

# DER STAHLBAU

Schriftleitung:  
 Geh. Regierungsrat Professor Dr.-Ing. A. Hertwig, Berlin-Wilmersdorf, Sächsische Str. 43  
 Fernsprecher: 87 7421  
 Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61

Beilage  
 zur Zeitschrift

## DIE BAUTECHNIK

Fachschrift für das ge-  
 samte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

10. Jahrgang

BERLIN, 24. September 1937

Heft 20

Alle Rechte vorbehalten.

### Knickung und Biegung eines Stabes auf drei Stützen.

Von A. Schleusner VDI, Charlottenburg.

I.

Ein Stab von der Länge  $2l$  möge nach Bild 1 auf drei Stützen gelagert sein; auf die Stabenden wirke die axiale Längskraft  $P$ , ferner auf den Stab eine gleichförmig verteilte, stets senkrecht gerichtete Querlast  $p$  für die Längeneinheit. Gesucht ist das Stützmoment  $M$  und die Biegelinie. Der Koordinatenursprung liege im festen Lager  $B$ , die Abszissenachse in der Wirkungslinie von  $P$ ; die Durchbiegungen rechnen nach unten positiv; vom Ursprung aus werde die Bogenlänge  $s$  gemessen. Der Stab verforme sich, wie Bild 1 andeutet. Aus Symmetriegründen braucht nur ein Feld betrachtet zu werden. Die nachstehenden Untersuchungen können nichts darüber aussagen, ob diese Biegelinie mit ihren zwei Wendepunkten stabil ist oder instabil; um dies zu entscheiden, muß man die Methoden der Variationsrechnung heranziehen; jedenfalls ist es klar, daß eine Verformung nach Bild 2 mit nur einem Wendepunkt die stabilere Form darstellt. Zu dieser Frage vergleiche man auch die Versuche von Müller-Breslau mit zweifeldrigen Flugzeugholmen<sup>1)</sup>.

Um für unsere Aufgabe das Näherungsverfahren von Picard-Treffitz<sup>2)</sup> anwenden zu können, beschränken wir uns auf kleine Durchbiegungen, die in unsern Gleichungen ohne wesentlichen Fehler Abszisse und Bogenlänge miteinander zu vertauschen gestatten. Ist  $M$  das unbekannte Stützmoment, so erhalten wir unter der eben genannten Voraussetzung die folgende Differentialgleichung für die Biegelinie:

$$(1) \quad EJ \cdot \frac{d^2 y}{ds^2} = -Py - \frac{1}{2} \cdot ps(l-s) - \frac{M}{l}(l-s),$$

wo  $E$  der Elastizitätsmodul und  $J$  das Trägheitsmoment des Stabquerschnitts ist.

Wir führen nun dimensionslose Koordinaten ein:

$$\frac{s}{l} = \sigma, \quad \frac{y}{l} = \eta,$$

und bezeichnen Differentiationen nach  $\sigma$  mit Punkten. Ferner setzen wir

$$\nu = \frac{pl}{P}, \quad \lambda = \frac{P}{PE} = \frac{l^2}{\pi^2} \cdot \frac{P}{EJ}, \quad \mu = \frac{Ml}{EJ}.$$

Dann wird unsere Differentialgleichung

$$(2) \quad \frac{\ddot{\eta}}{\sqrt{1-\dot{\eta}^2}} = -\pi^2 \lambda \eta - \mu + \left( \mu - \frac{1}{2} \cdot \pi^2 \lambda \nu \right) \sigma + \frac{1}{2} \cdot \pi^2 \lambda \nu \sigma^2.$$

<sup>1)</sup> Müller-Breslau, Die graphische Statik der Baukonstruktionen. II Bd., 2. Abt., 2 Aufl., S. 661 ff. Leipzig 1925.

<sup>2)</sup> Treffitz, Zur Frage der Holmfestigkeit. Über die tatsächliche Durchbiegung gerader Stäbe bei Erreichen und Überschreiten der Knicklast und die Bedeutung der Knicklast bei Stäben, die zugleich auf Biegung und Knickung beansprucht werden. Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt 1918, S. 101 bis 103. — Schleusner, Die Biegelinie des vollkommen elastischen Stabes infolge Längskraft und Querbelastung in der Nähe der Knicklast. Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt 1933, Heft 12. — Ders., Näherungsverfahren für die Biegung und Knickung eines geraden Stabes bei Überschreiten der Eulerlast. Stahlbau 1932, S. 155 bis 157.

Um eine erste Näherung  $\eta_1$  zu gewinnen, vernachlässigen wir  $\dot{\eta}^2$  als klein neben 1 und erhalten, wenn wir noch zur Abkürzung  $\pi\sqrt{\lambda} = a$  schreiben, die Differentialgleichung

$$\eta_1 = -a^2 \eta - \mu + \left( \mu - \frac{1}{2} \cdot a^2 \nu \right) \sigma + \frac{1}{2} \cdot a^2 \nu \sigma^2,$$

und deren vollständiges Integral

$$(3) \quad \ddot{\eta}_1 = C_1 \cdot \cos a\sigma + C_2 \cdot \sin a\sigma - \frac{\mu + \nu}{a^2} + \left( \frac{\mu}{a^2} - \frac{1}{2} \cdot \nu \right) \sigma + \frac{1}{2} \cdot \nu \sigma^2.$$

Dabei sind  $C_1$  und  $C_2$  unbestimmt und  $\mu$  unbekannt. Zu ihrer Bestimmung dienen die Randbedingungen:

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= 0 \\ \dot{\eta}_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \text{für } \sigma = 0, \quad \eta_1 = 0 \text{ für } \sigma = 1.$$

Diese Bedingungen liefern

$$\eta_1(0) = 0: \quad C_1 = \frac{\mu + \nu}{a^2},$$

$$\dot{\eta}_1(0) = 0: \quad C_2 = -\frac{1}{a} \left( \frac{\mu}{a^2} - \frac{1}{2} \cdot \nu \right),$$

$$\eta_1(1) = 0: \quad C_1 \cdot \cos a + C_2 \cdot \sin a = \frac{\nu}{a^2}.$$

Die beiden Bedingungen an der Mittelstütze allein [ $\eta_1(0) = 0$ ;  $\dot{\eta}_1(0) = 0$ ] drücken also die beiden Integrationskonstanten durch das

unbekannte Moment  $\mu$  aus. Die Bedingung am linken Stabende  $\eta_1(1) = 0$  gibt eine dritte Beziehung, die dann die Berechnung des unbekanntes Momentes ermöglicht. Dieses Verfahren ist ganz analog dem von Treffitz (a. a. O.) beim Stab auf zwei Stützen (statisch bestimmter Fall). Treffitz hat eine Randbedingung weniger, dafür auch nur zwei zu bestimmende Größen, nämlich eine Integrationskonstante und die größte Durchbiegung  $\eta_0$  des Stabes. Treffitz bestimmt aus der Bedingung  $\eta_1(0) = \eta_0$  (bei ihm liegt der Koordinatenursprung in der Stabmitte) die Integrationskonstante als Funktion der unbekanntes Durchbiegung  $\eta_0$  und bestimmt diese dann aus der zweiten Bedingung, die bei ihm die Form  $\eta_1\left(\frac{1}{2}\right) = 0$  hat.

In unserm Fall ergibt die Auflösung der drei Gleichungen, die  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $\mu$  miteinander verbinden:

$$C_1 = \nu \cdot \frac{\frac{1}{2} \cdot \sin a + \frac{1}{a^2} \cdot \sin a - \frac{1}{a}}{\sin a - a \cdot \cos a},$$

$$C_2 = \nu \cdot \frac{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{2} \cdot \cos a - \frac{1}{a^2} \cdot \cos a}{\sin a - a \cdot \cos a},$$

$$\mu = \nu a \cdot \frac{\cos a + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \sin a - 1}{\sin a - a \cdot \cos a}.$$

Beispiel:  $\nu = 1$ ;  $\lambda = 1$ ;  $l = 5 \text{ m}$ ;  $EJ = 4 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^2$ ; es ergibt sich

$$P_E = P = 1579 \text{ kg},$$

$$p = \frac{1579}{5,0} = 315,8 \text{ kg/m},$$

$$\mu = -2,$$

$$M = -1600 \text{ kg/m}.$$

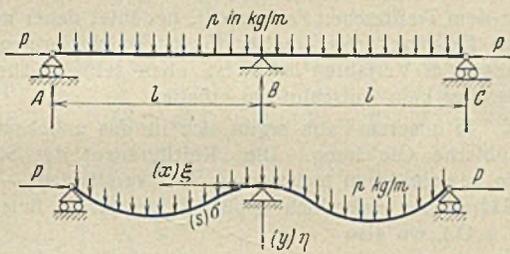


Bild 1.



Bild 2.

Zum Vergleich rechnen wir denselben Fall nach der üblichen technischen Näherungstheorie; die Formeln von Müller-Breslau<sup>3)</sup> vereinfachen sich in unserem Beispiel wesentlich, und wir erhalten

$$(4) \quad M = -pl^2 \cdot \frac{v'''}{v'},$$

wo

$$v' = 1 - a \cdot \operatorname{tg} a$$

$$v''' = \frac{1}{a} \cdot \operatorname{tg} \frac{a}{2} - \frac{1}{2}.$$

Für  $\lambda = 1$ , d. h.  $a = \pi$ , wird  $\frac{v'''}{v'}$  unbestimmt; setzen wir

$$\operatorname{ctg} a = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{a}{2}}{2 \cdot \operatorname{tg} \frac{a}{2}}$$

und multiplizieren Zähler und Nenner von  $\frac{v'''}{v'}$  mit  $\sin \frac{a}{2} \cdot \cos \frac{a}{2}$ , so folgt

$$\frac{v'''}{v'} = \frac{1}{a} \cdot \frac{\sin^2 \frac{a}{2} - \frac{a}{2} \cdot \sin \frac{a}{2} \cdot \cos \frac{a}{2}}{\sin \frac{a}{2} \cdot \cos \frac{a}{2} - \frac{a}{2} \cdot \cos^2 \frac{a}{2} + \frac{a}{2} \cdot \sin^2 \frac{a}{2}}$$

Daraus folgt für

$$\frac{a}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{v'''}{v'} = \frac{2}{\pi^2},$$

also, da  $\nu = 1$ , d. h.  $pl = P$  und da ferner  $\lambda = 1$ , also  $P = P_E = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}$  ist:

$$M = -\frac{2Pl}{\pi^2} = -\frac{2EJ}{l} = -1600 \text{ kgm.}$$

II.

Gemäß dem Verfahren von Trefftz suchen wir nunmehr eine zweite Näherung  $\eta_2$  aus der ersten Näherung zu gewinnen, indem wir das Radikal  $\sqrt{1 - \eta_1^2}$  angenähert durch  $1 - \frac{1}{2} \cdot \eta_1^2$  ersetzen und die genaue Differentialgleichung (1) annähern durch

$$(5) \quad \ddot{\eta}_2 = \left[ -a^2 \eta_1 - \mu + \left( \mu - \frac{1}{2} \cdot a^2 \nu \right) \sigma + \frac{1}{2} \cdot a^2 \nu \sigma^2 \right] \left[ 1 - \frac{1}{2} \cdot \eta_1^2 \right].$$

Das vollständige Integral  $\eta_1$  (mit zunächst unbestimmten  $C_1, C_2, \mu$ ) war die Lösung der Gleichung

$$\ddot{\eta}_1 = -a^2 \eta_1 - \mu + \left( \mu - \frac{1}{2} \cdot a^2 \nu \right) \sigma + \frac{1}{2} \cdot a^2 \nu \sigma^2.$$

Unsere Gleichung für  $\eta_2$  können wir also schreiben

$$\ddot{\eta}_2 = \ddot{\eta}_1 \left( 1 - \frac{1}{2} \cdot \eta_1^2 \right)$$

und gewinnen daraus durch Quadratur

$$\dot{\eta}_2 = \dot{\eta}_1 - \frac{1}{6} \cdot \dot{\eta}_1^3 + C'.$$

Für  $\sigma = 0$  soll  $\eta_2$  verschwinden. Wir wissen bereits aus den Untersuchungen über die erste Näherung, daß für das Verschwinden von  $\eta_1(0)$  notwendig und hinreichend ist, daß  $C_2 = -\frac{1}{a} \left( \frac{\mu}{a^2} - \frac{1}{2} \cdot \nu \right)$  gesetzt wird. Geben wir  $C_2$  diesen Wert, so ist also notwendig und hinreichend für das Verschwinden von  $\eta_2(0)$ , daß  $C' = 0$  ist. Somit wird

$$\dot{\eta}_2 = \dot{\eta}_1 - \frac{1}{6} \cdot \dot{\eta}_1^3,$$

wobei nunmehr in dem allgemeinen Integral  $\eta_1$  die Konstante  $C_2$  bestimmt ist,  $C_1$  und  $\mu$  dagegen noch frei sind. Eine weitere Quadratur ergibt

$$\eta_2 = \eta_1 - \frac{1}{6} \int_0^\sigma \dot{\eta}_1^3 d\sigma + C''.$$

Die untere Integrationsgrenze haben wir willkürlich gleich Null gesetzt; eine andere Wahl würde nur eine andere Bestimmung der Integrationskonstanten  $C''$  bedingen. Für  $\sigma = 0$  soll  $\eta_2$  verschwinden. Für  $\sigma = 0$  verschwindet auch das Integral, da der Integrationsweg ja verschwindet. Ferner wissen wir von der ersten Näherung her, daß  $\eta_1(0)$  dann und nur dann verschwindet, wenn  $C_1 = \frac{\mu + \nu}{a^2}$  gesetzt wird; geben wir der Integrationskonstanten diesen Wert, so verschwindet mithin  $\eta_2(0)$  dann und nur dann, wenn  $C'' = 0$  ist. Wir erhalten also

$$(6) \quad \eta_2 = \eta_1 - \frac{1}{6} \int_0^\sigma \dot{\eta}_1^3 d\sigma.$$

<sup>3)</sup> Müller-Breslau, a. a. O., S. 643.

Dabei sind nunmehr in dem allgemeinen Integral  $\eta_1$  die beiden Integrationskonstanten  $C_1$  und  $C_2$  in bestimmter Weise durch  $\mu$  ausgedrückt, und zwar in derselben Weise wie bei der ersten Näherung;  $\mu$  dagegen ist noch unbestimmt. Wie bei der ersten Näherung durch die Bedingung  $\eta_1(1) = 0$ , bestimmen wir es nun durch die Bedingung  $\eta_2(1) = 0$ .  $\eta_1$  enthielt  $\mu$  in den Beiwerten linear und ergab daher auch nur eine lineare, also eindeutige Bestimmungsgleichung für  $\mu$ .  $\eta_2$  enthält  $\mu$  auch linear, also  $\eta_2$  in der dritten Potenz.  $\eta_2(1) = 0$  ergibt also eine kubische Gleichung für  $\mu$ , liefert also im allgemeinen drei voneinander verschiedene Werte von  $\mu$ .

Das Verfahren entspricht auch hier vollständig dem von Trefftz (a. a. O., S. 102); auch er setzt (ohne diesen Schritt zu begründen)  $C' = 0$ . Er setzt damit die Bedingung  $\dot{\eta}_2(0) = 0$  an, ohne — wie wir — dabei über eine Integrationskonstante zu verfügen. Denn bei ihm ist (in unserer Bezeichnungweise)  $\dot{\eta}_1 = -a C_1 \cdot \sin a \sigma + \nu \sigma$ , und dieser Ausdruck verschwindet an sich für  $\sigma = 0$ . Indem Trefftz weiter  $\eta_0 = C_1 - \nu \cdot \frac{a^2 + 8}{8a^2}$  setzt, bestimmt er die Integrationskonstante  $C_1$  — durch die Größe  $\eta_0$  ausgedrückt — ebenso wie bei der ersten Näherung. Indem er weiter  $C'' = 0$ , also  $\eta_2 = \eta_1 - \frac{1}{6} \int_0^\sigma \dot{\eta}_1^3 d\sigma$  setzt, setzt er die Bedingung  $\eta_2(0) = \eta_1(0) = \eta_0$  an. Das bedeutet, in Verbindung mit  $\dot{\eta}_2(0) = 0$ , daß der zunächst nur als Rechengröße auftretenden Größe  $\eta_0$  die Bedeutung des größten Wertes von  $\eta_2$ , d. h. der Maximaldurchbiegung der zweiten Näherung beigelegt wird, sowie sie früher die Maximaldurchbiegung der ersten Näherung darstellte. Schließlich gewinnt er aus der Bedingung  $\eta_2\left(\frac{1}{2}\right) = 0$  eine kubische Gleichung für  $C_1$ , die in Verbindung mit  $\eta_0 = C_1 - \nu \cdot \frac{a^2 + 8}{8a^2}$  drei Werte für  $\eta_0$  liefert. Ebensogut hätte er natürlich durch die Substitution  $C_1 = \eta_0 + \nu \cdot \frac{a^2 + 8}{8a^2}$  unmittelbar eine kubische Gleichung für  $\eta_0$  gewinnen können.

Man beachte, daß das Verfahren eine nur näherungsweise richtige Differentialgleichung nur angenähert löst. Das Auftreten von drei reellen Lösungen  $\eta_0$ , wie es für genügend große  $\lambda (> 1)$  in dem Trefftzschen Fall eintritt, bedeutet daher noch nicht notwendig die Existenz dreier reeller Gleichgewichtsformen der elastischen Linie. Aus dem Verfahren selbst ist, eben seines Näherungscharakters wegen, darüber kein Aufschluß zu erhalten.

In unserem Falle ergibt sich für das unbekannte Stützmoment  $\mu$  eine kubische Gleichung. Die „Knickgrenze“ des Stabes — diesen Begriff im gewöhnlichen technischen Sinn verstanden — liegt da, wo die erste Näherung unendlich große Werte für  $\mu$  liefert (vgl. Müller-Breslau, a. a. O.), wo also

$$\sin a - a \cdot \cos a = 0$$

wird; das ist der Fall für  $a = \pi \sqrt{\lambda} = 4,493$ ,  $\lambda = 2,046$ . Es ergeben sich nun, wie wir sehen werden, für Werte von  $a$  weit unter der Knickgrenze drei reelle Werte von  $\mu$ . Es ist sehr unwahrscheinlich, daß dem drei reelle Gleichgewichtsfiguren der elastischen Linie entsprechen. Darüber könnte nur die Methode der Variationsrechnung eine Entscheidung herbeiführen. Obnedem ist die reale Bedeutung lediglich desjenigen Wertes von  $\mu$  sichergestellt, der sich unmittelbar als Verbesserung des einzig reellen Wertes von  $\mu$  ergibt, den die erste Näherung liefert. Wie wir weiter sehen werden, ergibt ein Wert  $a = 4,493$  auch tatsächlich nur einen reellen Wert für  $\mu$ .

Um  $\eta_2$  zu bestimmen, setzen wir

$$\eta_1 = C_1 \cdot \cos a \sigma + C_2 \cdot \sin a \sigma + C_3 \sigma^2 + C_4 \sigma + C_5,$$

wobei die  $C_k$  die von der ersten Näherung her bekannten Werte haben. Daraus bilden wir

$$\dot{\eta}_1 = C_5 \cdot \sin a \sigma + C_6 \cdot \cos a \sigma + C_7 \sigma + C_4,$$

wobei die Konstanten in einfachster Weise mit denen der vorigen Gleichung zusammenhängen. Mit diesem Ausdruck bilden wir  $\dot{\eta}_1^3$ , integrieren gliedweise von 0 bis  $\sigma$  und ziehen den rechten Teil dieser Summe von dem Ausdruck für  $\eta_1$  ab (entsprechend Gl. 6). Die Ausführung der Quadraturen ist hier weggelassen.

Wir erhalten für  $\eta_2$  einen Ausdruck von der Form

$$(7) \quad \left\{ \begin{aligned} \eta_2 = & A_1 + A_2 \sigma + A_3 \sigma^2 + A_4 \sigma^3 + A_5 \sigma^4 + A_6 \cdot \sin a + A_7 \cdot \cos a \sigma \\ & + A_8 \cdot \sin 2 a \sigma + A_9 \cdot \cos 3 a \sigma + A_{10} \cdot \sin 3 a \sigma + A_{11} \sigma \cdot \sin a \sigma \\ & + A_{12} \cdot \sigma \cdot \cos a \sigma + A_{13} \cdot \sigma^2 \cdot \sin a \sigma + A_{14} \cdot \sigma^2 \cdot \cos a \sigma + A_{15} \cdot \sin^2 a \sigma \\ & + A_{16} \cdot \cos^2 a \sigma + A_{17} \cdot \cos^3 a \sigma + A_{18} \cdot \sigma \cdot \sin 2 a \sigma + A_{19} \cdot \sigma \cdot \cos^2 a \sigma. \end{aligned} \right.$$

Dabei haben die Beiwerte  $A_k$  folgende Bedeutung:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \frac{1}{a^2} \left[ \left( -\nu - \frac{17}{96} \cdot \nu^3 - \frac{8}{9} \cdot \frac{\nu^3}{a^2} \right) + \mu \left( -1 + \frac{1}{24} \cdot \nu^2 + \frac{1}{24} \cdot \frac{\nu^2}{a^2} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \mu^2 \left( \frac{1}{6} \cdot \frac{\nu}{a^2} - \frac{17}{24} \cdot \frac{\nu}{a^4} \right) + \mu^3 \left( \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{a^2} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{a^4} \right) \right] \\
 A_2 &= \frac{1}{a^2} \left[ \left( -\frac{1}{2} \cdot \nu a^2 + \frac{5}{96} \cdot \nu^3 a^2 + \frac{1}{4} \cdot \nu^3 \right) + \mu \left( 1 + \frac{1}{16} \cdot \nu^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\nu^2}{a^2} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \mu^2 \left( \frac{1}{8} \cdot \nu - \frac{1}{8} \cdot \frac{\nu}{a^2} \right) + \mu^3 \left( -\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{a^2} - \frac{5}{12} \cdot \frac{1}{a^4} \right) \right] \\
 A_3 &= \frac{1}{a^2} \left[ \left( \frac{1}{2} \cdot \nu a^2 - \frac{3}{32} \cdot \nu^3 a^2 - \frac{1}{8} \cdot \nu^3 \right) + \mu \left( \frac{1}{8} \cdot \nu^2 \right) \right. \\
 &\quad \left. + \mu^2 \left( -\frac{1}{8} \cdot \nu - \frac{3}{8} \cdot \frac{\nu}{a^2} \right) \right] \\
 A_4 &= \frac{1}{a^2} \left[ \frac{1}{12} \cdot \nu^3 a^2 + \mu \left( -\frac{1}{6} \cdot \nu^2 \right) \right] \\
 A_5 &= \frac{1}{a^2} \left[ -\frac{1}{24} \cdot \nu^3 a^2 \right] \\
 A_6 &= \frac{1}{a^2} \left[ \left( \frac{1}{2} \cdot \nu a - \frac{5}{64} \cdot \nu^3 a - \frac{1}{16} \cdot \frac{\nu^3}{a} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \mu \left( -\frac{1}{a} - \frac{5}{32} \cdot \frac{\nu^2}{a} + \frac{1}{8} \cdot \frac{\nu^2}{a^3} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \mu^2 \left( -\frac{1}{16} \cdot \frac{\nu}{a} + \frac{5}{16} \cdot \frac{\nu}{a^3} \right) + \mu^3 \left( \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{a^3} + \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{a^5} \right) \right] \\
 A_7 &= \frac{1}{a^2} \left[ \left( \nu + \frac{1}{8} \cdot \nu^3 + \frac{7}{8} \cdot \frac{\nu^3}{a^2} \right) + \mu \left( 1 - \frac{1}{8} \cdot \nu^2 + \frac{1}{8} \cdot \frac{\nu^2}{a^2} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \mu^2 \left( \frac{1}{8} \cdot \frac{\nu}{a^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\nu}{a^4} \right) + \mu^3 \left( -\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{a^2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{a^4} \right) \right] \\
 A_8 &= \frac{1}{a^2} \left[ \frac{1}{64} \cdot \nu^3 a + \mu \left( -\frac{5}{32} \cdot \frac{\nu^2}{a} \right) + \mu^2 \left( -\frac{1}{16} \cdot \frac{\nu}{a} + \frac{5}{16} \cdot \frac{\nu}{a^3} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \mu^3 \left( \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{a^3} - \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{a^5} \right) \right] \\
 A_9 &= \frac{1}{a^2} \left[ \frac{1}{72} \cdot \frac{\nu^3}{a^2} + \mu \left( \frac{1}{24} \cdot \frac{\nu^2}{a^2} \right) + \mu^2 \left( \frac{1}{24} \cdot \frac{\nu}{a^2} \right) + \mu^3 \left( \frac{1}{72} \cdot \frac{1}{a^2} \right) \right] \\
 A_{10} &= \frac{1}{a^2} \left[ \left( -\frac{1}{576} \cdot \nu^3 a + \frac{1}{48} \cdot \frac{\nu^3}{a} \right) + \mu \left( \frac{5}{96} \cdot \frac{\nu^2}{a} - \frac{1}{24} \cdot \frac{\nu^2}{a^3} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \mu^2 \left( \frac{1}{48} \cdot \frac{\nu}{a} - \frac{5}{48} \cdot \frac{\nu}{a^3} \right) + \mu^3 \left( -\frac{1}{24} \cdot \frac{1}{a^3} + \frac{1}{72} \cdot \frac{1}{a^5} \right) \right] \\
 A_{11} &= \frac{1}{a^2} \left[ \left( \frac{1}{4} \cdot \nu^3 a + \frac{\nu^3}{a} \right) + \mu^2 \left( \frac{\nu}{a^3} \right) \right] \\
 A_{12} &= \frac{1}{a^2} \left[ + \mu \left( \frac{1}{2} \cdot \nu^2 \right) + \mu^3 \left( -\frac{\nu}{a^2} \right) \right] \\
 A_{13} &= \frac{1}{a^2} \left[ -\frac{1}{4} \cdot \nu^3 a + \mu \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{\nu^2}{a} \right) \right] \\
 A_{14} &= \frac{1}{a^2} \left[ -\frac{1}{2} \cdot \nu^3 + \mu \left( -\frac{1}{2} \cdot \nu^2 \right) \right] \\
 A_{15} &= \frac{1}{a^2} \left[ -\frac{1}{8} \cdot \frac{\nu^3}{a^2} + \mu \left( -\frac{1}{4} \cdot \frac{\nu^2}{a^2} \right) + \mu^2 \left( -\frac{1}{8} \cdot \frac{\nu}{a^2} \right) \right] \\
 A_{16} &= \frac{1}{a^2} \left[ \frac{3}{32} \cdot \nu^3 + \mu \left( \frac{1}{8} \cdot \nu^2 - \frac{3}{8} \cdot \frac{\nu^2}{a^2} \right) + \mu^2 \left( -\frac{1}{2} \cdot \frac{\nu}{a^2} + \frac{3}{8} \cdot \frac{\nu}{a^4} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \mu^3 \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{a^4} \right) \right] \\
 A_{17} &= \frac{1}{a^2} \left[ -\frac{1}{24} \cdot \nu^3 + \mu \left( -\frac{1}{24} \cdot \nu^2 + \frac{1}{6} \cdot \frac{\nu^2}{a^2} \right) + \mu^2 \left( \frac{1}{6} \cdot \frac{\nu}{a^2} - \frac{1}{6} \cdot \frac{\nu}{a^4} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \mu^3 \left( -\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{a^4} \right) \right] \\
 A_{18} &= \frac{1}{a^2} \left[ \left( -\frac{1}{32} \cdot \nu^3 a + \frac{1}{8} \cdot \frac{\nu^3}{a} \right) + \mu \left( \frac{3}{8} \cdot \frac{\nu^2}{a} \right) + \mu^2 \left( \frac{1}{8} \cdot \frac{\nu}{a} - \frac{1}{8} \cdot \frac{\nu}{a^3} \right) \right] \\
 A_{19} &= \frac{1}{a^2} \left[ -\frac{1}{4} \cdot \nu^3 + \mu \left( -\frac{1}{4} \cdot \nu^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\nu^2}{a^2} \right) + \mu^2 \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{\nu}{a^2} \right) \right]
 \end{aligned}$$

Damit ist die Bestimmungsgleichung  $\eta_2(1) = 0$  für das dimensionslose Moment  $\mu$  gegeben. Ist  $\mu$  aus dieser Gleichung berechnet, so ist auch die zweite Näherung für die Gleichung der elastischen Linie  $\eta_2(x)$  bestimmt. Zu beachten ist, daß das Verfahren nur für kleine Durchbiegungen (etwa  $\lambda < 2,25$  bis  $2,3$ ) eine brauchbare Näherungslösung liefern kann.

Beispiel:  $\nu = 1, \lambda = 1$ .

Die erste Näherung hatten wir bereits berechnet ( $M = -1600$  kgm). In der Bestimmungsgleichung  $\eta_2(1) = 0$  ergeben sich eine Anzahl Vereinfachungen;  $a$  wird gleich  $\pi$ , die Ausdrücke  $A_6, A_8, A_{10}, A_{11}, A_{13}, A_{15}$  und  $A_{16}$  fallen fort; die restlichen Ausdrücke  $A_k$  werden mit  $\pm 1$  multipliziert, je nachdem, ob sie die Beiwerte gerader oder ungerader Potenzen von  $\cos a$  bzw.  $\cos 3a$  sind. Es ergibt sich für  $\mu$  folgende kubische Gleichung

$$f(\mu) = 0 = \mu^3 + 4,082\,805\,\mu^2 - 146,056\,33\,\mu - 298,939\,72.$$

Beginnen wir mit dem Wert  $\mu_1 = -2$  aus der ersten Näherung das Newtonsche Verfahren, so liefert der erste Schritt

$$\mu_2 = -1,99,$$

also

$$M = -1592\text{ kgm}.$$

Der Wert ist etwa  $1/2\%$  kleiner geworden. Um die Frage nach weiteren reellen Wurzeln von  $f(\mu) = 0$  zu beantworten, setzen wir

$$f'(\mu) = 3\mu^2 + 8,16561\mu - 146,05633 = 0.$$

Es ergeben sich als Wurzeln von  $f'(\mu) = 0$

$$\mu_{01} = +5,748\,044,$$

$$\mu_{02} = -8,469\,914.$$

Die Kurve  $f(\mu) = 0$  hat also ein reelles Minimum und Maximum. In runden Zahlen ergibt sich

$$f(+6) = -811,$$

$$f(-8) = +613.$$

Da  $f(\mu)$  vom dritten Grade ist, das Minimum negativ ist und bei positiven Werten von  $\mu$  liegt und für das Maximum das Umgekehrte gilt, so muß  $f(\mu)$  noch zwei weitere reelle Wurzeln haben. Über ihre Bedeutung ist bereits das Erforderliche gesagt.

Beispiel.  $\nu = 1; \lambda = 2,046; a = 4,493$  („Knickgrenze“).

Jetzt sind sämtliche Beiwerte  $A_k$  zu ermitteln; die Bestimmungsgleichung für  $\mu$  lautet

$$f(\mu) = 0 = \mu^3 + 1,053\,606\,\mu^2 - 0,763\,199\,\mu + 730,122\,23.$$

Als Wurzel von

$$f'(\mu) = 3\mu^2 + 2,107\,211\,\mu - 0,763\,199 = 0$$

ergeben sich

$$\mu_{01} = +0,263\,406,$$

$$\mu_{02} = -0,965\,840.$$

Die Kurve  $f(\mu) = 0$  hat also zwei reelle Extreme. Da die Summe der Beträge der drei ersten Beiwerte kleiner ist als das konstante Glied:

$$1 + 1,053\,606 + 0,763\,199 < 730,122\,23,$$

so kann  $f(\mu)$  für kein  $|\mu| \leq 1$  verschwinden. Folglich kann  $f(\mu)$  zwischen den beiden Extremwerten nicht verschwinden und da  $f(\mu)$  vom dritten Grade ist, kann  $f(\mu)$  nur eine reelle Wurzel haben und zwar eine negative. Es ergibt sich

$$\mu = -9,399\,22$$

und daraus mit

$$p = 646,18\text{ kgm},$$

$$P = 3230,91\text{ kg},$$

das Stützmoment

$$M = -7519,38\text{ kgm}.$$

Schließlich ergeben sich für die Lagerkräfte die Werte

$$A = C = +111,57\text{ kg},$$

$$B = +6238,65\text{ kg}.$$

Nun lassen sich weiter nach (7) die Durchbiegungen  $\eta_2 \cdot l = y$  und damit die Feldmomente

$$\mathfrak{M} \sim \frac{p x(l-x)}{2} - M \cdot \frac{x}{l} + P y$$

ermitteln. Wie unsere Rechnung zeigt, ergibt die zweite Näherung mit  $\lambda = 2,046$  („Knickgrenze“) für die Momente endliche Werte, während die erste Näherung (technische Theorie) ein unendlich großes Stützmoment und unbestimmte Reaktionen liefert. Bild 3 zeigt die Größe des Stützmoments als Funktion von  $\lambda$ ; man sieht, daß dem „kritischen Wert“  $\lambda = 2,046$  keine besondere Bedeutung zukommt.

Die Untersuchung des Einflusses einer elastisch senkbaren Mittelstütze bleibt einer besonderen Arbeit vorbehalten.

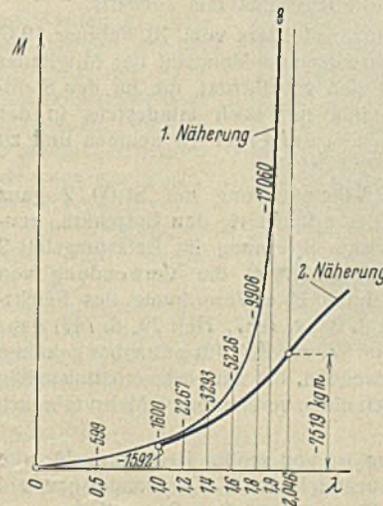


Bild 3.

## Die neue Ausgabe der Berechnungsgrundlagen für Stahl im Hochbau.<sup>1)</sup>

Von Oberregierungs- und -baurat Wedler, Berlin.

Alle Rechte vorbehalten.

Die im Jahre 1934 zum ersten Male herausgegebenen Berechnungsgrundlagen für Stahl im Hochbau DIN 1050 (Stahlbau 1934, S. 197) haben sich im allgemeinen bewährt. Den unmittelbaren Anlaß zur Bearbeitung der jetzt vorliegenden 2. Auflage gab die Einführung der Berechnungsgrundlagen für Stahlbauteile von Kranen und Kranbahnen<sup>2)</sup> DIN 120 (Stahlbau 1937, S. 19). Hierdurch wurde die Änderung einer größeren Reihe von Hinweisen und Festsetzungen in DIN 1050 nötig. Diese Gelegenheit wurde benutzt, um auch einige andere Punkte des Blattes zu verbessern. Über die wichtigsten Änderungen sei hier kurz berichtet.

Entsprechend den Festsetzungen in DIN 120 gelten Bremskräfte und waagerechte Seitenkräfte von Kranen nunmehr auch für die Stahlhochbauten als Zusatzkräfte (Belastungsfall 2), auch wenn sie nur von einem Kran herrühren. Sind mehrere neben-, hinter- oder übereinanderfahrende Krane vorhanden, so müssen die Bremskräfte und die waagerechten Seitenkräfte aller der Krane berücksichtigt werden, die nach den im Betrieb möglichen Stellungen ungünstige Beiträge zu den Brems- oder Seitenkräften für den zu untersuchenden Bauteil liefern können. Bei rahmenartigen Tragwerken sind dementsprechend an allen vorhandenen Kranbahnen gleichzeitig waagerechte Seitenkräfte in der Größe von  $1/10$  der dort wirkenden Auflagerkräfte von Laufkränen in Rechnung zu stellen (s. Bild). Bei der Ermittlung der Brems- und waagerechten Seitenkräfte brauchen die Ausgleich- und Stoßzahlen m. E. nicht in Rechnung gestellt zu werden.

Die Festsetzung über die Anwendbarkeit der für Belastungsfall 2 zugelassenen höheren Spannungen ist genauer gefaßt, um mehrfach aufgetretene Mißverständnisse in Zukunft auszuschließen (vgl. Stahlbau 1934, S. 198).

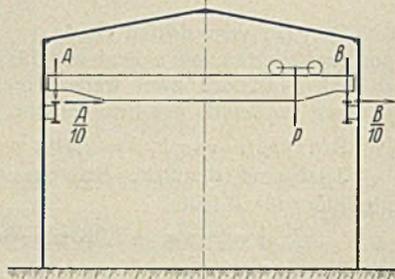
Durch die seit der ersten Herausgabe des Normblattes getroffenen Vereinbarungen ist die Verwendung des St 00.12 im Stahlhochbau bereits weitgehend eingeschränkt worden. Die Walzwerke haben sich im Zuge der Verhandlungen verpflichtet, folgende Querschnittsformen nur noch mindestens in der Güte des Handelsbaustahls zu liefern:

1. I- und □-Stähle von 80 mm Höhe an aufwärts;
2. Breitflanschträger in allen Größen;
3. Winkelstahl, bei dem die Summe der Schenkelbreiten 100 mm und größer und die Dicke mindestens 6 mm ist;
4. L-Stahl mit einer Höhe oder Breite von 80 mm aufwärts.

Die im Runderlaß des Preußischen Finanzministers vom 10. Februar 1937 (ZdB. Heft 9, S. 238) aufgeführte überwiegende Mehrzahl der Mitglieder des Deutschen Stahlbauverbandes hat sich verpflichtet, die für den Stahlhochbau sehr wichtigen Breitflachstähle nur noch mindestens in der Güte des Handelsbaustahls zu beziehen, auf Lager zu nehmen und zu verarbeiten.

Hierdurch ist die Gefahr der Verwechslung mit St 00.12 ganz wesentlich eingeschränkt worden. Dies erleichterte den Entschluß, nunmehr für Handelsbaustahl die zulässige Spannung im Belastungsfall 2 auf  $1600 \text{ kg/cm}^2$  heraufzusetzen. Inzwischen ist die Verwendung von St 00.12 für tragende Stahlbauteile durch eine Verordnung des Reichs- und Preuß. Arbeitsministers (s. Ztrbl. d. Bauv. 1937, Heft 29, S. 747) ganz allgemein verboten worden, weil es m. W. zur Zeit für untragbar gehalten wird, den Stahl in einer Güte zu verwenden, die nur eine verhältnismäßig geringe Ausnutzung zuläßt und dadurch einen vermeidbaren Mehrverbrauch an Stahl bedingt.

Die genannte Spannungserhöhung ist von großer Bedeutung für alle durch Wind- oder Bremskräfte beanspruchten Bauteile. Der Handelsbaustahl ist damit im Hochbau dem St 37.12 gleichgestellt. Diese Spannungserhöhung ist bereits durch Erlaß des Reichs- und Preußischen Arbeitsministers vom 15. Februar 1937 allen zuständigen Behörden zur Einführung übersandt und von diesen eingeführt worden. Die im gleichen Erlaß bei gewissen Deckenträgern und Unterzügen vorgesehene Spannungserhöhung im Belastungsfall 1 ist im Gegensatz zu der oben genannten Spannungserhöhung als vorübergehende Maßnahme mit Rücksicht auf die augenblickliche Rohstofflage gedacht und daher nicht ins Normblatt aufgenommen worden. Aus ähnlichen Gründen ist inzwischen durch



Runderlaß des Preußischen Finanzministers vom 28. Mai 1937 bestimmt worden, daß abweichend von DIN 120 für vollwandige Kranbahnen, die keine Gelenke im Felde haben, die in DIN 1050 angegebenen zulässigen Spannungen ( $1400$  bzw.  $1600 \text{ kg/cm}^2$ ) gelten.

Besonders für die Bemessung mancher Füllstäbe von Fachwerkbändern ist die Festsetzung wichtig, daß Zugstäbe, die bei der vorgeschriebenen Größe und Verteilung der Belastung geringe Zugkräfte erhalten, aber bei etwas anderer Verteilung und Größe der Belastung, wie sie besonders bei der Windbelastung möglich ist, auf Druck beansprucht werden können, auch für eine angemessene Druckkraft zu bemessen sind.

In einer Vorbemerkung zu den Vorschriften über die Berechnung der Druckstäbe ist ausdrücklich darauf hingewiesen, daß beim  $\omega$ -Verfahren als Knicklänge nur die Entfernung zweier gegen seitliches Ausweichen gesicherter Punkte eingesetzt werden darf. Hiergegen wird besonders im Stahlhochbau häufig verstoßen insofern, als hier vielfach bei Fachwerkstäben die Länge der Netzlinie als Knicklänge eingesetzt wird ohne Rücksicht darauf, ob die diese Strecke begrenzenden Knotenpunkte tatsächlich durch Verbände oder Rahmen gegen seitliches Ausweichen gesichert sind. Außerdem wird darauf hingewiesen, daß bei Druckstäben, die am einen Ende eingespannt, am andern frei beweglich sind, als Knicklänge die doppelte Stablänge eingesetzt werden muß. Dies kann außer bei Hallenstützen auch bei den Stielen von Zweigelenrahmen nötig sein, wenn nämlich die Riegel im Verhältnis zu den Stielen sehr steif sind und die Belastung der Stiele zum größten Teil unmittelbar in diese eingeleitet wird. Auch in andern Fällen ist bei derartigen Rahmenstielen vielfach eine größere Knicklänge einzusetzen als der Länge der Netzlinie entspricht, z. B. wenn durch unsymmetrische Belastung oder waagerechte wirkende Kräfte waagerechte Verschiebungen der Rahmen möglich sind. Auch hierauf wird vielfach nicht geachtet.

Eingemauerte Stützen in Stahlfachwerkwänden sollten in der Wandrichtung mindestens für eine Knicklänge gleich dem Abstände derjenigen Riegel bemessen werden, die durch lotrechte Verbände dauernd in ihrer Lage gehalten werden. Gerade bei derartigen Bauwerken muß erfahrungsgemäß damit gerechnet werden, daß später neue Öffnungen, z. B. auch in unmittelbarer Nähe der Stützen durch Entfernung der Ausmauerung angelegt werden. Auf die Ausmauerung kann daher als Knickaussteifung nicht dauernd gerechnet werden. Auch Stützen, die in dickeres Mauerwerk eingemauert werden, sollten in der Wandrichtung mindestens auf einer Länge knicksicher sein, die der Höhe der Tür- oder Fensteröffnungen dieses Gebäudes entspricht; denn auch hier muß damit gerechnet werden, daß später neue Öffnungen angelegt werden.

Die bisher in einem Nachtrag zum Normblatt enthaltenen Festsetzungen über die Berechnung mehrteiliger Druckstäbe sind jetzt in das Normblatt übernommen worden. Daß bei außermittig gedrückten Stäben die Spannung aus der Druckkraft allein nicht größer sein darf als in § 11, Ziffer 3 angegeben, ist selbstverständlich.

Die Festsetzung über den Stoß und den Anschluß durchgehender Stützen ist jetzt in den Abschnitt über die Druckstäbe übernommen und durch einen Hinweis ergänzt, daß bei derartigen Stößen die Endflächen gefräßt oder gehobelt werden müssen, da sonst keine einwandfreie Druckübertragung möglich ist.

Die bisherigen Festsetzungen über die zulässige rechnerische Durchbiegung hatten manchmal dazu verleitet, der Durchbiegung besonders von Pfetten überhaupt keine Aufmerksamkeit mehr zu schenken. Mehrfach wurden rechnerische Durchbiegungen von mehr als  $1/200$  der Stützweite, vereinzelt sogar bis zu  $1/130$  festgestellt. In einem Falle ist durch derartig große Durchbiegungen ein großer wirtschaftlicher Schaden entstanden. Die Dachdeckung einer großen Halle mußte erneuert werden, da das Regenwasser infolge der großen Pfettendurchbiegung nicht abfloß. Derartig große Durchbiegungen sind mit Rücksicht auf die Sicherheit und die Erhaltung eines guten Bauzustandes untragbar, zumal die Pfetten in der Regel auch die Druckgurte der Binder gegen seitliches Ausweichen sichern müssen und hierbei auch auf Druck beansprucht werden können. Die neue Auflage der Berechnungsgrundlagen fordert jetzt, daß die rechnerische Durchbiegung von Trägern und Pfetten mit  $l > 5 \text{ m}$  höchstens  $1/300$  der Stützweite sein darf. Hiermit soll jedoch nicht gesagt sein, daß bei kleineren Stützweiten größere Durchbiegungen zulässig seien. Die Grenze ist nur zur Erleichterung der Rechenarbeit gesetzt, da erfahrungsgemäß bei kleineren Stützweiten diese Grenze selten überschritten wird. Auch für Kragträger ist jetzt eine Grenze für die Durchbiegung angegeben.

Die Durchbiegung ist stets für die ungünstigste Gesamtbelastung aus ständiger Last und Verkehrslast zu ermitteln. In gewissen Fällen kann die Durchbiegung von Deckenträgern aus der ständigen Last durch

<sup>1)</sup> Als 6. Beilage zum „Zentralblatt der Bauverwaltung“ 1937 erschienen, mit amtlichem Einführungserlaß (Einzelpreis 0,60 RM).

<sup>2)</sup> Als 1. Beilage zum „Zentralblatt der Bauverwaltung“ 1937 erschienen. Mit amtlichem Einführungserlaß und Erläuterungen (Einzelpreis 1,50 RM).

Überhöhung ausgeglichen werden, so daß hier der Nachweis nur noch für die Verkehrslast zu erbringen wäre. In solchen Fällen wird man aber zweckmäßig mit der Durchbiegung aus Verkehrslast wesentlich unter der Grenze von  $1/300 l$  bleiben müssen.

Für die seitliche Verschiebung von Rahmenbindern für Hallen sind wegen der Schwierigkeit, allgemein gültige Werte anzugeben, keine Festsetzungen getroffen. Doch sollten die Hersteller und die Baupolizei

mehr als bisher darauf achten, daß diese Verschiebungen nicht zu groß werden. Besonders bei Verwendung von Brettflanschträgern ist diese Gefahr vorhanden.

Für die Untersuchung hoher Stegbleche auf Ausbeulen ist auf die neuen einschlägigen Vorschriften der B E verwiesen. Das Ausbeulen kann durch große Querkkräfte und auch durch große Biegebeanspruchungen verursacht werden.

Alle Rechte vorbehalten.

## Geschweißte Rába-Brücke in Győr.

Von Dipl.-Ing. Josef Lengyel, Győr.

Im Jahre 1934 wurde über den Fluß Rába in Győr (Ungarn) im Zuge der Autostraße Wien—Budapest eine neue Straßenbrücke errichtet. Die Brücke dient als Ersatz für eine etwa vor 42 Jahren gebaute Konstruktion, die den neuen Verkehrsanforderungen nicht mehr entsprach und vor dem Beginn der Neubauten abgebrochen wurde.

Die ganze Länge der neuen Überbauten beträgt 106 m, von denen einer als vollständig geschweißte Stahlkonstruktion von 53 m Spannweite den Strom überbrückt, während die Flutöffnungen aus drei durchlaufenden Eisenbetonbalken von je 18 m bestehen. Zur Zeit der Entwurfsarbeiten (1933) war die Stahlkonstruktion die größte geschweißte Fachwerk-Balkenbrücke in Europa und die erste geschweißte Brücke in Ungarn.

Die trapezförmigen Hauptträger besitzen — aus ästhetischen Gründen — eine verhältnismäßig kleine Systemhöhe von 6500 mm, die ganze Brückenbreite mit den beiderseitigen Fußstegen beträgt 10 400 mm, der Hauptträgerabstand ist 6800 mm (Bild 1). Die Fahrbahndecke ist eine Eisenbetonplatte mit Hartgußasphalt, die Fußgängerwege bestehen ebenfalls aus Eisenbetonplatten mit Asphalt-coulé (Bild 2).

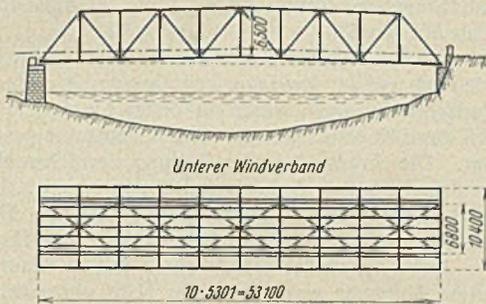


Bild 1. Übersicht.

Bauherr war die königliche Freistadt Győr, die ausführende Firma die Ungarische Waggon- und Maschinenfabrik A.-G. in Győr.

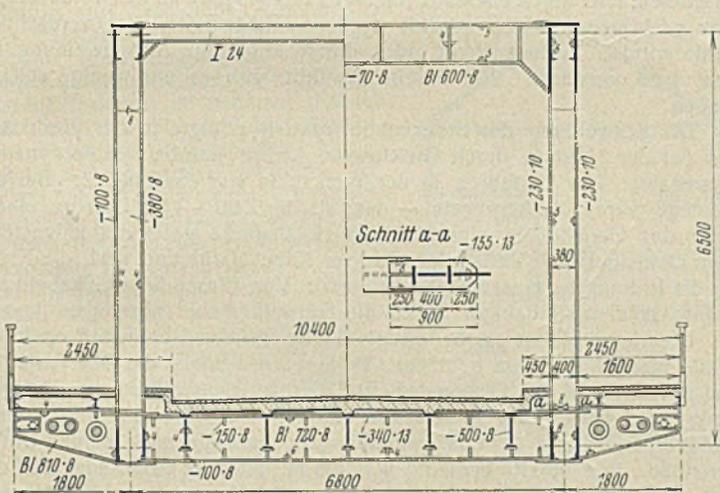


Bild 2. Querschnitt.

Die Dimensionierung erfolgte unter Zugrundelegung der ungarischen Belastungsvorschriften für Straßenbrücken I. Klasse. Baustoff der Konstruktion ist Flußstahl St 37. Die Mindestfließgrenze wurde mit  $2400 \text{ kg/cm}^2$  festgesetzt und die zulässige Beanspruchung für gezogene und gebogene Konstruktionsteile mit  $1400 \text{ kg/cm}^2$ .

Da damals in Ungarn keine Vorschriften für geschweißte Brücken vorlagen, wurden die Schweißverbindungen nach den ungarischen Vorschriften für geschweißte Stahlhochbauten berechnet. Jedoch mußten eingeführt werden:

für Momente die Werte:  $M_{\max} + \frac{1}{2}(M_{\max} - M_{\min})$ ,

für Querkkräfte die Werte:  $Q_{\max} + \frac{1}{2}(Q_{\max} - Q_{\min})$ ,

für Stabkräfte die Werte:  $S_{\max} + \frac{1}{2}(S_{\max} - S_{\min})$ .

Diese probeweise ausgeführten Werte sollen etwaigen Ermüdungserscheinungen usw. bei wiederholter Be- und Entlastung bei Schweißverbindungen Rechnung tragen. Durch die Formeln wird erreicht, daß bei stetig gleichmäßiger Belastung keine Erhöhung eintritt; wenn die

Belastung von Null auf einen maximalen Wert ansteigt, beträgt die Erhöhung das  $1\frac{1}{2}$ -fache. Schließlich steigt die Erhöhung auf das 2-fache, wenn sich die Belastung zwischen absolut gleichen maximalen und minimalen Grenzwerten ändert.

Ferner wurde noch vorgeschrieben, daß bei kraftübertragender Schweißung Überkopfschweißung weder in der Werkstätte, noch auf der Montage angewendet werden durfte.

Der doppelwandige Untergurt besteht aus je zwei Stegblechen mit je zwei Winkeln (Bild 2); die Stegbleche besitzen auf der ganzen Brückenlänge die gleiche Höhe, dagegen variiert die Dicke. Die am unteren Rand liegenden Winkel sind mit durchlaufender Kehlnaht an die Stegbleche geschweißt, die zwei Wandhälften sind mit abwechselnd gelegten horizontalen und vertikalen Bindeblechen miteinander verbunden. Diese Form des Untergurtprofils mit den unten angeschweißten versteifenden Winkeln ist nicht die beste. Wie es sich herausstellte, wäre der doppelwandige Gurt mit einer ausreichenden Zahl angebrachter Bindebleche ohne Winkel stelf genug, während die einseitige, asymmetrische Schweißnaht des Winkels trotz sorgfältiger Vorkehrungen Verkrümmungen verursachte. Eine schweißgerechte Form für gezogene Untergurte in doppelwandiger Ausführung bilden u. a. zwei Stegbleche mit variierender Dicke (eventuell auch Höhe), durch richtig angeordnete Bindebleche verbunden.

Durch die Wahl dieser Form werden vier Nahtstränge erspart, es entsteht keine Verkrümmung, und es sind weniger Einzelstücke notwendig. Die Montagestöße lagen rund 10 bis 12 m voneinander entfernt. Die einzelnen Stücke der unteren Gurtung wurden von der Mitte aus aufgelegt und verschweißt. Durch dreimaliges Kanten der einzelnen Stücke wurden bei der Montage nicht nur Überkopfschweißungen vermieden, sondern die Schweißungen in horizontaler Lage ermöglicht.

Der Obergurt besteht aus zwei Stegblechen ebenfalls mit durchgehend gleicher Höhe und veränderlicher Dicke, aus einem Kopfblech mit wechselnder Dicke und aus zwei am unteren Rand angebrachten Winkeln.

Die Schweißnähte laufen ebenfalls über die ganze Länge durch. Als Vorkehrung gegen etwaige Verkrümmungen wurden die Nähte symmetrisch angeordnet. Außerdem wurden die im entgegengesetzten Sinne verkrümmend wirkenden Nähte von je zwei Schweißern gleichzeitig ausgeführt. Zwischen den zwei Schweißern wurde ein Blechschuttschirm aufgestellt. Trotz dieser Vorkehrungen waren kleinere Verbiegungen nicht zu umgehen. Die Verkrümmung entstand dadurch, daß die unteren Fasern sich mehr verkürzt haben, weil die größere Masse des dicken Kopfbleches auch größeren Widerstand gegen Verkürzungen leistete. Die Vermeidung solcher, wenn auch noch so kleiner Verbiegungen muß durch noch genauere Verteilung der Querschnittsmassen und durch genaue Anpassung der Nahtdicken an die durch sie anzuschließenden bzw. zu verbindenden Querschnittsteile erfolgen. Die Obergurtstöße waren konstruktiv so ausgebildet, daß diese ohne Überkopfschweißung herstellbar waren.

Die Diagonalen bestehen aus zwei gewalzten  $\square$ -Profilen, Steg nach außen und mit Flachstahl-Bindeblechen verbunden (Bild 3). Um die Überkopfschweißung in den Knotenanschlüssen zu umgehen, waren

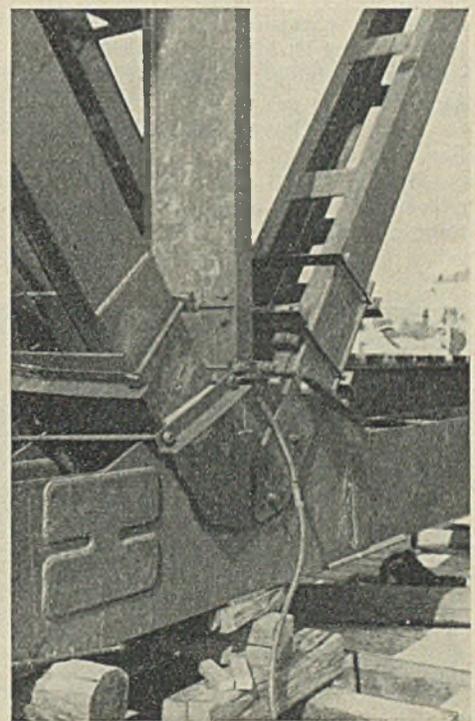


Bild 3. Untergurtknotenpunkt.

an den Knotenblechen senkrecht zur Hauptträgerebene gelegte Bindebleche angeschweißt. Um der Kerbwirkung der Schnittecken vorzubeugen, d. h. um einen Übergang zwischen Flanken- und Stirnnähten zu schaffen, wurden die Bindeblechecken unter  $45^\circ$  abgeschnitten; aus demselben Grunde sind auch die U-Profil-Diagonalenden entsprechend geformt.

Die Vertikalen sind als geschweißte I-Profile ausgebildet und besitzen aus ästhetischen Gründen die gleichen Außenmaße. Die Anschlüsse der Vertikalen waren mit horizontalen und vertikalen Montagenähten leicht ausführbar (Bild 3).

Sämtliche Verbindungs- und Anschlußnähte des Hauptträgers sind volle durchlaufende Nähte; unterbrochene Nähte wurden vollständig vermieden, um dadurch eine durchweg fugenlose Konstruktion zu erhalten. Durch diese Maßnahme ist die Korrosionsmöglichkeit auf das geringste herabgesetzt, und es wurde dadurch gleichzeitig die monolith-artige Ausführungsweise einer schweißgerechten Konstruktion betont.

Besondere Knotenbleche sind außer an den zwei Endknotenpunkten nur an den beiden Enden des größten Diagonalstabes angeordnet (Bild 3 u. 4).

In den übrigen Diagonalanschlüssen sind die Nähte so gruppiert, daß die Stegblechhöhe allein ausreicht. Die Höhe des Stegbleches wurde verhältnismäßig groß gewählt, um den aus Nebenspannungen stammenden Begebeanspruchungen Rechnung zu tragen.

Die Längsträger sind gewalzte, die Querträger geschweißte I-Träger. Auch die Brückenlager sind statt in der üblichen Stahlgußausführung ebenfalls aus Walzstahl geschweißt (Bild 5). Diese Ausführungsweise ist billiger, da nicht nur die Holzmodellkosten wegfallen, sondern das billigere und verlässlichere Walzmaterial verwendet werden kann und auch das Gewicht des Lagers kleiner ist.

Auch das Geländer und die Kandelaberständer sind in geschweißter Form ausgeführt.

Trotzdem, daß die ausführende Firma schon seit langen Jahren geschweißte Konstruktionen, wie Leitungsmaste, Stützen, Behälter usw. ausführt, wurden vor Beginn der Schweißarbeiten an den Brückenkonstruktionen selbst planmäßige Versuchsschweißungen vorgenommen.

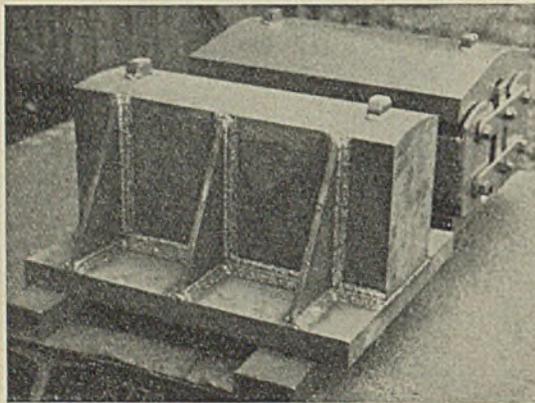


Bild 5. Geschweißte Lager.

Der Zweck dieser Versuche war in erster Linie der, aus einer großen Anzahl geübter und auch ungeübter Schweißarbeiter ein vollkommen verlässliches Schweißpersonal auszusuchen. Diese Auswahl ist auch gelungen, wie es sich unter anderem auch bei der Probelastung der Brücke gezeigt hatte. Die gemessenen

Durchbiegungen der beiden Hauptträger unterscheiden sich nämlich nur in Zehntelmillimetern voneinander, welcher Umstand größtenteils eben der praktisch vollkommenen Gleichmäßigkeit der Schweißung zuschreiben ist.

Die Vorversuche hatten weiterhin den Zweck, in Verbindung mit den Schrumpfungerscheinungen eigene Erfahrungen zu sammeln, wie der Verkrümmung und Verkürzung der Werkstücke vorzubeugen ist. Gegen Verkrümmung wurde teils das Pilgerschrittverfahren verwendet, außerdem gleichzeitiges Schweißen bei zwei symmetrisch angeordneten Nähten. Beispielsweise arbeiteten an den Kehlnähten eines geschweißten I-Trägers, welche in entgegengesetztem Sinne verkrümmend wirken, zwei Schweißer rechts und links gleichzeitig. Wir haben nämlich festgestellt, daß, wenn diese Nähte nicht gleichzeitig, sondern hintereinander geschweißt werden, die durch die aufgetragene Naht hervorgerufene Verkrümmung von der zweitaufgetragenen Naht nicht ausgeglichen wurde, wobei die Nahtstärke, praktisch genommen, die gleiche war. Bei vollständig symmetrisch ausgebildeten Querschnitten bleiben die Werkstücke durch Anwendung dieses Verfahrens nach jeder Richtung vollständig gerade. Bei asymmetrischen Querschnitten sind unbedeutende Verkrümmungen eingetreten. Von der

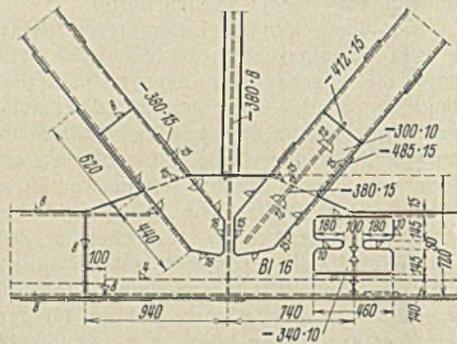


Bild 4. Untergurtnotenpunkt.

Anwendung der Wärmebehandlung zwecks Vorbeugung der Verkrümmungen wurde Abstand genommen, da ein solches Verfahren bei 10 bis 13 m langen Werkstücken sehr umständlich und auch kostspielig ist. Es ist noch von Wichtigkeit für den Konstrukteur, das Maß der Verkürzung zu wissen. Da das Ausmaß der Verkürzung von sehr zahlreichen Momenten abhängig ist und da diese Vorversuche nicht so umfangreich waren, um eine diesbezügliche richtige Auskunft geben zu können, wurde die Verkürzung nur schätzungsweise zu 0,05 bis 0,5% angenommen.

Die Versuche dienten ferner noch dem Zweck, die technisch und wirtschaftlich besten Elektroden herauszufinden. Wenn man die unzähligen Sorten und Untersorten der Elektroden betrachtet, die für Stahl- und Brückenbauten vorgeschlagen und die in technischen Eigenschaften wie auch im Preis so verschieden sind, erkennt man erst dann die Wichtigkeit dieser Maßnahme. Bei dieser Auswahl wurde auch darauf geachtet, eine Elektrode zu nehmen, die für verschiedene, und zwar waagerechte wie lotrechte Nähte verwendet werden kann. Die Richtigkeit dieses Bestrebens bestätigt der Umstand, daß in der letzten Zeit Elektrodenhersteller mit der „Einheitselektrode“ herausgekommen sind. Die Brücke wurde übrigens fast ausschließlich mit der in Ungarn hergestellten „Agil“-Elektrode, Rimagil genannt, geschweißt.

Für die Verschweißung von größeren Materialdicken wurden ebenfalls Vorproben durchgeführt. Da diese in mehreren Schichten ausgeführten Schweißnähte erstklassige Ergebnisse lieferten, sind die Platten und Stege der Konstruktion — bis 20 mm Dicke — in einer Lage verschweißt worden.

Die Prüfung der Schweißer und der Nähte, sowohl in der Werkstätte wie auch auf der Montage, könnte man als umfangreich bezeichnen. Diese Vorsichtsmaßregeln waren in erster Linie dem Umstande zuzuschreiben, daß diese Konstruktion die erste bedeutsame geschweißte Brücke in Ungarn war. Die Strenge bei der Prüfung der Schweißer erwies sich als richtig, da damals bei den vielen (etliche hundert) Nahtprüfungen an den Werkstücken kaum fehlerhafte Stellen vorkamen. Die Prüfung der Schweißer erfolgte nach den ungarischen Vorschriften für geschweißte Stahlbauten.

Jeder Schweißer erhielt einen mit Nummer versehenen „Kopfzettel“. (Diese Nummer war neben der Naht einzuschlagen.) Auf diesem Kopfzettel waren sämtliche durch den Schweißer während der ganzen Herstellungszeit ausgeführten Proben angeführt, und zwar die Art der Probe und die Ergebnisse, nach Daten geordnet. Durch diesen Kopfzettel hat man den genauesten Überblick über die Fähigkeiten des Schweißers, und man konnte die notwendigen Anordnungen über die Verwendung des Mannes treffen. Die Nähte sind teils durch tragbare elektrische Bohrmaschinen, teils durch ebenfalls tragbare Fräseapparate an den verdächtigen oder wichtigen Punkten geprüft worden. Fehlerhafte oder verdächtige Nähte wurden auch entfernt oder durch sorgfältige Aufschweißung ersetzt bzw. verstärkt. Wie bereits erwähnt, gab es nur wenige solcher Stellen.

Die Schweißung der Brückenkonstruktion erfolgte in der Werkstätte und bei der Montage durch Gleichstrom („Elin“, fahrbare Motordynamo-Aggregate). Das Verfahren in der Werkstätte war das übliche. Bei der Montage waren die Aggregate — vier an der Zahl — am Ufer an einem Ende des Gerüsts in einer kleinen Holzbaracke geschützt aufgestellt. Dem Gerüstgeländer entlang waren vier Kabel dafür und auch die Kabel für die Prüfungsbohrmaschine angebracht. Von diesen Schweißkabeln aus konnte man an beliebiger Stelle die Schweißkabel abzweigen lassen.

Die Konstruktion wurde mittels Unterlagshölzer und Heftschauben in die planmäßige Form gebracht. Dann wurden zuerst die Obergurtstöße und anschließend die Diagonalen- und Vertikalenanschlüsse am Obergurt fertig geschweißt (Bild 6). Nachher folgten Anschlußnähte des oberen Windverbandes und der Querverbindungen, dann die noch offenen Untergurtstöße. Wie bereits erwähnt, war der mittlere, rd. 34 m lange Teil des Untergurtes schon vorher zusammengeschweißt. Dann wurden die Füllungsstäbe geschweißt. Diese Montageschweißungen wurden an den beiden Hauptträgern parallel durchgeführt. Die planmäßige Form wurde vor und nach der Verschweißung des Untergurtes kontrolliert bzw. richtig eingestellt. Es zeigten sich zwar nach der Verschweißung der Füllungsstabanschlüsse am Untergurt Abweichungen von der planmäßigen Form, doch in ganz unbedeutendem Grade. Nach Fertigschweißung der beiden Hauptträger sind die Anschlüsse der Querträger, dann der Längsträger und zum Schluß die des unteren Windverbandes ausgeführt worden. Zum Schluß wurden die wenigen kleinen Bohrungen der Heftschauben sorgfältig verschweißt.

Es war beabsichtigt, vor Anbringung der letzten schließenden Schweißnähte Spannungsmessungen durchzuführen, um einen Anhalt über die Größe der durch die Schweißung hervorgerufenen Anfangsspannungen zu erhalten. Zu diesem Zwecke wurden Spannungsmesser angebracht, aber der Versuch brachte keine richtigen Ergebnisse. Die Ursache dieses Mißerfolges war, daß die Durchführung der Schweißarbeiten auch nur an einem Knotenpunkt verhältnismäßig lange dauert. Da die Montage im Sommer ausgeführt wurde, konnte man auch die Wirkung der einseitigen Erwärmung der Konstruktion nicht ausschalten.

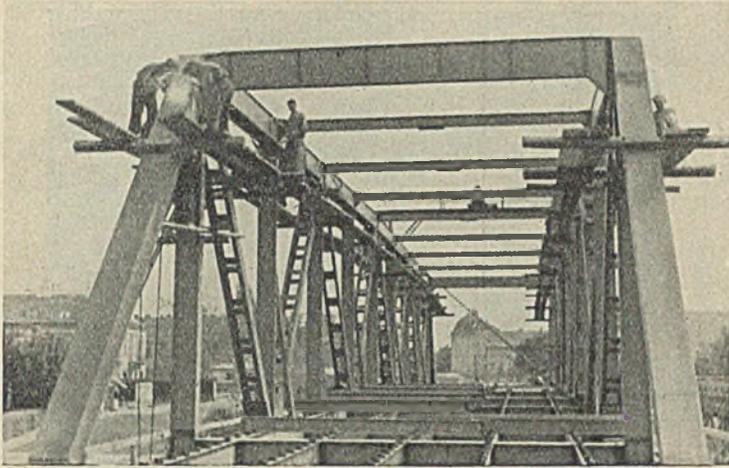


Bild 6. Schweißarbeiten an der Brücke.

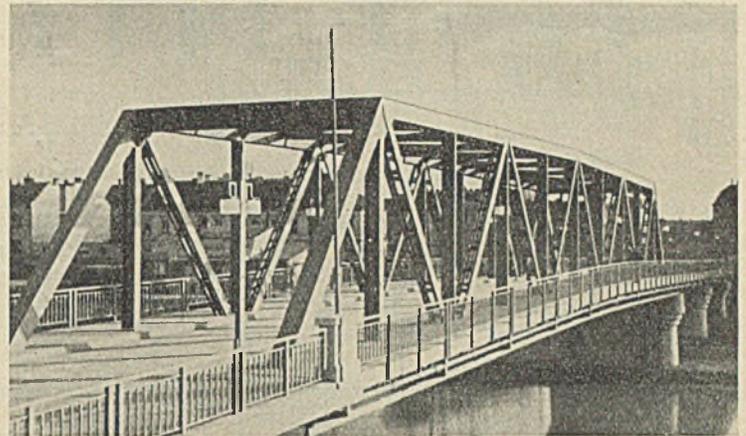


Bild 7. Ansicht der fertiggestellten Brücke.

Die planmäßige Form der Konstruktion wurde nach dem Herunterlassen auf die Lager nochmals kontrolliert.

Die Lage der mittleren Untergurtnotenpunkte war um rd. 12 mm zu hoch.

Die Probelastung erfolgte durch Aufbringung von Sandsäcken und Sand, und zwar für die ganze Brückenbreite rd. 4200 kg/m. Die mit Leunerschens Messern in Brückenmitte gemessenen Durchbiegungen waren 21 mm bzw. 21,05 mm; die gerechnete Durchbiegung beträgt 35,6 mm. Die bleibenden Durchbiegungen waren 0,38 mm und 0,02 mm. Bei den Schnellfahrtproben, durch 20 t-Lastautos und Feuerwehrautos ausgeführt, wurde in der Mitte 1,1 mm Seitenschwingung festgestellt.

Das Gewicht der gesamten Stahlkonstruktion beträgt 110 t. Die Gewichtsparsnis gegenüber genieteter Ausführung macht rd. 15% aus,

wobei zu bemerken ist, daß die Ersparnis noch hätte gesteigert werden können. Jedoch bei dieser ersten ungarischen geschweißten Brücke wurde von der weiteren Steigerung der Gewichtsparsnisse Abstand genommen. Wichtig ist noch der Elektrodenverbrauch; dieser beträgt rd. 3200 kg, also rd. 3% des Gesamtgewichts.

Die ästhetische Gesamtwirkung der ganzen Konstruktion wie auch der einzelnen Teile — wie Geländer, Kandelaber usw. — ist sehr gut, hervorgerufen durch die glatten Flächen, einfachen Formen und proportionalen Dimensionen (Bild 7).

Zum Schluß sei noch bemerkt, daß in den seit Inbetriebsetzung vergangenen 2½ Jahren die Brücke öfters gründlich untersucht wurde, ohne die kleinste Veränderung zu zeigen.

### Verschiedenes.

Luftschutzhaus in Bremen. Mitten in der Stadt im eng bebauten Wohnbezirk ist das Luftschutzhaus „Hermann Göring“ errichtet. Schlicht und einfach paßt es sich seiner Umgebung an, jede Hervorhebung und Betonung nach außen hin ist vermieden. Und doch ist hier etwas Besonderes geschaffen, das nicht nur den Architekten, sondern auch den Bauingenieur und den Bauunternehmer, ja die Allgemeinheit interessiert. Die Anlage ist aus den Bildern 1 bis 5 zu ersehen und soll in ihrem Aufbau kurz beschrieben werden.

Sämtliche Räume über der Erde dienen Ausbildungs- und Übungszwecken im Luftschutz. Hier galt es, darauf Rücksicht zu nehmen, daß in leichtester Bauweise große helle Räume entstehen und daß trotzdem große Lasten übertragen werden können. So ergab sich von selbst als zweckmäßigste Bauweise der Stahlskelettbau, der den luftschutztechnischen Anforderungen besonders gut gerecht wird. Geringhaltung des Gewichtes des Bauwerkes selbst und damit der Einsturzlasten, größte Widerstandsfähigkeit bei dynamischer Kräfte Wirkung (Bombenwurf) und leichte Ausbesserungsmöglichkeit entstandener Schäden. Die ganze Rückfront ist fast eine einzige Fensterfläche, die durch zwei Geschosse vom Hallenflur bis zur Traufe reicht. Ähnlich ist die Straßenfront ausgeführt, nur mit dem Unterschied, daß an dieser Seite eine Zwischendecke liegt, die als Brüstungswand für die Fenster einen breiten Gurt bedingt. Mit Rücksicht auf die Architektur sind die Lichtbänder in beiden Geschossen durch schmale Mauerpfeller aufgeteilt. Für die dünnen Zwischenwände sind leichte Baustoffe verwendet, die das Tragwerk wenig belasten und bei den beschränkten Raumverhältnissen größte Flächenausnutzung ermöglichen. Dieser Grundsatz mußte auch beim Ausbau des Dachgeschosses beachtet werden. Zur Vermeidung sperriger Konstruktionen wurden die Haupttragwerke als Zweigelenrahmen ausgeführt. Für die Dachhaut wurden leichte, unentflammare, verzinkte Stahldachpfannen auf Holzsparren verwendet.

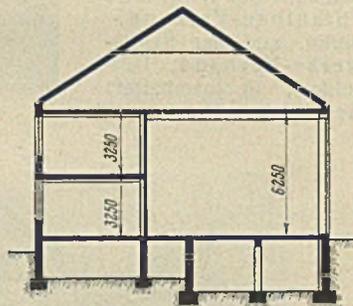


Bild 1. Querschnitt.

Die Schutzräume selbst sind im Kellergeschoß untergebracht, das unter dem Gebäude, unter dem Hof und teilweise sogar unter der anliegenden Straße angelegt ist (Bild 5). Hier wurde Gelegenheit genommen, die verschiedensten Bauweisen in ihrer Art zu zeigen und zu erproben.

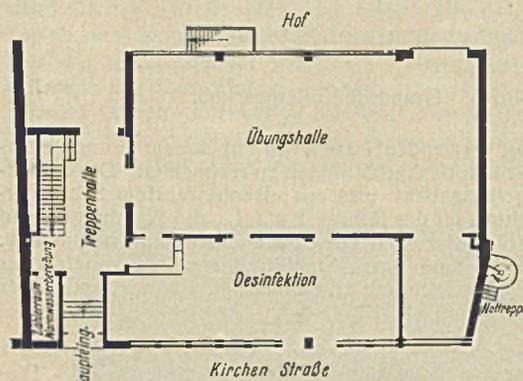


Bild 2. Zwischengeschoss.

Raum 1 hat eine Decke aus Beton auf einer horizontal verlegten Kastenspundwand. Für eine andere Schutzdecke wurden gebrauchte Eisenbahnschienen verlegt und mit Beton ausgestampft, darüber Schutzbeton mit Baustahlgewebe armiert. Wieder ein anderer Schutzraum ist aus 3 mm dicken Stahllamellen hergestellt, die entsprechend der Stollenform gebogen sind und statisch als Dreigelenkbogen wirken. Der Scheitelschluß ist durch einen Normalträger bewirkt, während die Horizontalkräfte am Fußpunkt durch flach gelegte □-Stähle auf die Fundamente geleitet werden. Fugen und Falze sind mit Jute-streifen und Asphaltmasse gedichtet, die ein Durchdringen der Erdfeuchtigkeit verhindern. Beim Raum 5 sind Massivdecken zwischen I-Trägern ausgeführt, während an anderer Stelle eine Deckenverstärkung gezeigt wird, die zur Sicherung von zu schwachen Konstruktionen, z. B. bei Holzbalkendecken oder Massivdecken, überall leicht und schnell eingebaut werden kann. Erreicht wird diese Verstärkung durch Normal- und Breitflanschträger mit eingeschobenen Stahllamellen. Der Abstand der Träger richtet sich selbstverständlich nach der Auflast (Trümmerlast) bzw. nach dem vorhandenen Widerstandsmoment der zur Verwendung kommenden Lamellen. Es sei noch auf die Spundbohlen hingewiesen, die sich sowohl für Decken als auch für Wände eignen und

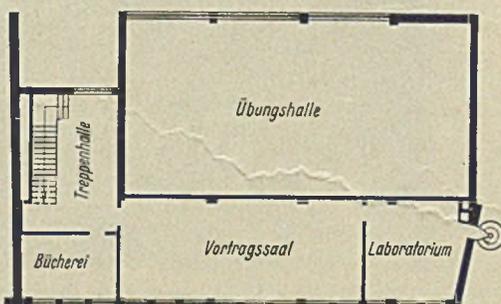


Bild 3. Erdgeschoss.

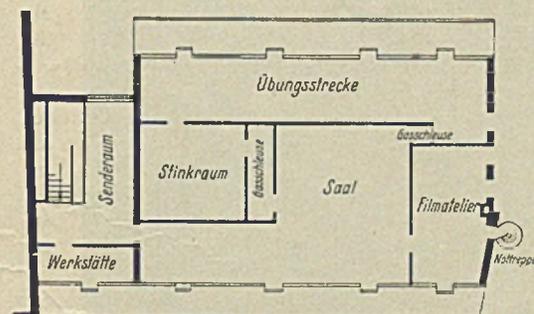
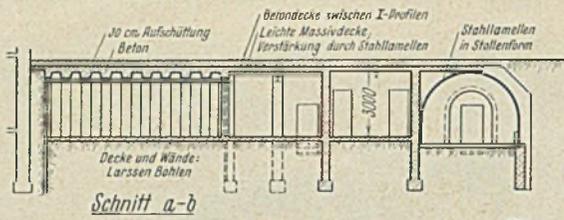


Bild 4. Dachgeschoss.



Schnitt a-b

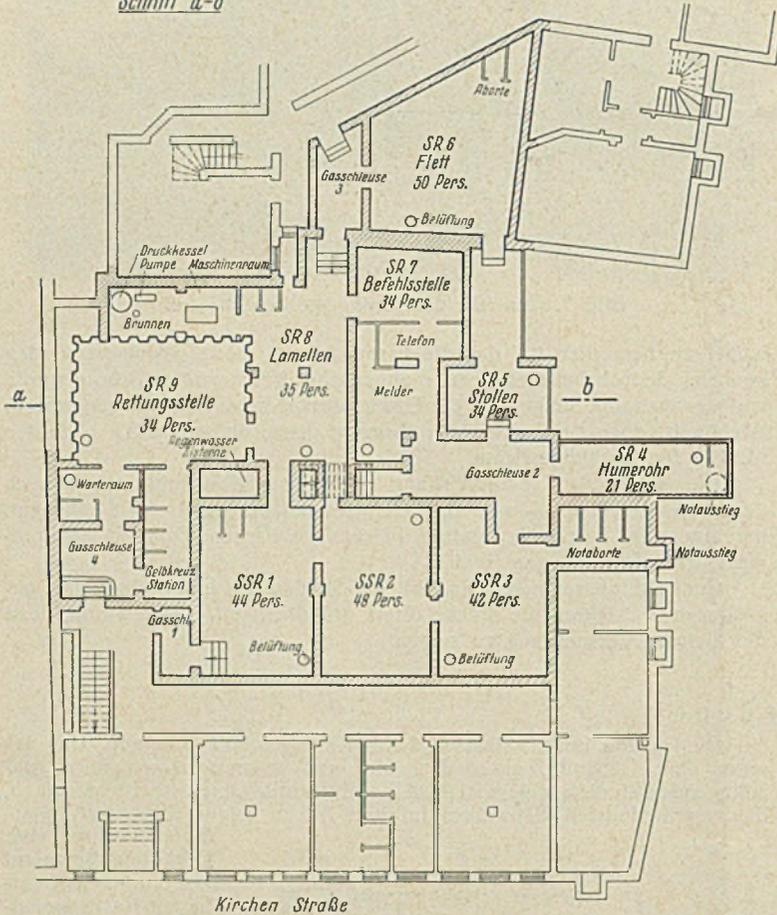


Bild 5. Grundriß Kellergeschoß.

sich besonders vorteilhaft verwenden lassen, wo mit hohem Grundwasserstand oder mit schlechten Bodenverhältnissen zu rechnen ist. Der Schutzraum 4 ist röhrenförmig ausgebaut und aus eisenbewehrtem Schleuderbeton hergestellt. Durchmesser des Rohres 2 m i. L., die Wände sind 14 cm dick. Die Bilder 6 bis 8 zeigen verschiedene Schutzräume im Bau.

Sämtliche Schutzräume sind durch Stahltüren gasdicht voneinander getrennt. Zur Erzielung der Dichtung ist Schlauchgummi verwendet, der



Bild 6. Schutzraumdecke.

in Falzen liegt und durch die Verriegelung fest angepreßt wird. Die verschiedensten Muster sind hier eingebaut, die teils zweifache, teils vierfache und auch sechsfache Verriegelung zeigen. Alle wichtigen Konstruktionsteile, Hebelverschlüsse, Treppengeländer, Treppenstufen, Schalter und auch die Beschriftungen für die Riegel sind mit Leuchtfarben gezeichnet. Sämtliche Rohr- und Kabelleitungen, die durch Mauerwerk geführt wurden, sind mit elastischer Kittmasse gasdicht verklebt. Alle Notausstiege sind mit aufklappbaren Stahlläden oder Klappen abgedeckt. Für die Belüftung ist in jedem Schutzraum ein Schutzraumbelüfter aufgestellt, der sowohl für Handbetrieb als auch für elektromotorischen

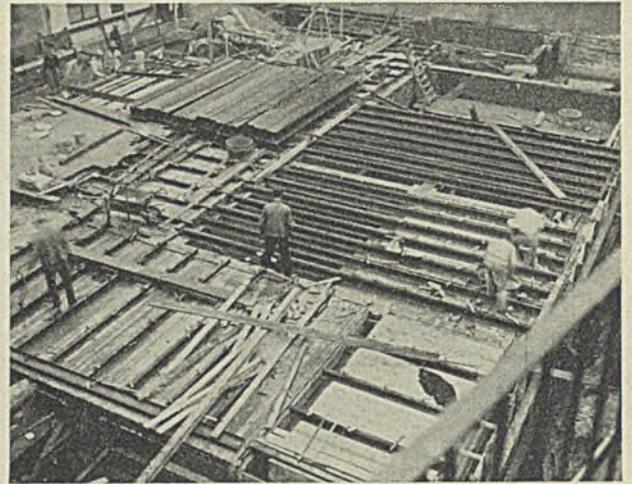


Bild 7. Schutzraumdecke.

Betrieb vorgesehen ist. Die Frischluft wird von außen angesogen, durch Gas- und Schwefelstoff-Filter entgiftet und mit einer minutlichen Leistung von 1,2 m³ in den Raum gepreßt. Der so entstehende Überdruck wird durch einen Schieber und selbsttätige Überdruckventile nach außen abgeleitet. Erwähnt sei noch, daß diese Schutzanlage eine eigene Dieselzentrale für elektrische Stromerzeugung und eine eigene Brunnenanlage besitzt. Die Fußböden sind fugenlos ausgeführt und bestehen aus 2 cm Estrich auf 12 cm Unterbeton. Bild 9 zeigt das Stahlskelett nach beendeter Montage.

Die Mittel für diesen Bau sind durch Spenden aufgebracht, an denen sich auch der Deutsche Stahlbau-Verband, Berlin, und der Stahlwerks-Verband, Düsseldorf, in namhaftem Ausmaß beteiligten.



Bild 8. Schutzraum.

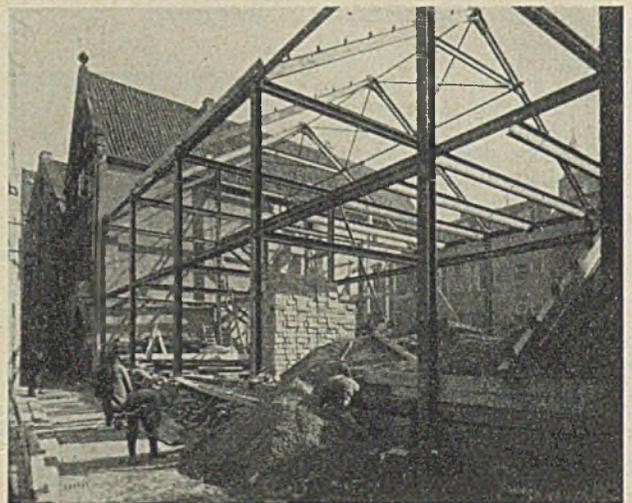


Bild 9. Das Stahlskelett nach beendeter Aufstellung.

Erbauer des Luftschutzhauses „Hermann Göring“ ist Bezirksgruppenführer Luftschutzkapitän Albert Mueller, Bremen.

Für den Entwurf zeichnet Dipl.-Ing. Reitz, Aachen, und für die Bauleitung und den Ausbau der Schutzräume Architekt Felix Worch, Oberger, Segelitz, Bremen.

INHALT: Knickung und Biegung eines Stabes auf drei Stützen. — Die neue Ausgabe der Berechnungsgrundlagen für Stahl im Hochbau. — Geschwülste Rába-Brücke in Ogyör. — Verschiedenes: Luftschutzhaus in Bremen.

Verantwortlich für den Inhalt: Geh. Regierungsrat Prof. A. Hertwig, Berlin-Charlottenburg. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 9. Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.