Schriftleitung: Geh. Regierungsrat Professor Dr.-Jug. A. Hertwig, Berlin-Wilmersdorf, Sächsische Str. 43 Fernsprecher: 87 7421

H (

Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. - Fernsprecher: Breslau 421 61

DER STAHLBAU

Beilage zur Zeitschrift

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

11. Jahrgang

BERLIN, 27. Mai 1938

Heft 11

Fachschrift für das ge-

samte Bauingenieurwesen

81

Beiträge zum Knickproblem des Bogenträgers und des Rahmens. Alle Rechte vorbehalten.

Von E. Chwalla, Brünn, und C. F. Kollbrunner, Zürlch.

(Fortsetzung aus Heft 10.)

B. Experimenteller Teil.

Von Dipl.-Ing. Dr. sc. techn. C. F. Kollbrunner, Zürich. I. Knickversuche mit Bogenträgern, die eine lotrechte Einzellast im Scheitel tragen.

1. Einleitung. Die in der einleitend genannten Abhandlung¹) veröffentlichten Versuche hatten zum Ziele, den experimentellen Nachweis zu erbringen, daß symmetrisch gebaute, symmetrisch belastete Bogenträger bei bestimmten Werten Hk des Bogenschubes nach antimetrischen Figuren auszuknicken beginnen und daß für H_k näherungsweise jener kritische Bogenschub in Rechnung gestellt werden darf, der sich für den untersuchten Bogenträger im Sonderfall der "Stützlinienbelastung" ergibt und beispielsweise nach dem von Stüssi13) vorgeschlagenen Rechenverfahren ermlitelt werden kann. Die Versuche wurden mit parabolischen Modellbogen vom Pfeilverhältnis f/l = 0,10, 0,20, 0,30, 0,40 durchgeführt und erstreckten sich auf sechs verschiedene, zur Mitte symmetrische Verteilungsgesetze gleich großer, lotrechter Einzellasten.

Es ist nun naheliegend, die experimentellen Untersuchungen auch auf jenen Grenzfall zu erstrecken, in welchem die lotrechten, zur Mitte symmetrisch verteilten Einzellasten im Scheitelpunkt zusammenfallen, der Bogenträger also durch eine im Scheitel wirksame, lotrechte Kraft P belastet wird. Im folgenden soll nun über die Ergebnisse derartiger Versuche berichtet werden; das Ziel der Untersuchungen war auch hier, die Existenz einer Knickerscheinung experimentell nachzuweisen und so zu zeigen, daß das geschilderte Näherungsverfahren praktisch ausreichend genaue Werte für den kritischen Bogenschub H_k liefert.

2. Anordnung und Durchführung der Versuche. Als Versuchs-modelle wurden parabolisch gekrümmte Stahlbandbogen von 60 cm Stütz-

weite verwendet; die Anordnung der Versuche war die gleiche wie früher¹). Nach einigen Vorversuchen wurden die in der Tafel 3 angegebenen 20 Hauptversuche mit Zweigelenkbogen durchgeführt. Die Scheitellast P wurde anfangs rasch, in der Nähe des kritischen Zustandes jedoch nur mehr grammweise gesteigert. Die durch unvermeidbare Unregelmäßigkeiten bei der Bogenformung verursachten sichtbaren Abweichungen der deformierten Bogenachse von der zur Mitte genau symmetrischen Form wurde durch eine kleine Verschiebung des Lastangriffspunktes rückgängig gemacht. Derartige Korrekturen des Lastangriffspunktes waren jedoch nur bei sechs Versuchen - und auch da nur in unmittelbarer Nähe des kritischen

¹³) F. Stüssi, Schweiz. Bauztg. 106, 1935, S. 135. Die nach diesem Verfahren ermittelten Werte H_k stimmen mit den von C. F. Kollbrunner (Beutelen 1920, S. 1930, S. 1930 (Bautechn. 1936, S. 186) gefundenen Versuchswerten gut überein.



Bild 6a.

Zustandes - erforderlich; das Maß der notwendigen Verschiebung betrug bei drei Versuchen je 1 mm, bei zwei Versuchen je 2 mm und nur bei einem Versuch 2,5 mm.

Tafel 3.

Belastungsfall	Anzahl der durchgeführten Versuche
Serie I. $f/l = 0,10$ Serie II. $f/l = 0,20$ Serie III. $f/l = 0,30$ Serie IV. $f/l = 0,40$	5 5 5 5 5
Gesamtzahl der Versuc	he mit Zwei-

3. Versuchsergebnisse. a) Zweigelenkbogen. Die Bogen bildeten unter der von Null anwachsenden Scheitelbelastung P vorerst symmetrisch verlaufende Gleichgewichtsfiguren aus. Unter bestimmten Lastwerten $P = P_k$ konnten diese symmetrischen Figuren trotz aller Vorsichtsmaßnahmen nicht mehr dauernd realisiert werden; der Bogen knickte in seiner Ebene aus, wobei sich die eine Bogenhälite senkte und die andere hob. Der Scheitelpunkt erfuhr hierbei eine waagerechte Verschiebung nach links oder rechts; die Knicktendenz erwies sich bei beiden Richtungen als gleich groß. Eine im Zuge des Ausknickens zur Ausbildung gelangende unsymmetrische Gleichgewichtsfigur wurde nicht festgestellt; die Verformung der Modellbogen nahm unter der kritischen Last unentwegt zu, bis der "durchgeschlagene" Zustand erreicht war.

Bild 6 läßt erkennen, wie die symmetrischen Verformungen eines Bogens vom Pfeilverhältnis f/l = 0,40 unter der anwachsenden Last immer größer werden und wie der Bogen nach Erreichen der kritischen Belastung in seiner Ebene ausknickt. In Bild 6a ist P = 0, in Bild 6b ist $P = 0,61 P_k$ und in Bild 6c gilt $P = 0,975 P_k$. Bild 6d und Bild 6e stellen Momentaufnahmen des unter $P = P_k$ ausknickenden Bogens vor; wir sehen hier deutlich, wie sich der Scheitelpunkt nach rechts verschiebt und der symmetrischen Gleichgewichtsfigur eine antimetrische Deformationsfigur überlagert wird.

Denken wir uns das Bogenmodell mit seiner "Stützlinienbelastung" (das ist bei einem Parabelbogen eine lotrechte, längs der Kämpfersehne gleichmäßig verteilte Vollbelastung) belastet und den für diesen Belastungsfall geltenden Bogenschub $(H_k)_{\text{theoretisch}}$ nach dem von Stüssi¹³) entwickelten Verfahren ermittelt, dann gelangen wir auf einen Wert, der nur wenig größer als jener Bogenschub H_k ist, bei welchem das durch



Bild 6b.



100



Bild 6c.

eine Einzellast im Scheitel belastete Bogenmodell auszuknicken beginnt. Der Festlegung des funktionalen Zusammenhanges zwischen diesem Wert H_k und der beim Versuch beobachteten Knicklast P_k wurde hierbei die elementare baustatische Theorie erster Ordnung (die auf den Einfluß der Verformung des Bogens keine Rücksicht nimmt) zugrunde gelegt, d. h.,

es wurde unmittelbar $H_k = K P_k \cdot \frac{l}{f}$ geschrieben, wobei K eine gegebene Konstante ist.



Die erhaltenen Ergebnisse sind in der Tafel 4 zusammengestellt worden. Wir finden hier die in der geschilderten Weise aus den beobachteten Knicklasten P_k rückgerechneten Bogenschübe $H_k = K P_k \cdot \frac{l}{f}$ und weiter auch den Mittelwert $(H_k)_{\text{mittel}}$, der dem nach Stüssi¹³) berechneten Wert $(H_k)_{\text{theoretisch}}$ gegenüberzustellen ist und eine Abweichung von $a^{0}/_{0}$ aufweist. Wir erkennen, daß H_k bei allen 20 Versuchen kleiner als $(H_k)_{\text{theoretisch}}$ ist, daß die Unterschiede jedoch nur geringe sind; bei jenen Werten H_k , die besonders stark von $(H_k)_{\text{theoretisch}}$ unterschieden sind, wurde der Prozentsatz dieser Maximalabweichung eingeklammert $(a_{\max}^{0}/_{0})$ unter den Wert H_k geschrieben.

b) Eingespannte Bogen. Auch die eingespannten Bogenträger bildeten unter der von Null anwachsenden Scheitelbelastung zur Mitte symmetrische Gleichgewichtsfiguren aus, doch konnte hier nur bei fünf von insgesamt 28 Versuchen eine Gleichgewichtsverzweigung und damit ein ebenes Ausknicken des Bogens nach einer unsymmetrischen (durch eine waagerechte Scheitelverschiebung gekennzeichneten) Knickfigur beobachtet werden. Bei den restlichen 23 Versuchen blieb die Gleichgewichtsfigur dauernd zur Mitte symmetrisch, doch nahm die Durchbiegung



Bild 6d.

_	-		
Ta	fa	а.	1
1 a	10	2.8	-T.

	H_k (in Gramm), $a_{\rm max}$ %				
Serie	I	II	III	IV	
$\frac{f}{l}$	0,10	0,20	0,30	0,40	
$(H_k)_{\text{theoretisch}}$ (in Gramm)	2205	1717,5	1210	817,5	
Versuch Nr. 1. $H_k =$	2048 (7,1º/₀)	1680	1204	806	
Versuch Nr. 2. $H_k =$	2088	1680	1178	806	
Versuch Nr. 3. $H_k =$	2147	1640 (1178	801	
Versuch Nr. 4. $H_{k} =$	2048 (- 7,1 º/ ₀)	1640 (1172 (3,1º/₀)	811	
Versuch Nr. 5. $H_k =$	2147	1660	1172 (- 3,1 %)	786 (
$(H_k)_{mittel} =$	2095,6	1660	1180,8	802	
a º/ ₀ =	- 5,0 º/ ₀	- 3,3 º/ ₀	- 2,4 %	- 1,9º/o	

unter einer bestimmten Laststufe P = P' unter der konstant gehaltenen Last sehr rasch zu, so daß der Bogen unter dieser Last erst im stark verformten Zustand zur Ruhe kam. Es liegt hier offenbar ein "Stabilitätsproblem ohne Gleichgewichtsverzweigung" vor, wie es ähnlich auch bei der Untersuchung längsversteilter, auf Biegung beanspruchter Rohrträger und zylindrischer Plattenstreifen, oder beim schlanken, außermittig gedrückten Baustahlstab zur Geltung kommt. Besitzt der symmetrisch gebaute Bogenträger im spannungslosen Anfangszustand die Achsenform $y_0 = \psi_0(x)$ und wird dieser Bogen in der Umgebung des Scheitels symmetrisch belastet, dann bildet er eine symmetrische Gleichgewichtsfigur $y = \psi(x)$ aus, deren Pfeilhöhe um $\Im f$ kleiner als früher ist; der Bogenschub ist hierbei durch die Forderung bestimmt, daß die geometrisch

bedingte Änderung der Bogenlänge $\int_{0}^{1} (\sqrt{1+y_0'^2} - \sqrt{1+y'^2}) dx$ mit der

elastischen Längenänderung übereinstimmen muß. Weist nun die Kurve $P = \Psi(\Im f)$, die den funktionalen Zusammenhang zwischen der Belastungsintensität P und der Scheitelsenkung $\Im f$ festlegt, ein ausgeprägtes Maximum mit der Ordinate max P = P' auf, dann liegt ein "Stabilitätsproblem ohne Gleichgewichtsverzweigung" vor und der Bogen schlägt symmetrisch durch,



Bild 7a.



Bild 7 b.

Jahrgang 11 Heft 11 27. Mai 1938



Bild 8a.

wenn P den kritischen Wert P' erreicht¹⁴). Bei vollbelasteten Bogen ist dieses Durchschlagen vornehmlich von der elastischen Achsenverkürzung abhängig und daher nur bei Bogen mit extrem kleinem Pfeilverhältnis zu erwarten⁵).

Bild 7 bezieht sich auf einen der erstgenannten fünf Versuche und läßt die Entwicklung der unsymmetrischen Knickfigur unter der Knicklast $P = P_k$ erkennen. Wir sehen, wie der symmetrischen Gleichgewichtsfigur des vorkritischen Zustandes eine antimetrische Figur überlagert wird, wie sich hierbei der Scheitelpunkt seitlich verschiebt und wie der Bogen im "durchgeschlagenen" Zustand schließlich wieder zur Ruhe kommt (Bild 7c). Der beobachteten Knicklast P_k ist ein (nach der elementaren baustatischen



Bild 8 c.

Theorie erster Ordnung berechneter) Bogenschub H_k zugeordnet, der bei den genannten fünf Versuchen um rund $20^{\circ}/_{\circ}$ kleiner war als der nach dem Verfahren von Stüssi¹³) für den Fall der "Stützlinienbelastung" ermittelte Wert $(H_k)_{\text{theorelisch}}$.

Bild 8 bezieht sich auf einen der übrigen 23 Versuche und zeigt, wie sich der Bogen unter der anwachsenden Last verformt. In Bild 8a ist der Bogen unbelastet, in Bild 8b ist eine kleine Last vorhanden und in

¹⁴) Vgl. dazu auch die an die linearisierte Differentialgleichung anknüpfende Näherungsuntersuchung, die J. Ratzersdorfer (loc. clt., S. 262) für den dreieckförmigen Zweigelenkrahmen durchgeführt hat, sowie die Arbeit von A. Nádai (Techn. Blätter, Polytechn. Verein, Prag, 47, 1915, S. 137), die sich auf ein gewaltsam gebogenes, zusätzlich querbelastetes Stahlband bezieht.



Bild 7c.



Bild 8b.

Bild 8c ist P = 0.92 P'. Unter der Last P = P' nehmen die Durchbiegungen sehr rasch zu (Bild 8d) und der Bogen kommt erst im stark verformten Zustand (Bild 8e) wieder zur Ruhe. Die den beobachteten Sonderwerten P' zugeordneten, nach der elementaren Theorie erster Ordnung berechneten Bogenschübe H' ergaben sich im Durchschnitt ebenso groß wie die früher erwähnten Werte H_k .

c) Teilweise eingespannte Bogen. Wird bei den Zweigelenkbogen — durch die Anordnung von Gegengewichten an den Gelenkorten eine teilweise Einspannung der Bogenenden hervorgerufen, dann gleicht das Tragverhalten im Fall geringer Einspannungsgrade dem Tragverhalten des Zweigelenkbogens und im Fall großer Einspannungsgrade dem des



Bild 8d.

starr eingespannten Bogens. Auch die Lastwerte P_k bzw. P' liegen sinngemäß zwischen den für den Zweigelenkbogen und den starr eingespannten Bogen gefundenen Werten.

4. Schlußfolgerungen. Zweigelenkbogen, die zur Mitte symmetrisch gebaut sind und im Scheitelpunkt eine lotrechte Einzellast tragen, bilden unter der anwachsenden Belastung vorerst eine symmetrische Gleichgewichtsfigur aus. Dieselbe Gleichgewichtsfigur wird unter einer bestimmten Laststufe $P = P_k$ instabil, das Gleichgewicht verzweigt sich, und der Bogen knickt in seiner Ebene nach einer unsymmetrischen Knickfigur aus. Der Bogenschub H_k , der unter dieser Last zur Geltung kommt und bei Zugrundelegung der elementaren baustatischen Theorie erster Ordnung (Vernachlässigung des Einflusses der Verformung) leicht berechnet werden kann, stimmt näherungsweise mit jenem kritischen



Bild 8e.

Bogenschub $(H_k)_{\text{theoretisch}}$ überein, der sich auf den Sonderfall der "Stützlinienbelastung" bezieht und in einfacher Weise (z. B. nach Stüssi¹³) ermitteln läßt. Bei der baupraktischen Anwendung dieses Ergebnisses ist allerdings zu beachten, daß in den biegesteilen Bogen noch vor Erreichen der Stabilitätsgrenze als Folge der vorkritischen symmetrischen Verbiegungen örtliche Plastizierungen auftreten können, die eine merkbare Senkung der nach dem geschilderten Näherungsverfahren bestimmten Knickbelastung bewirken können.

Bei den Bogenträgern mit fest eingespannten Enden wurde eine Verzweigung des Gleichgewichts nur bei einer relativ kleinen Zahl von Versuchen beobachtet. In der Mehrzahl der Fälle blieb der Scheitelpunkt dauernd auf der Symmetrieachse des Bogens, doch konnte ein Sonderwert P' festgestellt werden, bei welchem die Durchbiegungen unter konstanter Last sehr stark zunehmen. Das Ausbleiben der Gleichgewichtsverzweigung darf bei diesen Versuchen wohl ausschließlich auf die überaus große vorkritische Deformation der extrem schlanken Bogenmodelle zurückgeführt und daher als baupraktisch belanglos angesehen werden.

Abschließend sei noch eigens darauf hingewiesen, daß sich das Knickproblem des symmetrisch belasteten Bogenträgers bei der Bemessung stählerner Bogen mit beweglicher Last in nur beschränktem Maße als maßgebend erweist, da das Tragvermögen derartiger Bogen in vielen praktischen Fällen schon unter einer kleineren Laststufe erschöpft sein kann, wenn die Belastung angenähert halbseitig wirksam ist¹⁶).

15) Vgl. E. Chwalla, Stahlbau 1935, S. 121.

(Schluß folgt.)

Rosten von Trägern im Grundwasser.

Von Reichsbahnoberrat Kuhnke, Berlin.

Die erste Berliner Hoch- und Untergrundbahn Zoologischer Garten-Potsdamer Platz wurde im Jahre 1902 eröffnet. Die Strecke wurde dann später, weiter ins Stadtinnere hinein, zunächst bis zum Spittelmarkt verlängert. Dieser Bau war im Jahre 1908 fertiggestellt.

Aus der Streckenverlängerung ergab sich auch eine Umgestaltung des Untergrundbahnhofs Potsdamer Platz; aus dem Endbahnhof wurde



Bild 1. Abbruch des Kehrgleistunnels der ersten Berliner Untergrundbahn in der Baugrube der Nordsüd-S-Bahn unter dem Potsdamer Platz. RT = Rammträger.

ein Durchgangsbahnhof. Dabei mußte die Kehrgieisanlage des Endbahnhofs, nördlich von dem jetzt noch bestehenden Durchgangsbahnhof unter dem Potsdamer Platz gelegen, aufgegeben werden. Der Kehrtunnel wurde jedoch nicht beseitigt; er blieb weiter erhalten und wurde als Lagerraum benutzt bis zu dem Zeitpunkt, an dem der Bau der neuen Nordsüd-S-Untergrundbahn, die bekanntlich den Potsdamer Platz von Norden nach Süden unterquert, den Abbruch erforderte. Bei diesem Abbruch wurden auch die Träger gefunden, die für den Tunnelbau an den Tunnelaußenkanten zur Herstellung der Baugrube eingerammt worden waren (Bild 1. Die Träger sind mit RT bezeichnet.) Sie sind seinerzeit nach Fertigstellung des Kehrgleistunnels nicht gezogen worden, weil beim Herausziehen dle Dichtungshaut, der einzige, wichtige Schutz des Tunnels gegen das Grundwasser, sehr leicht beschädigt werden kann.

Die Träger haben also rd. 35 Jahre im Boden gesteckt und sind ungeschützt dem Grundwasser in ihrem unteren Teil ausgesetzt gewesen. Der Boden, in dem die Träger die ganze Zeit über steckten, besteht im wesentlichen aus Sand, der etwas Lehm enthält.

Um festzustellen, welchen Einfluß der Boden und das Wasser auf die stählernen Träger im Laufe der 35 Jahre ausgeübt haben, wurden zwei Trägerstücke von je 2 m Länge (Träger I I 32 und Träger II I 30) herausgeschnitten und eingehend untersucht. Die Untersuchung wurde im Auftrage des Deutschen Stahlbau-Verbandes, Berlin, im Einvernehmen mit der Deutschen Reichsbahn vom Staatlichen Materialprüfungsamt Berlin-Dahlem ausgeführt. Es wurden Trägerteile entnommen, deren untere Hälfte dauernd im Grundwasser gewesen war, während die obere Hälfte aus dem Grundwasser herausragte (Bild 2).

Wie die Analyse von Spänen, in der Mitte der Stege entnommen, ergeben hat, ist der Werkstoff beider Träger ein kohlenstoffarmer Flußstahl; der Phosphor- und Schwefelgehalt des Trägers II ist hoch. Bei den Querschliffen Q I und Q II (s. Bild 2) zeigen die Seigerungen die gewöhnlich auftretende Form; starke Seigerungen sind beim Träger II vorhanden.

Bei der Untersuchung des Gefüges wurden nichtmetallische, sulfidische Einschlüsse festgestellt (Bild 3), und zwar beim Träger I in stärkerem Maße als beim Träger II. Der Gegensatz zu dem höheren Schwefelgehalt,



Bild 3a. Gefüge im Flansch des Trägers I.



Bild 3b. Gefüge im Flansch des Trägers II.

scheint; in dem Steg des Trägers II, dem die Späne für die Analyse entnommen waren, war er ein anderer als in den Flanschen.

den die chemische Analyse

beim Träger II ergab, erklärt

sich daraus, daß der Schwefel-

gehalt nicht gleichmäßig im Querschnitt vorbanden zu sein

Die Träger weisen (Bild 2) im ganzen nur einen geringen Rostangriff auf. Auf den Trägerteilen, die sich oberhalb des Grundwasserspiegels befunden hatten, war zum Teil sogar noch die Walzhaut unbeschädigt erhalten (Bild 4). Stellen stärkeren Angriffs waren nur in der Nähe des ursprünglichen Grundwasserspiegels entstanden, und zwar nur am Träger I. Auf der Hälfte, die ständig im Grundwasser gewesen war, war beim Träger I ebenfalls noch die Walzhaut vorhanden. Beim Träger II war dieses nicht der Fall; hier war der Stahl mit einem gelben Sand-Rost-Gemisch bedeckt, unter dem der Stahl jedoch nur in geringem Maße angefressen war. Das Rost-Sand-Gemisch war teilweise sehr fest, so daß es nur mit dem Hammer entfernt werden konnte; der Behandlung mit sparbeizehaltiger Salzsäure oder mit Natronlauge unter kathodischer Polarisation setzte es weitgehenden Widerstand entgegen. Nach einer Analyse besteht das Gemisch hauptsächlich aus lehmhaltigem Sand, der durch den Rost gewissermaßen zusammengekittet ist. Der Gehalt an löslicher Kieselsäure war auffälligerweise gering.

Die Anfressungen durch Rost beim Träger II sind nur etwa 1 mm tief; diejenigen beim Träger I kann man aus Bild 2 besonders an dem einen Flansch erkennen. Die größte Einfressungstiefe beim Träger I an einer Flanschstelle (von der Flanschkante aus gerechnet, nach Entfernen des Rostes mit Sparbeize und kathodischer Behandlung in Natronlauge) betrug 9 mm. An der gleichen Flanschkante sind noch Anfressungen

Alle Rechte vorbehalten.



Träger II. Träger I. Träger I. Träger II. Bild 2. QI u. QII = Querschnitte, die zur Untersuchung der Seigerungen geschliffen und geätzt wurden. a =gut erhaltener Abschnitt (s. Bild 4) b = Schnitt des Bildes 5 (Anfressungen unter den Holzbohlen und Holzkeilen).

gleicher Art, wenn auch nicht mit der gleichen Tiefe vorhanden. Die anderen Flanschkanten dagegen zeigen wesentlich geringere Anfressungen. Es ist nicht ausgeschlossen, daß diese Kante, die besonders min. unter Rost gelitten hat, vielleicht beim Einrammen beschädigt worden ist oder bereits beschädigt war. Bei einer Prüfung bzw. der Bedeutung des Gefüges für den Angriff an einem polierten und geätzten Schliff war kein einfacher Zusammenhang



Bild 5. Schnitt durch eine Anfressung unter den Holzbohlen und Holzkeilen bei Träger 1.



Bild 6. Anfressungen unter den Holzbohlen und Holzkeilen bei Träger I.

zwischen Gefüge und Angriff, im besonderen kein Einfluß der Sulfideinschlüsse oder der Korngrenzen zu erkennen.

Eine andere Art des Rostangriffs beim Träger I wurde an den Flanschen und am Steg festgestellt, und zwar an den Stellen, an denen die Holzbohlen (mit den Trägern zum Halt des dahinterliegenden Erdreichs beim Aushub des Bodens der Tunnelbaugrube dienend) mit den Holzkeilen am Träger festlagen (Bild 5). An diesen Holzanlageflächen konnten an dem Träger Eindringungstiefen der Anfressungen bis zu 5 mm festgestellt

werden. Bild 6 zeigt einen solchen muldenförmigen Rostangriff; die Rillen daneben sind vermutlich auf Beschädigungen bei der Arbeit zurückzuführen. - Die übrigen Träger, die beim Bodenaushub für den Nordsüd-S-Untergrundbahnbau gefunden und freigelegt wurden, hatten ein gleiches Aussehen wie die beiden untersuchten Trägerstücke; auch bei ihnen waren größere Anrostungen und Einfressungstiefen nicht vorhanden. Alle Träger haben der 35 Jahre dauernden Einwirkung des Bodens und des Wassers gut standgehalten.

Kontinuierliche Rostträgerbrücken.

Von Dipl.-Ing. Friedrich Geiger, Dortmund.

(Schluß aus Heft 10.)

Die Rostbrücke mit 4 Hauptträgern.

Dieser Fall ist nach meinen Beobachtungen ein schr häufiger, den man im Brückenbau der Reichsautobahnen antrifft, und soll deshalb zur Grundlage der Kritik werden.

Machen die Stützungen der Querscheiben die Senkung δ_0 , δ_1 , δ_2 und δ_3 , so ergibt sich in "1" und "2" ein Stützenmoment aus diesen Senkungen. Mit den Bezeichnungen von Bild 8 liefert die Anwendung des Drei-

momentensatzes folgende zwei Gleichungssysteme: $x_0 \lambda + 4 x_1 \lambda + x_2 \lambda = 6 E J_0 \gamma_1,$

Aus Bild 8 folgt:

Alle Rechte vorbehalten.

$$y_1 = \frac{1}{\lambda} (2 \,\delta_1 - \delta_0 - \delta_2),$$
$$y_2 = \frac{1}{\lambda} (2 \,\delta_2 - \delta_1 - \delta_3).$$

Die Stützensenkungen mit der Federkonstanten δ_K zu:

$$\begin{split} \delta_0 &= \delta_K \; A = \delta_K \left(\mathfrak{A}_0 + \frac{x_1}{\lambda} \right), \\ \delta_1 &= \delta_K \; B = \delta_K \left(\mathfrak{B}_0 - 2 \cdot \frac{x_1}{\lambda} + \frac{x_2}{\lambda} \right), \\ \delta_2 &= \delta_K \; C = \delta_K \left(\mathfrak{S}_0 - 2 \cdot \frac{x_2}{\lambda} + \frac{x_1}{\lambda} \right), \\ \delta_3 &= \delta_K \; D = \delta_K \left(\mathfrak{D}_0 + \frac{x_2}{\lambda} \right). \end{split}$$

Beachtet man, daß in den angeschriebenen Dreimomentengleichungen $x_0 = 0$ und $x_3 = 0$ wird, so gehen diese Gleichungssysteme über in

$$\begin{split} 4 x_1 \lambda + x_2 \lambda = 6 E J_Q \cdot \frac{1}{\lambda} (2 \delta_1 - \delta_0 - \delta_3), \\ x_1 \lambda + 4 x_2 \lambda = 6 E J_Q \cdot \frac{1}{\lambda} (2 \delta_2 - \delta_1 - \delta_3). \end{split}$$

Setzt man $K = 6 \, \delta_K \cdot \frac{L J_Q}{j^2}$ und die Ausdrücke der Stützensenkungen ein, dann wird die 1. Gleichung

 $4x_1 + x_2 = K \left[2 \left(\mathfrak{V}_0 - \frac{2x_1}{\lambda} + \frac{x_2}{\lambda} \right) - \left(\mathfrak{V}_0 + \frac{x_1}{\lambda} \right) - \left(\mathfrak{V}_0 - \frac{2x_2}{\lambda} + \frac{x_1}{\lambda} \right) \right]$ durch Ausmultiplizieren, weitere Vereinfachung und Verwendung folgender Konstanten

$$x_1 = 4 + K \cdot \frac{b}{\lambda}$$
 und $\alpha_2 = 1 - K \cdot \frac{4}{\lambda}$

Diese «-Werte kehren in allen Ordinaten der Quereinflußlinien wieder, ob nun die Lastverteilung für 3, 4, 5, 6 und mehr Hauptträger zu ermitteln ist. Anschließend an dieses Kapitel wird noch eine Variation der Stelfigkeit der Hauptträger gegenüber der der Querscheiben gegeben mit Hilfe dieser α-Werte.

Die 1. Gleichung lautet dann:

$$\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 = K(2 \mathfrak{B}_0 - \mathfrak{A}_0 - \mathfrak{G}_0)$$

Ganz analog wird dann für die 2. Gleichung:

 $x_2 x_1 + \alpha_1 x_1 = K (2 \mathfrak{E}_0 - \mathfrak{B}_0 - \mathfrak{D}_0).$ Damit hat man zwei Gleichungen mit den zwei Unbekannten x_1, x_2 . $\mathfrak{A}_0, \mathfrak{B}_0, \mathfrak{E}_0$ und \mathfrak{D}_0 bedeuten die Auflagerdrücke des statisch bestimmten Trägers.

Zweckmäßig löst man beide Gleichungen mit Determinanten auf. Es wird dann

$$x_{1} = \frac{\begin{vmatrix} K (2 \mathfrak{B}_{0} - \mathfrak{A}_{0} - \mathfrak{B}_{0}) \alpha_{2} \\ K (2 \mathfrak{C}_{0} - \mathfrak{B}_{0} - \mathfrak{D}_{0}) \alpha_{1} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \alpha_{1} \alpha_{2} \\ \alpha_{2} \alpha_{1} \end{vmatrix}} = \frac{\alpha_{1} K (2 \mathfrak{B}_{0} - \mathfrak{A}_{0} - \mathfrak{C}_{0}) - \alpha_{2} K (2 \mathfrak{C}_{0} - \mathfrak{B}_{0} - \mathfrak{D}_{0})}{\alpha^{2} - \alpha^{2}}.$$

Analog wird x_2 gebildet. Allgemein lauten dann die beiden Ausdrücke für die Stützmomente:

9)
$$x_{1} = K \cdot \frac{\alpha_{1} (2 \mathfrak{B}_{0} - \mathfrak{A}_{0} - \mathfrak{E}_{0}) - \alpha_{2} (2 \mathfrak{E}_{0} - \mathfrak{B}_{0} - \mathfrak{D}_{0})}{\alpha_{1}^{2} - \alpha_{2}^{2}} ,$$

9a)
$$x_{2} = K \cdot \frac{\alpha_{1} (2 \mathfrak{E}_{0} - \mathfrak{B}_{0} - \mathfrak{D}_{0}) - \alpha_{2} (2 \mathfrak{B}_{0} - \mathfrak{A}_{0} - \mathfrak{E}_{0})}{\alpha_{1}^{2} - \alpha_{2}^{2}} ,$$

 $\alpha_1^2 - \alpha_2^2$ Aus diesen beiden Grundgleichungen für 4 Hauptträger werden nun die Quereinflußlinien der Lastverteilung entwickelt.

a) Äußerer Hauptträger "0" bzw. ("3").

Der Hauptträger "0" bzw. ("3") erhält die Auflast P = 1, dadurch erhält man den in Bild 9 dargestellten Lastfall:

Die Gleichungen der Stützmomente gehen dann über in

(10)
$$x_1 = K \cdot \frac{-\alpha_1}{\alpha_1^2 - \alpha_2^2}$$
,
 $x_2 = K \cdot \frac{\alpha_2}{\alpha_1^2 - \alpha_2^2} = -\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cdot x_1$.

Ordinaten der Quereinflußlinien für den Hauptträger "0".

$$\begin{split} \eta_0^0 &= 1 + \frac{x_1}{\lambda} & \eta_1^0 &= -2 \cdot \frac{x_1}{\lambda} + \frac{x_2}{\lambda} \\ \eta_2^0 &= -2 \cdot \frac{x_2}{\lambda} + \frac{x_1}{\lambda} & \eta_3^0 &= \frac{x_2}{\lambda} \cdot \end{split}$$

Ordinaten der Quereinflußlinien für den Hauptträger "3". $\eta_0{}^3 = \eta_3{}^0$ $\eta_1^3 = \eta_2^0 \qquad \eta_2^3 = \eta_1^0 \qquad \eta_3^3 = \eta_0^0,$

β) Innere Hauptträger "1" bzw. ("2"). Die Gleichungen der Stützmomente gehen damit über in

(11)
$$x_1 = K \cdot \frac{2 \alpha_1 + \alpha_2}{\alpha_1^2 - \alpha_2^2},$$

(11a)
$$x_2 = K \cdot \frac{-\alpha_1 - 2 \alpha_2}{\alpha_1^2 - \alpha_2^2}.$$

Ordinaten der Quereinflußlinien des Hauptträgers "1".







Geht man wieder denselben Weg, wie voraus angegeben, so erhält man für das Stützenmoment folgenden Dreimomentenansatz:

Jahrgang 11 Heft 11 27. Mai 1938

$$x_0 = 0 \quad \text{und} \quad x_2 = 0$$
$$x_1 \lambda = 6 E J_Q \cdot \frac{1}{2} (2 \,\delta_1 - \delta_0 - \delta_2)$$

Hier ist:

4

$$egin{aligned} &\delta_0 = \delta_K A = \delta_K \Big(\mathfrak{A}_0 + rac{x_1}{\lambda} \Big), \ &\delta_1 = \delta_K B = \delta_K \Big(\mathfrak{B}_0 - 2 rac{x_1}{\lambda} \Big), \ &\delta_2 = \delta_K C = \delta_K \Big(\mathfrak{E}_0 + rac{x_1}{\lambda} \Big). \end{aligned}$$

Setzt man diese Ausdrücke der Stützensenkung ein und schreibt FI.

wieder
$$K = 6 \,\delta_K \cdot \frac{1}{\lambda^2}$$
, dann wird
 $4 \,x_1 = K \left[2 \left(\mathfrak{B}_0 - 2 \cdot \frac{x_1}{\lambda} \right) - \left(\mathfrak{A}_0 + \frac{x_1}{\lambda} \right) - \left(\mathfrak{S}_0 + \frac{x_1}{\lambda} \right) \right]$
oder $\left(4 + K \cdot \frac{6}{\lambda} \right) x_1 = K (2 \,\mathfrak{B}_0 - \mathfrak{A}_0 - \mathfrak{S}_0).$

Da $\alpha_1 = 4 + K \cdot \frac{6}{\lambda}$, wie im letzten Abschnitt, so ergibt sich die allgemeine Form für das Stützenmoment zu

(12)
$$\mathbf{x}_1 = \frac{K}{\alpha_1} (2 \mathfrak{B}_0 - \mathfrak{A}_0 - \mathfrak{C}_0).$$

Aus diesem Ausdruck folgen die Quereinflußlinien der

D=1 Lastverteilung. «) Äußerer Hauptträger Ąη 2 "0" bzw. ("2"). 12-1 Damit geht Gl.(12) über in (02,=0) K (13) $x_1 = -$ Bild 12. α,

Ordinaten der Quereinflußlinien des Hauptträgers "0".

$$\eta_0^0 = 1 - \frac{x_1}{\lambda} \qquad \eta_1^0 = -2 \cdot \frac{x_1}{\lambda} \qquad \eta_2^0 = -\frac{x_1}{\lambda}$$

Ordinaten der Quereinflußlinien des Hauptträgers "2". Infolge der symmetrischen Anordnung erfolgt durch Vertauschu

$$\eta_0^2 = \eta_2^0 \qquad \eta_1^2 = \eta_1^0 \qquad \eta_2^2 = \eta_0^0.$$

β) Innerer Hauptträger "1". Aus der allgemeinen Gleichung für das Stützenmoment

folgt (14) $x_1 = 2$.

Ordinaten der Quereinflußlinien des Hauptträgers "1".

$$\eta_2^1 = \frac{x_1}{\lambda} = \eta_0^1.$$

Bild 13.



Variation der Steifigkeit. In diesem Abschnitt sollen die verschiedenen Möglichkeiten der Steifigkeitsverhältnisse der Hauptträger gegenüber denen der Querscheiben untersucht werden. Dabei wird immer mit einem mittleren Trägheitsmoment gerechnet, falls das Trägheitsmoment über die Trägerlänge nicht konstant bleibt. Die Variation ist einmal in dem



Verhältnis der Trägheitsmomente
$$\frac{J_Q}{J_H}$$
 und zum anderen in dem Ver-

hältnis der Längen $\frac{i}{1}$ möglich.

Mit den vorausgegangenen bekannten Bezeichnungen kann für den a-Koeffizienten allgemein geschrieben werden: $\alpha = a = b \beta;$

hierin ist

aufe

und

$$H = \frac{1}{2}$$

 $\beta = 6 \mu$

mit
$$a = 4$$
 $b = 6$ zu $\alpha_1 = 4 + 6\beta$ und

In Bild 14 wird für eine Reihe von Verhältnissen eine Geradenschar
aufgetragen. Für bestimmte Längenverhältnisse und gcwähltes Trägheits-
momentenverhältnis ergeben sich sofort die
$$\beta$$
-Werte, damit die α -Werte

Eine Autobahnbrücke wird als Rostträgerbrücke ausgebildet (Bild 15).

Die Hauptträger laufen über 2 Felder mit den Feldweiten $l_1 = l_2 = \frac{\iota}{2}$ = 46,50 m durch. Der Hauptträgerabstand ergab sich bei 4 Hauptträgern zu $\lambda = 5,16$ m entsprechend dem Reichsautobahnprofil. Das Verhältnis des Trägheitsmoments zwischen Querscheibe und Hauptträger betrug

 $\frac{J_Q}{J_H} = \frac{1}{\hat{o}}$. Gesucht sind die Quereinflußlinien der Lastverteilung.

Die Querscheiben sind als Durchlaufträger auf 4 elastischen Stützpunkten aufzufassen.

Querscheibenabstand in
$$a = \frac{l}{4} = \frac{l_1}{2} = 23,25 \text{ m}. \mu$$
-Wert der Feder-

konstanten nach Bild 5 beträgt $\mu_{1/4}$ 12 288

Für das Verhältnis
$$\frac{l}{\lambda} = \frac{93}{5,16} = 18$$
 beträgt nach Bild 14 mit $\frac{J_Q}{J_H} = \frac{1}{6}$
r Wert $\beta' = 5832$.

Damit geben sich die für die Berechnung konstanten, sich wiederholenden Werte α und K.

$$\beta = \mu \ \beta' = \frac{23}{12\ 288} \cdot 5832 = \frac{5589}{512} \,,$$

$$K = \lambda \ \beta = 5,16 \cdot \frac{5589}{512} = \frac{1}{256} \cdot 14\ 419,62,$$

$$\alpha_1 = 4 + 6\ \beta = 4 + 6 \cdot \frac{5589}{512} = \frac{1}{256} \cdot 18\ 811,$$

$$\alpha_2 = 1 - 4\ \beta = 1 - 4 \cdot \frac{5589}{512} = -\frac{1}{256} \cdot 10\ 922$$
Instea, dog Ouecoloffwelling

Die Ordinaten der Quereinflußlinien.

18 811

$$\begin{aligned} x_1 &= K \cdot \frac{-\alpha_1}{\alpha_1^2 - \alpha_2^2} & \text{und} \quad x_2 &= -\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cdot x_1, \\ x_1 &= -14 \ 419,62 \cdot \frac{18 \ 811}{18 \ 811^2 - 10 \ 922^2} &= -\frac{1,133}{1.133} \ \text{tm} \\ x_2 &= -\frac{10 \ 922}{18 \ 811} \cdot 1,133 = -\frac{0.675}{1.000} \ \text{tm}, \end{aligned}$$

 $x_2 =$ und die Ordinaten

$$\begin{split} \eta_0^{\ 0} &= 1 + \frac{x_1}{\lambda} = 1 - \frac{1,133}{5,16} = \underline{0,781}, \\ \eta_1^{\ 0} &= -2 \cdot \frac{x_1}{\lambda} + \frac{x_2}{\lambda} = +2 \cdot \frac{1,133}{5,16} - \frac{0,675}{5,16} = \underline{0,3075} \\ \eta_2^{\ 0} &= -2 \cdot \frac{x_2}{\lambda} + \frac{x_1}{\lambda} = +2 \cdot \frac{0,675}{5,16} - \frac{1,133}{5,16} = \underline{0,042}, \\ \eta_3^{\ 0} &= \frac{x_2}{\lambda} = -\frac{0,675}{5,16} = -\underline{0,1305}. \end{split}$$
Kontrolle: $\Sigma \eta = 1,0.$

Vergleich.

a) Hauptträger auf 2 Stützen.

Es wird vielfach die Annahme gemacht, den sonst durchlaufenden Hauptträger für die Lastverteilung in statisch bestimmt gelagerte Träger zu unterteilen. Diese angebliche Vereinfachung beeinflußt die Quereinflußlinien, die in einem anderen µ-Wert zum Ausdruck kommt. Im vorliegenden Falle ist nach Bild 3:

$$\mu_{1/2} = \frac{1}{48}$$

Der Rost zerlegt sich damit in zwei Telle. Die Rostlänge ist dann $l_1 = l_2 = l = 46,50$ m.

Geiger, Kontinuierliche Rostträgerbrücken

Nach Bild 14 wird $\beta' = 729$,

$$\beta = \alpha \beta' = \frac{1}{48} \cdot 729 = \frac{243}{16},$$

$$K = \lambda \beta = 5,16 \cdot \frac{243}{16} = \frac{1}{8} \cdot 626,94,$$

$$\alpha_1 = 4 + 6 \beta = 4 + 6 \cdot \frac{243}{16} = \frac{1}{8} \cdot 761,$$

$$\alpha_2 = 1 - 4 \beta = 1 - 4 \cdot \frac{243}{16} = -\frac{1}{8} \cdot 478$$

Die Stützmomente der Querscheiben werden damit

$$x_1 = -\frac{626,94}{761^2 - 478^2} = -\frac{1,327}{1,327} \text{ tm},$$

$$x_2 = -\frac{478}{761} \cdot 1,327 = -\frac{0,849}{1,327} \text{ tm}.$$

Die Ordinaten der Quereinflußlinien des Hauptträgers "0"



Diese Ordinaten, in Bild 16 eingetragen, ergeben die gestrichelte Quereinflußlinie.



b) Starre Querverteilung.

Zum weiteren Vergleich werde noch die Quereinflußlinie der vollkommen starren Lastverteilung eingetragen.

Die Ordinaten betragen nach bekannter Rechnung:

$$n_0^0 = 0.70$$
 $n_0^0 = 0.40$ $n_0^0 = 0.10$ $n_0^0 = -0.20$.

Für diesen ergeben sich durch Vertauschung die gleichen Einflußlinien.

Innerer Hauptträger "1" auf 3 Stützen.

31. (11) und (11a) sind
$$x_1 = K \cdot \frac{2 \alpha_1 + 1}{\alpha_1^2 - \alpha_2}$$

Nach (

$$x_{2} = K \cdot \frac{\alpha_{1}^{2} - \alpha_{2}^{2}}{\alpha_{1}^{2} - \alpha_{2}^{2}}$$

die Stützmomente der elastisch gestützten Querscheibe. Hierin ist

$$K = \frac{1}{256} \cdot 14 \, 419,62,$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{256} \cdot 18 \, 811,$$

$$\alpha_2 = -\frac{1}{256} \cdot 10 \, 922.$$

Damit wird
$$x_1 = 14419,62 \cdot \frac{37622 - 10922}{18811^2 - 10922^2} = + \frac{1,62}{1,62} \text{ tm},$$

 $x_2 = 14419,62 \cdot \frac{-18811 + 21842}{18811^2 - 10922^2} = + 0.186 \text{ tm}.$

Ordinaten der Quereinflußlinien:

$$\begin{split} \eta_0^{-1} &= \frac{x_1}{\lambda} = \frac{1.02}{5.16} = \underline{0.314}, \\ \eta_1^{-1} &= 1 - 2 \cdot \frac{x_1}{\lambda} + \frac{x_2}{\lambda} = 1 - 2 \cdot \frac{1.62}{5.16} + \frac{0.186}{5.16} = \underline{0.408}, \\ \eta_2^{-1} &= -2 \cdot \frac{x_2}{\lambda} + \frac{x_1}{\lambda} = -2 \cdot \frac{0.186}{5.16} + \frac{1.62}{5.16} = \underline{0.242}, \\ \eta_3^{-1} &= \frac{x_2}{\lambda} = \frac{0.186}{5.16} = \underline{0.036}. \end{split}$$

 $\frac{\eta_3 - 1}{\lambda} = 1.0.$

In Bild 18 ist die Quereinflußlinie ausgezogen eingetragen.



Bild 18.

Vergleich. a) Hauptträger auf 2 Stützen. Mit l = 46.5 m und $\frac{l}{\lambda} = 9$ ist, wie zuvor, $K = \frac{1}{8} \cdot 626.94$, $\alpha_1 = \frac{1}{8} \cdot 761$, $\alpha_2 = -\frac{1}{8} \cdot 478$, $x_1 = 626.94 \cdot \frac{1522 - 478}{761^2 - 478^2} = + \frac{1.835}{1.835} \text{ tm}$, $x_2 = 626.94 \cdot \frac{-761 + 956}{761^2 - 478^2} = + \frac{0.349}{1.839} \text{ tm}$.

Ordinaten der Quereinflußlinie:

$$\begin{split} \eta_0^{1} &= \frac{1.835}{5,16} = \underline{0,356}, \\ \eta_1^{1} &= 1 - 2 \cdot \frac{1,835}{5,16} + \frac{0,349}{5,16} = \underline{0,3555}, \\ \eta_2^{1} &= -2 \cdot \frac{0,349}{5,16} + \frac{1,835}{5,16} = \underline{0,221}, \\ \eta_3^{1} &= \frac{0,349}{5,16} = \underline{0,0675}. \end{split}$$

Kontrolle: $\Sigma \eta = 1,0.$

Diese Ordinaten, in Blld 18 eingetragen, ergeben die gestrichelte Einflußlinie.

b) Starre Querverteilung. Die Ordinaten der starren Lastverteilung betragen:

$\eta_0^1 = 0.40$ $\eta_1^1 = 0.30$ $\eta_2^1 = 0.20$ $\eta_3^1 = 0.10$

Innerer Hauptträger "2".

Durch Vertauschung " $1^{\text{"}}$ mit " $2^{\text{"}}$ crgibt sich die Quereinflußlinie analog wie in Bild 18.

Schlußwort.

Die vorliegende Behandlung der Lastverteilung macht für durchlaufende Hauptträger keine Schwierigkeiten gegenüber den als statisch bestimmt gelagerten Hauptträgern. Bilder 16 und 18 zeigen deutlich den Einfluß der kontinuierlichen Hauptträger von Rostbrücken gegenüber dem Träger auf 2 Stützen. Wie man sieht, ist der Einfluß bedeutend. Die äußeren Träger werden entlastet und die inneren mehr belastet, wodurch eine bessere Verteilung erzielt wird.

In einem späteren Aufsatz wird der Einfluß der Verdrehungsmomente auf die Quereinflußlinien gezeigt, der dann die äußeren Träger noch mehr entlastet, dafür aber die inneren zur größeren Kraftaufnahme heranzieht.

Verantwortlich für den Inhait: Geh. Reglerungsrat Prof. A. Hertwig, Berlin-Charlottenburg. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 9. Druck der Buchdruckerel Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

INHALT: Beiträge zum Knickproblem des Bogenträgers und des Rahmens. (Fortseizung.) -Rosten von Trägern im Grundwasser. - Kontinulerliche Rostträgerbrücken. (Schluß.)