

# DER STAHLBAU

Schriftleitung:

Geh. Regierungsrat Professor Dr.-Ing. A. Hertwig, Berlin-Wilmersdorf, Sächsische Str. 43  
Fernsprecher: 87 7421

Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61

Beilage  
zur Zeitschrift

DIE BAUTECHNIK

Fachschrift für das ge-  
samte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

11. Jahrgang

BERLIN, 15. Juli 1938

Heft 14/15

## Das Verhalten längsbeanspruchter Schweißnähte und die Frage der Zusammenwirkung von Betriebs- und Schrumpfspannungen.<sup>\*)</sup>

Alle Rechte vorbehalten.

Von Dr.-Ing. K. Klöppel, o. Prof. an der Technischen Hochschule Darmstadt.

### A. Grundsätzliches zur Sicherheitsfrage.

Um Härtingserscheinungen<sup>1)</sup> in den Nahtübergangszonen von Stählen höherer Festigkeit (St 52) studieren zu können, sind seit einem Jahr von den einschlägigen Forschungsinstituten in größerem Umfang gleichartige faltversuche, auch Biegeversuche genannt, durchgeführt worden (Bild 1). Auf 50 mm dicke, 200 mm breite und etwa 1000 mm lange Platten aus St 52 wurden dünne einlagige Längsnähte mit Elektroden von 3 bis 5 mm Durchm. in der Längsmittellinie einer Breitseite aufgeschweißt. Der Plattenquerschnitt entspricht den Gurtabmessungen geschweißter vollwandiger Hauptträger größerer Brücken. Da der Aufhärtinggrad mit der Geschwindigkeit der Wärmeableitung wächst und die Wärme um so schneller der Nahtzone entzogen wird, je massiger der mit einer Längsnaht zu versehene Stahlteil ist, mußten bei diesen Versuchen, um auf alle Fälle die an Bauwerken in den Halsnahtzonen beobachteten Aufhärtungen zu erhalten, kleinere Plattenabmessungen, insbesondere geringere Dicken, ausschalten. Als Vergleichsmaßstab für die eingetretenen Aufhärtungen wählte man den Winkel, der bei der Zerstörung der Platte durch Biegung erreicht wird. Die damalige Erwartung, daß der Biegewinkel wahrscheinlich um so kleiner sein würde, je härter die Nahtübergangszone ist, wurde im großen und ganzen durch die Versuche bestätigt.

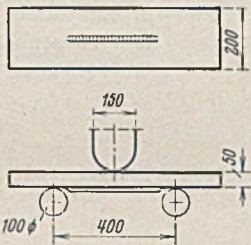


Bild 1.

Das grundsätzliche Ergebnis dieser auch für den Eisenhüttenmann recht aufschlußreichen Probe läßt sich folgendermaßen zusammenfassen:

Während sich die 50 mm dicke St 52-Platte ohne Längsnaht einwandfrei um 180° biegen läßt, vermindert die Längsnaht den Biegewinkel vielfach auf weniger als 20°, mitunter auf etwa nur 5°<sup>2)</sup>. Dabei ist wesentlich, daß die Platte mit Längsnaht völlig spröde, also ohne jegliche Verformung und mit lautem Knall bricht. Der Bruch geht vom ersten Anriß in der aufgehärteten Halsnahtzone aus und schlägt plötzlich durch den ganzen Querschnitt durch. Ganz anders verhalten sich die ebenfalls mit Längsnähten versehenen Platten gleicher Abmessungen aus St 37 (S.-M.-Güte). Hier treten an der Außenseite der Längsnaht mit wachsendem Biegewinkel nebeneinander immer mehr Risse auf, und die Platte läßt sich mitunter bis zu einem Biegewinkel von fast 180° biegen.

Wichtig ist, daß sämtliche St 52-Sorten der untersuchten Platten bereits den neuen Lieferungsbedingungen<sup>3)</sup> entsprachen, zu deren Einführung sich die Reichsbahn auf Grund einiger Rißerscheinungen<sup>4)</sup> an geschweißten Brücken schon 1937 veranlaßt sah. Die Ergebnisse der Biegeprobe sind von so grundsätzlicher Bedeutung für die Anwendung der Schweißtechnik im Stahlbau, daß zunächst graduelle Unterschiede der Versuchsergebnisse gar nicht interessieren. Deshalb wird hier auch absichtlich auf die Wiedergabe genauerer Zahlenangaben verzichtet. Der

Vollständigkeit halber ist noch zu erwähnen, daß die Versuchsergebnisse auch beträchtlich streuen. Sehr kleine Biegewinkel sollten sich daraus erklären, daß schon vor der Prüfung Risse in den gehärteten Übergangszonen vorhanden sind.

Die Biegeprobe wurde bisher fast nur in rein werkstofflich-metallurgischer Hinsicht erörtert, was insofern nahelag, als nur der Härtingserscheinungen wegen solche Untersuchungen eingeleitet wurden und das hierbei stark unterschiedliche Verhalten der beiden Stahlsorten St 52 und St 37 besonders auffiel. Der Trennungsbruch der St 52-Platte mit Längsnaht regt aber auch zu Untersuchungen des Spannungszustandes dieses Prüfkörpers an. Eine solche Betrachtung erweist sich als sehr lohnend für die Beurteilung der leider noch immer recht offenen Frage über die Zusammenwirkung von Betriebs- und Schrumpfspannungen.

Bevor hierauf eingegangen wird, soll noch kurz zu den Einwänden Stellung genommen werden, der Biegeversuch stehe zu der Sicherheitsfrage des geschweißten Stahlbauwerkes in keinerlei Beziehung, und selbst die kleinsten erzielten Biegewinkel kennzeichneten noch eine Verformbarkeit, die im Bauwerk unter normalen Belastungen bei weitem nicht erreicht würde. Erstens ist die Biegeprobe keine Festigkeitsprobe; denn sonst könnten wir uns schon mit etwa 1° Biegewinkel zufrieden geben, bei dem — unbegrenzte Gültigkeit des Hookeschen Gesetzes vorausgesetzt — bereits die Zugfestigkeit des Grundwerkstoffes nach der technischen Biegelehre erreicht wird. Es handelt sich vielmehr um eine Verformbarkeitsprobe, wie wir sie nach den einschlägigen Werkstoffnormen für Stahl grundsätzlich verlangen. Dies geschieht nicht nur zur Sicherung gegen Schäden durch Kaltverformungen bei der Bearbeitung des Stahles und der sonstigen Herstellung des Bauwerkes, sondern auch zur Feststellung der plastischen Reserven des Werkstoffes. Daß diese plastische Verformbarkeit die St 52-Platte leider durch das Aufschweißen der Längsnaht nahezu völlig verlieren kann, ist für den Stahlbau deshalb von übergeordneter Bedeutung, weil unsere im Stahlbau gültigen Berechnungsverfahren sich nur an Konstruktionen bewährt haben, die über beträchtliche plastische Reserven verfügen. Auf Grund dieser unentbehrlichen Erfahrungen, die auch durch unsere umfassende Versuchsforschung nie ersetzt werden können, sind wir nicht in der Lage, die Bewährung dieser Berechnungsverfahren auch ohne weiteres auf solche Konstruktionen zu übertragen, die diese plastischen Reserven nicht besitzen. Ein Verzicht auf die plastischen Reserven einer stählernen Konstruktion wäre gleichbedeutend mit der Vermessenheit, auf der gewohnten rechnerischen Grundlage den tatsächlichen Spannungsverlauf mit örtlich eng begrenzten Spannungsspitzen rechnerisch erschöpfend erfassen zu können, wobei noch besonders zu beachten ist, daß geschweißte vollwandige Stahlkonstruktionen im Vergleich zu genieteten in starkem Maße monolithischen Charakter haben, der das Auftreten örtlich eng begrenzter und rechnerisch kaum erfassbarer Zusatzspannungen sehr begünstigt. Derartige Zusatzspannungen, um sie in etwa zu kennzeichnen, können beispielsweise schon an starr angeschweißten Querträgeranschlüssen in den Halsnahtzonen auftreten, was wir bei vielen unserer maßgebenden Versuche gar nicht erfaßt haben. Wenn die Unentbehrlichkeit der Erfahrung als Bestätigung für die Zuverlässigkeit unseres Berechnungs- und Bemessungsverfahrens anerkannt ist, wird man nicht damit einverstanden sein können, daß die Schweißverbindung aus St 52 wesentlich weniger verformbar sein darf, als die entsprechende geringer beanspruchte Schweißverbindung aus St 37.

<sup>\*)</sup> Das Grundsätzliche dieser Ausführungen wurde bereits vom Verfasser vorgetragen zur internationalen Aussprache über die Schweißtechnik im Brückenbau am 19. 5. 1938 in Zürich (Bautechnik 1938, S. 346) unter dem Thema „Die Grundlagen der deutschen Vorschriften für geschweißte Stahlbauten und die Problematik der Weiterentwicklung der Schweißtechnik im Stahlbau“ und in der Fachsitzung Schweißtechnik am 27. 5. 1938 zur Hauptversammlung des VDI in Stuttgart.

<sup>1)</sup> Stahlbau-Kalender 1938, S. 418; Stahlbau 1938, Heft 6, 7/8.

<sup>2)</sup> St. u. E. 1938, S. 427.

<sup>3)</sup> Stahlbau-Kalender 1938, S. 418.

<sup>4)</sup> Bautechnik 1938, Heft 26, S. 346.

Es liegt hier im übrigen hinsichtlich der Notwendigkeit, sich bei jedem Fortschritt einer Bauweise auf die grundsätzlichen Voraussetzungen unserer üblichen Bemessungsverfahren und der daraus entstandenen „klassischen“ Anschauung kritisch zu besinnen, eine gewisse Parallele zu Vorgängen auf anderen Gebieten des Bauwesens vor, wo sich z. B. bei Tragsystemen, deren Verformungen aus rein geometrischen Gründen das Kräftepiel und damit insbesondere die Stabilität des Tragwerkes weitgehend beeinflussen und deren Werkstoffe sich schon im Nutzlastbereich plastisch verformen können, mit jeder Steigerung der Größe des Bauwerkes die Überprüfung der theoretischen Grundlagen unserer Berechnungen erforderlich wird. Auch Rückschlüsse aus Versuchen sind dann mit großer Vorsicht zu verwerten, da häufig für die Sicherheit des Bauwerkes Vorgänge ausschlaggebend sein können, die von der absoluten Größe des Bauwerkes abhängig sind und als Versuchsbedingungen weder ausreichend erzielt noch beherrscht werden können.

**B. Schrumpfspannungen.**

Die bemerkenswerten Beobachtungen bei unserem Biegeversuch sind werkstofflich und spannungstechnisch bedingt; werkstofflich schon deshalb, weil ein stark abweichendes Verhalten der beiden Stahllarten festzustellen ist, und spannungstechnisch deshalb, weil beim St 52 ein ausgesprochener Trennungsbruch plötzlich eintritt. Der Fall lehrt, daß nicht immer die Eigenspannungen, die durch die Schweißwärme entstehen, ganz und gar außer Betracht bleiben können. Zu diesen Schweißverbindungen gehören solche Längsnähte, die auf einen verhältnismäßig starren, gegen Verkrümmungen widerstandsfähigen Stahlteil aufgebracht werden.

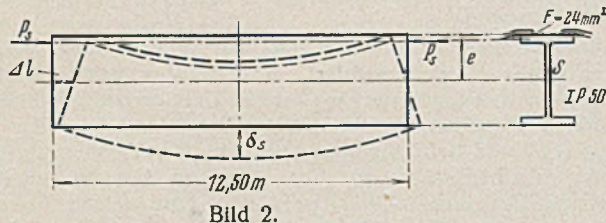


Bild 2.

Obwohl schon in früheren Jahren vielfach darauf hingewiesen wurde, begegnet man noch immer der Unkenntnis über die Längsschrumpfungsspannungen in solchen Nähten. An der Existenz dieser beträchtlichen Eigenspannungen kann aber gar nicht gezweifelt werden, wie längst bekannte, bei der Herstellung geschweißter Stahlbauwerke immer wieder beobachtete Verformungen erkennen lassen. Es braucht nur an die Verkrümmung von Trägern erinnert zu werden, die entsteht, wenn auf einer Flanschaußenseite eines I-Trägers Längsnähte aufgelegt werden, wie es z. B. bei der Befestigung von Buckelplatten (Bild 2) notwendig wird. Die Auswirkung der durch die Schrumpflängsspannungen hervorgerufenen Verformungen hat man sich sogar schon zunutze gemacht zur Erreichung der Trägerüberhöhung, indem nach Bild 3 zuerst der Untergurt bei einem für die Aufnahme der Halsnahtzugkraft wirksamen Trägheitsmoment  $J_1$ , das kleiner ist als das endgültige Trägheitsmoment  $J_2$ , verschweißt wird.

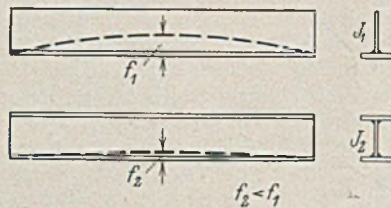


Bild 3.

Ohne auf Einzelheiten der Entstehung von Schrumpfspannungen einzugehen, die man zweckmäßigerweise in Schwindspannungen (analog den entsprechenden Vorgängen beim Gußeisen, wo die Gefügewandlungen Volumenänderungen hervorrufen), Reaktionsspannungen und Zwängspannungen unterteilt, sei das Grundsätzliche kurz mitgeteilt<sup>6)</sup>. Meist wird bei Schrumpfspannungen nur an die erstgenannte Gattung gedacht, obwohl die Zwängspannungen den wesentlich größeren Teil der Wärmespannungen liefern.

Die Reaktionsspannungen sind durch die Ausdehnungsmöglichkeit des zu verschweißenden Konstruktionsteiles als Ganzes bedingt. Mit fortschreitender Verschweißung der einzelnen Konstruktionsteile ist auf sie in wachsendem Maße Rücksicht zu nehmen, denn die Freibeweglichkeit des Konstruktionsteiles nimmt bis zur allseitigen Einspannung ab, die bekanntlich bei Erwärmung

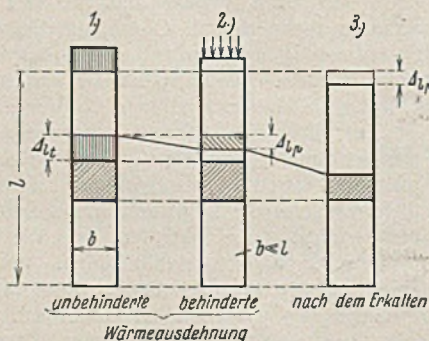


Bild 4. Schematische Darstellung.

und Erhaltung sehr große Zusatzspannungen hervorrufen kann. Sie gehören, da hier grundsätzlich ebenfalls eine Behinderung der Wärmeausdehnung als die nachstehend behandelte Ursache der Entstehung von Eigenspannungen vorliegt, im weiteren Sinne auch zu den Zwängspannungen. Einer gemeinsamen Behandlung beider Wirkungen steht deshalb nichts im Wege. Beim Einschweißen von Flickern gehen sie sogar ineinander über.

Die am meisten interessierenden Zwängspannungen kommen dadurch zustande, daß sich die rotwarme Schweißzone infolge ihrer starren Umgebung nicht frei ausdehnen kann, sondern plastisch gestaucht wird (Bild 4), so daß zur Aufrechterhaltung des werkstofflichen Zusammenhanges bei der Erhaltung der Schweißzone die durch die plastische Stauchung verlorene Länge  $\Delta_{1,2}$  der Fasern nur durch deren Streckung wiedergewonnen werden kann<sup>6)</sup>. Wenn die warme Schweißzone nach allen drei Raumrichtungen Widerstand findet, was grundsätzlich stets der Fall ist, wird die Schweißnahtzone auch unter einem räumlichen Spannungszustand stehen. Dabei tritt die größte Wärmeszugschwingung in der Richtung auf, wo die Ausdehnung der rotwarmen Schweißnahtzone durch ihre Umgebung am meisten behindert war.

**C. Zusammenwirkung von Betriebs- und Schrumpfspannungen.**

**I. Kaltreckung.**

Übertragen wir diese Überlegungen auf die Längsnähte unserer Biegeprobe, so finden wir, daß die Ausdehnung der rotwarmen Naht in der Längsrichtung am meisten behindert wird. Nach Maßgabe dieser plastischen Stauchung fehlt bei der Erhaltung eine gewisse Nahtlänge. Infolgedessen muß sich die Platte an der Seite, wo die Längsnaht zu liegen kommt, mit verkürzen und dementsprechend krümmen. Wir kennen aus verschiedenen Veröffentlichungen<sup>7)</sup> bereits Werte für den Durchbiegungspfeil von I-Trägern, die auf einer Flanschaußenseite mit Längsnähten versehen waren. Aus dieser Pfeilhöhe  $\delta_s$  hat Schwarz<sup>8)</sup> für die Verhältnisse gemäß Bild 2 aus der Pfeilhöhe  $\delta_s = 0,004 \text{ m}$  die rechnerische Beanspruchung in den Nähten folgendermaßen bestimmt:

$M_s$  = Schrumpfmoment, das den Träger um das Maß  $\delta_s$  verbiegt,  
 $P_s$  = Schrumpfkraft, wirksam in der Trennungsebene zwischen Träger und Tonnenblech,

$J$  = Trägheitsmoment des Trägers IP 50.

$$\delta_s = \frac{M_s}{EJ} \cdot \frac{12,5^2}{8};$$

$$M_s = EJ \cdot \delta_s \cdot \frac{8}{12,5^2} = \frac{21\,000\,000 \cdot 0,001\,132 \cdot 8 \cdot 0,004}{12,5^2} = 4,868 \text{ mt};$$

$$P_s = \frac{4,868}{0,25} = 19,472 \text{ t}.$$

Daraus erhält man die rechnerische Schrumpfschwingung zu

$$\frac{19\,472}{24 \cdot 2} = 406 \text{ kg/mm}^2.$$

Selbstverständlich kann es sich hier nur um eine rechnerische Größe handeln, denn die Schrumpfungskraft muß sich in Anbetracht dieser unmöglichen Werkstofffestigkeit auf einen wesentlich größeren Querschnitt verteilen. Aber selbst wenn man annimmt, daß der unter Zug stehende Nahtzonenquerschnitt mehrmals so groß ist wie der theoretische Nahtzonenquerschnitt, würden sich noch Beanspruchungen ergeben, die ein Mehrfaches der Zugfestigkeit unseres Grundwerkstoffes betragen. Mit diesem Widerspruch können wir uns nicht abfinden.

Zunächst ist festzustellen, daß wir hier von einem Abbau der Eigenspannungen infolge Plastifizierung, womit leider die Schrumpfschwingungen in ihrer Allgemeinheit vielfach bequemerweise abgetan wurden, nicht sprechen können; denn es liegt ein elastischer Spannungszustand vor mit einer weit über der normalen Fließgrenze des Werkstoffes liegenden Nahtbeanspruchung. Dieser Gleichgewichtszustand der inneren Kräfte ist dadurch gekennzeichnet, daß die Zugspannungen einen verhältnismäßig kleinen Teil des Querschnitts einnehmen und dementsprechend groß sein müssen — sicherlich wesentlich größer als die Zugfestigkeit des Grundwerkstoffes —, während der weitaus größte Teil des Querschnitts nur verhältnismäßig kleine, unterhalb der Elastizitätsgrenze des Normalprüfstabes liegende Spannungen aufweist. Offenbar kann dann nur eine Veränderung der Werkstoffeigenschaften in den Nahtzonen diesen Widerspruch beseitigen: Streckgrenze und Zugfestigkeit des Werkstoffes der Nahtzone werden wesentlich höher liegen als die entsprechenden Werte des Werkstoffes des übrigen Querschnitts.

Man erreicht eine solche Änderung der Werkstoffeigenschaften bekanntlich durch Kaltreckung<sup>9)</sup>, wie sie z. B. bei der Drahtherstellung

<sup>6)</sup> Bauing. 1932, S. 268. Dieser Vorgang wird im Maschinenbau als „Schröpfen“ bezeichnet.

<sup>7)</sup> Geschweißte Träger 1938, Heft 6.

<sup>8)</sup> Mitteilungen aus den Forschungsanstalten der GHH 1938, Heft 4.

<sup>9)</sup> Die festigkeitserhöhende Wirkung der Kaltreckung erklärt sich aus Blockierungen der Kristalle, wodurch der Gleitwiderstand zwischen den Kristallen wächst.

<sup>5)</sup> Stahlbau - Kalender 1937, S. 411.



man daraus die in Richtung  $r-r$  wirkenden Spannungen der Halsnähte nach der technischen Elastizitätslehre bestimmen, so erhalte man wieder Beanspruchungen, die weit über der Zugfestigkeit des Stahles liegen. Zweifellos sind diese Spannungen kleiner, denn die gemessenen Gurtplattendurchbiegungen sind zu einem erheblichen Teil plastischer Art und entstehen schon bei der durch die Schweißwärme bedingten Plastizierung des Werkstoffes in der Nahtwurzel. Aus rein geometrischen Gründen wirkt sich eine geringe Nachgiebigkeit an dieser Stelle in einer wesentlich größeren Durchbiegung der Gurtkante aus. Sicher wird der Anteil der elastischen Spannungen, die für die Beanspruchung der Halsnaht maßgebend sind, um so größer sein, je dicker, d. h. je biegesteifer die Gurtplatte ist, wenn beachtet wird, daß die Halsnähte bei dicken Platten in der Regel nur wenig dicker sind als bei dünnen. Es ist dies ein weiterer nachteiliger Einfluß der Gurtplattendicke, die schon in thermischer Hinsicht als ungünstig erkannt war.

Die Halsnaht steht also, wie die Spannungszerlegung nach Bild 12 zeigt, unter einem ausgeprägten räumlichen Zugspannungszustand, ohne daß es bei dicken Platten zusätzlicher Ursachen zur Entstehung der Querspannungen bedarf. (Es ist  $s_l$  die längs,  $s_q$  die quer zur Naht wirkende Schrumpfwängspannung, die zerlegt ist in  $s_{qv}$  und  $s_{qh}$ .) Nun ist bekannt, daß die Spannungsdehnungslinie unter diesen Umständen ganz anders verläuft als etwa bei einem einachsigen beanspruchten Normalzugstab. Durch diesen räumlichen Spannungszustand wird die Streckgrenze und die Bruchfestigkeit ebenfalls wesentlich erhöht, wie Bild 13 von Ludwik besonders anschaulich zeigt, wo bei Rundstäben je nach Tiefe und Schärfe der Kerbe ein schwächerer oder stärkerer räumlicher Spannungszustand erzeugt wird.

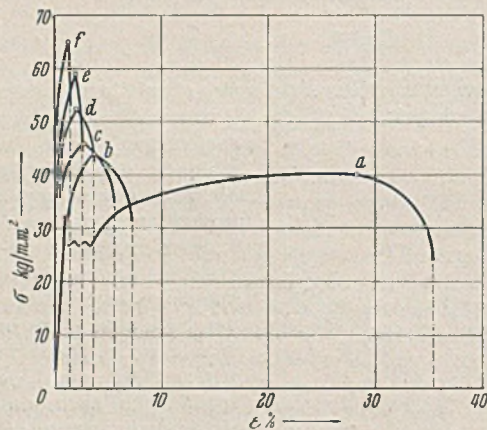


Bild 13.

Es könnte nun mit Recht eingewendet werden, daß der räumliche Spannungszustand wohl die statische Festigkeit erhöht, die Dauerfestigkeit dagegen vermindert<sup>13)</sup>. Hierzu ist zunächst festzustellen, daß bekanntlich eine ruhende Vorspannung, als welche die Eigenspannungen anzusehen sind, die ertragbare Schwingungswerte der Dauerbeanspruchungen nur wenig vermindert (s. Bild 14), wenn von der Begrenzung durch die Fließgrenze abgesehen wird, die, wie wir sahen, z. B. für den Werkstoff der Halsnahtzone ohnehin wegfällt. Wir prüfen mithin bei unseren Dauerversuchen mit beispielsweise geschweißten Trägern gar nicht die Ursprungsbiegefestigkeit, sondern eine Schwellbiegefestigkeit mit Vorspannung, so daß die festgestellte Schwingungswerte nicht ganz die eigentliche Ursprungsbiegefestigkeit des Trägers ist. Da nun auch noch der räumliche Spannungszustand gegenüber dem linearen für den gleichen Werkstoff die ertragbare Schwingungswerte gemäß Bild 14 vermindert, ist es vorerst überraschend, daß der geschweißte Träger dem vergleichbaren genieteten im allgemeinen an Dauerfestigkeit überlegen ist. Dieser vermeintliche Widerspruch erledigt sich dadurch, daß durch die als Kerben wirkenden Löcher der Nietverbindung die Dauerfestigkeit noch stärker vermindert wird als durch räumliche Spannungswirkung und Vorspannung (Eigenspannung), obwohl auch die Querspannungen an der Halsnahtoberfläche (s. Schnitt  $a-a$  in Bild 12) Spannungsspitzen bilden.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die Widerstandsfähigkeit der Halsnahtzone gegen längsgerichtete Kräfte auch durch den räumlichen Spannungszustand erhöht wird, während die Dehnfähigkeit der Halsnahtzone abnimmt. Sofern die

<sup>13)</sup> Archiv für Eisenhüttenwesen 1937, Bd. 10, S. 369.

Dehnfähigkeit der Nahtzone nicht erschöpft wird, gestattet die erhöhte Zugfestigkeit, die Betriebs- und Schrumpfspannungen in den Halsnahtzonen gemeinsam aufzunehmen. Die Ausbildung spröder Brüche in den Halsnahtzonen, wo wohl auch noch nie eigentliches Fließen des Werkstoffes festgestellt worden ist, wird durch den räumlichen Spannungszustand ebenfalls begünstigt.

### III. Ungleichmäßigkeit des Spannungsverlaufes.

Die Erhöhung der Streckgrenze in der Halsnahtzone wird schließlich auch noch dadurch unterstützt, daß wir es mit einem Spannungsfeld

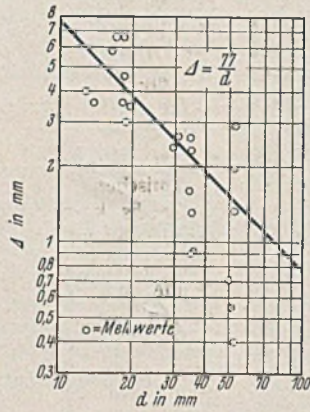


Bild 11. (Reinhold und Heller.)

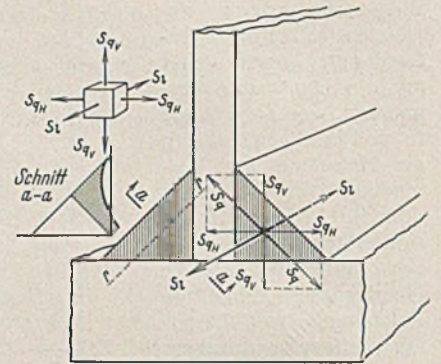
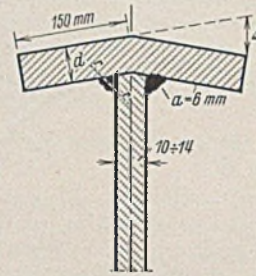


Bild 12.

stärkster Ungleichmäßigkeit (Inhomogenität) zu tun haben (Bild 6); denn die hohe Spannung beschränkt sich ja nur auf die schmale Halsnahtzone, während der übrige Querschnitt nur wenig beansprucht ist. In solchen Fällen ist nach der von Kuntze aufgestellten Theorie des Widerstandsmittels ( $\sigma_M$ )<sup>14)</sup> die Erhöhung der Streckgrenze um so größer oder, allgemeiner gesagt, die Gefahr um so kleiner, je kleiner das Verhältnis von  $\sigma_M$  zu  $\sigma_n$  (Nennspannung) ist. Unbeschadet dessen, daß die physikalische Erklärung für diese Erhöhung der Wider-

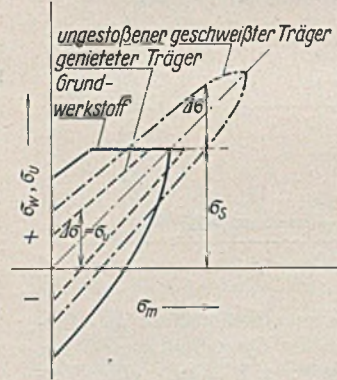
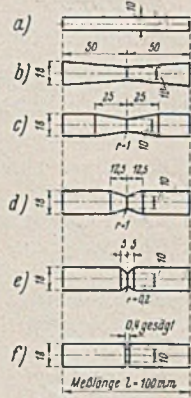


Bild 14.

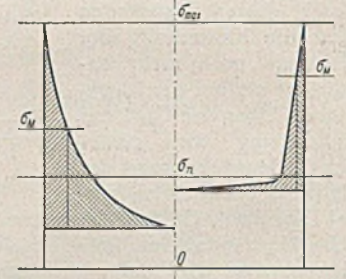


Bild 15. (Kuntze.)

standsfähigkeit an der Spannungsspitze durch die Stützwirkung unterbeanspruchter Querschnittsteile noch umstritten ist, kann wohl gesagt werden, daß die allen Eigenspannungszuständen eigentümliche Ungleichmäßigkeit des Spannungsverlaufes sich im gleichen Sinne wie die Kaltreckung und der räumliche Spannungszustand auswirkt. Bild 15 gibt zwei Spannungszustände mit gleich großen Spannungsspitzen  $\sigma_{max}$  und Nennspannungen  $\sigma_n$  wieder, von denen der rechte ungünstiger ist.

### IV. Aufhärtungen.

Nun kommt mit den eingangs erwähnten Härtungserscheinungen in den Nahtübergangszonen von St 52 ein weiteres Moment hinzu, das die zunächst rein festigkeitstechnisch recht günstigen Verhältnisse geschweißter Träger stark in Frage stellen kann. Auf diese metallurgisch und herstellungstechnisch bedingten Aufhärtungen selbst soll hier nicht näher eingegangen werden. Für unsere Betrachtungen interessiert es auch nicht, ob und inwieweit sich hierin die einzelnen St 52-Sorten unterscheiden. Uns genügt die Tatsache, daß wir, sofern Abschreckwirkungen auftreten können, bei unseren sämtlichen St 52-Sorten mit Aufhärtungen in den Nahtübergangszonen rechnen müssen.

Um die Bedeutung und Auswirkung dieser Härtungserscheinungen zu beleuchten, wenden wir uns wieder dem Biegeversuch zu, der hierüber Aufschlüsse vermittelt, die vor seiner Anwendung zweifellos nicht genügend erkannt waren.

Unabhängig von der Art des Stahles ist zu sagen, daß auch bei unserem Biegeversuch die Längsnaht unter beträchtlichen, vor allem

<sup>14)</sup> Stahlbau 1933, S. 49.

längsgerichteten Schrumpfungsspannungen (Zwängspannungen) steht. Dadurch ist die Platte der späteren Biegung entgegengesetzt vorgespannt. Durch die Nahtzone, die gewissermaßen wie das vorgespannte Zugband eines Sprengwerks wirkt, wird der Biege- und Bruchwiderstand der Platte, den man etwa jeweils durch das Verhältnis von äußerer Last zur Plattendurchbiegung kennzeichnen könnte, zweifellos erhöht. Der erste Riß in der Naht tritt nun ein, wenn hier die infolge der Zugfestigkeitserhöhung stark verminderte Bruchdehnung erreicht ist. Dabei ist noch zu beachten, daß die Zugspannung in der Nahtzone schneller wächst als die Belastung, weil die Nahtzone trotz ihrer Schrumpfungsspannung durch den Wegfall ihrer Streckgrenze und vermöge ihrer hohen Zugfestigkeit auch dann noch Spannungen aufnehmen kann, wenn der sie umgebende Grundwerkstoff sich schon plastisch verlängert, was nach der technischen Biegelehre bereits bei einem Biegewinkel in der Größenordnung von etwa  $1^\circ$  der Fall sein kann. (Auf die Problematik des tatsächlichen Spannungsverlaufs in dieser Probe, der den Bedingungen der mathematischen Elastizitätslehre genügt, braucht dabei nicht eingegangen zu werden.) Infolgedessen tritt der Riß

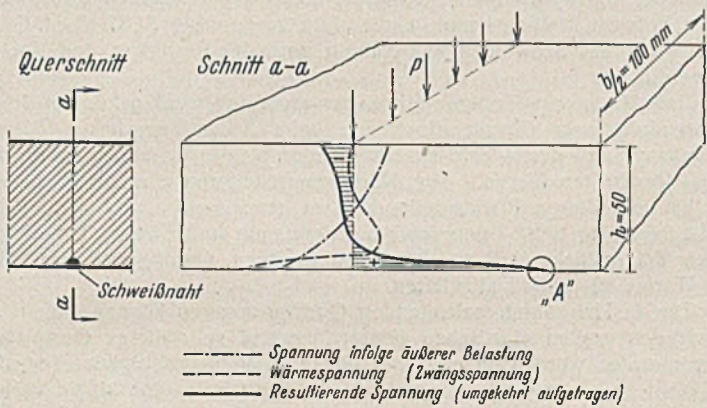


Bild 16. (Punkt „A“ s. Bild 18.)

in der Nahtzone zeitiger ein, als bei gleichem Zuwachs der Beanspruchungen im Grundwerkstoff und in der Nahtzone zu erwarten wäre; dementsprechend auch unter einer kleineren Last, die offenbar klein genug ist, um beim ersten Riß der Nahtzone von dem übrigen Plattenquerschnitt noch aufgenommen zu werden.

Beim St 52 dagegen schlägt der erste Anriß bei einem im Vergleich zum St 37 recht kleinen Biegewinkel als Trennungsbruch durch die ganze Platte mit lautem Knall durch. Danach ist vorerst mit der Wirkung sehr viel größerer Kräfte als beim St 37 zu rechnen. In diesem Sinne macht sich ja schon die größere Festigkeit des St 52 bemerkbar. Natürlich genügt dies aber nicht, um das stark unterschiedliche Verhalten beider Stahllarten zu erklären. Die Hauptursache ist wohl vielmehr in den Aufhärtungen des St 52 zu erblicken, denn eine Vorwärmung der St 52-Platten (etwa  $200$  bis  $300^\circ$ ) vergrößert den Biegewinkel wesentlich. Diese günstige Wirkung der Vorwärmung ist in erster Linie darin begründet, daß die Abschreckwirkung beim Schweißen verringert oder ganz vermieden wird. Wohl vermindert die Vorwärmung auch die Zwängspannung in der Nahtzone, aber dieser Einfluß dürfte nicht ausschlaggebend sein.

In den Nahtübergangszonen sind Härten gemessen worden, die auf Zugfestigkeiten von  $100 \text{ kg/mm}^2$  schließen lassen. Es ist also gegenüber der bei Längsnähten besprochenen Erhöhung der Zugfestigkeit des Nahtwerkstoffes noch mit einer weiteren Steigerung der Zugfestigkeit in den gehärteten Teilen der Nahtzone zu rechnen, womit natürlich wiederum eine Verminderung der Dehnfähigkeit verbunden ist. Dementsprechend wird nach den voranstehenden Darlegungen auch der Biege- und Bruchwiderstand der St 52-Platte weiter wachsen; zu gleichen Durchbiegungen gehören also infolge der Härtung größere äußere Lasten. Wahrscheinlich wird sich in der Längsmittlebene der Platte mit zunehmender Belastung immer mehr ein Spannungsverlauf einstellen, wie ihn Bild 16 schematisch wiedergibt.

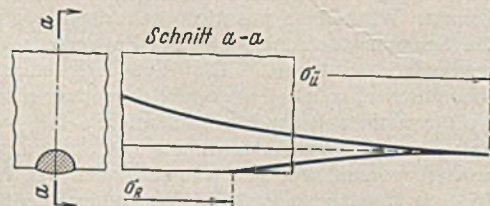


Bild 18. (Punkt A in Bild 16.)

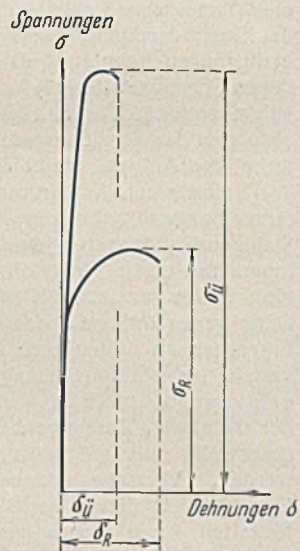


Bild 17.

Der größte Teil des Plattenquerschnitts wird danach auf Druck beansprucht, der im Vergleich zu der stark konzentrierten Zugbeanspruchung in der Nahtübergangszone nur gering ist, und zwar noch geringer, als in Bild 16 angedeutet ist, weil hier der deutlicheren Darstellung wegen die Querschnittsverhältnisse nicht berücksichtigt sind. In der Nahtübergangszone kann gemäß Bild 17 und 18 die Beanspruchung  $\sigma_{ij}$  wachsen, ohne daß in der Randzone, die keine so hohe Zugfestigkeit, aber eine größere Dehnbarkeit als die Übergangszone aufweist, Risse einzutreten brauchen. Dementsprechend beginnt der Bruch in der Übergangszone (Bild 19). Wenn nun die für die Widerstandsfähigkeit des Tragsystems maßgebende Zugfestigkeit der Übergangszone überwunden ist, löst sich hier eine offenbar wesentlich größere Kraft als bei der St 37-Platte plötzlich aus. Die schlagartige Wirkung der freigewordenen Kräfte, die in der wie ein hochbeanspruchter Draht wirkenden Übergangszone vorhanden waren, trifft zusammen mit einer beträchtlichen Kerbwirkung, die durch den ersten Anriß (Bild 19) verursacht wird. Die Überwindung von Kerbwirkungen bereitet aber dem St 52 zudem, wie wir aus anderen dynamischen Versuchen schließen können, mehr Schwierigkeiten als dem St 37. Es kommt ferner hinzu, daß die in der hochbeanspruchten Übergangszone herrschende Zugbeanspruchung wesentlich höher über der Zugfestigkeit des Grundwerkstoffes liegt als bei der St 52-Platte, was gerade an der Kerbstelle des ersten Anrisses, wo die Schlagwirkung konzentriert auftritt, ausschlaggebend sein kann. Es ist daraus wohl erklärlich, daß der übrige Plattenquerschnitt der St 52-Platte nicht mehr in der Lage ist, bei der schlagartigen Auslösung der Spannungen soviel Widerstand zu bieten, um den plötzlichen Trennungsbruch zu vermeiden zu können, zumal sich nach dem Riß der Nahtzone der in Bild 16 dargestellte Spannungsverlauf auch wesentlich ändern müßte, um wieder Gleichgewicht mit der äußeren Last  $P$  zu ergeben.

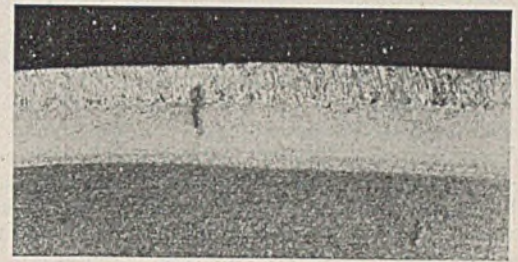


Bild 19.

#### D. Schlußbetrachtungen.

Den Schrumpfungsspannungen kann bei geschweißten Konstruktionen vom Standpunkt der Sicherheitsfrage aus doch eine größere Bedeutung zukommen, als bisher immer angenommen wurde. In dieser Hinsicht sind die Schweißverbindungen unterschiedlich zu bewerten. Vielfach bestehen Möglichkeiten des Spannungsausgleichs, wenn der weiche Grundwerkstoff etwa gleich hoch beansprucht wird wie die harte Nahtzone (z. B. beim Stumpfstoß), so daß dann die Schrumpfungsspannungen die Sicherheit nicht wesentlich beeinflussen. Bei den Längsnähten dagegen ist stets mit erheblichen längsgerichteten Schrumpfungsspannungen (Zwängspannungen) zu rechnen, die nicht durch Plastizierung des Werkstoffes abgebaut werden. Es gibt aber auch hier eine Art „Schlauheit des Werkstoffes“, die darin besteht, daß in den hochbeanspruchten Nahtzonen der Werkstoff seine Zugfestigkeit unter Preisgabe seiner Streckgrenze so weit erhöht, daß er Betriebs- und Schrumpfungsspannungen gemeinsam aufnehmen kann. Diese Erhöhung der Zugfestigkeit erklärt sich erstens aus einer Art Kaltreckung der Nahtzone während deren Erkaltung auf einer verhältnismäßig starren Unterlage, zweitens aus räumlicher Spannungswirkung und drittens aus starker Inhomogenität des Eigenspannungsverlaufs. Eine solche Veränderung der Werkstoffeigenschaften geht jedoch auf Kosten der Dehnfähigkeit der Nahtzone, wodurch die Sicherheit der Konstruktion in einer rechnerisch kaum erfassbaren Weise beeinträchtigt werden kann. Die Dehnfähigkeit der hochbeanspruchten Nahtzonen ist aber unter normalen Verhältnissen noch so groß, daß die vorgeschriebene Mindestzugfestigkeit des Grundwerkstoffes bei den im Stahlbau meist üblichen Konstruktionen, insbesondere beim geschweißten I-Träger, ausgenutzt werden kann, allerdings unter Bildung eines verformungslosen Bruches. Unsere statischen und Dauerfestigkeitsversuche, die im übrigen in der Regel an Einzelträgern und bei ganz klaren Belastungs- und Lagerungsverhältnissen durchgeführt wurden, mußten daher befriedigen, insbesondere — wie dargelegt wurde — im Vergleich zu entsprechenden Versuchen mit gelenkten Konstruktionen.

Die Biegeprobe zeigte jedoch, daß beim St 52 Längsnähte die Ausnutzung der plastischen Verformbarkeit des Werkstoffes fast völlig verhindern können. Wenn wir uns damit abfinden wollten, könnten wir uns auch entschließen, Brücken aus einem sehr harten, hochbeanspruchbaren Stahl mit sehr geringer Dehnfähigkeit herzustellen, wogegen allein schon die Beachtung der Stoßwirkung der Traglasten spricht. Dieser große Verlust des plastischen Arbeitsvermögens des St 52 tritt jedoch nur ein, wenn die Nahtübergangszone nach der Abschreckwirkung, die schon der schnelle Wärmeentzug durch eine massive Platte verursachen kann, stark aufhärtet.

Damit ist eine weitere Erhöhung der Zugfestigkeit in der Nahtzone verbunden. Dementsprechend tritt in der Nahtzone eine noch stärkere Aufladung der Spannungen ein, deren Sicherheit gegen schlagartige Auslösung, die in Verbindung mit Kerbwirkungen Trennungsbrüche durch die ganze Platte hervorrufen kann, sehr gering ist. Schon kleine, örtlich eng begrenzte Zusatzspannungen können die geringen Sicherheitsreserven überschreiten.

Die Härtung ergibt auch an sich Zusatzspannungen, die mitunter bereits ohne äußere Belastung zu Rissen führen können. Das spröde Verhalten der Werkstoffe wird zusätzlich durch die Kälte verstärkt, so daß insbesondere schlagartige Wirkungen wenig Widerstand geboten wird.

Mit den Zwängschrumpfspannungen wird sich der Stahlbau in der stark überwiegenden Mehrzahl der Fälle abfinden können und auch müssen, weil das Spannungsfreiglühen (Erwärmen auf eine geeignete Temperatur, meist unterhalb des unteren Umwandlungspunktes  $A_{c1}$ , und längeres Halten auf dieser Temperatur mit langsamem Abkühlen) nur dann in Frage käme, wenn es sich um kleinere Einzelstücke handelt. Wohl bleibt noch die Frage offen, inwieweit ein stellenweises Spannungsfreiglühen am fertigen Werkstück mit zweckmäßigen, transportablen Erwärmungseinrichtungen praktische Bedeutung erlangen kann. Hierbei darf jedoch nicht außer acht bleiben, daß erstens einmal ein teilweises Erwärmen des Trägers, auch wenn es über den ganzen Querschnitt erfolgt, in den Übergangszonen vom kalten zum erwärmten Teil des Werkstückes noch Zwängspannungen hervorrufen kann, die vielleicht bei manchen Konstruktionen in Kauf genommen werden können, und zweitens mit Verwerfungserscheinungen gerechnet werden muß. Die dabei unvermeidbaren Gebiete der Blauwärme müßten natürlich stets spannungsfrei sein, worauf bei der Lagerung der Träger besonders Rücksicht zu nehmen wäre. Inwieweit Zugvorspannungen der zu verschweißenden Stahlteile zur Verminderung oder sogar Vermeidung der Zwängschrumpfspannungen<sup>15)</sup> — insbesondere in Halsnähten — für die Herstellung geschweißter Stahlkonstruktionen praktische Bedeutung erlangen können, läßt sich gegenwärtig noch nicht übersehen. Entsprechende Versuche führt der Verfasser durch.

Unbedingt zu verhindern sind jedoch Aufhärtungen in Stählen höherer Festigkeit, weil sonst Gefahren heraufbeschworen werden, die wir nicht mehr beherrschen können. Zu diesem Zweck kommen in erster Linie vorbeugende Maßnahmen in Betracht. Es wurde schon darauf hingewiesen, daß durch Vorwärmung der Platten auf 200 bis 300° die Abschreckwirkung nahezu verhindert werden kann. Aber auch hierbei ist die schwierigste Frage die werkstattliche Verwirklichung der an den Versuchsstücken erprobten Mittel. Es dürfte für den Schweißer nicht ganz einfach sein, eine auf 300° erwärmte Gurtplatte auf größere Längen zu schweißen, so daß auch hier noch große Schwierigkeiten praktischer Art zu überwinden sein werden. Selbst wenn das Spannungsfreiglühen angewandt würde, wäre es wohl nicht ratsam, es zunächst auf eine Aufhärtung hochbeanspruchter Zonen ankommen zu lassen. Deshalb wird die Vermeidung der Aufhärtungen die wichtigste Frage sein und bleiben.

Von allen thermischen Verfahren zur Verringerung oder Beseitigung der Schrumpfspannungen als auch zur Verhinderung der Aufhärtung muß auf alle Fälle gefordert werden, daß sie in weitem Maße unempfindlich sind, d. h. daß gewisse Abweichungen von den vorgeschriebenen Arbeitsverfahren, womit bei 100 m langen und 3 m hohen Trägern immerhin eher zu rechnen ist als etwa beim Schweißen von Maschinenteilen, die Sicherheit des Bauwerks bestimmt nicht gefährden; andernfalls sind solche Verfahren der Schweißtechnik im Stahlbau, auf weite Sicht gesehen, nicht förderlich. Denn es kommt ja, von Sonderaufgaben abgesehen, nicht darauf an, die eine oder andere Brücke unter Ausnutzung aller zur Verfügung stehenden Mittel zu schweißen, sondern die Anwendung der Schweißtechnik der üblichen, leicht übersehbaren, unbedingt zuverlässigen und wirtschaftlich tragbaren Herstellungsart von Stahlbauten anzupassen. Alles andere ist Künstelei und keine Kunst, ist ein Augenblickserfolg und kein eigentlicher Fortschritt des Stahlbaues, der — das sei ausdrücklich betont — sich vom Schiffbau, Maschinenbau, Behälterbau und anderen Zweigen der stahlverarbeitenden Industrie auch durch seinen scharfen Wettbewerbskampf mit anderen Bauweisen unterscheidet. Gerade an dieses wirtschaftliche Moment wird bei der Erteilung praktischer Vorschläge für das zuverlässige Schweißen im Stahlbau leider häufig nicht gedacht. Eine andere durch die Wirtschaftlichkeit gebotene Grenze für die Auswahl geeigneter Schweißverfahren ist durch die Konkurrenz der Nietung gegeben, deren größter Vorteil gerade im Spiegel dieser Betrachtung ihre außerordentlich große Unempfindlichkeit gegen Herstellungsmängel ist.

Von metallurgischer Seite wird immer wieder betont, daß die zuverlässige Ausschaltung der Härtung des St 52 kaum möglich ist. Wenn demnach in den für seine Herstellung gegebenen Grenzen nur durch besondere Herstellungsverfahren beim Schweißen dem Aufhärten von St 52 vorgebeugt werden kann und sich diese Möglichkeiten als nicht ausreichend sicher oder wirtschaftlich kaum tragbar erweisen sollten, so

bliebe für das Schweißen wahrscheinlich nur die Wahl eines Stahles geringerer Festigkeit übrig; beispielsweise soll schon bei einem bestimmten Stahl St 44 die Gefahr des Aufhärtens ausschalten. Damit wäre leider für geschweißte Konstruktionen eine Preisgabe des St 52 verbunden, dem der Brückenbau manche Überlegenheit bei Wettbewerben mit anderen Bauweisen verdankt.

Die Herabsetzung der Plattendicke wirkt sich nicht nur aus den in den vorstehenden Darlegungen angeführten Gründen vorteilhaft aus, sondern bedeutet auch eine metallurgische und vor allem walztechnische Erleichterung, die bis zu einem gewissen Grad die Härtungsgefahr verringern kann. Deshalb sind in den neuen Lieferungsbedingungen der Reichsbahn für St 52, wodurch schon die Legierungsbeimengungen des St 52 begrenzt wurden, die vorgeschriebenen Streckgrenzen um so niedriger, je dicker die Platte ist. Die Einhaltung der richtigen Walztemperatur, die für die Höhe der Streckgrenze von größter Bedeutung ist, wird um so schwieriger, je dicker die Platte ist. Auch unliebsame Erfahrungen mit normalem Stahl bestimmter Herstellungsart raten zur Verminderung der Plattendicke, wobei sogar das Schweißen selbst ganz außer Betracht bleiben kann. Unberuhigt vergossener St 37 (S.-M.-Güte) scheint für das Schweißen von Nähten normaler Festigkeit den Vorzug zu verdienen.

Daß Abschreckwirkungen schon hervorgerufen werden können durch Verwendung sehr dünner Elektroden beim Schweißen dicker Platten, ist bekannt und dürfte bald zu einer Änderung der einschlägigen Reichsbahn-Vorschriften führen. Die Härtungserscheinungen traten aber nicht nur bei sehr dicken Platten auf; denn es kann auch ein Schweißen bei verhältnismäßig tiefer Temperatur oder etwa ein stellenweises Unterlegen dicker Trägerstücke (z. B. in Wälzringen) genügen, um an gewissen Stellen die Wärme zu schnell abzuleiten.

Die in Halsnähten auftretenden Querspannungen können, sofern sie durch den großen elastischen Biegezugwiderstand sehr dicker Gurtplatten hervorgerufen werden, in einfacher Weise dadurch beseitigt werden, daß die Naht von der Gurtplatte weg in die Stegblechebene hinein verlegt wird. Man erreicht dadurch den weiteren Vorteil, daß die Halsnaht Stahlteile nahezu gleicher Dicke verbindet und somit von dem massigen, die Wärme schnell ableitenden Gurt entfernt wird. Bei guter Abstimmung des Elektrodendurchmessers auf die Plattendicke und der sonstigen Schweißbedingungen könnte es dann vielleicht gelingen, für einen Einheitsstahl höherer Festigkeit (St 44?) Aufhärtungen der Stahlübergangszonen auch ohne jede thermische Vor- und Nachbehandlung mit der unbedingt notwendigen absoluten Sicherheit auszuschließen. Eine wichtige, in erster Linie walztechnische Aufgabe bleibt die Entwicklung entsprechender Sonderprofile.

Selbst wenn Aufhärtungen mit Sicherheit vermieden werden, ist es ferner notwendig, bei der Weiterentwicklung und Wahl der geschweißten Stahlkonstruktion stets daran zu denken, daß wir es in den Nahtzonen immer mit einem Werkstoff zu tun haben, der weniger dehnfähig als der Stahl in den gewohnten Nietkonstruktionen und dementsprechend empfindlicher gegen örtliche Spannungsüberhöhungen ist. Nach unseren heutigen Erkenntnissen sollten auch Bauwerke, deren nicht sehr eindeutiges Tragssystem für die Berechnung und Bemessung als genietete Konstruktion erfahrungsgemäß in einfacher Weise — etwa durch Vernachlässigung der räumlichen Zusammenhänge — idealisiert werden darf, entweder nicht geschweißt oder möglichst wirklichkeitsgetreu berechnet und bemessen werden. Versuche können die für die Sicherheit ausschlaggebende Gesamtheit dieser Verhältnisse und sonstiger Einflüsse selbst für den Einzelfall kaum jemals ausreichend erfassen. Diese Erkenntnis erlaubt es uns bei Beibehaltung der üblichen, in der Nietbauweise bewährten Grundlagen für Bemessung, Konstruktion und Herstellung von Stahlbauwerken leider nicht, Schweißverbindungen zu verwenden, die nur über sehr geringe plastische Reserven verfügen.

Die voranstehenden Darlegungen dürften auch gezeigt haben, welche Bedeutung der jeweiligen Eigengesetzlichkeit des Werkstoffes für die Beurteilung der Widerstandsfähigkeit einer Konstruktion allgemein zukommt. Wir können uns nicht mehr damit begnügen, allen Betrachtungen die Spannungsdehnungslinie des Zugversuches mit dem Normalprüfstab zugrunde zu legen. Die Schwierigkeiten sind nicht elastizitätstheoretischer, sondern werkstofflich-mechanischer Art. Sie beginnen dort, wo die mathematische Elastizitätstheorie ihre wertvolle Vorarbeit beendet hat; denn mit der Aufzeichnung des Spannungsverlaufes muß dann erst erörtert werden, wie sich wahrscheinlich der Werkstoff unter diesen und anderen Umständen verhält. Wie unterschiedlich dann die Dinge liegen können, ist gerade durch die letzten Vorkommnisse bewiesen worden, worin mit Recht eine gewisse Neuorientierung unserer ganzen Stahlbau-forschung und -vorschriften erblickt werden darf. Insofern kann man die letztjährige Entwicklung begrüßen und auch die Rückschläge verschmerzen; denn sie haben uns mit unverkennbarer Deutlichkeit gezeigt, daß wir uns neuen vertieften Betrachtungsweisen zur Beherrschung der Sicherheit unserer Stahlkonstruktionen zuwenden müssen. Dabei sind wir bereits auf dem richtigen Wege und werden auch der letzten Schwierigkeiten Herr werden, um die Schweißtechnik auch ferner zum Vorteil der Stahlbauweise an der richtigen Stelle einsetzen zu können.

<sup>15)</sup> Stahlbau-Kalender 1938, S. 428 oben.

Alle Rechte vorbehalten.

## Die Spannungsverteilung in geschweißten Stumpfstößen.

Von Privatdozent Ing. Dr. Karl Ježek, Wien.

Übersicht: Die Beanspruchung zweier stumpf aneinander geschweißter Blechstreifen wird bei axialer Zugbelastung unter Zugrundelegung eines ebenen Spannungszustandes untersucht. Ausgehend von einer starren Schweißnaht können Rückschlüsse auf die sich bei verschiedenen elastischen Eigenschaften von Blech und Naht ergebende Ungleichmäßigkeit der Spannungsverteilung gezogen werden. Man gelangt zu einer näherungsweise Berechnung der größten Anstrengung eines Stumpfstößes, welche als Maß für die Festigkeit der Verbindung gegenüber wiederholter Belastung anzusehen ist.

Die Verbindung zweier gleich breiten Bleche kann entweder durch aufgeschweißte Laschen oder unmittelbar durch eine Stumpfnah erfolgen. Wird eine geschweißte Laschenverbindung auf Zug beansprucht, so ergeben sich am Beginn der Flankenkehlnähte recht bedeutende Spannungserhöhungen sowohl in den Laschen als auch in den Nähten selbst, welche von der Blechbreite bzw. von der Nahtlänge abhängig sind und unter Zugrundelegung eines ebenen Spannungszustandes recht genau rechnerisch bestimmt werden können<sup>1)</sup>; die Hinzufügung einer Stirnnaht mildert zwar die Spannungsspitzen im Blech (Lasche), ohne sie jedoch auf ein — im Hinblick auf oftmals wiederholte Belastungen — erträgliches Maß herabzusetzen<sup>2)</sup>. Die Praxis bevorzugt daher vornehmlich bei Bauteilen, die wechselnder Beanspruchung ausgesetzt sind, den Stumpfstöß, der bei einwandfreier Herstellung gemäß zahlreichen Versuchen weitaus größere Dauerfestigkeiten aufweist als der Laschenstoß. Die Ursache für das günstige Verhalten von Stumpfstößen gegenüber wiederholter Belastung ist in einer Spannungsverteilung zu suchen, deren Größtwert nur wenig von der mittleren Beanspruchung abweicht. Sieht man von den durch den Schweißvorgang bewirkten mehr oder weniger großen Schrumpfspannungen ab, die übrigens z. B. durch Ausglühen des Werkstückes wieder beseitigt werden können, und setzt eine fehlerfreie, auf Blechdicke abgearbeitete und an der Wurzel sorgfältig nachgeschweißte Stumpfnah voraus, so ergibt sich im Falle der reinen Zugbeanspruchung eine Abweichung von der gleichmäßigen Spannungsverteilung überhaupt nur dann, wenn Blech und Naht verschiedene elastische Eigenschaften besitzen. Der Spannungsgrößtwert im Übergangsquerschnitt zwischen Blech und Naht wird dann mit zunehmendem Unterschied in den elastischen Eigenschaften ansteigen, so daß die größten Abweichungen von der gleichmäßigen Spannungsverteilung für den Grenzfall der starren Naht zu erwarten sind. Dieses Problem soll daher zunächst unter der Annahme eines ebenen Spannungszustandes in den Blechen gelöst werden, und die Ergebnisse der Untersuchung bilden die Grundlage zur Abschätzung der für praktische Verhältnisse (elastische Naht) zu erwartenden größten Beanspruchung bzw. Anstrengung einer elastischen Stumpfschweißung.

### 1. Die starre Stumpfnah.

Zwei unendlich lange Blechstreifen von der Breite  $2b$  und der Dicke  $2t$  sind durch eine Stumpfnah, deren Breite als klein vorausgesetzt werden darf, miteinander verbunden und werden auf Zug beansprucht (Bild 1). Würde diese Stumpfnah dieselben elastischen Eigenschaften, also denselben Elastizitätsmodul und dieselbe Querdehnungsziffer wie die Bleche besitzen, so könnte die Kraft störungsfrei an der Verbindungsstelle übertragen werden, und man erhielte die über den Blechquerschnitt gleichmäßig verteilte Zugspannung  $\sigma_m = P/4bt$ . Nimmt man jedoch an, die Naht

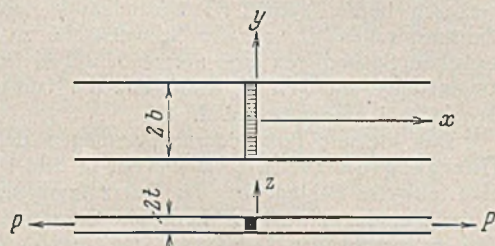


Bild 1.

sei härter als die Bleche, so tritt an der Schweißstelle eine teilweise Behinderung der Querverkürzung der Bleche ein, und zwar nicht nur in der Richtung  $y$ , sondern auch in der Richtung  $z$ , d. h. senkrecht zur Ebene der Bleche. Diese teilweise — bei einer völlig starren Naht ist es eine vollständige — Behinderung der Formänderung ruft nun sowohl in den Blechen als auch in der Naht ungleich verteilte Normalspannungen  $\sigma_x$ , ferner Querspannungen  $\sigma_y$  und  $\sigma_z$  sowie Schubspannungen  $\tau$  hervor, wobei die Behinderung der Formänderung in der  $y$ -Richtung, also in der Richtung der größten Nahtabmessung, den größten Einfluß auf die Gestaltung des Spannungszustandes nimmt. Die Aufgabe kann näherungsweise als ebenes

Problem behandelt werden, wenn sowohl die Normalspannung als auch die Schubspannungen in der Richtung  $z$  vernachlässigt werden, wobei die Annäherung an die wirklichen Verhältnisse um so besser ist, je dünner die Bleche sind. Die Vernachlässigung der Normalspannung  $\sigma_z$  kommt übrigens der Annahme einer unbehinderten Formänderung in der  $z$ -Richtung gleich, und es erscheint daher auch sinngemäß die Voraussetzung einer unbehinderten Formänderung der Naht in der  $x$ -Richtung gerechtfertigt. Für die nachfolgende Rechnung wird dann eine Naht vorausgesetzt, welche in ihrer Längsrichtung  $y$  als starr anzusehen ist, während für ihre Formänderungsfähigkeit in den beiden Querrichtungen  $x$  und  $z$  völlige Nachgiebigkeit angenommen wird. Es ist also der Spannungszustand  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  und  $\tau$  in den beiden Blechstreifen aufzusuchen, der den vorgegebenen Bedingungen an der Schweißstelle genügt und die sonstigen Randbedingungen erfüllt.

Die Gleichgewichtsbedingungen des ebenen Spannungszustandes

$$(1) \quad \begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

können bekanntlich durch Einführung der Airyschen Spannungsfunktion  $F$  befriedigt werden, wobei die Spannungskomponenten durch die Ausdrücke

$$(2) \quad \sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \quad \tau = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}$$

gegeben sind und  $F$  der sogenannten „Verträglichkeitsbedingung“

$$(3) \quad \Delta \Delta F = \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0$$

genügen muß. Den gesuchten Spannungszustand denkt man sich gebildet aus der gleichmäßig in der Krafrichtung  $x$  wirkenden mittleren Normalspannung  $\sigma_m$  und aus einem Eigenspannungszustand, welcher durch die Störung der Formänderung an der Schweißstelle entsteht. Die Komponenten dieses Eigenspannungszustandes müssen mit zunehmender Entfernung von der Naht kleiner werden und für  $x = \infty$  verschwinden. Der einfachste, dieser Bedingung entsprechende Ansatz für die Spannungsfunktion in einem Blechstreifen lautet dann

$$(4) \quad F = K e^{-\alpha x} Y + \frac{1}{2} \cdot \sigma_m y^2,$$

wobei  $K$  und  $\alpha$  vorläufig noch unbekannte Festwerte bedeuten und  $Y$  einer Funktion von  $y$  entspricht, für welche man nach Einsetzen von Gl. (4) in Gl. (3) die nachfolgende gewöhnliche Differentialgleichung 4. Ordnung erhält:

$$(5) \quad \frac{d^4 Y}{dy^4} + 2\alpha^2 \cdot \frac{d^2 Y}{dy^2} + \alpha^4 Y = 0.$$

Die vollständige Lösung der vorstehenden Differentialgleichung lautet

$$(6) \quad Y = K_1 \cdot \cos \alpha y + K_2 \alpha y \cdot \sin \alpha y + K_3 \cdot \sin \alpha y + K_4 \alpha y \cdot \cos \alpha y.$$

Da nun die Normalspannungen  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  wegen der symmetrischen Belastung nur gerade Funktionen von  $y$  sind, muß  $K_3 = K_4 = 0$  gesetzt werden. Ferner muß die Schubspannung  $\tau$  an den beiden freien Blechrändern  $y = \pm b$  verschwinden. Aus dieser Bedingung folgt aus Gl. (2), (4) und (6) eine Beziehung zwischen den beiden übrigen Festwerten

$$(7) \quad K_2 = \frac{\sin \alpha b}{(\sin \alpha b + \alpha b \cdot \cos \alpha b)} \cdot K_1.$$

Außerdem sollen an den Längsrändern der Bleche  $y = \pm b$  keine Querspannungen  $\sigma_y$  vorhanden sein. Diese Bedingung ist mit dem Ansatz (4), in welchem jetzt nur mehr zwei Freiwerte  $K_1$  und  $\alpha$  zur Verfügung stehen, nicht zu erfüllen, wenn man die strenge Einhaltung der Verträglichkeitsbedingung (3) fordert. Man kann jedoch durch Hinzufügung einer partikulären Lösung der Gl. (3) erreichen, daß  $\sigma_y$  am Rand der Schweißstelle ( $x=0$ ) verschwindet und längs des ganzen Randes selbst nur kleine Werte annimmt. Die gesuchte partikuläre Lösung, welche allen bisher erwähnten Randbedingungen genügt, ergibt sich aus dem Ansatz (4) für  $\alpha = \frac{\pi}{b}$  und lautet daher

$$(8) \quad Y = \bar{K}_1 \cdot \cos \frac{\pi y}{b},$$

da nach Gl. (7)  $\bar{K}_2 = 0$  gesetzt werden muß. Man gelangt dann endgültig zu dem nachfolgenden Ansatz für die Spannungen im Blechstreifen:

<sup>1)</sup> K. Ježek, Der Spannungszustand in Flankenkehlnahverbindungen. Bautng. (18) 1938, S. 228.

<sup>2)</sup> K. Ježek, Der Spannungszustand in einer Überlappungsschweißung mit Stirn- und Flankenkehlnähten. Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften in Wien, Math.-Naturwiss. Kl., Abt. IIa, 146. Bd., Heft 9 und 10, 1937.

$$(9) \begin{cases} \sigma_x = \sigma_m - C_1 \sigma_m e^{-\alpha x} \{(\alpha b \cdot \cos \alpha b - \sin \alpha b) \cos \alpha y \\ \quad + \alpha y \cdot \sin \alpha y \cdot \sin \alpha b\} - C_2 \sigma_m e^{-\frac{\pi x}{b}} \cdot \cos \frac{\pi y}{b} \\ \sigma_y = C_1 \sigma_m e^{-\alpha x} \{(\sin \alpha b + \alpha b \cdot \cos \alpha b) \cos \alpha y \\ \quad + \alpha y \cdot \sin \alpha y \cdot \sin \alpha b\} + C_2 \sigma_m e^{-\frac{\pi x}{b}} \cdot \cos \frac{\pi y}{b} \\ \tau = -C_1 \sigma_m e^{-\alpha x} (\alpha b \cdot \cos \alpha b \cdot \sin \alpha y - \alpha y \cdot \cos \alpha y \cdot \sin \alpha b) \\ \quad - C_2 \sigma_m e^{-\frac{\pi x}{b}} \cdot \sin \frac{\pi y}{b} \end{cases}$$

Die vorstehenden Spannungswerte genügen streng der Verträglichkeitsbedingung (3) und enthalten die drei Freiwerte  $C_1$ ,  $C_2$  und  $\alpha$ , über welche noch verfügt werden kann. Da die Naht in der  $y$ -Richtung als starr vorausgesetzt wird, sollte im Querschnitt  $x=0$  die Querdehnung  $\epsilon_y$  überall gleich Null sein. Diese Bedingung ist mittels der einfachen Spannungsansätze (9) nicht in jeder Faser einzuhalten, dagegen kann sie zunächst durchschnittlich streng erfüllt werden, wenn man

$$(10) \quad \left( \int \epsilon_y dy \right)_{x=0} = \frac{1}{E} \left( \int (\sigma_y - \mu \sigma_x) dy \right)_{x=0} = 0$$

setzt. Die obige Gleichung (10) besagt übrigens auch, daß die Breite des Blechstreifens an der Schweißstelle  $x=0$  unverändert bleibt. Ferner kann die Bedingung

$$(11) \quad (\epsilon_y)_{x=0} = 0$$

noch am Rande  $y = \pm b$  des Schweißquerschnitts streng erfüllt werden. Da am spannungsfreien Rand die Querspannung verschwindet, muß dort auch gemäß Gl. (11) die Längsspannung gleich Null sein, und man erhält als weitere Bedingungsgleichungen:

$$(12) \quad \begin{matrix} (\sigma_x)_{x=0} = 0 & (\sigma_x)_{x=0} = 0 \\ y = \pm b & y = \pm b \end{matrix}$$

Aus Gl. (10) u. (12) folgt unter Verwendung der Spannungswerte (9):

$$(13) \quad \begin{cases} C_1 = \frac{\mu \alpha b}{2 \cdot \sin^2 \alpha b} \\ C_2 = C_1 (\alpha b + \sin \alpha b \cdot \cos \alpha b) \\ 1 - C_1 (\alpha b - \sin \alpha b \cdot \cos \alpha b) + C_2 = 0. \end{cases}$$

Die beiden ersten Gleichungen (13) ergeben die Festwerte  $C_1$  und  $C_2$  in Abhängigkeit von  $\alpha$ . Setzt man diese Ausdrücke in die letzte Gleichung (13) ein, so erhält man die nachfolgende Bestimmungsgleichung für  $\alpha$  selbst:

$$(14) \quad \operatorname{tg} \alpha b = -\mu \alpha b.$$

Diese transzendente Gleichung besitzt eine Wurzel  $\alpha b = 0$  (triviale Lösung) und weitere Wurzeln im zweiten und vierten Quadranten. Die erste von Null verschiedene und einzige brauchbare Lösung ergibt sich genau genug zu

$$(15) \quad \alpha b = 2,5.$$

Setzt man ferner die Querdehnungsziffer  $\mu = 0,3$ , so erhält man für die beiden übrigen Festwerte aus Gl. (13):

$$(16) \quad C_1 = 1,047 \quad C_2 = 2,115.$$

Durch Gl. (9), (15) u. (16) ist der Spannungszustand im Blechstreifen vollständig bestimmt. Insbesondere sei noch bemerkt: Fordert man an Stelle der zweiten Bedingung (12), daß der mittlere Fehler in der Querverschiebung an der Schweißstelle verschwindet, bildet man also

$$(17) \quad \left( \int \eta dy \right)_{x=0} = \left( \int dy \int \epsilon_y dy \right)_{x=0} = 0,$$

so erhält man aus dieser Bedingung — auf die Wiedergabe der etwas umfangreichen Rechnung sei hier verzichtet — einen von Gl. (15) nur wenig abweichenden Wert für  $\alpha b$  ( $= 2,6$ ). Die Festwerte nach Gl. (15) u. (16) genügen daher auch praktisch der Forderung, daß die Querverschiebung im Mittel gleich Null ist. Man überzeugt sich ferner, daß die an den Rändern  $y = \pm b$  übrigbleibenden Querspannungen  $\sigma_y$  mit wachsender Abszisse  $x$  von Null (für  $x=0$ ) zunächst etwas zunehmen (der Größtwert beträgt ungefähr 16% der Durchschnittsspannung  $\sigma_m$  in der Krafrichtung), schließlich wieder kleiner werden und für  $x = \infty$  auf Null abfallen; mit den Spannungsansätzen (9) erhält man daher an den Rändern  $y = \pm b$  sehr kleine Zugspannungen, die außerdem an der Schweißstelle selbst, d. h. am Orte der größten Spannungsstörung, gemäß Gl. (12) verschwinden. Um die freien Blechränder vollständig spannungsfrei zu machen, müßte zur Querspannung  $\sigma_y$  gemäß Gl. (9) noch eine kleine Druckspannung

$$(18) \quad \bar{\sigma}_y = -C_1 \sigma_m e^{-\alpha x} (\alpha b + \sin \alpha b \cdot \cos \alpha b) + C_2 \sigma_m e^{-\frac{\pi x}{b}}$$

hinzugefügt werden, welche weder zusätzliche Normalspannungen noch Schubspannungen hervorruft ( $\sigma_x = \tau = 0$ ), so daß die Spannungsverteilung an der Schweißstelle —  $\bar{\sigma}_y = 0$  für  $x=0$  laut 2. Gl. (13) — unverändert

bleibt. Die Spannungswerte (9) in Verbindung mit Gl. (15) u. (16) stellen daher eine rationelle Lösung der gestellten Aufgabe dar.

In Bild 2 ist die Normalspannung  $\sigma_x$  für verschiedene Querschnitte dargestellt. Diese Spannung erreicht jeweils in der Faser  $y=0$  ihren größten Wert. Die absolut größte Längsspannung ergibt sich an der Schweißstelle  $x=0$  zu  $\max \sigma_x = 1,61 \sigma_m$ . Man erkennt aus den übrigen Spannungsbildern, daß die Ungleichmäßigkeit der Spannungsverteilung mit wachsender Entfernung von der Stumpfnaht rasch abnimmt. Die Behinderung der Querspannung des Blechstreifens an der Schweißstelle  $x=0$  wirkt sich im Querschnitt  $x=2b$  praktisch überhaupt nicht mehr aus (nahezu gleichmäßige Verteilung der Normalspannungen in der Krafrichtung). In Bild 3 ist die Verteilung der Querspannungen  $\sigma_y$  und der Schubspannungen  $\tau$  an der Schweißstelle dargestellt; auch diese Spannungen nehmen mit wachsender Entfernung von der Naht rasch ab und sind im Querschnitt  $x=2b$  praktisch bereits gleich Null.

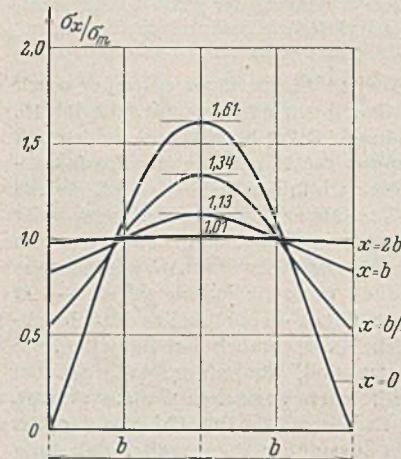


Bild 2.

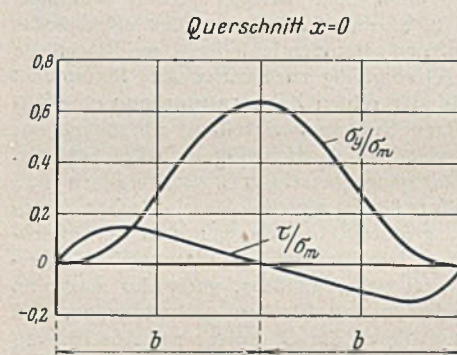


Bild 3.

Die größte Beanspruchung zweier starr verbundenen Blechstreifen nach Bild 1 tritt daher in der Mitte der Schweißstelle auf. Man überzeugt sich leicht von der Richtigkeit dieses Rechenergebnisses durch einen Versuch mit einem Gummiband, welches in einem festgeklemmten Querschnitt an jeglicher Querspannung verhindert ist und auf Zug beansprucht wird: Mit zunehmender Belastung treten die ersten Risse in der Mitte des festgehaltenen Querschnitts auf und erweitern sich nach den Rändern, bis schließlich der Bruch eintritt.

## 2. Die elastische Stumpfnaht.

Die für die starre Schweißstelle angestellten Betrachtungen sollen nun zu einer näherungsweise Erfassung des Spannungszustandes in den durch eine elastische Stumpfnaht verbundenen Blechstreifen herangezogen werden. Dabei wird vorausgesetzt, daß das Schweißgut (Elastizitätsmodul  $E_1$ , Querdehnungsziffer  $\mu_1$ ) härter sei als das Blechmaterial, was praktisch immer zutrifft (Gefügeänderung durch den Schweißvorgang). Zunächst sollen die an der Schweißstelle zu erfüllenden Bedingungen zwischen Spannungen und Formänderungen im Blech und in der Naht zusammengestellt werden, wobei alle die Naht betreffenden Größen durch den Index 1 erkenntlich sind.

Das kleinere Formänderungsvermögen der Stumpfnaht bewirkt im Übergangsquerschnitt  $x=0$  der in Bild 1 dargestellten Verbindung eine teilweise Behinderung der Querspannung des Blechstreifens in den Richtungen  $y$  und  $z$ . In diesem Querschnitt bestehen dann zwischen den entsprechenden Dehnungen die nachfolgenden rein geometrischen Beziehungen:

$$(19) \quad \epsilon_{1y} = \epsilon_y \quad \epsilon_{1z} = \epsilon_z.$$

Da Blech und Naht ineinander übergehen, müssen die Verschiebungen in der Krafrichtung sowie die Schubwinkel im Grenzquerschnitt für beide Teile gleich groß sein:

$$(20) \quad \xi_1 = \xi \quad \gamma_1 = \gamma.$$

Aus Gleichgewichtsgründen müssen ferner die Normalspannungen in der Krafrichtung sowie die Schubspannungen für beide Teile an der Übergangsstelle gleich groß sein:

$$(21) \quad \sigma_{1x} = \sigma_x \quad \tau_1 = \tau.$$

Aus den Gl. (19) folgt:

$$(22) \quad \begin{cases} \sigma_{1y} - \frac{E_1}{E} \cdot \sigma_y = \mu \left( \frac{\mu_1}{\mu} - \frac{E_1}{E} \right) \sigma_x + \mu \left( \frac{\mu_1}{\mu} \cdot \sigma_{1z} - \frac{E_1}{E} \cdot \sigma_z \right), \\ \sigma_{1z} - \frac{E_1}{E} \cdot \sigma_z = \mu \left( \frac{\mu_1}{\mu} - \frac{E_1}{E} \right) \sigma_x + \mu \left( \frac{\mu_1}{\mu} \cdot \sigma_{1y} - \frac{E_1}{E} \cdot \sigma_y \right). \end{cases}$$

Da nun an den beiden freien Blechrändern  $y = \pm b$  die Querspannungen verschwinden müssen ( $[\sigma_y = \sigma_{1y}]_{y = \pm b} = 0$ ), ergibt sich aus den beiden



obigen Gleichungen die wichtige Tatsache, daß am freien Rand der Schweißstelle auch die Längsspannung

$$(23) \quad (\sigma_x)_{x=0} = 0 \quad y = \pm b$$

sein muß, d. h. man erhält dasselbe Ergebnis wie im Falle der starren Stumpfnah (Gl. 12). Ferner müssen an den freien Oberflächen  $z = \pm t$  ( $2t$  bedeutet die Dicke des Blechstreifens) die Normalspannungen in der Richtung  $z$  verschwinden  $(\sigma_z = \sigma'_{1z})_{z = \pm t} = 0$ , und man erhält daher unter Beachtung der Gl. (22):

$$(24) \quad (\sigma_x)_{x=0} = 0 \quad z = \pm t$$

Man ersieht aus Gl. (23) u. (24), daß die Normalspannung  $\sigma_x$  an der Schweißstelle  $x = 0$  längs der Ränder  $y = \pm b$ ,  $z = \pm t$  verschwindet, und daraus folgt, daß sich der Kraftfluß auf die mittleren Teile des Querschnitts konzentriert, wenn die freien Oberflächen von Blech und Naht in einer Ebene liegen. Die Aufstellung einer strengen Lösung für das vorliegende Problem ist sehr schwierig, wenn nicht — mit Rücksicht auf die sehr schwer erfüllbaren Randbedingungen — sogar unmöglich. Man kann jedoch, wie nachstehend gezeigt wird, zu einer praktisch brauchbaren, mit Versuchsergebnissen im Einklang befindlichen Näherungslösung gelangen. Zunächst darf, da  $b \gg t$  praktisch meistens zutrifft, auf die Erfüllung der Formänderungsbedingung in der Richtung  $z$  verzichtet und ein ebener Spannungszustand angenommen werden ( $\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ ). Über die Formänderungsbedingung an der Schweißstelle kann dann folgende qualitative Aussage gemacht werden: Ein Flächenteilchen im Übergangsquerschnitt erfährt zufolge des stetigen Zusammenhanges zwischen Blech und Naht dieselbe Verzerrung, es muß daher die härtere Naht eine Vergrößerung der Quersammenziehung (bezogen auf das eigene Dehnungsvermögen außerhalb der Verbindung) und das weichere Blech eine Verminderung der Quersammenziehung erfahren, d. h. es sind in der Naht Druckspannungen und im Blech Zugspannungen in der Richtung  $y$  zu vermuten. Man rechnet nun sicher zu ungünstig, wenn diese Querspannungen dem Absolutbetrage nach gleich groß angenommen werden:

$$(25) \quad \sigma_{1y} = -\sigma_y$$

Vernachlässigt man ferner an der Übergangsstelle  $x = 0$  die Bedingung für die Verschiebung in der Krafttrichtung [1. Gl. (20)], so genügt die Aufstellung einer Spannungsfunktion  $F$  für den Blechstreifen. Man kann dann auch hier die Spannungsansätze (9) verwenden, welche dem Abklingen der zusätzlichen Beanspruchungen mit wachsender Entfernung von der Schweißstelle Rechnung tragen. Die Bedingung, daß die Querdehnung in der Richtung  $y$  für Blech und Naht gleich groß ist, wird wie im Falle der starren Schweißstelle durchschnittlich streng erfüllt (mittlerer Fehler gleich Null) und nimmt mit Einführung der Abkürzung

$$(26) \quad k = \frac{(\mu E_1 - \mu_1 E)}{(E_1 + E)} \approx 0$$

und unter Beachtung von Gl. (25) die nachstehende Form an:

$$(27) \quad \left( \int_0^b (\epsilon_y - \epsilon_{1y}) dy \right)_{x=0} = \left( 1 + \frac{E}{E_1} \right) \left( \int_0^b (\sigma_y - k \sigma_x) dy \right)_{x=0} = 0$$

Da nun die Querspannung an den freien Rändern  $y = \pm b$  verschwinden muß [1. Gl. (12)], sollte an der Schweißstelle  $x = 0$  gemäß Gl. (27) auch die Normalspannung in der Krafttrichtung gleich Null sein; letztere Bedingung [2. Gl. (12)] kann jedoch hier mit Rücksicht auf den Grenzfall gleicher elastischer Eigenschaften von Blech und Naht ( $k = 0$ ) nicht erfüllt werden. Die erste Gleichung (12) und Gl. (27) dienen dann zur Bestimmung der Festwerte  $C_1$  und  $C_2$ , während für  $\alpha b$  der der starren Stumpfnah ( $k = \mu$ ) entsprechende Wert gemäß Gl. (15) verwendet werden soll. Man erhält dann unter Verwendung der Gl. (9):

$$(28) \quad \begin{cases} C_1 = \frac{k \alpha b}{2 \cdot \sin^2 \alpha b} = 3,49 k \\ C_2 = C_1 (\alpha b + \sin \alpha b \cdot \cos \alpha b) = 7,06 k \\ \alpha b = 2,50. \end{cases}$$

Die Wahl der Festwerte nach Gl. (28) befriedigt die beiden Grenzfälle der starren Naht ( $E_1 = \infty$ ,  $k = \mu$ ) und der dem Blech gleich elastischen Naht ( $E_1 = E$ ,  $\mu_1 = \mu$ ,  $k = 0$ ); insbesondere ergibt sich im letzten Falle  $C_1 = C_2 = 0$ ,  $\sigma_x = \sigma_m$ ,  $\sigma_y = \tau = 0$ , d. h. eine über den Blechquerschnitt gleichmäßig verteilte Spannung in der Krafttrichtung. Daher kann diese Näherungsrechnung — sie entspricht einer Interpolation zwischen den beiden Grenzfällen — zu einer guten Abschätzung der größten Beanspruchungen, welche an der Schweißstelle  $x = 0$  in der mittleren Faser  $y = 0$  auftreten, herangezogen werden. Die in diesem Punkte vorhandenen Normalspannungen erhält man aus Gl. (9) u. (28) zu

$$(29) \quad \begin{cases} \max \sigma_x = (1 + 2,02 k) \sigma_m \\ \max \sigma_y = 2,15 k \sigma_m. \end{cases}$$

In Bild 4 ist der Verlauf der größten Normalspannung in der Krafttrichtung  $x$ , bezogen auf die Durchschnittsspannung  $\sigma_m$ , in Abhängigkeit vom Verhältnis der Elastizitätsmoduli  $E_1/E$  ( $\mu_1 = \mu$ ) dargestellt, da der

Einfluß von  $\mu_1$  auf den Spannungsverlauf auch durch einen entsprechend abgeänderten, ideellen Modul  $E_1$  angegeben werden kann. Für die Beurteilung der Anstrengung bei wiederholter Belastung ist das Verhalten der Verbindung in der Nähe der Fließgrenze von Bedeutung. Wählt man daher die Elastizitätsmodul im Verhältnis der Dehnfähigkeiten von Schweißgut und Blechmaterial in der Nähe der Fließgrenze des letzteren, so kann ohne weiteres  $E_1 = 2E$  angenommen werden<sup>3)</sup> und man erhält, wenn zunächst  $\mu_1 = \mu$  gesetzt wird,  $\max \sigma_x = 1,21 \sigma_m$ .

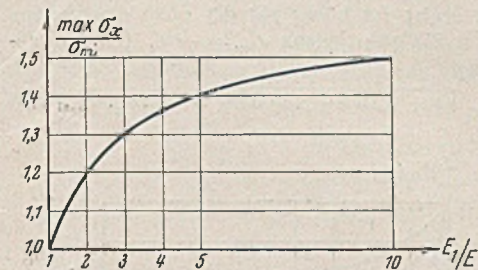


Bild 4.

Nun ist aber das Querdehnungsvermögen der fertigen Naht zufolge der durch den Schweißvorgang bewirkten Gefügcänderung (Porenbildung, Schlackeneinschlüsse) kleiner als das des Bleches. Nimmt man etwa als untere Grenze  $\mu_1 = 1/2 \mu$  an und wählt außerdem  $E_1 = 2E$  (dies entspricht auch  $E_1 = 3E$ ,  $\mu_1 = \mu$ ), so ergibt sich  $\max \sigma_x = 1,30 \sigma_m$ . Die Spannungserhöhung im Schweißquerschnitt würde dann mit 20 bis 30% zu veranschlagen sein.

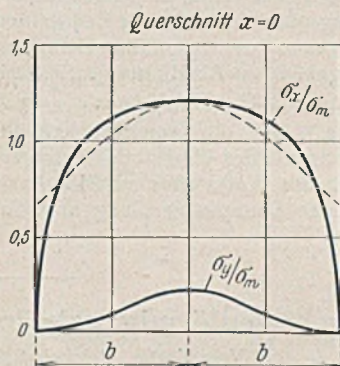


Bild 5.

Unter Einhaltung der Randbedingung (23) und unter Beachtung des Höchstwertes nach Gl. (29) ergibt sich dann der wahrscheinlichste Verlauf der Normalspannungen  $\sigma_x$  (vollgezeichnete Linie) an der Schweißstelle. Die zweite Gleichung (9) dagegen liefert unmittelbar eine mögliche Verteilung der Querspannungen  $\sigma_y$ , da die Bedingung (24) — die Querspannung muß an den freien Rändern verschwinden — bereits erfüllt ist. Mit abnehmender Härte der Stumpfnah ( $k \rightarrow 0$ ) werden die Höchstspannungen gemäß Gl. (29) kleiner. Dann nähert sich die größte Längsspannung  $\max \sigma_x$  der Durchschnittsspannung, während die Randspannung gleich Null bleiben muß. Wird demnach  $E_1$  nahezu gleich  $E$ , so steigt die Normalspannung  $\sigma_x$  von den freien Rändern  $y = \pm b$  fast unvermittelt bis zum Durchschnittswert  $\sigma_m$  an und verläuft nahezu über die ganze Querschnittsbreite fast gleichmäßig, während die Querspannungen sowie die Schubspannungen verschwindend kleine Werte besitzen.

### 3. Die größte Anstrengung der Stumpfschweißung. Versuche.

Während die nach Gl. (29) berechnete örtliche Spannungserhöhung für die statische Festigkeit der Verbindung infolge der Zähigkeit des Werkstoffes von geringerer Bedeutung ist, führen die zuerst in der Mittelfaser der Schweißstelle auftretenden bleibenden Formänderungen bei oftmals wiederholter Belastung eine Ermüdung des Werkstoffes herbei und leiten den spröden Dauerbruch ein. Zur Berechnung der örtlichen größten Anstrengung, welche erfahrungsgemäß für die Beurteilung der Dauerfestigkeit maßgebend ist, kann die bei Stahl gut bestätigte Arbeitshypothese von M. T. Huber<sup>4)</sup> herangezogen werden, nach welcher zwei Spannungszustände gleichwertig sind, wenn die in der Raumeinheit aufgespeicherte Gestaltänderungsenergie gleich groß ist. Die auf den gleichwertigen einachsigen Spannungszustand bezogene Anstrengung  $\sigma_0$  des ebenen Spannungszustandes ergibt sich daher aus:

$$(30) \quad \sigma_0^2 = \sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3 \tau^2$$

Die größten Normalspannungen treten im Übergangsquerschnitt zwischen Blech und Naht ( $x = 0$ ) in der Faser  $y = 0$  auf, während dort die Schub-

<sup>3)</sup> H. Beißner, Über Zugfestigkeit und Dehnung lichtbogen-geschweißter Nähte. Die Wasserwirtschaft (25) 1932, S. 431 (1. Sondernummer Schweißtechnik).

<sup>4)</sup> Vgl. hierzu: F. Schleicher, Die Spannungszustände an der Fließgrenze. Z. ang. Math. (6) 1926, S. 199.

spannung verschwindet ( $\tau=0$ ). Die größte Anstrengung des Bleches ergibt sich daher an dieser Stelle laut Gl. (30) u. (29) zu

$$(31) \quad \max \sigma_0 = \sigma_m \sqrt{1 + 1,89 k + 4,36 k^2} < \max \sigma_x.$$

Die größte Anstrengung der Naht ist höher als der oben angegebene Wert, da zwar  $\sigma_{1x} = \sigma_x$  (Gl. 21) gilt, jedoch  $\sigma_{1y} = -\sigma_y$  (Gl. 25) angenommen wurde, und beträgt

$$(32) \quad \max \sigma_0 = \sigma_m \sqrt{1 + 6,19 k + 13,06 k^2} > \max \sigma_x.$$

In Bild 6 sind die Verhältniszerte aus der Durchschnittsspannung  $\sigma_m$  zur größten Anstrengung  $\max \sigma_0$  sowohl für das Blech als auch für die Naht und schließlich zum Vergleich der Verhältniszerte aus mittlerer Spannung  $\sigma_m$  zur größten Längsspannung  $\max \sigma_x$  in Abhängigkeit vom Verhältnis der Elastizitätsmoduli  $E_1/E$  ( $\mu_1 = \mu$ ) dargestellt. Liegen die Fließgrenzen der Naht und des Bleches in gleicher Höhe, so ist immer die größte Anstrengung der Naht im Übergangsquerschnitt für die Beurteilung der Widerstandsfähigkeit der Verbindung gegenüber wiederholter Belastung maßgebend. Innerhalb der im vorhergehenden Abschnitt geschätzten Grenzen  $E_1/E = 2$  bis 3 erhält man dann aus Gl. (32)  $\sigma_m/\max \sigma_0 = 0,76$  bis 0,67, d. h. nach der Arbeitshypothese würde die Dauerfestigkeit der Verbindung 76% bis 67% der Dauerfestigkeit des Werkstoffes betragen. Nimmt man z. B. die Ursprungsfestigkeit des Werkstoffes zu 24 kg/mm<sup>2</sup> an, so würde die Ursprungsfestigkeit der Stumpfschweißung ungefähr zwischen 18 und 16 kg/mm<sup>2</sup> liegen.

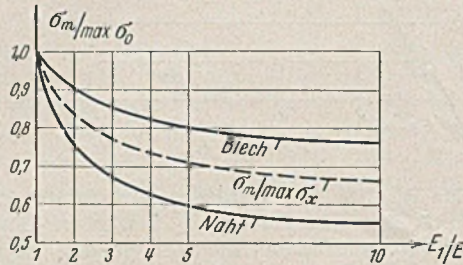


Bild 6.

Diese Rechenergebnisse werden durch Dauerversuche von O. Graf mit Stumpfschweißungen recht gut bestätigt<sup>5)</sup>; hierbei kommen für den Vergleich — den Rechnungsannahmen entsprechend — nur solche Verbindungen in Betracht, deren Naht sorgfältig hergestellt und auf Blechdicke abgearbeitet war. Aus den Versuchen entnimmt man die Ursprungsfestigkeit derartiger Verbindungen bis zu 19 kg/mm<sup>2</sup>, wobei die Ursprungsfestigkeit der nicht verschweißten Flachstäbe zwischen 25 und 31 kg/mm<sup>2</sup> lag, d. h. im Mittel 28 kg/mm<sup>2</sup> betrug; die Verbindung erreichte also hier bis 68% der Ursprungsfestigkeit der nicht verschweißten Flachstäbe, der Ermüdungsbruch ging dabei von der Mitte der Schweißstelle aus, was im Versuchsbericht allerdings auf kleine Fehlstellen in der Naht zurückgeführt wird, jedoch durchaus im Einklang mit der hier theoretisch ermittelten Spannungsverteilung steht (Konzentration der Kraft auf die mittleren Teile des Schweißquerschnitts). Abb. 2 u. 4 des Versuchsberichtes zeigen derartige Bruchflächen nach oftmals wiederholter Belastung mit dem Beginn des Anrisses in der Mitte des Nahtquerschnitts, wobei ausdrücklich hervorgehoben wird, daß es sich um sachgemäß hergestellte und porenarme Schweißungen handelte. Aus dem Versuchsbericht ist ferner zu entnehmen, daß die Ursprungsfestigkeit von Stumpfschweißungen mit stark porigem Schweißmaterial gering ist, was den ungünstigen Einfluß der Sprödigkeit der Naht auf die Spannungsverteilung bestätigt.

Schließlich sei noch ausdrücklich festgestellt, daß mit der vorliegenden theoretischen Untersuchung der Einfluß von nicht auf Blechdicke abgearbeiteten, stetig oder unstetig in die Blechoberflächen übergehenden Schweißraupen auf die Spannungsverteilung im Übergangsquerschnitt nicht erfaßt werden kann. In diesen Fällen ergeben sich zufolge der veränderlichen Querschnittsform an der Schweißstelle zusätzliche örtliche Spannungsstörungen, die an der Oberfläche liegen und meist einen von dort ausgehenden Ermüdungsbruch zur Folge haben.

<sup>5)</sup> O. Graf, Über die Dauerfestigkeit von Schweißverbindungen. Stahlbau (6) 1933, S. 81.

## Beitrag zur Berechnung bogenförmig gekrümmter Hauptträger stählerner Eisenbahnbrücken.

Alle Rechte vorbehalten.

Von Techn. Reichsbahnoberinspektor Haller, Erfurt.

In neuerer Zeit werden mit Rücksicht auf Baustoffersparnis und wegen des guten Aussehens die Hauptträger stählerner Eisenbahnbrücken, auf denen das Gleis in der Krümmung liegt, häufig bogenförmig ausgeführt. Die Hauptträger solcher Brücken werden durch die senkrecht wirkende Belastung auf Biegung und durch die bogenförmige Ausbildung der Träger auf Verdrehen beansprucht. Eine solche Anordnung der Hauptträger zur Fahrbahn ist innerlich mehrfach statisch unbestimmt. Die statische Untersuchung solcher Brücken bietet im allgemeinen keine besonderen Schwierigkeiten, doch ist die Auflösung der großen Anzahl Elastizitätsgleichungen recht zeitraubend.

Das Problem gekrümmter Träger wurde bereits untersucht in einigen Doktor-Dissertationen, die teils konzentrisch gekrümmte Brückenträger, teils räumlich gekrümmte Stahlbauwerke allgemeiner Bauart behandeln, bei denen die Krümmung gewissen Gesetzen, auch Raumkurven unterworfen ist. Im Gegensatz zu den genannten Abhandlungen ist in der folgenden der durch die Gleiskrümmung bedingte Einfluß der Gleisüberhöhung und Fliehkraft in besonders einfacher Weise berücksichtigt worden.

Nachstehend wird der Versuch unternommen, einfache Formeln zur Berechnung kreisförmig oder beliebig gekrümmter Vollwandträger zu entwickeln. Der Untersuchung wird eine Balkenbrücke mit zwei Vollwandträgern auf festen und beweglichen Auflagern und einer Fahrbahn ohne Durchführung der Bettung zugrunde gelegt (Bild 1). Die Länge des inneren und äußeren Hauptträgers ist wegen der Krümmung verschieden. Die Querträger sind radial angeordnet und starr mit den Hauptträgern verbunden. Durch die großen Gleishalbmesser entstehen äußerst flache Bogenkrümmungen, so daß die Bogenlänge und die Bogensehnenlänge nur geringe Längenunterschiede aufweisen. Zur Berechnung der senkrecht wirkenden Biegemomente und Querkräfte aus Eigen-gewicht und Verkehrslast genügt es, die Tragwände abgewickelt anzunehmen.

Durch die Krümmung der Hauptträger treten im I-förmigen Trägerquerschnitt Drehmomente auf, die Torsionsspannungen und Flanschbiegung hervorrufen. Nach Bleich<sup>1)</sup> werden beim Auftreten selbst kleinster

Drehmomente die Gurtbleche (Halsbleche) genieteter Vollwandträger äußerst stark beansprucht. Besonders ungünstig verhalten sich die Stabteile, die nur durch eine einzige Nietreihe verbunden sind. Mit Rücksicht hierauf erstrecken sich die nachstehenden Untersuchungen nur auf gekrümmte Hauptträger aus I-Profilen und geschweißte Träger (Stegblech mit auf-

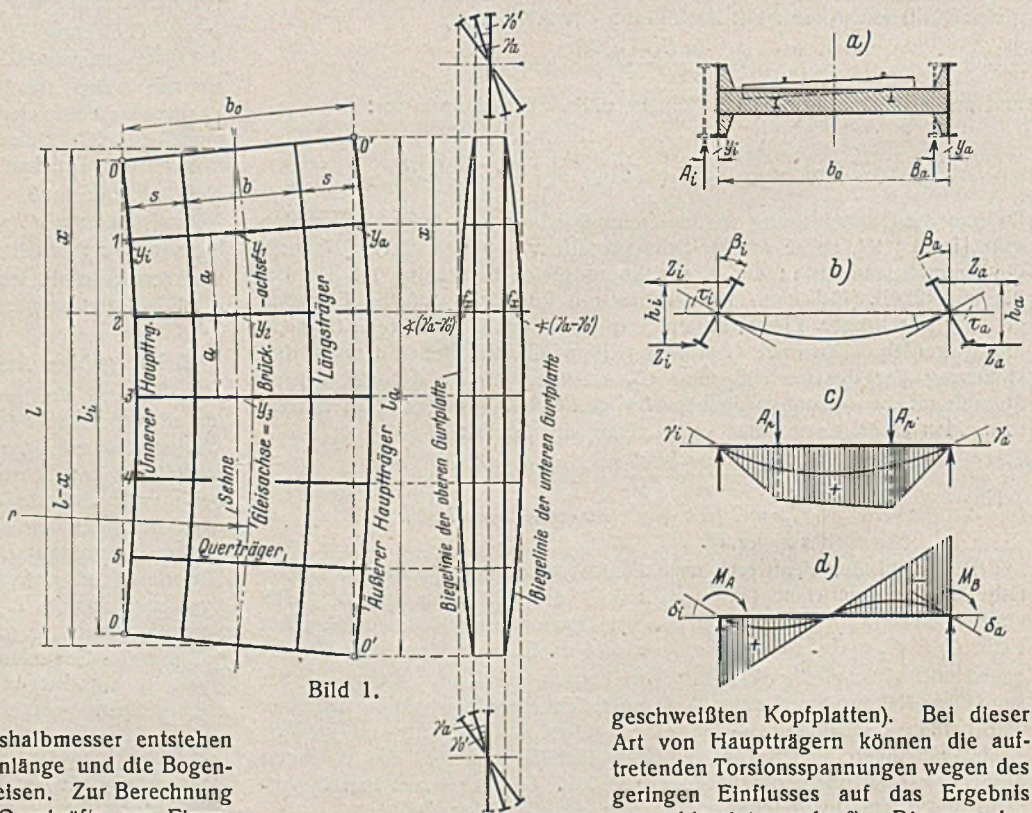


Bild 1.

geschweißten Kopfplatten). Bei dieser Art von Hauptträgern können die auftretenden Torsionsspannungen wegen des geringen Einflusses auf das Ergebnis vernachlässigt werden<sup>2)</sup>. Die von den

Flanschmomenten verursachten Biegespannungen sind dagegen erheblich und addieren sich algebraisch zu den aus den Biegemomenten in der senkrechten Ebene errechneten. Im folgenden werden nur die Flanschmomente in Betracht gezogen; sie erhalten ihren Größtwert bei vollbelasteter Brücke. Zur Anordnung des Windverbandes ist folgendes zu bemerken: Liegt der

<sup>1)</sup> F. Bleich, Theorie und Berechnung der eisernen Brücken, S. 295. Berlin 1924.

<sup>2)</sup> C. Weber, Die Lehre von der Dehnungsfestigkeit. VDI-Heft 246, S. 66.

Windverband in der Höhe der Querträgerschwerachse, so beeinflusst er die Verdrehung der Hauptträger nur unerheblich. Wird er dagegen in größerem Abstand von dieser Achse angeordnet, so wirkt er der Verdrehung entgegen, d. h. günstig im Sinne einer erhöhten Sicherheit des Tragwerkes. In nachstehender Abhandlung ist der sowieso nur schwer richtig zu erfassende Einfluß des Windverbandes vernachlässigt worden, da er das Rechenwerk nur verwickelter machen würde. Der Einfluß der Gleislage und Fliehkräfte ist in den entwickelten Formeln berücksichtigt worden.

1. Allgemeines.

Es bezeichnen (Bild 1):

- $l_i$  und  $l_a$  die Stützweite des inneren und äußeren Hauptträgers,
- $l$  die Stützweite der Brücke in der Brückenachse gemessen,
- $b_0$  den Hauptträgerabstand,
- $a$  den Querträgerabstand (Fachweite),
- $b$  den Längsträgerabstand,
- $r$  den Halbmesser der Gleisachse,

$y_i$  und  $y_a$  die Abstände zwischen der gekrümmten Hauptträgerachse und der dazugehörigen Sehne,

$Z_i$  und  $Z_a$  die gesuchten Kräfte, die die Kopfplatten des inneren und äußeren Hauptträgers auf waagerechte Biegung beanspruchen,

$h_i$  und  $h_a$  die Schwerpunktabstände der Kopfplatten der Hauptträger (Bild 1 b),

$Z_i \cdot h_i$  und  $Z_a \cdot h_a$  die auf die beiden Hauptträger wirkenden Drehmomente,

$\beta_i$  und  $\beta_a$  die durch diese Momente verursachten Drehwinkel (Bild 1 b),

$A_p$  die Querträgerbelastung durch einen Schwellenträgerstrang, wobei sich  $2 A_p$  aus dem Gewicht aller den Überbau belastenden Achsen geteilt durch die Anzahl Feldweiten berechnet,

$\gamma_i$  und  $\gamma_a$  die verursachten Drehwinkel an den Querträgerauflagen (Bild 1 c),

$M_A = A_i y_i$  und  $M_B = B_a y_a$  die auf einen Querträger wirkenden Biegemomente aus den Auflagerdrücken  $A_i$  und  $B_a$  eines Querträgers und den Hebelarmen  $y_i$  und  $y_a$ ,

$\delta_i$  und  $\delta_a$  die verursachten Drehwinkel an den Querträgeranschlüssen (Bild 1 d).

Die Unbekannten  $Z_i$  und  $Z_a$  erhalten ihren Größtwert bei Vollbelastung der Brücke, d. h. die mittleren Querträger mit je zwei  $A_p$ , die

Endquerträger mit je zwei  $\frac{A_p}{2}$ -Lasten belastet.

In Wirklichkeit wird diese ungünstige gleichmäßige Belastung infolge der Verschiedenheit der Achslasten und Achsabstände der Lokomotiven und Fahrzeuge niemals auftreten.

Zur Erläuterung diene noch folgendes:

Die sämtlichen Querträger sind, wie angenommen, mit gleich großen  $A_p$  belastet; dann verdrehen sich die beiden Tragwände infolge der Durchbiegung der Querträger gleichmäßig um den Drehwinkel  $\gamma$  nach innen (die Drehmomente  $M_A$  und  $M_B$  sind hierbei außer acht gelassen). Bei einer derartigen Belastung treten in den Kopfplatten keine horizontalen Biegungsspannungen auf. Sind dagegen die mittleren Querträger mit  $A_p$  und die Endquerträger, was in Wirklichkeit stets zutrifft, nur mit einem Teil von  $A_p$  belastet, dann wird — den Drehwinkel des Endquerträgers mit  $\gamma_0$  bezeichnet — die Verdrehung der Tragwände an den mittleren Querträgern ( $\gamma - \gamma_0$ ). Diese unterschiedlichen Verdrehungen der Querträger verursachen in den Kopfplatten der Tragwände waagerechte Biegungsspannungen. Diese treten auch bei ungleichmäßiger Belastung der Querträger in den Kopfplatten von Brücken mit geraden Hauptträgern auf.

Im vorliegenden Falle wird folgendermaßen verfahren:

Für einen Brückenquerschnitt, bestehend aus den beiden Hauptträgern und einem Querträger im Abstand  $x$  vom Auflager (Bild 1), lassen sich die Beziehungen aufstellen:

$$(1) \quad \begin{cases} \text{für } Z_i: & \beta_i = \tau_i = (\gamma_i - \gamma_0) + \delta_i \\ \text{für } Z_a: & \beta_a = \tau_a = (\gamma_a - \gamma_0') - \delta_a \end{cases}$$

wo  $\gamma_0$  und  $\gamma_0'$  die Drehwinkel der Endquerträger bedeuten.

Haben die Endquerträger die gleichen Querschnitte wie die mittleren Querträger, dann sind bei gleichen Feldweiten  $a$  und der Belastung  $\frac{A_p}{2}$  die Drehwinkel der Endquerträger<sup>3)</sup>

$$\gamma_0 = \frac{1}{2} \cdot \gamma_i \quad \text{und} \quad \gamma_0' = \frac{1}{2} \cdot \gamma_a$$

<sup>3)</sup> Daß die Drehwinkel der Endquerträger kleiner sind als die der mittleren Querträger, wurde bei Belastungsproben von Brücken durch Messungen wiederholt festgestellt.

und Gl. (1) lautet:

$$(2) \quad \begin{cases} \beta_i = \tau_i = \frac{1}{2} \cdot \gamma_i + \delta_i \\ \beta_a = \tau_a = \frac{1}{2} \cdot \gamma_a - \delta_a \end{cases}$$

Hierbei ist angenommen, daß beide Hauptträger unter der Belastung sich gleichmäßig durchbiegen.

2. Einzelwerte.

a) Drehwinkel  $\beta_i$  und  $\beta_a$ .

Die beiden Hauptträger haben die gleichen Abmessungen; dann ist

$$h_i = h_a = h \quad \text{und} \quad \beta_i = \beta_a = \beta$$

Mit Bezug auf Bild 2 ist der Drehwinkel  $\beta$

$$f_x = \frac{h}{2} \cdot \beta \quad \text{und} \quad \text{hieraus} \quad \beta = \frac{2 f_x}{h}$$

wo  $f_x$  die Ausbiegung der oberen und unteren Kopfplatten im Abstände  $x$  vom Auflager bedeutet.

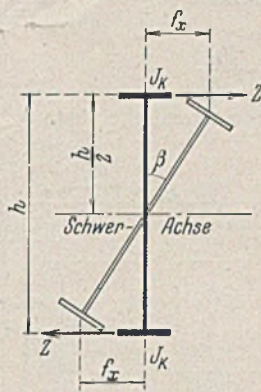


Bild 2.

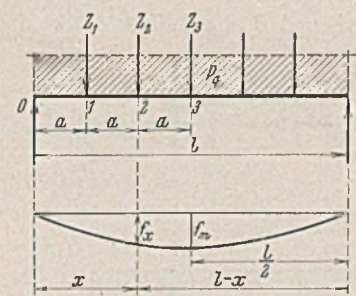


Bild 3.

Eine Kopfplatte stellt einen Träger auf zwei Stützen dar, der waagrecht belastet ist mit  $n Z$ -Lasten. Sie erhält die größte horizontale Beanspruchung bei Vollbelastung der Fahrbahn. Für diese Belastung berechnet sich die Ausbiegung  $f_m$  in der Trägermitte aus der bekannten Formel (Bild 3):

$$f_m = \frac{1}{E J_k} \cdot \frac{5}{384} \cdot P_q \cdot l^3$$

und mit

$$P_q = \Sigma Z = n Z$$

$$f_m = \frac{1}{E J_k} \cdot \frac{5}{384} \cdot n \cdot Z \cdot l^3$$

darin ist

$l$  die Stützweite der Brücke in der Brückenachse gemessen,

$n$  die Anzahl Querträger (ohne Endquerträger),

$E$  das Elastizitätsmaß,

$J_k$  das Trägheitsmoment der Kopfplatte.

Die durch die Lasten  $Z$  verursachte Biegelinie wird als Parabel aufgefaßt mit der Gleichung (Bild 3):

$$f_x = \frac{4 f_m}{l^2} \cdot x(l-x)$$

$f_m$  eingesetzt und die Gleichung für die Durchbiegung der Kopfplatte im Abstände  $x$  vom Auflager lautet

$$f_x = \frac{Z}{E J_k} \cdot \frac{20}{384} \cdot n \cdot l \cdot x(l-x)$$

und

$$\beta = \frac{2 f_x}{h} = \sim \frac{Z}{E J_k} \cdot \frac{n \cdot l \cdot x(l-x)}{10 h}$$

Mit diesem Wert und bei vollbelasteter Fahrbahn lautet Gl. (2)

$$\frac{Z_i}{E J_k} \cdot \frac{n \cdot l \cdot x(l-x)}{10 h} = \frac{n}{2} (\gamma_i + 2 \delta_i)$$

$$\frac{Z_a}{E J_k} \cdot \frac{n \cdot l \cdot x(l-x)}{10 h} = \frac{n}{2} (\gamma_a - 2 \delta_a)$$

und hieraus folgen:

$$(3) \quad \begin{cases} Z_i = \frac{5 h}{\frac{1}{E J_k} \cdot l \cdot x(l-x)} (\gamma_i + 2 \delta_i) \\ Z_a = \frac{5 h}{\frac{1}{E J_k} \cdot l \cdot x(l-x)} (\gamma_a - 2 \delta_a) \end{cases}$$

b)  $\gamma_i$ - und  $\gamma_a$ -Werte.

Mit Bezug auf Bild 4 ist

- $A_p$  der Auflagerdruck eines Schwellenträgerstranges auf den Querträger,
- $\varphi$  die Stoßzahl,
- $a_i$  und  $b_a$  die Belastungsbeiwerte, die den Einfluß von Gleiskrümmung und Fliehkraft bei einer Last 1 t erfassen<sup>4)</sup>,
- $b_0$  Abstand der Hauptträger,
- $s$  der beiderseitig gleiche Abstand der Längsträger von den Hauptträgern.

Die Auflagerdrücke der Querträger am inneren und äußeren Hauptträger sind

$$A_i = \varphi \cdot 2 A_p \cdot a_i \quad \text{und} \quad B_a = \varphi \cdot 2 A_p \cdot b_a$$

und die Biegemomente im Querträger im Abstände  $s$  vom Hauptträger

$$M_i = A_i \cdot s = \varphi \cdot 2 A_p \cdot a_i \cdot s$$

$$M_a = B_a \cdot s = \varphi \cdot 2 A_p \cdot b_a \cdot s$$

Die Drehwinkel berechnen sich aus:

$$\gamma_i = \frac{A_i}{E J_b} \quad \text{und} \quad \gamma_a = \frac{B_a}{E J_b}$$

wo  $A_i$  und  $B_a$  die Auflagerdrücke aus der Momentenfläche sind.

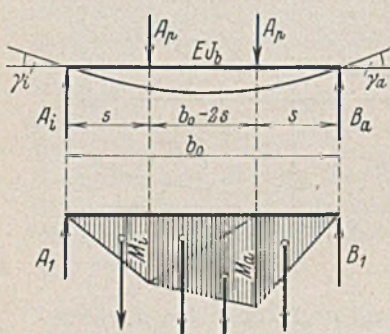


Bild 4.

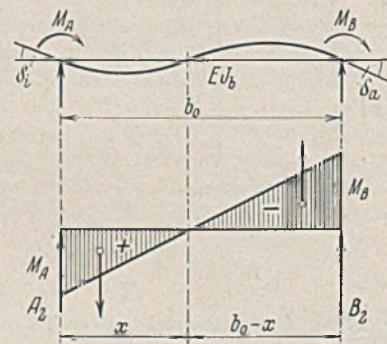


Bild 5.

Nach Bild 4 wird:  $A_1 = \frac{b_0 - s}{6} (2 M_i + M_a)$

$B_1 = \frac{b_0 - s}{6} (M_i + 2 M_a)$

und mit den vorstehenden Werten von  $M_i$  und  $M_a$

$$(4) \quad \left\{ \begin{aligned} \gamma_i &= \varphi A_p \cdot \frac{s(b_0 - s)}{3 E J_b} (2 a_i + b_a) \\ \gamma_a &= \varphi A_p \cdot \frac{s(b_0 - s)}{3 E J_b} (a_i + 2 b_a) \end{aligned} \right.$$

c)  $\delta_i$ - und  $\delta_a$ -Werte.

Es sind (Bild 5)  $M_A = A_i \cdot y_i = \varphi \cdot 2 A_p \cdot a_i \cdot y_i$

$M_B = B_a \cdot y_a = \varphi \cdot 2 A_p \cdot b_a \cdot y_a$

worin  $y_i$  und  $y_a$  die Abstände zwischen der gekrümmten Hauptträgerachse und der dazugehörigen Sehne bedeuten. Ohne Einfluß auf das Ergebnis kann gesetzt werden

$$y_i = y_a = y$$

d. i. der Abstand der Gleisachse von der Sehne (Bild 1).

Es ist wieder  $\delta_i = \frac{A_2}{E J_b}$  und  $\delta_a = \frac{B_2}{E J_b}$

wo  $A_2$  und  $B_2$  die Auflagerdrücke der  $M_A$ - und  $M_B$ -Momentenfläche sind.

Aus Bild 5 folgt

$$A_2 = \frac{1}{6 b_0} [M_A (3 b_0 \cdot x - x^2) - M_B (b_0 - x)^2]$$

$$B_2 = \frac{1}{6 b_0} [M_B (b_0 - x) (2 b_0 + x) - M_A \cdot x^2]$$

Für  $M_A$  und  $M_B$  obige Werte und für

$$x = \frac{M_A}{M_A + M_B} \cdot b_0 = \frac{a_i}{a_i + b_a} \cdot b_0$$

eingesetzt, und es wird

$$(5) \quad \left\{ \begin{aligned} \delta_i &= \varphi A_p \cdot \frac{b_0}{3 E \cdot J_b (a_i + b_a)^2} \cdot a_i^3 \left[ 2 + 3 \cdot \frac{b_a}{a_i} - \frac{b_a^3}{a_i^3} \right] \cdot y_x \\ \delta_a &= \varphi A_p \cdot \frac{b_0}{3 E \cdot J_b (a_i + b_a)^2} \cdot b_a^3 \left[ 2 + 3 \cdot \frac{a_i}{b_a} - \frac{a_i^3}{b_a^3} \right] \cdot y_x \end{aligned} \right.$$

<sup>4)</sup> Siehe Hailer, Gleiskrümmung und Fliehkraft auf Eisenbahnbrücken. Berlin 1938, Wilh. Ernst & Sohn.

d)  $Z_i$ - und  $Z_a$ -Werte.

Mit den vorstehend entwickelten Werten von  $\gamma$  und  $\delta$  erhält man aus Gl. (3) allgemein:

$$(6) \quad \left\{ \begin{aligned} &Z_i \text{ für den inneren Hauptträger} \\ Z_i &= \varphi A_p \cdot \frac{5 h}{\frac{J_b}{J_k} \cdot 3 l \cdot x (l - x)} \\ &\cdot \left[ s (b_0 - s) (2 a_i + b_a) + \frac{2 b_0}{(a_i + b_a)^2} \cdot a_i^3 \left( 2 + 3 \cdot \frac{b_a}{a_i} - \frac{b_a^3}{a_i^3} \right) \cdot y_x \right] \\ &Z_a \text{ für den äußeren Hauptträger} \\ Z_a &= \varphi A_p \cdot \frac{5 h}{\frac{J_b}{J_k} \cdot 3 l \cdot x (l - x)} \\ &\cdot \left[ s (b_0 - s) (a_i + 2 b_a) - \frac{2 b_0}{(a_i + b_a)^2} \cdot b_a^3 \left( 2 + 3 \cdot \frac{a_i}{b_a} - \frac{a_i^3}{b_a^3} \right) \cdot y_x \right] \end{aligned} \right.$$

3. Fliehkräfte<sup>4)</sup>.

Aus Bild 6 folgt

$$i = m \cdot \frac{\ddot{u}}{1,5} \quad \text{und} \quad e = n_h \cdot \text{tg } \alpha - i$$

Es bedeuten in Metern gemessen:

- $\ddot{u}$  die Schienenüberhöhung,
- $m$  den Abstand des Fahrzeugschwerpunkts von Schienenoberkante,
- $n_h$  den Abstand des Fahrzeugschwerpunktes vom Hauptträgeruntergurt. Die Höhenlage des Windverbandes bleibt unberücksichtigt.

$$\text{tg } \alpha = \frac{H_f}{P} = \frac{v^2}{127 r}$$

$v$  = Zuggeschwindigkeit in km/Std.,

$r$  = Halbmesser der Gleisachse.

Die  $\text{tg } \alpha$ -Werte können auch aus den Berechnungsgrundlagen für stählerne Eisenbahnbrücken (BE) entnommen werden.

Die Belastungsbeiwerte  $a_i$  und  $b_a$  werden ermittelt für die Fälle, daß der innere Hauptträger die halbe größte Fliehkraft, der äußere die volle größte Fliehkraft aufzunehmen hat<sup>4)</sup>.

4. Halbe größte Fliehkraft.

Mit Bezug auf Bild 6 berechnen sich für eine Last  $P = 1$  t die Belastungsbeiwerte

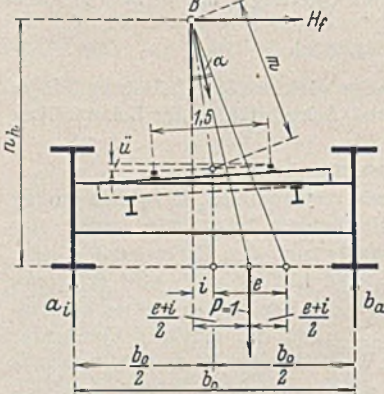


Bild 6.

$$a_i \cdot b_0 - 1 \left( \frac{b_0}{2} + i - \frac{e + i}{2} \right) = 0$$

$$a_i = \frac{1}{b_0} \left( \frac{b_0}{2} - \frac{e - i}{2} \right)$$

und

$$b_a \cdot b_0 - 1 \left( \frac{b_0}{2} - i + \frac{e + i}{2} \right) = 0$$

$$b_a = \frac{1}{b_0} \left( \frac{b_0}{2} + \frac{e - i}{2} \right)$$

Mit diesen Werten wird in Gl. (6):

$$2 a_i + b_a = \frac{1}{2 b_0} [3 b_0 - (e - i)]$$

$$a_i + 2 b_a = \frac{1}{2 b_0} [3 b_0 + (e - i)]$$

$$(a_i + b_a)^2 = 1$$

$$a_i^3 \left( 2 + 3 \cdot \frac{b_a}{a_i} - \frac{b_a^3}{a_i^3} \right) = \frac{1}{2 b_0} [b_0 - 3(e - i)]$$

$$b_a^3 \left( 2 + 3 \cdot \frac{a_i}{b_a} - \frac{a_i^3}{b_a^3} \right) = \frac{1}{2 b_0} [b_0 + 3(e - i)]$$

Diese Ergebnisse in Gl. (6) eingesetzt, folgt:

$$(7) \quad \left\{ \begin{aligned} &a) \text{ Innerer Hauptträger} \\ Z_i &= \varphi A_p \cdot \frac{5 h}{\frac{J_b}{J_k} \cdot 6 b_0 \cdot l} \\ &\cdot \left\{ \frac{s (b_0 - s) [3 b_0 - (e - i)] + 2 b_0 [b_0 - 3(e - i)] \cdot y_x}{x (l - x)} \right\} \\ &b) \text{ Äußerer Hauptträger} \\ Z_a &= \varphi A_p \cdot \frac{5 h}{\frac{J_b}{J_k} \cdot 6 b_0 \cdot l} \\ &\cdot \left\{ \frac{s (b_0 - s) [3 b_0 + (e - i)] - 2 b_0 [b_0 + 3(e - i)] \cdot y_x}{x (l - x)} \right\} \end{aligned} \right.$$

5. Volle größte Flihkraft.

Bei voller größter Flihkraft berechnen sich die Belastungswerte für eine Last  $P=1$  (Bild 7):

$$a_i \cdot b_0 - 1 \left( \frac{b_0}{2} - e \right) = 0$$

$$a_i = \frac{1}{b_0} \left( \frac{b_0}{2} - e \right)$$

und

$$b_a \cdot b_0 - 1 \left( \frac{b_0}{2} + e \right) = 0$$

$$b_a = \frac{1}{b_0} \left( \frac{b_0}{2} + e \right)$$

Mit diesen Werten wird in Gl. (6):

$$2 a_i + b_a = \frac{3 b_0 - 2 e}{2 b_0}$$

$$a_i + 2 b_a = \frac{3 b_0 + 2 e}{2 b_0}$$

$$(a_i + b_a)^2 = 1$$

$$a_i^3 \left( 2 + 3 \cdot \frac{b_a}{a_i} - \frac{b_a^3}{a_i^3} \right) = \frac{b_0 - 6 e}{2 b_0}$$

$$b_a^3 \left( 2 + 3 \cdot \frac{a_i}{b_a} - \frac{a_i^3}{b_a^3} \right) = \frac{b_0 + 6 e}{2 b_0}$$

Mit diesen Ergebnissen berechnen sich aus Gl. (6):

a) Innerer Hauptträger

$$Z_i = \varphi A_p \cdot \frac{J_b}{J_k} \cdot \frac{5 h}{6 b_0 \cdot l} \left[ \frac{s(b_0 - s)(3 b_0 - 2 e) + 2 b_0(b_0 - 6 e) \cdot y_x}{x(l - x)} \right]$$

(8)

b) Äußerer Hauptträger

$$Z_a = \varphi A_p \cdot \frac{J_b}{J_k} \cdot \frac{5 h}{6 b_0 \cdot l} \left[ \frac{s(b - s)(3 b_0 + 2 e) - 2 b_0(b_0 + 6 e) \cdot y_x}{x(l - x)} \right]$$

Mit  $\varphi=1$ ,  $e-i=0$  und  $e=0$  liefern Gl. (7) u. (8) die Formeln zur Ermittlung der  $Z_i$ - und  $Z_a$ -Werte für ruhende Verkehrslast.

6. Außermittige Lage der Querträgerschwerachse.

Vorstehende Formeln sind für den Fall entwickelt, daß die Querträgerschwerachse in der halben Hauptträgerhöhe ( $\frac{h}{2}$ ) liegt. Ist diese Achse unter oder über der halben Hauptträgerhöhe angeordnet, so berechnen sich die  $Z$ -Werte nach Bild 8 zu:

(9)

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) Innerer Hauptträger} \\ Z_i^o = \frac{2 h_o}{h} \cdot Z_i \quad Z_i^u = \frac{2 h_u}{h} \cdot Z_i \\ \text{b) Äußerer Hauptträger} \\ Z_a^o = \frac{2 h_o}{h} \cdot Z_a \quad Z_a^u = \frac{2 h_u}{h} \cdot Z_a \end{array} \right\}$$

Zu beachten ist, daß die Querträger durch die  $Z$ -Kräfte Zusatz-Biegemomente erhalten.

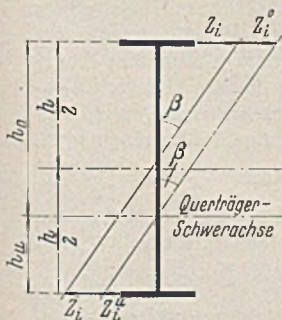


Bild 8.

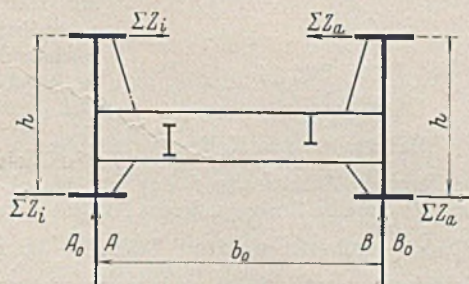


Bild 9.

7. Auflagerdrücke der Hauptträger.

Sind  $A_0$  und  $B_0$  die Auflagerdrücke aus Eigengewicht und Verkehrslast,  $\Sigma Z_i$  und  $\Sigma Z_a$  die Summen der vorstehend ermittelten Kräfte, dann erhält man nach Bild 9

$$(10) \quad \left\{ \begin{array}{l} A = A_0 + \frac{h}{2 b_0} [\Sigma Z_a - \Sigma Z_i] \\ B = B_0 - \frac{h}{2 b_0} [\Sigma Z_a - \Sigma Z_i] \end{array} \right.$$

8. Beispiel.

Die zu berechnende Brücke hat die Abmessungen (Bild 1 u. 10):

$$l = 32 \text{ m} \quad b_0 = 5 \text{ m} \quad a = 4 \text{ m} \quad s = 1,6 \text{ m}$$

$$y_1 = 0,187 \text{ m} \quad y_2 = 0,320 \text{ m} \quad y_3 = 0,400 \text{ m}$$

$$y_4 = 0,427 \text{ m} \text{ (die } y\text{-Werte zwischen Gleisachse und Sehne gemessen).}$$

Weiter ist:

$$v = 85 \text{ km/Std.} \quad r = 400 \text{ m} \quad m = 2 \text{ m}$$

$$\ddot{u} = 0,106 \text{ m}$$

$$i = m \cdot \frac{\ddot{u}}{1,5} = 2 \cdot \frac{0,106}{1,5} = \sim 0,14 \text{ m}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{v^2}{127 r} = \frac{85^2}{127 \cdot 400} = 0,1422$$

Mit  $n_h = 4,30 \text{ m}$  wird

$$e = n_h \cdot \text{tg } \alpha - i = 4,3 \cdot 0,1422 - 0,14 = 0,47 \text{ m}$$

Die größte Beanspruchung tritt beim inneren Hauptträger bei größter halber Flihkraft auf.

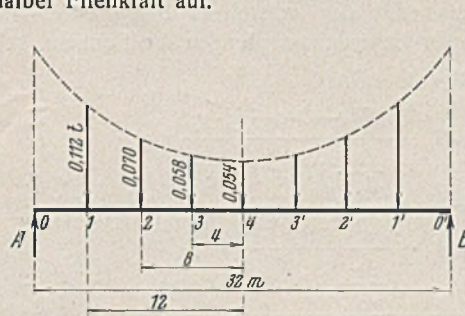


Bild 10.

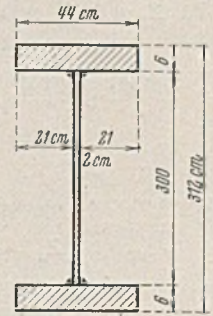


Bild 11.

Aus Gl. (7) folgt

für  $x_1 = 4 \text{ m} \quad l - x = 28 \text{ m} \quad y_1 = 0,187 \text{ m}$

$$\varphi = 1,42 \quad A_p = 27 \text{ t} \quad \frac{J_b}{J_k} = 4,25$$

$$Z_i = 1,42 \cdot 27 \cdot \frac{5 \cdot 306}{4,25 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 32} \cdot 5(5 - 1,6) [3 \cdot 5 - (0,47 - 0,14)] + 2 \cdot 5 [5 - 3(0,47 - 0,14)] \cdot 0,187$$

$$Z_{i(1)} = 0,112 \text{ t}$$

Ebenso berechnet sich

für  $x_2 = 8 \text{ m} \quad l - x = 24 \text{ m} \quad y_2 = 0,32 \text{ m}$

$$Z_{i(2)} = 0,070 \text{ t}$$

für  $x_3 = 12 \text{ m} \quad l - x = 20 \text{ m} \quad y_3 = 0,40 \text{ m}$

$$Z_{i(3)} = 0,058 \text{ t}$$

für  $x_4 = 16 \text{ m} \quad l - x = 16 \text{ m} \quad y_4 = 0,427 \text{ m}$

$$Z_{i(4)} = 0,054 \text{ t}$$

Das Biegemoment  $M_4$  durch die  $Z$ -Kräfte in der Kopfplattenmitte (Punkt 4, Bild 10) berechnet sich zu:

Auflagerdrücke

$$A = B = 0,112 + 0,07 + 0,058 + \frac{0,54}{2} = 0,266 \text{ t}$$

$$M_4 = 0,266 \cdot 16 - 0,112 \cdot 12 - 0,070 \cdot 8 - 0,058 \cdot 4$$

$$M_4 = 4,256 - 2,136 = 2,120 \text{ tm.}$$

Der Hauptträgerquerschnitt hat die in Bild 11 dargestellten Abmessungen; das Widerstandsmoment der Kopfplatte ist

$$W_{ky} = \frac{6 \cdot 44^2}{6} = 1936 \text{ cm}^3$$

und die Beanspruchung in horizontaler Richtung

$$\sigma_k = \frac{212000}{1936} = 110 \text{ kg/cm}^2$$

für den Fall, daß die Querträgerschwerachse in halber Hauptträgerhöhe liegt.

An der zulässigen Beanspruchung von  $1400 \text{ kg/cm}^2$  gemessen, beträgt der Anteil der Drehwirkungen

$$= \frac{110 \cdot 100}{1400} = 8\%$$

Bei Lage der beiden Achsen, wie in Bild 12 dargestellt, berechnet sich sinngemäß nach Gl. (9)

$$\sigma_{io} = \frac{2 h_o}{h} \cdot \sigma_k = \frac{2 \cdot 2,50}{3,06} \cdot 110 = \sim 180 \text{ kg/cm}^2$$

Die Beanspruchung des Hauptträgers durch senkrechte Lasten (Eigengewicht und  $N$ -Lastenzug) wurde ermittelt zu

$$\sigma = 1173 \text{ kg/cm}^2$$

somit die Gesamtbeanspruchung

$$\sigma_{\max} = 1173 + 180 = 1353 \text{ kg/cm}^2$$

Der Anteil der Drehwirkung beträgt

$$= \frac{180 \cdot 100}{1400} = 13\%$$

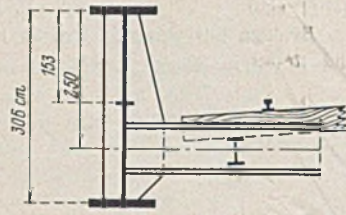


Bild 12.

Sonderfall (Bild 13).

Die Hauptträger sind unmittelbar belastet, d. h. die Schwellen sind auf den Hauptträgern befestigt. Für diesen Fall lauten Gl. (2)

$$\beta_i = +\delta_i \text{ und } \beta_a = -\delta_a$$

Die biegefesten Queraussteifungen sind starr mit den Hauptträgern verbunden.

Für  $Z_i$  und  $Z_a$  erhält man mit den vorstehend hergeleiteten Ergebnissen bei Annahme starrer Endqueraussteifungen die Formeln, bei:

a) halber größter Fliehkraft

$$(11) \quad \begin{cases} Z_i = \varphi A_p \cdot \frac{5h[b_0 - 3(e-i)] \cdot y_x}{\frac{J_b}{J_k} \cdot 3l \cdot x(l-x)} \\ Z_a = -\varphi A_p \cdot \frac{5h[b_0 + 3(e-i)] \cdot y_x}{\frac{J_b}{J_k} \cdot 3l \cdot x(l-x)} \end{cases}$$

b) voller größter Fliehkraft

$$(12) \quad \begin{cases} Z_i = \varphi A_p \cdot \frac{5h(b_0 - 6e) \cdot y_x}{\frac{J_b}{J_k} \cdot 3l \cdot x(l-x)} \\ Z_a = -\varphi A_p \cdot \frac{5h(b_0 + 6e) \cdot y_x}{\frac{J_b}{J_k} \cdot 3l \cdot x(l-x)} \end{cases}$$

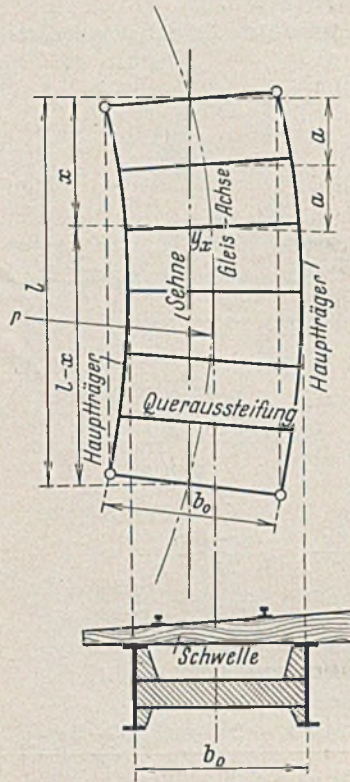


Bild 13.

In diesen Formeln ist  $A_p = p \cdot a$  d. h. = der Belastung des Hauptträgers aus der Verkehrslast  $p/m$  und der Fachweite  $a$  an den Anschlüssen der Queraussteifungen an die Hauptträger.

Die Formeln dienen auch zur Ermittlung der  $Z$ -Werte aus dem Eigengewicht, wobei

$$c-i=0 \quad C=0 \text{ und}$$

$$\varphi \cdot A_p = G = g \cdot a$$

die Einzellast aus dem Eigengewicht  $g$  im Anschluß der Queraussteifung ist.

Folgerungen.

Die vorstehend entwickelten Gleichungen und das Rechnungsbeispiel führen zu folgenden Ergebnissen:

a) Bei Eisenbahnbrücken von mittlerer Stützweite mit bogenförmig gekrümmten Hauptträgern ist der Einfluß der Krümmung auf die Verdrehung, bedingt durch die Auflagerdrücke  $A_i$  und  $B_a$  der Querträger und die Hebelarme  $y_i$  und  $y_a$  ( $\delta$ -Werte), geringer als der Beitrag der durch die Verkehrslast belasteten Querträger ( $\gamma$ -Werte).

b) Auch die geraden Hauptträger von Brücken (Gleis in der Geraden oder Krümmung) sind Drehmomenten ausgesetzt, dadurch, daß die Belastung der Querträger verschieden ist.

c) Die entwickelten Formeln können auch zur Berechnung der auf Verdrehen beanspruchten genieteten Hauptträger benutzt werden. Hierbei ist jedoch wegen der ungünstigen Beanspruchung der Halsniete eine engere, möglichst zweireihige Vernietung der Gurte mit den Stegblechen anzustreben.

d) Nach dem Rechnungsbeispiel beträgt bei Anordnung der Querträger-schwerachse in halber Hauptträgerhöhe der Anteil der Drehwirkung an der Gesamtbeanspruchung  $\sim 8\%$ . Der annähernd gleiche Prozentsatz wurde auch auf Grund der eingangs erwähnten Berechnungsmethoden gefunden.

Alle Rechte vorbehalten.

## Die Knickfestigkeit des Stockwerkrahmens, II.

Von Dr.-Ing. M. G. Puwein, Wien.

In einem früheren Aufsatz<sup>1)</sup> wurde unter anderem die Knickfestigkeit des Stockwerkrahmens mit unendlich vielen Feldern und die des einfeldigen Stockwerkrahmens untersucht. Dabei wurden Näherungsbeziehungen gefunden, welche infolge ihrer Einfachheit für den praktischen Gebrauch geeignet sind. Es ergab sich für den

Vielfeldstockwerkrahmen

$$(11) \quad c < 1,2 \quad \frac{l_k}{h} = 1 + \frac{c}{3}$$

$$(13) \quad c > 1,2 \quad \frac{l_k}{h} = \sqrt{1 + 0,8c}$$

Einfeldstockwerkrahmen

$$(20) \quad \frac{l_k}{h} = 1 + \frac{2}{3} \cdot c + 6,5 \left( \frac{n i_s}{l} \right)^2$$

$$(21) \quad \frac{l_k}{h} = \sqrt{1 + 1,6c + 16 \left( \frac{n i_s}{l} \right)^2}$$

kleinerer Wert maßgebend.

Gl. (21) ist hier richtiggestellt wiederholt. [In Gl. (27) des genannten Aufsatzes ist ebenfalls die Zahl 13 durch 16 zu ersetzen.]

Für den Vielfeldstockwerkrahmen mit seitlich festgehaltenen Knoten ergab sich

$$(17) \quad \frac{l_k}{h} = \sqrt{\frac{3,6c + 1}{3,6c + 4}}$$

In diesen Beziehungen bedeuten:

$c = \frac{(EJ)}{(EJ)_R} \cdot \frac{l}{h}$  die Steifigkeit der Stütze gegenüber dem Riegel

bzw. deren Mittelwert nach Bild 8,

$n$  die Zahl der Geschosse,

$i_s$  den Trägheitshalbmesser der Stütze,

$h$  die Geschoßhöhe,  $l$  die Feldlänge.

<sup>1)</sup> Die Knickfestigkeit des Stockwerkrahmens. Stahlbau 1936, Heft 26, und 1937, Heft 1.

Die vorliegenden Ausführungen setzen die früheren fort; Gleichungen und Bilder sind daher fortlaufend bezeichnet.

Vorerst soll ein für die Näherungslösung von Gleichgewichtsproblemen allgemein gültiger Zusammenhang gezeigt werden.

An dem in Bild 14 dargestellten Tragwerk werde eine waagerechte Kraft  $1$  derart angebracht, daß sie Verformungen erzeugt, die jenen ähneln, welche die Kraft  $P$  erzeugt, wenn sie die Knicklast  $P_k$  überschreitet. Der Angriffspunkt dieses Hilfsangriffes und der Last  $P$  fällt nicht bei allen Tragwerken zusammen; kennzeichnend für den die kleinste Knicklast ergebenden und richtigen Hilfsangriff ist, daß  $f$  ein Größtwert sein muß.

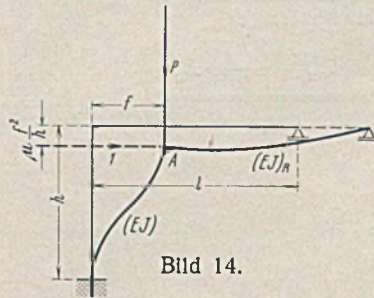


Bild 14.

Die waagerechte Kraft  $1$  erzeugt mit der Arbeit  $\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot f = \frac{f}{2}$  die waagerechte Ausbiegung  $f$  des Punktes  $A$ . Um mit der lotrechten Kraft  $P$  dieselbe Ausbiegung des Punktes  $A$  zu erzeugen, muß die Arbeit  $P_k \mu \cdot \frac{f^2}{h}$  geleistet werden. Dabei ist die geringe Überschreitung der Knicklast<sup>2)</sup> vernachlässigt, welche zur Erzeugung einer Ausbiegung notwendig ist, bzw. die Knicklast ist wesentlich größer als die waagerechte Kraft  $1$  angenommen.  $\mu$  hängt von der Art der Biegelinie ab und ist nahezu unveränderlich. Die Formänderungsarbeit muß, da die Biegelinien nahezu kongruent sind, für den lotrechten und den waagerechten Kraftangriff dieselbe sein. Da aber jeweils die Arbeit der äußeren Kräfte gleich der der Inneren ist, gilt

$$(28) \quad P_k \mu \cdot \frac{f^2}{h} = \frac{f}{2}; \text{ daraus folgt } P_k f = \frac{h}{2\mu} = K \text{ bzw. } P_k = \frac{K}{f}$$

<sup>2)</sup> Hartmann, Knickung Kippung Beulung, S. 3.

$K$  ist eine für die betreffende Tragwerksart kennzeichnende Fastkonstante, die aus einem Sonderfall ermittelt werden kann. Ein solcher Sonderfall liegt vor, wenn im Bild 14 der waagerechte Stab unendlich steif angenommen wird. Dann ist  $K = P_E f_E$  und

$$(29) \quad P_k = P_E \cdot \frac{f_E}{f},$$

wobei  $P_E$  die Knicklast und  $f_E$  die Durchbiegung unter dem Hilfsangriff für den als Sonderfall erscheinenden Eulerschen Knickfall (Knicklänge  $l_E$ ) bedeuten. Bezieht man ferner die Knicklast  $P_k$  auf einen Stab, der dasselbe Federmaß und denselben Querschnitt wie der gedrückte Stab in Bild 14 besitzt, aber eine gedachte Länge  $l_k$  hat und an beiden Enden in Gelenken belastet ist (1. Eulerscher Knickfall), so gilt

$$\pi^2 \cdot \frac{EJ}{l_k^2} = \pi^2 \cdot \frac{EJ}{l_E^2} \cdot \frac{f_E}{f};$$

daraus folgt

$$(30) \quad l_k = l_E \sqrt{\frac{f}{f_E}}.$$

Die Ergebnisse der Gl. (29) u. (30) stimmen mit denen strenger Berechnungen nicht völlig überein; dies ist auf die Abweichungen der Sinuslinie und der zu ihr affinen Kurve von den als Biegelinien auftretenden Kurven dritten Grades und auf die Schwankungen von  $\mu$  zurückzuführen. Aber es gelingt, eine für praktische Zwecke hinreichende Übereinstimmung herzustellen, wenn man bei der Berechnung von  $f$  die bezogene Steifigkeit  $c = \frac{(EJ)}{(EJ)_R} \cdot \frac{l}{h}$  mit einem Verbesserungsfaktor  $k$  multipliziert. Bei einem statisch bestimmten Tragwerk aus zwei Stäben kann  $k$  für  $c = \infty$  bestimmt werden. Beim statisch unbestimmten Tragwerk ist im allgemeinen Gl. (29) für die möglichen Sonderfälle erfüllt, so daß die Bestimmung von  $k$  für ein herausgegriffenes, mittleres Steifigkeitsverhältnis, z. B.  $c = 1$ , geschehen muß.

Hervorgehoben muß werden, daß durch einen Hilfsangriff nach Bild 14 nicht nur die Verbiegungen, sondern auch die Dehnungen eines Stabwerkes nachgeahmt werden.

Die Anwendung des eben Gezeigten auf die Tragwerke nach Bild 7 und 10 ergibt mit  $k = \pi^2/12 \approx 0,8$  (für  $c = \infty$ ) die Formeln (13) und (21), auf das Tragwerk nach Bild 9 mit  $k = 0,90$  (für  $c = 1$ ) die Formel 17.

### 1. Der Stockwerkrahmen mit endlicher Felderzahl.

Der Stockwerkrahmen mit unendlich vielen Feldern, wie er in Gl. (8), (11) und (13) erfaßt ist, kommt praktisch nur bei einem ringförmigen Tragwerk<sup>3)</sup>, z. B. bei einem Gasometer vor. Es sei nun die Knickfestigkeit des häufigen Stockwerkrahmens mit endlicher, beliebiger Felderzahl zu bestimmen. Diese Aufgabe kann wie früher als gelöst erachtet werden, wenn es gelingt, die Knicklänge der Stütze anzugeben. Das ist jene gedachte Länge, mit der die Stütze in jedem Geschoß auf Knickung bemessen werden muß, um einen Gleichgewichtswechsel, das sogenannte Ausknicken des gesamten Tragwerkes mit der geforderten Sicherheitszahl zu verhindern.

Vor der Anwendung der Gl. (30) seien folgende Annahmen getroffen, um die Auffindung einer geschlossenen Formel zu ermöglichen:

- 1.)  $c = \frac{(EJ)}{(EJ)_R} \cdot \frac{l}{h}$  unveränderlich,
- 2.)  $\frac{P h^2}{EJ} = z^2$  unveränderlich, die Außenstützen sind also rd.  $1/2$  mal so steif wie die Innenstützen,
- 3.)  $i_s$  unveränderlich.

Ferner sind  $P$  und  $J$ , die in einer Innenstütze wirksame Kraft und das Trägheitsmoment ihres Querschnitts, für alle Geschoße gleich angenommen. Dasselbe gilt für die Außenstützen. Diese Annahme ist notwendig, damit der Hilfsangriff eine Verformung erzeugen kann, welche die tatsächliche nachahmt. [Bereits bei der Vereinfachung der strengen Knickbedingung Gl. (8) waren die Annahmen 1 und 2 notwendig.]

Die bei der Verbiegung entstehenden Momentennullpunkte sind in den Mitten der Riegel und Stützen angenommen.

An Stelle des Stockwerkrahmens, dessen Stützen, den wachsenden Achskräften entsprechend, nach unten stärker werden, wobei nach Voraussetzung 1 auch die Steifigkeit der Riegel zunimmt, wird nun ein solcher mit unveränderlichen Stützen- und Riegelquerschnitten untersucht.

Die in der Mitte des obersten Riegels angreifende Hilfskraft erzeugt dort (Bild 15) eine waagerechte Verschiebung

$$(31) \quad f = \frac{1}{12} \cdot \frac{n h^3}{m (EJ)} + \frac{1}{12} \cdot \frac{n h^2 l}{m (EJ)_R} + \frac{12 h^3}{m (m^2 + 2) E F l^2} \cdot \frac{n^3}{3}.$$

Dabei sind größere Geschoßzahlen  $n$  ins Auge gefaßt. Als Sonderfall zur Bestimmung von  $f$  kommt nur die Annahme undehnbarer Stützen und starrer Riegel in Betracht; für diesen ist

$$(32) \quad E = \frac{1}{12} \cdot \frac{n}{m} \cdot \frac{h^3}{(EJ)} \quad \text{und} \quad l_F = h \quad (\text{s. auch Bild 13}).$$

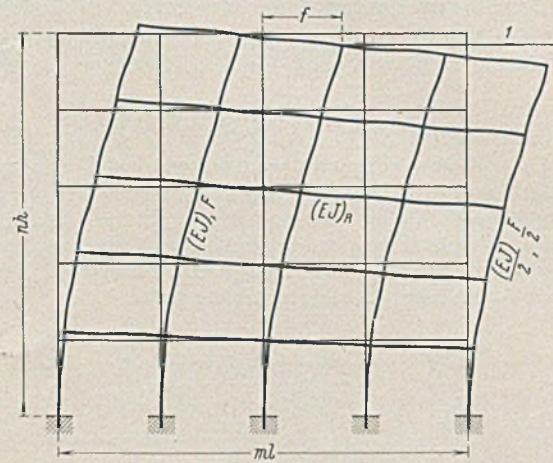


Bild 15.

Wie schon erwähnt, ist bei der bevorstehenden Division die relative Steifigkeit  $c = (EJ)/(EJ)_R h$  mit einem Verbesserungsfaktor  $k$  zu multiplizieren. Dieser beträgt hier wie beim Unendlichfeld- und beim Einfeldstockwerkrahmen  $\pi^2/12 = 0,822 \approx 0,8$ . Die Herleitung erfolgt, indem man bei undehnbaren Stützen für  $c = \infty$  den Vergleich mit der strengen Formel (10) zieht.

So entsteht aus Gl. (31) und Gl. (32) zufolge Gl. (30)

$$(33) \quad \frac{l_k}{h} = \sqrt{1 + 0,8 c + \frac{48}{m^2 + 2} \left( \frac{n i_s}{l} \right)^2}.$$

An dieser Formel erkennt man mit Hinblick auf Gl. (11), (13), (20) und (21) unschwer die Beziehung, welche gilt, wenn  $l_k/h$  nur wenig größer als 1 ist.

$$(34) \quad \frac{l_k}{h} = 1 + \frac{c}{3} + \frac{39}{2(m^2 + 2)} \left( \frac{n i_s}{l} \right)^2.$$

Von Gl. (33) und (34) ist stets diejenige maßgebend, welche kleinere Werte für  $l_k/h$  liefert.

Für  $m = \infty$  werden aus Gl. (33) und (34) die Gl. (13) und (11) und für  $m = 1$  und  $2c$  an Stelle von  $c$ , da es sich um Außenstützen handelt, die Gl. (21) und (20). Unberücksichtigt sind die besonders in den unteren Riegeln auftretenden Druckkräfte geblieben. Dem steht gegenüber, daß Gl. (33) und (34) etwas zu ungünstige Werte liefern.

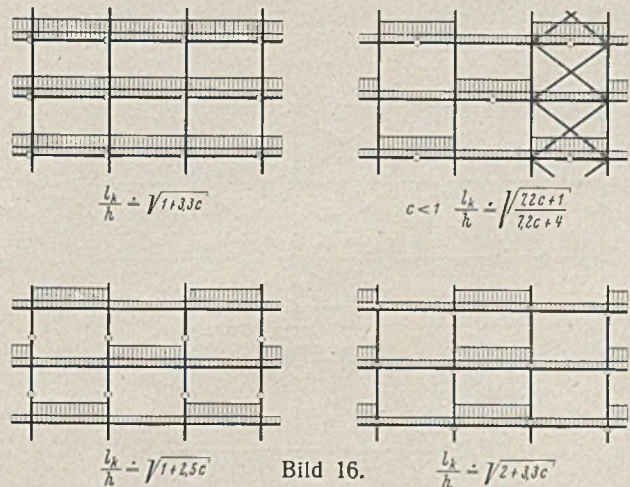


Bild 16.

Sie gelten nur unter der Annahme, daß alle Teile des Tragwerkes sich bis zu dessen Ausknicken elastisch verhalten. Ist dies nicht der Fall, so wirken unter der Annahme eines ideal-plastischen Stahles, wenn man die Stegflächen vernachlässigt, einzelne Querschnitte als Gelenke, sobald ihre Flanschen in Fließen kommen. Nur wenn die dabei vorhandene Krümmung jener entgegengesetzt ist, welche durch das Ausknicken entsteht, verschwindet durch die Entlastung des Stahles diese Gelenkwirkung wieder. Die Bilder 16 zeigen die Gelenkbildung durch das Fließen und den Gleichgewichtswechsel und die für diese Fälle geltenden, aus Gl. (30) hergeleiteten Näherungsbeziehungen für große  $m$  und  $n$ . Man hat nun die Möglichkeit, entweder Höchstspannungen nach der Elastizitätstheorie zuzulassen, um den Vorteil kleinerer Knicklängen

<sup>3)</sup> Diesen Hinweis verdankt der Verfasser seinem verstorbenen Lehrer Prof. Dr.-Ing. Paul Fillunger.

zu sichern, oder bei großen Knicklängen nach der Plastizitätstheorie zu bemessen. Jedenfalls ist es aber bei Verwendung der tatsächlichen Knicklängen gerechtfertigt, die Sicherheitszahl für die Knickberechnung mit 2,5 nach oben zu beschränken.

2. Der Stockwerkrahmen mit lotrechten Verbänden.

Im früheren Aufsatz wurde der Stockwerkrahmen mit seitlich festgehaltenen Knoten untersucht und für die Knicklänge die Näherungsformel

$$(17) \quad l_k/h = \sqrt{(3,6c + 1)/(3,6c + 4)}$$

gefunden. Es soll nun untersucht werden, welchen Mindestquerschnitt die Stäbe der lotrechten Verbände besitzen müssen, um die Annahme seitlich festgehaltener Knoten zu rechtfertigen. Stützen und Riegel sind infolge ihrer im Vergleich zu der der Streben beträchtlichen Querschnittsfläche als undeformbar anzusehen. Infolge der Schlankheit der Streben können deren Anschlüsse gelenkig gedacht werden.

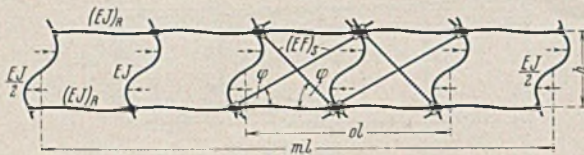


Bild 17a.

Bild (17a) zeigt ein Geschoß eines derart ausgesteiften Stockwerkrahmens nach einem Knotenverschiebungen verursachenden Gleichgewichtswechsel. Von den insgesamt m Feldern seien o Felder ausgesteift. Die gedrückten Streben knicken infolge ihrer großen Schlankheit während der Verformung aus und sind daher wirkungslos. Die strenge Knickbedingung lautet bei großer Geschoß- und Felderzahl

$$(35) \quad \tan \frac{z}{2} = \frac{(EJ)_m}{z c} \cdot \frac{1}{h^2 (EF)_s o} \cdot \frac{1}{\sin 2\varphi \cdot \cos \varphi} \cdot \frac{1}{2 z^2} = \frac{(EJ)_m}{6} \cdot \frac{1}{h^2 (EF)_s o} \cdot \frac{1}{\sin 2\varphi \cdot \cos \varphi} \cdot \frac{c}{12 z} \cdot \frac{1}{z^3}$$

Die Annahme seitlich festgehaltener Knoten ist gerechtfertigt, wenn Gl. (35) mindestens dieselbe Knicklast  $P = z^2 EJ/h^2$  bzw. höchstens dieselbe Knicklänge  $l_k = h \pi/z$  wie Gl. (16) bzw. Gl. (17) ergibt.

Handelt es sich nur darum, eine handliche Näherungsfläche für die Mindestquerschnittsfläche der Streben zu finden, so kann man sich alle Knoten durch Gelenke ersetzt denken. Für das so entstehende Gerüst (Bild 17b) beträgt die Knicklast

$$(36) \quad P_k = \frac{o}{m} (EF)_s \cdot \frac{\sin 2\varphi \cdot \cos \varphi}{2}$$

Damit bei seitlich festgehaltenen Gelenken ein Ausknicken der Stützen erfolgt, muß die Eulersche Knicklast  $P_E = \pi^2 EJ/h^2$  erreicht werden.

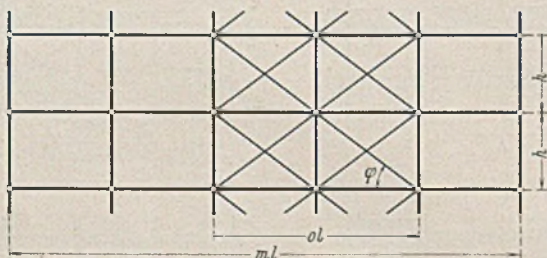


Bild 17b.

Aus  $P_k = P_E$  folgt mit Gl. (36)

$$(37) \quad F_s \cong \frac{m}{o} \cdot \frac{J}{h^2} \cdot \frac{2\pi^2}{\sin 2\varphi \cdot \cos \varphi}$$

Es folgt  $F_s \cong F m \sigma_k / o E \cdot \sin 2\varphi \cdot \cos \varphi$  ( $F =$  Innenstützen-Querschnittsfläche). Für  $\lambda < 60$  ist Knickspannung  $\sigma_k \cong$  Streckgrenze  $\sigma_s$ . Für St 37 und  $\varphi = 45^\circ$  wird  $F_s \cong 0,003 F m/o$ . Bei Streben aus einfachen Winkelstählen ist infolge der einseitigen Dehnung  $F_s$  mit rd. 3,3 zu vervielfachen.

Gl. (36) folgt mit  $c = \infty$  auch aus Gl. (35), gilt also, wenn nur schwache Riegel vorhanden sind und daher mit Rücksicht auf die großen Knicklängen, welche Gl. (13) sonst ergibt, die Anordnung von Streben notwendig ist. Für diese ist die Neigung  $45^\circ$  am günstigsten.

Der so berechnete Mindestquerschnitt kann selbstverständlich unter jenem liegen, welchen die übliche Festigkeitsberechnung zur Aufnahme waagerechter Kräfte fordert.

3. Der vierteilige Rahmenstab.

Der Rahmenstab mit m Gurtstäben unterscheidet sich in statischer Hinsicht von Stockwerkrahmen mit endlicher Felderzahl, wie er unter 1. behandelt wurde, dadurch, daß hier die äußeren Gurtstäbe dieselbe Stärke wie die inneren besitzen.

Die Bindebleche und deren Anschlüsse sind starr vorausgesetzt. Die durch den Hilfsangriff entstehende Durchbiegung setzt sich aus der des Vollstabes  $f_V$  und des Rahmenstabes mit undeformbaren Gurten  $f_G$  zusammen.

Dabei ist

$$f_G = \frac{L^3}{48 m n^2 E J_G}$$

$$P_G = m \pi^2 \cdot \frac{E' J_G}{l_i^2}$$

$$l_{kG} = l_i,$$

wenn man das Trägheitsmoment der Gurtstäbe vernachlässigt, ist

$$J_V = \frac{h^2 F_1}{12} \cdot m(m-1)$$

und

$$f_V = \frac{L^3}{48 E J_V} = \frac{L^3}{4 m(m-1) E F_1 h^2}$$

$$P_V = \pi^2 \cdot \frac{E' J_V}{L^2}$$

$$l_{kV} = L.$$

Die gedachte Knicklänge  $l_{kG}$  des Gurtstabes bzw.  $l_{kV}$  des Vollstabes ergibt sich durch Anwendung von Gl. (30)

$$l_{kG} = l_i \sqrt{\frac{f_G + f_V}{f_G}}$$

$$\text{und } l_{kV} = L \sqrt{\frac{f_G + f_V}{f_V}}$$

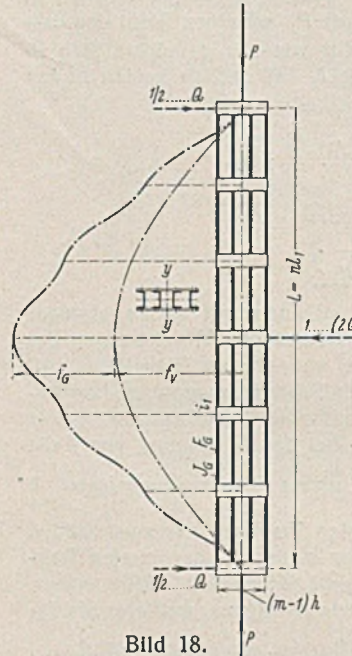


Bild 18.

Die gedachte Schlankheit  $\lambda_{yi}$ , deren zugehörige Knickspannung ( $\sigma_k = \pi^2 E' / \lambda_{yi}^2$ ) das Versagen des Rahmenstabes bewirkt, berechnet sich zu

$$(38) \quad \lambda_{yi} = \frac{l_{kG}}{i_i} = \frac{l_{kV}}{i_y} = \sqrt{\lambda_y^2 + l_i^2}$$

Es ergibt sich also ohne Rücksicht auf die Zahl der Gurtstäbe die vereinfachte Formel Engebers.

Die für die Bemessung der Bindebleche und deren Anschlüsse maßgebende Querkraft läßt sich, ebenfalls von dem Hilfsangriff nach Bild 18 ausgehend, mit

$$(39) \quad Q \cong F \cdot \frac{\sigma_s}{2 n k_1} + 3 \cdot \frac{L}{h} \cdot \frac{n-1}{n(m-1)}$$

wobei  $F = m F_G$ , einschätzen. Dabei ist  $k_1$  die kleinere Kernweite des Gurtstabes und  $\sigma_s$  die Streckgrenze des Stahles. Da für C-Stähle und ähnliche Stäbe  $2 k_1 \cong i_i$  ist und  $2 L/h \cong \lambda_y$  gesetzt werden kann, gilt für den üblichen zweiteiligen Rahmenstab

$$(40) \quad Q \cong F \cdot \frac{\sigma_s}{\lambda_1 + \lambda_y \cdot \frac{n-1}{2n}}$$

Daraus folgt die Scherkraft in den Mitten der Bindebleche.

$$(41) \quad T = Q \cdot \frac{l_i}{h} \cong F \cdot \frac{\sigma_s}{2 \cdot \frac{i_y}{i_1} + (n-1)}$$

In Gl. (40), (41) und (39) hat die Felderzahl n wesentlichen Einfluß. Durch die Wirkung von T dürfte weder in den Nieten der Reibungsschluß noch in den Bindeblechen die Streckgrenze überschritten werden. Zur Anwendung auf die Stütze des Stockwerkrahmens ist bei der Berechnung von  $\lambda_{yi}$ , n und Q bzw. T für L die Knicklänge  $l_k$  des Geschoßes einzusetzen. Da der Rahmenstab eine geringere Steifigkeit als der Vollstab besitzt, kann dabei zufolge Gl. (38)  $c = (EJ)_V l / (EJ)_R h$  durch  $c \lambda_y / \sqrt{\lambda_y^2 + l_i^2}$  ersetzt und die Rechnung wiederholt werden. Die größte Querkraft und damit auch das stärkste beanspruchte Bindeblech befinden sich in bzw. nahe bei den Wendepunkten der Biegelinie, bei fehlender seitlicher Knotenfesthaltung also in halber Geschoßhöhe.

**INHALT:** Das Verhalten längsbeanspruchter Schweißnähte und die Frage der Zusammenwirkung von Betriebs- und Schrumpfspannungen. — Die Spannungsverteilung in geschweißten Stumpfstoßen. — Beitrag zur Berechnung bogenförmig gekrümmter Hauptträger stählerner Eisenbahnbrücken. — Die Knickfestigkeit des Stockwerkrahmens, II.