DER STAHLBAU

Schriftleitung:
Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule
Fernsprecher: Darmstadt 7711, Apparat 599
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61
Veröffentlichungsbeiträge an voranstehende Anschriften erbeten

Beilage zur Zeitschrift **DIE BAUTECHNIK** Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

12. Jahrgang | BERLIN, 3. Februar 1939 | Heft 3

Alle Rechte vorbehalten.

Die neuere Fließbedingung und die Ergebnisse der Werkstoffprüfung.

Von Prof. Dr. techn. J. Fritsche, Deutsche Technische Hochschule, Prag.

Es ist behauptet worden, daß die neuere Fließbedingung in der Werkstoffprüfung keine ausreichende Stütze findet, und daß man gerade auf Grund der Erfahrung die aus ihr sich ergebenden Berechnungsverfahren, auch wenn sie sich als brauchbar erweisen sollten, ablehnen müsse, weil man immer tunlichst unter physikalisch richtigen Voraussetzungen zu rechnen habe. In den folgenden Zeilen soll gezeigt werden, daß gerade das Gegenteil richtig ist, und daß es gelingt, eine ganze Reihe von Versuchen verschiedener Werkstoffprüfer zahlenmäßig einwandfrei wiederzugeben. Da sich die Theorie zunächst auf geradlinig veränderliche Spannungsfelder beschränkt, gilt das gleiche auch für die zu prüfenden Versuchsergebnisse.

Wie ich vor kurzem ausgeführt habe[1]), läßt sich der Eintritt plastischer Verformungen bei geringer Höhe des Versuchsbalkens durch eine einzige Werkstoffziffer c beschreiben, die die Fähigkeit des Werkstoffes zum Ausdruck bringt, in Schichten zu fließen und in der Umgebung der Spannungsspitzen elastisches Arbeitsvermögen über das bei gleichmäßigen Spannungszuständen beobachtete Ausmaß hinaus aufzuspeichern. c ist von der Art des Feingefüges des Werkstoffes abhängig, und da über die Einführung von Gefügeformen in die rechnende Festigkeitslehre derzeit noch keine Ansätze bestehen, bleibt vorläufig nur die Möglichkeit, c für jeden Werkstoff aus einfachen Versuchen zu entnehmen. Dazu erweist sich die reine Biegung eines Balkens rechteckigen Querschnitts und einer Balkenhöhe, die etwa 2 cm nicht übersteigt, am geeignetsten.

Voraussetzungsgemäß bezieht sich die Größe c auf ein völlig dichtes, porenloses Gefüge und kennt keine durch die Körpergröße bestimmten Einschränkungen. Da aber ein wirklich porenloses Gefüge wohl niemals vorliegen dürfte, erwies es sich als notwendig, eine auf c allein begründete Theorie nur bei niedrigen Balkenhöhen als ausreichend anzusehen, da bei wachsender Balkenhöhe Porengehalt und Gefügefehler aller Art einen immer stärker erkennbaren Einfluß nehmen müssen. Ich habe in einer früheren Arbeit[1]) versucht, durch Einführung eines Einflußkörpers für die Fließhemmung H einem gegebenen Porengehalt Rechnung zu tragen, wobei eine zweite Gefügegröße, die Wirkungstiefe t, von Bedeutung wurde. Wie sich durch die folgenden Untersuchungen zeigen wird, ist bei der Berücksichtigung von t die Körpergröße allein nicht entscheidend, zur Körpergröße tritt noch die Körpergestalt, besonders wenn es sich um die zahlenmäßige Beschreibung des ersten Fließens handelt. In dieser Hinsicht kann die Wirkungstiefe nur dann eine ins Gewicht fallende Rolle spielen, wenn der Querschnitt nicht dem durch die Beanspruchung gegebenen Spannungsbilde angepaßt ist und daher größere, unterbelastete Querschnittsteile entstehen. Zur Ermittlung der Tragfähigkeit, die durch das Fließen der festesten Schichten gekennzeichnet ist (letztes Fließen), fällt dieser Einfluß praktisch weg, da zu diesen Schichten ein sehr großer Wert von t gehört, der das Rechenergebnis nicht mehr nennenswert beeinflußt.

Die Wirkungstiefe t bezieht sich auf einen überall gleichen Porengehalt; bekanntlich ist aber das wirkliche Gefüge des Baustahls durch örtliche Lockerstellen gekennzeichnet, die in ihrer Verteilung keinem Gesetze folgen und deren Lage ausschließlich durch Zufälligkeiten bestimmt ist. Eine Hauptschubspannungsfläche, in die eine oder mehrere derartige Lockerstellen zu liegen kommen, wird daher gegenüber der Umgebung einen höheren Porengehalt aufweisen, und man wird daher, wenn man das erste Auftreten von Fließlinien erfassen will, mit einem kleinen Wert von t zu rechnen haben; je besser die Schicht ist, um so größer wird t anzunehmen sein. Da folglich der Baustahl durch Schichten ansteigender Güte beschrieben werden kann, wird t eine veränderliche Größe, die mit kleinen Werten von t beginnt und für das ideale, fehlerlose Gefüge zu $t = \infty$ zustrebt. $t = \infty$ läßt nur ein Fließen in durchgehenden Schichten zu; je kleiner t ist, um so leichter müssen Fließlinien entstehen können, die im Innern des Körpers auszulaufen scheinen. Diese Veränderlichkeit bewirkt, daß einzelne Schichten verfrüht fließen und sich der eigentlichen Fließgrenze ein Übergangsgebiet vorlagert, dessen stetig gekrümmte Spannungs-Dehnungs-Linie aber nur vorgetäuscht ist, da sie sich bei Verschärfung der Beobachtung in eine feinste Stufenlinie auflösen lassen müßte.

Es soll nun versucht werden, auf den geschilderten Grundlagen die wichtigsten, einschlägigen Versuchsreihen auch zahlenmäßig richtig zu beschreiben.

A. Reine Biegung.

1. Die Versuche von Thum und Wunderlich.

Die bekannten Versuche von Thum und Wunderlich[2]) sind in diesem Zusammenhange deshalb besonders beachtenswert, weil ihre Ergebnisse im wesentlichen auf die Beobachtung der Fließlinien aufgebaut sind. Die Querschnittshöhen der geprüften Balken sind gering, so daß keine Bedenken bestehen, den Einfluß von t zu vernachlässigen und erstes Fließen mit dem Erreichen der Tragfähigkeit zusammenfallen zu lassen.

Drückt man die Fließgrenzenerhöhung oder die „Feldwirkung" durch die bezogene Größe

$$(1) \qquad \varkappa = \frac{\Delta \sigma_F}{\sigma_F} = \frac{\sigma_F' - \sigma_F}{\sigma_F}$$

aus und bezeichnet das Verhältnis der Höhe des überlasteten Querschnittsteils zur gesamten Höhe mit μ_F, so ist nach (8)* (eine mit einem Stern * bezeichnete Gleichungsnummer bezieht sich auf die unter Fußnote 1 benannte Arbeit) für $m = \infty$

$$(2) \qquad \mu_F = \frac{\varkappa}{2(1+\varkappa)} \quad \text{und} \quad \varkappa = \frac{2\mu_F}{1-2\mu_F}.$$

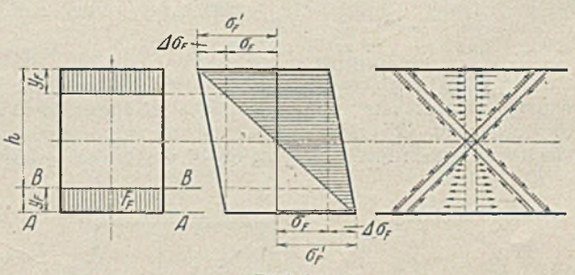

Bild 1.

Für das Rechteck erhält man durch Gleichsetzen von (8a)* und (16)*

$$(3) \qquad c = \frac{\mu_F^2}{1-\mu_F} = \frac{\varkappa^2}{2(1+\varkappa)(2+\varkappa)}.$$

Bei einer allgemeinen Querschnittsform lautet Gl. (3), wenn man mit $\mathfrak{S}_{BF}$ das statische Moment des überlasteten Querschnittsteils, bezogen auf die Achse BB, bezeichnet (Bild 1),

$$(3a) \qquad c = \frac{\mathfrak{S}_{BF}}{\mathfrak{S}_A} \cdot \frac{1}{1-\mu_F \cdot \frac{h\,A}{\mathfrak{S}_A}}\ ^{3)}.$$

---

[1]) J. Fritsche, Zur Mechanik des Fließvorganges. Stahlbau 1938, Heft 16 u. 17.

[2]) A. Thum u. F. Wunderlich, Die Fließgrenze bei behinderter Formänderung. Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens 1932

[3]) Die Bedeutung der Größen $\mathfrak{S}_A$ und A ist der unter Fußnote 1 genannten Arbeit zu entnehmen; dazu sei bemerkt, daß dort infolge eines Versehens alle statischen Momente von Flächen und Flächenstücken statt mit $\mathfrak{S}$ mit dem Buchstaben γ bezeichnet worden sind.

Zur Übertragung der nur für einseitigen Fließeinbruch entwickelten Beziehungen auf den Fall der reinen Biegung sei noch bemerkt: Die Erreichung von σ_F kennzeichnet die Überwindung des Kohäsionswiderstandes sowohl auf der Zug- als auch auf der Druckseite, und es bestehen daher zwei „gleitbereite" Gebiete, die nur aus dem Grunde nicht wirklich fließen und daher auch nicht wirklich im Kleingefüge brechen können, weil sich ihnen noch ein fester Kern vorlagert. Man könnte nun der Auffassung sein, daß es für den Fließdruck oder den Fließzug leichter sein müßte, das unterbelastete Gebiet zu durchstoßen, wenn das gegenüberliegende Randgebiet, in dem sich nach der Theorie sogar die größten Festigkeitsreste und daher auch die größten Widerstände ergeben, bereits gleitbereit ist. Dem ist aber entgegenzuhalten, daß in der Fließschicht die durch die Belastung entstehenden Schubspannungen in den beiden überlasteten Gebieten entgegengesetzt wirken (eine äußere Querkraft ist ja voraussetzungsgemäß nicht vorhanden) und ein Fließen in einer bestimmten Richtung nicht nur die Schubfestigkeit, sondern auch die entgegengesetzt wirkenden Schubspannungen in der Hauptschubspannungsfläche überwinden muß. Der Festigkeitskörper der reinen Biegung entspricht daher streng genommen einem Rhombus von der Höhe $\sigma_F + \sigma_F'$, da der Spannungskörper auf der dem Fließeinbruche gegenüberliegenden Seite im Sinne einer Verfestigung wirkt (Bild 1).

Für den Rechteckquerschnitt betrug die Feldwirkung $\varkappa$ 36 bis 45%, im Mittel daher 40%. Damit ergibt sich aus (3) $c = \frac{1}{42}$, und es muß nun möglich sein, die Versuche mit anderen Querschnittsformen mit diesem Werte von c zu beschreiben.

Für das auf die Spitze gestellte Quadrat berechnet sich μ_F aus der kubischen Gleichung

$$\mu_F^3 + \frac{3}{4} \cdot c\,\mu_F - \frac{3}{4} \cdot c = 0,$$

aus der man mit $c = \frac{1}{42}$ den Wert $\mu_F = 0{,}239$ erhält; aus (2) ergibt sich dann $\varkappa = 0{,}92$. Die Versuche lieferten $\varkappa = 0{,}74$ bis 0,83, im Mittel daher 0,79; die Abweichung beträgt immerhin 15%, wobei allerdings in zu erwartender Weise der gerechnete Wert über dem gemessenen liegt, da die obige Gleichung die Tragfähigeit liefert und der Versuch auf die Beobachtung des ersten Fließens abgestellt war. Bei der Beurteilung dieses Ergebnisses ist zunächst zu beachten, daß sich bei dem auf die Spitze gestellten Quadrate bei gleicher Seitenlänge des rechteckigen Vergleichsversuches eine beträchtliche Vergrößerung der Trägerhöhe ergibt, die sich in einer Herabsetzung von H auswirkt, und jeder Fehler des Werkstoffes in der Umgebung der hochbeanspruchten Querschnittsspitze muß einen besonderen Anreiz zur Fließschichtenbildung bieten. Die in Bild 12* dargestellte Beziehung $\varkappa(\varepsilon)$ läßt diese Verhältnisse deutlich erkennen. Dazu kann möglicherweise noch eine elastizitätstheoretisch bedingte Abweichung des tatsächlichen Spannungsfeldes von dem nach Navier berechneten kommen, die durch die Unstetigkeit der Querschnittsberandung bedingt ist.

Schätzt man für die schwächsten Schichten $t = 8$ cm, so ist für $h = 2$ cm die Größe $\varepsilon = 0{,}25$, bei der beim Rechteck noch kein ins Gewicht fallender Einfluß der Wirkungstiefe festzustellen sein wird; für das auf die Spitze gestellte Quadrat ist jedoch bei derselben Seitenlänge $\varepsilon = 0{,}354$ ein Wert, der mit Rücksicht auf die steil abfallende, zugehörige Beziehung $\varkappa(\varepsilon)$ nicht mehr vernachlässigt werden darf. Man erhält aus (30)* mit $c = \frac{1}{42}$ den Wert $\mu_F = 0{,}231$ und damit $\varkappa = 0{,}85$, womit bereits eine wesentlich bessere Übereinstimmung zwischen Rechnung und Erfahrung in Erscheinung tritt. Jedenfalls ist dieses Ergebnis befriedigender als jenes, das sich aus der auf das ganze Spannungsfeld erweiterten Kuntzeschen Fließbedingung ergibt, die für den vorliegenden Fall $\varkappa = 0{,}73$ liefert[4]).

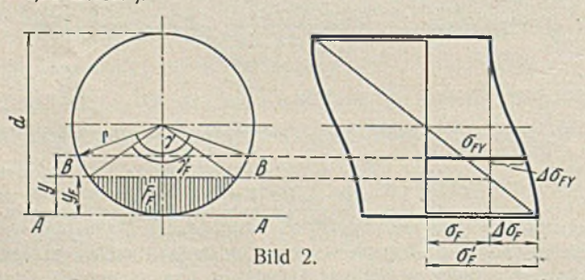

Bild 2.

Für den Kreisquerschnitt gibt der Thumsche Versuchsbericht lediglich an, daß seine Feldwirkung zwischen der des Rechtecks und der des auf die Spitze gestellten Quadrats liegen muß. Man erhält mit den bereits früher besprochenen Voraussetzungen und den Bezeichnungen von Bild 2

$$1 - \frac{\Delta\sigma_{FY}}{\Delta\sigma_F} = 1 - \frac{1}{2\pi}(\gamma - \sin\gamma)$$

und damit

$$(4) \quad A = r^2 \int_0^{2\pi} \left[1 - \frac{1}{2\pi}(\gamma - \sin\gamma)\right] \sin^2\frac{\gamma}{2} \cdot d\gamma = \frac{r^2\pi}{2} \quad \text{und} \quad \mathfrak{S}_A = r^3\pi.$$

Die Berechnung von $F - \frac{\mathfrak{S}_{AF}}{y_F} = \frac{\mathfrak{S}_{BF}}{y_F}$ [3]) gestaltet sich mit Rücksicht auf die schwierig zu berechnende Schwerpunktslage des Kreisabschnitts von der Höhe y_F zu langwierig. Zu einfachen Beziehungen gelangt man, wenn man den Kreisrand durch einen Parabelrand ersetzt, was mit Rücksicht auf die notwendige Genauigkeit der Rechnung stets erlaubt sein wird. Mit $\mu_F = \frac{y_F}{d}$ erhält man nun

$$\frac{\mathfrak{S}_{BF}}{y_F} = \frac{8}{15} \cdot d^2 \mu_F \sqrt{\mu_F(1 - \mu_F)},$$

und zur Bestimmung von μ_F ergibt sich aus (8a)* und (16)* die Gleichung

$$(5) \qquad 1{,}358\,\mu_F^2 \sqrt{\mu_F(1 - \mu_F)} + c\,\mu_F - c = 0.$$

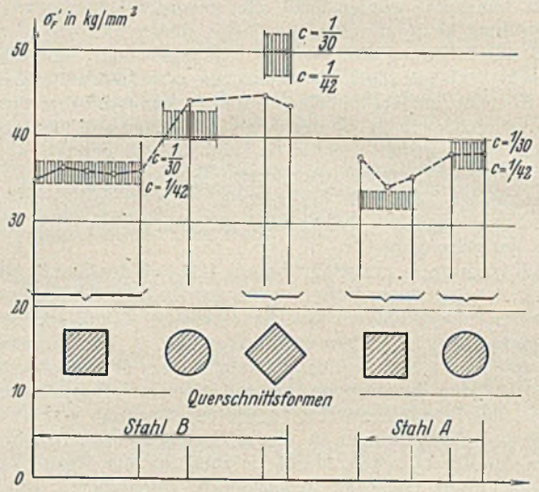

Bild 3.

Mit $c = \frac{1}{42}$ berechnet sich die Wurzel dieser Gleichung mit $\mu_F = 0{,}192$, womit dann $\varkappa = 0{,}62$ folgt. In Bild 3 sind Rechnung und Versuchsergebnis einander gegenübergestellt; der Zahlentafel 1 ist der Einfluß von c auf die Feldwirkung sehr deutlich zu entnehmen.

Zahlentafel 1.

Rechteck			Auf die Spitze gestelltes Quadrat			Kreis		
$\varkappa$	$\frac{1}{c}$	μ_F	$\frac{1}{c}$	μ_F	$\varkappa$	$\frac{1}{c}$	μ_F	$\varkappa$
0,6	23	0,187	23	0,285	1,32	23	0,242	0,94
0,5	30	0,167	30	0,264	1,12	30	0,215	0,75
0,4	42	0,143	42	0,239	0,92	42	0,192	0,62
0,3	66	0,115	66	0,207	0,71	66	0,160	0,47
0,2	132	0,083	132	0,162	0,48	132	0,123	0,33
0,1	462	0,045	462	0,113	0,29	462	0,075	0,18

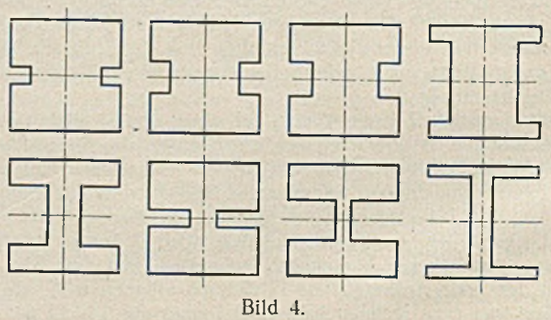

Bild 4.

Einen sehr guten Einblick in das Wesen der Fließvorgänge und deren Nachdeutung durch die Rechnung gestatten die Thumschen Versuche mit I-Querschnitten ungewöhnlicher Flansch- und Stegdicke. Der

[4]) J. Fritsche, Grundlagen der Plastizitätstheorie. Vorbericht des 2. Kongresses der Internationalen Vereinigung für Brückenbau und Hochbau. Berlin 1936, Wilh. Ernst & Sohn.

Übersicht halber sind die acht untersuchten Querschnittsformen in Bild 4 dargestellt worden. Die Querschnittshöhe beträgt durchweg nur 1,95 cm, so daß es sich wieder erübrigt, den Einfluß der Wirkungstiefe t in Rechnung zu stellen. Was den Festigkeitskörper des I-Querschnitts anbetrifft, so ist (Bild 5) mit den Bezeichnungen $\eta = \frac{y}{h}$, $\alpha = \frac{h_1}{h}$, $\beta = \frac{d}{b}$ und $\varphi = 1 - \alpha(1-\beta)$ in dem Bereiche $1 > \eta > \frac{1}{2}(1+\alpha)$ die bezogene Festigkeitsüberhöhung einer beliebigen Faser $\Delta\sigma_{FY} = \frac{1}{\varphi}(1-\eta)\Delta\sigma_F$. In dem Bereiche $\frac{1}{2}(1+\alpha) > \eta > \frac{1}{2}(1-\alpha)$ ist sie $\Delta\sigma_{FY} = \frac{1}{2\varphi}[\varphi + \beta(1-2\eta)]\Delta\sigma_F$, und endlich ist für $\frac{1}{2}(1-\alpha) > \eta > 0$ diese Größe $\Delta\sigma_{FY} = \frac{1}{\varphi}(\varphi - \eta)\Delta\sigma_F$. Diese Ausdrücke müssen natürlich an den Grenzen ineinander übergehen. Man erhält nun damit $A = \varphi \cdot \frac{b\,h}{2}$ und $\mathfrak{S}_A = \varphi \cdot \frac{b\,h^2}{2}$. Bei der Berechnung von μ_F sind zwei Möglichkeiten zu unterscheiden:

a) $0 < \mu_F < \frac{1}{2}(1-\alpha)$ und

b) $\frac{1}{2}(1-\alpha) < \mu_F < 1$.

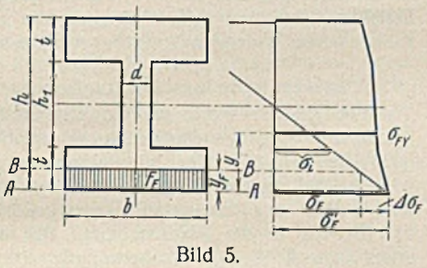

Bild 5.

Im Falle a ist der überlastete Querschnittsteil lediglich ein Flanschstreifen, im Falle b tritt zum Flansch noch ein Teil des Steges hinzu. Man erhält im Falle a $\frac{\mathfrak{S}_{BF}}{y_F} = \mu_F \cdot \frac{b\,h}{2}$ und durch Gleichsetzen der Ausdrücke (8a)* und (16)* die Größe μ_F als Wurzel der quadratischen Gleichung

$$\mu_F^2 + c\,\varphi\,\mu_F - c\,\varphi = 0 \tag{6}$$

mit

$$\mu_F = \frac{c\,\varphi}{2}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{4}{c\,\varphi}}\right]. \tag{7}$$

Im Falle b ist

$$\frac{\mathfrak{S}_{BF}}{y_F} = \left[\beta\,\mu_F + (1-\beta)(1-\alpha)\left(1 - \frac{1-\alpha}{4\,\mu_F}\right)\right]\frac{b\,h}{2},$$

womit dann in der üblichen Weise eine Gleichung zur Berechnung von μ_F entwickelt werden kann. Bei den Querschnitten des Stahlbaues wird aber in der Regel nur der Fall a vorliegen. Mit (7) sind nun die Thumschen Versuche nachgerechnet worden; die Ergebnisse sind in der Zahlentafel 2 zusammengestellt, in die auch die gemessenen und die auf Grund des Kuntzeschen Widerstandsmittels berechneten Werte eingetragen sind. Was die Größe c anbetrifft, so ist sowohl $c = \frac{1}{30}$ als auch $c = \frac{1}{42}$ berücksichtigt worden. $c = \frac{1}{30}$ scheint dem Werkstoff der Versuchskörper besser zu entsprechen.

Man erkennt nun aus Spalte 9 bzw. 13, daß die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch für die Querschnittsformen 5, 7 und 8 recht viel zu wünschen übrigläßt, und da es sich bei allen drei Formen um solche mit bereits deutlich ausgesprochenem Stege handelt, erscheint diese Abweichung nicht mehr zufällig, sondern darin begründet, daß dieser Steg nicht mehr kräftig genug ist, um das Fließen des Querschnitts als Ganzes im Sinne der getroffenen Voraussetzungen zu erzwingen; in derselben Weise wirkt sich auch eine fortgesetzte Schwächung der Flanschdicke aus. Die Unstetigkeit in der Berandung bedingt elastizitätstheoretisch das Auftreten einer „Räumlichkeit" des Spannungszustandes in der Umgebung der einspringenden Ecken, und es ist daher die Möglichkeit gegeben, daß die Hauptschubspannungsflächen dort steile Aufbiegungen zur Stegebene zu aufweisen; dadurch wird es bei dünnen Flanschen wahrscheinlich, daß diese am Stege abfließen und diesen außerstand setzen, seine Aufgabe als festes Verbindungsglied zwischen den beiden Flanschen weiter zu erfüllen. Die Flanschen fließen dann selbständig unter der Wirkung eines Spannungsfeldes, dessen Ungleichmäßigkeit nur mehr sehr gering ist. Mit den Bezeichnungen von Bild 5 erhält man die Spannung am inneren Rande des Flansches $\sigma_i = \alpha\,\sigma_F'$, und die Mittelspannung des eingeschränkten Feldes ist nun

$$\bar{\sigma}_0 = \frac{1}{2}(1+\alpha)\,\sigma_F'. \tag{8}$$

Man kann sich dieses Feld auch durch einen außermittigen Zug oder Druck von einem Außermittigkeitsmaße $\bar{m}$ entstanden denken, und da nach (2)* $\bar{r}_0 = \frac{\bar{\sigma}_0}{\sigma_F'} = \frac{1}{1+\bar{m}}$, berechnet sich

$$\bar{m} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}. \tag{9}$$

Der Flansch ist ein Rechteck, für das sich μ_F aus der quadratischen Gleichung $\mu_F^2 + c\,\mu_F - c = 0$ ergibt; nach (8a)* ist nun

$$\varkappa = \frac{2\,\mu_F}{\frac{1+\bar{m}}{\bar{m}} - 2\,\mu_F} = \frac{\mu_F(1-\alpha)}{1-\mu_F(1-\alpha)}. \tag{10}$$

Für $c = \frac{1}{30}$ war $\mu_F = \frac{1}{6}$, und man erhält

$$\varkappa = \frac{1-\alpha}{5+\alpha}. \tag{10a}$$

Für die drei Querschnitte 5, 7 und 8, für welche die eben getroffenen Voraussetzungen nahezu erfüllt sein dürften, ergeben sich damit die in Zahlentafel 2 eingetragenen Werte, die allerdings einer unteren Grenze entsprechen werden, und die in der Regel von der Erfahrung überschritten werden dürften, da der Steg doch bis zu einem allerdings rechnerisch nicht erfaßbaren Grade das Ergebnis beeinflußt. Die Ziffern der Spalte 17 bzw. 20 bestätigen diese Überlegungen, sie liegen sämtlich unter den durch Messung ermittelten Werten; bei dem Versuch 7, bei dem die obigen Voraussetzungen am wenigsten zutreffen, ist die Abweichung am größten.

Bei den im Stahlbau verwendeten I-Querschnitten wird Gl. (10) in der Regel anzuwenden sein, und es erübrigt sich daher auch, bei hohen I-Stählen dem Einfluß der Größe t nachzugehen. Einen versuchsmäßigen Beweis dafür liefert die Nachrechnung der Biegeversuche von Stüssi u. Kollbrunner[5], für die sich mit (10) $\frac{\sigma_F'}{\sigma_F} = 1{,}05$ ergibt; das ist ein Wert, mit dem die Versuchsergebnisse gut beschrieben werden können. Dasselbe gilt für die klassischen Versuche von Maier-Leibnitz[6]. Man darf aber nicht übersehen, daß Gl. (10) nur das erste Fließen beschreiben kann. Zur Ermittlung der Tragfähigkeit (letztes Fließen) wird mit (7) zu rechnen sein, worin $t = \infty$ gesetzt worden ist. Auch wenn durchgehende Fließschichten nicht auftreten und die Erschöpfung der Tragfähigkeit erst nach einigen Teilsprüngen erfolgt, wird (7) trotzdem nahezu in Geltung bleiben, da die Rechnung nun lediglich die wirklichen Teilsprünge zu einem großen, einheitlichen Fließsprung zusammenfaßt.

[5]) F. Stüssi u. C. Kollbrunner, Beitrag zum Traglastverfahren. Bautechn. 1935, Heft 21.

[6]) Maier-Leibnitz, Versuche mit eingespannten und einfachen Balken von I-Form aus Stahl 37. Bautechn. 1929, Heft 20. — Ders., Vorbericht des 2. Kongresses der Internationalen Vereinigung für Brückenbau und Hochbau, Berlin 1936.

Zahlentafel 2.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Nummer des Versuchskörpers	$h = b$	t	d	φ	$c = \frac{1}{30}$					$c = \frac{1}{42}$				$c = \frac{1}{30}$			$c = \frac{1}{42}$		
					μ_F nach (7)	$\frac{\sigma_F'}{\sigma_F}$ gerechnet	$\frac{\sigma_F'}{\sigma_F}$ gemessen	Fehler in % des gemessenen Wertes	$\frac{\sigma_F'}{\sigma_F'}$ nach Kuntze	μ_F nach (7)	$\frac{\sigma_F'}{\sigma_F}$ gerechnet	Fehler in % des gemessenen Wertes	$\frac{\sigma_F'}{\sigma_F}$ nach Kuntze	k nach (10a)	$\frac{\sigma_F'}{\sigma_F}$	Fehler in % des gemessenen Wertes	k aus (10)	$\frac{\sigma_F'}{\sigma_F}$	Fehler in % des gemessenen Wertes
1	1,95	0,83	1,23	0,945	0,162	1,48	1,42	+ 5,6	1,38	0,139	1,38	— 2,8	1,38	—	—	—	—	—	—
2	1,95	0,70	1,18	0,889	0,157	1,46	1,47	— 0,7	1,34	0,135	1,37	— 7,3	1,34	—	—	—	—	—	—
3	1,95	0,67	1,17	0,875	0,157	1,46	1,53	— 4,6	1,33	0,134	1,37	— 10,4	1,33	—	—	—	—	—	—
4	1,95	0,28	1,16	0,711	0,143	1,40	1,38	+ 1,4	1,37	0,122	1,32	— 4,3	1,37	—	—	—	—	—	—
5	1,95	0,45	0,59	0,623	0,134	1,37	1,18	+ 16,2	1,20	0,114	1,30	+ 10,2	1,20	0,083	1,08	— 8,5	0,070	1,07	— 9,4
6	1,95	0,83	0,46	0,886	0,158	1,46	1,39	+ 5,0	1,34	0,135	1,37	— 1,4	1,34	—	—	—	—	—	—
7	1,95	0,63	0,27	0,695	0,141	1,39	1,28	+ 8,6	1,24	0,121	1,32	+ 7,8	1,24	0,120	1,12	— 12,5	0,102	1,10	— 14,0
8	1,95	0,19	0,38	0,352	0,103	1,26	1,06	— 18,9	1,10	0,088	1,21	+ 14,1	1,10	0,034	1,03	— 2,8	0,028	1,03	— 2,8

Für genietete Querschnitte, die aus einem Grundprofil und Kopfplatten bestehen, liefert die sinngemäße Anwendung der Gl. (10) diejenige Last, bei der die Randplatten zum Fließen kommen, wenn man dabei von der durch die Lochung entstehenden Störung des Spannungsfeldes absieht. Eine Trennungsfläche zwischen zwei Kopfplatten grenzt gleichzeitig auch jenen Querschnittsteil ab, der auf die Fließhemmung Einfluß nimmt, und man erkennt, daß durch Aufeinanderlegen von Kopfplatten keine weitere Erhöhung von σ_F' erreicht werden kann. Die Tragfähigkeit ist allerdings noch nicht erschöpft, wenn die Randplatte Fließschichten bildet, da bei einer Steigerung der Belastung auch die darunterliegenden Platten zum Fließen gebracht werden können. Die Tragfähigkeit eines genieteten I-Querschnitts wird erst dann erreicht, wenn die Randspannung der untersten Platte der Größe σ_F' gleich geworden ist, die sich durch sinngemäße Anwendung der Gl. (10) berechnen läßt.

B. Versuche mit außermittig gedrückten Stützen.

Die Tragfähigkeit einer außermittig gedrückten Stütze hängt in hohem Grade von dem Formänderungsgesetze des Werkstoffes ab. Die bisherige Annahme, sein Verhalten durch das eines elastisch-idealplastischen Körpers zu beschreiben, kann daher nur eine Näherung an die Wirklichkeit bedeuten, da sich bei den meisten Stählen der Fließgrenze ein Übergangsgebiet vorschaltet, das unter Umständen die Verformung nicht unwesentlich beeinflussen wird. Die plastischen Konstanten c und t sind beide mit der Voraussetzung eines elastisch-idealplastischen Körpers vereinbar; wie damit das Übergangsgebiet erfaßt werden kann, wird später noch zu untersuchen sein.

Die Berücksichtigung der Wirkungstiefe t bei der Berechnung der Fließhemmung H liefert das erste Fließen, das noch keinen Schluß auf die Tragfähigkeit zuläßt, da weitere Laststeigerungen notwendig sind, um den inneren Widerstand in der Hauptschubspannungsfläche völlig zu erschöpfen. Beim ersten Fließen treten Fließlinien auf, die nicht die ganze Höhe des Querschnitts durchsetzen, sondern die im Innern des Körpers auszulaufen scheinen; unter den getroffenen Voraussetzungen ist eine solche Erscheinung dadurch möglich, daß nach erfolgter Kohäsionsüberwindung im überlasteten Gebiete und Eindrehen der Gleitrichtungen der Kristalle in die Richtung des Fließens der Porenraum der Schicht als Ganzes wirkt, der nun in einem Streifen bestimmter Tiefe ein Gleiten der Kristalle bis zu einer anschließenden Verfestigung ermöglicht. Nach Abschluß dieses Vorganges wird sich das gleiche Spiel, lediglich mit geringerer Sprunghöhe, wiederholen, so lange, bis die Fließschicht den ganzen Querschnitt durchstoßen hat und damit die eine plastische Winkeländerung ermöglichende Werkstoffverlagerung eingetreten ist. Es darf wohl angenommen werden, daß dieser Zustand der völligen Erschöpfung einer Hauptschubspannungsfläche näherungsweise so bestimmt werden kann wie bei einem niedrigen Querschnitt, d. h. unter Vernachlässigung von t. Die einzelnen aufeinanderfolgenden Fließsprünge werden damit in der Rechnung zu einem einzigen großen Sprung zusammengefaßt.

Die Berechnung der Tragfähigkeit einer Stütze ist nach der älteren Plastizitätstheorie eine Frage nach einer kritischen Last; sie unterscheidet sich nur durch das Fehlen eines Verzweigungspunktes von den Stabilitätsproblemen der Elastizitätstheorie. Man suchte zunächst unter Annahme eines plastischen Abbaues der Spannungsspitzen den Zusammenhang $f(P)$, worin f die seitliche Ausweichung der Stützenmitte bedeutet, und berechnete damit jene Last, für die $\frac{dP}{df} = 0$. Nach der neueren Plastizitätstheorie liegt die Fragestellung ganz anders; da das elastische Spannungsfeld trotz Fließen erhalten bleibt, wird lediglich jene Last P_{krit} zu ermitteln sein, bei der die Randspannung an der ungünstigst beanspruchten Stelle die gehobene Fließgrenze σ_F' erreicht, wobei allerdings die Annahme eines elastisch-idealplastischen Körpers eine Überschätzung der Tragfähigkeit ergibt.

Obwohl der Untersuchung stets allgemeine, geradlinig veränderliche Spannungsfelder zugrunde gelegt worden sind, hat sich bei der Berechnung von μ_F kein Einfluß von m gezeigt; d. h. daß μ_F eine ausschließlich von der Querschnittsform abhängige Größe ist (Bild 6). Es war nach (8a)*

$$\varkappa = \frac{2\,\mu_F}{\frac{1+m}{m} - 2\,\mu_F} = \frac{2\,m\,\mu_F}{1+m(1-2\,\mu_F)},$$

und daraus berechnet sich

$$(11) \qquad \sigma_F' = \frac{1+m}{1+m(1-2\,\mu_F)} \cdot \sigma_F;$$

da $m = \frac{\sigma_F' - \sigma_0}{\sigma_0}$, erhält man auch

$$(12) \qquad \sigma_F' = \frac{\sigma_F - 2\,\mu_F\,\sigma_0}{1-2\,\mu_F}.$$

In einer früheren Arbeit[7]) habe ich die Kuntzesche Widerstandsmittelbildung für außermittigen Druck erweitert und die Fließbedingung des zugehörigen Spannungsfeldes ohne nähere Begründung in der Form

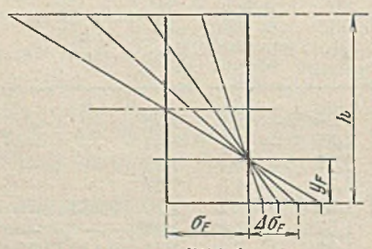

Bild 6.

$$(13) \qquad \sigma_F' - \sigma_0 = \frac{1}{\nu}(\sigma_F - \sigma_0)$$

vermutet, worin ν eine Querschnittsgröße bedeutete; mit dem berichtigten Außermittigkeitsmaße $m' = \nu\,m$ war dann so zu rechnen, als ob die Fließbedingung unter Vernachlässigung der Feldwirkung in der Form $\sigma_{max} = \sigma_F$ angesetzt werden dürfte. Aus der Bedingung (13) läßt sich σ_F' ausrechnen, und man erhält

$$(14) \qquad \sigma_F' = \frac{1}{\nu} \cdot \sigma_F - \frac{1-\nu}{\nu} \cdot \sigma_0.$$

Bei einem Vergleich der beiden Ausdrücke (12) und (14) erkennt man nun sofort, daß beide das gleiche Gesetz beinhalten und daß ν nach der neueren Auffassung einfach durch

$$(15) \qquad \nu = 1 - 2\,\mu_F$$

zu ersetzen ist. Die an die Fließbedingung (13) geknüpften Ausführungen behalten daher ihre volle Gültigkeit, nur ist ν nicht mehr mit Hilfe des Kuntzeschen Widerstandsmittels, sondern nach (15) zu berechnen.

2. Versuche des Deutschen Stahlbau-Verbandes[8]).

Von großem Werte für die Erkenntnis der beim Fließen sich abspielenden Vorgänge sind Versuche mit Stützen bei Querschnitten, die nach dem elastizitätstheoretisch begründeten Spannungsmaßstabe unwirtschaftlich geformt sind, d. h. bei denen größere Massen in Schwerpunktsnähe angeordnet sind. Dazu gehört vor allem der H-Querschnitt bei Biegung in der Flanschebene. Mit den Bezeichnungen von Bild 7 erhält man die Festigkeitsüberhöhung

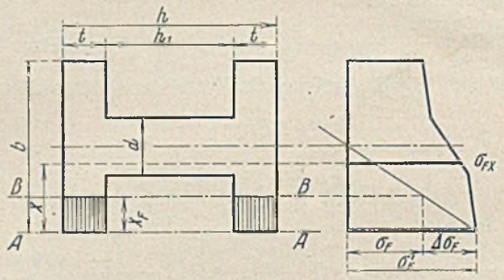

Bild 7.

für $1 > \xi > \frac{1}{2}(1+\beta)$ mit $\Delta\sigma_{FX} = \frac{1}{\varphi}(1-\xi)(1-\alpha)\,\Delta\sigma_F$,

für $\frac{1}{2}(1+\beta) > \xi > \frac{1}{2}(1-\beta)$ mit $\Delta\sigma_{FX} = \frac{1}{\varphi}\left[\frac{1}{2}(1+\varphi) - \xi\right]\Delta\sigma_F$ und

für $\frac{1}{2}(1-\beta) > \xi > 0$ mit $\Delta\sigma_{FX} = \frac{1}{\varphi}\left[\varphi - \xi(1-\alpha)\right]\Delta\sigma_F$,

worin $\xi = \frac{x}{b}$ bedeutet.

Nach Einsetzen dieser Ausdrücke in die Bestimmungsgleichungen für A und $\mathfrak{S}_A$ ergibt sich nach längerer Rechnung

$$A = \varphi \cdot \frac{b\,h}{2} \qquad \text{und} \qquad \mathfrak{S}_A = \varphi \cdot \frac{b^2 h}{2}.$$

Unter der wohl meist zutreffenden Annahme, daß die Spannung im Stege die Fließgrenze σ_F nicht erreicht, ergibt sich

$$\frac{\mathfrak{S}_{BF}}{x_F} = (1-\alpha)\,\mu_F \cdot \frac{b\,h}{2}, \qquad \text{worin } \mu_F = \frac{x_F}{b}.$$

Damit bekommt man in der üblichen Weise

$$(16) \qquad \mu_F = \frac{c\,n}{2}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{4}{c\,n}}\right];$$

n ist eine Abkürzung für den Ausdruck $n = 1 + \frac{\alpha\,\beta}{1-\alpha}$. Der Verbindungssteg verschwindet mit $\beta = 0$; dafür wird $n = 1$ und (16) nimmt die für den Rechteckquerschnitt gültige Form an. Bei hohen H-Stählen ist eine Mitwirkung des ganzen Steges bei der Ausbildung der Fließhemmung H nicht mehr wahrscheinlich; ähnlich wie in Bild 8 der unter Fußnote 7 genannten Arbeit schließt sich der innere Teil desselben infolge seitlichen Abfließens der Schicht aus. Gl. (16) und die Lösung für den Rechteckquerschnitt werden folglich einen Bereich abgrenzen, innerhalb dessen der wirkliche Wert der Tragfähigkeit zu beobachten sein wird.

[7]) J. Fritsche, Der Einfluß der Querschnittsform auf die Tragfähigkeit außermittig gedrückter Stahlstützen. Stahlbau 1936, Heft 3.

[8]) G. Grüning, Knickversuche mit außermittig gedrückten Stahlstützen. Mitteilung aus dem Staatlichen Materialprüfungsamt Berlin-Dahlem. Stahlbau 1936, Heft 3.

Überprüft man mit diesen Beziehungen die obengenannten Versuche, so erhält man folgendes: Der Querschnitt des Versuches 1 ist ein I P-Stahl 16, zu dem sich $n = 1{,}264$ berechnet; sein Schlankheitsverhältnis ist $\lambda = 52$ und das Außermittigkeitsmaß des Lastangriffes $m = 1$. Weiter war $\sigma_F = 2{,}62$ t/cm² und $E = 2070$ t cm². Was c anbetrifft, so sollen als Grenzwerte $c = \frac{1}{30}$ und $c = \frac{1}{42}$ angenommen werden. Aus (16) ergibt sich nun $\mu_F = 0{,}185$ bzw. 0,159 und aus (15) damit: $r = 0{,}630$ bzw. 0,682; das berichtigte Außermittigkeitsmaß ist nun $m' = 0{,}630$ bzw. 0,682. Aus (15) der unter Fußnote 7 genannten Arbeit berechnet sich jetzt $\sigma_{0\,krit} = 1{,}445$ bzw. 1,40 t/cm², gegenüber einem gemessenen Werte von 1,57 t cm².

Der Querschnitt des Versuches 2 war ein I P 20-Stahl, zu dem sich $n = 1{,}213$ berechnete. Für die obigen Werte von c erhält man folglich $r = 0{,}636$ bzw. 0,688 t/cm². Es war $\lambda = 66$ und $m = 1$; damit ergibt sich nun für $\sigma_F = 2{,}40$ t/cm² und $E = 2070$ t/cm² der Wert $\sigma_{0\,krit} = 1{,}25$ bzw. 1,21 t/cm², dem ein gemessener Wert von 1,28 t/cm² gegenübersteht.

Was nun die Beurteilung dieser Ergebnisse im Sinne der hier vorgetragenen Auffassung anbetrifft, so ist zu sagen, daß die sich ergebenden Abweichungen nicht als Widerlegung derselben aufgefaßt werden können; Streuungen von 10% sind mit Rücksicht auf Fließgrenzenschwankungen und sonstige Voraussetzungen (Ebenbleiben der Querschnitte) unvermeidlich. Unbefriedigend ist, daß die gerechneten Werte unter den beobachteten liegen, wo doch eigentlich das Gegenteil zu erwarten gewesen wäre, da eine Berücksichtigung der Wirkungstiefe t und des Übergangsgebietes zwischen P- und F-Grenze den gerechneten Wert noch weiter herabsetzen müßte. Eine Erklärung für diese Unstimmigkeiten gibt vielleicht die Bemerkung Grünings, daß mit verhältnismäßig großen Belastungsgeschwindigkeiten gearbeitet wurde; bei langsamerer Laststeigerung wäre die Tragfähigkeit geringer gewesen. Weitere Versuche in dieser Richtung erscheinen daher sehr wünschenswert.

3. Die Versuche von Ostenfeld.

Diese Versuche sind bereits früher eingehend besprochen worden[9]). In diesem Zusammenhange ist lediglich noch die Übereinstimmung der von Ostenfeld versuchsmäßig ermittelten Zahlen β zu überprüfen. Es ist

$$\beta = r = 1 - 2\,\mu_F. \tag{17}$$

Für den Rechteckquerschnitt ist mit $c = \frac{1}{30}$ die Größe $2\,\mu_F = \frac{1}{3}$ und damit $r = 0{,}68$, während Ostenfeld $\beta = 0{,}69$ fand; für $c = \frac{1}{42}$ ist $2\,\mu_F = 0{,}286$ und daher $r = 0{,}71$. Für den Kreis ist für die beiden Werte von c $2\,\mu_F = 0{,}430$ bzw. 0,384 und daher $r = 0{,}57$ bzw. 0,62, gegenüber einem Versuchswert $\beta = 0{,}58$. Für das auf die Spitze gestellte Quadrat sind die entsprechenden Ziffern 0,47 bzw. 0,52, während Ostenfeld dafür 0,53 angegeben hat.

Die erwähnte Arbeit von Ostenfeld enthält auch Versuche mit ⊏-Stählen, und es ist nicht ohne Belang, die Tragfähigkeit derartiger Stützen festzustellen; die Ausbiegung kann dabei einmal nach der geschlossenen, das andere Mal nach der offenen Seite des Querschnitts erfolgen. Das Fehlen der zweiten Symmetrieachse macht es zunächst notwendig, den Ansatz für den Spannungskörper zu erweitern. Mit den Bezeichnungen von Bild 8 ist

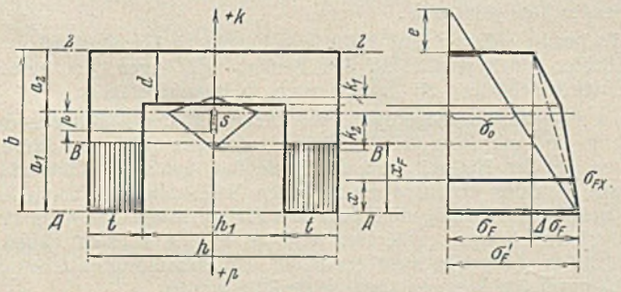

Bild 8.

$$e = -a_2 \cdot \frac{\delta\, r_0 - 1}{r_0 - 1}, \tag{18}$$

worin $r_0 = \frac{\sigma_0}{\sigma_F'}$ und $\delta = \frac{b}{a_2}$ bedeutet; für das Verhältnis $\frac{b}{a_1}$ wird der Buchstabe ϑ eingeführt. Für den symmetrischen Querschnitt ist $\delta = \frac{\vartheta}{\vartheta - 1} = 2$, und damit geht Gl. (18) in die frühere Beziehung (1)* über. Da nun $W_1 \neq W_2$ und daher auch $k_1 \neq k_2$, treten nun zwei verschiedene Außermittigkeitsmaße $m_1 = \frac{p}{k_1}$ und $m_2 = \frac{p}{k_2}$ auf, wobei m_1 für eine Außermittigkeit des Lastangriffes gegen den Rand des Flansches zu und m_2 bei entgegengesetzter Richtung gilt. Das Vorzeichen von p und k ist im Sinne der in Bild 8 u. 9 eingetragenen Pfeile angenommen, so daß m_1 und m_2 immer positiv sind. Damit ergibt sich

$$r_0 = \frac{1}{1 + m_1} \tag{19}$$

und

$$r_x = \frac{\sigma_x}{\sigma_F'} = 1 - \frac{\vartheta\, y}{b} \cdot \frac{m_1}{1 + m_1}. \tag{20}$$

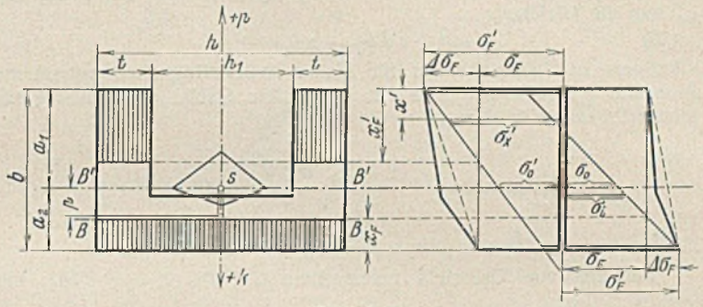

Bild 9.

Der Wert r_{min} verallgemeinert sich zu

$$r_{min} = \frac{1 - m_2}{1 + m_1}. \tag{21}$$

Zur Berechnung der Fließhemmung H ist zunächst die Kenntnis des Festigkeitskörpers notwendig. Bezeichnet man wieder $\xi = \frac{x}{b}$, dann ist im Bereich $1 > \xi > 1 - \beta$ die Größe $\Delta\sigma_{FX} = \frac{1}{\varphi}(1 - \xi)\,\Delta\sigma_F$ und für $1 - \beta > \xi > 0$ ist $\Delta\sigma_{FX} = \left[1 - \frac{1}{\varphi}(1 - \alpha)\,\xi\right]\Delta\sigma_F$. Darin ist wieder $\varphi = 1 - \alpha(1 - \beta)$. Nun berechnet sich

$$A = \varphi \cdot \frac{b\,h}{2}.$$

Einführungsgemäß bekommt man nun

$$H = c\,\sigma_F' \cdot \frac{\vartheta}{b} \cdot \frac{m_1}{1 + m_1} \cdot \mathfrak{S}_A - c\,\Delta\sigma_F\,A, \tag{22}$$

$$S = \Delta\sigma_F F - \sigma_F' \cdot \frac{\vartheta}{b} \cdot \frac{m_1}{1 + m_1} \cdot \mathfrak{S}_{AF}. \tag{23}$$

Die Höhe des überlasteten Gebiets $\mu_F = \frac{x_F}{b}$ berechnet sich mit

$$\mu_F = \frac{\Delta\sigma_F}{\sigma_F'} \cdot \frac{1}{\vartheta} \cdot \frac{1 + m_1}{m_1}, \tag{24}$$

womit sich dann S auch in der Form

$$S = \Delta\sigma_F \cdot \frac{\mathfrak{S}_{BF}}{b\,\mu_F} \tag{23a}$$

anschreiben läßt. Aus (24) erhält man auch

$$\varkappa = \frac{\vartheta\,\mu_F}{\frac{1 + m_1}{m_1} - \vartheta\,\mu_F}, \tag{25}$$

eine Beziehung, die für $\vartheta = 2$ in Gl. (8a)* übergeht. Aus der Gleichsetzung von H und S bekommt man nun einen zweiten Ausdruck für $\varkappa$ mit

$$\varkappa = \frac{\mu_F}{\frac{1}{\vartheta} \cdot \frac{1 + m_1}{m_1}\left[\frac{1}{c} \cdot \frac{\mathfrak{S}_{BF}}{\mathfrak{S}_A} + \mu_F \cdot \frac{b\,A}{\mathfrak{S}_A}\right] - \mu_F}. \tag{26}$$

Aus (25) u. (26) erhält man schließlich die unveränderte Gleichung (3a), die nun zusammen mit (25) die Feldwirkung $\varkappa$ bestimmt. Für die Größe r entsteht durch eine kurze Rechnung der Ausdruck

$$r = 1 - \vartheta\,\mu_F. \tag{27}$$

Für den vorliegenden Querschnitt ist $\mathfrak{S}_A = [1 - \alpha(1 - \beta)^2]\,\frac{b^2 h}{2} = \psi \cdot \frac{b^2 h}{2}$ und damit berechnet sich $\frac{b\,A}{\mathfrak{S}_A} = \frac{\varphi}{\psi}$ und $\frac{\mathfrak{S}_{BF}}{\mathfrak{S}_A} = \frac{1}{\psi}(1 - \alpha)\,\mu_F^2$, vorausgesetzt, daß das überlastete Gebiet nicht auf den Steg des Querschnitts übergreift. Damit erhält man aus (3a) die quadratische Gleichung

$$\mu_F^2 + \frac{c\,\varphi}{1 - \alpha} \cdot \mu_F - \frac{c\,\psi}{1 - \alpha} = 0, \tag{28}$$

deren Wurzel nun bei Kenntnis von c die Größe von $\varkappa$ bestimmt.

[9]) A. Ostenfeld, Exzentrisch beanspruchte Säulen, Versuche mit Stahlsäulen, Querschnittsbemessung. Ingeniorvidenskabelige Skrifter A, Nr. 21. Kopenhagen 1930.

Ostenfeld untersuchte einen ⊏ 10-Stahl, für den $\alpha = 0{,}83$, $\beta = 0{,}12$, $\varphi = 0{,}270$ und $\psi = 0{,}357$ ist. Mit $c = \frac{1}{30}$ bekommt man aus (28) $\mu_F = 0{,}240$, mit $c = \frac{1}{42}$ den Wert $\mu_F = 0{,}206$. Es ist weiter $\vartheta = 1{,}446$ und damit $\nu = 0{,}652$ bzw. 0,712, während Ostenfeld auf Grund seiner Versuche $\beta = 0{,}69$ annahm, ein Wert, der gut zwischen die beiden errechneten Zahlen hineinpaßt.

Bei einer zusätzlichen seitlichen Ausbiegung der gleichen Stütze nach der offenen Seite des Querschnitts (Bild 9) berechnet sich in der gleichen Weise $A = \varphi \cdot \frac{b\,h}{2}$ und $\mathfrak{S}_A = [1 - \alpha(1 - \beta^2)]\,\frac{b^2 h}{2} = \psi_1 \cdot \frac{b^2 h}{2}$. Nach einer der obigen gleichlaufenden Untersuchung ergibt sich zur Ermittlung von μ_F nun die Gleichung

(29) $$\mu_F^2 + c\,\varphi\,\mu_F - c\,\psi_1 = 0;$$

allerdings ist dabei die nur für kleine Außermittigkeiten zutreffende Annahme gemacht, daß sich das überlastete Gebiet auf den Steg beschränkt. Damit ist dann

(30) $$\varkappa = \frac{\delta\,\mu_F}{\frac{1 + m_2}{m_2} - \delta\,\mu_F}$$

und

(31) $$\nu = 1 - \delta\,\mu_F.$$

Für den von Ostenfeld untersuchten ⊏-Stahl ist $\psi_1 = 0{,}182$; mit $c = \frac{1}{30}$ erhält man nun $\mu_F = 0{,}074$, mit $c = \frac{1}{42}$ ergibt sich $\mu_F = 0{,}063$. Da $\delta = 3{,}23$, berechnet sich $\nu = 0{,}762$ bzw. 0,797, womit sich dann eine recht hohe Tragfähigkeit ergeben würde. Diese rechnungsmäßige Tragfähigkeit wird aber in der Regel nicht erreicht werden, da der Steg im Hinblick auf die Störung der Navierschen Spannungsverteilung infolge der Hohlkehlen leicht zu einem selbständigen Fließen gelangen kann, ohne auf die fließverzögernde Wirkung der unterbelasteten Flanschen Rücksicht zu nehmen. Er steht dann in der Hauptsache unter der alleinigen Wirkung seines eigenen Spannungsfeldes mit den beiden Randspannungen σ_F' und $\sigma_i = \sigma_F'\,[1 + (\nu_0 - 1)\,\beta\,\delta]$, das man sich auch durch ein gedachtes Außermittigkeitsmaß

(32) $$\bar{m} = -1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2} \cdot \beta\,\delta \cdot \frac{m_2}{1 + m_2}}$$

entstanden denken kann, zu dem sich dann eine Feldwirkung $\varkappa$ mit

(33) $$\varkappa = \frac{\mu_F}{\frac{1 + m_2}{m_2} \cdot \frac{1}{\beta\,\delta} - \mu_F}$$

und ein $\nu = \frac{1}{1 + \varkappa}$ berechnet. Will man lediglich die Zahlen ν vergleichen, so kann man die Untersuchung auf die reine Biegung beschränken, für die $\frac{1 + m_2}{m_2} = 1$ zu setzen ist. Zu $c = \frac{1}{30}$ gehört dann $\mu_F = \frac{1}{6}$, und damit bekommt man für den ⊏ 10-Stahl $\nu = 0{,}936$, und es ist nun zu erwarten, daß in Wirklichkeit ν innerhalb der Grenzen $0{,}762 < \nu < 0{,}936$ liegt. Versuche zur Überprüfung dieser Beziehung liegen leider nicht vor, da bei den Ostenfeldschen Versuchen m_2 so groß war, daß vom Rande des Flansches aus eine Fließschicht gegen den Steg zu vordrang.

Will man auch diesen Fall in die Untersuchung mit einbeziehen, so hat man zu beachten, daß nun (Bild 9)

(34) $$\nu_0' = \frac{1}{1 + m_2\,\varrho}, \quad \text{worin } \varrho = -\frac{k_2}{k_1} \text{ bedeutet.}$$

Das auf σ_F' bezogene Spannungsfeld beschreibt der Ausdruck

(35) $$\nu_x' = 1 - \frac{x'\,\vartheta}{b} \cdot \frac{m_2\,\varrho}{1 + m_2\,\varrho}.$$

Damit bekommt man in der üblichen Weise

(36) $$H = c\,\sigma_F' \cdot \frac{\vartheta}{b} \cdot \frac{m_2\,\varrho}{1 + m_2\,\varrho} \cdot \mathfrak{S}_A - c\,\Delta\sigma_F\,A,$$

(37) $$S = \Delta\sigma_F \cdot \frac{\mathfrak{S}_{BF}}{b\,\mu_F}$$

und

(38) $$\varkappa = \frac{\vartheta\,\mu_F}{\frac{1 + m_2\,\varrho}{m_2\,\varrho} - \vartheta\,\mu_F}.$$

Aus der Gleichsetzung von H und S erscheint wieder Gl. (3a), wobei sich allerdings die Bezugsachsen für die statischen Momente entsprechend ändern; für μ_F gewinnt die frühere Gleichung (28) wieder Gültigkeit. Auch ν ist wieder durch $\nu = 1 - \vartheta\,\mu_F$ bestimmt, wie eine kurze Rechnung zeigt.

Für $c = \frac{1}{30}$ berechnet sich nun für den ⊏ 10-Stahl $\mu_F = 0{,}240$ und $\nu = 0{,}65$, während Ostenfeld zur Wiedergabe seiner Versuche $\beta = 0{,}63$ annahm. Er hat daher die Tragfähigkeit derartiger Stützen ein wenig zu hoch erhalten, doch ist auch hier die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch recht befriedigend.

Die drei geprüften Versuchsgruppen beweisen wohl ausreichend die eingangs aufgestellte Behauptung und zeigen die Brauchbarkeit der Grundlagen der neueren Plastizitätstheorie. Man darf aus ihnen gleichzeitig die Berechtigung folgern, dieselbe weiter entwickeln und auf andere, verwickelte Festigkeitsfälle anwenden zu dürfen.

Alle Rechte vorbehalten.

Rahmenpfetten als stahlsparende Konstruktionsglieder.

Von Dipl.-Ing. **Fritz Hugeneck**, Reichsbahnbaudirektion Berlin.

Der umfangreiche Neuaufbau des Reiches und der Aufschwung der Wirtschaft bringen es mit sich, daß sich eine große Anzahl von Hallen und Industriebauten in Planung befinden. Der Umstand, daß es sich in vielen Fällen um Dachgrundrisse von beträchtlichen Ausmaßen handelt, legt es nahe, u. a. auch genaue statische Untersuchungen des Dachgerippes anzustellen und durch Anwendung neuer Konstruktionen an Baustoff noch mehr zu sparen als es bei kleinen Konstruktionen sonst üblich ist. Dies ist möglich bei den Pfetten, die bei der Entwurfsbearbeitung oft recht stiefmütterlich behandelt werden. Gerade bei ihnen aber läßt sich durch geschickte Anordnung und nähere Untersuchung manches erreichen, um so mehr als ihr Einfluß auf das Konstruktionsgewicht wegen der notwendigen großen Anzahl von laufenden Metern auch schon bei kleineren Dachgrundrissen beachtlich ist. Die folgende Untersuchung möge dazu dienen, die entwerfenden Praktiker anzuregen, sich beim Projektieren mit dieser Frage zu beschäftigen.

Da in neuerer Zeit in großem Umfange senkrechte Oberlichter zur Anwendung kommen, empfiehlt es sich nach Lösungen zu suchen, die eine möglichst einfache und stahlsparende Verbindung von Pfette und Oberlicht gewährleisten. Die neuzeitliche Formgebung zeigt meist das Bestreben, möglichst große Stützen- und damit Binderabstände zu erreichen. Daraus folgen große Pfettenstützweiten. Bekanntlich sind bei großen Stützweiten in der Regel nicht die zulässigen Spannungen maßgebend. Die Durchbiegungen und damit die Steifigkeit spielen eine große Rolle und zwingen zur Verwendung hoher Profile und damit zu unwirtschaftlichem Stahlaufwand. Es soll im folgenden an der Hand eines Beispiels eine Lösung untersucht werden, die allen erwähnten Fragen möglichst gerecht wird und die Möglichkeit lohnender Stahlersparnis bei gleichbleibender Steifigkeit zeigt.

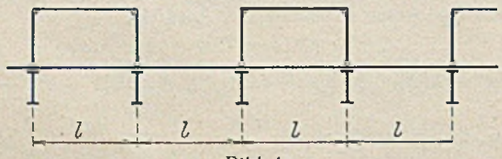

Bild 1.

Es handle sich um eine Halle von beliebigen Grundrißmaßen. Die Oberlichter laufen parallel zu den Bindern und liegen, um eine ausreichende Beleuchtung zu gewährleisten, in Binderabständen.

Es besteht die Möglichkeit, die Pfetten in der Dachebene durchzuführen und auf diese die Oberlichter aufzusetzen (Bild 1). Diese Anordnung hat den Nachteil, daß das Pfettenfeld unter dem Oberlicht unbelastet ist, daher erstens einen unnützen Materialaufwand darstellt und zweitens bei Anwendung durchlaufender Pfetten keine Entlastung für die Nachbarfelder bringt. Außerdem wird es in den meisten Fällen aus schönheitlichen Gründen nicht erwünscht sein, daß die Lichtflächen durch die engliegenden Pfettenstränge geschnitten werden.

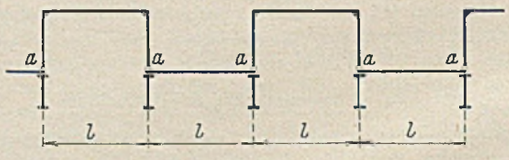

Bild 2.

Die zweite Lösung wäre durch Aufsetzen der Oberlichter auf die Binder gegeben. Diese Anordnung hat den Nachteil, daß die untenliegenden Pfetten vom Rahmenschub auf Knickung beansprucht werden (Bild 2).

Eine dritte Möglichkeit besteht darin, je drei Felder zu einem biegungssteifen System, einer Rahmenpfette zusammenzufassen. Dieses kann durch Gelenke statisch bestimmt gemacht werden (Bild 3) oder als Träger auf vier Stützen ausgebildet werden (Bild 4). Die Gelenke bringen wegen der waagerechten Kräfte gewisse Nachteile. Lösung 3 und auch Lösung 1 schalten damit aus. Lösung 2 geht ohne weiteres in Lösung 4 über, wenn die Gelenke bei a in biegungssteife Verbindungen umgewandelt werden.

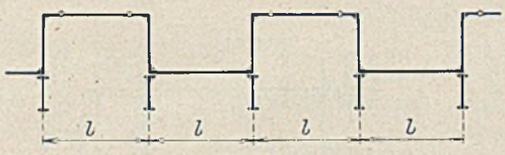

Bild 3.

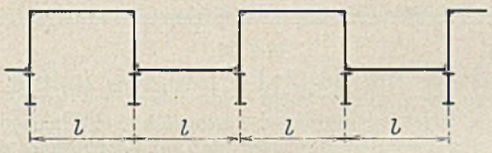

Bild 4.

Annahmen: Binderabstand . . . . $l = 8{,}00$ m,
Höhe des Oberlichts . . $h = 2{,}80$ m,
Belastung: Leichtsteindecke . . . $g = 90$ kg/m²,
Wind und Schnee . . . $p = 80$ kg/m²,
$q = 170$ kg/m².

Pfettenabstand: $a = 2{,}00$ m.

$$q = 0{,}17 \cdot 2{,}00 = 0{,}34 \text{ t/m},$$

$$M = 0{,}34 \cdot \frac{64{,}0}{8} = 2{,}72 \text{ tm}.$$

Gew.: I 24, $W = 354$ cm³,
$J = 4250$ cm⁴,

$$\sigma = \frac{272\,000}{354} = 768 \text{ kg/cm}^2.$$

Die Durchbiegung beträgt:

$$\vartheta = \frac{5 \cdot 0{,}34 \cdot 8{,}0^4}{384 \cdot 21\,000\,000 \cdot 0{,}000\,042\,5} = 0{,}0203 \text{ m} = \frac{L}{394}.$$

Die Spannung ist wegen der Durchbiegung nicht ausgenutzt. Die Durchbiegung des Rahmenriegels ist geringer.

Bei Wegfall der beiden Gelenke ergibt sich ein zweifach statisch unbestimmtes System (Bild 5 u. 6).

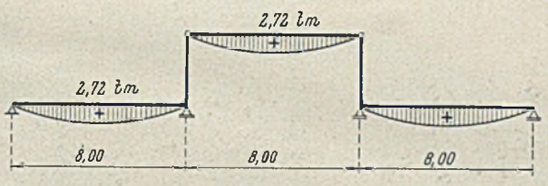

Bild 5.

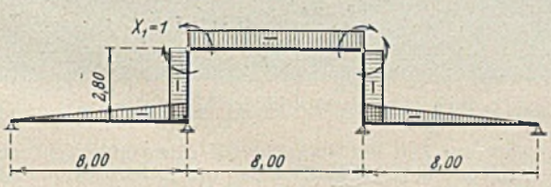

Bild 6.

Moment über den Stützen (Vollast):

$$\mathfrak{M} = 2{,}72 \text{ tm},$$

$$\vartheta_{11} = 2 \cdot \left(\frac{8{,}0}{3} + 2{,}80\right) + 8{,}0 = 18{,}9333,$$

$$\vartheta_{1m} = -4 \cdot 1{,}0 \cdot 2{,}72 \cdot \frac{8{,}0}{3} = -29{,}0133,$$

$$M_I = M_{II} = -\frac{29{,}0133}{18{,}9333} = 1{,}5324 \text{ tm}.$$

Feldmoment im Seitenfeld (Seitenfelder: q, Mittelfeld: g):

$$M_g = 0{,}18 \cdot \frac{64{,}0}{8} = 1{,}440 \text{ tm},$$

$$\vartheta_{1m} = -2 \cdot 1{,}0 \cdot 2{,}72 \cdot \frac{8{,}0}{3} - 1{,}0 \cdot 1{,}44 \cdot \frac{2}{3} \cdot 8{,}0 = -22{,}1867,$$

$$M_1 = -\frac{22{,}1867}{18{,}9333} = -1{,}1718 \text{ tm},$$

$$A = 0{,}34 \cdot 4{,}0 - \frac{1{,}1718}{8} = 1{,}2135 \text{ t},$$

$$X = \frac{1{,}2135}{0{,}34} = 3{,}569 \text{ m}.$$

$$\max M_f = \frac{1{,}2135 \cdot 3{,}569}{2} = 2{,}1655 \text{ tm}.$$

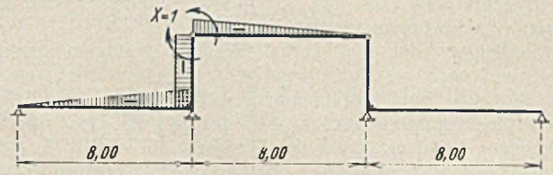

Bild 7.

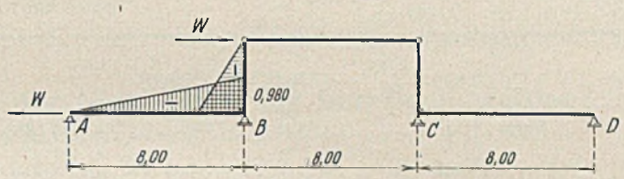

Bild 8.

Windangriff auf das Oberlicht (Bild 7 u. 8):

$$W = 0{,}125 \cdot 2{,}80 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2{,}0 = 0{,}35 \text{ t},$$

$$A = -B = 0{,}35 \cdot \frac{2{,}8}{8} = 0{,}1225 \text{ t},$$

$$\mathfrak{M} = 0{,}35 \cdot 2{,}80 = 0{,}9800 \text{ tm},$$

für $X_1 = 1$:

$$A = \frac{1{,}0}{8} = 0{,}1250,$$

$$B = 0{,}1250 + 0{,}1250 = 0{,}2500,$$

$$C = 0{,}1250,$$

$$\vartheta_{11} = \vartheta_{22} = 2 \cdot 1{,}0^2 \cdot \frac{8{,}0}{3} + 1{,}0^2 \cdot 2{,}8 = 8{,}1333,$$

$$\vartheta_{12} = \vartheta_{21} = 1{,}0 \cdot 1{,}0 \cdot \frac{8{,}0}{6} = 1{,}3333,$$

$$\vartheta_{1m} = 0{,}9800 \cdot 1{,}0 \cdot \frac{8{,}0}{3} + 0{,}9800 \cdot 1{,}0 \cdot \frac{2{,}80}{2} = 3{,}9853.$$

$$\begin{aligned} 8{,}133\,33\, X_1 + 1{,}3333\, X_2 &= -3{,}9853 \\ 1{,}333\,3\, X_1 + 8{,}1333\, X_2 &= 0 \end{aligned}$$

$$X_1 = -0{,}5078$$

$$X_2 = +0{,}0832$$

Eckmomente: $\begin{cases} M_1 = -0{,}476 \text{ tm} \\ M_2 = +0{,}508 \text{ tm} \\ M_3 = -0{,}083 \text{ tm} \end{cases}$

max $M_i = -1{,}532 - 0{,}476 = 2{,}008$ tm, also kleiner als das Feldmoment.

Die Durchbiegung an der Stelle des maximalen Feldmoments errechnet sich wie folgt (Bild 9 u. 10):

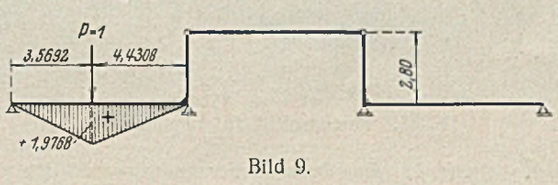

Bild 9.

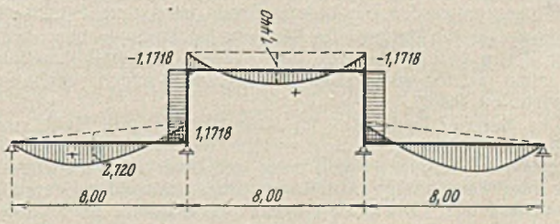

Bild 10.

Last 1 in $x = 3{,}569$ m,

$$\mathfrak{M}_1 = \frac{1 \cdot 3{,}569 \cdot 4{,}4308}{8{,}00} = 1{,}9768 \text{ tm},$$

$$EJ\vartheta = +1{,}9768 \cdot 2{,}72\,(64{,}0 + 3{,}5692 \cdot 4{,}4308) \cdot \frac{1}{24{,}0}$$

$$-1{,}1718 \cdot 1{,}9768 \cdot \frac{11{,}5692}{6} = +17{,}8814 - 4{,}4665 = +13{,}4149,$$

für I NP 22, $W = 278\ \text{cm}^3$, $J = 3060\ \text{cm}^4$,

$$\vartheta = \frac{13{,}4149}{21\,000\,000 \cdot 0{,}000\,030\,6} = 0{,}0209\ \text{m} = \frac{L}{383}.$$

$$\sigma = \frac{216\,550}{278} = 778\ \text{kg/cm}^2.$$

Das Ergebnis zeigt, daß bei fast gleicher Steifigkeit und gleichen Spannungen eine Profilnummer gespart wird.

Die Steifigkeit kann bei verhältnismäßig geringem zusätzlichen Materialaufwand noch gesteigert werden, wenn die kurzen senkrechten Stiele um eine oder zwei Profilnummern stärker gemacht werden.

Es soll noch gezeigt werden, daß das System eine ausreichende Steifigkeit gegen Windangriff auf das Oberlicht aufweist.

Waagerechte Verschiebung des oberen Eckpunktes unter $W = 0{,}35$ t. Für $W = 1{,}0$ t (Bild 11 u. 12):

$$\mathfrak{M}_1 = 1{,}0 \cdot 2{,}80 = 2{,}8000\ \text{tm},$$

$$\mathfrak{M}_2 = 1{,}0 \cdot 1{,}440 = 1{,}4400\ \text{tm},$$

$$E J \vartheta = + 0{,}476 \cdot 2{,}800 \cdot \frac{8{,}00}{3} + 0{,}476\,(1{,}440 + 5{,}600) \cdot \frac{1{,}36}{6}$$

$$- 0{,}508 \cdot 1{,}440 \cdot \frac{1{,}440}{6} = 3{,}5541 + 0{,}7596 - 0{,}1756 = 4{,}1381,$$

$$\vartheta = \frac{4{,}1381}{21\,000\,000 \cdot 0{,}000\,030\,6} = 0{,}006\,45\ \text{m}.$$

Zur vorstehenden Untersuchung ist noch einiges zu sagen. Die Berechnung wurde der Einfachheit halber für drei Felder durchgeführt. Bei längeren Hallen wird man die durchlaufende Pfette von Dehnfuge zu

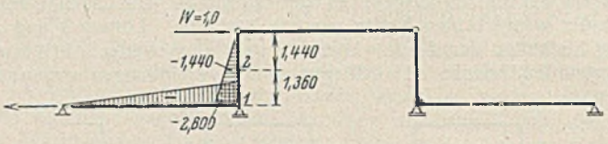

Bild 11.

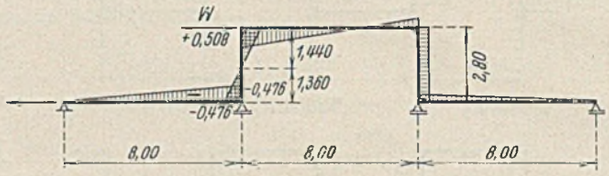

Bild 12.

Dehnfuge, also über 4, 5 oder mehr Felder führen und damit weitere Vorteile erzielen, wie versuchsweise durchgeführte Rechnungen ergeben haben. Die Ergebnisse werden auch noch günstiger, wenn die Pfettenstützweiten größer sind, als die dem Beispiel zugrunde gelegten.

Verschiedenes.

Vom Wellenbad zur Lagerhalle. Ein Beispiel für die vielseitige Verwendbarkeit vorhandener Stahlkonstruktionen. Sobald in Verhandlungen beim Beginn größerer Bauvorhaben über die zweckmäßigste Bauart von den Vertretern des Stahlbaues auf seine besonderen Vorzüge hinsichtlich leichter Abänderung und Weiterverwendung an anderer Stelle hingewiesen wird, begegnet dieser Hinweis bei Bauherren und Architekten nur geringem Interesse, da sie, erfüllt von dem Neubauplan, nicht geneigt sind, voraussichtlich noch in weiter Ferne liegende Möglichkeiten schon beim Baubeginn zu berücksichtigen. Erst die auch auf dem Baugebiet sich heute stark bemerkbar machenden Umwälzungen im deutschen Vaterland, die es mit sich bringen, daß viele noch im guten Zustande befindlichen Bauwerke gegenüber großzügigen neuen Planungen ihren Standort nicht mehr behalten können, lenkt das Interesse stärker auf die Wiederverwendbarkeit ihrer Bestandteile. Die im Zuge des Vierjahresplans folgenden Verordnungen der Regierung betreffend Sparsamkeit in der Verwendung von Metallen führten sogar zu einer starken Nachfrage nach Stahlbauten, die, am Standort hinderlich oder überflüssig geworden, an anderer Stelle wieder verwendbar sind.

Das im folgenden dargestellte Bauwerk zeigt nun in besonders überzeugender Weise, wie vorteilhaft und schnell sich Stahlkonstruktionen von den nicht wieder verwendbaren Bauteilen trennen, abändern und wieder aufstellen lassen.

Eine im Berliner Lunapark im Jahre 1910 erbaute Halle von 32 m Breite, 53 m Länge und 18 m lichter Höhe, die ursprünglich für Theater- und Varieté-Vorstellungen gedient hatte und dann zum Wellenbade umgebaut wurde, kam infolge Auflösung dieses bekannten Vergnügungsparkes zum Abbruch. Die noch durchaus verwendbare Stahlkonstruktion wurde von der Firma Siemens-Schuckertwerke A. G. zum Zwecke des Wiederaufbaus in ihrem Werk erworben, und zwar zur Errichtung einer Lagerhalle von gleicher Breite und Länge, jedoch nur halber lichter Höhe. Es war somit nur eine Kürzung der 18 m hohen Stützen auf 9 m erforderlich. Ferner mußte das für die Zwecke des Wellenbades verschiebbar angeordnete Oberlicht in ein festes umgewandelt werden. Die Abänderungsarbeiten an den Stützen wurden vor dem Wiederaufbau auf der Baustelle ausgeführt.

Die Wiederaufbauarbeiten der rd. 143 t im abgeänderten Zustand wiegenden Konstruktionsteile erforderten rd. 8 Wochen, hätten aber in kürzerer Zeit ausgeführt werden können. Räumungsarbeiten, die aus betrieblichen Rücksichten nicht zeitiger vorgenommen werden konnten, behinderten die Fundamentierungsarbeiten.

Bild 1 zeigt eine Innenaufnahme der fertigen Lagerhalle. Das schon durch seine Abmessungen nicht unbedeutende Bauwerk zeigt einen weitläufig wirkenden, durch hohe Fenster und das bereits erwähnte Oberlicht reichlich erhellten Innenraum, der seiner Verwendung als Lagerhalle nicht weniger als ein neues Bauwerk entspricht. Die Außenaufnahme des fertigen Bauwerks (Bild 2) zeigt, wie durch kunstgerechte Anordnung der Fenster, die mit erstklassigem Material und guter Handwerksarbeit ausgeführten Umfassungsmauern und das Dach dem ganzen Gebäude einen schönen und dauerhaften Ausdruck verleihen, dem nichts Behelfsmäßiges anhaftet. Entwurf und Ausführung lagen in den Händen der unter Leitung von Baudirektor Dr.-Ing. ehr. Hans Hertlein stehenden Bauabteilung der Siemenswerke.

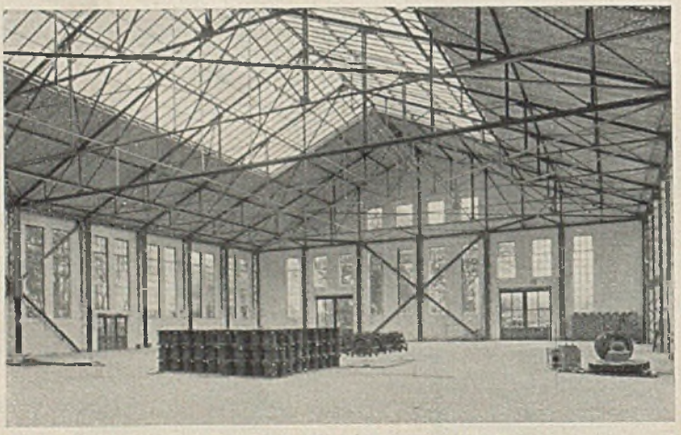

Bild 1. Innenansicht der Lagerhalle.

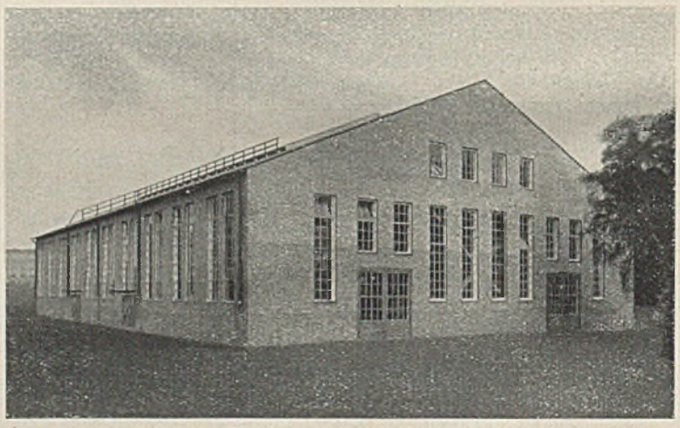

Bild 2. Außenansicht der Lagerhalle.

Wenn auch zur Zeit mit Rücksicht auf eine vorübergehende Stahlknappheit Stahlkonstruktionen im Hochbau nur in besonderen Fällen verwendet werden sollen, so ist es doch wichtig, diese Bauweise im Auge zu behalten, denn der Ersatz durch Holz, soweit wie er zur Zeit noch üblich und überhaupt möglich ist, kann wegen Verknappung auch dieses Baustoffs und seiner wesentlich langsameren Erzeugung auf die Dauer nicht aufrechterhalten werden. Eisenbeton ist wegen der größeren Konstruktionsdicken und der damit verbundenen höheren Gewichte in vielen Fällen kein geeigneter Ersatz. Die Schalungen erfordern ebenfalls Holz.

Stahlkonstruktionen im Hochbau sind besonders geeignet bei Bauten auf schlechtem Baugrund zur Verminderung der Eigengewichte, ferner für Bauten, die im Innern umgewandelt werden müssen, nachträglich Deckendurchbrüche und Stützenverschiebungen erfordern, und vor allem dann, wenn, wie es in Fabrikbetrieben häufig vorkommt, mit einem Platzwechsel zu rechnen ist. Obering. J. Heinicke, VDI, Berlin.

INHALT: Die neuere Fließbedingung und die Ergebnisse der Werkstoffprüfung. — Rahmenpfetten als stahlsparende Konstruktionsglieder. — Verschiedenes: Vom Wellenbad zur Lagerhalle.

Verantwortlich für den Inhalt: Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt.
Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 9.
Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.