DER STAHLBAU Schriftleitung: Geh. Regierungsrat Professor Dr.=Jug. A. Hertwig, Berlin-Wilmersdorf, Sächsische Str. 43 Fernsprecher: 87 7421

Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. - Fernsprecher: Breslau 421 61

Beilage zur Zeitschrift

> Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld BERLIN, 7. Oktober 1938

Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Heft 21/22

161

Alle Rechte vorbehalten.

11. Jahrgang

Über das Auskippen zweistäbiger Rahmen.

Von Prof. Dr.= 3ng. Ernst Chwalla, Brünn.

Herrn Prof. Dr.: 3ng. Alfred Hawranek, Brünn, zur bevorstehenden Vollendung des 60. Lebensjahres!

I. Einführung.

Balkenträger und ebene Stabwerke, die in ihrer Ebene auf drillungsfreie Biegung und gegebenenfalls auch auf zusätzlichen Schub oder Druck beansprucht werden, bilden — wenn die eine der beiden Querschnitts-hauptachsen in der Tragwerkebene gelegen ist — unter der von Null anwachsenden Belastung vorerst ebene Gleichgewichtsfiguren aus. Stellt die in der Tragwerkebene liegende Querschnittshauptachse die "Minimumachse" vor und ist das auf diese Achse bezogene Hauptträgheitsmoment Jmin wesentlich kleiner als J_{max} , dann existiert eine Laststufe, unter der die Gleichgewichtsfigur ihre Stabilität hinsichtlich räumlicher Deformationen einbüßt und das Tragwerk seitlich auszukippen beginnt; wir pflegen diese kritische Last, die auch bei ganz beliebiger Intensitätsverteilung durch den kritischen Sonderwert eines gemeinsamen Multiplikators eindeutig festgelegt werden kann, als "Kipplast" zu bezeichnen. Da die ebenen Gleichgewichtsfiguren, die unter der vorkritischen Belastung die einzig möglichen waren, auch unter den überkritischen Laststufen mit sämtlichen Gleichgewichts- und Lagerungsbedingungen verträglich bleiben, liegt ein sogenanntes "Verzweigungsproblem" (vom mathematischen Standpunkt ein "Eigenwertproblem") vor. Die Verzweigungsstelle des Gleich-gewichts, die unter der Kipplast erreicht wird, ist hierbei dadurch gekennzeichnet, daß neben der ebenen Gleichgewichtsfigur noch eine zweite, geringfügig ausgekippte Gleichgewichtsfigur widerspruchsfrei zur Ausbildung gelangen kann.

Um die Probleme der "Kippung" von den Problemen der "räumlichen Knickung" (deren Lösung gleichfalls vom Biege- und Drillungswiderstand der Stäbe abhängig ist) allgemein abgrenzen zu können, ist es zweck-mäßig, die Bezeichnung "Kippung" nur bei der räumlichen Instabilitätserscheinung jener ebenen Tragwerke anzuwenden, bei denen schon im vorkritischen Gleichgewichtszustand Biegemomente zur Geltung kommen¹). Im Sinne dieser Festsetzung ist das räumliche Stabilitätsproblem, das beispielsweise bei der Untersuchung radial gleichmäßig gedrückter Kreisbogen mit schmalen, flanschlosen Querschnitten auftritt²), ein Problem der räumlichen Knickung und nicht der Kippung.

Auch zwischen dem Problemenkomplex der Kippung und dem der "Beulung" muß eine Grenze gezogen werden. Untersuchen wir etwa das räumliche Stabilitätsproblem eines hochkantig gebogenen Plattenstreifens mit freien Längsrändern, dann erweisen sich die Lösungsverfahren der Kipptheorle nur so lange als brauchbar, als der Plattenstreifen als "Stab mit starrer Querschnittsfigur" aufgefaßt werden darf. Ist die Dicke des Streifens im Vergleich zur Querschnittshöhe derart klein, daß diese Idealisierung nicht mehr zulässig erscheint, dann muß die "Kipptheorie des Stabes" der "Beultheorie des dünnen Plattenstreifens" weichen.

Die Stabilitätstheorie der Kippung wurde, wie allgemein bekannt ist, von Prandtl³) und Michell³) entwickelt. Bei diesen grundlegenden Untersuchungen blieb der Einfluß, den die Behinderung der Quer-

¹) Es gibt auch ebene Instabilitätserscheinungen von ebenen Tragwerken, bei denen schon im vorkritischen Glelchgewichtszustand Biegemomente zur Geltung kommen (vgl. E. Chwalla, Bauing. 1938, S. 69, sowie E. Chwalla u. C. F. Kollbrunner, Stahlbau 1937, S. 121, 138, 208, und 1938, S. 73), doch hat man für diese Instabilitätserscheinungen noch keine besondere Bezeichnung gewählt.
²) Vgl. die Zusammenstellung der zugehörigen Lösungen bei E. Chwalla, Bericht II. Int. Tagung f. Brückenbau u. Hochbau in Wien 1928, S. 530.
³ L. Prandtl, Inauguraldiss. d. Universität München 1899; A. G. M. Michell, Phil. Mag. 48, 1899, S. 298. Vgl. auch die Darstellung bei A. u. L. Föppl, Drang und Zwang, 2. Bd., 2. Aufl., S. 323.

schnittsverwölbung auf den Verdrillungswiderstand der auskippenden Stäbe nimmt, in den Grundgleichungen und Lagerungsbedingungen unberücksichtigt, so daß die erhaltenen Kipplastwerte vom baupraktischen Standpunkt bloß als untere Grenzwerte angesehen werden dürfen; bei Tragwerken mit schmalen, flanschlosen Querschnitten sind diese Werte jedoch nur wenig von den strengen Lösungswerten unterschieden. Die Prandtische Theorie wurde von Reißner4) und Federhofer4) durch Berücksichtigung des Einflusses der vorkritischen Hauptbiegung und von Federhofer⁵) durch Einbeziehung der Verzerrungsglieder zweiter Kleinheitsordnung zugeschärft. Timoshenko⁶), Hencky⁶), Federhofer⁶) und Karas⁶) haben sie der Kippuntersuchung von Trägern mit krummer Achse zugrunde gelegt, und Federhofer) hat auf ihr die Kipptheorie des Trägers mit veränderlichem Querschnitt oder veränderlicher Belastungsintensität aufgebaut. Das Kippproblem des Balkens, der an beliebiger Stelle durch eine Einzellast belastet ist, wurde von Koroboffs) und Dinnik⁸), das Kippproblem des Balkens mit elastisch eingespannten Enden von Weinhold⁹) und Stüssi⁹) und das Kippproblem des durch Querrippen verbundenen Trägerpaares von Weinhold¹⁰) behandelt. Weinhold¹¹) und Stüssi⁰) berichteten über graphische Iterationsverfahren zur näherungsweisen Lösung schwierigerer Kippaufgaben, und Grammel¹²) führte im Rahmen seiner Untersuchungen über das "Umstülpen" von Ringen auch Fälle der Kippung durch Eigenspannungen vor.

Um der Kipptheorie im Stahlbau ein breiteres Anwendungsgebiet zu sichern, war es notwendig, die Untersuchungen auf die im Stahlbau häufig vorkommenden Stäbe mit Doppelflansch-Querschnitten auszudehnen, bei denen der Einfluß, den die örtliche Behinderung der Querschnittsverwölbung auf den Drillungswiderstand nimmt, nicht mehr vernachlässigt werden darf. Dieser baupraktisch bedeutungsvolle Ausbau der Kipptheorie wurde von Timoshenko13) durchgeführt; auch

⁴) H. Reißner, Sitzungsber. d. Berliner Math. Ges. 3, 1904, S. 53; K. Federhofer, Sitzungsber. Akad. d. Wiss. in Wien, IIa, 140, 1931, S. 237.

⁴) H. Reißner, Sitzungsber. d. Berliner Math. Ges. 3, 1904, S. 53; K. Federhofer, Sitzungsber. Akad. d. Wiss. in Wien, IIa, 140, 1931, S. 237.
⁵) K. Federhofer, Z. ang. Math. 6, 1926, S. 43.
⁶) S. Timoshenko, Berichte d. Polytechn. Inst. Kiew 1910; H. Hencky, Eisenbau II, 1920, S. 437; K. Federhofer, Bautechn. 1924, S. 306, und Sitzungsber. Akad. d. Wiss. in Wien, IIa, 134, 1925, S. 81; K. Karas, Festschriff d. D. Techn. Hochschule in Brünn 1924, S. 240, sowie Mittign. Hauptver. Deutsch. Ing. Tschechoslowak. Rep. 13, 1924, S. 225, und 14, 1925, S. 26, und 16, 1927, S. 66.
⁷) K. Federhofer, Verhandign. 3. Int. Kongr. f. Techn. Mech. in Stockholm 1930, Vol III, S. 66, sowie Fußnote 4.
⁹ A. Koroboff, Berichte d. Polytechn. Inst. Kiew 1911; A. N. Dinnik, Berichte d. Polytechn. Inst. Nowotscherkassk 2, 1913.
⁹ J. Weinhold, Mittign. Hauptver. Deutsch. Ing. Tschechoslowak. Rep. 23, 1934, S. 294; F. Stüssi, Abhandign. Int. Ver. f. Brückenbau u. Hochbau, 3. Bd., Zürich 1935, S. 401.
¹⁰ J. Weinhold, Z. ang. Math. 17, 1937, S. 270, sowie 18, 1938.
¹¹ J. Weinhold, Mittign. Hauptver. Deutsch. Ing. Tschechoslowak. Rep. 23, 1934, S. 1, sowie Z. ang. Math. 14, 1934, S. 379.
¹² R. Grammel, Z. ang. Math. 7, 1927, S. 209.
¹³ S. Timoshenko, Berichte d. Polytechn. Inst. Kiew 1910 sowie Ann. P. Chss., S. IX, Tom 16, 1913, Bd. IV, S. 97. Siehe ferner Trans. Amer. Soc. Civ. Eng., 87, 1924, S. 1247, sowie die Referate im Handbuch d. physik. u. techn. Mech., Bd. IV/1, Leipzig 1931, und im Vorbericht des 1. Int. Kongr, f. Brückenbau u. Hochbau in Paris 1932, S. 129; vgl. schließlich sein Buch "Theory of Elastic Stability", New York 1936, V. Kapitel. Vgl. auch die eingehenden Darstellungen in den Büchern von Föpp1³ und Hartmann¹⁷. und Hartmann17).

Unold14) und Hencky6) haben sich um ihn bemüht. Stüssi15) gab eine Näherungslösung für die Kippgrenze eines axial gedrückten, durch ein Endmoment belasteten I-Trägers, und Bleich16) behandelte das praktisch wichtige Kippproblem des I-Trägers, dessen Flanschen verschieden große seitliche Biegesteiligkeiten aufweisen und der durch entgegengesetzt gleiche Endmomente und eine zusätzliche axiale Druckkraft beansprucht wird. Der Einfluß, den eine lotrechte Verschiebung der Angriffspunkte der Querbelastung auf die Kippgrenze zu nehmen vermag, wurde für den Balkenträger von Timoshenko18) und für den Kragträger von Hartmann¹⁷) in Untersuchung gezogen; Stüssi⁹) versuchte diesen Einfluß durch einfache Näherungsformeln zu erfassen. Timoshenko¹³), Stüssi⁹) und Hartmann17) arbeiteten Vorschläge zur näherungsweisen Bestimmung der Kipplast im unelastischen Spannungsbereich aus. Sonntag18) bchandelte das Kippproblem, das bei der Drillung gekoppelter, dünnwandiger Plattenstreifen zur Geltung kommen kann, und Stüssi¹⁰) untersuchte das Spannungsproblem, das bei primär verformten, schon im spannungslosen Anfangszustand ein wenig ausgekippten Balken auftritt.

Zur Überprüfung der Kippstabilität doppelflanschiger Träger werden bei baupraktischen Untersuchungen nicht selten Näherungsverfahren angewandt, deren Zielsetzung sich im Wesen auf den Nachweis der Knicksicherheit des gedrückten Trägerflansches hinsichtlich einer Ausknickung senkrecht zur Stegebene beschränkt 20). Um das Wesen derartiger Ersatz-Berechnungsverfahren, von denen mehrere Varianten im Gebrauch stehen, aufzeigen zu können, wollen wir einen Balken mit l = 10 m Stützweite untersuchen, der aus einem Walzträger I 40 gebildet ist und in seiner Mitte eine am oberen Flansch angreifende Einzellast Q zu tragen hat. Die "Variante A" des Näherungsverfahrens sei etwa durch die folgenden Überlegungen gekennzeichnet: Der gedrückte Flansch des untersuchten Trägers stellt einen geraden Stab vor, dessen axiale Druckkraft gegen die Stabmitte linear bis zum Größtwert P anwächst und dessen Biegesteifigkeit bei Ausbiegungen senkrecht zur Stegebene die Größe $B_F = 120.9 \text{ tm}^2$ besitzt. Für die Knicklast dieses Stabes wird - wenn wir voraussetzen, daß die Differenzkräfte, die das lineare Anwachsen der Druckkraft hervorbringen, ihre Richtung während des Ausknickens unverändert beibehalten - bekanntlich (vgl. etwa R. Mayer,

Die Knickfestigkeit, Berlin 1921, S. 174) $P_k = 31,36 \cdot \frac{B_F}{l^2}$ erhalten; schreiben wir nun für das kritische Biegemoment des Doppelflanschträgers näherungsweise $M_k = P_k h$, wobei h die gegenseitige Entfernung der beiden Flanschachsen bedeutet, dann gewinnen wir für die Kipplast Q_k des untersuchten Trägers den Näherungswert

$$Q_k^* = \frac{4h}{l} \cdot P_k = 125,44 \cdot \frac{B_F h}{l^3} = 5,74 \text{ t.}$$

Eine zwelte, praktisch gleichfalls verwendete "Variante B" des Ersatz-Berechnungsverfahrens ergibt sich aus den folgenden Überlegungen: Wird der Querschnitt des gedrückten Flansches als Rechteck der Breite b_F aufgefaßt, dann stellt der Flansch einen Stab vom Schlankheitsgrad $\lambda_F = \frac{l}{i_F} = \frac{l}{b_F} \sqrt[3]{12}$ vor, dessen axiale Druckbelastung linear gegen die Stabmitte anwächst und der bei Zugrundelegung der erwähnten Voraus-setzung an die Knickgrenze gelangt, wenn die größte Druckspannung den Wert $\sigma_k = 31,36 \cdot \frac{E}{\lambda_F^2}$ erreicht. Bedeutet nun W das Widerstandsmoment des ganzen Trägerquerschnitts bei der Biegung in der Stegebene, dann ist der kritischen Flanschspannung σ_k näherungsweise ein kritisches Biegemoment $M_k = W \sigma_k = 31,36 \cdot \frac{WE}{\lambda_F^2}$ und damit näherungsweise eine Kinsches Kipplast $Q_k^{**} = \frac{4M_k}{l} = 125,44 \cdot \frac{WE}{l\lambda_F^2} = 7,74 t$ zugeordnet. Der von

der Kipptheorie gelieferte strenge Wert der Kipplast des untersuchten Trägers beträgt $Q_k = 7,99$ t, woraus wir entnehmen, daß die "Variante A" auf einen schlechten, die "Variante B" hingegen auf einen guten Näherungswert für die Kipplast führt; beide Näherungswerte sind hier kleiner als der strenge Wert.

Wählen wir für den untersuchten Träger an Stelle des Normalprofils I 40 das Normalprofil I 60, dann ergibt die "Variante A" eine Kipplast $Q_k^* = 34,9 t$ und die "Variante B" eine Kipplast $Q_k^{**} = 47,1 t$; im letzt-

¹⁴) G. Unold, Eisenbau 13, 1922, S. 25 u. 188.
¹⁵) F. Stüssi, EMPA-Bericht Nr. 90, Zürich 1935, S. 26.
¹⁶) F. Bleich, Stahlhochbauten, 2. Bd., Berlin 1933, S. 653 u. 925.
¹⁷) F. Hartmann, Knickung-Kippung-Beulung, Leipzig u. Wien 1937, Nach. VI. Absatz.

VI Absatz.
¹⁸) R. Sonntag, Z. ang. Math. 9, 1929, S. 369.
¹⁰) F. Stüssi, Schweiz Bauztg. 105, 1935, S. 123
²⁰) Vgl. etwa F. Stüssi, Schweiz Bauztg. 105, 1935, S. 195; derselbe, Schlußbericht II. Int. Kongr. d. Int. V. B. H. in Berlin 1936, S. 612;
S. Timoshenko, Theory of Elastic Stability, S. 269; M. G. Puwein, Z. d. Oe IAV 90, 1938, S. 107; F. Geiger, Der P-Träger 9, 1938, S. 5.

genannten Fall ist die größte Randspannung schon oberhalb der Elastizitätsgrenze des verwendeten Baustahls gelegen, was eine Reduktion der Rechnungsgröße Q_k^{**} erforderlich macht. Der strenge, unter Zugrundelegung der Kipptheorie ermittelte Kipplastwert beträgt $Q_{b} = 34,6$ t, woraus wir entnehmen, daß hier die "Variante A" einen guten, die "Variante B" hingegen einen schlechten Näherungswert für die Kipplast liefert; beide Näherungswerte sind größer als der strenge Wert. Würden wir bei der Berechnung der Flanschknickspannungen voraussetzen, daß die Differenzkräfte, die das lineare Ansteigen der Druckkraft im Flansch bedingen, während der Ausknickung des Flansches dauernd in Richtung der örtlichen Biegelinientangente wirksam bleiben, dann würden wir beim Balkenträger auf Werte gelangen, die kleiner - und zwar um mehr als 50% kleiner als früher sind; die Kipplasten Q_k^* und Q_k^{**} würden dann sowohl beim Träger mit dem Normalprofil I 40 als auch beim Träger mit dem Normalprofil I 60 wesentlich kleiner als die strengen Werte Qk sein.

Die angeführten Ergebnisse dürften ausreichen, um die Mangelhaltigkeit der geschilderten Ersatz-Berechnungsverfahren erkennen zu lassen. Wollen wir eine bessere Übereinstimmung der Näherungswerte mit den strengen Werten erzielen, dann müssen wir auf die unmittelbare Anschaulichkeit des Ersatz-Berechnungsverfahrens verzichten und die Knickspannung σ_k , die in der Beziehung $M_k = W \sigma_k$ auftritt, mit Hilfe eines ideellen Knickschlankheitsgrades λ_{id} ermitteln ("Varlante C"). Puwein²⁰) hat für diesen

Schlankheitsgrad die Gleichung $\lambda_{id} = 3.6 \left| \frac{lh}{b_F t_F} \right|$ angegeben, die die Flanschdicke t_F enthält und im Rahmen unserer Zahlenbeispiele eine befolgingen die Fluxen und im Rahmen unserer Zahlenbeispiele eine

befriedigende Übereinstimmung der Lösungen gewährleistet. Einfache Näherungsformeln zur Berechnung von I-Trägern mit lotrechten, am Oberflansch angreifenden Lasten wurden von Geiger²⁰) aufgestellt.

II. Drillmoment und Drillwinkel.

Der Beanspruchungsfall der "reinen" Drillung, der im Rahmen der linearisierten Theorie von de Saint-Venant abgeklärt wird und zu einem reinen Schubspannungszustand führt, liegt praktisch nur dann vor, wenn ein prismatischer Stab in seinen Endquerschnittsebenen durch entgegengesetzt drehende Kräftepaare belastet wird und wenn die Voraussetzung in Geltung steht, daß diese Kräftepaare in der Form der erhaltenen Drillspannungsvertellungen wirksam sind und ein Moment besitzen, daß mit Bezug auf den Drillungswiderstand des Stabes genügend klein ist, um die Linearisierung der Theorie rechtfertigen zu können. Im Zuge dieser Verdrillung erfahren die Querschnittsebenen - sofern die Querschnittsfigur weder ein Kreis noch ein Kreisring ist - bestimmte Verwölbungen, die jedoch an allen Stellen x der Stabachse die gleichen sind und daher zum Auftreten zusätzlicher Normalspannungen keinerlei Anlaß geben; um im verdrillten Stabe eine der achsenparallelen Geraden auszuzeichnen, wurde21) eine "absolute Drehachse" definiert, die durch den Nullpunkt der Schubspannungen geht. Bedeutet φ den örtlichen Drillwinkel, $\varphi' = \frac{d \varphi}{dx}$ den "bezogenen" Drillwinkel oder Drall, G den Schubmodul, J_D den sogenannten "Drillwiderstand" des Querschnitts und $C = G J_D$ die "Drillungssteifigkeit", dann läßt sich das Drill-moment M_D durch die Beziehung $M_D = C \varphi'$ iestlegen.

Wird an Stelle des Stabes ein dünner Plattenstreifen durch Endmomente verdrillt, dann reicht die St. Venantsche Theorie nicht mehr aus, um genügend scharfe Ergebnisse zu erzielen. Wir müssen hier auf die Linearisierung verzichten und gelangen so zu einem nicht linearen Zusammenhang zwischen M_D und φ' , der näherungsweise — wenn d die Dicke und *h* die Höhe des Streifenquerschnitts bedeutet — durch die von Weber²²) angegebene Beziehung $M_D = C \varphi' + \frac{E d h^5}{360} (\varphi')^3$ festgelegt wird; eine genauere Untersuchung dieses Drillproblems und der hlerbei zur Geltung kommenden Instabilitätserscheinung wurde von Green²³) durchgeführt.

Ist das Drillmoment M_D längs der Achse des untersuchten prismatischen Stabes veränderlich oder wird die Verwölbung der Querschnittsebene am Stabende (als Folge einer "wölbfesten" Einspannung) oder an irgendeiner anderen Stelle x (als Folge einer Symmetrie-bedingung der Deformation) verhindert — und ist die Querschnittsfigur des Stabes weder ein Kreis noch ein Kreisring (was das Auftreten einer Querschnittsverwölbung ausschließen würde) -, dann erfahren die Querschnittsebenen an den einzelnen Stellen x verschieden starke Verwölbungen, wodurch zusätzliche Normalspannungen zur Geltung

²¹) C. L. Ricci, Accad. Sci. Fis. Mat. Napoli, Rend. IV s. 7, 1937, S. 206. Vgl. auch Duncan, Ellis and Scruton, Phil. Mag. 16, 1933, S. 201, oder P. Cicala, Atti Accad. Sci. Torino 70, 1935, S. 356.
 ²²) C. Weber, VDI-Forschungsheft Nr. 249, Berlin 1921.
 ²³) A. E. Green, Proc. Royal Soc. London, A, 154, 1936, S. 430, und 161, 1937, S. 197

161, 1937, S. 197.

gebracht werden. Die Drehachse ist bei dieser von Normalspannungen begleiteten "Verdrillung mit behinderter Querschnittsverwölbung" eindeutig festlegbar; sie geht, wie Weber24) und Kappus25) gezeigt haben, durch den sogenannten "Schubmittelpunkt" 26) des Stabquerschnitts.

Föpp127) hat den Einfluß der behinderten Querschnittsverwölbung bei der Verdrillung von Stäben mit elliptischen Querschnitten aufgezeigt, und Timoshenko28), Sonntag18) und Ostenfeld26) ermittelten diesen Einfluß bei Stäben mit schmalen Rechteckquerschnitten. Betrachten wir einen Stab der Länge I, der durch Endmomente verdrillt und an einem der beiden Stabenden "wölbfest" eingespannt wird, dann läßt sich der Einfluß, den diese Verwölbungsbehinderung auf die Größe des resultierenden Drillwinkels nimmt, in Form einer Reduktion der wirksamen Stablänge darstellen; der Betrag dieser Reduktion erreicht jedoch nur einen Bruchteil der Querschnittshöhe und ist daher bei langen Stäben von bedeutungsloser Kleinheit.

Die Drillung dünnwandiger Kastenträger wurde mit Bezug auf den Fall der "behinderten Querschnittsverwölbung" von Eggenschwyler²⁹), Reißner²⁹), Hertel²⁹), Ebner²⁹), Williams²⁹), Shipp²⁹) theoretisch und experimentell behandelt.

Für die im Stahlbau verwendeten Stäbe mit doppelflanschigen Walzquerschnitten wurde das linearisierte Problem der "Drillung mit be-, hinderter Querschnittsverwölbung" von Weber²⁴), Ostenfeld²⁰), Huber³⁰) Wagner³¹) u.a. der Lösung zugeführt. Der funktionale Zusammenhang zwischen Drillmoment und Drillwinkel kann hier mit praktisch ausreichender Genauigkeit durch die einfache Beziehung $M_D = C \cdot \frac{d\varphi}{dx}$ $-EC^* \cdot \frac{d^3 \varphi}{dx^3}$ festgelegt werden. Das auf der rechten Selte dieser Beziehung auftretende Zusatzglied ist durch die Flanschquerkräfte bedingt bezichung autrictende Zusätzgned ist durch die Frankriguerkrafte bedingt und enthält außer dem Modul E noch den Festwert C^* , der die Dimension cm⁶ besitzt und als "Wölbwiderstand" des Querschnitts bezeichnet werden möge²⁵). Wagner³¹) gab dieser Größe den Namen "Biegungs-verdrehungswiderstand C_{bd} " und Weber²⁴) schrieb $C^* = \frac{h^2}{4} \cdot J_{df}$, wo-

bei *h* die Flanschachsenentfernung und J_{df} einen Querschnittsfestwert in cm⁴ vorstellt, der für die praktisch wichtigsten Doppelflanschquerschnitte ermittelt wurde. Ostenfeld²⁶) setzte $C^* = c^2 J_{min}$, wobei J_{min} das kleinere der beiden Hauptträgheitsmomente und *c* einen Linienabschnitt bedeutet, dessen Länge für die verschiedenen doppelflanschigen Querschnittsfiguren festgelegt wurde.

Für Stäbe mit doppelt-symmetrischen I-Profilen führen alle diese Darstellungen zur Beziehung $C^* = \frac{h^2}{4} \cdot J_{\min}$, so daß wir für das Drill-moment — wenn wir die Biegesteifigkeit des Stabes bei einer Aus-biegung senkrecht zur Stegebene mit $B = E J_{\min}$ bezeichnen — die Formel $M_D = C \varphi' - \frac{B h^2}{4} \cdot \varphi'''$ erhalten. Diese einfache Sonderform der genannten Näherungsbeziehung wurde von Timoshenko¹³) schon im Jahre 1906 gewonnen und experimentell überprüft; bei ihrer Herleitung erfuhr der Einfluß der "Schubverzerrung durch die Flanschquerkräfte" keine Berück-sichtigung, was im weiteren bei der Formulierung der Randbedingungen

III. Die Theorie der Kippung des unsymmetrisch gebauten Zweistabrahmens.

Wir untersuchen die Kippstabilität eines aus zwei geraden Stäben gebildeten, rechtwinkligen Stab-Zweiecks (im weiteren kurz "Zweistab-rahmen" genannt), das in Richtung der Verbindungsgeraden der beiden Endpunkte durch entgegengesetzt gleiche Druck- oder Zugkräfte belastet wird (Bild 1 a, b). Von der Lagerung dieses Zweistabrahmens setzen wir voraus, daß sie sowohl eine Sehnenverkürzung als auch eine Verdrehung der Endquerschnitte in der Rahmenebene zuläßt, daß sie jedoch eine Ver-

beachtet werden möge.

C. Weber, Z. ang. Math. 6, 1926, S. 85. R. Kappus, Luftfahrtforschung 14, 1937, S. 446. 25)

²⁵ R. Kappus, Luftfahrförschung 14, 1937, S. 446.
²⁶ Über die Ermittlung des Schubmittelpunktes vgl. C. Weber,
Z. ang. Math. 4, 1924, S. 334; A. u. L. Föppl, Drang und Zwang, 2. Bd.,
2. Aufl., S. 121; A. Ostenfeld, Mittlg. Nr. 6 des Laborat, f. Baustatik
d. Techn. Hochschule Kopenhagen 1931; W. Lücker, Arbeitsblatt d. Inst.
f. Festigkeit d. DVL in Berlin-Adlershof; C. L. Ricci, Fußnote 21.
²⁷ A. Föppl, Sitzungsber. d. Bayer. Akad. d. Wiss. 1920, S. 261.
²⁸ S. Timoshenko, Proc. London Math. Soc., 2, Vol 20, 1921, S. 389.
²⁹ A. Eggenschwyler, Eisenbau 9, 1918, S. 45; H. Reißner, Z.
Flugtechn. Mot. 17, 1926, S. 384; H. Hertel, Luftfahrtforschung 9, 1931,
S. 1; H. Ebner, Z. Flugtechn. Mot. 24, 1933, S. 645, u. a.; D. Williams,
Aeronaut. Res. Comm., Rep. Nr. 1619, 1935; J. C. K. Shipp, Aeronaut.
Res. Comm. Rep. Nr. 1790, 1937.
³⁰ K. Huber, Bauing. 1925, S. 182; vgl. auch Inge Lyse and B. G.
Johnston, Proc. Amer. Soc. Civ. Eng. 61, 1935, S. 469; J. F. Baker,
Vorber, 2. Int. Kongr. Brückenbau und Hochbau, Berlin 1936, S. 877.
³¹ H. Wagner, Festschrift der Techn. Hochschule Danzig 1929.

drillung und Verwölbung der Endquerschnitte oder eine Verschiebung und Verdrehung dieser Endquerschnitte in der Richtung senkrecht zur Rahmenebene verhindert. Diese Art der Lagerung und Belastung würde näherungsweise auch vorliegen, wenn wir einen rechtwinkligen Dreigelenkrahmen am Ort des Scheitelgelenkes — nicht aber auch an den Orten der Rahmeneckpunkte - seitlich abstützen und im Sinne von Bild 1c, d belasten.



Der Querschnitt des untersuchten Zweistabrahmens sei ein stabweise konstanter, doppelt-symmetrischer I-Querschnitt, dessen Stegebene mit der Rahmenebene zusammenfallen möge.

Der Einfluß, den die elastische Achslängenänderung und die durch die Flanschquerkräfte bedingte Schubverzerrung der beiden Stäbe auf die Größe der Kipplast nimmt, soll im weiteren ebenso wie der Einfluß der vorkritischen Verbiegung vernachlässigt werden. Die Rahmenecke sei im Sinne einer "Stabverbindung" idealisiert; dies bedeutet, daß wir auf den verwickelten ebenen Spannungszustand, der in der Umgebung der Rahmenecke zur Ausbildung gelangt 32) und zu sekundären Beulerscheinungen im Steg führen kann, keine Rücksicht zu nehmen brauchen.

B.C.C

Bild 2

Der untersuchte Zweistabrahmen ist in Bild 2 u. 3a dargestellt; die in die Sehnenrichtung fallende, als Druckkraft positiv gezählte Doppelkraft R wurde hierbei in die Komponenten P und yP zerlegt, wobei



gilt. Unter der von Null anwachsenden Belastung R gelangen vorerst stabile, ebene Gleichgewichtszustände mit geradlinigen Biegemomentenverteilungen zur Ausbildung. Nimmt jedoch R den kritischen Wert R_k an, dann wird die Verzweigungsstelle des Gleichgewichts (die



Stabilitätsgrenze der ebenen Gleichgewichtsfigur) erreicht, und der Rahmen beginnt seitlich auszukippen. Diese Verzweigungsstelle ist dadurch gekennzeichnet, daß unter derselben Last R_k neben der ebenen Gleichgewichtsfigur noch eine zweite, ausgekippte (und zwar im Grenzfall bloß "unendich wenig" ausgekippte) Gleichgewichtsfigur zur Ausbildung gelangen kann. Beim Übergang von der ersten zu dieser zweiten Lage werden die Achsenpunkte x, x_1 der beiden Rahmenstäbe um die unendlich kleinen Beträge y, y_1 seitlich verschoben und die an diesen Stellen gelegenen Stabquerschnitte um die unendlich kleinen Beträge φ, φ_1 ver-drillt. Wir wollen diese Verschiebungen und Verdrillungen mit einem

⁸²) Über diesen ebenen Spannungszustand vgl. E. Posch, Das homogene Stabeck, München 1919; A. u. L. Föppl, Drang und Zwang, 1. Bd., 2. Aufl., S. 340; H. Kurzhals, Mittlgn. Mech.-Techn. Labor. T. H. München, Heft 35, 1931; K. Beyer, Dle Statik im Eisenbetonbau, 2. Aufl., 2. Bd., Berlin 1934, S. 737; F. Campus, Vorber. 2. Int. Kongr. Brückenbau und Hochbau in Berlin 1936, S. 909; Progreß Rep. Nr. 1->8 on Stress Distribution in Steel Rigid Frames, National Bureau of Standards, 1936/37; G. Grüning, Bauing. 1937, S. 158, und 1938, S. 208.

(9)

positiven Vorzeichen versehen, wenn sie die in Bild 3b angegebenen Richtungen aufweisen.

Um der geschilderten Lagerungsweise gerecht zu werden, denken wir uns an den beiden Enden des Rahmens Rollenlager mit aufgesetzten Zylinderzapfenlagern nach dem Schema Bild 4a angeordnet und setzen voraus, daß diese Lager nach Aufbringen der Rahmenbelastung weder eine Verdrillung noch eine Verwölbung der Endquerschnitte zulassen, und daß sle diese Endquerschnitte auch an einer Verschiebung oder Verdrehung in der Richtung senkrecht zur Rahmenebene zu hindern vermögen.



Im Zuge der Auskippung werden dann an beiden Lagerorten nicht nur seitliche Festhaltekräfte W, W_1 , sondern auch einspannende Biegemomente M^*, M_1^* und einspannende Drillmomente M^{**}, M_1^{**} zur Geltung kommen, die wir positiv bezeichnen wollen, wenn sie im Sinne von Bild 3c wirken. Diese sechs Lagerreaktionen sind durch drei Gleichgewichtsbedingungen verknüpft, die im unendlich wenig ausgekippten Gleichgewichtszustand erfüllt sein müssen und

(3)
$$\begin{cases} W_1 = -W \\ M_1^* = -M^{**} + W \\ M_1^{**} = -M^* - W \end{cases}$$

lauten.

Beim Übergang von der ebenen zur ausgekippten Gleichgewichtsfigur treten zu den drei endlich großen Schnittgrößen M_0 , Q_0 und N_0 drei weitere Schnittgrößen M, Q, M_D hinzu, die von der Größenordnung der Auskippung sind und daher im Grenziall $R = R_k$ als unendlich klein angesehen werden dürfen; M ist das auf die Minimumachse (d. i. die Querschnittshauptachse, die vor dem Auskippen in der Rahmenebene lag) bezogene Biegemoment, Q die auf dieser Achse senkrecht stehende Querkraft und M_D das in der Querschnittsebene wirkende Drillmoment. Wir wollen diese drei Schnittgrößen mit einem positiven Vorzelchen versehen, wenn sie das Element des waagerechten oder lotrechten Stabes im Sinne von Bild 4b bzw. 4c beanspruchen. Setzen wir einen Hook eschen Werkstoff voraus und bezeichnen wir den Elastizitätsmodul mit E, den Schubmodul mit G, das kleinere der beiden Hauptträgheitsmomente des Stabquerschnitts mit J_{min} , den Drillungswiderstand³³) des Stabquerschnitts mit J_D , die seitliche Biegesteifigkeit mit $B = E J_{min}$, die Drillungssteifigkeit mit $C = G J_D$ und den Wölbwiderstand des Stabquerschnitts mit C^* , dann nehmen die elastostatischen Grundbeziehungen, die den funktionalen Zusammenhang zwischen y, y_1 , g, g_1 und M, M_1 , M_D , M_{D1} herstellen, die folgende

(4)
$$\begin{pmatrix} M = -B \cdot \frac{d^2 y}{dx^2}, & M_1 = -B_1 \cdot \frac{d^2 y_1}{dx_1^2} \\ M_D = C \cdot \frac{d \varphi}{dx} - EC^* \cdot \frac{d^3 \varphi}{dx^3} \\ M_{D1} = C_1 \cdot \frac{d \varphi_1}{dx} - EC_1^* \cdot \frac{d^3 \varphi_1}{dx_2^3}. \end{cases}$$

Bei doppelt-symmetrischen I-Stäben mit den theoretischen Querschnittshöhen h, h_1 darf hier, wie im II. Abschnitt erwähnt worden ist, $EC^* = \frac{Bh^2}{4}$ und $EC_1^* = \frac{B_1 h_1^2}{4}$ gesetzt werden.

Zur Festlegung der Schnittgrößen M, M_L , M_D und M_{D1} denken wir uns den Rahmen im unendlich wenig ausgekippten Gleichgewichtszustand an den Stellen x, x_1 durchschnitten und die vier Gleichgewichtsbedingungen aufgestellt, die eine Verdrehung der abgeschnittenen Stabteile um die "Minimumachse" des Stabquerschnitts und um die örtliche Achsentangente ausschließen. Unter Zuhilfenahme von Bild 5a u. 5b gelangen wir so zu den beiden Gleichungspaaren

³³) Über die Bestimmung dieser Größe bei Walzquerschnitten vgl. A. Föppl, Z.d. Vdl, 61, 1917, S. 694, und Sitzungsber. Bayer. Akad. d. Wiss. 1921, S. 295; H. Engelmann, Z. ang. Math. 9, 1929, S. 386; C. Weber, Fußnote 22; C. Schmieden, Z. ang. Math. 10, 1930, S. 251; Th. Pöschl, Elementare Festigkeitslehre, Berlin 1936, S. 136; F. Bleich, Stahlhochbauten, 1. Bd., Berlin 1932, S. 104. Über die Festlegung dieser Größe bei Kastenquerschnitten vgl. H. Hertel, Fußnote 29, und W. Hovgaard, Journ. Appl. Mech. 4, 1937, S. 131.

5)
$$\begin{cases} M = M^* + Wx + \gamma P_k y + P_k \varphi x \\ M_D = M^{**} - P_k y + P_k x \cdot \frac{dy}{dx}, \\ M_1 = M_1^* + W_1 x_1 + P_k y_1 + \gamma P_k \varphi_1 x_1 \\ M_{D1} = M_1^{**} - \gamma P_k y_1 + \gamma P_k x_1 \cdot \frac{dy_1}{dx_1}, \end{cases}$$

die nach Einführung von Gl. (3) u. (4) — wenn wir die Ableitungen von $y, y_1, \varphi, \varphi_1$ in üblicher Weise durch Striche kennzeichnen — in der Form

(7)
$$\begin{cases} B y'' + \gamma P_k y + P_k \varphi x + W x + M^* = 0 \\ C \varphi' - E C^* \varphi''' - P_k (x y' - y) - M^{**} = 0, \\ \end{cases}$$
(8)
$$\begin{cases} B_1 y_1'' + P_k y_1 + \gamma P_k \varphi_1 x_1 + W \left(\frac{l}{\gamma} - x_1\right) - M^{**} = 0 \\ C_1 \varphi_1' - E C_1^* \varphi_1''' - \gamma P_k (x_1 y_1' - y_1) + W l + M^* = 0 \end{cases}$$

geschrieben werden können. Die allgemeinen Lösungen, die diese beiden Differentialgleichungspaare besitzen, enthalten insgesamt zehn Integrationskonstante, zu deren Bestimmung zehn Randbedingungsgleichungen aufgestellt werden müssen. Sechs von diesen zehn Randbedingungen beziehen sich auf die Gesamtquerschnitte der beiden Stäbe und lauten

$$\begin{cases} x = 0, \quad y = y' = q = 0\\ x_1 = 0, \quad y_1 = y_1' = q_1 = 0 \end{cases}$$

während die restlichen vier auf das Verhalten der Flanschen Bezug nehmen und mit Rücksicht auf die im Eckpunkt des Rahmens zugelassene Idealisierung durch die Forderungen

(10)
$$\begin{cases} x = 0, \ q' = 0; \ x_1 = 0, \ q_1' = 0 \\ x = l, \ q'' = 0; \ x_1 = l_1, \ q_1'' = 0 \end{cases}$$

festgelegt werden können. Diese GI. (10) bringen zum Ausdruck, daß die bei der Verdrillung der Stäbe angestrebte Verwölbung der Querschnittsebenen an den Stellen x = 0 und $x_1 = 0$ ausgeschlossen, hingegen an den Stellen x = l und $x_1 = l_1$ ungehindert möglich ist. Beachten wir, daß sich die seitliche Ausbiegung der Flanschachsen von der seitlichen Ausbiegung y der Stabachse um den Betrag $\varDelta y = \pm \frac{h}{2} \cdot \varphi$ unterscheidet, dann können wir die GI. (10) auch als Bedingungen dafür deuten, daß die Flanschachsen an den Stellen x = 0, $x_1 = 0$ die gleiche örtliche Tangentenneigung und an den Stellen x = l, $x_1 = l_1$ die gleiche örtliche Krümmung wie die Stabachse aufweisen.



Führen wir die allgemeinen Lösungen von Gl. (7) u. (8) in die Randbedingungen (9) u. (10) ein und berechnen wir aus diesen zehn Randbedingungen die zehn Integrationskonstanten, dann werden für y, y_1 , φ und φ_1 Ausdrücke erhalten, die nur mehr W, M^* und M^{**} als Unbekannte enthalten. Um diese drei unbekannten Lagerreaktionen berechnen zu können, stellen wir drei weitere Bedingungsgleichungen auf, die die Stetigkeit der Deformation im Bereich der idealisierten Rahmenecke sicherstellen und mit Bezug auf Bild 3b folgendermaßen lauten:

(11)
$$\begin{cases} y_1 |_{x_1=l_1} - y| |_{x=l} = 0 \\ y_1' |_{x_1=l_1} + \varphi| |_{x=l} = 0 \\ g_1 |_{x_1=l_1} + y' |_{x=l} = 0. \end{cases}$$

Setzen wir unsere Ausdrücke für y, y_1 , φ und φ_1 in diese drei Übergangsbedingungen ein, dann crhalten wir drei in W, M^* und M^{**} lineare, homogene Gleichungen, die mit einer von der trivialen Nullösung $(W = M^* = M^{**} = 0)$ verschiedenen Lösung nur dann verträglich sind, wenn ihre Koeffizientendeterminante \varDelta verschwindet.

Die Kippbedingung $\mathcal{J} = 0$, die wir auf diese Weise gewonnen haben, enthält außer $\gamma \equiv \frac{l}{l_1}$ und den aus *B*, *B*₁, *C*, *C*₁, *E C*^{*}, *E C*₁^{*}, *l*² und γ^2 gebildeten Steifigkeitsverhältnissen nur noch die Verhältniszahl

$$k = \frac{P_k l^2}{B}$$



(19)

die wir als "Kippwert" bezeichnen wollen. Ist $l, \gamma, B, B_1, C, C_1, EC$ " und EC_1 " gegeben, dann kann k aus der Kippbedingung berechnet und die Kipplast

(13)
$$R_{k} = P_{k} \sqrt[3]{1+\gamma^{2}} = \frac{k E J_{\min}}{l^{2}} \sqrt[3]{1+\gamma^{2}}$$

berechnet werden. Die Gleichung $\Delta = 0$ besitzt im allgemeinen sowohl positive als auch negative Wurzeln k, so daß das Auskippen des untersuchten Zweistabrahmens nicht nur durch Doppeldruckkräfte (Bild 1a), sondern auch durch Doppelzugkräfte (Bild 1 b) ausgelöst werden kann.

IV. Die Theorie der Kippung des symmetrisch gebauten Zweistabrahmens.

lst der untersuchte Zweistabrahmen symmetrisch gebaut, so daß die Beziehungen

(14) $\gamma = 1, B_1 = B, C_1 = C, C_1^* = C^*, R = P \sqrt{2}$

In Geltung stehen (Bild 6a), dann lassen sich die Kippfiguren in zwei Gruppen unterteilen, die durch die Symmetrie bzw. die Antimetrie des Kurvenverlaufs gekennzeichnet sind. Beim "symmetrischen" Auskippen wird der Steg der beiden I-Stäbe an der tiefsten Kippgrenze des Rahmens nach Bild 7a, beim "antimetrischen" Auskippen hingegen nach Bild 7b verformt; im ersten Fall erfährt der Rahmeneckpunkt eine seitliche Verschiebung, im zweiten bleibt er in Ruhe.



Würde die Drillungssteifigkeit C — was praktisch nicht vorkommen kann — bei festgehaltenem $B = E J_{\min}$ unbeschränkt anwachsen, dann würde die Kippfigur Bild 7a in die drillungsfreie Figur Bild 7c und die Kippfigur Bild 7b in die drillungsfreie Figur Bild 7d übergehen; die Kipplasten würden hierbei, wie unmittelbar einzusehen ist, die Eulerschen Werte $P_k = \frac{\pi^2 E J_{\min}}{l^2}$ bzw. $P_k = \frac{4 \pi^2 E J_{\min}}{l^2}$ annehmen. Lassen wir an Stelle der Belastung Bild 6a die Belastung Bild 6b auf den untersuchten Zweistabrahmen einwirken, dann liegt — da die vorkritischen Gleichgewichtszustände momentenfrei sind — kein Kippproblem, sondern ein "räumliches Knickproblem" vor. Dieses Knickproblem ist unter der Voraussetzung, daß $C^* = 0$ ist und daß die Kräfte P ihre Richtung während des Ausknickens unverändert beibehalten, von Bleich³⁴) gelöst worden und führt im Grenzfall $B/C \rightarrow 0$, wie unmittelbar einzusehen ist, auf die gleichen Werte P_k wie unser Kippproblem.

A. Symmetrisches Auskippen.

Mit Bezug auf Bild 7a u. 3c gilt hier

(15) $W_1 = W = 0$, $M_1^* = M^*$, $M_1^{**} = M^{**}$, $y_1 = y$, $\varphi_1 = \varphi$, so daß die Gleichgewichtsbedingungen(3) und die Übergangsbedingungen(11) befriedigt sind, wenn wir die Gleichungen

(16)
$$M^* = -M^*$$

(17)
$$y'|_{x=l} + g|_{x=l} = 0$$

erfüllen. Die beiden Differentialgleichungspaare (7) u. (8) nehmen nach Einführung von Gl. (14), (15) u. (16) übereinstimmend die Form

(18)
$$\begin{cases} By'' + P_k y + P_k x \varphi + M^* = 0\\ C\varphi' - EC^* \varphi''' - P_k (xy' - y) + M^* = 0 \end{cases}$$

an und besitzen eine allgemeine Lösung, die insgesamt fünf Integrationskonstante enthält. Nach Ermittlung dieser Integrationskonstanten aus

³⁴) F. u. H. Bleich, Z. d. OeIAV 80, 1928, S. 345.

den fünf Randbedingungsgleichungen, die aus Gl. (9) u. (10) gewonnen werden und nach Berücksichtigung von Gl. (14) u. (15)

$$\int_{x=0}^{x=0} y = y' = \varphi = \varphi' = 0$$

lauten, tritt in den Lösungsansätzen für y und φ nur mehr eine einzige Unbekannte — das Einspannungsmoment M^* — auf. Zur Bestimmung dieser Unbekannten steht die Übergangsbedingung (17) zur Verfügung, die nach Einführung der beiden Lösungsansätze die Form $M^* \cdot \varDelta = 0$ annimmt und mit einer von der trivialen Nullösung ($M^* = 0$) verschiedenen Lösung nur dann verträglich ist, wenn der Ausdruck \varDelta verschwindet. Die auf diese Weise gewonnene Kippbedingung $\varDelta = 0$ enthält außer den gegebenen, von den Größen B, C, EC^* und l^2 gebildeten Steifigkeitsverhältnissen nur die Verhältniszahl $k = \frac{P_k l^2}{B}$, die als "Kippwert" be-

zeichnet worden ist und die kritische Rahmenbelastung

(20)
$$R_k = P_k \sqrt[3]{2} = \frac{k E J_{\min}}{l^2} k$$

festlegt. Die Gleichung $\Delta = 0$ besitzt sowohl positive als auch negative Wurzeln k, so daß das "symmetrische" Auskippen des untersuchten, symmetrisch gebauten Zweistabrahmens sowohl unter einer Druckbelastung als auch unter einer Zugbelastung ausgelöst werden kann. Wird der Rahmen auf Druck beansprucht und ist die Rahmenecke seitlich frei verschieblich, dann wird die für die Bemessung maßgebende kleinste Kipplast durch die kleinste positive Wurzel dieser Gleichung bestimmt.

B. Antimetrisches Auskippen.

(21) $M_1^* = -M^*$, $M_1^{**} = -M^{**}$, $y_1 = -y$, $\varphi_1 = -\varphi$, so daß die Gleichgewichtsbedingungen (3) und die Übergangsbedingungen (11) befriedigt sind, wenn wir die Gleichung

(22)
$$M^* = M^{**} - W$$

un

(25)

(26)

$$\begin{cases} y \\ x = l \end{cases} =$$

 $|y'|_{x=l} - \varphi|_{x=l} = 0$ erfüllen. Die Differentialgleichungspaare (7) u. (8) nehmen nach Einführung von Gl. (14), (21) u. (22) übereinstimmend die Form

0

(24)
$$\begin{cases} B y'' + P_k y + P_k x \varphi + M^{**} - W(l-x) = 0\\ C \varphi' - E C^* \varphi''' - P_k (x y' - y) - M^{**} = 0 \end{cases}$$

an und besitzen eine allgemeine Lösung, die insgesamt fünf Integrationskonstante enthält. Berechnen wir diese Integrationskonstanten aus den fünf Randbedingungsgleichungen, die aus GI. (9) u. (10) gewonnen werden und nach Beachtung von GI. (14) u. (21)

 $\varphi' = 0$

$$\begin{cases} x = 0, \ y = y' = \varphi = \\ x = l, \ \varphi'' = 0 \end{cases}$$

lauten, dann treten in den Lösungsansätzen für y und φ nur mehr die beiden Lagerreaktionen M^{**} und W als Unbekannte auf. Zur Bestimmung dieser beiden Unbekannten stehen die beiden Übergangsbedingungen (23) zur Verfügung, die nach Einführung der beiden Lösungsansätze in zwei lineare, homogene Gleichungen für M^{**} und Wl übergehen und mit einer von der trivialen Nullösung ($M^{**} = Wl = 0$) verschiedenen Lösung nur dann verträglich sind, wenn ihre Koeffizientendeterminante \varDelta verschwindet. Die auf diese Weise gewonnene Kippbedingung $\varDelta = 0$ enthält außer den von den Größen *B*, *C*, *E* C^* und l^2 gebildeten Steifigkeits-

verhältnissen nur die Verhältniszahl $k = \frac{P_k l^2}{B}$, die als "Kippwert" bezeichnet worden ist und die kritische Rahmenbelastung

$$R_k = P_k \sqrt{2} = \frac{k E J_{\min}}{l_2} \sqrt{2}$$

festlegt. Die Gleichung $\Delta = 0$ besitzt sowohl positive als auch negative Wurzeln k, so daß auch das "antimetrische" Auskippen des untersuchten, symmetrisch gebauten Zweistabrahmens sowohl unter einer Druckbelastung als auch unter einer Zugbelastung ausgelöst werden kann. Die kleinste positive Wurzel ist hier nur dann von baupraktischer Bedeutung, wenn der Rahmen auf Druck beansprucht wird und die Rahmenecke eine seitliche Festhaltung erfährt.

V. Der Sonderfall $C^* = 0$; Lösung mit Hilfe von Potenzreihen.

Wie wir schon im II. Abschnitt geschildert haben, wird die Verdrillung prismatischer Stäbe in allen Fällen, in denen die Verwölbung der Querschnittsebenen vom Orte x abhängt, von zusätzlichen Normalspannungen begleitet. In der elastostatischen Grundbeziehung $M_D = f(\varphi)$, die den funktionalen Zusammenhang zwischen dem Drillmoment und dem Drillwinkel festlegt, kommt dann ein Zusatzglied zur Geltung, das jedoch bei Stäben, die einen schmalen, flanschlosen Querschnitt besitzen und deren Länge im Vergleich zur Querschnittshöhe groß ist, in erster Annäherung vernachlässigt werden darf. Lassen wir diese Vernachlässigung zu, dann haben wir in den Differentialgleichungen (7) u. (8) $C^* = C_1^* = 0$

2

Chwalla, Über das Auskippen zweistäbiger Rahmen

zu setzen und die Randbedingungsgleichungen (10), die sich auf die Querschnittsverwölbung und damit auch auf die Linienführung der oberen und unteren Randfasern des Stabes beziehen, zu streichen. Die nach dieser vereinfachten Theorie ermittelten Kipplasten stellen untere Grenzwerte vor, die jedoch bei Rahmen mit schmalen, flanschlosen Querschnitten und verhältnismäßig langen Stäben nur wenig kleiner als die genauen Werte sind.

Wir wollen uns im weiteren auf den Fall der "symmetrischen" Auskippung (Bild 7a) eines symmetrisch gebauten Zweistabrahmens beziehen und haben demgemäß im Gleichungspaar (18) $C^* = 0$ zu setzen und die beiden letzten der fünf Randbedingungsgleichungen (19) zu streichen; wir gelangen so zu dem Differentialgleichungspaar

(27)
$$\begin{cases} B y'' + P_k y + P_k x \varphi + M^* = 0\\ C \varphi' - P_k (x y' - y) + M^* = 0, \end{cases}$$

das unter Beachtung der Randbedingungen

(28) x = 0, y = y' = q = 0und der unter (17) angeführten Übergangsbedingung (29) $y'|_{x=l} + q |_{x=l} = 0$

integriert werden muß.

Die Lösung dieses Eigenwertproblems möge, wie es naheliegend er-scheint, mit Hilfe von Potenzreihen durchgeführt werden 35). Wir setzen (30) $y = a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + \dots$

berechnen die Entwicklungen für x y' und y'' und führen diese Entwicklungen in die Gl. (27) ein; die zweite Zeile dieses Gleichungspaares liefert dann

(31)
$$\varphi' = -\frac{M^*}{C} + \frac{P_k}{C} (a_2 x^2 + 2 a_3 x^3 + 3 a_4 x^4 + \dots)$$

and damit auch

(32)
$$q = -\frac{M^*}{C} \cdot x + \frac{P_k}{C} \left(\frac{1}{3} \cdot a_2 x^3 + \frac{2}{4} \cdot a_3 x^4 + \frac{3}{5} \cdot a_4 x^5 + \ldots \right).$$

Dle Erfüllung der drei Randbedingungen (28) konnte hierbei unmittelbar durch Nullsetzung der Beiwerte a_0 und a_1 in Gl. (30) und der Integrationskonstanten in G1. (32) sichergestellt werden 36).

Wir setzen nun die Gl. (32) in die erste Zeile des Gleichungspaares (27) ein, ordnen die linke Gleichungsseite nach Potenzen von x und gelangen nach der Methode des Koeffizientenvergleiches (Nullsetzung der einzelnen Koeffizienten) zu den Bestimmungsgleichungen für die Bei-Diese Bestimmungsgleichungen liefern für die werte $a_{2}, a_{3}, a_{4}, \ldots$ Beiwerte mit ungeradem Zeiger $a_3 = a_5 = a_7 = \ldots = 0$; wir hätten somit schon im Ansatz (30) die Glieder mit ungeraden Potenzen streichen können. Nach Einführung der für die Beiwerte gewonnenen Beziehungen tritt in den Lösungsansätzen (30) u. (32) nur mehr M⁴ als Unbekannte auf, zu deren Festlegung die Übergangsbedingung (29) dient, die nach Berücksichtigung von Gl. (30) u. (32) die Form

$$(33) \qquad \qquad -\frac{M^* l}{B} \cdot J = 0$$

annimmt und mit einer von der trivialen Nullösung ($M^* = 0$) verschiedenen Lösung nur dann verträglich ist, wenn der Ausdruck \mathcal{I} verschwindet; die Gleichung $\mathcal{I} = 0$ stellt daher die gesuchte Kippbedingung vor. Im Ausdruck *J* kommt eine von der Steifigkeit der Stäbe unabhängige

Potenzreihe vor, die als Reihenentwicklung der Funktion
$$\frac{\sin \sqrt{k}}{\sqrt{k}}$$
 erkannt

erhalten dann für die Kippbedingung in ausgeschriebener Form:

$$\begin{cases} \frac{\sin \sqrt{k}}{\sqrt{k}} + \frac{B}{C} \left[1 - \frac{1}{6} \cdot k - 0.416667 \cdot 10^{-1} k^2 + 0.496032 \cdot 10^{-2} k^3 - 0.184634 \cdot 10^{-3} k^4 + 0.348224 \cdot 10^{-5} k^5 - 0.399870 \cdot 10^{-7} k^6 + 0.309710 \cdot 10^{-9} k^7 + \ldots \right] + \frac{B^2}{C^2} \left[-\frac{1}{20} \cdot k^2 + 0.515873 \cdot 10^{-2} k^3 + 0.507055 \cdot 10^{-3} k^4 - 0.497034 \cdot 10^{-4} k^5 + 0.150216 \cdot 10^{-5} k^6 - 0.237353 \cdot 10^{-7} k^7 + \ldots \right] + \frac{B^3}{C^3} \left[0.694444 \cdot 10^{-3} k^4 - 0.532107 \cdot 10^{-4} k^5 - 0.290926 \cdot 10^{-5} k^6 + 0.250536 \cdot 10^{-6} k^7 + \ldots \right] + \frac{B^4}{C^4} \left[-0.445157 \cdot 10^{-5} k^6 + 0.274582 \cdot 10^{-6} k^7 + \ldots \right] + \ldots = 0. \end{cases}$$

33) Der Verf. dankt den Herren Dr. A. Novak und F. Jokisch auch an dieser Stelle für ihre wertvolle Mitarbeit.

³⁶) Ware $C^* \neq 0$, dann hätten wir an Stelle von Gl. (30) den Ansatz $y = -\frac{M^*}{2B} \cdot x^2 + \frac{M^*P}{24B^2} \cdot x^4 + a_5 x^5 + a_6 x^6 + \dots$ in die Rechnung einzuführen; dieser Ansatz, der nach Zuhilfenahme der ersten Zeile des Gleichungspaares (27) unmittelbar zum Lösungsansatz für φ führt, ent-spricht schon den ersten vier von den hier in Geltung stehenden Rand-bedingungsgleichungen (19).

Ist die Verhältniszahl
$$B/C \equiv E J_{\min}/G J_D$$
 gegeben, dann kann aus der Gl. (34)
der kleinste positive Kippwert $k = \frac{P_k l^2}{B}$ ermittelt und die für die Be-
messung des gedrückten Rahmens maßgebende Kipplast

(35)
$$R_k = P_k \sqrt[3]{2} = \frac{k E J_{\min}}{l^2} \sqrt[3]{2}$$

festgelegt werden. Ist an Stelle von B/C die Verhältniszahl k bekannt, dann läßt sich aus der Gl. (34) jenes kleinste Steifigkeitsverhältnis B/C berechnen, das der Zweistabrahmen aufweisen muß, wenn er seine Kipp-

stabilität unter der bekannten Last $R_k = \frac{k E J_{\min}}{l^2} \sqrt{2}$ einbüßen soll.

Um die Konvergenz der gewonnenen Lösung zu überprüfen, wollen wir B/C = 0.2 setzen und für dieses angenommene Steifigkeitsverhältnis jene kleinsten positiven Kippwerte $k^{(n)}$ aufsuchen, die aus der Gl. (34) erhalten werden, wenn wir bei der Auflösung dieser Kippbedingung der Reihe



nach alle Potenzen von k mit Einschluß der n-ten Potenz in Rücksicht ziehen. Für n = 1, 2, 3, 4, 5, 6 und 7 ergibt sich auf diese Weise $k_{(n)} = 8,433, 5,536, 7,868, 7,280, 6,963, 6,985$ und 6,995. Der Ablauf dieser Zahlenfolge, der in Bild 8 dargestellt wurde, läßt mit ausreichender Wahrscheinlichkeit den Schluß zu, daß die Lösung konvergiert und daß der gefundene Kippwert $k_{(n=7)} = 6,995$ nur un-bedeutend vom exakten Lösungswert unterschieden ist.

Im Fall B/C = 1,0 gelangen wir in gleicher Weise zum Kippwert $k^{(n=7)}$ 4,283 und im Fall B/C = 10,0 zum Kippwert $k^{(n=7)} = 1,613$. Würde die Drillungssteifigkeit C bei festgehaltenem B unbeschränkt anwachsen, dann würde die Kippbedingung (34) in die einfache Bedingung

$$\frac{\sin \sqrt{k}}{\sqrt{k}} = 0$$

(36)

übergehen und min $k = \pi^2$, also $P_k = \frac{\pi^2 E J_{\min}}{l^2}$ ergeben; dieser Grenzfall ist im IV. Abschnitt (Bild 7c) schon besprochen worden.

Um die Existenz negativer Kippwerte nachzuweisen, führen wir k = -1,0 und hierauf k = -10,0 in die Kippbedingung (34) ein und berechnen die zugeordneten Werte des kleinsten kritischen Steiligkeitsverhältnisses B/C. Wir erhalten B/C = 32,76 bzw. B/C = 0,533 und dürfen daher feststellen, daß ein symmetrisch gebauter, flanschloser Zweistabrahmen, dessen Stäbe diese Steifigkeitsverhältnisse aufweisen, nach einer symmetrischen Figur auszukippen beginnt, wenn die Belastung aus einer Doppelzugkraft der Größe

$$R_k = \frac{E J_{\min}}{l^2} \sqrt{2}$$
 bzw. $R_k = \frac{10 E J_{\min}}{l^2} \sqrt{2}$ besteht.

Das Kippproblem des symmetrisch gebauten, flanschlosen Zweistabrahmens wurde schon von Hencky 37) unter Zuhilfenahme der von ihm entwickelten Methode der "elastischen Gelenkkette" 38) einer Näherungslösung zugeführt. Berichtigen wir die von Hencky auf S. 447 der zitlerten Abhandlung angegebene Kippbedingung, indem wir im Zähler des Koeffizienten von x^3 an Stelle von $(1 - 88 \lambda - 12 \lambda^2)$ den richtigen Ausdruck $(1 - 40 \lambda - 60 \lambda^2)$ setzen, dann erhalten wir im Fall der "symmetrischen" Auskippung für B/C = 0, 0,2, 1,0 und 10,0 der Reihe nach die Kippwerte k = 9,000, 6,705, 4,309 und 1,609; der erste dieser Werte ist um 8,8% kleiner, der zweite um 4,1% kleiner, der dritte um 0,6% größer und der vierte um 0,2% kleiner als der von uns gefundene Kippwert. Berücksichtigen wir, daß Hencky seiner Näherungsuntersuchung eine bloß dreigliedrige Gelenkkette zugrunde gelegt hat, dann müssen wir diese Übereinstimmung als eine überraschend gute bezeichnen. Die Verwendung von Potenzreihen zur Lösung der simultanen Diffe-

rentialgleichungen, die sich bei der Untersuchung unseres Kippproblems ergaben, führt nur im Fall der "symmetrischen" Auskippung — und auch da nur bei nicht allzugroßen Werten B/C — zu theoretisch ausreichend genauen Ergebnissen. Wollten wir in gleicher Weise auch den Fall der antimetrischen" Auskippung (der bei einer seitlichen Festhaltung der Rahmenecke der praktisch maßgebende ist) der Lösung zuführen, dann

37) H. Hencky, Eisenbau 11, 1920, S. 446; die von Hencky in die Rechnung eingeführten Hilfsgrößen λ , x und k bedeuten in unserer Schreibweise der Reihe nach B/C, $P_k l^2/9 B$ und $R_k l^2/B$.

²⁸) Vgl. diesbezüglich auch K. Karas, Festschrift der Deutschen Techn. Hochschule in Brünn, 1924, und Mittlgn. Hauptver. Deutsch. Ing. Tschechoslowak. Rep. 1924, S. 225, sowie auch A. u. L. Föppl, Drang u. Zwang, 2. Bd., 2. Aufl., S. 352.

müßten wir - um einigermaßen scharfe Näherungswerte für die Kipplasten zu erzielen - schon bei Rahmen mit sehr kleinen Stelfigkeitsverhältnissen B/C derart viel Glieder im Ansatz (30) in Rücksicht ziehen, daß die Lösung an der Größe des Arbeitsaufwandes scheitert.

Ein vom mathematischen Standpunkt wesentlich leistungsfähigeres und eleganteres Verfahren zur Lösung des Kippproblems flanschloser Zweistabrahmen mit beliebigen Abmessungen läßt sich unter Zuhilfenahme der Whittakerschen $M_{k,m}$ -Funktionen entwickeln³⁹). Verwandeln wir die beiden simultanen Differentialgleichungen, die wir zur Festlegung

³⁹) E. T. Whittaker and G. N. Watson, Modern Analysis, Cambridge 1927; eine Anwendung der Whittakerschen $M_{k,m}$ -Funktion bei der Lösung eines Spannungsproblems der Plattenstatik findet sich bei R. Gran Olsson, Ingenieur-Archiv 8, 1937, S. 83 u. 99, und eine An-wendung bei der Bestimmung der Eigenfrequenzen inhomogener Saiten bei A. Erdélyi, Sitzungsber. Akad. d. Wiss. in Wien, IIa, 146, 1937, S. 589.

von y und q gewonnen haben, durch Elimination der Größe q in eine Differentialgleichung dritter Ordnung für y und reduzieren wir diese Differentialgleichung durch Einführung eines bekannten partikulären Integrals zu einer Differentialgleichung zweiter Ordnung, dann gelangen wir nach Durchführung geeigneter Transformationen zu einer Whittakerschen

PkE Differentialgleichung, deren Lösung bei kleinen Argumentwerten VBC

 $P_k l^2$ mit Hilfe von Reihenentwicklungen und bei großen Argumentwerten VBC

mit Hilfe der in den letzten Jahren bekanntgewordenen asymptotischen Entwicklungen möglich ist. Über die Durchführung dieses Lösungsverfahrens soll an anderer Stelle berichtet werden 40).

⁴⁰) E. Chwalla u. F. Schoblik, Beitrag zum 5. Intern. Kongreß f. techn. Mechanik, Cambridge, Mass., 1938.

tive Anregungen. Keiner der ein-

gereichten Entwürfe aber konnte Bau-

leitung und entwerfende Architekten

restlos befriedigen, so daß schließ-lich bauseits die Forderung gestellt

wurde: Tragkonstruktion im Ober-

licht und möglichst wenig Stützen

in den Trennwänden zwischen Mittel-

Alle Rechte vorbehalten.

Neubau der Großgarage des Hilfszuges Bayern. Von Dipl.-Ing. Walter Marx, München.

In München an der Tegernseer Landstraße entsteht gegenüber den neuen Bauten der Reichszeugmeisterei und des Heimatbahnhofes des Reichsautozuges Deutschland der

Heimatbahnhof des Hilfszuges Bayern. Besonders vordringlich war der Neubau der großen Kraftwagen-Diese war ursprünglich als halle. Doppelhalle geplant von zweimal 25 m Breite und 120 m Länge, verbunden durch einen überdeckten Hof von 50 m Breite. Doch schon die ersten Entwürfe der zum Wettbewerb aufgeforderten Stahlbauanstalten zeigten, daß gerade dieser überdeckte Hof als Mittelhalle das Beherrschende des neuen Bauwerks sein würde. Einen solchen Entwurf zeigt Bild 1. Er sieht als Längsteilung neun Felder von etwa je 13,5 m Binderentfernung vor. Die trennenden Wände zwischen Hauptund Seltenhallen sind durch Lichtbänder über den Toren gebildet, um den Seitenhallen aus der Mittelhalle her zusätzlich Licht zu verschaffen. Genietete oder geschweißte Zweigelenkbogenbinder tragen vermittels

Blechträgerpfetten und Profilträgersparren die aufgelegte Dachhaut. Zwischen den Bindern sind

Raupenoberlichtaufsätze mit Staubdecken angeordnet.

Diese Gesamtanordnung hätte große Bauhöhe und großen umbauten Raum ergeben, der auch recht erheblich bei den Wärmemengen eine Rolle gespielt haben würde, die durch das Fernheizwerk aufgebracht werden müssen, das sowohl die Reichszeug-

meisterei als auch beide Heimatbahnhöfe versorgt. Als Bauherrin zeigte die Reichsleitung der NSDAP. durch den Herrn Reichsschatzmeister Schwarz besonderes Interesse an dem Bau. Dieser ließ sich alle Entwürfe vorlegen und gab selbst konstruk- Bild 2. Querschnitt.

11500



Marx, Neubau der Großgarage des Hilfszuges Bayern

DER STAHLBAU Beilage zur Zeitschrift "Die Bautechnik"



einteilung (Bild 3) zur Ausführungsgenehmigung vorlegen, die auch erteilt wurde.

Die Binder sind Stahlfachwerkträger mit 50 m Spannweite, die nach den Seitenhallen zu mit 12,5 m überkragen. Breitflanschträger von ebenfalls 12,5 m Spannweite sind als Schleppträgerbinder an den Kragarmen der Stahlfachwerkbinder eingehängt. Die Binderentfernung beträgt nunmehr 12 m, die gerade noch durch Trägerpfetten überspannt werden konnte. Sparren kamen in Fortfall.

Etwa 4 m hohe genietete Vollwandunterzüge von 24 m Spannweite bilden die Trennwände zwischen den Hallen, so daß bei geöffneten Mitteltoren in der Gesamthalle von 100 m Breite und 120 m Länge, also in einer Fläche von 12 000 m², nur acht Stützen stehen.

Die Längsaußenwände der Seitenhallen sind auch als Torwände mit darüberliegenden Lichtbändern ausgebildet mit einer Stützenentfernung von 12 m. Auch die Giebelwände der Mittelhalle sind Torwände mit Öffnungen von je etwa 16 m und darüberliegender Glaswand.

Vier Anbauten von je 12,7 m Länge und 25 m Breite sind vor die Seitenhallen vorgebaut und als Stahlskelettbauten mit Keller-, Erd- und Obergeschoß ausgeführt und dienen als Büroräume, Lager u. dgl. Kellerdecke und Kellerstützen sollten ursprünglich in Elsenbetonbauweise erstellt werden, doch mußten nicht nur die Trägerlage in Stahl ausgeführt, sondern auch die Kellerpfeiler als Stahlbreitflanschträgerstützen ausgebildet werden. Diese Anbauten sind für sich standsicher und durch Trennfugen vom Hallenbau getrennt.

Die Längsaussteifung der Halle geschieht durch portalartige Versteifung der großen Vollwandunterzüge mit den Mittelstützen. Torführungsträger übertragen die Windlasten zu den Glebelwandstützen, die ihrerseits die Lasten teils zum Fundament, teils zur Dachhaut übertragen. Dort übernehmen die Pfetten die Kräfte und leiten sie zu einem Windträger, der über der Staubdecke am ersten Binder eingebaut ist und ebenso wie jener als Stahlfachwerkträger auf zwei Stützen mit 50 m Spannweite zwei Kragarme von je 12,5 m erhielt. Ein entsprechender Verband mit gekreuzten Streben liegt in der Staubdecke des Mittelbinders, da infolge der großen Hallenlänge und aus Symmetriegründen zwei Dehnungsfugen ausgebildet werden mußten, und zwar konstruktionsgerecht sowohl in der Dachhaut, als auch in den Pfetten und den Vollwandträgerunterzügen.

Die Querausstelfung geschieht durch die im Fundament eingespannten Stützen beider Längsaußenwände. Eine Querdehnungsmöglichkeit besteht in nur einer Seitenhalle am Gelenk der Einhängung des Schleppträgerbinders im Hauptfachwerkbinder, das als längsbewegliches Gelenk ausgebildet wurde. Eine Doppeldehnungsfuge konnte nicht angeordnet werden, da die beiden Vollwandträgerunterzüge mit ihren Stützen für die Querrichtung nur als bewegliche Auflagerung ordnungsgemäß ausgebildet werden konnten.

Die Dachhaut besteht aus 7 cm dicken Bimsbetonplatten von je 2,5 m Spannweite, mit unterseitiger Feinschicht geschlämmt, Fugenkanten abgefast. Darüber ist schon in der Werkstatt eine Dämmschicht aus Kork mit eingelegten Holzdübeln aufgebracht für die Befestigung der Außenhaut aus verzinktem Eisenblech.

Den Schleppträgerbinder mit Langlochgelenk zeigt Bild 4. Die Bewegungsmöglichkeit der Bimsbetonplatten ist durch Dachpappestreifen ermöglicht, die auf die Pfette aufgelegt wurden. Gezeigt wird ein Binder an der Stelle, wo eine Zwischenwand angeordnet werden mußte; die Stiele dieser Stahlfachwerkwand sind mit Langlöchern am Binderträger befestigt, um unbeabsichtigte Absetzungen desselben auf die Stiele zu verhindern. Gezeigt ist ferner die gelenkige Auflagerung auf die eingespannte Außenstütze und der Querschnitt durch die obere Längswandausbildung, die als doppelwandiger Biechträger über 12 m Spannweite nicht nur Dachlasten, sondern auch Wand- und Torlasten aufnimmt, gleichzeitig waagerecht als oberer Windträger wirkt. Der Führungsträger über den Toren dient für senkrechte Lasten als Zwischenträger und als unterer Windträger. Der gezeigte größere Träger in 750 mm Abstand von Außenachse dient nur an vier Stellen der Halle zur Laufkatzbahnträgeraufnahme.

Abschnitte des Hauptbinders werden in Bild 5 u. 6 gezeigt. Die Bindergurte bestehen einheitlich aus Winkeln $100 \cdot 150 \cdot 12$, die nur teilweise mit Lamellen in verschiedenen Dicken, aber von durchweg 300 mm Breite verstärkt wurden. Das Außenfeld des Kragträgeruntergurtes ist durch ein Stegblech verstärkt, um das Moment aufzunehmen, das aus der außermittigen Lage der Nebenbindereinhängung entstand. Die Auflagerung auf dem Vollwandträgerunterzug bzw. den Mittelstützen geschieht durch Stahlgußlager mit gewölbten Oberflächen, um in jeder Lage der Binder mittige Belastung zu erhalten. Das Bindersystem ist genauestens auf Durchbiegung durchgerechnet und in der Weise überhöht worden, daß Eigengewicht und halbe Schneelast die Überhöhung ausgleichen. Einen Querschnitt mit Einzelheiten des Glasdaches zeigt Bild 7. Stahlbautechnisch interessant ist die Ausbildung der Vollwandträgerunterzüge von 24 m Spannweite mit der Binderauflast als Einzellast in der Mitte und der aufgehängten Torbelastung an allen möglichen Stellen. Die Unterzüge sind statisch Balken auf zwei Stützen, deren Bedingungen durch Gelenkanordnung und Dehnfugen konstruktiv gestaltet wurden (Bild 8).



Bild 7. Querschnitt des Sattelglasdaches.

Die Mittelstütze (Bild 10) ist aus vier \Box -Profilen hergestellt, von denen nur zwei bis zur Binderunterkante durchgehen und zwischen denen hindurch der Vollwandträgerunterzug verläuft (s. auch Bild 20); Stahlgußgelenke sorgen auch hier für einwandfreie Kraftübertragung. In der Ansicht (Bild 9) verdeckt ein Blech die Gelenkkonstruktionen; dieses Blech ist mit Langlöchern im Anschlußwinkel an die Aussteifung beweglich angeschlossen.

Das Stegblech des Unterzuges besitzt auf halber Höhe einen durchgehenden Stoß; ein weiterer Stoß ist auf halber Länge als Baustellenstoß durchgeführt (Bild 9). Der Obergurt, der ebenso wie der Untergurt aus zwei Winkeln 100.200.16 besteht, ohne Lamelle bei der zur Ver-



Bild 8. Binderunterzug mit Dehnungsfuge.



fügung stehenden großen Höhe, trägt einen aus Blechen und Winkeln gebildeten Kasten, der bis zur Dachhaut durchgeht und diese an Stelle einer Pfette aufnimmt. Für die Aussteifung des Untergurtes standen nur 400 mm zur Verfügung. Diese Breite reichte für 24 m Spannweite nicht aus. Ein \Box 40 stelft ihn auf 7,5 m Spannweite aus und überträgt die waagerechten Lasten aus Torgewichten und Innenwand zu den Blechträgeraussteifungen, die durch runde Ecken mit den kleinen Blechträgern der Staubdeckeneinfassung biegungsfest verbunden sind. Auch beim Blechträgerunterzug ist durch Überhöhung genauester Ausgleich erzielt. Das Gewicht eines solchen Unterzuges beträgt 24 t. Die Mittelstützen übertragen eine Auflast von etwa 320 t auf das Fundament; ihr Eigengewicht beträgt 4,5 t.

Die Tragkonstruktionen der Giebelwände sind Vollwandträger mit etwa 2 m Stegblechhöhe und mit Spannweiten von 25 und rd. 16 m (Bild 11). Die Dehnungsstelle springt hier zur Trennwand zwischen Haupt- und Seitenhallen. Auf dem Bild sind auch die Konstruktionen zur Überbrückung der Trennfuge zwischen Seitenhalle und Vorbau dargestellt. Bild 12 zeigt den Querschnitt durch die Lichtbandkonstruktionen der Giebelwand und den Windträger über den Toren nebst einer Einzelheit des seitlichen Abschlusses des Lichtbandes.

Die Tore der Großgarage sind im System durchweg Schiebefalttore. Die 20 Längswandaußenöffnungen von je nahezu 12 m lichter Weite und 4,5 m lichter Höhe sind mit je achtflügeligen Toren verschlossen, die zu je vier Flügeln gekuppelt nach rechts und links an die Stützen geschoben und gefaltet werden können. Der letzte Flügel ist an dem Breitflanschträger der Stütze mit Bändern angeschlagen. Deshalb sind die Tore als unten auf Doppelspurkranzrollen laufende Flügel oben nur waagerecht geführt.

Die sechs Giebelwandöffnungen von je etwa 16 m lichter Breite bei ebenfalls 4,5 m lichter Höhe sind mit zwölfflügeligen Toren ausgestattet.



Bild 11. Ausbildung der Giebelbinder.





Bild 15. Giebelansicht.



Bild 13. Aufstellung der Stahlkonstruktion.



Bild 14. Blick auf das Hallendach mit Fachwerkbindern und Oberlichtkonstruktionen.

Von diesen sind rechts und links je zwei Flügel mit Bändern fest an die Breitflanschträger der Giebelwandstützen angeschlagen. Die anderen Flügel sind zu vier und vier Flügeln zusammengekuppelt und können beliebig verschoben und gefaltet werden. Sie laufen unten ebenfalls auf Doppelspurkranzrollen, aber auch oben. Das Mittragen der oberen Rolle wird durch entsprechend

bemessene und eingestellte Bolzenabfederung erreicht, damit ein Kippen in jeder Lage der einzelnen Torpakete vermieden wird.

Die zehn Mittelwandöffnungen von etwa 24 m lichter Weite und auch 4,5 m lichter Höhe haben 16-flügelige Tore erhalten, die konstruktiv ebenso ausgebildet sind wie die Tore der Giebelwand, zu je vier und vier Flügeln gekuppelt und ganz beliebig verschoben und gefaltet werden können.

Die Torflügel haben eine Breite von meistens etwa 1500 mm und eine Dicke von 60 mm, sind doppelwandig aus 2 mm Stahlblechen und haben innere Aussteifungen eingeschweißt, die eine



Bild 16. Ansicht eines Fachwerkbinders.

hohe Flächen- und Verwindungssteiligkeit gewähren.

Die Montage der Stahlkonstruktionen sollte von den beiden mit der Lieferung betrauten Stahlbauanstalten gleichzeitig von der Mitte aus anfangend in genau gleichen Teilen nach den Glebelwänden zu vorgenommen werden. Dieses Verfahren sollte neben schnellerem Fortgang der Arbeiten dem Bauherrn einen Vergleich über die Leistungsfähigkeit der Firmen ermöglichen, doch mußte der Bauherr bezüglich Fertigstellung der ganzen Halle in jedem Falle auf die weniger schnelle Firma warten. Bei der Montage wurde auch überall darauf geachtet, daß die getroffenen konstruktiven Maßnahmen auf der Baustelle genauestens gewahrt wurden.



Abb. 17. Innenansicht einer Seitenhalle.

vielleicht wäre erläuternd zu erwähnen, daß die bei den Innenaufnahmen auffallenden Rohrleitungen an der Unterselte der Dachhaut der angeordneten Sprinkleranlage dienen, die der gesamten Großgarage einen erhöhten Feuerschutz gewährt. Die gesamten Glasdächer sind mit wärmeabsorbierendem Spezialglaseingedeckt, die Lichtbänder der Längsund Giebelwände mit normalem weißen Drahtglas.

Die Bauoberleitung hatte vom Bauherrn, der Reichsleitung der NSDAP., der Bauleiter der NSDAP., Herr Architekt Josef Heldmann, übertragen erhalten. Die architektonische Bearbeitung hatten die Herren Architekten Paul Hofer und Karl Johann Fischer, München. Dem Bauleiter



Bild. 18 Blick von der Mittelhalle in eine Seitenhalle mit Ansicht des Unterzuges.



Bild 19. Durchblick durch die Halle in Querrichtung.

Dank der Unterstützung aller beteiligten Stellen gelang es, den ganzen Bau termingemäß aufzustellen; es wurden insgesamt 1555 t Stahlkonstruktionen montiert. Die Bilder 13 bis 16 zeigen Montageaufnahmen.

Bild 17 zeigt eine schon bezogene Seitenhalle, Bild 18 die Ansicht des Unterzuges von der Mittelhalle her mit Durchblick durch die teilweise an beliebiger Stelle geöffneten Tore der Mittelwand in eine Seitenhalle. Bild 19 vermittelt den Eindruck eines Blickes quer durch die ganze Halle und Bild 20 einen solchen längs durch die Mittelhalle.

Die beschriebenen Konstruktionen sind auf den Bildern gut zu erkennen;



Bild 20. Innenansicht der Mittelhalle.

und den Architekten stand der Verfasser als Stahlbauingenieur beim Entwurf und auf Bau zur Seite; ihm oblag auch die Prüfung der statischen Berechnung und der Zeichnungen der konstrulerenden Stahlbauanstalt, Elsenwerk Wanheim, G. m. b. H., Duisburg, die zusammen mit Maschinenfabrik der Augsburg-Nürnberg, Werk Gustavsburg, Lie-ferung und Montage zu gleichen Teilen in Auftrag erhielt. Die kittlosen Glasdächer und Lichtbänder wurden nach dem System Wema von J. Eberspächer, Eßlingen, aus-geführt. Die Tore sind Erzeugnis der Deutschen Metalltürenwerke A. Schwarze, Brackwede.

Alle Rechte vorbehalten.

Einige Beispiele neuerer Werkstattbauten.

Von Dipl.-Ing. H. Fritzen, Mainz-Gustavsburg.

Im folgenden sollen kurz einige Bauten besprochen werden, die in den Jahren 1934 bis 1937 von der MAN., Mainz-Gustavsburg, für ein mitteldeutsches Werk errichtet wurden. Wenn diese Bauten auch weniger durch ihren Umfang oder durch Neuartigkeit der konstruktiven Durchbildung hervorragen, so bieten sie doch infolge ähnlicher Grundbedingungen (Verwendungszweck, Abmessungen, Bauverhältnisse u. ä.) gute Vergleichsmöglichkeiten.

I. Werkstatt 1 und 2 (Bild 1 u. 2).

Diese im Laufe des Jahres 1934 in mehreren Bauabschnitten ausgeführte zusammenhängende Baugruppe bedeckt im Gesamten eine Grundfläche von 11 100 m² und besteht aus Werkstatt 1 und der damit parallel liegenden Werkstatt 2, zwischen denen sich die Halle 3 einschiebt. Massiv ausgeführte Kopfbauten, die die Büro- und Aufenthaltsräume enthalten, schließen die Stirnseiten der Werkstätten ab.

Die Werkstatt 1 hat eine Länge von 214,24 m (35 Felder zu 6 m und ein Endfeld von 4,24 m), eine Breite von 25 m und eine Höhe

bis U. K. Binder von 6,50 m. Die Dachdeckung besteht wie bei allen übrigen Hallen aus Bimsbetonplatten. Die Binder sind als genietete Vollwandträger über zwei Stützen mit Auskragungen bis Hallenmitte ausgeführt. Dabei ergibt die den statischen Verhältnissen entsprechend ausgebildete Binderform — Obergurt in der Dachneigung, Untergurt im Seitenschiff horizontal, im Mittelschiff eingezogen — ein architektonisch befriedigendes Bild.

Zur Aussteifung der Bindergurte ist jede zweite Pfette durchgeführt, während die übrigen bis zu den Oberlichtzargen gehen. Im Mittelfeld läuft ein Kran von 5 t Tragkraft auf IP-Profilen mit aufgeschweißter Flachstahlschiene, in den Seitenfeldern $1^{1/2}$ t-Krane, deren Kranträger an den Bindern aufgehängt sind. Die Außenwände sind ebenfalls in Stahlkonstruktion ausgeführt. Als Lichtquelle dienen 3 m hohe Lichtbänder in den Seitenwänden sowie in jedem zweiten Binderfeld sattelförmige Queroberlichter, die eine Grundrißbreite von 4 m und eine Länge von 18 m haben.



Stahlkonstruktion ausgeführt. Auch die aus IP-Profilen bestehenden Kranträger, die für Krane von 10t bzw. 1t Tragkraft berechnet sind, liegen auf gemauerten Pfeilern. Die Belichtung erfolgt in der Halle 4 durch ein sattelförmiges Längsoberlicht von 6 m Breite, in der Halle 5 durch ein solches von 4 m Grundrißbreite sowie durch ein seitliches Fensterband.

liche Stücke eingefügt. Im Feld DE laufen zwei Krane von 5 bzw. 7,5 t Tragkraft, deren Kranträger wiederum aus Breitflanschträgern bestehen. Wie bei der Werkstatt 6 sind außer den Fenstern der Längswände zur Belichtung querlaufende Dachhauben herangezogen, die bei einer Breite von 5 m und einer Länge von 28,5 m eine Höhe der senkrechten Verglasung von etwa 2,3 m haben.

III. Werkstatt 6 (Bild 6, 7 u. 8).

Diese im Jahre 1936 erbaute dreischiffige Halle überdeckt einschließlich der Anbauten eine Grundfläche von 5950 m². Die Länge der eigentlichen Werkstatt beträgt 11.6 = 66 m, die Breite im Lichten 20,13 + 15,0 + 20,13 = 55,26 m. Die lichte Höhe bis U. K. Binder ist 8,40 m. Vorgelagert sind Kopfbauten, die an der südlichen Stirnseite eine Aufbercitung sowie einen dreigeschossigen Bürobau enthalten, an der nördlichen Stirnseite als Lager dienen. Sämtliche Umfassungswände sowie die Trennwände zwischen Kopfbauten und Werkstatt sind massiv hochgeführt. Besondere Schwierigkeiten machte bei diesem Bauwerk die Gründung. Wie aus dem Längenschnitt (Bild 7) ersichtlich, mußten die Fundamente zum Teil bis zu 10 m unter Fußboden geführt werden.

Die Binder der Haupthalle sind wie bei der Werkstatt 1 in Vollwandkonstruktion ausgeführt, wobei wiederum im Mittelfeld der Untergurt hochgezogen ist. Die Berechnung erfolgte auch hier als Träger auf zwei Stützen mit überkragenden Enden. Die aus IP-Leichtprofilen bestehenden Kranträger der Seitenschiffe sind für zweimal 3 t-Krane berechnet, während im Mittelschiff ein Kran von 11/2 t Tragkraft vorgesehen ist. Weitere Krane mit 1 und 11/2 t Tragkraft sind in Demag-Bauart in der Aufbereitung und in dem Lager vorhanden. Die Kranträger liegen wie die Binder in den Außenwänden unmittelbar auf gemauerten Pfeilern, im Inneren auf Stahlstützen, bestehend aus zwei C-Profilen mit dazwischenliegendem Stegblech, das oberhalb der Kranbahn für den Laufstegdurchgang ausgespart ist. Für die Decken des südlichen Vorbaues war eine Nutzlast von $p = 500 \text{ kg/m}^2 \text{ vorgeschrieben}$, während die Bühne in dem Lagerbau Nutzlasten von 1000 und 4000 kg/m² aufzunchmen hat. Die Belichtung erfolgt durch 5 m breite und 48 m lange, In jedem zweiten Feld liegende Dachaufsätze, deren rundherumgehende senkrechte Verglasung 2 m hoch ist. Pfetten und Dachträger der

an den Längswänden anschließenden Anbauten (Lager, Schalt-, Trafound Büroräume) sind ebenfalls in Stahlkonstruktion geliefert.

IV. Werkstatt 7 (Bild 9 u. 10).

Die Werkstatt 7 überdeckt bei einer Länge von $19 \cdot 7 + 2 \cdot 1,3 = 135,6$ m und einer Breite von 41,72 m eine Grundfläche von 5660 m². Die Höhe bis U. K. Binder ist 8,8 m. Die eigentliche Werkstatt befindet sich im Hallenteil DE, während der Teil von A bis D als Lager dient (Bild 10). Die Umfassungswände sind massiv und dienen mit ihren Pfeilern als Auflage für die Binder, für die Deckenträger und in Wand E auch für den Kranträger. Die Zwischenstütze bei D nimmt nur die lotrechte Last aus Dach, Decke und Kran auf, da der Wind durch die Außenmauern aufgenommen wird. Der Binder ist als Träger auf drei Stützen vollwandig ausgeführt bei einer größten Stegblechhöhe von 1400 mm. Als Deckenträger und Unterzüge der Decken über Keller, Erd- und Obergeschoß sind zur Verminderung der Geschoßhöhe zum größten Teil Breitflanschträger gewählt worden, die über dem Keller für eine Nutzlast von 2500 kg/m2, über dem Erdgeschoß für $p = 2000 \text{ kg/m}^2$ und über dem Obergeschoß für $p = 1000 \text{ kg/m}^2$ berechnet sind, und zwar ist das Gebäude zwischen A und B von (2) bis (10) und von (9) bis (11) im Feld *BC* unterkellert, während die Decke auf +3,1 m im Feld *AB* ganz durchläuft, zwischen *B* und *C* dagegen nur von (1) bis (11); die Decke auf + 6 m erstreckt sich in beiden Feldern von (1) bis (21). An den Enden sind die Bühnen miteinander verbunden. Ein Demag-Kran von 2t Tragkraft, dessen Laufträger zwischen den Bindern hängen, sowie ein $1^{1/2}$ t-Kran, der ihr Feld BC von (11) bis (21) bestreicht, dienen zur Beförderung der Werkstücke. Um diesen Transport zu erleichtern, sind in den Geländern, die die Bühnen in Reihe B und C abschließen, an mehreren Stellen 2,8 m breite verschleb-





Bild 8. Querschnitt Halle 6.

V. Werkstatt 8 (Bild 11 u. 12).

Kurz angeführt sei noch die im Jahre 1937 erbaute Werkstatt als Beispiel für die gute Wirkung vollwandiger Konstruktionen. Die Halle hat eine Länge von $24 \cdot 6 = 144$ m und eine Breite von 24,28 m. Wegen der gegenüber den oben beschriebenen Bauten schwereren Krane von 10 und 20 t Tragkraft mußte hier U. K. Binder auf 9,60 m über O. K. Fußboden gelegt werden. Die Binder sind Vollwandträger, die Kranträger Breitflanschträger, und auch die unten eingespannten Stützen wurden vollwandig konstruiert, so daß die Halle einen ruhigen, übersichtlichen und architektonisch befriedigenden Eindruck macht. Eine gute Belichtung ist durch die bis an die Traufe reichenden durchgehenden Längswandienster erzielt, die in Reihe A eine Höhe von 7,7 m, in Reihe B von 5,10 m haben. — Von (10) bis (25) liegt auf einer Breite von 4,90 m ein Keller, dessen Deckenträger für eine Nutzlast von 2500 kg/m² berechnet wurden.



41720



VI. Zusammenfassung.

In Tafel 1 sind einige Daten der unter I. bis VI. beschriebenen Bauten zusammengestellt, die darin aufgeführten Gesamtgewichte in Tafel 2 unterteilt nach Konstruktionsteilen. Bei allen Hallen ist wegen der Kosten für Bauarbeiten und Heizung das unter Berücksichtigung der betrieblichen Anforderungen niedrigste lichte Höhenmaß angestrebt worden, das bei den Beispielen zwischen 5,5 und 9,6 m liegt. — Die Dachdeckung besteht in allen Fällen aus Bimsbetonplatten und Doppelpappe und ermöglicht eine Dachneigung von $4^{1}/_{2}$ bis $6^{0}/_{0}$. Durch die Platten ist der Pfettenabstand gegeben, der zwischen 2,0 bis 2,5 m liegt. Günstig ist die Binderentfernung von 6 m (nur bei der Werkstatt 7



Fritzen, Einige Beispiele neuerer Werkstattbauten

DER STAHLBAU Belisge zur Zeitschrift "Die Bautechnik"



Contraction of the second

24,28 Bild 13c. Halle 8.

Tafel 1.

he u. Seitenfenster i.M. rd.T.

Nr.	Bau	Grund- fläche m ²	Umbauter Raum m ³	Gesamt t	Gewicht kg/m ² Grund- fläche	kg/m³ umbauter Raum	Art der Lichtquelle	Glas je m Halle m²	m ² Glas je m ² Grundriß ⁰ / ₀	Bemerkungen
i	Werkstatt 1	5 400	40 000	445	82	11,2	Seitenfenster und Quer- oberlicht	13,2	58	Fachwerkwände
	, 2	4 620	38 000	380	82	10,0	wie vor	12,45	52.	
	. 3	1 080	11 200	13	68	6,5	Queroberlicht	4,4	29,5	
п	"4u.5	2 090	16 000	117	50	7,3	Längsoberlicht (+ Selten- licht für 5)	7,2 H.4 7,8 H.5	40,5 65	massive Außenwände
III	, 6	5 950	55 000	483	82	8,8	Querdachhaube	Haube $= 15.7$	28	Fachwerkwände
IV	, 7	5 660	58 900	890	158	15,1	Seitenfenster und Quer- dachhauben	16,6	40	massive Wände
V	. 8	4 060	43 800	612	150	14,0	Seitenfenster	12,8	53	massive Wände
		28 860	262 900	3000	i. Mittel 104	i. Mittel 11,4				and the second second

Tafel 2. Unterteilung der Gewichte.

Bau	1. Dach Grundriß		2. Stützen		3. Kranträger		4. Wände		5. Sonstiges		Bemerkungen
11111112-01	t	kg/m ²	t	kg/m ²	t	kg/m ²	t	kg/m²	1	kg/m²	Contraction of the second s
Werkstatt I	140	26,0	92	17,0	32	5,7	36	6,6	145	27	 für Pfetten, Binder, Dachver- bände und Dachaufbauten für Decken, Transmissions- träger, Treppen, Geländer und ähnliches.
2 3	170 34	37,0 31,5	94 12	20,3 11,0	60 18	13,0 16,8	36 9	7,7 8,5	20 —	4,2	
4 u. 5 6 7 8	64,6 301 330 203	31,0 50,5 58,5 50,0	9 45 95 197	4,3 7,6 16,9 48,0	21 63 85 85	10,1 10,6 15,0 21,0	9,6 9 15 57	4,6 1,5 2,7 14,0	12,8 65 365 70	6,0 11,0 65,0 17,0	

Ausführungsart aus Gründen der Materialersparnis wohl häufiger als bisher anwenden. Jedoch wird dabei oft ein Vorteil der Stahlbauweise, nämlich die Kürze der Baustellenzeit verringert, da die Aufstellung der Stahlkonstruktion oft von dem Fortschritt der übrigen Bauarbeiten abhängig und damit verzögert und erschwert oder verteuert wird. In solchen Fällen dürfte es sich empfehlen, leichte Montagestützen in den Außenfronten zu stellen, vor allem, wenn außer den Dachbindern auch Kranträger und Decken auf dem Mauerwerk lagern. —

In Tafel 1 sind auch in Prozenten der Grundrißfläche die aufgewendeten Glasflächen angegeben. Ohne an dieser Stelle die nicht einfachen Bezichungen zwischen Größe und Art der Lichtquellen zu den erzielten Helligkeiten klären zu wollen, interessiert doch die Ausnutzung der vorhandenen Glasflächen. In Bild 13 a bis e sind deshalb einige Querschnitte im Schema aufgezeichnet und die Kurven der Tageslichtquotienten eingetragen, wie sie sich nach dem Verfahren von Prof. Dr. Maier-Leibnitz ("Der Industriebau") ergeben. Gleichzeitig ist auch für einen mittleren Querschnitt der Durchschnittsprozentsatz eingeschrieben sowie die Anzahl der m² Glasfläche je m Hallenlänge, so daß sich die Vergleiche von selbst ergeben.

Hingewiesen sei nur auf den geringen Wirkungsgrad der Dachhauben, wobei noch zu berücksichtigen ist, daß auch die Stahlkonstruktion für diese Art Lichtquelle verhältnismäßig schwer wird (vgl. Tafel 1).

INHALT: Über das Auskippen zweistäbiger Rahmen. — Neubau der Großgarage des Hilfszuges Bayern. — Einige Beispiele neuerer Werkstattbauten.

Veraniwortlich für den Inhalt: Och. Regierungsrat Prof. A. Hertwig, Berlin-Charlottenburg. Verlag von Wilheim Ernst & Sohn, Berlin W 9. Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

Dachhaube i.M.rd.

56,02

Bild 13d. Halle 6.