \kappa_1) \right] - \frac{N}{k} \cdot \frac{d\kappa_1}{d\varphi} - \kappa_1 \left[\frac{d}{d\varphi} \left(\frac{N}{k} \right) + \frac{Q}{k} \right] + \frac{T k_0}{k} \cdot \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{d^2 v_1}{d\varphi^2} + v_1 \right) + \left[\frac{d}{d\varphi} \left(\frac{T k_0}{k} \right) + \frac{R k_0}{k} \right] \left(\frac{d^2 v_1}{d\varphi^2} + v_1 \right) = 0, \right.$$

wobei κ_1 durch die Gl. (5a) bestimmt wird.

Die Gl. (1) stellt eine lineare, homogene Differentialgleichung sechster Ordnung für die unendlich kleine Tangentialverschiebung v_1 vor und enthält außer der gegebenen, vom Ort φ abhängigen Biegesteifigkeit EJ noch die Ortsfunktionen k, N, Q, R, T , die sich auf die erste Gleichgewichtslage beziehen und mit Hilfe der Gl. (1) bis (5) für jeden Kennwert p^* der Belastungsintensität festgelegt werden können. Die sechs Integrationskonstanten, die in der allgemeinen Lösung der Gl. (1) auftreten, sind durch die sechs Lagerungsbedingungen bestimmt, die bei einem Zweigelenkbogen an beiden Lagerorten $u_1 = v_1 = \kappa_1 = 0$ und bei einem eingespannten Bogen an beiden Kämpfern $u_1 = v_1 = \psi_1 = 0$ verlangen. Diese Bedingungsgleichungen sind linear und homogen und lassen sich eine von der Nulllösung verschiedene Lösung zu, wenn ihre Koeffizientendeterminante Δ_K verschwindet; die Gleichung $\Delta_K = 0$ stellt demnach die Bestimmungsgleichung für jenen kritischen Kennwert p_k^* der Belastungsintensität vor, für den sich zwei verschiedene, unmittelbar benachbart liegende Gleichgewichtsfiguren widerspruchsfrei ergeben.

Ist der untersuchte Bogenträger zur Mitte symmetrisch ausgebildet und ist auch die äußere Belastung zur Mitte symmetrisch verteilt, dann zeigt die erste der beiden Gleichgewichtsfiguren einen zur Mitte symmetrischen Verlauf. Derartige symmetrische Figuren sind auch unter Laststufen $p^* > p_k^*$ mit den vorgeschriebenen Gleichgewichts- und Formänderungsbedingungen verträglich, so daß der Sonderwert p_k^* hier einer Verzweigungsstelle der Lösungskurve zugeordnet ist. Beziehen wir uns auf einen Zweigelenkbogen und bezeichnen wir den Größtwert des im spannungslosen Anfangszustand gemessenen Tangenten-Neigungswinkels mit φ_0 , dann gilt für u_1, v_1 der Lösungsansatz

$$(8) \quad \begin{cases} v_1 = \sum_{n=1,2,\dots} A_n \left[\cos \frac{n\pi\varphi}{\varphi_0} - (-1)^n \right] \\ u_1 = \frac{dv_1}{d\varphi} = - \sum_{n=1,2,\dots} A_n \cdot \frac{n\pi}{\varphi_0} \cdot \sin \frac{n\pi\varphi}{\varphi_0}, \end{cases}$$

der die vorgeschriebenen Lagerungsbedingungen schon erfüllt und einer antisymmetrischen Deformation der ersten Gleichgewichtsfigur entspricht; die Arbeit, die die äußeren Kräfte beim Übergang von der ersten zur zweiten Gleichgewichtsfigur zu leisten haben, wird dann gleich Null und der Bogenschub H bleibt unverändert erhalten. Führen wir diesen Lösungsansatz in die Gl. (1) ein, dann stellen die fünf Terme, die in dieser Differentialgleichung auftreten, Funktionen von φ vor, die einen zur Mitte symmetrischen Verlauf zeigen und die für den gesuchten Sonderwert

$p^* = p_k^*$ die Gl. (I) befriedigen (d. h. auf das Superpositionsergebnis Null führen) müssen. Ein theoretisch exakter Beweis, daß ein derartiger Sonderwert p_k^* existiert, kann mit Rücksicht auf die verwickelten funktionalen Zusammenhänge, die zwischen den Kennwerten p^* und den in der Gl. (I) vorkommenden Ortsfunktionen k, N, Q, R, T bestehen, allerdings nicht erbracht werden.

3. Der Bogenträger mit der „Stützlinienbelastung“.

Wir untersuchen einen statisch unbestimmt gelagerten Bogen mit beliebiger (symmetrischer oder unsymmetrischer) Achsenform und beliebigem stetigen Querschnittsgesetz, denken uns jedoch die äußere Belastung so verteilt, daß $M \equiv 0$ wird; aus Gl. (1) folgt dann $\kappa \equiv 0$ und daher $k \equiv k_0$, so daß die unter den vorkritischen Laststufen ausgebildeten Gleichgewichtsfiguren unmittelbar mit der Achsenkurve des spannungslosen Anfangszustandes zusammenfallen und die Belastungskomponenten R, T mit den Belastungskomponenten R_0, T_0 übereinstimmen. Die Gleichgewichtsbedingungen (2) lauten in diesem Sonderfall

$$(9) \quad \frac{dN}{ds} + T_0 = 0, \quad N k_0 + R_0 = 0, \quad Q = 0$$

und liefern die Beziehung

$$(10) \quad \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{R_0}{k_0} \right) - \frac{T_0}{k_0} = 0,$$

durch die der untersuchte Belastungsfall (die sogenannte „Stützlinienbelastung“) eindeutig gekennzeichnet wird. Aus den Gl. (9) u. (1a) folgt

$$(11) \quad N \cdot \frac{\kappa_1}{k_0} = \frac{R_0}{k_0^2} \cdot \frac{M_1}{EJ},$$

so daß die Gl. (6) hier

$$(12) \quad - \left[\frac{d^2}{d\varphi^2} \left(k_0 \cdot \frac{dM_1}{d\varphi} \right) + \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{R_0}{k_0^2} \cdot \frac{M_1}{EJ} \right) + \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{R_1}{k_0} \right) \right] - k_0 \cdot \frac{dM_1}{d\varphi} + \frac{T_1}{k_0} = 0$$

lautet und nach Einführung der Gl. (7) u. (1a) die Form

$$(II) \quad \left(\frac{d^2}{d\varphi^2} + 1 \right) \left[k_0 \cdot \frac{d}{d\varphi} (EJ \kappa_1) \right] + \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{R_0 \kappa_1}{k_0^2} \right) + T_0 \cdot \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{d^2 v_1}{d\varphi^2} + v_1 \right) + \left(\frac{dT_0}{d\varphi} + R_0 \right) \left(\frac{d^2 v_1}{d\varphi^2} + v_1 \right) = 0$$

annimmt, wobei κ_1 wieder durch die Gl. (5a) bestimmt ist.

Die Gl. (II) stellt eine lineare, homogene Differentialgleichung sechster Ordnung für die unendlich kleine Tangentialverschiebung v_1 vor. Die sechs Integrationskonstanten, die in der allgemeinen Lösung dieser Gleichung auftreten, sind durch die sechs Lagerungsbedingungen bestimmt, denen die Knickfigur unterworfen ist und die bei einem Zweigelenkbogen

an beiden Lagerorten $u_1 = v_1 = \kappa_1 = 0$ und bei einem eingespannten Bogen an beiden Kämpfern $u_1 = v_1 = \psi_1 = 0$ verlangen. Diese Bedingungsgleichungen sind linear und homogen und lassen nur dann eine von der Nulllösung verschiedene Lösung zu, wenn ihre Koeffizientendeterminante Δ_K verschwindet; die Gleichung $\Delta_K = 0$ stellt demnach die Bestimmungsgleichung für jenen kritischen Kennwert p_k^* der Belastungsintensität vor, für den sich zwei verschiedene, unmittelbar benachbarte Gleichgewichtsfiguren ergeben. Da für die erste dieser beiden Gleichgewichtsfiguren $M \equiv 0$ gilt, kann sie (gleichgültig, ob der Bogenträger symmetrisch oder unsymmetrisch gebaut ist) auch unter den überkritischen Laststufen widerspruchsfrei zur Ausbildung gelangen, so daß p_k^* hier immer einer Verzweigungsstelle der Lösungskurve zugeordnet ist. Hierbei muß allerdings bemerkt werden, daß die Erfüllbarkeit unserer Voraussetzung $M \equiv 0$ bei den untersuchten, statisch unbestimmt gelagerten Bogen an die Vernachlässigung des Einflusses gebunden ist, den die Normalkräfte auf die Verformung nehmen; vom theoretisch exakten Standpunkt ist diese Voraussetzung im allgemeinen unhaltbar, da das Biegemoment in einem spannungslos montierten, statisch unbestimmt gelagerten Bogenträger mit Rücksicht auf die elastische Längenänderung der Bogenachse nicht identisch verschwinden kann³⁾.

Die Gl. (II) ist durch das Auftreten der beiden letzten (durch die unendlich kleine Änderung der Belastungskomponenten bedingten) Terme von der Differentialgleichung unterschieden, die Lockschin⁴⁾ für den gleichen Belastungsfall entwickelt und ausgewertet hat; auch Steuer mann⁵⁾, der die Stabilität eines beliebig geformten, beliebig belasteten Bogenträgers untersucht und auf Grund ähnlicher Überlegungen zu einer der Gl. (I) entsprechenden Differentialgleichung gelangt, nimmt auf das Auftreten dieser beiden, von R_1 und T_1 abhängigen Terme keine Rücksicht. Da sich die Tangentenneigung beim Übergang von der ersten zur benachbarten zweiten Gleichgewichtsfigur um den unendlich kleinen Betrag ψ_1 ändert, werden auch die beiden Komponenten der örtlichen Elementarlast $p ds$ um unendlich kleine, mit $R_1 ds$ bzw. $T_1 ds$ bezeichnete und durch die Gl. (7) festgelegte Beträge geändert. Die Größen R_1, T_1 beeinflussen die Gleichgewichtsbedingungen (2a), die wir für das Bogenelement im zweiten Gleichgewichtszustand anzuschreiben haben, und müssen daher auch in den Differentialgleichungen (I) und (II) zur Geltung kommen. (Schluß folgt.)

³⁾ Vgl. dazu etwa E. Chwalla, HDI-Mitteilungen d. Hauptvereines Deutscher Ing., Brunn 1935, S. 263.

⁴⁾ A. Lockschin, Compt. rendus Paris, 195, 1932, S. 103; Phil. Mag. 14, 1932, S. 520; Z. ang. Math. 1936, S. 49.

⁵⁾ E. J. Steuer mann, Bull. Sci. Univ. Kiev, Rec. math. 1, 1935, S. 76; der Inhalt dieser in ukrainischer Sprache geschriebenen Abhandlung wurde dem Verf. erst nach Abschluß seiner Untersuchungen bekannt.

Alle Rechte vorbehalten.

Über Leichtfahrbahntragwerke für stählerne Straßenbrücken.

Von Otto Graf.

(Schluß aus Heft 14/15.)

3. Stählerne Brückenfahrbahnen mit ebenem Deckblech, ohne oder mit dünnem Belag.

Im letzten Jahrzehnt sind die Fahrbahntragwerke nach Bild 14 in den Vereinigten Staaten von Nordamerika mit besonderer Aufmerksamkeit verfolgt worden. Auf einfach entwickelten Trägerlagen ist eine durchgehende Blechplatte befestigt, die entweder ohne weiteren Belag, in der Regel aber mit Asphaltbelag den Verkehr aufnimmt.



Bild 14. Asphaltbelag auf Flachblech.

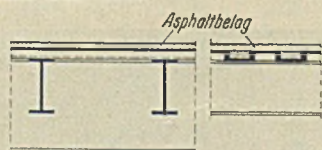


Bild 15. Asphaltbelag auf Profilblech.

Über deutsche Ausführungen berichtet Schaper in seinem Buch „Feste stählerne Brücken“, 6. Aufl., S. 348.

Das American Institute of Steel Construction hat einen Sonderausschuß berufen, der bei Professor Inge Lyse Versuche mit dem „battledack floor for highway bridges“ veranlaßte⁶⁾. Auf Grund der Versuche sind Konstruktionsregeln und Tabellen für die Bemessung der Träger und Bleche entwickelt worden. Man empfiehlt dabei, die Träger, welche das Blech aufnehmen, stets in der Längsrichtung der Brücke zu verlegen; dabei sei die Verwendung gerippter oder gebuckelter Bleche

⁶⁾ Vgl. den Versuchsbericht von Inge Lyse und Ingvald E. Madsen, Structural Behavior of battledack floor systems, und den Bericht des zugehörigen Ausschusses (the battledack floor for highway bridges), beide im vorigen Jahr bei dem American Institute of Steel Construction erschienen.

nicht nötig. Der Bericht hebt ferner hervor, daß sich der Blechbelag als wesentlich widerstandsfähiger erwiesen habe, als die übliche Rechnung der Platten angebe.

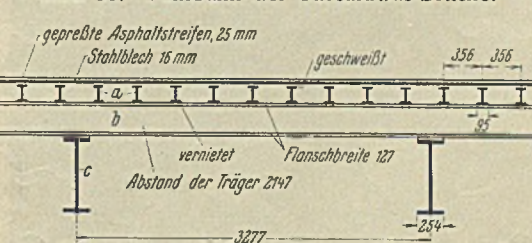
Weitere allgemeine Aufschlüsse gibt das im Jahre 1934 erschienene Buch von Frankland, Suspension bridges of short span, S. 39 ff.

Aus diesem Buch stammen die Bilder 14 u. 15. Mit Bild 15 sei darauf aufmerksam gemacht, daß drüben wie bei uns anfänglich Bedenken gegen die Verwendung der ebenen Blechplatte bestanden, weil man nicht wußte, ob der Asphaltbelag auf den Blechplatten genügend lange zumhaften gebracht werden kann.

Die Bilder 16 u. 17 zeigen bemerkens-

Wertigkeiten für die Fahrbahn der Tuscarawas-Brücke. Die Tabelle zeigt die Höhe der Träger in mm, das Gewicht für 1 m in kg/m und das Trägheitsmoment in cm⁴. Träger a hat eine Höhe von 152 mm, ein Gewicht von 18,6 kg/m und ein Trägheitsmoment von 908 cm⁴. Träger b hat eine Höhe von 305 mm, ein Gewicht von 37,2 kg/m und ein Trägheitsmoment von 7650 cm⁴. Das Gewicht für 1 m² (Blech + Träger a + Träger b) beträgt rd. 163 kg.

Bild 16. Fahrbahn der Tuscarawas-Brücke.



Träger	Höhe mm	Gewicht für 1 m kg/m	Trägheitsmoment cm ⁴
a	178	29,8	1744
b	305	52,2	9448
c	686	146	143450

Bild 17. Fahrbahn der Triborough-Brücke.

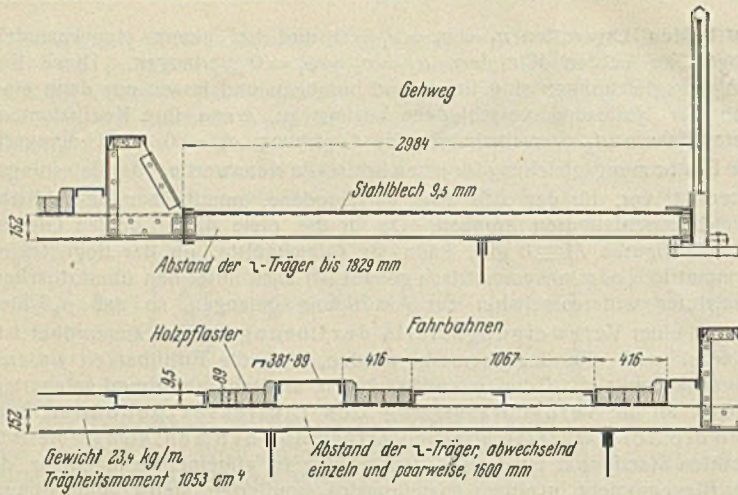
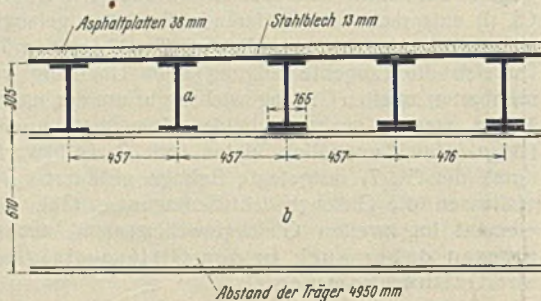


Bild 18. Fahrbahn der umgebauten Queensborough-Brücke, New York.

werte Ausführungen aus neuerer Zeit. Bild 16 gehört zu einer Fachwerkbrücke im Staate Ohio. Beachtlich ist hier u. a., daß alle Verbindungen geschweißt sind und daß die Bleche als Fahrbelag dienen⁷⁾. Bild 17 zeigt einen Ausschnitt aus der Klappbrücke zur Triborough-Brücke in New York, die nach Mitteilung ihres Erbauers Ammann ein besonders leichtes Fahrbahntragwerk besitzt.

Die Bilder 18 u. 19 zeigen Einzelheiten von der umgebauten Fahrbahn der Queensborough-Brücke in New York sowie von der Fahrbahn einer Brücke in Alabama.

Die Gewichte der Fahrbahnbeläge und der zugehörigen Träger sind, soweit die Unterlagen vorliegen, bei den Abbildungen angegeben.



Träger	Höhe mm	Gewicht für 1 m kg/m	Trägheitsmoment cm ⁴
a	305	37,2	7610
b	610	104	

Gewicht für 1 m² (Asphalt + Blech + Träger a) rd. 271 kg.

Bild 19. Fahrbahn der Brücke über den Three Mile Creek (Alabama).

⁷⁾ Nach Mitteilung des Herrn J. R. Burkey, Chief Engineer of Bridges im Department of Highways in Columbus, hat sich die Brücke bis jetzt bewährt. Der Verkehr auf den Blechen sei befriedigend, übrigens bis jetzt bei vier Brücken angewandt. Vgl. auch Hawley u. Merrell, Eng. News-Rec. 1935, II, S. 472 ff.

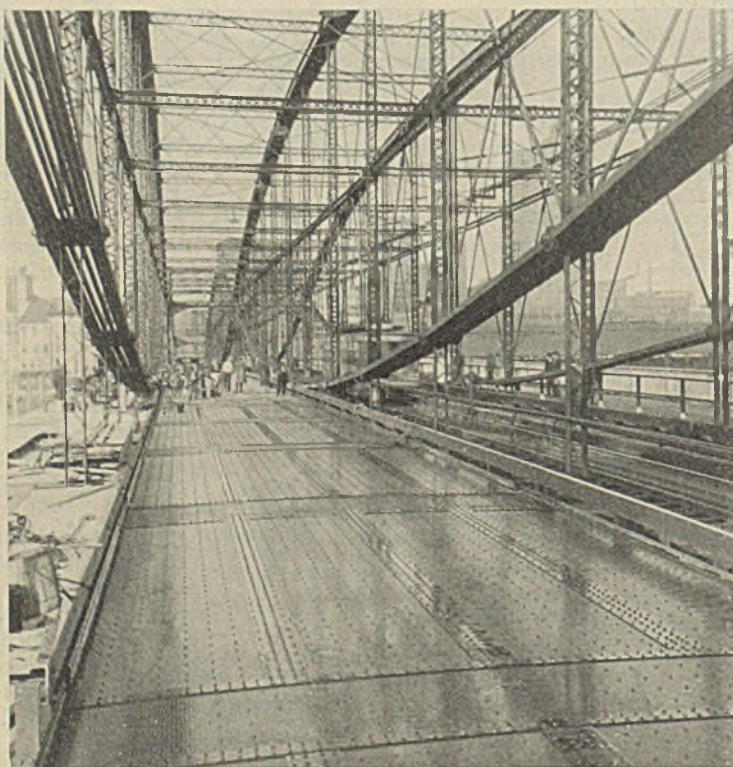


Bild 20. Fahrbahn der Smithfield Street-Brücke, Pittsburgh.

4. Brückenfahrbahnen aus Aluminium.

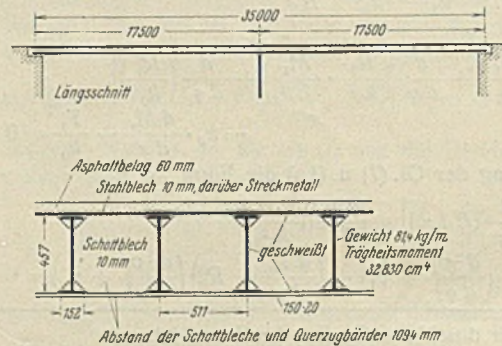
Unter Mitwirkung der Aluminium Company of America hat die alte Smithfield Street-Bridge in Pittsburgh im Jahre 1933 ein Fahrbahntragwerk aus Aluminium erhalten⁸⁾. Bild 20 u. 21 lassen die Bauart des Tragwerks erkennen. Die zulässige Anstrengung der Aluminiumlegierung wurde zu rd. 10,7 kg/mm² gewählt. Der rd. 3 cm dicke Asphaltbelag wurde mit der Straßenwalze auf das Deckblech aufgebracht.

Nach den vorliegenden Mitteilungen sind bisher nur kleine Schäden aufgetreten⁹⁾, die überdies nur als Fehler beim Aufbau des Tragwerks zu bezeichnen sind.

5. Versuche mit leichten Fahrbahnplatten in Stuttgart¹⁰⁾.

Die unter 2. und 3. besprochenen amerikanischen Ausführungen haben den Vorzug, daß sie verhältnismäßig einfach herzustellen sind. Allerdings tritt dabei die in Deutschland wichtige Bedingung, auch für geringe Bauhöhen zu sorgen, zurück; sie hat eben drüben weniger Bedeutung.

Fahrbahnen, welche neben geringem Gewicht auch eine geringe Bauhöhe haben, sind in den letzten Jahren unter Führung von Schaechtle entwickelt worden. Zunächst wurde durch Vorversuche in rohen Zügen ermittelt, wie die Ausführung geschehen kann. Dann begann die Anwendung der Erkenntnisse. Bei der Errichtung kleiner Brücken wurden Erfahrungen gesammelt, die es ermöglichten, im letzten Jahr in der neuen Bauweise eine stattliche Brücke der Reichsautobahnen bei Kirchheim unter Teck zu errichten. Die Abmessungen der Kirchheimer Brücke sind in Bild 22 wiedergegeben. Es handelt sich um eine Trägerbrücke mit lastverteilenden Querverbänden; die Fahrbahnplatte bildet eine Blechplatte, welche einen schwarzen Belag erhält.



Gewicht für 1 m² (Asphalt + Streckmetall + Blech + Träger + Querverband) rd. 431 kg.

Bild 22.

Reichsautobahnbrücke bei Kirchheim unterm Teck.

Zur Beurteilung der Bauweise sei auf Ergebnisse verwiesen, die im vorigen Jahr in Stuttgart bei Versuchen für den Deutschen Ausschuss für Stahlbau mit vier Platten gewonnen wurden. Die Querschnitte dieser Versuchsplatten sind in Bild 23 wiedergegeben. Die 1 bis 3 m breiten Platten haben 3 m Spannweite. Die Querverbindungen sind im Längsschnitt angegeben. — Mit den Platten A₁ bis A₃ war festzustellen, wieweit die Widerstandsfähigkeit bei Einzellasten von der Breite der Platten abhängig ist. Es sollte also die lastverteilende Wirkung des ganzen Systems erkundet werden. Bei der Platte B₁ sind die Randträger so verstärkt, daß ihr Trägheitsmoment etwa das 4fache der mittleren Träger beträgt. Die Belastung geschah mit Einzellasten auf einer Fläche von 10 · 10 cm oder 22 · 22 cm. Zunächst wurde die Last in der Mitte aufgebracht; dabei ist verfolgt

⁸⁾ Vgl. Growdon, Riegel u. Templin, Civil Engineering 1934, S. 113 ff., sodann Reppert, Eng. News-Rec. 1933, Teil 1, S. 611 ff.

⁹⁾ Vgl. Johnson, Eng. News-Rec. 1936, S. 318 ff.

¹⁰⁾ Die Durchführung der Versuche besorgte mein Mitarbeiter, Herr Ingenieur Hermann Schmid, mit viel Umsicht und Sorgfalt.

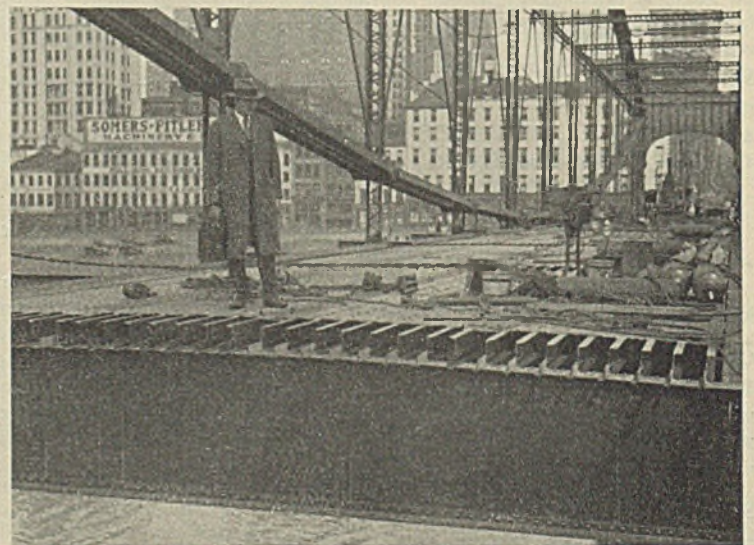


Bild 21. Fahrbahn der Smithfield Street-Brücke, Pittsburgh.

Zusammenstellung 1. Trägerrostplatten A_1 bis A_3 , B_4 .

Platte	Belastung t	Formänderungen bei Belastung in der Mitte (Versuch 1)												
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13*)
a) Dehnung in mm/m														
A_1	$P=3$	0,20	0,22	0,25	0,17	0,16								
	$P=6$	0,41	0,44	0,50	0,45	0,41								
A_2	$P=3$	0,07	0,10	0,11	0,16	0,17	0,15	0,11	0,10	0,06				
	$P=6$	0,14	0,19	0,24	0,31	0,34	0,27	0,22	0,17	0,14				
	$P=9$	0,21	0,29	0,35	0,45	0,57	0,40	0,32	0,27	0,24				
A_3	$P=6$	0,07	0,12	0,13	0,18	0,18	0,27	0,30	0,24	0,19	0,18	0,12	0,11	0,07
	$P=12$	0,10	0,14	0,25	0,37	0,32	0,47	0,62	0,50	0,41	0,32	0,37	0,18	0,10
B_4	$P=6$	0,08	0,08	0,13	0,15	0,15	0,21	0,26	0,22	0,17	0,10	(0,03)	0,10	—
	$P=12$	0,11	0,16	0,20	0,22	0,32	0,43	0,56	0,43	0,35	0,24	0,22	0,16	—
b) Einenkung in mm														
A_1	$P=3$	1,8	1,8	1,7	1,7	1,7								
	$P=6$	3,1	3,3	3,5	3,5	3,4								
A_2	$P=3$	0,75	—	—	—	1,10	0,95	0,90	0,95	0,85				
	$P=6$	1,55	—	—	—	2,05	1,85	1,75	1,70	1,45				
	$P=9$	2,35	—	—	—	3,20	2,85	2,70	2,50	2,25				
A_3	$P=6$	0,75	0,75	1,15	1,35	1,70	1,80	1,80	1,70	1,55	1,35	1,05	0,80	0,65
	$P=12$	1,35	1,55	2,20	2,50	3,00	3,40	3,65	3,30	2,95	2,55	1,95	1,50	1,15
B_4	$P=6$	0,45	0,65	0,90	1,00	1,40	1,60	1,60	1,45	1,25	1,20	0,75	0,55	0,20
	$P=12$	0,90	1,45	1,85	2,25	2,70	3,15	3,30	2,95	2,50	2,30	1,70	1,35	0,65

*) Meßstellen in den Ebenen der Einzelträger, vgl. Bild 23.

Zusammenstellung 2. Trägerrostplatten A_1 bis A_3 , B_4 .

Platte	Belastung t	Formänderungen bei Belastung am Rand (Versuch 2 bei Platte A_1 , Versuch 3 bei Platte A_2 , A_3 und B_4)												
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13*)
a) Dehnung in mm/m														
A_1	$P=2$	0,34	0,22	0,12	-0,01	-0,09								
	$P=3$	0,57	0,34	0,17	0	-0,14								
A_2	$P=2$	0,35	0,22	0,14	0,11	0,04	0,02	0	-0,02	-0,06				
	$P=3$	0,52	0,35	0,20	0,14	0,10	0,04	0	-0,05	-0,07				
A_3	$P=3$	0,41	0,29	0,22	0,15	0,12	0,10	0,04	0,02	0	0	-0,01	-0,02	-0,06
	$P=6$	2,05	0,74	0,50	0,32	0,22	0,20	0,08	0,05	0	-0,02	-0,04	-0,06	-0,11
B_4	$P=3$	0,21	0,14	0,11	0,07	0,07	0,05	0,02	0,01	0	-0,02	-0,03	-0,03	-0,02
	$P=6$	0,40	0,30	0,22	0,12	0,11	0,08	0,03	0	-0,01	-0,01	-0,03	-0,02	-0,02
	$P=12$	0,85	0,50	0,45	0,30	0,20	0,14	0,07	0,03	0	-0,02	-0,03	-0,03	-0,01
b) Einenkung in mm														
A_1	$P=2$	3,1	2,2	1,1	0,3	-0,7								
	$P=3$	4,7	3,4	1,7	0,3	-1,2								
A_2	$P=2$	2,35	1,85	1,30	0,80	0,50	0,05	-0,25	-0,55	-0,85				
	$P=3$	3,50	2,70	1,95	1,20	0,65	0,05	-0,50	-0,95	-1,35				
A_3	$P=3$	2,25	2,20	1,85	1,30	1,00	0,55	0,50	0,15	-0,10	-0,25	-0,50	-0,55	-0,70
	$P=6$	5,15	5,05	3,75	2,70	1,75	1,00	0,55	-0,15	-0,65	-1,15	-1,65	-2,05	-2,35
B_4	$P=3$	1,50	1,30	1,00	0,75	0,45	0,30	0,15	0,20	0,10	0	-0,05	-0,10	-0,20
	$P=6$	3,00	2,45	2,00	1,55	1,10	0,75	0,40	0,35	0,20	0	-0,10	-0,25	-0,40
	$P=12$	6,10	4,90	3,85	2,75	1,85	1,15	0,50	0,20	-0,25	-0,75	-1,15	-1,40	-1,90

*) Meßstellen in den Ebenen der Einzelträger, vgl. Bild 23.

worden, wie sich die Einenkungen der Träger nach den Rändern hin verteilen. Dann folgte die Belastung in den Viertelpunkten, schließlich neben oder auf einem Randträger. In den Zusammenstellungen 1 und 2 sind die gemessenen Einenkungen für die zwei wichtigsten Belastungsfälle, nämlich Belastung in der Mitte und Belastung am Rand, unter b) zusammengetragen. Die Zahlenreihen zeigen an, wie die Träger an der Lastaufnahme teilnehmen, wenn man die Einenkungen als Maß der Lastaufnahme ansieht.

Ferner wurden an den unteren Flanschen der Träger die Dehnungen gemessen. Diese sind in den Zusammenstellungen 1 u. 2 unter a) aufgeführt.

Wenn man das Verhältnis der Dehnungen ϵ , welche unter dem mittleren Träger aufgetreten sind, zu den Dehnungen ϵ feststellt, die an den Randträgern auftraten, zeigt sich, daß der Unterschied wesentlich größer ist als bei den Einenkungen y , vgl. auch Zusammenstellung 3.

Der Bericht nimmt an, daß zur Beurteilung der Anstrengungen der Träger die gemessenen Dehnungen heranzuziehen sind, weil naturgemäß die Verformung bei der Durchbiegung der Trägerplatte mit Querversteifungen nicht so geschieht, wie wenn einzelne Träger belastet werden. Die Biegunslinie verläuft in den Versuchskörpern A_1 usw. anders als bei der Prüfung einzelner Träger. Wenn man dementsprechend verfährt, also die Anstrengung der Träger nach den Dehnungen beurteilt, so ist zunächst festzustellen, daß bei Belastung in der Mitte durch $P=6t$ bei der 1 m breiten Platte A_1 am Randträger $\frac{1}{5}$ der Anstrengung entsteht, die im mittleren Träger aufgetreten ist. Bei der 2 m breiten Platte A_2 beträgt dieses Verhältnis etwa $\frac{2}{5}$; bei der 3 m breiten Platte A_3 etwa $\frac{1}{4}$. Unter $P=12t$ ist das Verhältnis der Anstrengung der Randträger zur Anstrengung der mittleren Träger kleiner geworden, d. h. die Anteilnahme der Randträger ist zunächst zurückgetreten.

6. Beläge für leichte Brückenfahrbahnen mit ebenem Deckblech.

Wenn stählerne Fahrbahnen mit ebenem Deckblech gewählt werden, ist zu entscheiden, ob ein Fahrbelag aufgebracht werden soll, gegebenenfalls aus was dieser Belag bestehen soll; weiterhin ist zu bestimmen, welche Maßnahmen zu ergreifen sind, um den Belag dauerhaft mit dem Deckblech zu verbinden. Beläge mit Zementbeton kommen für solche Fälle zur Zeit nicht in Betracht, weil der Beton dicker sein muß als ein Belag aus Asphalt und weil zur Zeit kein Verfahren bekannt ist, mit dem eine dauerhafte Verbindung dünner Beläge aus Zementbeton mit dem ebenen Blech entsteht.

Im einzelnen läßt sich aus den bisherigen Feststellungen noch folgendes entnehmen.

Die Beläge aus Asphaltbeton müssen so steif sein, daß sie unter dem Verkehr im Sommer auch unter zeitweilig haltenden Fahrzeugen nur unwesentliche Verdrückungen erfahren. Brauchbare Beläge entstehen, wenn ein Asphaltbeton mit gutem Kornaufbau und möglichst wenig Bitumen verwendet wird. Besonders geeignet sind gut aufgebaute Platten aus Asphaltbeton, die mit hoher Pressung oder in anderer Weise verdichtet sind.

Zur Verbindung des Belags mit dem Deckblech sind dünne Schichten aus weicher Bitumenmasse nötig, damit sich die Beläge auch bei tiefer Temperatur nicht vom Deckblech trennen, oder wenn eine örtliche Loslösung stattgefunden hat, bei Wiedererwärmung wieder anbinden. Außerdem ist es als vorteilhaft angesehen worden, wenn das Anbinden des Belags durch Geflechte oder Streckmetall unterstützt wird, wie dies schon früher beschrieben wurde. Die Geflechte sollen möglichst 5 mm über dem Blech liegen; die Verbindung mit dem Blech geschieht durch Zwischenlagen mit Schweißung.

Nach unseren letzten Feststellungen sind die Geflechte wahrscheinlich entbehrlich, wenn die geeignete Bindemasse benutzt wird.

Weiterhin hat sich gezeigt, daß die Dicke des Belags sehr bescheiden sein kann. Die Abnutzung von gutem Asphaltbeton durch schweren Verkehr ist sehr klein, so daß die Dicke des Belags lediglich mit Rücksicht auf seine Herstellung gewählt werden muß.

Wenn man gepreßte Platten verwendet, so ist zu beachten, daß nach unseren Feststellungen die Größe und die Form der Platten von Bedeutung ist. Kleine Platten sind unzuverlässig, weil die weiche Bindemasse unter dem Verkehr durch die Fugen der Platten austreten kann. Außerdem hat sich gezeigt, daß sechseckig begrenzte Platten besser geeignet sind als quadratisch begrenzte. In gleichem Sinne haben sich die Amerikaner entschieden, die gepreßten Platten als Streifen herzustellen und diese Streifen so zu verlegen, daß die Stoßstellen jeweils durch die danebenliegenden Streifen überdeckt sind¹¹⁾. Bild 24 zeigt den Belag auf der Klappbrücke über den Haarlem-Fluß in New York.

Die Folgerungen, die aus unseren Beobachtungen gesammelt worden sind, decken sich weitgehend mit dem, was in Nordamerika als zweckmäßig empfohlen wird. Überdies sind dort die zugehörigen Einrichtungen in den letzten Jahren weiter als bei uns entwickelt worden, so daß Veranlassung gegeben ist, die Vorschriften, welche für den Belag der Triborough-Bridge gegeben worden sind, hier kurz zu erörtern.

Der Belag wird aus Platten gebildet, die 30 cm breit und 60 cm lang sind. Die Dicke beträgt 2,5 cm. Die Platten sollen aus einer innigen Mischung von Bitumen, organischen Fasern und mineralischem Füller bestehen; sie sollen nicht mehr als 50% Bitumen, nicht weniger als 12%

¹¹⁾ Vgl. Enoch R. Needles in der Zeitschrift The American City 1936, Heft 11, S. 39 ff.

organische Fasern und 35 bis 45% mineralischen Füller enthalten. Alle Bestandteile sind nach Gewichtstellen zu messen. Für die Beschaffenheit des Bitumens sind ausführliche Anweisungen gegeben; auch die Eigenschaften der Fasern und der Füller sind im einzelnen festgelegt.

An der oberen Fläche der Asphaltplatten werden unter starker Pressung Steinstücke eingedrückt. Die Korngröße dieser Steinstücke beträgt 6 bis 20 mm. Dabei sollen mindestens 5 kg auf 1 m² der Platte eingedrückt werden. Die Art des Pressens soll nach einem bewährten Verfahren erfolgen, welches einen guten Verband der Steinstücke mit dem Bitumen gewährleistet und vor allem eine möglichst zweckmäßige Oberfläche der Platte schafft. Dabei muß der Druck langsam aufgebracht werden und bei geeigneter Temperatur durchgeführt werden. Solche Platten werden u. a. von der Firma Johns-Mauville in New York hergestellt.

Zur Nachprüfung wird eine Eindringprobe bei 60° ausgeführt, und zwar auf der unteren Seite der Platte, also auf der Seite, welche nicht mit Steinen gespickt worden ist. Außerdem ist verlangt, daß das Gewicht der Platte mindestens 43 kg und nicht mehr als 45 kg für 1 m² sei, einmal, um genügend verdichtete Platten zu erhalten, und zum anderen, um einen möglichst gleichmäßig verdichteten Belag zu bekommen. Ferner wird die Einhaltung von Grenzmaßen verlangt, damit die Verlegung mit möglichst kleinen Fugen und mit großer Regelmäßigkeit stattfinden kann.

Das Blech, auf dem die Platten zu verlegen sind, wird sauber, staubfrei und trocken gemacht. Dann wird ein Asphaltüberzug aufgebracht, dessen Dicke 0,8 bis 1,6 mm beträgt¹²⁾. Dieser Überzug wird aus einem Asphaltmastix hergestellt, welcher auch bei niedriger Temperatur das Ankleben des Belags am Blech ermöglicht. Andererseits soll die Binde-schicht nicht zu dick sein, damit sie bei hoher Tem-

peratur nicht zu den Fugen des Belags getrieben wird. Wichtig ist auch die Forderung, die Asphaltplatten frühestens 15 Minuten und spätestens zwei Stunden nach dem Aufbringen der Binde-schicht einzulegen. Weiter wird gefordert, daß die Verlegung der Platten nur bei Temperaturen über 10° stattfinden darf und nur bei trockenem Wetter.

7. Allgemeine Bemerkungen.

Der Bericht unter Ziffer 1 bis 6 soll in großen Zügen zeigen, wie die amerikanischen Ingenieure die Fahrbahnen der Straßenbrücken bauen, wenn die eingangs bezeichneten Bedingungen gelten. Der Vergleich mit dem, was in den letzten Jahren in Deutschland geschehen ist, soll erkennen lassen, daß man nach wie vor Anlaß hat, sich mit dem drüben Geschaffenen zu beschäftigen. Es ist wohl eine dankbare Aufgabe, für bestimmte Brückenbauwerke im einzelnen zu untersuchen, wie sich die verschiedenen Ausführungsformen der Fahrbahnen wirtschaftlich und namentlich auch wegen des Stahlaufwands geltend machen.

Darüber hinaus wird die Forschung erkunden müssen, welche Bauart mit Rücksicht auf die Dauerfestigkeit der Fahrbahntragwerke besonders geeignet ist; wenn die Tragwerke aus Trägern bestehen, welche in der Zugzone weder Bohrungen noch Schweißungen haben, werden naturgemäß solche Tragwerke denen überlegen sein können, welche in der Zugzone Spannungsschwellen aufweisen.

Weiterhin liegt die wichtige Aufgabe vor, festzustellen, ob andere in Deutschland in neuerer Zeit gepflegte Bauweisen insbesondere mit Buckelplatten Vorzüge aufweisen, die eine Verfolgung der amerikanischen Bauarten zurücktreten lassen. Die zugehörigen Untersuchungen sind eingeleitet.

¹²⁾ Nach neueren Angaben der Firma Johns-Mauville wird empfohlen, den Mastix mit einer steifen Bürste aufzutragen („with a 3-knot roofing brush“).

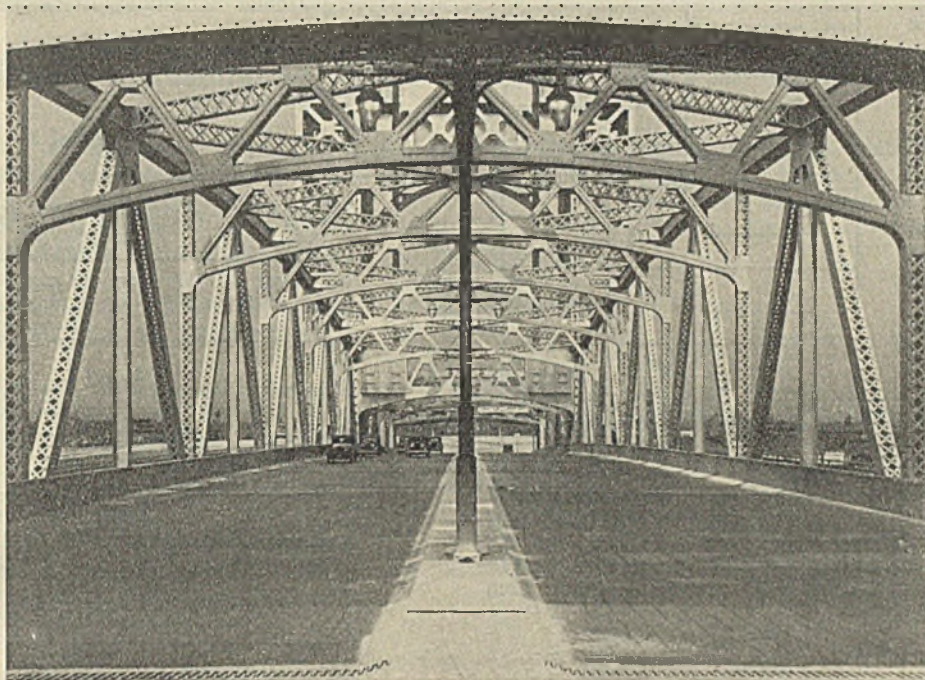


Bild 24. Fahrbahn der Harlem River-Brücke, New York.

Verschiedenes.

Vereinfachte Durchbiegungsformeln von vollwandigen Trägern. Die neuen Runderlasse vom Frühjahr 1937 lassen bei Deckenträgern und Unterzügen zum Teil Biegespannungen im Belastungsfall 1 bis 1600 kg/cm² zu. Diese Spannungen sind aber nur zulässig, wenn in jedem Falle die Durchbiegung unter der ungünstigsten Belastung ein bestimmtes Maß nicht überschreitet.

Für die praktische Statik habe ich Tafeln aufgestellt, die schnellstens und übersichtlich die Durchbiegung von Trägern (teilweise Einspannung und durchlaufend) errechnen lassen.

Die Durchbiegungsformeln von Trägern auf zwei Stützen sind im „Stahl im Hochbau“ enthalten. Sie sind aber zeitraubend und unübersichtlich, weil sie alle mit E, J und l^3 behaftet sind. Darum habe ich auch diese Formeln umgeformt auf Werte, die in den statischen Berechnungen schon vorhanden sind, nämlich Stützweite, σ und Trägerhöhe.

Die Formeln wurden auf die Form gebracht:

$$f = l^2 \sigma \cdot \frac{1}{h} \cdot \varphi,$$

l = Stützweite in m,

σ = Beanspruchung im Felde in t/cm²,

h = Trägerhöhe in cm,

φ in cm²/t ein Faktor aus der untenstehenden Tabelle, der aus den verschiedenen Belastungsarten ermittelt wurde.

Für teilweise eingespannte Träger sind ebenfalls die φ -Werte angegeben. Bei der Ermittlung dieser Werte sind die letzten Vorschriften berücksichtigt worden. Stützenmoment des Endfeldes mit $0,6 M_B$; Stützenmoment der Innenfelder mit $0,75 M_B$. Außerdem habe ich die End- und Innenfelder bei Belastung durch Einzellasten gesondert behandelt. Selbst in der letzten, also der 9. Auflage des Buches „Stahl im Hochbau“ ist der irrümliche Satz enthalten, daß die Formeln für Träger mit Einzellasten für beide Felderarten Gültigkeit haben. Die dort angegebenen Feldmomente (S. 161) entsprechen auch nicht mehr den neuesten Vorschriften.

Tafel 2.

Träger auf 3 Stützen

Belastungsart:	Feldmoment M_1	Stützenmoment $-M_B$	Ausgleichswert φ
	$\frac{Ql}{14,3}$	$\frac{Ql}{8}$	$\varphi=0,71$
	$\frac{Ql}{10,4}$	$\frac{Ql}{16}$	$\varphi=0,90$
	$\frac{Pl}{8,4}$	$\frac{Pl}{5,5}$	$\varphi=0,56$
	$\frac{Pl}{4,92}$	$\frac{Pl}{10,5}$	$\varphi=0,71$
	$\frac{Pl}{4,5}$	$\frac{Pl}{5}$	$\varphi=0,63$
	$\frac{Pl}{3,6}$	$\frac{Pl}{6}$	$\varphi=0,86$
	$\frac{Pl}{3,75}$	$\frac{Pl}{2,74}$	$\varphi=0,725$
	$\frac{Pl}{2,67}$	$\frac{Pl}{4,28}$	$\varphi=0,87$

Zur Nachprüfung ist der φ -Wert eines Trägers auf zwei Stützen mit gleichmäßig verteilter Last im Nachstehenden wiedergegeben:

$$W = \frac{J}{h} = \frac{2J}{h}; \quad \sigma = \frac{Mh}{2J};$$

$$M = \frac{Ql}{8}; \quad \sigma = \frac{Ql}{8} \cdot \frac{h}{2J} = \frac{Qlh}{16J}$$

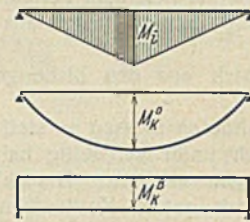
Obige Werte in die Durchbiegungsformel eingesetzt, ergibt:

$$f = \frac{5 Q l^3}{384 E J} = \frac{Q l h}{16 J} \cdot \frac{5 l^2}{384} \cdot \frac{1}{h} = \frac{\sigma l^2}{h} \cdot 0,99; \quad \varphi = 0,99$$

$$\left(E = \frac{2100 \text{ t/cm}^2}{10000} = 0,21 \right)$$

Für die Durchbiegung von durchlaufenden und teilweise eingespannten Trägern wurden die $\int M_i M_k dx$ -Tafeln benutzt.

$$E J \delta = \int M_i M_k^0 dx - \int M_i M_k^B dx$$



M_i = gedachter Belastungszustand mit der Last l in der Mitte,

M_k^0 = Moment aus der Belastung als Träger auf zwei Stützen,

$-M_k^B$ = Stützenmoment.

Tafel 3.

Träger mit teilweiser Einspannung

Endfeld $-M_B = -M_B' \cdot 0,6$; Mittelfelder $-M_B = -M_B' \cdot 0,75$
($-M_B'$ = bei völliger Einspannung an den Enden auftretende Einspannmoment)

Belastungsart:	Endfeld M_1	Mittelfelder M_2	Stützenmomente $-M_B$	Ausgleichswert φ
	$\frac{Ql}{11}$		$\frac{Ql}{13,3}$	$\varphi_1=0,875$
	$\frac{Ql}{11}$		$\frac{Ql}{16}$	$\varphi_1=0,95$
		$\frac{Ql}{16}$	$\frac{Ql}{16}$	$\varphi_2=0,794$
	$\frac{Pl}{5,75}$		$\frac{Pl}{8,9}$	$\varphi_1=0,68$
		$\frac{Pl}{6,4}$	$\frac{Pl}{10,65}$	$\varphi_2=0,555$
	$\frac{Pl}{3,75}$		$\frac{Pl}{5}$	$\varphi_1=0,82$
		$\frac{Pl}{6}$	$\frac{Pl}{6}$	$\varphi_2=0,846$
	$\frac{Pl}{2,78}$		$\frac{Pl}{3,56}$	$\varphi_1=0,846$
		$\frac{Pl}{3,78}$	$\frac{Pl}{4,28}$	$\varphi_2=0,725$

*) Träger ungestoßen über 2 Felder (plastischer Träger)

Die Durchbiegungen sind immer für die Mitte des Trägers angegeben. Bei Endfeldern von Trägersträngen ist, genau genommen, die errechnete Durchbiegung nicht die größte Felddurchbiegung. Aber diese geringe Abweichung kann in der praktischen Statik vernachlässigt werden, da die Voraussetzung einer einwandfreien Lagerung (Linienlagerung) praktisch im Trägerbau nicht vorhanden ist.

Die tatsächlichen Durchbiegungen sind meistens durch Flächenlagerung, durch Verbundwirkung mit der Decke und kleinere Einspannungen durch Trägeranschlüsse usw. geringer als errechnet.

U. C. Gerrath, Berlin-Tempelhof.

INHALT: Über das Ausklicken symmetrischer Bogenträger unter symmetrisch verteilten Belastungen. — Über Leichtfabriktragwerke für stählerne Straßenbrücken. (Schluß) — Verschiedenes: Vereinfachte Durchbiegungsformeln von vollwandigen Trägern.

Verantwortlich für den Inhalt: Geh. Regierungsrat Prof. A. Hertwig, Berlin-Charlottenburg.
Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 9.
Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.