

# DER STAHLBAU

Schriftleitung:

Geh. Regierungsrat Professor Dr.-Ing. A. Hertwig, Berlin-Wilmersdorf, Sächsische Str. 43

Fernsprecher: 87 7421

Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61

Beilage  
zur Zeitschrift

## DIE BAUTECHNIK

Fachschrift für das ge-  
samte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

10. Jahrgang

BERLIN, 3. Dezember 1937

Heft 25

Alle Rechte vorbehalten.

### Die Lage der deutschen Stahlbau-Industrie.<sup>1)</sup>

Von Direktor Dr. Oelert, Berlin.

Verehrte Gäste, Männer des Stahlbaues!

Als ich zum letzten Male auf unserer Tagung im Jahre 1934 über die Lage der deutschen Stahlbau-Industrie berichtete, standen wir mitten im Auftrieb des seit Mitte 1933 eingetretenen Aufstiegs der Wirtschaft. Hoffnungsvoll begrüßten wir die Zeichen des überall wieder erwachenden Lebens und sahen frohen Herzens die Auftragsbücher immer stattlicheren Umfang annehmen. Gewiß mischte sich hierin noch manches Wenn und Aber, auch war ja die Ausfuhr nach wie vor unser Schmerzenskind geblieben, aber zuversichtlich schauten wir doch in die Zukunft!

Als Kennzeichen für die Krisis der Jahre 1930 bis 1932 möchte ich auch heute erwähnen, daß der gesamte Auftragseingang vom Februar 1932 nur 2½% des Auftragseinganges im Dezember 1936 betrug. Sie alle werden erwägen, welche großen Leistungen und weitschauenden Maßnahmen der Stahlbauindustrie sowohl negativer als auch positiver Art zwischen diesen beiden Polen liegen müssen, um einerseits nicht restlos als Industrie zusammenzubrechen, andererseits beim Anschwellen des Auftragsbestandes auf das 40fache nicht den Überblick über das eigene Können zu verlieren und sich zu überschlagen!

Auf die Ursachen des Anschwellens unserer Beschäftigung brauche ich in diesem Kreise wohl nicht einzugehen. Hinweisen möchte ich aber auf die Tragik, die unsere Industrie (gewiß selbstverständlich auch mancher andere Industriezweig) über sich ergehen lassen muß: Vor wenigen Jahren noch Material die Hülle und Fülle, aber keine Aufträge — jetzt umgekehrt, Aufträge, aber kein Material. Scherzhaft fiel kürzlich in einem Kreise das Wort: Der Unternehmer müsse jetzt lernen, nicht, wie er Aufträge hereinholt, sondern wie er in der Kunst, Aufträge abzulehnen, hervorragendes leistet! Nun, meine Herren, so scherzhaft ist die Sache gar nicht. Ich glaube, es hat sich zwischen den Firmen und ihren Bestellern in dieser Richtung mancher „Kampf“ abgespielt und spielt sich noch heute ab.

Unendliche Erörterungen hat es in den Fachkreisen über die Versorgung der deutschen Wirtschaft mit Eisen und Stahl gegeben; allerdings nicht nur in Fachkreisen, auch in vielen Gremien, die — abgesehen vielleicht vom guten Willen — eine besondere Geeignetheit zur Behandlung solcher Fragen nicht mitbrachten. Die Probleme, die in der Stahlversorgung und Stahlverteilung stecken, wird morgen Herr Dr. Reichert behandeln und ihm möchte ich auch die Beantwortung der Frage überlassen, die sicherlich mancher von Ihnen auf dem Herzen hat: Wo denn nur um alle Welt die Walzwerkserzeugnisse bleiben, die monatlich aus einer Rohstahlmenge von rd. 1,6 Millionen t erzeugt werden?

Es wäre eine billige Kritik, wenn ich in diesem Zusammenhang der Dinge die vielen Klagen und Beschwerden behandeln wollte, die uns Stahlbauer ebenso wie die Bestellerschaft in gleicher Weise aus der Versorgung (besser Nichtversorgung) unseres Industriezweiges mit Stahl bedrücken. Denn positive Vorschläge, es anders oder besser zu machen, die nicht wieder die einen Schäden zwar beheben, dafür aber an anderer Stelle neue Schäden entstehen lassen, sind kaum zu machen. Trotz rauchender Schloten und nimmermüder Arbeit Tag und Nacht steht über uns eine Material-Notzeit. Eine Notzeit, die, dem Menschen bleibt eben nichts anderes übrig, man sich bemüht, durch Verordnungen und mannigfachste Regelungen zu mildern, die durch solche Mittel zu beheben aber nie zu erreichen sein wird. Dafür sind Eisen und Stahl zu sehr bis in die kleinsten Kanäle unseres öffentlichen wie privaten Lebens eingedrungen, als daß sein Verbrauch bis ins kleinste gesteuert werden könnte.

Wohl aber gelingt es und wird es in zunehmendem Maße gelingen, namentlich nachdem man jetzt in Auswertung der bisher gemachten Erfahrungen darangeht, ab 1938 eine gewisse Neuregelung der Stahlverteilung vorzubereiten, für die großen staatspolitisch wichtigen Aufgaben diejenigen Stahlmengen zur Verfügung zu stellen, die zu ihrer Lösung

notwendig sind. Um dies Ziel zu erreichen, wird die Wirtschaft, werden vor allem die betroffenen Industriezweige praktisch Zeugnis abzulegen haben von ihrer Bereitwilligkeit, im besten Sinne des Wortes Opfer für die Gemeinschaft zu bringen. Die deutsche Stahlbauindustrie hat sich von Anfang an in die Linie der von unserer Staatsführung verfolgten Politik eingestellt und wenn sie zu manchem — vielleicht auch zu vielem — nicht geschwiegen, sondern sich gerührt hat, so aus zwei Gründen:

Der erste war der, daß wir allen Versuchen entgegenraten, die Rohstoffknappheit im Konkurrenzkampf unter Entstellung der wirklich zugrunde liegenden Verhältnisse auszunutzen. Besonders beliebt war es, die für manchen Außenstehenden so leicht nicht erkennbare Grenze zwischen der allgemeinen Bauwirtschaft und dem Gebiet des industriellen Stahlbaues zu verwischen und Einschränkungen des Stahlverbrauchs hauptsächlich für unser Gebiet zu verlangen, auch die Berechtigung solcher Forderungen oft mit recht gekünstelten Berechnungen u. dergl. zu belegen zu suchen. Erfreulicherweise fanden wir bei unseren Aufklärungsmaßnahmen durchaus auch die Unterstützung behördlicher Stellen.

Der andere Grund war der, daß bei der Frage: Verwendung von Stahl oder nicht, rein gewichtsmäßige Vergleiche allein nicht entscheidend sein können, sondern gesamtwirtschaftliche, vor allem ingenieurmäßige Gesichtspunkte ihren Einfluß behalten müssen. Hierbei möchte ich die allgemeine Bedeutung des Stahlbaues als beachtlichen Kulturfaktor, wofür er in vielen, auch architektonisch schönen Bauwerken der letzten Jahre Zeugnis ablegt, besonders unterstreichen. Ich möchte aber auch den Charakter des Stahlbaues als kriegswichtige Industrie und nicht zuletzt seine Bedeutung im besonderen für den deutschen Export betonen. Gewiß, meine Herren, ich sprach bereits von einer Notzeit. Not kennt kein Gebot und insofern werden auch wir uns mit manchen Entscheidungen abfinden müssen, die ingenieurmäßig und wirtschaftlich gesehen höchstens eben Notlösungen darstellen. Wir sind uns bewußt, daß ebenso wie in der Politik auch in der Wirtschaft der Grundsatz der Totalität herrscht, dem sich die Durchführung staats- und wirtschaftspolitischer Bauaufgaben in erster Linie unterzuordnen hat. Gleichwohl glauben wir aber nach wie vor Volk und Staat am besten auch dann zu dienen, wenn wir unseren Einfluß dahin geltend machen, daß rein sachliche Erwägungen nicht ganz in den Hintergrund gedrängt werden.

Wenn ich nun die Frage behandle, wie sich auf der einen Seite die große Fülle von an die Stahlbauindustrie herantretenden Aufgaben, auf der anderen Seite die Materiallage auswirken, so zeige ich Ihnen am besten im Bilde die Entwicklung des Auftragseinganges für Inland, der Vollständigkeit halber noch unter Einbeziehung des Jahres 1932 (Bild 1). Sie sehen die steiler und steiler ansteigenden Säulen. Sie sehen aber auch, wie die ersten 9 Monate des Jahres 1937 gegenüber den letzten 9 Monaten des Jahres 1936 einen erheblichen Rückgang aufweisen. Auf das Jahr umgerechnet, in der Annahme, daß die Monate Oktober bis Dezember im Auftragseingang den Monatsdurchschnitt halten, ergibt sich ein Rückgang von rd. 30%. Es zeigt sich also ein Ausmaß des Auftragsrückganges, das Sie in seiner Höhe sicher überrascht, uns aber auch zu dem Hinweis berechtigt, daß der Stahlbau bereits weitgehend seine Opfer, von denen ich vorhin sprach, bringt.

Meine Herren, das Bild zeigt die Gesamtdurchschnittslage unserer Industrie und gewiß wird man sagen können, daß der Auftragseingang des Jahres 1937, gegenüber der Zeit vor 1934, immerhin noch recht beachtlich ist. Das trifft auch zu, berücksichtigt aber nicht die Tatsache, daß eine erhebliche Verschiebung im Auftragseingang innerhalb der Firmen eingetreten ist. Größe und technische Bedeutung so mancher Bauaufgaben bringen es mit sich, daß zu ihrer Ausführung nicht alle Firmen in Frage kommen, vor allem vielfach mittlere und kleinere Firmen aus dem Rahmen der sich bietenden Beschäftigungsmöglichkeiten mehr und mehr ausscheiden. Hier wird es mit einer der wichtigsten Aufgaben des Verbandes sein, durch seine Arbeitsverteilungsmaßnahmen Ausgleich zu schaffen. Ausgleich, die allerdings wieder darin ihre Grenzen

<sup>1)</sup> Vortrag, gehalten auf der wissenschaftlichen Tagung des Deutschen Stahlbau-Verbandes in Berlin am 14. Oktober 1937.

finden, daß neben den oben aufgeführten Gründen oft auch die Frachtverhältnisse eine Beteiligung bestimmter Firmen, auch im Wege von Zulieferungen, unmöglich machen.

Betrachten wir im nächsten Bild die Entwicklung der Ausfuhr (Bild 2). Sie sehen ihren bescheidenen Umfang in den Jahren bis Mitte 1936, wie dann aber eine immer stärkere Belebung des Ausfuhrgeschäftes eintritt. In den Monaten April und Mai 1937 haben wir geradezu Rekorde zu verzeichnen.

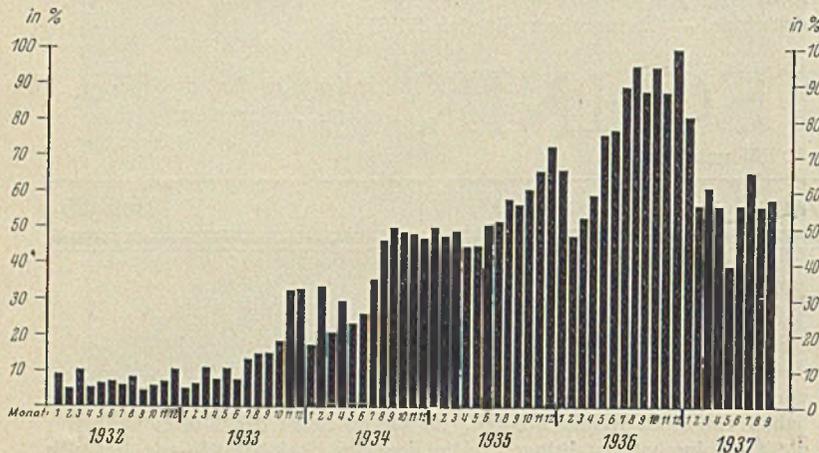


Bild 1.

Gewiß, meine Herren, zu dieser günstigen Entwicklung hat die Gestaltung der Weltmarktverhältnisse mancherlei beigetragen, der Weltstahlhunger und die Weltaufrüstung. Aber zum wesentlichen Teil ist der Erfolg dem zähen Kampf unserer Ausfuhrfirmen um den Export zusammen mit den zu seiner Förderung getroffenen staatlichen Maßnahmen zu verdanken. Ich glaube, es ist hier am Platze, gerade auf diese so erfreulichen Ergebnisse einer gut abgestimmten Zusammenarbeit zwischen privater Initiative und staatlichen Einrichtungen besonders hinzuweisen. All unser Bemühen soll denn auch darauf gerichtet sein, auch in Zukunft zäh und zielbewußt auf dem Auslandsmarkt um deutsche Weltgeltung weiter zu kämpfen.

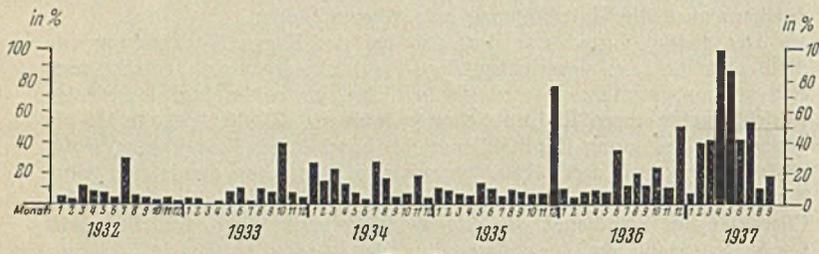


Bild 2.

Hoffentlich bringen die schweren Wirren im fernen Osten, wo gerade erhebliche Interessen auch der deutschen Stahlbau-Industrie auf dem Spiele stehen, nicht zu starke Rückschläge. Ganz deutlich zeigen bereits die letzten Monate ein Nachlassen des Auftragsseingangs aus dem Ausland. Vielleicht handelt es sich um keine besondere Erscheinung, da ja ganz naturgemäß der ausländische Auftragsseingang noch weit unterschiedlicher ist als der inländische, vielleicht spiegelt sich ein allgemeines Nachlassen des Welthungers nach Stahl und Stahlbauerzeugnissen darin wieder, vielleicht haben wir hierin aber auch schon Zeichen dafür zu sehen, daß die inländischen Schwierigkeiten die vielfach propagierten Maßnahmen gegen die Verwendung der Stahlbauweise, das Exportgeschäft nachteilig zu beeinflussen beginnen. Jedenfalls ist dieser Erscheinung die größte Aufmerksamkeit zu schenken.

Es interessiert sicher, wenn ich nachstehend einige der markantesten Auslandsobjekte der letzten Jahre nenne, so die Atatürk-Brücke über das Goldene Horn (8000 t), die Sammanoud-Brücke (eine feste Brücke mit Drehbrücke) in Ägypten, 2200 t, zwei Hubbrücken über den Alsin-Fluß und den Riachuela-Fluß in Argentinien, 3500 t, Brücke im Hafen von Göteborg in Schweden, 3500 t, 9000 t Maste für Ecuador, 2800 t Bohrtürme für Venezuela, 3000 t für Lokomotiv-Werkstatt Sivas, Türkei, 1200 t für Textilfabrik Ereğli, Türkei, 1100 t für einen Förderturm in Mandschukuo,

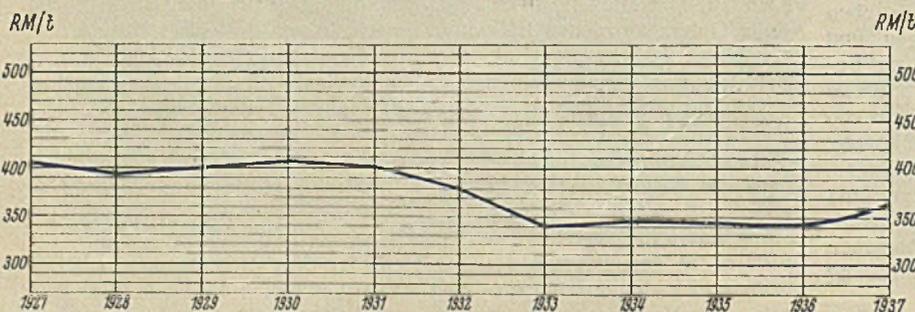


Bild 3.

Darüber hinaus sind zu erwähnen große Lieferungen von Brückenkonstruktionen für den Ausbau ganzer Eisenbahnlinien in China, noch andere Hallen- und Werkstättenkonstruktionen für die Türkei, für Iran, Griechenland, Jugoslawien, Brasilien, Argentinien, Irland, Südafrika usw.

Ein weiterer Punkt, den ich behandeln möchte, ist dann die Preisentwicklung. Wir betrachten unsere Tätigkeit auf diesem Gebiete mit einem ganz außerordentlichen Ernst. Vor allem sehen wir es als unsere tägliche Aufgabe an, daß das Vertrauen, mit dem uns das Reichswirtschaftsministerium im Benehmen mit dem Preisbildungskommissar mit weitestgehenden Vollmachten ausgestattet hat, keinen Schaden leidet. Die Aufgabe, für unsere Erzeugnisse den richtigen Preis zu ermitteln, festzusetzen und dafür zu sorgen, daß ihr entsprechender Erlös den Firmen zufließt, lösen wir nicht vom Standpunkt der Firmen allein aus, sondern wir sind uns, wie ich dies bereits verschiedentlich vor Ihnen auszuführen Gelegenheit hatte, hierbei unserer treuhänderischen Stellung mit aller Verantwortung bewußt. Es gereicht mir zu Genugtuung, feststellen zu können, daß die Vertrauensgrundlage, auf der wir mit unseren hauptsächlichsten Bestellern arbeiten, immer weiter wächst und wir mit unseren Verbandsgrundsätzen der Ermittlung des richtigen Preises in Verbindung mit einem gerechten Arbeitsverteilungsverfahren auch bei manchem großen oder auch kleineren privaten Besteller Anklang finden.

Das nachfolgende Bild zeigt Ihnen die Preisentwicklung, wobei im Interesse der Übersichtlichkeit bis auf das Jahr 1927 zurückgegangen ist (Bild 3). Bei der Darstellung handelt es sich um den Durchschnittspreis aus den wichtigsten Erzeugnissen. Für die absolute Höhe eines Preises kann naturgemäß die Kurve nicht maßgebend sein. Sie sehen, wie der gute Konjunkturpreis nach 1929/30 von rd. RM 400/t in der Krisis 1931/32 bis auf RM 340/t absank. Seitdem bewegt er sich etwa in dieser Linie. Ein leichtes Ansteigen ist seit etwa Mitte 1936 festzustellen, ein Ansteigen, meine sehr geehrte Herren, das aber keineswegs eine Preissteigerung in sich bedeutet. Die Erscheinung findet ihre Erklärung darin, daß in zunehmendem Umfang eine Verschiebung unserer Aufträge unter dem Gesichtspunkt hochwertigerer Konstruktionen, namentlich auf dem Gebiet des Hochbaues, zu verzeichnen ist. Es dürfte ohne weiteres einleuchten, daß sich dies auch in der Statistik auf preislicher Grundlage auswirken muß.

Ich hatte nun die Absicht, Ihnen noch einen Einblick darin zu geben, wie sich die Aufträge der öffentlichen Hand zu den privaten Bestellungen verhalten. Eine solche Übersicht ist zur Zeit nicht möglich. Die Ausrichtung der Kräfte der ganzen Wirtschaft auf staatliche Aufgaben macht schließlich jeden Auftrag mehr oder weniger seinem Charakter nach zu einer Bestellung der öffentlichen Hand. Gleichwohl wäre es verfehlt, wollte man davon sprechen, daß es einen Privatbedarf so gut wie nicht mehr gibt, eine These, die allerdings für die Stahlverteilung stark vertreten wird, die in der Praxis sich aber keineswegs so klar verfolgen läßt. Trotz aller behördlichen Verordnungen sind die Grenzen noch immer keineswegs klar, wo der öffentliche, der Kontingentsbedarf aufhört und der private Bedarf anfängt. Erwähnen möchte ich nur, um einige Beispiele zu nennen, den Konstruktionsbedarf einschließlich vor allem des Erneuerungsbedarfs im Kreise der Maschinenfabriken, der Zementindustrie, der Glasindustrie, der Nahrungsmittelindustrie usw.

Aber ein weiteres Bild dürfte Sie noch interessieren, die Zusammensetzung unserer Aufträge nach Brücken und Hochbau (Bild 4). Verfolgen wir den Anteil des Brückenbaues seit 1929 mit 28, 56, 39, 38, 27, 18 und schließlich im abgelaufenen Jahre 1937 mit 16%, so steht dem gegenüber ein Anwachsen des Hochbauanteiles von 44% im Jahre 1932 auf 61, 62, 73, 82 und 84% im Jahre 1937.

Meine sehr geehrten Herren, die mir gesetzte Redezeit gebietet mir, mich bei der Behandlung meines Vortragsthemas auf die vorstehenden Ausführungen zu beschränken. Ich könnte natürlich noch mancherlei sagen, so z. B. über die Arbeiten unserer Industrie zur Überwindung der aus der Materiallage sich ergebenden Schwierigkeiten (Frage der Leichtkonstruktionen, Schweißen u. dgl.). Diese Dinge werden aber noch im Verlauf der Tagung besonders behandelt. Durch Zahlen- und Tatsachenmaterial habe ich mich bemüht, Ihnen einen hoffentlich klaren Einblick in die Lage der deutschen Stahlbau-Industrie zu vermitteln. Viele Dinge sind im Fluß, große Aufgaben werden auch weiterhin der Stahlbau-Industrie zugeführt werden und es wird unsere Sache sein, unsere Kräfte

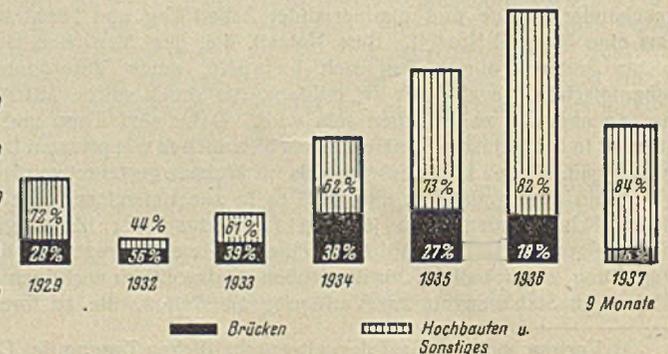


Bild 4.

gerade an den Schwierigkeiten der Gegenwart zu stählen und wie bisher auch in Zukunft zu vollem Einsatz zu bringen.

Die Materialschwierigkeiten sollen uns nicht schrecken, unseren technischen Büros lassen wir gerade jetzt die größte Sorgfalt angedeihen, um sie zur höchsten Leistungsfähigkeit zu entwickeln, mit den in unserer Industrie getroffenen Maßnahmen zur Förderung der Lehrlingsausbildung, des Facharbeiter- und des Ingenieurwachstums werden wir unser Rüstzeug schaffen, zu höchsten ingenieurmäßigen Leistungen zu kommen. Leistungen, die ihre besondere Befruchtung finden mögen aus dem

unerschöpflichen Born einer vertrauensvollen Zusammenarbeit, die die deutsche Stahlbau-Industrie mit den Abnehmern und Bestellern ihrer Erzeugnisse verbindet. Eine Zusammenarbeit, die seit vielen Jahren auf technischem wie wirtschaftlichem Gebiet sichtlich zu Nutz und Frommen des Stahlbaues als Fach und Stand sich auswirkt.

So, in und aus dieser Zusammenfassung aller Kräfte wird der deutsche Stahlbau, mit dem Ziel, das Höchste zu vollbringen, von den großen Leistungen der letzten Jahre an die noch größeren Leistungen der nächsten Jahre herangehen!

## Die Berechnung harmonischer Stockwerksrahmen und Vierendeelträger mit Hilfe von Kreisfunktionen.\*)

Alle Rechte vorbehalten.

Von Dipl.-Ing. A. Thoms, Hamburg.

In Stahlbau 1936, Heft 18, S. 138, und Heft 19, S. 147, wurde gezeigt, wie die Berechnung mehrfach symmetrischer Trägerroste vorteilhaft mit Hilfe von Sinus-Gewichten durchgeführt werden kann. Dabei wurde auf S. 149 darauf hingewiesen, daß dieses Verfahren auch auf andere mehrfach symmetrische statische Systeme anwendbar ist. Die folgenden Ausführungen beschäftigen sich nun zur Hauptsache mit derjenigen Gruppe von Stockwerksrahmen, die eine vollständige Trennung der statisch unbestimmten Gruppenlasten zulassen.

Die vollständige Trennung der Unbekannten setzt gegenüber allgemeinen unsymmetrischen, wie lediglich achsensymmetrischen Rahmen eine Ausgeglichenheit der inneren statischen Verhältnisse voraus, die eine besondere Kennzeichnung dieser Rahmen wünschenswert erscheinen läßt. Sie mögen heißen:

### Harmonische Stockwerksrahmen.

Harmonische Stockwerksrahmen sind praktisch durchaus ausführbar, da das Verhältnis der Stockwerkshöhen zueinander keiner Beschränkung unterworfen ist. Desgleichen können die Trägheitsmomente der Bauglieder von einem Geschoß zum anderen wechseln, und die Anzahl der Stützenstränge ist beliebig.

Eine Beschränkung besteht lediglich hinsichtlich der Trägheitsverhältnisse innerhalb eines Geschosses, insofern Stäbe mit gleichbleibendem Trägheitsmoment vorausgesetzt werden und dabei die Trägheitslängen  $l_i$ ,  $J_i$  aller Riegel eines Geschosses gleich sein müssen. Ferner muß das Trägheitsmoment der Außenstützen  $J_a$  halb so groß sein wie das Trägheitsmoment  $J_i$  der Innenstützen. Also  $J_i = 2J_a$ . (Eine Ausnahme hiervon läßt der vierstellige Rahmen zu, der bereits harmonisch ist, wenn  $\frac{l_i}{J_{ri}} \cdot \frac{J_{ra}}{l_a} \cdot \frac{J_i}{J_a} = \text{const.}$  Als einzige Ausnahme soll dieser Fall aber nicht weiter behandelt werden. Für die folgenden Ausführungen gilt also allgemein  $\frac{l_i}{J_{ri}} = \text{const.}$ ;  $\frac{l_i}{J_{ri}} \cdot \frac{J_{ra}}{l_a} = 1$ ;  $\frac{l_i}{J_{ri}} \cdot \frac{J_{ra}}{l_a} \cdot \frac{J_i}{J_a} = 2$ .)

Unter diesen Voraussetzungen lassen sich alle Unbekannten zu Gruppenlasten ordnen, die voneinander unabhängig sind. Innerhalb der Gruppen aber entstehen dreigliedrige Elastizitätsgleichungen, wie sie vom durchlaufenden Balken her bekannt sind. Über die einfache Auflösung derartiger Gleichungen berichtete der Verfasser in Stahlbau 1936, Heft 19, S. 151 unten.

Da diese Auflösung mit nahezu absoluter Genauigkeit mit Hilfe des Rechenschiebers durchgeführt werden kann, steht in den harmonischen Stockwerksrahmen ein Material zur Verfügung, das im Hinblick auf wissenschaftliche Untersuchungen (Nachprüfung von Näherungsverfahren, Vergleich mit den Ergebnissen von Modellversuchen u. ä.) noch mit einem Zeitaufwand bewältigt werden kann, der im Hinblick auf den Endzweck vertretbar ist. Ausdrücklich betont sei aber, daß es als Unfug anzusprechen wäre, wollte man den Rahmen eines Bürohauses deshalb exakt durchrechnen, weil er zufällig harmonisch ist oder harmonisch ausgeführt werden kann. Dazu ist die zu leistende Arbeit (mit Ausnahme vielleicht des zweistieligen Rahmens) denn doch zu umfangreich, da an Rechenarbeit nichts gespart wird. Es tritt nur eine Verlagerung der Arbeit ein, insofern sich die zu lösenden Elastizitätsgleichungen vereinfachen, die zu ermittelnden Kräfte aber sich als Summen vieler Teilkräfte ergeben.

Die oben dargelegten statischen Verhältnisse gestatten es nun, in Fällen, in denen auf eine eingehende statische Berechnung nicht verzichtet werden kann (besonders schwere Belastung einzelner Deckenstreifen u. ä.), durch geschickte Wahl der Trägheitsmomente den Rahmen zu einem harmonischen zu machen und dadurch die nicht zu umgehende genauere Berechnung zu erleichtern.

### Harmonische Vierendeelträger.

Der harmonische Vierendeelträger unterscheidet sich vom harmonischen Stockwerksrahmen nur durch die Momentenflächen der wirklichen Belastung und durch die Art der Stützung. Da bei ihm aber fraglich ist, ob der Einfluß der Normalkräfte vernachlässigt werden darf, wird er im Laufe der Untersuchung nur nebenbei behandelt.

### Statische Annahmen und Hilfsmittel.

Es wird die bei der Berechnung von Stockwerksrahmen bislang übliche Annahme gemacht, daß der Einfluß der Normal- und Querkkräfte vernachlässigt werden darf.

\*) Allgemeines zum Thema folgt am Schluß.

Dann bleiben alle Knotenpunkte eines Riegels stets auf einer Horizontalen liegen und behalten gegeneinander stets den gleichen Abstand bei. Desgleichen behalten zwei senkrecht übereinander liegende Knoten stets den gleichen Abstand voneinander. Stützen und Riegel stellen somit starre Zug- und Druckglieder dar. Dann lautet die allgemeine Gleichung des elastischen Gleichgewichts:

$$(1) \quad \delta_u = \sum_{v=0}^z \delta_{uv} = \sum_{v=0}^z \int \frac{M_u M_v}{E J_s} \cdot ds = 0.$$

Als statisches Hauptsystem wird nun der einstöckige Rahmen mit aufgehobenem Horizontalschub nach Bild 3 gewählt, also ein vielfach statisch unbestimmtes Hauptsystem. Infolgedessen stellen die Ausdrücke  $M_u$  und  $M_v$  der Gl. (1) Momente an einem statisch unbestimmten System dar. Da dessen Stäbe oben starr sind, gilt für die Berechnung des  $\int M_u M_v ds$

### Der Reduktionssatz.

Dieser besagt: Sind  $M_i$  und  $M_k$  Momentenflächen an einem  $n$ -fach statisch unbestimmten Hauptsystem, dessen allgemeine elastische Gleichgewichtsbedingung Gl. (1) ist,

sind ferner  $M_i'$  und  $M_k'$  die entsprechenden Momentenflächen am  $(n-a)$ -fachen statisch unbestimmten Zwischensystem

und endlich  $M_i''$  und  $M_k''$  die entsprechenden Momentenflächen am statisch bestimmten Hauptsystem, so ist

$$(2) \quad E J \delta_{ik} = \int M_i M_k ds = \int M_i M_k' ds = \int M_i M_k'' ds.$$

Gl. (2) besagt, daß zur Ermittlung irgendeiner Verformung von den beiden in Ansatz zu bringenden Momentenflächen nur eine Momentenfläche am statisch unbestimmten Hauptsystem zu sein braucht. Die andere Momentenfläche aber kann jedem beliebigen anderen Grundsystem (z. B. Balken auf zwei Stützen) entnommen werden, wenn die Voraussetzung starrer Stäbe zugrunde liegt. [Für elastische Zugbänder gilt Gl. (2) also nicht!]

Dieser Satz gewährt sowohl bei der Berechnung der Verformungen als auch bei der Nachprüfung der errechneten Momente wesentliche Vorteile<sup>1)</sup>.

### Dreigliedrige Elastizitätsgleichungen (Clapeyronsche Gleichungen).

Die in Stahlbau 1936, Heft 19, S. 151 unten, empfohlene Lösungsmethode wird diesen Ausführungen zugrunde gelegt und die Endwerte des Zahlenrechtecks durch die Gleichung

$$(3) \quad M_n = -D_{nn} \delta_n^o \pm \varphi_n^{(n \pm a)} M_{(n \pm a)}$$

gekennzeichnet. Die Kennzeichnung des Zahlenrechtecks erfolgt gesondert, da bei den harmonischen Stockwerksrahmen neben der üblichen Form der Clapeyronschen Gleichungen

$$(4) \quad \delta_{n(n-1)} M_{(n-1)} + \delta_{nn} M_n + \delta_{n(n+1)} M_{(n+1)} = -\delta_n^o$$

in der Gruppe Null noch die weitere Form

$$(5) \quad -\varepsilon_{n(n-1)} M_{(n-1)} + \varepsilon_{nn} M_n - \varepsilon_{n(n+1)} M_{(n+1)} = -\varepsilon_n^o$$

auftritt, für deren Zahlenrechteck die Gleichung

$$(6) \quad M_n = -D_{nn} \varepsilon_n^o + \varphi_n^{(n \pm a)} M_{(n \pm a)}$$

gilt, d. h. im Zahlenrechteck tritt kein Vorzeichenwechsel ein.

Sind bei einem harmonischen Stockwerksrahmen alle  $\delta_{n(n-1)} = \delta_{n(n+1)} = \text{const.}$ , so entstehen homogene dreigliedrige Elastizitätsgleichungen der Form

$$(7) \quad M_{(n-1)} + a M_n + M_{(n+1)} = -\frac{\delta_n^o}{\delta_{n(n-1)}}$$

denen bei Durchlaufbalken über gleichen Öffnungen die Gleichung entspricht:

$$(7a) \quad M_{(n-1)} + 4 M_n + M_{(n+1)} = -6 \delta_n^o : l.$$

<sup>1)</sup> Dr.-Ing. Worch, B. u. E. 1924, S. 39, Beispiele zur Anwendung des Reduktionssatzes; Bauing. 1925, S. 554, Über Rechenproben bei der Berechnung vielfach statisch unbestimmter Systeme.

Für das Zahlenrechteck der Gl. (7) gelten die Schlußformeln aus Stahlbau 1936, Heft 19, S. 152. Es ist

$$\left. \begin{aligned} (8) \quad Z_1 &= 1 \\ (9) \quad Z_2 &= a \\ (10) \quad Z_{(2n+1)} &= Z_{(n+1)}^2 - Z_n^2 = (Z_{(n+1)} + Z_n)(Z_{(n+1)} - Z_n) \\ (11) \quad Z_{2n} &= Z_n(Z_{(n+1)} - Z_{(n-1)}) \end{aligned} \right\}^2$$

$$^2) Z_{(n+1)} = a^n - \binom{n-1}{n} a^{n-2} + \binom{n-2}{2} a^{n-4} - \binom{n-3}{3} a^{n-6} + \dots$$

a =	1	2	3	4	5	6	7	8
Z <sub>1</sub> =	+ 1	1	1	1	1	1	1	1
Z <sub>2</sub> =	+ 1	2	3	4	5	6	7	8
Z <sub>3</sub> =	0	3	8	15	24	35	48	63
Z <sub>4</sub> =	- 1	4	21	56	115	204	329	496
Z <sub>5</sub> =	- 1	5	55	209	551	1 189	2 255	3 905
Z <sub>6</sub> =	0	6	144	780	2 640	6 930	15 456	30 744
Z <sub>7</sub> =	+ 1	7	377	2 911	12 649	40 391	105 937	242 047
Z <sub>8</sub> =	+ 1	8	987	10 864	60 605	235 416	726 103	1 905 632

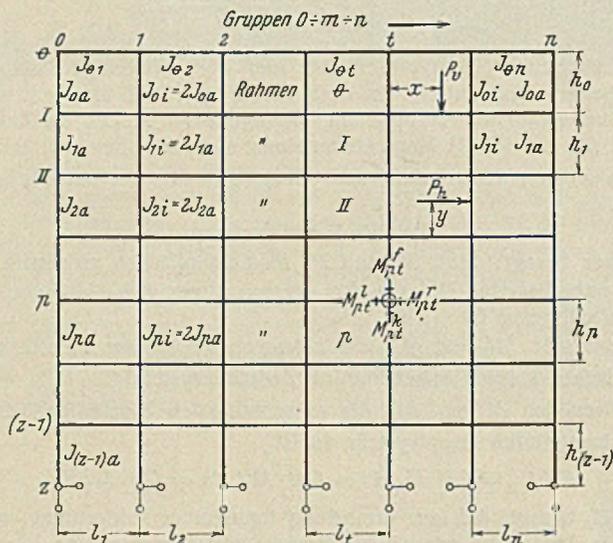


Bild 1.

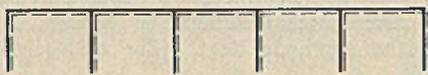


Bild 2.

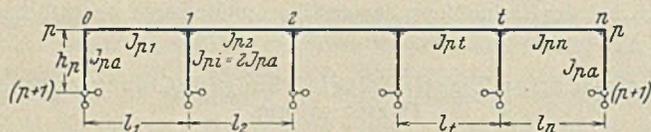


Bild 3.

Gruppen	Momentenflächen der Stützdru	Momentenflächen der Horizontalschü
m=0		
m=1		
2		
3		
n=4		

Bild 4 bis 10.

Ein Zahlenrechteck für eine homogene Gleichungsreihe für (n-1) = 5 Unbekannte ergibt daher folgendes (Tafel 1) Bild:

Tafel 1.

	$\delta_1^0$ $Z_6 \delta_{n(n+1)}$	$\delta_2^0$ $Z_6 \delta_{n(n+1)}$	$\delta_3^0$ $Z_6 \delta_{n(n+1)}$	$\delta_4^0$ $Z_6 \delta_{n(n+1)}$	$\delta_5^0$ $Z_6 \delta_{n(n+1)}$
M <sub>1</sub> =	- Z <sub>1</sub> Z <sub>5</sub>	(-) Z <sub>1</sub> Z <sub>4</sub>	- Z <sub>1</sub> Z <sub>3</sub>	(-) Z <sub>1</sub> Z <sub>2</sub>	- Z <sub>1</sub> Z <sub>1</sub>
M <sub>2</sub> =	(+) Z <sub>1</sub> Z <sub>4</sub>	- Z <sub>2</sub> Z <sub>4</sub>	(-) Z <sub>2</sub> Z <sub>3</sub>	- Z <sub>2</sub> Z <sub>2</sub>	(+) Z <sub>2</sub> Z <sub>1</sub>
M <sub>3</sub> =	- Z <sub>1</sub> Z <sub>4</sub>	(-) Z <sub>2</sub> Z <sub>3</sub>	- Z <sub>3</sub> Z <sub>3</sub>	(-) Z <sub>3</sub> Z <sub>2</sub>	- Z <sub>3</sub> Z <sub>1</sub>
M <sub>4</sub> =	(+) Z <sub>1</sub> Z <sub>2</sub>	- Z <sub>2</sub> Z <sub>2</sub>	(-) Z <sub>3</sub> Z <sub>2</sub>	- Z <sub>4</sub> Z <sub>2</sub>	(+) Z <sub>4</sub> Z <sub>1</sub>
M <sub>5</sub> =	- Z <sub>1</sub> Z <sub>1</sub>	(-) Z <sub>2</sub> Z <sub>1</sub>	- Z <sub>3</sub> Z <sub>1</sub>	(-) Z <sub>4</sub> Z <sub>1</sub>	- Z <sub>5</sub> Z <sub>1</sub>

Das eingeklammerte (-)-Zeichen gilt im Falle der Gl. (5).

Die Zählweise.

Bei der Anzahl der bei einem vielgeschossigen und vielstieligen Rahmen zu kennzeichnenden Bauglieder, Rahmenknoten, Unbekannten und Eckmomente ist der Zählweise besondere Beachtung zu schenken. Diese wird durch Bild 1 hinreichend gekennzeichnet. Der linke obere Knoten erhält in senkrechter wie in waagerechter Richtung die Ordnungszahl Null. Die Stützenstränge erhalten arabische Ziffern und zählen von 0, 1, 2 über t bis zum letzten Strang „n“. Die Riegel erhalten römische Ziffern und zählen von 0, I, II über p bis (z-1).

Stützenstrang t und Riegel p schneiden sich im Knoten p t. Am Knoten p t greifen folgende Rahmeneckmomente an: oberhalb das Stielfußmoment M<sub>p t</sub><sup>f</sup>, unterhalb das Stielkopfmoment M<sub>p t</sub><sup>k</sup>; links des Knotens das Riegeleckmoment M<sub>p t</sub><sup>l</sup>, rechts davon M<sub>p t</sub><sup>r</sup>.

Die Randstützen haben das Trägheitsmoment J<sub>a</sub>, die Innenstützen das Trägheitsmoment J<sub>i</sub> = 2 J<sub>a</sub>. Soll offengelassen werden, ob es sich um eine Rand- oder eine Innenstütze handelt, wird die Bezeichnung J<sub>h</sub> gewählt.

Das Trägheitsmoment eines Riegels wird mit J<sub>r</sub> bezeichnet.

Statisch Unbestimmte sind die Stielfußmomente, deren Ordnungszahl die gleiche ist wie die des unter ihnen liegenden Riegels. Die Lastgruppen, denen sie angehören, zählen wie die Stützenstränge von 0 über m bis n.

Positive Momentenflächen.

Es werden alle Momente als positiv bezeichnet, die

1. an der Unterseite der Riegel
2. an der rechten Seite der Stützen

(siehe die ---Stabsseite in Bild 2).

Daß trotz der Symmetrie der Systeme für alle Stützen die gleiche Stabsseite als Zugzone festgelegt wird, hängt mit dem gewählten Verfahren zusammen, für das diese Wahl die einzig zweckmäßige ist.

Statisches Hauptsystem und harmonische Bedingungen.

Als statisches Hauptsystem wird der (n+1)-stielige Rahmen mit unverrückbar gegeneinander festgehaltenen Stützenfüßen nach Bild 3 gewählt. Das Trägheitsmoment der Stäbe ist zwischen zwei Rahmenknoten gleichbleibend. Alle Stäbe haben den gleichen Elastizitätsmodul.

$$\left. \begin{aligned} \text{Harmoniebedingungen} \quad & \left\{ \begin{aligned} \frac{l_t}{J_{pt}} = \frac{l(\pm a)}{J_p(\pm a)} = L_p \\ J_{pi} = 2 J_{pa} \end{aligned} \right. \end{aligned} \right\}$$

$$\text{Bezeichnungen: } \frac{h_p}{J_{pa}} = H_p \quad k_p = \frac{H_p}{L_p}$$

dann ist

$$(12) \quad H_p = k_p L_p.$$

Für die Momente am statisch unbestimmten (n+1)-stieligen Hauptsystem ist der Einfluß der vorweggenommenen Unbekannten:

(n-1) unbestimmte Stützdru

n unbestimmte Horizontalschü

zu berücksichtigen.

Stützdru: Statt der Stützdru selbst werden die von ihnen erzeugten Stützmomente als Unbekannte eingeführt. Statt der (n-1) Einzelkräfte werden dabei (n-1) Lastgruppen gebildet, die voneinander unabhängig sind. Diese Lastgruppen zeigen für n=4 die Bilder 4 bis 6. In jeder Lastgruppe werden alle Riegelknoten gleichzeitig belastet. Und zwar wirkt über dem Knoten t am n-teiligen System das Stützmoment m<sup>ter</sup> Ordnung:

$$(13) \quad V_{tm}^n = \sin \left( m \cdot \frac{t\pi}{n} \right) \quad [m = 1 \text{ bis } (n-1)].$$

Die  $m^{te}$  Lastgruppe ruft dabei am Rahmen  $p$  die Verformung hervor:

$$(14) \quad \delta_{vv}^{mm} = \frac{1}{E J_{pl}} \int V_{lm}^n V_{lm}^n ds = \frac{n}{6} \left( 2 + \cos \frac{m\pi}{n} \right) \frac{L_p}{E}$$

Die Lastgruppen sind voneinander unabhängig, d. h. die Verformung zwischen ihnen ist Null.

$$(15) \quad \delta_{vv}^{m(m\pm a)} = \int V_{lm}^n V_{l(m\pm a)}^n ds = 0$$

Horizontalschübe: Statt der Horizontalschübe werden die von ihnen erzeugten Stielkopfmomente als Unbekannte eingeführt.

Statt der  $n$  Einzelkräfte werden dabei  $n$  Lastgruppen angeordnet, die voneinander unabhängig sind. Für  $n=4$  zeigen diese die Bilder 7 bis 10. In jeder Lastgruppe werden alle Stiele gleichzeitig belastet. Dabei wird die  $m^{te}$  Gruppe der Horizontalschübe einzig von der  $m^{ten}$  Gruppe der Stützdrücke beeinflusst mit

$$(16) \quad \delta_{hv}^{mm} = \frac{n}{2} \cdot \text{ctg} \frac{m\pi}{2n} \cdot \frac{L}{E}$$

$$(17) \quad \delta_{hv}^{m(m\pm a)} = 0$$

Unter Berücksichtigung dieses Einflusses entstehen die Eckmomente  $m^{ter}$  Ordnung:

$$(18) \quad M_t^{km} = \frac{J_h}{J_a} \cdot \cos \frac{m t \pi}{n}$$

$$(19) \quad M_t^{lm} = - \frac{\cos \frac{m(t-1)\pi}{n} + 2 \cdot \cos \frac{m t \pi}{n}}{2 + \cos \frac{m\pi}{n}}$$

$$(20) \quad M_t^{rm} = + \frac{2 \cdot \cos \frac{m t \pi}{n} + \cos \frac{m(t+1)\pi}{n}}{2 + \cos \frac{m\pi}{n}}$$

Führt man den abkürzenden Ausdruck

$$(21) \quad N_{mp} = 3 + 2k_p \left( 2 + \cos \frac{m\pi}{n} \right)$$

für  $m=1$  bis  $n$  ein, so erhält man für die Verformungen der Gruppen:

$$(22) \quad m=1 \text{ bis } (n-1): \delta_{hh}^{mm} = \frac{n}{6} \cdot \frac{N_{mp}}{2 + \cos \frac{m\pi}{n}} \cdot \frac{L_p}{E}$$

$$(23) \quad m=n: \delta_{hh}^{nn} = 2 \cdot \frac{n}{6} \cdot \frac{N_{np}}{2 + \cos \pi} \cdot \frac{L_p}{E}$$

$$(24) \quad \delta_{hh}^{m(m\pm a)} = \int M_h^m M_h^{m\pm a} ds = 0$$

Da  $\cos 0 = 1$  ist, so ist theoretisch auch eine Gruppe  $m=0$  der Horizontalschübe möglich. Des Gleichgewichts der Kräfte wegen setzt diese aber eine horizontale Gegenkomponente im Riegel voraus. Die Gruppe  $m=0$  der Horizontalkräfte erscheint daher bei den wirklichen Belastungen bei Windangriff in Riegelhöhe.

Für den zweistieligen Rahmen  $n=1$  ist zu beachten, daß an ihm nur die Gruppe  $m=n$  der Horizontalschübe in Erscheinung tritt.

Stielfußmomente: Die biegunsfeste Verbindung zwischen zwei Rahmen nach Bild 11 wird durch statisch unbekannte Momente bewirkt. Die Bezeichnung ist dabei so gewählt, daß die Momente  $M_p$  die Rahmen  $(p-1)$  und  $p$  miteinander verbinden. Die Momente  $M_p$  greifen einerseits an den Stielfüßen des Rahmens  $(p-1)$  an und erzeugen an seinen Stäben Momente, andererseits aber greifen sie auch über den Stielen des Rahmens  $p$  an und erzeugen an dessen Stäben Momente. Die Momentenflächen des Lastangriffes  $M_p$  reichen also über die beiden Rahmen  $(p-1)$  und  $p$ . Wie aus Bild 12a bis 12c hervorgeht, überdecken sie sich dabei mit den Momentenflächen der Lastangriffe  $M_{(p-1)}$  und  $M_{(p+1)}$ , und zwar nur mit diesen.

In senkrechter Folge entstehen daher zwischen den Unbekannten einer Gruppe dreigliedrige Elastizitätsgleichungen nach Art der Clapeyronschen Gleichungsreihen, wenn alle Verformungen mit den Unbekannten der anderen Gruppen ausgeschaltet sind. Aus dieser Forderung der Ausschaltung aller anderen Gruppen, d. h. aus den Forderungen (25) u. (26)

$$(25) \quad \int M_p^m M_p^{m\pm a} ds = 0$$

$$(26) \quad \int M_p^m M_{(p\pm 1)}^{m\pm a} ds = 0$$

ergeben sich die Harmoniebedingungen. Bei ihrer Ermittlung leistet der „Reduktionssatz“ (s. oben) unschätzbare Dienste, wie Bild 12d zeigt, das die  $M_p^o$ -Fläche wiedergibt, die zur  $M_p$ -Fläche des statisch unbestimmten Hauptsystems gehört.

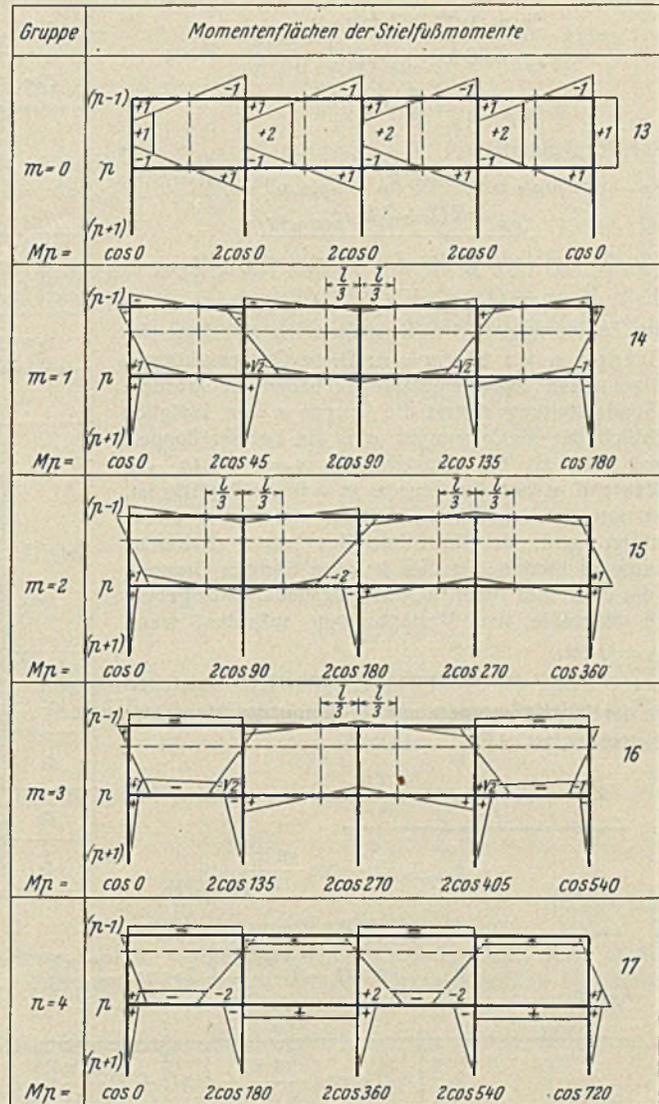


Bild 13 bis 17.

Da  $(n+1)$  statisch unbestimmte Stielfußmomente zu ermitteln sind, werden  $(n+1)$  Lastgruppen  $m=0$  bis  $m=n$  gebildet. In Bild 13 bis 17 sind die  $(n+1)=5$  Momentenflächen dargestellt, die zu dem Beispiel  $n=4$  gehören, das für die Stützdrücke und Horizontalschübe der Bilder 4 bis 10 gewählt wurde. Jede Gruppe wird nur von den Stützdrücken und Horizontalschüben der gleichen Gruppe beeinflusst. Die bei den Horizontalschüben Bild 7 bis 10 erscheinenden Stielkopfmomente treten bei den Einspannmomenten der Rahmen als Stielfußmomente auf.

Bemerkenswert ist für die Momentenflächen der Bilder 13 bis 17, daß die Momentennullpunkte entweder senkrecht übereinander oder auf einer Horizontalen nebeneinander liegen.

Hinsichtlich der Gleichungen nimmt die Gruppe  $m=0$  eine besondere Stellung ein.

Gruppe  $m=0$ : Den Momentenverlauf zeigt Bild 13, das keiner weiteren Erläuterung bedarf.

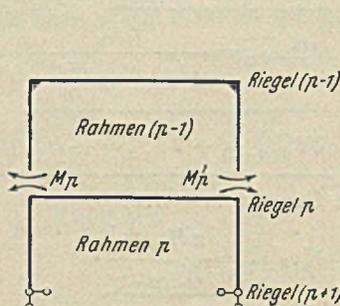


Bild 11.

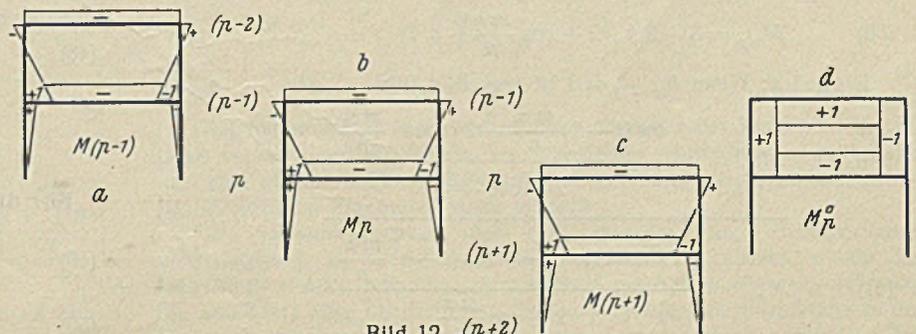


Bild 12. (n+2)

Die dreigliedrige Elastizitätsgleichung für diese Gruppe lautet:

$$(27) \quad -\epsilon_{p(p-1)} M_{(p-1)} + \epsilon_{pp} M_p - \epsilon_{p(p+1)} M_{(p+1)} = -\epsilon_p^0$$

In dieser Gleichung ist:

$$(28) \quad \epsilon_{pp} = \epsilon_{p(p-1)} + \epsilon_{pk} + \epsilon_{p(p+1)}$$

$$\epsilon_{p(p-1)} = \frac{n}{3} \cdot L_{(p-1)}$$

$$\epsilon_{pk} = 6 k_{(p-1)} \cdot \epsilon_{p(p-1)}$$

$$\epsilon_{p(p+1)} = \frac{n}{3} \cdot L_p$$

Für den Sonderfall

$$\epsilon_{p(p-1)} = \epsilon_{p(p+1)} = \text{const}, k_p = k_{(p+1)} = \text{const} = k$$

$$(28a) \quad \epsilon_{pp} = 2(1 + 3k) \epsilon_{p(p-1)}$$

Für die Aufstellung des Zahlenrechtecks gilt:

$$(29) \quad M_p = -D_{pp} \epsilon_p^0 + \mu_p^{(p \pm a)} M_{(p \pm a)}$$

d. h. im Zahlenrechteck tritt kein Vorzeichenwechsel ein.

Gruppe  $m=1$  bis  $m=n$ : Diese Gruppen können im allgemeinen zusammenfassend behandelt werden. Eine Sonderstellung nimmt die Gruppe  $m=n$  lediglich hinsichtlich der Verformungen ein, die bei ihr doppelt so groß sind als bei den Gruppen  $m=1$  bis  $(n-1)$ .

Während es bei der Gruppe  $m=0$  gleichgültig ist, ob der unterste Rahmen auf Stielen steht oder direkt unterstützt wird, da die Stiele des letzten Rahmens spannungslos bleiben, ist dies bei den übrigen Gruppen nicht der Fall. Bei ihnen ist daher besonders anzugeben, welche Momente und Verformungen auftreten, wenn  $h_{(z-1)} = 0$  ist.

Am statisch unbestimmten Hauptsystem entstehen infolge der Stieffußmomente  $m^{\text{ter}}$  Ordnung die Momente:

Rahmen  $(p-1)$ :

$$(30) \quad M_{pt}^m = + \frac{J_h}{J_a} \cdot \cos \frac{m\pi}{n}$$

$$(31) \quad M_{(p-1)t}^{km} = - \frac{k_{(p-1)} \left( 2 + \cos \frac{m\pi}{n} \right)}{N_{m(p-1)}} \cdot M_{pt}^m$$

$$(32) \quad M_{(p-1)t}^{lm} = + \frac{k_{(p-1)} \left[ \cos(t-1) \frac{m\pi}{n} + 2 \cdot \cos t \cdot \frac{m\pi}{n} \right]}{N_{m(p-1)}}$$

$$(33) \quad M_{(p-1)t}^{rm} = - \frac{k_{(p-1)} \left[ 2 \cdot \cos t \cdot \frac{m\pi}{n} + \cos(t+1) \frac{m\pi}{n} \right]}{N_{m(p-1)}}$$

$$(34) \quad N_{m(p-1)} = 3 + 2 k_{(p-1)} \left( 2 + \cos \frac{m\pi}{n} \right)$$

Rahmen  $p$ :

$$(35) \quad M_{(p+1)t}^m = 0$$

$$(36) \quad M_{pt}^{km} = \frac{J_h}{J_a} \cdot \frac{3}{N_{mp}} \cdot \cos \frac{m\pi}{n}$$

$$(37) \quad M_{pt}^{lm} = + \frac{2 k_p \left[ \cos(t-1) \frac{m\pi}{n} + 2 \cdot \cos t \cdot \frac{m\pi}{n} \right]}{N_{mp}}$$

$$(38) \quad M_{pt}^{rm} = - \frac{2 k_p \left[ 2 \cdot \cos t \cdot \frac{m\pi}{n} + \cos(t+1) \frac{m\pi}{n} \right]}{N_{mp}}$$

$$(39) \quad N_{mp} = 3 + 2 k_p \left( 2 + \cos \frac{m\pi}{n} \right)$$

Riegel  $z$ : Wenn  $h_{(z-1)} = 0$  ist (vgl. Bild 19):

$$(40) \quad M_{zt}^{lm} = + \frac{\cos(t-1) \frac{m\pi}{n} + 2 \cdot \cos t \cdot \frac{m\pi}{n}}{2 + \cos \frac{m\pi}{n}}$$

$$(41) \quad M_{zt}^{rm} = - \frac{2 \cdot \cos t \cdot \frac{m\pi}{n} + \cos(t+1) \frac{m\pi}{n}}{2 + \cos \frac{m\pi}{n}}$$

Tafel 2

Festwerte für Riegellasten					
Lastfall	1	2	3	4	5
$c_1 =$	$\frac{x(l-x)}{l^2} \cdot p \cdot l$	$\frac{(r-1)(r+1)}{6r} \cdot p \cdot l$	$\frac{2r^2+1}{12r} \cdot p \cdot l$	$\frac{l-2x}{l} \cdot M$	$\frac{q \cdot l^2}{6}$
$c_2 =$	$\frac{x}{l}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{x(2l-3x)}{l(l-2x)}$	$\frac{1}{2}$
Lastfall	6	7	8	9	10
$c_1 =$	$\frac{2a[3x(l-x)+a^2]}{3l^3} \cdot p \cdot l^2$	$\frac{a^2(2l-a)}{6l^3} \cdot p_c \cdot l^2$	$\frac{a(3l^2-2a^2)}{12l^3} \cdot p_m \cdot l^2$	$\frac{a^2(2l-a)}{12l^3} \cdot p_a \cdot l^2$	$\frac{(l+a)(l-a)^2}{12l^3} \cdot p_b \cdot l^2$
$c_2 =$	$\frac{x}{l} \cdot \frac{a^2(l-2x)}{l[3x(l-x)+a^2]}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{a}{5l} \cdot \frac{5l-3a}{2l-a}$	$\frac{3l^2+4al+3a^2}{5l(l+a)}$

Alle Belastungen beziehen sich auf das Feld  $(t+1)$ , das links von der Stütze  $t$ , rechts von der Stütze  $(t+1)$  begrenzt wird.

Tafel 3

Festwerte für Stützenlasten						
Lastfall	11	12	13	14	15	16
$c_3 =$	$\frac{P y}{2n}$	$\frac{M}{2n}$	$\frac{p \cdot y^2}{12n}$	$\frac{p(h-y)(2h+y)}{12n}$	$\frac{p \cdot y^3}{4n}$	$\frac{p(h^2-y^2)}{4n}$
$c_4 =$	$\frac{h-y}{h}$	$\frac{h-2y}{h}$	$\frac{2h-y}{2h}$	$\frac{h^2-y^2}{2h(2h+y)}$	$\frac{3h-2y}{3h}$	$\frac{(h-y)(h+2y)}{3h(h+y)}$
$c_5 =$	$\frac{h+y}{h}$	$\frac{h^2-3y^2}{h(h-2y)}$	$\frac{10h^2-3y^2}{5h(2h-y)}$	$\frac{8h^2+9yh+3y^2}{5h(h+y)}$	$\frac{3(2h^2-y^2)}{2h(3h-2y)}$	$\frac{3(h+y)^2}{2h(h+2y)}$
$c_6 =$	$\frac{2h-y}{h}$	$\frac{2(h-y)}{h}$	$\frac{4h-y}{2h}$	$\frac{5h^2+2hy-y^2}{2h(2h+y)}$	$\frac{2(3h-y)}{3h}$	$\frac{2(2h^2+2hy-y^2)}{3h(h+y)}$

Bemerkenswert ist, daß der Lastangriff  $M_{(p-1)t}^m$  nach Gl. (37) u. (38) am Riegel  $(p-1)$  doppelt so große Momente erzeugt als der Lastangriff  $M_{pt}^m$ . Der Einfluß der über dem Riegel angreifenden Momente auf die Rieglmomente selbst ist also doppelt so groß als der der Stieffußmomente.

Die dreigliedrigen Elastizitätsgleichungen dieser Gruppen lauten:

$$(42) \quad \delta_{p(p-1)}^m M_{(p-1)}^m + \delta_{pp}^m M_p^m + \delta_{p(p+1)}^m M_{(p+1)}^m = -\delta_{mp}^0$$

Hierin ist:

$$(43) \quad \delta_{pp}^m = 2 \delta_{p(p-1)}^m + \delta_{pk}^m + 2 \delta_{p(p+1)}^m$$

Für den Sonderfall  $\delta_{p(p-1)}^m = \text{const}; k_p = \text{const} = k$

$$(44) \quad \delta_{pp}^m = \left[ 4 + k \left( 2 + \cos \frac{m\pi}{n} \right) \right] \delta_{p(p-1)}^m$$

Für die Gruppen  $m=1$  bis  $(n-1)$  ist:

$$(45) \quad \delta_{p(p-1)}^m = \frac{n H_{(p-1)}}{2 N_{m(p-1)}}$$

$$(46) \quad \delta_{pk}^m = k_{(p-1)} \left( 2 + \cos \frac{m\pi}{n} \right) \delta_{p(p-1)}^m$$

$$(47) \quad \delta_{p(p+1)}^m = \frac{n H_p}{2 N_{mp}}$$

$$(48) \quad \delta_{z(z+1)}^m = \frac{n L_z}{4 \left( 2 + \cos \frac{m\pi}{n} \right)}$$

$$3 \delta_{p(p-1)}^m + 2 \delta_{pk}^m = \frac{n}{2} H_{(p-1)}$$

Für die Gruppe  $m=n$ :

$$(49) \quad \delta_{p(p-1)}^n = \frac{n H_{(p-1)}}{N_{n(p-1)}}$$

$$(50) \quad \delta_{pk}^n = k_{(p-1)} \delta_{p(p-1)}^n$$

$$(51) \quad \delta_{p(p+1)}^n = \frac{n H_p}{N_{np}}$$

$$(52) \quad \delta_{z(z+1)}^n = \frac{n L_z}{2}$$

$$3 \delta_{p(p-1)}^n + 2 \delta_{pk}^n = n \cdot H_{(p-1)}$$

Für die Aufstellung des Zahlenrechtecks gilt:

$$(53) \quad M_p^m = -D_{pp}^m \delta_{pm}^o \pm \varphi_p^{(p \pm a)} M_{(p \pm a)}$$

d. h. im Zahlenrechteck der Gruppen  $m=1$  bis  $m=n$  tritt Vorzeichenwechsel ein.

Die äußeren Belastungen.

a) Die Riegelasten.

Infolge einer Einzellast auf einem Riegel entstehen an jedem Durchlaufbalken und Rechteckrahmen, dessen Stäbe gleichbleibendes Trägheitsmoment besitzen, Rahmeneckmomente der Form

$$(54) \quad M_\varepsilon = \frac{x(l-x)(\alpha l + \beta x)}{l^3} \cdot P l$$

Da sich aus dem Einfluß einer Einzellast nun die Einflüsse aller stetigen Lastfälle durch Summenbildung oder Integration, der Einfluß eines Moments durch Differentiation ergibt, so ist für diese Lastfälle jedes Eckmoment eines Rechteckrahmens durch die Form

$$(55) \quad M_\varepsilon = + c_1 (\alpha + c_2 \beta)$$

gekennzeichnet. Darin sind  $\alpha$  und  $\beta$  von den Belastungen unabhängig. Die Werte  $c_1$  und  $c_2$  aber hängen nur von der Art der Belastung ab.

Für eine Formelsammlung für Rechteckrahmen ist es daher zweckmäßig, zunächst eine Übersichtstafel über die Werte  $c_1$  und  $c_2$  für die meist vorkommenden Lastfälle zusammenzustellen. Dieses ist in Tafel 2 für zehn Belastungsfälle geschehen, die, miteinander verbunden, eine Zahl weiterer Belastungsfälle ergeben.

Am schnellsten können mit Hilfe des Reduktionssatzes die Verformungen bestimmt werden, da von der Belastung nur die  $M_n$ -Fläche benötigt wird, wie sie in Tafel 2 für die Lastfälle 1 bis 5 angegeben wurde.

Die Belastung des Riegels  $p$  liegt im Bereiche der unbekanntnen Momente  $M_p$  und  $M_{(p+1)}$  (vgl. Bild 12). Da nach Bild 13 für die Gruppe  $m=0$  die Rieglmomente  $M_p$  und  $M_{(p+1)}$  einander entgegengesetzt gleich sind, wird

$$(56) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Gruppe } m=0: \\ -\varepsilon_p^o = \varepsilon_{(p+1)}^o = \frac{c_1(1-2c_2)}{6} \cdot L_p = \frac{c_1(1-2c_2)}{2n} \cdot \varepsilon_{p(p+1)} \end{array} \right.$$

In den Gruppen  $m=1$  bis  $n$  sind die Momente des Riegels  $p$  für  $M_p$  doppelt so groß als für  $M_{(p+1)}$ . Es wird:

Gruppe  $m=1$  bis  $m=n$ :

$$(57) \quad \left\{ \begin{array}{l} \delta_{mp}^o = 2 \delta_{m(p+1)}^o \\ = -c_1 \cdot \frac{H_p}{N_{mp}} \left[ \cos \frac{t m \pi}{n} - c_2 \left( \cos \frac{t m \pi}{n} + \cos \frac{(t+1) m \pi}{n} \right) \right] \end{array} \right.$$

$$(57a) \quad \delta_{mz}^o = -\frac{c_1}{2} \cdot \frac{L_z}{2 + \cos \frac{m \pi}{n}} \left[ \cos \frac{t m \pi}{n} - c_2 \left( \cos \frac{t m \pi}{n} + \cos \frac{(t+1) m \pi}{n} \right) \right]$$

oder durch  $\delta_{p(p+1)}$  ausgedrückt:

$$(58) \quad \left\{ \begin{array}{l} m=1 \text{ bis } (n-1): \delta_{mp}^o = 2 \delta_{m(p+1)}^o \\ = -\frac{2c_1}{n} \cdot \delta_{p(p+1)}^m \left[ \cos \frac{t m \pi}{n} - c_2 \left( \cos \frac{t m \pi}{n} + \cos \frac{(t+1) m \pi}{n} \right) \right] \end{array} \right.$$

$$(59) \quad m=n: \delta_{np}^o = 2 \delta_{n(p+1)}^o = -\frac{c_1}{n} \cdot \delta_{p(p+1)}^n \cos(t\pi)$$

Für die endgültigen Rahmeneckmomente am statisch unbestimmten Hauptsystem ergeben sich die Werte  $\alpha$  und  $\beta$  für die Eckmomente an der Stütze  $(t+a)$  [ $a \geq 0$ ] in den Gruppen  $m=1$  bis  $m=n$  zu:

Stielkopfmomente:

$$(60) \quad \alpha_{(t+a)p}^{km} = -\frac{3 J_h}{n J_a} \cdot \frac{\cos \frac{t m \pi}{n} \cdot \cos \frac{(t+a) m \pi}{n}}{N_{mp}}$$

$$(61) \quad \beta_{(t+a)p}^{km} = +\frac{3 J_h}{n J_a} \cdot \frac{\cos \frac{(t+a) m \pi}{n} \left( \cos \frac{t m \pi}{n} + \cos \frac{(t+1) m \pi}{n} \right)}{N_{mp}}$$

Rieglmomente links der Stütze  $(t+a)$  in den Gruppen  $m=1$  bis  $m=n$ :

$$(62) \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha_{(t+a)p}^{lm} = -\frac{\sin \frac{(t+a) m \pi}{n} \left[ 2 \cdot \sin \frac{t m \pi}{n} + \sin \frac{(t+1) m \pi}{n} \right]}{n \left( 2 + \cos \frac{m \pi}{n} \right)} \\ + \frac{3 \cdot \cos \frac{t m \pi}{n} \cdot 2 \cdot \cos \frac{(t+a) m \pi}{n} + \cos \frac{(t+a-1) m \pi}{n}}{n N_{mp} \cdot \left( 2 + \cos \frac{m \pi}{n} \right)} \end{array} \right.$$

$$(63) \quad \left\{ \begin{array}{l} \beta_{(t+a)p}^{lm} = +\frac{\sin \frac{(t+a) m \pi}{n} \left[ \sin \frac{t m \pi}{n} - \sin \frac{(t+1) m \pi}{n} \right]}{n \left( 2 + \cos \frac{m \pi}{n} \right)} \\ - \frac{3 \left[ \cos \frac{t m \pi}{n} + \cos \frac{(t+1) m \pi}{n} \right] \left[ 2 \cdot \cos \frac{(t+a) m \pi}{n} + \cos \frac{(t+a-1) m \pi}{n} \right]}{n N_{mp} \left( 2 + \cos \frac{m \pi}{n} \right)} \end{array} \right.$$

Rieglmomente rechts der Stütze  $(t+a)$  in den Gruppen  $m=1$  bis  $m=n$ :

$$(64) \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha_{(t+a)p}^{rm} = -\frac{\sin \frac{(t+a) m \pi}{n} \left[ 2 \cdot \sin \frac{t m \pi}{n} + \sin \frac{(t+1) m \pi}{n} \right]}{n \left( 2 + \cos \frac{m \pi}{n} \right)} \\ + \frac{3 \cdot \cos \frac{t m \pi}{n} \cdot 2 \cdot \cos \frac{(t+a) m \pi}{n} + \cos \frac{(t+a+1) m \pi}{n}}{n N_{mp} \cdot \left( 2 + \cos \frac{m \pi}{n} \right)} \end{array} \right.$$

$$(65) \quad \left\{ \begin{array}{l} \beta_{(t+a)p}^{rm} = +\frac{\sin \frac{(t+a) m \pi}{n} \left[ \sin \frac{t m \pi}{n} - \sin \frac{(t+1) m \pi}{n} \right]}{n \left( 2 + \cos \frac{m \pi}{n} \right)} \\ + \frac{3 \left[ \cos \frac{t m \pi}{n} + \cos \frac{(t+1) m \pi}{n} \right] \left[ 2 \cdot \cos \frac{(t+a) m \pi}{n} + \cos \frac{(t+a+1) m \pi}{n} \right]}{n N_{mp} \left( 2 + \cos \frac{m \pi}{n} \right)} \end{array} \right.$$

Die Lastfälle  $m=1$  bis  $m=n$  sind zu addieren. Es ist also:

$$(66) \quad \alpha_i = \sum_{m=1}^n \alpha_i^m \quad \beta_i = \sum_{m=1}^n \beta_i^m$$

b) Windangriff in Riegelhöhe.

Dieser Lastfall verdient insofern Beachtung, weil seine Momentenfläche (Bild 18) der Gruppe  $m=0$  der Horizontalschübe entspricht.

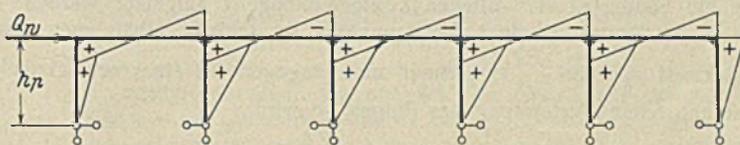


Bild 18.

Es wird am statisch unbestimmten Hauptsystem

$$(67) \quad M_i^k = +\frac{J_h}{J_a} \cdot \frac{1}{2n} \cdot Q_w h$$

$$(68) \quad M_i^l = -\frac{1}{2n} \cdot Q_w h$$

$$(69) \quad M_i^r = +\frac{1}{2n} \cdot Q_w h$$

Des weiteren beeinflusst er nur die Gruppe  $m=0$  der unbekanntnen Stielfußmomente, dagegen nicht die Gruppen  $m=1$  bis  $m=n$ . Und zwar wird bei Druck gegen den Riegel  $p$

$$(70) \quad \varepsilon_p^o = -\frac{Q_w h_p}{6} \cdot L_p = -\frac{Q_w h_p}{2n} \cdot \varepsilon_{p(p+1)}$$

$$(71) \quad \varepsilon_{(p+1)}^o = -(1 + 3k_p) \varepsilon_p^o$$

$$(72) \quad \delta_{mp}^o = \delta_{m(p+1)}^o = 0$$

Bei harmonischen Stockwerksrahmen ist daher der Einfluß in Riegelhöhe angreifender Windkräfte am schnellsten zu verfolgen, weil dafür nur eine einzige Reihe dreigliedriger Elastizitätsgleichungen aufzulösen ist. (Praktische Ergebnisse siehe später.)

Die Unbequemlichkeit, daß z. B. eine im Riegel 0 angreifende Horizontalkraft  $w_0$  in allen darunterliegenden Geschossen wieder als Riegelkraft auftritt, umgeht man praktisch am besten dadurch, daß man die Querkraft aller oberhalb des Riegels angreifenden Einzelkräfte in der Querkraft zusammenführt und für sie das Zahlenrechteck ermittelt. Den

Einfluß des Einzelangriffes  $w_i$  erhält man dann aus der Summierung aller  $Q_w$ , die den Angriff  $w_i$  enthalten. Es ist

$$(73) \quad \varphi_{wi} = \sum_{n=i}^Z \varphi_{qn}$$

da  $w_i$  in  $Q_{wi}$ ,  $Q_{w(i+1)}$ ,  $Q_{w(i+2)}$  bis  $Q_{wz}$  enthalten ist.

Die Momentenfläche Bild 18 erzeugt Stützendrücke nur in den Außenstützen 0 und  $n$ . Desgleichen die Stielmomente der Gruppe  $m=0$ . Daraus ergeben sich die weiter unten gekennzeichneten Richtlinien für die Berechnung von Vierendeelträgern, die nur in den Rahmenknoten belastet sind.

c) Lastangriff am Stiel  $t$ .

Für die Belastung eines Stieles mit einer Einzellast gilt wie für Riegel-Einzelasten, daß sich aus ihrem Einfluß der Einfluß aller anderen stetigen Lastfälle ableiten läßt. Für die Belastung der Stiele kann daher eine der Tafel 2 entsprechende Tafel der Festwerte, die Tafel 3 auf gestellt werden.

Die Erweiterungsfaktoren der Horizontalschübe sind:

$$(74) \quad H_0 = c_3.$$

$$(75) \quad m = 1 \text{ bis } m = (n-1): H_m = -c_3 c_4 c_5 \cdot \frac{N_{mp} - 3}{N_{mp}} \cdot \cos \frac{t m \pi}{n}.$$

$$(76) \quad m = n: H_n = -c_3 c_4 c_5 \cdot \frac{N_{np} - 3}{2 N_{np}} \cdot \cos t \pi.$$

Alle Rechte vorbehalten.

### Über die Stabilität des Kreisbogens mit Zwischengelenken.

Von S. Woinowsky-Krieger, Berlin.

(Schluß aus Heft 24.)

#### 5. Der Kreisring.

Über das Verhalten des geschlossenen Kreisringes unter gleichmäßigem Außendruck gibt in vielen Fällen die Stabilitätstheorie des offenen Kreisbogens unmittelbar Aufschluß. Einige Ergebnisse, die sich auf diesen Gegenstand beziehen, seien hier kurz wiedergegeben.

a) Kreisring ohne Gelenke. Die kritische Belastung für diesen Fall ist bereits von M. Lévy<sup>9)</sup> angegeben worden. Sie ist

$$p_k = 3 \cdot \frac{EJ}{r^3}.$$

Man kommt zum gleichen Ergebnis, indem man von der Verschiebungsfunktion (4) eine Periodizität, und zwar mit der Periode  $= 2\pi$  verlangt. Der kleinste hierbei in Betracht kommende Wert  $k=2$  ergibt dann die obige Knickbelastung.

b) Kreisring mit einem Gelenk. Diese Ringanordnung kann als ein Sonderfall des offenen Zweigelenkbogens aufgefaßt werden<sup>10)</sup>. Unter der Annahme eines Wendepunktes im Gelenk erhält man den Knickwert  $p_k = 3 \cdot \frac{EJ}{r^3}$ ; rechnet man dagegen mit einer zum Gelenk symmetrischen Verformung des Ringes, so wird

$$p_k = 1,39 \cdot \frac{EJ}{r^3}.$$

Im letzteren Fall erweist sich die Knickbedingung identisch mit der Stabilitätsgleichung (21) des Eingelenkbogens für  $\alpha = \pi$ , während die entsprechende Biegelinie des Kreisringes durch einen scharfen Knick im Gelenk gekennzeichnet wird.

c) Kreisring mit 2 Gelenken. Das eine dieser Gelenke darf stets als festgehalten angesehen werden. Die Lösung der Aufgabe ist daher bei einer ganz beliebigen Lage der Gelenke durch Gl. (12) gegeben, worin jedenfalls  $\alpha + \beta = 2\pi$  sein muß. Liegen die Gelenke an den Enden ein und desselben Durchmessers, ist also  $\alpha = \beta = \pi$ , so gilt nach Gl. (15) die Knickbedingung  $k^3 - k + \frac{2}{\pi} \cdot \text{tg} \frac{k\pi}{2} = 0$ . Ihrer kleinsten Wurzel  $k = 1,341$  entspricht die kritische Belastung

$$p_k = 0,80 \cdot \frac{EJ}{r^3}.$$

Hingegen würde die Annahme von Wendepunkten in den Gelenken zu  $p_k = 3 \cdot \frac{EJ}{r^3}$ , also zu einem wesentlich höheren Knickwert führen.

d) Kreisring mit 3 Gelenken. Sind die Gelenke regelmäßig auf den Kreisumfang verteilt (Bild 5), so bedient man sich zur vollständigen Lösung der Aufgabe mit Vorteil der Differenzgleichungen. Als unabhängige Variable ist hier die Ordnungszahl 1, 2, 3 der Stäbe und als abhängige Veränderliche sind die 6 Konstanten  $C$  der Verschiebungsfunktion  $v$  aufzufassen, die für alle Stäbe in der gleichen Form (4) anzusetzen ist. Die Übergangsbedingungen in den Gelenken ( $\varphi = \pm \pi/3$ )

An der Stütze  $(t+a)$ , wobei  $a \leq 0$ , entstehen am statisch unbestimmten Hauptsystem die Momente:

$$(77) \quad M_{(t+a)}^k = \sum_{m=0}^n \frac{J_h}{J_a} \cdot \cos \frac{(t+a)m\pi}{n} \cdot H_m.$$

$$(78) \quad M_{(t+a)}^l = - \sum_{m=0}^n \frac{\cos \frac{(t+a-1)m\pi}{n} + 2 \cdot \cos \frac{(t+a)m\pi}{n}}{2 + \cos \frac{m\pi}{n}} \cdot H_m.$$

$$(79) \quad M_{(t+a)}^r = + \sum_{m=0}^n \frac{2 \cdot \cos \frac{(t+a)m\pi}{n} + \cos \frac{(t+a+1)m\pi}{n}}{2 + \cos \frac{m\pi}{n}} \cdot H_m.$$

Die Lastangriffe an den Stützen rufen die Verformungen hervor:

$$(67) \quad \epsilon_p^0 = -c_3 \epsilon_{p(p+1)}.$$

$$(68) \quad \epsilon_{(p+1)}^0 = +c_3 [1 + 3c_6 k_p] \epsilon_{p(p+1)}.$$

$$(69) \quad \delta_{mp}^0 = c_3 c_4 c_5 \cdot \cos \frac{t m \pi}{n} \cdot \frac{n H_p}{N_{mp}}.$$

$$(70) \quad \delta_{m(p+1)}^0 = c_3 c_4 \left[ 1 - c_5 \cdot \frac{N_{mp} - 1}{2 N_{mp}} \right] \cos \frac{t m \pi}{n} \cdot n H_p.$$

(Schluß folgt.)

ermöglichen die Aufstellung eines Systems von 6 Differenzgleichungen, deren Lösungen periodisch mit einer Periode  $= 3$  sein müssen. Von den wenigen Knickbedingungen, die hierbei in Frage kommen, liefert die Knickgleichung  $\cos \frac{k\pi}{3} = 0$  die kleinste kritische Belastung

$$p_k = 1,25 \cdot \frac{EJ}{r^3}.$$

In diesem Knickfall dürfen zwei Gelenke als unverschieblich angesehen werden, während im dritten ein Wendepunkt liegen müßte. Die Annahme einer gleichmäßigen Einknickung aller Gelenke, d. h. einer Verformung von dreilachsiger Symmetrie, führt zu der Stabilitätsbedingung  $k^3 - k + \frac{3}{\pi} \cdot \text{tg} \frac{k\pi}{3} = 0$ . Die kleinste Wurzel dieser Gleichung ergibt

sich zu  $k = 1,748$ , und die zugehörige Belastung  $p_k = 2,05 \cdot \frac{EJ}{r^3}$  ist somit

nicht die maßgebende Knicklast.

Sämtliche in der vorliegenden Arbeit behandelten Aufgaben wurden unter der Annahme einer Druckbelastung gelöst, die stets normal zur Bogenachse wirkt und die Drehung eines unter der Knicklast ausweichenden Bogenelements mitmachen muß. Setzt man voraus, daß die Belastung ihre Richtung zum Mittelpunkt des unverformten Kreisbogens auch weiter beibehält, so erfährt die Differentialgleichung (2) eine geringe Abänderung<sup>11)</sup>, und die Kreisfunktionen ihrer Lösung  $v(\varphi)$  erhalten zu Argumenten den Winkel  $\varphi$ , multipliziert mit gewissen Wurzelausdrücken in

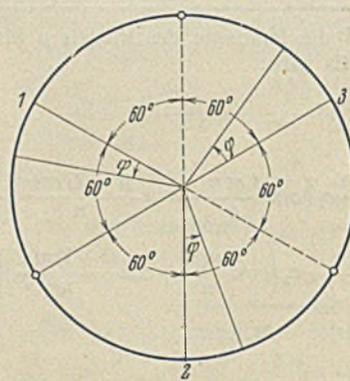


Bild 5.

$\alpha = 2 + \frac{p r^3}{EJ}$ . Das ganze Problem könnte dann weiter genau wie oben dargelegt behandelt werden; allerdings würde sich die wirkliche Aufstellung der betreffenden Lösungen und ihre numerische Auswertung etwas umständlicher gestalten. Die durchgerechneten Fälle des Zweigelenkbogens sowie des gelenklosen Bogens liefern unter der fraglichen Voraussetzung höhere Knickwerte, als sie unserer grundlegenden Annahme unter sonst gleichen Bedingungen entsprechen; der Unterschied ist allerdings nur bei größeren Pfeilverhältnissen erheblich. Bei Bogen mit Zwischengelenken dürften die Verhältnisse ganz ähnlich liegen.

<sup>11)</sup> Siehe J. Ratzersdorfer, S. 311.

INHALT: Die Lage der deutschen Stahlbau-Industrie. — Die Berechnung harmonischer Stockwerksrahmen und Vierendeelträger mit Hilfe von Kreisfunktionen. — Über die Stabilität des Kreisbogens mit Zwischengelenken. (Schluß.)

Verantwortlich für den Inhalt: Geh. Regierungsrat Prof. A. Hertwig, Berlin-Charlottenburg. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 9. Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

<sup>9)</sup> Journ. des Math. Liouville, Bd. 3 (1884), S. 5.

<sup>10)</sup> Siehe J. Ratzersdorfer, S. 309.