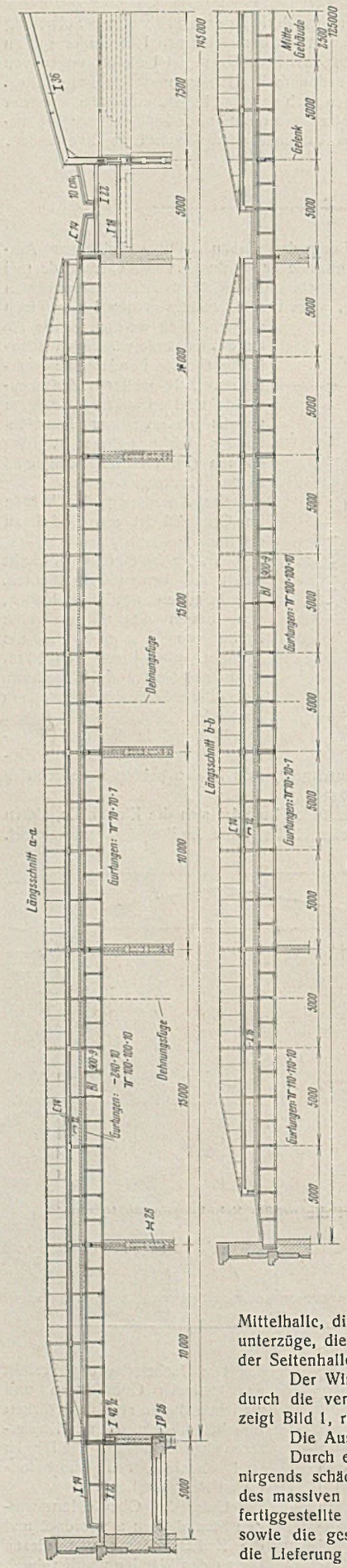


Bild 4. Längsschnitte.

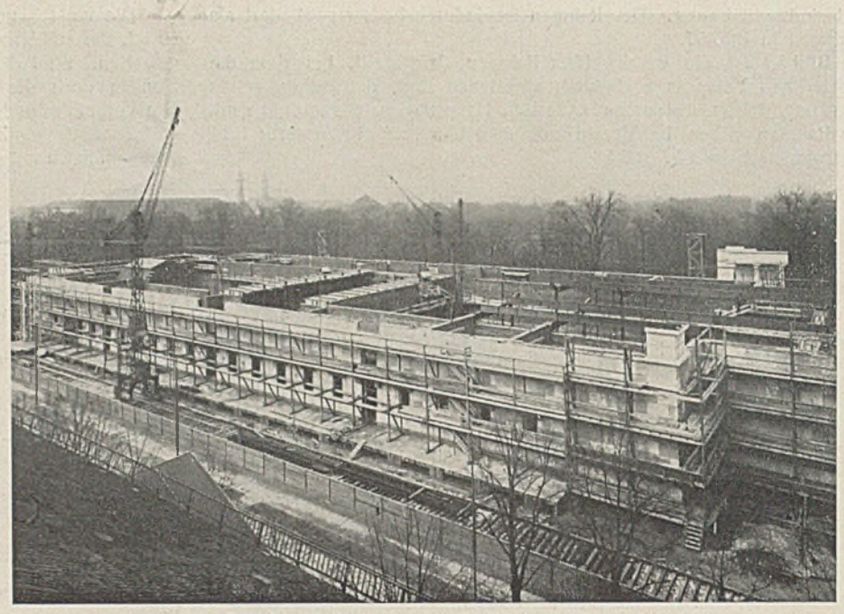


Bild 5. Aufstellung der Dachkonstruktion.

entsprechend ausgebildete und gegliederte Rabitzdecken verkleidet, durch welche die Stahlkonstruktion verdeckt wird. In den hierdurch zwischen der unteren Decke und der Dacheindeckung geschaffenen Räumen wurden die Kanäle für die Heißluftheizung untergebracht (s. Bild 3).

Die kittlosen Oberlichtsprossen ruhen auf Pfetten und diese auf Rahmenbindern aus Walzträgern.

Zur Aufnahme der Bimsbetondachdecke sind Sparren im Abstande von 2,5 m angeordnet, die entsprechend der Rinnenausbildung geknickt sind. Die Ecken der Rahmenbinder sowie der Sparren wurden geschweißt. Die Oberlichtrahmen und die Sparren lagern auf vollwandigen Längsunterzügen und diese auf den ebenfalls vollwandig ausgebildeten Dachbindern und auf den massiven Wänden. Die Lage der Binder ist so angeordnet, daß sie nur über den Zwischenwänden liegen, so daß ihre Konstruktion, obwohl die Staubdecke teilweise in Höhe Bindermitte, teilweise sogar über den Bindern liegt, nirgends in den Raum tritt. Zu diesem Zweck sind auch in der

Bild 6. Frontansicht.

Mittelhalle, die nicht durch Zwischenwände unterteilt ist, keine durchgehenden Binder vorgesehen, sondern die Längsunterzüge, die die Oberlichtrahmen tragen, sind an konsolartig in die Mittelhalle hineinkragenden Enden der Binder der Seitenhallen angeschlossen.

Der Wind auf die Oberlichter wird durch Verbände auf die Längsunterzüge bzw. Binder übertragen, die ihn durch die verankerten Deckenträger auf die Umfassungswände leiten. Die Lage der Pfetten, Unterzüge und Binder zeigt Bild 1, rechts.

Die Ausführung der Konstruktion im einzelnen ist aus den Bildern 2, 3 u. 4 zu ersehen.

Durch entsprechende Anordnung von Ausdehnungsfugen wurde dafür gesorgt, daß durch Temperaturschwankungen nirgends schädliche Spannungen auftreten und daß durch Längenänderungen der Stahlkonstruktion keine Beanspruchung des massiven Mauerwerks erfolgt. — Bild 5 zeigt die Halle während der Montage der Dachkonstruktion, Bild 6 das fertiggestellte Bauwerk. — Das Gesamtgewicht der Stahlbauteile beträgt 875 t. Die Ausführung der Dachkonstruktion sowie die gesamte Montage erfolgte durch die Mitteldeutschen Stahlwerke A.-G., Werk Lauchhammer, und die Lieferung der Deckenträger durch die Firma Friedr. Maurer Söhne, München.

Verantwortlich für den Inhalt: Geh. Regierungsrat Prof. A. Hertwig, Berlin-Charlottenburg. — Verlag von Wilh. Ernst & Sohn, Berlin W 9. — Druck: Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

DER STAHLBAU

Schriftleitung:
Geh. Regierungsrat Professor Dr.-Ing. A. Hertwig, Berlin-Wilmersdorf, Sächsische Str. 43
Fernsprecher: 87 7421
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61

Beilage zur Zeitschrift **DIE BAUTECHNIK** Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

10. Jahrgang | BERLIN, 5. November 1937 | Heft 23

Zur Frage der Festigkeit bei räumlichen Spannungszuständen.

Von Prof. Dr.-Ing. W. Kuntze.
(Mitteilung aus dem Institut für Werkstoff-Mechanik des Staatlichen Materialprüfungsamtes Berlin-Dahlem.)

Von zwei Gesichtspunkten aus muß der Konstrukteur die Ermittlung der Tragfähigkeit seiner Bauwerke betrachten. Erstens muß er sich über den Zustand der auftretenden Anspannungen vergewissern, deren Verlauf ihm durch elastische Dehnungsmessungen und die Gesetze der Baustatik vermittelt wird, zweitens muß er wissen, welche Festigkeit des zu verwendenden Baustoffes er unter den gegebenen Anspannungs-Bedingungen in die Rechnung einzusetzen hat. Letztere Überlegung war in der Vergangenheit mit der Kenntnis einiger Werkstoffprüfzahlen abgetan. Beeindruckt von den in der Elastizitätstheorie geltenden Gesetzen, ging man von der Voraussetzung aus, daß die Tragfähigkeit an jeder Stelle des Bauteiles ermittelt werden könne, wenn der Spannungsverlauf im Bauteil und die Prüffestigkeit des Materials bekannt sind. Man nahm an, daß bei zusammengesetzten Spannungszuständen die Tragfähigkeit ebenso aus der Superposition der Spannungen unter Einführung der Festigkeitszahl zu ermitteln sei, wie nach der Elastizitätstheorie die Spannungen aus der Superposition der Dehnungen bei Kenntnis der Elastizitätskonstanten ermittelt werden können.

Die Festigkeit, die der Werkstoff den Anspannungen entgegenstellt, beruht jedoch auf anderen Grundsätzen als denen der Elastizitätslehre. Die Spannungsmechanik (Statik) ist daher sinngemäß durch eine „Werkstoffmechanik" zu ergänzen. Ganz besonders tritt dieser Unterschied bei einer ungleichmäßigen Verteilung der Anspannungen in Erscheinung, also dann, wenn ein Querschnittsteil zahlenmäßig mehr oder weniger beansprucht wird als sein Nachbarteil. Über diese Frage, welche nach besonderen Gesichtspunkten zu behandeln ist, soll in einem späteren Aufsatz gesprochen werden. Hier sollen die Fälle berücksichtigt werden, wo eine Gesamtbeanspruchung sich aus verschieden gerichteten Einzelbeanspruchungen zusammensetzt.

Daß man sich heute über diese Frage noch nicht einig ist, liegt wohl daran, daß solche Spannungszustände experimentell schwer zu erfassen sind. Entweder tritt eine Störung durch ungleichmäßige Spannungsverteilung hinzu oder aber man ist unter zusätzlicher Verwendung eines gleichmäßig verteilten Flüssigkeitsdruckes nur auf Untersuchungen im Druckgebiet angewiesen. Im Gebiete des mehrseitigen Zuges, welcher in den Konstruktionen nicht nur am häufigsten vorkommt, sondern auch am gefahrbringendsten wirkt, fehlen einwandfreie experimentelle Ergebnisse.

Es ist verständlich, daß in Ermanglung des Experiments auf diesem so wichtigen praktischen Gebiete die theoretisch-hypothetische Behandlung Raum gewonnen hat. Zur Vermeidung von Wiederholungen soll hier nicht ein Überblick über die zahlreich entwickelten Festigkeits-Hypothesen gegeben werden[1]), sondern die stofflichen Grundsätze hervorgekehrt und versucht werden, sie mit den theoretischen und experimentellen Ergebnissen in Gleichklang zu bringen.

Für das Fließen des Stahles wird die maximale Schubspannung verantwortlich gemacht [Coulomb, 1776; Tresca, 1868; Guest, 1900; Mohr, 1882; Ludwik[2])]. Es gibt Fälle, in denen der Werkstoff unter den verschiedensten Verhältnissen räumlicher Beanspruchungen bei ein und derselben Schubspannung zu fließen beginnt. Besonders klar ist dies bei Einkristallen ausgeprägt, wo bei wechselnder Richtung der Kristall-Gleitfläche zur aufgebrachten Kraftrichtung und bei veränderlichem, allseitigen (hydrostatischem) Druck die Schubspannung, unter welcher das Fließen beginnt, konstant bleibt[3]). Bei den vielkristallinen Werkstoffen findet sich das Gesetz nicht einwandfrei bestätigt. In der rein elastizitätstheoretischen Darstellung der Spannungskreise nach Mohr[4]) ergibt das Gesetz konstanter Schubfestigkeit

$$\frac{s_1 - s_3}{2} = \tau_v \text{ [5])} \tag{1}$$

nach Bild 1 eine Parallele zur s-Achse[6]), wohingegen eine Abweichung von diesem Gesetz auch eine von der Geraden abweichende Kurve, die Mohrsche Hüllkurve ergibt.

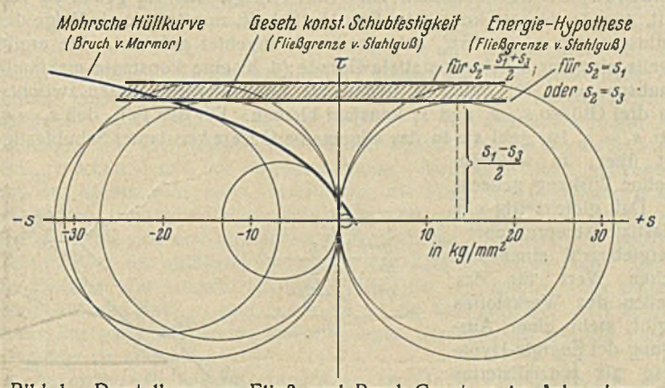


Bild 1. Darstellung von Fließ- und Bruch-Gesetzen im Achsenkreuz Schubspannungen τ ⊥ Hauptspannungen s.

Bei der Gestaltsänderungs-Energiehypothese nach Beltrami, 1885; Huber, 1904; Mises, 1913; Hencky, 1925[1]):

$$(s_1 - s_2)^2 + (s_2 - s_3)^2 + (s_1 - s_3)^2 = 2\, s_v^2 \tag{2}$$

hat man an Stelle der kritischen Schubspannung einen elastischen Energiebegriff als physikalische Ursache des Fließbeginnes eingeführt. Diese Hypothese entstand aus der Erkenntnis, daß bei den vielkristallinen Werkstoffen die Abweichungen vom Schubspannungsgesetz auf die Mitwirkung der mittleren Hauptspannung s_2 zurückzuführen sind. Diese Tatsache wäre, wenn man bei dem Gedanken einer kritischen Schubspannung verbliebe, mit einer strengen elastizitätstheoretischen Überlegung nicht verträglich; denn nach ihr liegt die größte Schubspannung in der Ebene der beiden äußersten Hauptspannungen s_1 und s_3 und ist von der senkrecht hierzu wirkenden mittleren Hauptspannung s_2 unabhängig. Die Energiehypothese geht daher von dem Gedanken der kritischen Schubspannung als physikalische Ursache ab und sucht nach einem anderen Ursachenfaktor, das ist die elastische Gestaltsänderungsarbeit.

Der Stoffkundige weiß indessen, daß die Grundelemente der Festigkeit der Stoffe die Gleitung (Translation) und die Trennung (Kohäsion) sind[3]). Die abstrakte Kräftemechanik arbeitet ja mit analogen Grundbegriffen, nämlich den Schubspannungen und den Normal-

[1]) Vgl. F. Schleicher, Z. ang. Math. 6 (1926), S. 199 bis 216. — W. Lode, VDI-Forsch.-Heft Nr. 303 (1928); Z. f. Phys. 36 (1926), S. 913 bis 939. — H. Fromm, Grenzen des elastischen Verhaltens beanspruchter Stoffe. Leipzig 1931.

[2]) P. Ludwik, Elemente der technologischen Mechanik. Berlin 1909.

[3]) E. Schmid u. W. Boas: Kristallplastizität. Berlin 1935.

[4]) A. Mohr, Z. V. D. I. 34 (1900), S. 1524 bis 1530 und 1572 bis 1577.

[5]) Die konstante Schubfestigkeit ist mit τ_v bezeichnet, um durch den Index zum Ausdruck zu bringen, daß man sie als Vergleichsspannung aus einem beliebigen Versuch, z. B. dem Zugversuch ermitteln kann.

[6]) Die effektiven Spannungen werden nachfolgend immer mit s bezeichnet im Gegensatz zu den auf den ursprünglichen Querschnitt bezogenen Spannungen, die meist durch σ gekennzeichnet werden.

spannungen. Man wird daher zweckmäßig diese Begriffe als physikalische Ursachen der Festigkeitsvorgänge beibehalten wollen und muß nur dem Stoff zubilligen, daß er sich nach Überschreiten der Elastizitätsgrenze quantitativ anders verhält als mit elastizitätstheoretischem Denken vorauszusetzen wäre. Einer der von der Elastizitätstheorie abweichenden Grundsätze des stofflichen Verhaltens im überelastischen (plastischen) Gebiete ist der, daß ein herausgeschnittenes Körperteilchen sich anders als im Verband verhält, selbst wenn man die aus der Nachbarschaft auf das Teilchen einwirkenden Kräfte bei dem herausgeschnittenen genau ersetzen würde. (Im elastischen Gebiet ist ein solcher Unterschied des Verhaltens im Verband und im losgelösten Zustand grundsätzlich nicht vorhanden). Der plastische Widerstand eines Teilchens ist daher vom Verhalten der Nachbarteilchen abhängig. Aus diesem Grundsatz heraus wird es erklärlich, daß auch die mittlere Hauptspannung s_2, die ja für sich genommen auf die Nachbarteilchen einwirkt, durch die Vermittlung dieser das Gesamtergebnis beeinflussen kann. Es läßt sich dann der Einfluß der mittleren Hauptspannung s_2 quantitativ so deuten, als ob nicht nur der größte Spannungskreis mit dem Radius $\frac{s_1 - s_3}{2}$, sondern auch die beiden anderen Spannungskreise $\frac{s_2 - s_3}{2}$ und $\frac{s_1 - s_2}{2}$ einwirken. An Hand der Versuchsergebnisse von Lode[1]) ist zahlenmäßig nachweisbar, daß die Einwirkung der mittleren Hauptspannung s_2 dann am größten ist, wenn der zweitgrößte Spannungskreis den größtmöglichen Wert $s_2 = \frac{s_1 + s_3}{2}$ annimmt[7]). Daraus erkennt man, daß auch die Einwirkung von s_2 auf das Gesamtergebnis auf eine Spannungsdifferenz, also auf eine Schubwirkung zurückzuführen ist.

Die vorstehenden Überlegungen sollten auch nur der Begründung dienen, daß die Energie-Hypothese als Gesetz konstanter Schubfestigkeit im spezialisierten (dem plastischen Verhalten angepaßten) Sinne anzusehen ist. Bild 1 zeigt, daß sie genau so verläuft, wie das Gesetz konstanter Schubfestigkeit, nur daß sie als Folge des Einflusses von s_2 ein 15 % betragendes Streugebiet aufweist. Sie ergibt jeweils eine zur s-Achse parallele Gerade (d. h. eine konstante maximale Schubspannung) für Fälle, in denen die Spannungsdifferenzen zwischen den drei Größen s_1, s_2 und s_3 konstant bleiben. Für den Fall, daß $s_2 = s_1$ oder $s_2 = s_3$ ist, geht sie in das allgemeine Gesetz konstanter Schubfestigkeit über, in welchem s_2 ohne Wirkung gedacht ist. Daß gleichzeitig ein elastizitätstheoretischer Energiebegriff einen kritischen Wert für das Fließen des Werkstoffes abgibt, steht einer Auslegung der Energie-Hypothese als spezialisiertes Gesetz konstanter Schubfestigkeit nicht entgegen. Anderseits ist von der Mohrschen Hüllkurve bekannt, daß sie bei spröden Werkstoffen angenäherte Gültigkeit besitzt. Wir wollen annehmen, daß die, in der Mohrschen Hypothese bei zunehmender Normalbeanspruchung zum Ausdruck kommende Abnahme der Schubfestigkeit als Folge der durch die Normalspannungen hervorgerufenen Kohäsionsüberwindung zu deuten ist[7]). Das Mohrsche Hüllkurven-Gesetz würde sonach neben den Gleiterscheinungen auch den Reißvorgängen einen Einfluß einräumen.

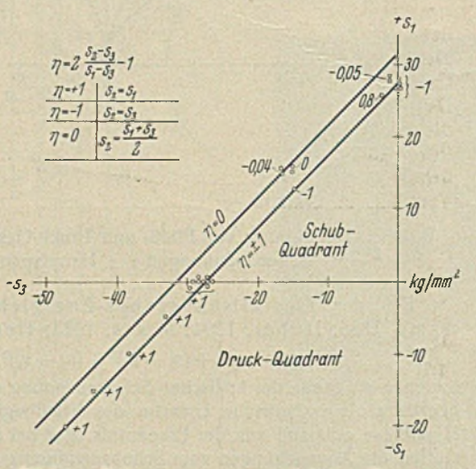


Bild 2. Belegung des spezialisierten Gesetzes konstanter Schubfestigkeit (Energie-Hypothese) mit Versuchswerten nach Roš und Eichinger unter Zuhilfenahme der Lodeschen Hilfsgröße η.

Werkstoff: Stahlguß geglüht, untere Streckgrenze. Angeschriebene Zahlen = η-Werte.

Wir sind jetzt in der Lage, die gesamte Festigkeitsfrage bei räumlichen Spannungszuständen — welche durch die Mohrschen und Beltrami-Huberschen, sowie den daraus folgenden Entwicklungen einer Zersplitterung unterworfen war — einheitlich unter dem Gesichtspunkt der Gleit- und Kohäsions-Überwindung zu betrachten[8]). Zu diesem Zwecke seien die aus Versuchen bekannten Festigkeitswerte in Bild 2 in ein Achsenkreuz der größten und kleinsten Hauptspannungen $s_1 \perp s_3$ eingezeichnet. Hierbei soll s_3 immer die arithmetisch kleinste Spannung darstellen, so daß z. B. eine große Druckkraft ($-s_3$) als kleinere Hauptspannung gegenüber einer kleineren Druckkraft ($-s_1$) oder einer Zugkraft ($+s_1$) gilt. Das Achsenkreuz der größten und kleinsten Hauptspannung ist für eine übersichtliche Darstellung besser geeignet als die Mohrsche Darstellung nach Bild 1. In ersterer Darstellung ergibt die Hypothese der konstanten Schubfestigkeit (wenn in Gl. (1) an Stelle der Schubspannung $2\tau_v$ die Längsspannung am Zugstab s_v als Vergleichswert eingeführt wird) eine diagonalgerichtete Gerade. Die spezialisierte Hypothese der konstanten Schubfestigkeit (Energie-Hypothese) ergibt einen hierzu parallel verlaufenden Streuungsbereich. Die beiden Grenzgeraden dieses Streuungsbereiches werden (wie in Bild 1) dadurch festgelegt, daß einmal $s_2 = s_3$ oder $s_2 = s_1$ und im anderen Grenzfalle $s_2 = \frac{s_1 + s_3}{2}$ wird[9]). Im letzteren Falle ist der zweitgrößte Spannungskreis am kleinsten, und die Festigkeit in Richtung s_1 daher am größten. In Bild 2 ist der Nachweis der Gültigkeit dieser Auffassung durch Versuche von Roš und Eichinger[10]) an Stahlguß sehr gut gelungen. Doch ist hierfür eine der am besten passenden Versuchsreihen herausgesucht worden. Andere Reihen weisen größere Versuchsstreuungen auf, die aber zu keinem Widerspruch herausfordern.

Das spezialisierte Gesetz konstanter Schubfestigkeit (Energie-Hypothese) kann hiernach im Druck-Quadranten und im Schub-Quadranten als gültig angenommen werden. Im Zug-Quadranten (dem für die Kerbwirkung so wichtigen Gebiet) gab es — wie schon erwähnt — bisher keine Versuchsmöglichkeiten, diesen Zustand experimentell zu verwirklichen, da sich eine allseitige Zugwirkung, ähnlich wie allseitiger Flüssigkeitsdruck, nicht durchführen läßt. Man wird — wenn man zunächst von Kohäsionseinflüssen absieht — das spezialisierte Schubspannungsgesetz auch im Zug-Quadranten gelten lassen müssen, weil die Grenzbedingung stimmt. Geht nämlich der Spannungszustand in einen polarsymmetrischen ($s_1 = s_2 = s_3$) über, so werden die Schubkomponenten immer geringer, bis sie schließlich im Grenzfall = 0 werden. Damit nehmen aber die Hauptspannungen, die zur Überwindung einer kritischen Schubspannung erforderlich werden, zu und werden im Grenzfall = ∞. Ein im allseitig gleichen Zug-Spannungszustand beanspruchter Körper kann sich mithin nicht plastisch verformen. Für die Praxis wird aber diese Gesetzmäßigkeit deshalb hinfällig, weil bei Erhöhung der Hauptspannungen die Trennwiderstände überwunden werden, womit der Körper vorzeitig zu Bruch geht. Auf diesen Fall soll später an Hand von Bild 6 eingegangen werden.

Vorerst sollen als Gegenstück zur Darstellung des „zähen“ Werkstoffes Stahl in Bild 2 eine Reihe von Werkstoffen mit „sprödem“ Bruch betrachtet werden. Die in Bild 3 verwendeten Versuchsergebnisse sind den Veröffentlichungen von Roš, Eichinger, Kármán, Böker entnommen[11]) und sinngemäß ausgewertet worden. Die zur Darstellung gebrachten Kurven sind, soweit sie stark ausgezogen sind, unmittelbar durch Versuchswerte belegt, wohingegen die unterbrochen gezeichneten Linien theoretischen Erwägungen entsprechen. Um einen besseren Vergleich der einzelnen Werkstoffe zu erleichtern, ist ihr Widerstand s_D bei reinem Druck = 1 gesetzt worden. Vergleichsweise ist auch der Werkstoff Stahl mit eingezeichnet worden. Außer den Festigkeitsbegriffen, welche eine plastische Verformung ausschließen, also Proportionalitätsgrenze, Fließgrenze, verformungsloser Bruch, wurde im Falle der Aluminium-Bronze auch die Bruchfestigkeit, die nach einem erheblichen Maß plastischer Verformung eintrat, in den Bereich der Betrachtungen einbezogen[12]). Bei diesem Werkstoff wurde die geradlinige Verbindungslinie zwischen reiner Zug- und Druckfestigkeit (auf den effektiven Querschnitt bezogen) für die nachfolgende Betrachtung herangezogen, da die wenigen Versuchspunkte im Schub-Quadranten (wohl als Folge der Plastizität) zu starke Streuungen zeigten und kein klares Bild ergaben. Ebenso wurde bei Gußeisen die Verbindungslinie zwischen reinem Druck und reinem Zug unter sonst gleichen Versuchsbedingungen gewählt, weil auch hier im Schub-Quadranten die Werte infolge verschiedener Versuchsbedingungen (Vollkörper, Hohlkörper, unterschiedliche Spannungsverteilung bei Torsion) die Werte streuten. Die übrigen Werkstoffe: Porzellan,

[7]) W. Kuntze, Kohäsionsfestigkeit. Berlin 1932.

[8]) Eine Verknüpfung beider Entwicklungen, allerdings auf rein elastizitätstheoretischer Grundlage, hat schon Schleicher[1]) durchgeführt, indem er die Formänderungsarbeit nicht als konstant, sondern als eine durch Versuche zu bestimmende Funktion ansah.

[9]) Der Streuungsbetrag von maximal 15 % für s_1 läßt sich aus Gl. (2) für den Sonderfall leicht errechnen, daß $s_3 = 0$ und $s_2 = \frac{s_1 + s_3}{2}$ wird.

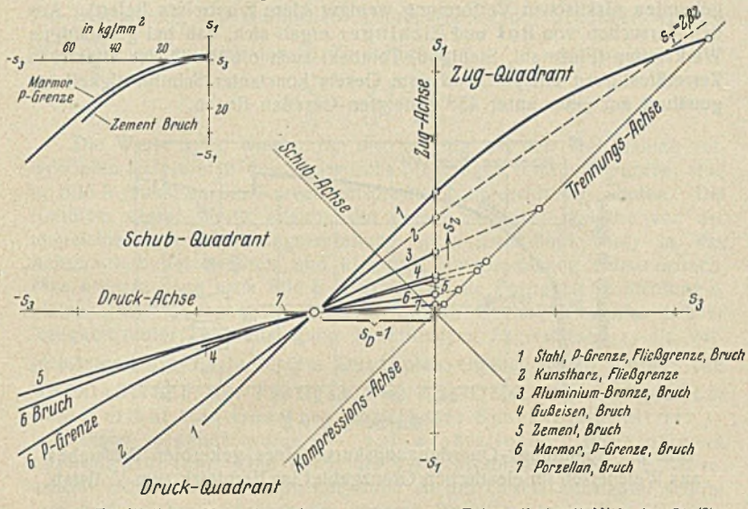
[10]) Diskuss.-Ber. Nr. 34, Eidgen. Mat.-Prüf.-Anst. Zürich 1929.

[11]) Diskuss.-Ber. Nr. 28, Eidgen. Mat.-Prüf.-Anst. Zürich 1928.

[12]) Trotz ihrer „Plastizität“ wird auch die Aluminium-Bronze zu den „spröden“ Werkstoffen gezählt, weil sie beim Zugversuch keinen Fließkegel bildet. Es ist bekannt, daß die „plastische“ Verformung der Bronzen mehr oder weniger darin beruht, daß sich sichtbare Risse bilden, die aufklaffen und sich dann wieder langstrecken. Diese Eigenschaft kann nicht als „zähe“ bezeichnet werden.

Marmor, Zement, Kunststoff verliefen zwischen Druckfestigkeit und Zugfestigkeit einwandfrei auf der geradlinigen Verbindunglinie.

Zunächst fällt bei den spröden Werkstoffen auf, daß Festigkeit und Proportionalitätsgrenze sich nicht in die 45°-Richtung wie bei Stahl einordnen, also nicht nach dem Gesetz der konstanten Schubfestigkeit sondern mehr oder weniger unter Trennungseinflüssen flacher verlaufen. (Sie eignen sich wegen ihrer veränderlichen Schubfestigkeit auch für eine Darstellung mittels der Mohrschen Hüllkurve).



——— Ermittelt aus Versuchswerten. — — — Extrapoliert mit Hilfe der Gl. (3).

Bild 3. Darstellung des allgemeinen Gesetzes veränderlicher Schubspannung im Achsenkreuz der größten und kleinsten Hauptspannung mit Hilfe von Versuchswerten von Roš, Eichinger, Kármán, Böker.

Die Steilheit der Kurven, welche durch den Unterschied zwischen Zugfestigkeit und Druckfestigkeit zum Ausdruck gebracht und durch den Quotienten s_Z/s_D zahlenmäßig leicht festgelegt werden kann, zeigt nach Bild 4 eine kontinuierliche Beziehung zur Poissonschen Elastizitäts-Konstanten μ. Man könnte hierbei zunächst an eine Gültigkeit der von Mariotte (1682), Navier (1826) und St. Venant (1837) eingeführten Hypothesen konstanter Hauptdehnung denken, welche einen bestimmten elastischen Dehnungsbetrag für den Bruch verantwortlich macht, und deren Verwendung dem Elastizitätstheoretiker und Statiker sehr nahe liegt. Die Hypothese konstanter Hauptdehnung ergibt z. B. für $s_2 = s_3$ mit der Beziehung

$$s_1 = s_v + 2\,\mu\, s_3$$

eine (für $s_2 - s_1$ nicht gültige) Abhängigkeit des Wertes $\frac{s_Z}{s_D}$ von μ zu

$$\frac{s_Z}{s_D} = -2\,\mu.$$

Diese in Bild 4 eingezeichnete Beziehung fällt aber nicht mit der ebenfalls in Bild 4 dargestellten, durch Versuche ermittelten Beziehung zusammen und es ergibt sich, daß der Unterschied zwischen Zugfestigkeit und Druckfestigkeit in Wirklichkeit noch größer ausfällt als sich mit Hilfe genannter Hypothese errechnen läßt. Man kann auch nicht von einer angenäherten Gültigkeit der Hypothese konstanter Hauptdehnung sprechen, weil sie einen beträchtlichen Einfluß der mittleren Hauptspannung s_2 voraussetzt. Ein solcher wurde aber bei allen hier betrachteten Werkstoffen (mit Ausnahme des gleitfähigen Stahles) nicht beobachtet, wie zwei in nachstehender Zahlentafel herausgegriffene markante Beispiele für den Bruchzustand zeigen.

Zahlentafel 1.
Beispiele für den Bruchspannungszustand bei Gußeisen nach Roš und Eichinger.

s_1 kg/cm²	s_2 kg/cm²	s_3 kg/cm²
2080	1900	—190
2100	955	—210

Man kann auf Grund des Ergebnisses dieser Gegenüberstellung zweier Beziehungen in Bild 4, die aus Versuchswerten und nach der Hypothese konstanter Hauptdehnung aufgestellt wurden, vermuten, daß die Zahl μ nicht nur die elastischen Dehnungen in den drei Hauptrichtungen bedingt, sondern daß noch eine Wirkung stofflicher Natur ausgeübt wird, die den Trennvorgang begünstigt: weil nämlich über den Einfluß der elastischen Dehnung hinaus die Zugfestigkeit gegenüber der Druckfestigkeit um so mehr abnimmt, je geringer μ wird. Hieran sollen noch einige Überlegungen geknüpft werden. Bei der elastischen Verformung unterscheidet man eine Gestaltsänderung (infolge Schubspannungen) und eine Volumenänderung (infolge Normalspannungen), beide Formänderungsvorgänge entsprechen der „Gleitung" bzw. der „Trennung" bei den überelastischen Beanspruchungen. Ist $\mu = 0{,}5$, so tritt nach elastizitätstheoretischen Überlegungen keine elastische Volumenänderung, also auch keine Trennbeanspruchung, sondern nur Gestaltsänderung auf, nimmt aber μ ab, so nimmt die Volumenänderung auf Kosten der Gestaltsänderung mehr und mehr zu, bis im Grenzfall für $\mu = 0$ nur noch Volumenänderung, also Trennungsbeanspruchung vorhanden ist. Mit Abnahme von μ nimmt also die Trennungsbeanspruchung laufend zu und die Gleitbeanspruchung ab. Das steht mit Bild 4 durchaus in Einklang.

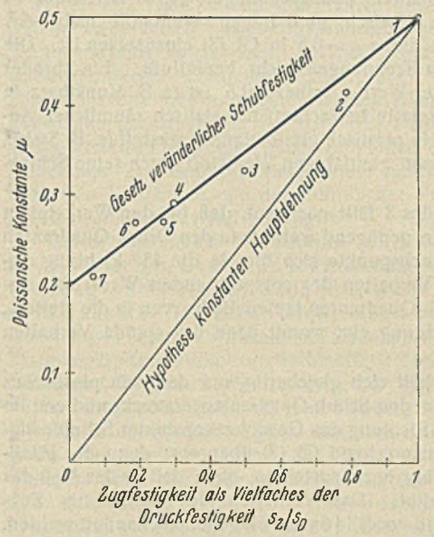


Bild 4. Beziehung zwischen relativer Zugfestigkeit und Poissonscher Konstante μ.
1 = Stahl, 2 = Kunstharz, 3 = Aluminiumbronze, 4 = Gußeisen, 5 = Zement, 6 = Marmor, 7 = Porzellan.

Nun sehen wir aber, daß auf Grund der Versuchswerte schon bei $\mu = 0{,}2$ (an Stelle $\mu = 0$) der Quotient s_Z/s_D praktisch $= 0$ wird, der Werkstoff also noch eher zum Trennbruch neigt als die elastischen Vorbedingungen es vermuten lassen. Wir fragen uns also, was μ außerdem für die Beschaffenheit des Stoffes bedeutet. Poisson hat eine theoretische Ableitung gegeben, nach welcher die Zahl μ für alle isotropen Stoffe konstant $= 0{,}25$ sein müsse. W. Voigt[13]) setzt richtungbedingte Anziehungskräfte der Moleküle voraus und kommt zu dem Ergebnis, daß μ sich zwischen 0 und 0,5 bewegen könne. Man kann nicht behaupten, daß mit diesen sehr alten Forschungen die Frage der Beziehungen der elastischen Konstanten zum Gefüge geklärt sei, um so mehr, als die Gefügekunde sich erst viel später entwickelt hat. Forschungen neueren Datums über die stoffliche Bedeutung der Zahl μ gibt es nicht. Ueber die Einflüsse der inneren Inhomogenitäten, der Korngrenzen, der inneren Risse auf die Zahl μ sind wir noch völlig im Unklaren. Wir können daher nur ganz allgemeine Ueberlegungen heranziehen, um die obigen Vorgänge zu erklären.

Je größer die Inhomogenitäten im Gefüge eines Stoffes sind, je weniger gleitfähig ist er. Je weniger wird der Stoff in der Lage sein, eine Übertragung einer aufgegebenen elastischen Längsdehnung auf die Querrichtung zu vermitteln. Je kleiner wird alsdann μ. Wir wissen außerdem, daß Werkstoffe mit großen inneren Inhomogenitäten infolge der dadurch erzeugten Spannungsspitzen gegenüber Zugbeanspruchungen empfindlich sind. Der geringe Wert von s_Z/s_D bei geringem μ wird mithin verständlich, wenn wir die Abnahme von μ mit einer Zunahme innerer Inhomogenitäten erklären. Die Zahl $\mu = 0{,}2$ deutet nach Bild 4 schon eine so große innere Inhomogenität des Stoffes an, daß die Grenze der Zugsprödigkeit erreicht wird. Z. B. beträgt bei Porzellan mit $\mu = 0{,}208$ die effektive Zugfestigkeit nur noch 0,07 der Druckfestigkeit. Versuche von Roš und Eichinger mit Gesteinen geben Grund zu der Annahme, daß bei $\mu < 0{,}2$ die Inhomogenitäten solche Ausmaße annehmen, daß man schon von einer Unterbrechung des stofflichen Zusammenhanges sprechen kann. Bei diesen Versuchen finden sich die geringen stofflichen Bindungen in den Fällen, wo $\mu < 0{,}2$ ist, durch einen auffallend geringen E-Modul bestätigt. Der Werkstoff Kork, dessen geringe Bindungen bekannt sind, hat eine sehr kleine Poissonsche Konstante, wogegen Leim, dessen Fabrikationszweck ja die Erzeugung ausgezeichneter Bindung ist, ein μ von nahezu 0,5 hat (Warburg, Physik).

Die in Bild 4 zum Ausdruck kommende Gesetzmäßigkeit zwischen μ und s_Z/s_D führt, da sie mit großer Annäherung geradlinig verläuft, auf die nachstehende, in Bild 3 gestrichelt eingezeichnete empirische Beziehung im räumlichen Achsenkreuz

$$s_1 - s_3 \cdot \frac{\mu - 0{,}2}{0{,}3} = s_v. \tag{3}$$

Diese Beziehung gilt nur für $\mu = 0{,}2$ bis $\mu = 0{,}5$ und führt, wenn $\mu = 0{,}5$ wird, auf das Gesetz der konstanten Schubfestigkeit.

[13]) Annalen Phys. u. Chem., Bd. 38 (1889), S. 573 bis 587.

Nach vorstehender Gl. (3) ist die Festigkeit der spröden Werkstoffe von einer bestimmten Funktion einer Spannungsdifferenz abhängig und folgt einem Gesetz veränderlicher Schubfestigkeit. Da die Schiebung elastischer Natur ist, so wird damit erklärlich, daß die mittlere Hauptspannung keinen Einfluß nimmt. Das Gesetz konstanter Schubfestigkeit ist ein Grenzfall der Gl. (3), wenn $\mu = 0{,}5$ wird. Da der Werkstoff Stahl dem Gesetz konstanter Schubspannung folgt, so ist daraus zu schließen, daß für einen plastisch gleitfähigen Werkstoff nicht das elastische μ sondern das plastische $\mu = 0{,}5$ in Gl. (3) einzusetzen ist. Die Festigkeit wird dann durch Trennungen nicht beeinflußt. Ein spröder Werkstoff, dessen elastischer Wert μ nahezu 0,5 ist (z. B. Kunstharz in Bild 3) verhält sich daher (relativ betrachtet) bei statisch räumlicher Anstrengung ganz ähnlich wie ein plastisch gleitfähiger Werkstoff (z. B. Stahl). Er unterscheidet sich aber vom gleitfähigen Werkstoff durch seine Schlagempfindlichkeit.

Bei Betrachtung des Bildes 3 fällt noch auf, daß bei den Werkstoffen Marmor und Zement, welche genügend weit bis in den Druck-Quadranten untersucht wurden, die Versuchspunkte sich hier in die 45°-Richtung einordnen und ein plastisches Verhalten der entsprechenden Werkstoffe anzeigen. Erst nahe dem Schub-Quadranten laufen die Kurven in die steilere, durch Gl. (3) festgelegte Richtung ein, womit dann das spröde Verhalten angezeigt wird.

Der Werkstoff Stahl verhält sich gleichartig, nur daß sein plastisches Gebiet sich auch noch bis in den Schub-Quadranten erstreckt und erst im Zug-Quadranten aus der 45°-Richtung des Gesetzes konstanter Schubfestigkeit in flachere Richtung entsprechend Gl. (3) übergeht; denn der Fließwiderstand kann nicht beliebig hoch ansteigen, ohne daß er das Maß des Trennwiderstands überschreitet. Das Verhalten des Stahles im Zug-Quadranten soll später an Hand von Bild 6 noch eingehend behandelt werden. Zunächst genügen die Ergebnisse, um nachfolgend einen einheitlichen Überblick über das Verhalten der Werkstoffe bei räumlichen Spannungszuständen zu geben, wobei vorausgesetzt wird, daß die vorliegenden Versuchsergebnisse zu dieser Übersicht schon die Berechtigung geben.

Alle festen Werkstoffe in allen Phasen ihrer räumlichen Beanspruchung, gleichgültig, ob ihre Kennzahlen ein plastisches Verhalten oder den spröden Bruch anzeigen, ergeben in einem ebenen Achsenkreuz der größten und kleinsten Hauptspannung ein kontinuierliches und gleichartiges Gesetz ihrer statischen Festigkeit. Sie durchlaufen vom Druck-Quadranten ausgehend in Richtung des Zug-Quadranten zuerst ein Gebiet plastischen Verhaltens und nachfolgend ein Gebiet spröden Verhaltens.

Die (zunächst noch empirische) mathematische Funktion des allgemeinen Verlaufs stellt ein Gesetz einer, mit dem Spannungszustand veränderlichen Schubspannung von der Form der Gl. (3) dar, in welchem die Poissonsche Konstante μ nicht nur die elastische Anstrengung in den drei Raumrichtungen bedingt, sondern auch die Festigkeits-Charakteristik des Materials liefert. In den Beanspruchungsbereichen, in welchen der betreffende Werkstoff sich plastisch verhält, geht mit $\mu = 0{,}5$ die Gl. (3) in das Gesetz konstanter Schubfestigkeit nach Gl. (1) über.

Die Frage, unter welchen Spannungsbedingungen der Werkstoff sich plastisch oder spröde verhält oder unter welchen Bedingungen er vom plastischen Zustand in den spröden übergeht, kann nur durch Versuche und die Erfahrung beantwortet werden. Diese Eigenschaften sind gefügetechnisch und thermisch bedingt. Die aufgestellten Gesetzmäßigkeiten kennzeichnen die relative Veränderung der Festigkeit, nicht ihren Absolutbetrag, und benötigen daher einen versuchsmäßig zu bestimmenden Vergleichswert als Bezugsgröße innerhalb ihres Gültigkeitsbereiches.

Der Einfluß der mittleren Hauptspannung ist (entsprechend obiger Erklärung) eine Eigenart allein des plastischen Verhaltens. Unterscheidet sich die mittlere Hauptspannung wesentlich von der größten und kleinsten, so ist an Stelle des Gesetzes konstanter Schubfestigkeit das „spezialisierte Gesetz konstanter Schubfestigkeit" (Energie-Hypothese) nach Gl. (2) anzuwenden, welches den bis maximal 15% betragenden Einfluß der mittleren Hauptspannung beim Gleitvorgang berücksichtigt. Das spezialisierte Gesetz konstanter Schubfestigkeit erhält eine in den Rahmen der Gesamtbetrachtung passende Deutung. Es ergibt eine konstante kritische Schubfestigkeit für die Fälle, in denen die Differenzen zwischen den drei Hauptspannungen konstant bleiben. Die Größe der kritischen Schubfestigkeit hängt von der Größe der Spannungsdifferenzen ab.

Nach Formulierung dieser allgemeingültigen Gesetzmäßigkeiten soll nunmehr das Verhalten des Werkstoffes Stahl im Zug-Quadranten untersucht werden. Man ist in diesem Beanspruchungsgebiete darauf angewiesen, einen räumlichen Spannungsfluß durch geeignete Gestaltung des beanspruchten Körpers, z. B. durch Anbringung von Kerben zu erzeugen, wobei der zusätzliche Einfluß ungleichmäßiger Spannungsverteilung auf die Festigkeit von der eigentlichen räumlichen Festigkeit abzutrennen ist. Nun läßt sich der Kennwert der Fließgrenze, welcher im Druck- und Schubquadranten nach Bild 2 zum Nachweis des spezialisierten Gesetzes konstanter Schubfestigkeit nach Gl. (2) diente, bei gekerbten Proben nicht vorteilhaft verwenden. Bild 5 zeigt an einem Beispiel, wie schwer es ist, den Fließbeginn als konventionelles oder als natürliches Maß festzulegen. Besser eignet sich die Höchstlast zur Verfolgung der Festigkeitsfrage bei gekerbten Proben im Zug-Quadranten (obgleich bei glatten Proben dieselbe im Druck- und Schub-Quadranten wegen der vorangehenden plastischen Verformung weniger klare Ergebnisse liefert). Aus den Versuchen von Roš und Eichinger ergab sich, daß bei gleitfähigen Werkstoffen (Flußstahl, Stahlguß, Tombak) auch die Werte der effektiven Zerreißfestigkeit entsprechend dem Gesetz konstanter Schubfestigkeit angenähert auf einer unter 45° geneigten Geraden liegen.

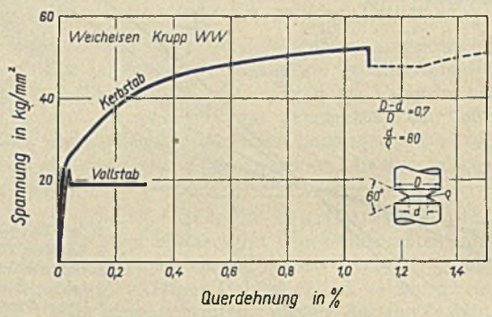


Bild 5. Spannungs-Querdehnungskurve eines gekerbten Prüfstabes aus Weicheisen im elastischen Grenzgebiet im Vergleich zum Vollstab.

Es soll nun an Hand einiger Versuche mit ringförmig eingekerbten Rundstäben, die auf Zug beansprucht wurden, festgestellt werden, wie die im Schub-Quadranten noch vorherrschende 45°-Richtung des Festigkeits-Gesetzes im Zug-Quadranten als Folge dort hinzutretender Trenneinflüsse in eine flachere Richtung entsprechend dem Festigkeits-Gesetz spröder Körper übergeht. Bei der planmäßigen Untersuchung der Kerbwirkung hat sich gezeigt, daß bei statischer und schwingender Beanspruchung der Einfluß ungleichmäßiger Spannungsverteilung mit dem Probendurchmesser zunimmt [7] [14]. Je kleiner die Proben sind, je höher können sie spezifisch belastet werden. In Bild 6 (links) wurde an drei verschiedenen Stählen durch Extrapolation von Festigkeitswerten, die mit Proben verschiedenen

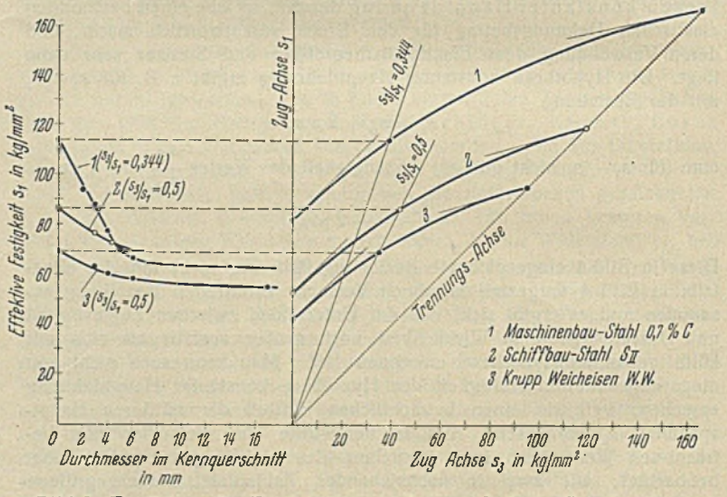


Bild 6. Ermittlung des Festigkeitsverlaufes von Stahl im Zug-Quadrant.

Durchmessers erlangt wurden, der Idealwert ermittelt, welcher einem unendlich kleinen Durchmesser entspricht. Dieser Grenzwert hat die Bedeutung einer von der Einwirkung ungleichmäßig verteilter Spannungen befreiten Festigkeit. Bei jedem dieser drei Werkstoffe wurde die Probenform bei veränderter absoluter Größe proportional gehalten, so daß der räumliche Spannungszustand als gleichbleibend angenommen werden kann. Dieser wurde durch elastische Querdehnungsmessungen im engsten Querschnitt des Prüfstabes an der Kerbe zahlenmäßig wie folgt festgelegt: Da bei den verwendeten rotationssymmetrischen Proben $s_2 = s_3$ ist, bestehen die elastizitätstheoretischen Gleichungen

$$\frac{\varepsilon_1}{s_1} = \alpha\left(1 - 2\,\mu \cdot \frac{s_3}{s_1}\right) = \alpha_1 \tag{4}$$

$$\frac{\varepsilon_3}{s_1} = \alpha\left[\frac{s_3}{s_1} - \mu\left(1 + \frac{s_3}{s_1}\right)\right] = \alpha_3. \tag{5}$$

[14]) W. Kuntze, Arch. Eisenhüttenwesen, Bd. 10, 1936/37, S. 307 bis 311, Ber. Werkstoffausschuß Nr. 363.

Die Werte α_1 und α_3 ($=\alpha_2$) sollen als die Dehnungen je Spannungseinheit (Dehnungszahlen) in Längs- bzw. Querrichtung im engsten Querschnitt an der Kerbe bezeichnet werden, während α und $\mu\alpha$ die Dehnungszahlen in Längs- bzw. Querrichtung am glatten Prüfstab sind. In beiden Gleichungen sind α, μ und $\alpha_3 = \frac{s_3}{s_1}$ durch Versuche bestimmbar. Infolgedessen kann $\frac{s_3}{s_1}$ und α_1 aus beiden Gleichungen errechnet werden. Zur Bestimmung des räumlichen Spannungszustandes benötigen wir den Wert $\frac{s_3}{s_1}$, welcher sich aus Gl. (5) ergibt zu

$$\frac{s_3}{s_1} = \frac{\mu\alpha + \alpha_3}{(1-\mu)\alpha}. \tag{6}$$

Die Werte s_3/s_1, welche für die jeweilig bei den drei Stählen verwendeten Kerbformen durch elastische Messungen ermittelt wurden, sind in Bild 6 (links) an die Kurven entsprechend angeschrieben worden. Die Kenntnis dieser Werte erlaubt, die ideale Festigkeit (welche von der ungleichmäßigen Spannungsverteilung nicht beeinflußt wird) in das Achsenkreuz der größten und kleinsten Hauptspannung einzuzeichnen. Man erkennt dann nach Bild 6 (rechts), daß die Festigkeit in Richtung s_1 kleiner ist, als das unter 45° verlaufende Gesetz konstanter Schubfestigkeit (unter Zugrundelegung der effektiven Zugfestigkeit s_Z als Vergleichsspannung s_v) in diesem Quadranten ergeben haben würde. Die Verminderung der Festigkeit im Zug-Quadranten gegenüber dem Verlauf des Gesetzes konstanter Schubfestigkeit ist — wie schon erwähnt wurde — auf zusätzliche Trenneinflüsse zurückzuführen. Eine durch die Versuchspunkte gezeichnete Kurve, welche sich in der s_1-Achse tangential an das Gesetz konstanter Schubfestigkeit anlehnt und nach der anderen Richtung bis zur Trennungsachse ($s_3 = s_1$) verlängert wird, müßte hier in eine tangentiale Richtung einlaufen, welche dem Gesetz der veränderlichen Schubfestigkeit nach Gl. (3) entspricht. Da hier jede Gleitmöglichkeit ausgeschlossen ist, muß man erwarten, daß der Stahl sich spröde verhält. Unter diesen Grenzbedingungen und unter der Annahme, daß die Kurve die Form einer Parabel habe, ergibt sich für das Übergangs-Gesetz im Zugquadranten folgende Beziehung

$$[s_3 + s_1 - s_{v2}]^2 = s_{v2}\left|\frac{2ABC - C + 1}{C-1}\right|^2 (s_3 - s_1 + s_{v2}). \tag{7}$$

Hierin bedeutet s_{v2} den, unter dem Einfluß der mittleren Hauptspannung s_2 in der s_1-Achse wirkenden Vergleichswert, welcher sich nach Gl. (2) mit $s_v = s_z$ und $s_3 = 0$ errechnen läßt. Es ist dann

$$A = s_v/s_{v2}$$

$$B = 1 + \frac{\sin(45 + \text{arc}\cdot\cot C)}{\sqrt{2}\cdot\cos(\text{arc}\cdot\cot C)}.$$

Und

$$C = \frac{0{,}3}{\mu - 0{,}2}$$

entspricht dem reziproken Beiwert in Gl. (3).

Die Gl. (7) ergibt für $s_3 = s_1$ stets einen auf der Trennungsachse liegenden eindeutigen, von der mittleren Hauptspannung s_2 unabhängigen Wert für die Trennfestigkeit:

$$s_T = \frac{BC}{C-1}\cdot s_Z. \tag{8}$$

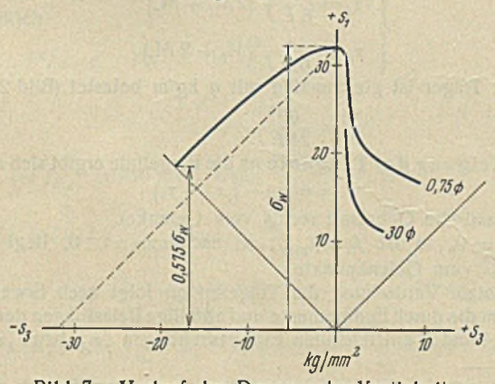


Bild 7. Verlauf der Dauerwechselfestigkeit im Schub- und Zug-Quadrant.

Die Frage des Verhaltens der Dauerwechselfestigkeit bei räumlichen Spannungszuständen ist noch nicht ausreichend mit Versuchen beantwortet worden. Bild 7 bringt den Verlauf der Dauerwechselfestigkeit von St 52 im Schub- und Zug-Quadranten. In Richtung des Druck-Quadranten müssen die Linienzüge spiegelbildlich in bezug auf die Schubachse verlaufen, da die Mittelspannung = 0 ist. Nur, wenn die Mittelspannung von 0 abweicht, läßt sich ein im Zug- und Druck-Quadranten verschiedenartiger Verlauf feststellen.

Nach zahlreichen Versuchen von P. Ludwik[15]) beträgt bei Stählen die Torsions-Wechselfestigkeit = 0,577 der Zug-Druck-Wechselfestigkeit. Für den Zug-Quadrant wurden Versuche von R. Faulhaber, H. Buchholtz und E. H. Schulz an gekerbten Proben ausgewertet[14]) [16]). Die im Zug-Quadranten gezeichneten beiden Linienzüge, welche zwei verschiedenen Durchmessergrößen von 7,5 und 30 mm im Kernquerschnitt entsprechen, beziehen sich auf Kerbformen, die wohl einen räumlichen Spannungszustand, aber eine wenig ungleichmäßige Spannungsverteilung erzeugen. Daraus erkennt man, daß im räumlichen Zugspannungszustand der Einfluß der Probengröße auch bei gleichmäßig verteilter Beanspruchung vorhanden ist und daher als Folge der räumlichen Zug-Beanspruchung allein auftritt. Das widerspricht den statischen Vorgängen, wo der Einfluß der Probengröße nicht vom räumlichen Spannungszustand abhängt.

Dieser scheinbare Widerspruch wird verständlich, wenn man die physikalischen Ursachen zur Erklärung heranzieht. Ein Einfluß der Probengröße tritt nur dann auf, wenn Trennbeanspruchungen in Wirksamkeit treten, nicht aber beim Gleiten. Trennbeanspruchungen werden wirksam bei Dauerwechselbeanspruchungen und bei Spannungsspitzen infolge ungleichmäßiger Verteilung. Mithin ist nur die statische Gleitbeanspruchung bei gleichmäßiger Spannungsverteilung vom Einfluß der Probegröße befreit.

Die Dauerwechselfestigkeit fällt nach Bild 7 mit Zunahme der Probengröße sehr erheblich herab. Die Fälle, wo ein Maschinenteil aus hochwertigem Stahl bei einer Beanspruchung von nur 7 kg/mm² zu Bruch ging, sind nicht selten. Bei den Baukonstruktionen ist die Dauerbruchgefahr aus Gründen der Gestaltung erheblich geringer. Die Beanspruchungen von Plattenkörpern fallen, da s_3 nie größer als 0 wird, nicht in den Zug-Quadranten, sondern auf die Zugachse (Bild 7) und nehmen nicht an der starken Abnahme infolge des räumlichen Spannungszustandes teil. Sie unterliegen nur noch dem Einfluß der ungleichmäßigen Verteilung der Spannungen (Spannungsspitzen), welcher sich durch geeignete Formgebung beherrschen läßt.

Die Dauerfestigkeit bei räumlichen Beanspruchungen läßt sich vorläufig noch nicht in ein mathematisches Gesetz fassen. Hingegen konnten die Beziehungen der statischen Festigkeitswerte bei veränderlichen räumlichen Beanspruchungen für verschiedene Materialien, soweit es die vorhandenen Versuchsergebnisse zuließen, vorstehend in einheitlicher Form behandelt werden. Die häufigen und sehr erheblichen Streuwerte bei Versuchen, welche dazu beitrugen, daß die Grundzüge der Zusammenhänge nicht immer klar erkannt wurden, sind wohl mehr auf den unterschiedlichen Einfluß der Einspannungen zurückzuführen. Es liegt auf der Hand, daß Zug-, Druck- und Torsionsproben sich in ihren Einspannungseinflüssen erheblich unterscheiden müssen, um so mehr, wenn ihre Formen hohl oder voll gewählt wurden. Der Fließmechanismus ist (im Gegensatz zur elastischen Verformung) sehr erheblich von der Verformungsfähigkeit der Nachbarteile, also auch der Teile in Einspannnähe abhängig.

Die vorstehend behandelten Gesetzmäßigkeiten, die (um der Erkenntnis willen) als von Nebeneinflüssen befreit dargestellt wurden, wird der Konstrukteur gerade darum nicht unmittelbar verwerten können. Die Fragen des zusätzlichen Einflusses ungleichmäßiger Spannungsverteilung bedeutet eine notwendige Ergänzung, weil in den Konstruktionen die Beanspruchungen immer ungleichmäßig verteilt sind. Dieses wichtige Gebiet soll daher in einer gesonderten Arbeit demnächst behandelt werden. Trotzdem wird der Konstrukteur sich einige wichtige Grundgedanken nutzbar machen können, z. B. daß der elastizitätstheoretisch nicht begründete Einfluß der mittleren Hauptspannung nur eine Frage der Plastizität ist, und daß die spröden Werkstoffe sich in dieser Hinsicht „theoretischer" verhalten, indem die Größe der mittleren Hauptspannung das Ergebnis nicht beeinflußt. Ferner, daß die elastische Querdehnungskonstante μ nicht nur eine spannungstechnische Bedeutung besitzt, sondern auch den Stoff und damit das überelastische Verhalten charakterisiert. Überhaupt läuft die neuzeitliche Entwicklung der Festigkeitsfrage darauf hinaus, daß man das überelastische Verhalten des Stoffes nicht nur mit Hilfe der Elastizitätstheorie und empirischer Prüfwerte zu erfassen sucht, sondern auf Grund einer stoffmechanischen Theorie.

Die vorstehenden Entwicklungen wurden als Vorarbeit einer Untersuchungsreihe über den Einfluß des räumlichen Spannungszustandes auf statische Festigkeit und Schwingungsfestigkeit durchgeführt. Der Deutschen Forschungsgemeinschaft, welche der Durchführung dieser Arbeiten ihre Unterstützung zuteil werden ließ, sei auch an dieser Stelle Dank ausgesprochen.

[15]) Metallwirtsch., Bd. 10 (1931), S. 705 bis 710. Int. Verb. Materialprüf. Kongr. Zürich 1931/32, Bd. I (Gruppe A), S. 190 bis 206.

[16]) Vgl. W. Kuntze: Arch. Eisenhüttenwesen, Bd. 10 (1936/37), S. 369 bis 373. Ber. Werkstoffaussch. 367.

Berechnung der Durchbiegung beliebig belasteter und gelagerter Balkenträger mit veränderlicher Höhe.

(Das Biegelinien-Polygon-Verfahren.)

Von Ingenieur Leopold Herzka, Wien.

Einleitung.

Die zahlreichen zur Berechnung der Durchbiegungen von Balkenträgern entwickelten Verfahren beschränken sich fast ausnahmslos auf den Fall konstanter Querschnittshöhe[1]); sie versagen, wenn es sich um eine beliebig geformte Trägergestaltung handelt. Man begnügt sich dann mit mehr oder weniger zutreffenden Näherungsformeln oder versucht die Lösung auf zeichnerischem Wege (Mohr, Nehls, Müller: Breslau usw).

Das Bedürfnis nach einem einfachen, leicht einprägsamen Rechnungsvorgang, der bei beliebiger Höhenänderung mühelos zum Ziele führt, wird um so zwingender, je häufiger gefordert wird, schon im Entwurf ein zutreffendes Maß für die Durchbiegung anzugeben (Probebelastung, Schwingungsberechnung der Tragwerke [Rahmen] von Maschinenfundamenten[2]) usw.).

Das nachstehend entwickelte Biegelinien-Polygon-Verfahren erfüllt diese Forderungen in vollem Maße; es stützt sich auf in der Statik gebräuchliche Grundsätze und liefert unmittelbar den rechnerischen Ausdruck für den Durchbiegungspfeil. Hierbei wird einzig der vielfach günstige Einfluß einer etwa bestehenden Krümmung oder Stufung der Trägerachse vernachlässigt. Die Kenntnis der Endverdrehungswinkel τ irgendwie belasteter oder durch Endmomente ergriffener Trägerteilstücke wird vorausgesetzt.

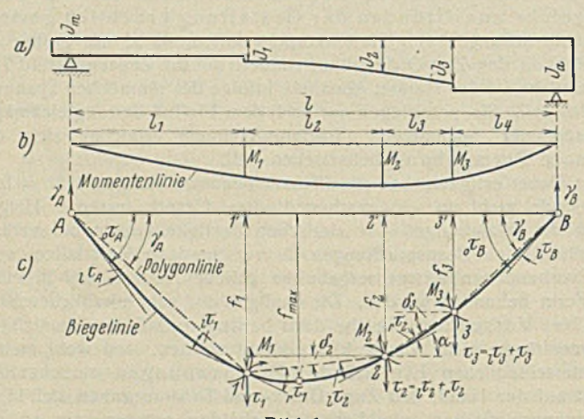


Bild 1.

Das Biegelinien-Polygon-Verfahren.

Dem frei gelagert gedachten Träger (Bild 1a) entspricht für eine vorgegebene Belastung die Momentenlinie nach Bild 1b und die tatsächliche Biegelinie nach Bild 1c; denkt man sich den Träger an beliebigen, vor allem aber an allen Stellen der Unstetigkeit (sprunghafte Änderung der Höhe, Einzellastangriff) und am Orte der zu suchenden Durchbiegung, z. B. f_2, durchschnitten und die einzelnen Trägerteile $l_1, l_2 \ldots$ durch eingeschaltete Gelenke 1, 2 . . . , die sämtlich auf der Biegelinie liegen, wieder verbunden, so entsteht der dieser Linie eingeschriebene Polygonzug A, 1, 2, . . . B. Infolge der in den Gelenken wirksamen Endmomente M_1, M_2, . . . und der auf die Trägerstücke l_1, l_2, . . . allenfalls entfallenden Belastungen erfahren die Polygonseiten gewisse Endverdrehungen τ, z. B. die Seite l_1, die Verdrehung ${}_l\tau_1$ (links vom Gelenk 1) und l_2 eine solche von ${}_r\tau_1$ (rechts hiervon). Die Summe der in einem Gelenke „k" auftretenden Verdrehungen beträgt allgemein: $\tau_k = ({}_l\tau_k + {}_r\tau_k)$. Soll in den Gelenkstellen wieder Kontinuität bestehen, so müssen die Schenkel der von den Polygonseiten abgetragenen Verdrehungswinkel auf einer Geraden liegen (gemeinsame Tangente an die Biegelinie). Bezeichnet man die Sehnendrehwinkel der Trägerendteile mit γ_A und γ_B, so gilt die rein geometrische Beziehung

$$\gamma_A + \gamma_B = \Sigma\tau. \tag{1}$$

Wegen der Kleinheit der Winkelgrößen darf gesetzt werden: $\sin\tau = \operatorname{tg}\tau \doteq \tau$, $\cos\tau \doteq 1$; dies gilt auch für γ. Für den zu suchenden Biegepfeil entnimmt man unmittelbar dem Bild 1c:

$$f_2 = f_1 - l_2\,\delta_2 = f_3 + l_3\,\delta_3 \tag{2}$$

wobei

$$f_1 = l_1\,\gamma_A \text{ und } f_3 = l_4\,\gamma_B.$$

δ_2 und δ_3 sind die ideellen Stabdrehwinkel von l_2 bzw. l_3.

Ersichtlich ist

$$\delta_2 = -\gamma_A + \tau_1, \quad \delta_3 = \gamma_B - \tau_3$$

damit aus Gl. (2)

$$\gamma_A(l_1 + l_2) - \gamma_B(l_3 + l_4) = l_2\,\tau_1 - l_3\,\tau_1 \tag{3}$$

Gl. (1) mit $(l_3 + l_4)$ multipliziert liefert durch Verknüpfung mit Gl. (3)

$$\left\{\begin{aligned} \gamma_A &= \frac{l_2 + l_3 + l_4}{l}\cdot\tau_1 + \frac{l_3 + l_4}{l}\cdot\tau_2 + \frac{l_4}{l}\cdot\tau_3 \\ &\text{ebenso gilt} \\ \gamma_B &= \frac{l_1}{l}\cdot\tau_1 + \frac{l_1 + l_2}{l}\cdot\tau_2 + \frac{l_1 + l_2 + l_3}{l}\cdot\tau_3 \end{aligned}\right. \tag{4}$$

Bezeichnet man, wie üblich, die τ-Werte als elastische Gewichte, so stellen die Sehnenstabdrehwinkel γ_A und γ_B schon die Auflagerdrücke aus diesen Gewichten dar. Nach Bild 1c beträgt die gesuchte Durchbiegung

$$f_2 = l_1\,\gamma_A - l_2\,\delta_2$$

und mit dem Werte für δ_2

$$f_2 = (l_1 + l_2)\,\gamma_A - l_2\,\tau_1 \tag{5}$$

dafür läßt sich auch schreiben Gl. (4)

$$f_2 = \frac{l_1(l_3 + l_4)}{l}\cdot\tau_1 + \frac{(l_1 + l_2)(l_3 + l_4)}{l}\cdot\tau_2 + \frac{(l_1 + l_2)\,l_4}{l}\cdot\tau_3. \tag{6}$$

Gl. (5) u. (6) stellen ersichtlich jene Biegungsmomente dar, die durch die in gewissen ausgezeichneten, im übrigen aber frei gewählten Trägerpunkten angreifenden elastischen Gewichte an der Stelle der zu suchenden Durchbiegung hervorgerufen werden[3]).

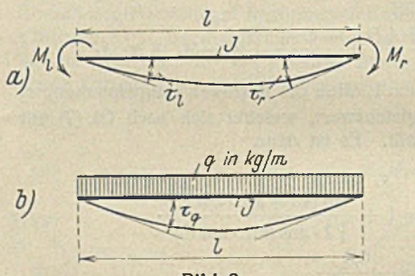


Bild 2.

Die Winkelgrößen τ lassen sich für Träger (Trägerteile) mit gesetzmäßig veränderlichem Trägheitsmoment wohl auch formelmäßig erfassen[4]); die Auswertung ist jedoch zeitraubend. Man ersetzt demnach die betreffenden Träger durch ein- oder mehrfach gestufte Trägerstücke und bestimmt die τ-Werte für konstante — mittlere — Trägheitsmomente. Die Brauchbarkeit dieses Vorganges wurde an einer Anzahl durchgerechneter Beispiele überprüft.

Im allgemeinen wird man mit folgenden Formeln für τ auskommen:

1. Der Träger ist mit den Endmomenten M_l und M_r behaftet (Bild 2a)

$$\left\{\begin{aligned} \tau_l &= \frac{l}{6\,EJ}\,(2M_l + M_r) \\ \tau_r &= \frac{l}{6\,EJ}\,(M_l + 2\,M_r). \end{aligned}\right. \tag{7}$$

2. Der Träger ist gleichmäßig mit q kg/m belastet (Bild 2b)

$$\tau_q = \frac{q\,l^3}{24\,EJ}. \tag{7'}$$

Die Neigung der Tangente an die Biegelinie ergibt sich mit (Bild 1c)

$$\alpha = \gamma_B - ({}_r\tau_2 + \tau_3) \tag{8}$$

(ideelle elastische Querkraft rechts vom Gelenke).

Ist $\alpha = 0$, so ist $f_2 = f_{max}$; je nachdem $\alpha \gtrless 0$, liegt f_{max} links bzw. rechts vom Gelenkpunkte.

Die totale Verdrehung der Trägerenden folgt nach Erweiterung der γ-Werte um die durch Endmomente und allfällige Belastungen der Trägerendstücke in A und B entstehenden Endverdrehungen ${}_r\tau_A$ bzw. ${}_l\tau_B$ (Bild 1c).

---

[1]) Dr.-Ing. Vinzenz, Eine neue Methode zur Bestimmung der Durchbiegung vollwandiger Träger. Arm. Beton 1919, Heft 1. — Dr.-Ing. E. Kammer, Durchbiegungsformeln. Ebenda 1919, Heft 8. — Dr.-Ing. P. Abeles, Die Durchbiegung statisch unbestimmter Rahmentragwerke. B. u. E. 1929, Heft 19.

[2]) Elwitz, Durchbiegungsformeln für Fundamentrahmen. B. u. E. 1936, Heft 10.

[3]) Das entwickelte Verfahren läßt sich sinngemäß auch auf die Berechnung der Durchbiegung von Rahmen- und Fachwerkträgern anwenden (s. Müller, Breslau, Die neueren Methoden der Festigkeitslehre. 4. Aufl., § 4 u. 5).

[4]) Herzka: α) Die Berechnung des zweistieligen, symmetrischen Stockwerkrahmens für beliebigen Kraftangriff. Zeitschrift f. Betonbau 1916, Heft 7 bis 9; β) Balken mit stetig veränderlicher Höhe. Bauing. 1920, Heft 12; γ) Berechnung von Rahmentragwerken aus Elementen stetig veränderlicher Höhe. Schweiz. Bauztg. 1921, Bd. 77, Nr. 19; δ) Das statische Verhalten der unter Schwindeinfluß stehenden Rahmentragwerke aus Eisenbeton. B. u. E. 1929, Heft 12 bis 16.

$$(9)\qquad \begin{cases} {}_o\tau_A = \gamma_A + {}_r\tau^A \\ {}_o\tau_B = \gamma_B + {}_l\tau_B. \end{cases}$$

Diese Beziehungen dienen zur Bestimmung standunbestimmter Größen.

Der in Bild 3 dargestellte Trägerteil l_i ist durch die Endmomente $M_{(i-1)}$ und M_i ergriffen. Wie groß ist die Durchbiegung f_{tot} in u/v, wenn die Endpunkte sich um $f_{(i-1)}$ bzw. f_i gesenkt haben? Wo tritt f_{max} auf? (J = konst).

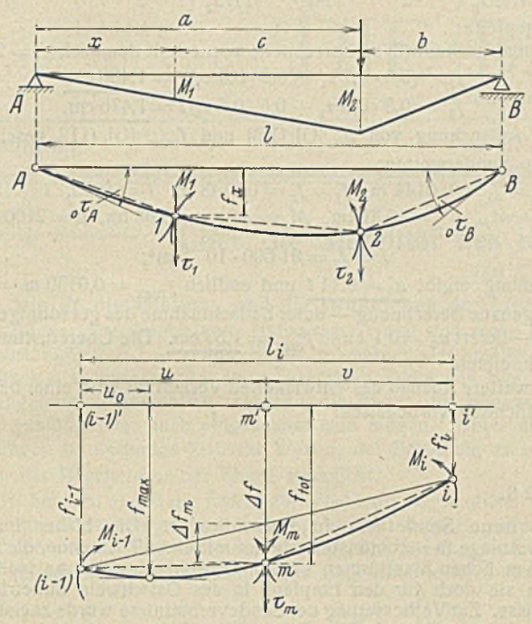


Bild 3.

Gemäß Bild 3 gilt

$$(10)\qquad f_{tot} = \Delta f + \Delta f_m;$$

ferner besteht

$$\Delta f_1 = f_{(i-1)} - \frac{u}{l_i}(f_{(i-1)} - f_i).$$

Um Δf_m zu bestimmen, legen wir in m ein Gelenk ein; dort wirkt

$$M_m = \frac{1}{l_i}(u\,M_i + v\,M_{(i-1)})$$

und das elastische Gewicht

$$\tau_m = \frac{1}{6EJ}\left[u\,(2\,M_m + M_{i-1}) + v\,(2\,M_m + M_i)\right]$$

oder wegen M_m

$$\tau_m = \frac{1}{6EJ}\left[(2\,l_i - u)\,M_{i-1} + (l_i + u)\,M_i\right].$$

Da nach Gl. (6)

$$\Delta f_m = \frac{u\,(l_i - u)}{l_i}\cdot\tau_m$$

folgt schließlich

$$(11)\qquad \begin{cases} f_{tot} = f_{(i-1)} - (f_{(i-1)} - f_i)\dfrac{u}{l_i} \\ \qquad + \dfrac{u\,(l_i - u)}{6\,EJ\,l_i}\left[(2\,l_i - u)\,M_{(i-1)} + (l_i + u)\,M_i\right]. \end{cases}$$

Den Ort u_0 für f_{max} erhält man, wenn $\dfrac{d\,f_{tot}}{d\,u} = 0$, aus:

$$(12)\qquad \begin{cases} u_0^2 - 2\,u_0\,l_i\cdot\dfrac{M_{(i-1)}}{(M_{(i-1)} - M_i)} \\ \qquad = \dfrac{1}{3\,(M_{(i-1)} - M_i)}\left[6\,EJ\,(f_{(i-1)} - f_i) - l_i^2\,(2\,M_{(i-1)} + M_i)\right]. \end{cases}$$

Für $f_{i-1} = f_i = f$, $M_{(i-1)} = M_i = M$ wird: $u_0 = \frac{1}{2}\cdot l_i$ und aus Gl. (11)

$$f_{max} = f + \frac{M\,l_i^2}{8\,EJ}.$$

Beispiele.

1. Der in Bild 4a dargestellte Träger besteht aus I 36; er ist durch eine obere und untere Gurtplatte 220 × 10 mm von 5,0 m Länge verstärkt. Die größte Durchbiegung für die dargestellte Belastung ist zu bestimmen[5]).

[5]) Stahlbau-Kalender 1937, S. 79.

Es ist $J_0 = 19\,610\ \text{cm}^4$, $J_1 = 34\,670\ \text{cm}^4$; aus Bild 4b sind die Momentwerte in den aus Bild 4c ersichtlichen Gelenkpunkten zu entnehmen. Elastische Gewichte $\left(\frac{J_1}{J_0} = 1{,}77\right)$:

$$\tau_1 = \frac{2{,}5}{3\,EJ_0}\cdot 12{,}0 + \frac{0{,}5}{6\,EJ_1}(2\cdot 12{,}0 + 14{,}4) = \frac{125{,}4}{6\,EJ_1},$$

$$\tau_2 = \frac{0{,}5}{6\,EJ_1}(2\cdot 14{,}4 + 12{,}0) + \frac{3{,}0}{6\,EJ_1}(2\cdot 14{,}4 + 16{,}8) = \frac{157{,}2}{6\,EJ_1},$$

$$\tau_3 = \frac{3{,}0}{6\,EJ_1}(2\cdot 16{,}8 + 14{,}4) + \frac{1{,}5}{6\,EJ_1}(2\cdot 16{,}8 + 10{,}5) = \frac{210{,}15}{6\,EJ_1},$$

$$\tau_4 = \frac{1{,}5}{6\,EJ_1}(2\cdot 10{,}5 + 16{,}8) + \frac{2{,}5}{3\,EJ_0}\cdot 10{,}5 = \frac{149{,}625}{6\,EJ_1}.$$

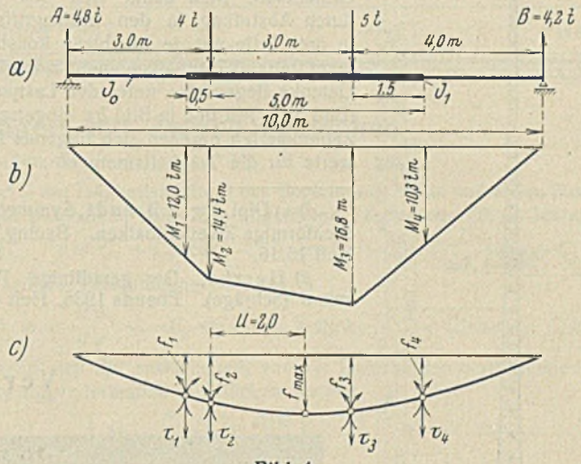


Bild 4.

Da die größte Durchbiegung zwischen f_2 und f_3 auftreten wird, sind nur diese Werte zu berechnen. Nach Gl. (6) ist

$$f_2 = \frac{2{,}5\cdot 7{,}0}{10}\cdot\tau_1 + \frac{3{,}0\cdot 7{,}0}{10}\cdot\tau_2 + \frac{3{,}0\cdot 4{,}0}{10}\cdot\tau_3 + \frac{3{,}0\cdot 2{,}5}{10}\cdot\tau_4,$$

$$f_3 = \frac{2{,}5\cdot 4{,}0}{10}\cdot\tau_1 + \frac{3{,}0\cdot 4{,}0}{10}\cdot\tau_2 + \frac{6{,}0\cdot 4{,}0}{10}\cdot\tau_3 + \frac{6{,}0\cdot 2{,}5}{10}\cdot\tau_4.$$

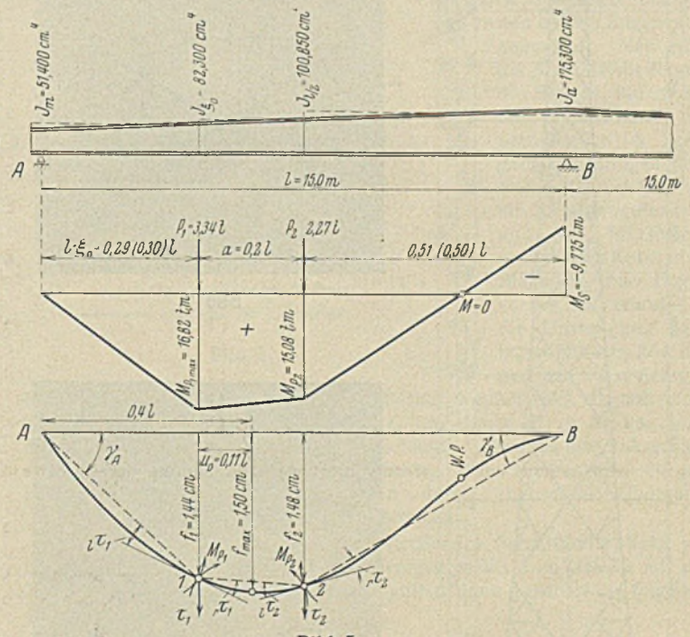


Bild 5.

Durch Auswertung entsteht

$$6\,EJ_1 f_2 = 913{,}97,\quad 6\,EJ_1 f_3 = 1042{,}84,$$

und mit $EJ_1 = 2100\cdot 34\,670 = 72\,800\,000\ \text{tcm}^2 = 7280\ \text{tm}^2$

$$f_2 = 2{,}09\ \text{cm},\quad f_3 = 2{,}39\ \text{cm}.$$

Die Lage von f_{max} ergibt sich aus Gl. (12) mit $u_0 = \underline{2{,}0\ \text{m}}$, dem ein $f_{max} = \underline{2{,}51\ \text{cm}}$ zugeordnet ist [Gl. (11)]; dasselbe ist gegenüber dem nach obiger Quelle mit $\underline{2{,}04\ \text{cm}}$ angegebenen Betrage um 18% größer.

2. Auf einem dachförmigen Durchlaufträger, Stützweite 2 × 15 m, Bild 5, wandert eine Lastgruppe $P_1 = 3{,}34$ t und

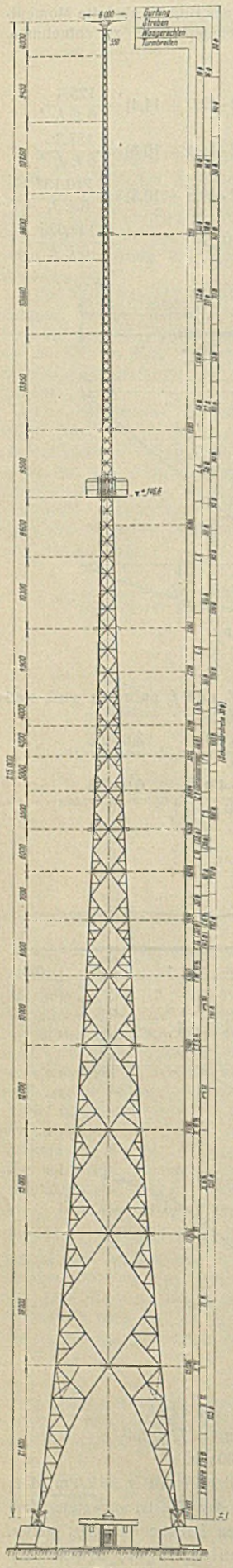


Bild 1.

$P_2 = 2{,}27$ t im festen Abstande von $a = 3{,}0$ m; Stoßbeiwert $\psi = 1{,}28$. Die dem größten Feldmoment zugeordnete größte Durchbiegung ist zu bestimmen[6]).

Die in Bild 5b eingetragene ungünstigste Laststellung wurde nach der unter Note 4 β angegebenen Methode und unter Berücksichtigung des geradlinigen Trägeranlaufes gemäß dem unter Note 6 β entwickelten Verfahren ermittelt. Die Rechnungsergebnisse und die maßgebenden Querschnittsfunktionen sind den bezüglichen Bildern zu entnehmen. Man denkt sich den Träger durch Abstufung in den Lastangriffstellen in drei Teile mit je durchweg konstantem (gemitteltem) Trägheitsmoment zerlegt. Die Gelenke liegen also unter den Lastpunkten (Bild 5c). Mit den in Bild 5a eingetragenen Zahlenwerten ergeben sich folgende Mittelwerte für die Trägheitsmomente:

$$J_1 = \frac{1}{2}(J_m + J_{\xi_0}) \doteq 67\,000 \text{ cm}^4, \quad J_2 = \frac{1}{2}(J_{\xi_0} + J_{l/2}) \doteq 91\,600 \text{ cm}^4,$$

$$J_3 = \frac{1}{2}(J_{l/2} + J_a) \doteq 138\,000 \text{ cm}^4.$$

Elastische Gewichte:

$$\tau_1 = \frac{0{,}3\,l}{3\,E\,J_1} \cdot M_{P_1\,\max} + \frac{0{,}2\,l}{6\,E\,J_2}\left(2\,M_{P_1\,\max} + M_{P_2}\right) \doteq \frac{330\,000}{E\,J_m},$$

$$\tau_2 = \frac{0{,}2\,l}{6\,E\,J_2}\left(2\,M_{P_2} + M_{P_1\,\max}\right) + \frac{0{,}5\,l}{6\,E\,J_3}\left(2\,M_{P_2} - M_s\right) \doteq \frac{227\,000}{E\,J_m}.$$

Biegepfeile:

Sie sind nach Gl. (6) zu berechnen; man erhält demnach ($E = 2100$ t/m²)

$$f_1 = (0{,}3 \cdot 0{,}7\,\tau_1 + 0{,}3 \cdot 0{,}5\,\tau_2)\,l = \underline{1{,}436 \text{ cm}},$$

$$f_2 = (0{,}3 \cdot 0{,}5\,\tau_1 + 0{,}5 \cdot 0{,}5\,\tau_2)\,l = \underline{1{,}476 \text{ cm}}.$$

Die Aufsuchung von u_0 [Gl. (12)] und $f_{\max}$ [Gl. (11)] geschieht mit folgenden Sonderwerten:

$f_{(i-1)} = f_1 = 0{,}0144$ m, $f_i = f_2 = 0{,}0148$ m, $l_i = 0{,}2\,l$, $l = 15{,}0$ m.
$M_{(i-1)} = M_{P_1\,\max} = 16{,}82$ tm, $M_i = M_{P_2} = 15{,}08$ tm, $E = 2100 \cdot 10^4$ t/m²,

$$J = J_2 = 91\,600 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4;$$

die Rechnung ergibt $\underline{u_0 = 0{,}11\,l}$ und endlich $f_{\max} = 0{,}0150 \text{ m} = \underline{1{,}50 \text{ cm}}$.

Die genaue Berechnung — unter Bedachtnahme des geradlinigen Trägeranlaufes — liefert $u_0' = 0{,}1\,l$ und $f_{\max}' = \underline{1{,}53 \text{ cm}}$. Die Übereinstimmung ist fast vollkommen.

Der weitere Ausbau des entwickelten Verfahrens wird einer besonderen Veröffentlichung vorbehalten.

[6]) α) Dipl.-Ing. A. Brandt, Symmetrische dachförmige Zweifeldbalken. Bauing. 1936, Heft 15/16.

β) Herzka, Der geradlinige Trägeranlauf (Schräge). Ebenda 1936, Heft 47/48.

Verschiedenes.

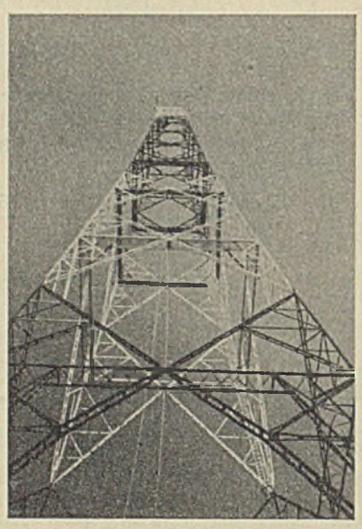


Bild 2.

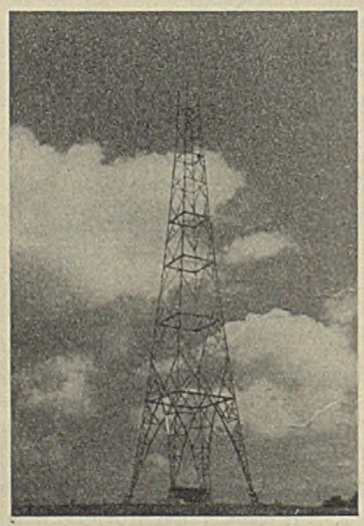


Bild 3.

Der neue Sendeturm in Beromünster. Die bisher im Betrieb stehende Anlage in Beromünster arbeitet mit einer T-Antenne, die zwischen zwei 125 m hohen Stahltürmen hängt. Obwohl diese Türme isoliert sind, bewirken sie doch für den Empfang in der Ostschweiz unbefriedigende Verhältnisse. Zur Verbesserung der Sendeverhältnisse wurde zuerst geplant, auf dem einen der bestehenden Türme eine Verlängerung aufzubauen, die durch Isolierung vom Unterteil getrennt werden sollte; die Sendeenergie sollte durch ein isoliertes Kabel in den Oberteil geführt werden, was eine viel günstigere Verteilung des Sendefeldes über die Turmhöhe ergibt, als bei den bisherigen Turmkonstruktionen. Verschiedene Überlegungen haben dazu geführt, diesen Umbau nicht auszuführen: Einmal war es nicht möglich, die Turmhöhe zu erreichen, die zur Wellenlänge Beromünster paßt; sodann wirkt die ungewöhnlich große Fußbreite der alten Türme (25 m bei 125 m Höhe!) störend auf die Sendung; weiter liegt das Erdnetz bei dem zum Umbau geeigneten Turm nicht ganz waagerecht und bewirkt damit seinerseits eine einseitige Ausbreitung der Sendung; nicht zuletzt wäre die empfindliche Einschränkung des Sendebetriebs während des Umbaues sehr störend gewesen.

Deshalb entschloß man sich zum Neubau eines 215 m hohen Turmes auf einer Basis von 20 · 20 m. Der Standort liegt etwa anderthalb Kilometer von der Station entfernt, so daß die alte Anlage ungestört weitersenden kann. Rund um den Turm fällt das Gelände nach allen Seiten als sanfte Kugelkalotte ab, so daß im Erdnetz jede Unsymmetrie ausgemerzt werden konnte.

Über die Profile gibt Bild 1 Aufschluß; die Wahl fiel auf Rundstahl mit Rücksicht auf die Windflächen. Wenn auch die Knicklängen klein werden und in den Füllungsstäben ein Teil des Gewinns wieder verloren geht, so ist doch das Ergebnis günstiger als bei Verwendung von Profilstählen. Die vier Gurte wurden ohne Anrechnung gegenseitiger Überdeckung eingesetzt, von den acht Streben jedes Stockwerks wurden sieben als voll getroffen eingesetzt. Als Windlast wurden 150 kg/m² vom Boden bis auf 150 m Höhe eingesetzt, darüber soviel Kilogramm Wind pro m², wie die Höhe über den Boden beträgt, also z. B. 200 kg auf 200 m Höhe.

Auch hier wurde das oben beim Umbauprojekt erwähnte Prinzip beibehalten. Die Sendeenergie wird in das isolierte 60 m hohe Spitzenstück geleitet; damit soll in einfacher Weise eine ebenso gute Verteilung der Sendeenergie erreicht werden, wie mit Holztürmen, ohne daß man deren große Nachteile in Kauf nehmen muß.

Als Isolatoren dienen Kalitkörper der Hescho Hermsdorf, die nur auf Druck beansprucht werden.

In die Werkstattarbeit teilen sich die Firmen: Eisenbaugesellschaft Zürich; Bell, Kriens; Gellinger, Winterthur. Die Montage besorgt Gebr. Rüttimann, Zug. Alle Pläne und Berechnungen stammen vom Verfasser. Bild 2 u. 3 zeigen Teilansichten des Turmes während der Montage. Die grundlegenden elektrischen Untersuchungen und Versuche, die wahrscheinlich für den Bau von stählernen Antennentürmen von größter Bedeutung werden und auch dort zur Verwendung von Stahl führen, wo bisher Holz vorherrschte, stammen von Ing. Metzler bei der Ober-Telegraphendirektion Bern.

Dipl.-Ing. R. Dick, Luzern.

Verantwortlich für den Inhalt: Geh. Regierungsrat Prof. A. Hertwig, Berlin-Charlottenburg.
Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 9.
Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.