DER STAHLBAU

Schriftleitung:
Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule
Fernsprecher: Darmstadt 7711, Apparat 599
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61
Veröffentlichungsbeiträge an voranstehende Anschriften erbeten

Beilage zur Zeitschrift **DIE BAUTECHNIK** Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

12. Jahrgang | BERLIN, 17. Februar 1939 | Heft 4

Sollen genietete Träger mit Berücksichtigung der Nietschwächung berechnet werden?

Alle Rechte vorbehalten.

Von Prof. Dr.-Ing. **Friedrich Hartmann**, Wien.

In der gegenwärtig in Umarbeitung begriffenen Norm für Straßenbrücken soll der Nietabzug nur noch in den gezogenen Teilen eines genieteten Trägers berücksichtigt werden, wie dies bereits seit einigen Jahren in der Önorm vorgesehen war. Es ist zu erwägen, ob man nicht im allgemeinen auf die Berücksichtigung des Nietabzuges überhaupt verzichten könnte.

Die Berücksichtigung der Nietschwächung in gezogenen Teilen eines Trägers war eine Selbstverständlichkeit, solange man für die Sicherheit den statischen Bruch dieser Teile als maßgebend ansah. Ein Träger wird aber viel früher unbrauchbar, im allgemeinen bei Eintritt unzulässiger Verformungen. Solche sind starke Durchbiegungen, Ausbeulungen und Dauerbruch. Da in unseren Berechnungen nicht alle tatsächlich auftretenden Wirkungen und Zusatzspannungen enthalten sind, muß zwischen den rechnungsmäßigen Höchstbeanspruchungen und jenen Spannungen, bei denen unzulässige Verformungen auftreten, ein Sicherheitsspielraum vorhanden sein, so daß auch bei Auftreten aller möglichen Wirkungen niemals unzulässige Verformungen auftreten. Der Spielraum hängt zunächst von der Höhe der nicht in Rechnung gestellten Wirkungen und Zusatzspannungen ab, die man allerdings häufig nur sehr annähernd schätzen kann. Er hängt aber auch von unvermeidlichen Unregelmäßigkeiten im Baustoff ab, die bei unserem Baustahl allerdings heute sehr gering veranschlagt werden dürfen. Auch sind die Querschnittstoleranzen der gewalzten Teile zu berücksichtigen. Sehr wichtig ist die wirkliche Höhe der Streck- und Stauchgrenze σ_S. Bei Baustahl St37 wird mit $\sigma_S = 2{,}4$ t/cm² gerechnet. Da die Walzwerke aber nur eine Streckgrenze von mindestens 55% der Festigkeit garantieren, kann sie in einzelnen Stäben bis auf $\min \sigma_S = 2{,}04$ herabsinken. Bei genieteten Trägern besteht der Zuggurt aus Gurtplatten, zwei Gurtwinkeln und einem Stück des Stegbleches. Es ist ganz unwahrscheinlich, daß in allen diesen Teilen $\min \sigma_S$ vorhanden ist. Es genügt daher, Verformungen von Trägern mit etwa $\sigma_S = 2{,}2$ zu berechnen. (Bei geschweißten Trägern, deren Gurt häufig nur aus einer einzigen starken Platte besteht, müßte man, da das Stegstück einen sehr geringen Einfluß hat, mit $\min \sigma_S$ rechnen, um so mehr, als geringe σ_S eher bei starken als bei dünnen Walzprofilen zu erwarten sind.)

Bild 1 zeigt die Arbeitslinie des Baustahls, einmal wenn $\sigma_P \doteq \sigma_S$ ist (Linie 1) und mit $\sigma_P < \sigma_S$ (Linie 2). Bild 2 zeigt für einen symmetrischen Träger in den Linien 1 und 2 unter der Voraussetzung eben

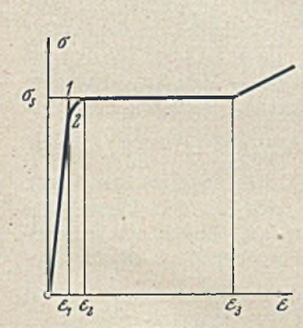

Bild 1.

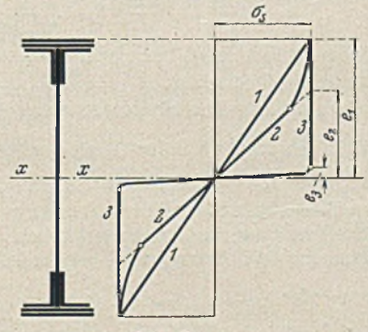

Bild 2.

bleibender Querschnitte den Spannungsverlauf, wenn im vollen Querschnitt am Rand eben σ_S erreicht wird, und in Linie 3 nach vollem Durchfließen des Streckbereiches mit der Randdehnung ε_3, also gerade bei Erreichung des Verformungsbereiches. Es ist unter der gemachten Voraussetzung $\frac{e_2}{e_1} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$ und $\frac{e_3}{e_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3}$, wenn in Bild 1 Linie 2 gilt. Nachdem stets das Biegemoment der äußeren Kräfte M_a gleich dem Moment der inneren Spannungen M_i ist, lassen sich aus den Spannungsverteilungen die Tragmomente berechnen. Das Tragmoment nach der Spannungsverteilung 1 kann auch noch aus der Navierschen Formel $M_1 = W\sigma_S$ berechnet werden. Nachdem gewöhnlich die Spannungslinie 2 tatsächlich in Frage kommt, ist das Tragmoment M_2 ein wenig größer als M_1, doch ist der Unterschied sehr gering. Das Tragmoment M_1 oder M_2 ist praktisch genommen jenes, bei dem die abstehenden Teile des Gurtes plastisch werden. Das heißt also, daß spätestens bei Erreichung von M_1 oder M_2 der gedrückte Gurt seitlich ausknickt, da die Knickspannung σ_K höchstens gleich σ_S ist. Ist die Entfernung der seitlich festgehaltenen Punkte des Druckgurtes a (Entfernung der Querträger oder Querrahmen) und ist das maßgebende Trägheitsmoment des Gurtes J_y (Bild 3), der Trägheitshalbmesser $i_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}}$, die Knickschlankheit $\lambda_y = \frac{a}{i_y}$, so wird die Knickspannung nur dann nahezu σ_S erreichen, wenn $\lambda_y \lessapprox 30$ ist. Das ist bei den üblichen Gurtformen näherungsweise der Fall, wenn $b \lessapprox \frac{a}{8}$ ist. Andernfalls wird σ_K kleiner als σ_S und daher das Moment, bei dem Ausknicken eintritt, kleiner als M_1 oder M_2. Im letzteren Fall ist es günstig, wenn benachbarte Felder eine beträchtlich kleinere als die maximale Gurtspannung haben, weil die Knickung nur gemeinschaftlich erfolgen kann. Die Knicklänge ist dann etwas kleiner als $\frac{a}{i_y}$ in Rechnung zu stellen.

Bild 3.

Im gezogenen Gurt hingegen treten bei Erreichung von M_1 oder M_2 keinerlei gefährliche Erscheinungen auf. Es ist zwar schon im Bruttoquerschnitt der äußeren Gurtplatte die Fließgrenze erreicht, aber das Fließen kann nicht stattfinden, weil die angrenzenden Teile es verhindern. Die Formänderungen bleiben also noch klein, das heißt, sie sind noch von der Größenordnung der elastischen Verformungen. Dringt nun die Fließgrenze ins Innere des Trägers, so wird am Trägerrand die Dehnung immer größer, und ε erreicht dort schließlich den Wert ε_3 (Bild 1), und die Spannungen verlaufen nach der Linie 3 (Bild 2). Ob jetzt große Verformungen auftreten, hängt davon ab, in welcher Länge das hemmungslose Fließen eintritt, also von dem Verlauf der Momentendeckung im Träger. Tritt das Fließen nur in einzelnen Punkten oder in ganz kurzen Strecken auf, dann werden die Verformungen noch immer gering bleiben, und das wird bei Brückenträgern oft der Fall sein; es ist jedoch allgemein nicht damit zu rechnen. Das Tragmoment M_3, das der Spannungsverteilung 3 entspricht, ist natürlich größer als M_2 oder M_1. Das heißt, große Verformungen in lotrechtem Sinn durch Fließen des Untergurtes treten überhaupt nicht auf, da zuerst der Obergurt seitlich ausweicht und damit das Tragvermögen des Trägers erschöpft ist. Man könnte einwenden, daß bei der Spannungsverteilung 2 die Streckgrenze in den geschwächten Querschnitten doch schon tiefer ins Innere des Trägers gedrungen sei. Wäre der Gurt für sich allein, dann könnte ein beschränktes Fließen eintreten, vorausgesetzt, daß der Fließbereich schon eine gewisse Länge erreicht hat. Dies letztere ist aber beim Stegblech nirgends der Fall. Die lotrechten Steifen bedingen nur eine oder zwei Nietreihen und bilden außerdem durch den Reibungsschluß der Niete eine Verstärkung des sonst geschwächten Steges, selbst wenn nur eine Nietreihe vorhanden ist [Versuch von Graf[1]]. Im Steg

[1]) Graf, Dauerfestigkeit von Stählen mit Walzhaut usw., S. 23. VDI-Verlag 1931.

kann also bei der Spannungsverteilung 2 entweder überhaupt kein oder höchstens ein sehr beschränktes Fließen und überdies nur auf ganz kurze Länge stattfinden, das keinerlei größere Verformungen des Trägers zur Folge haben kann. Über die Wirkungen von Stößen und Stoßdeckungen wird noch gesprochen werden.

Die Ermittlung der Biegelinie von teilweise plastisch gewordenen Trägern wurde vom Verfasser an anderer Stelle behandelt[2]). Es wurde dort gezeigt, daß die Biegelinie als Momentenlinie der als Belastung des Balkens aufgefaßten y''-Fläche erhalten wird. (Als Sonderfall ergibt sich für den elastischen Bereich wegen $y'' = -\frac{M}{EJ}$ das Mohrsche Verfahren). Wäre die Randdehnung im ganzen Träger konstant gleich ε_2, so wäre bei unveränderlicher Trägerhöhe auch y'' unveränderlich. Faßt man daher die y'' als gleichmäßig verteilte Belastung auf, so ist die Durchbiegung in der Mitte $\delta_2 = \frac{y'' l^2}{8}$. Mit der bekannten Beziehung $\varrho = \frac{h}{2\varepsilon} = \frac{1}{y''}$ wird $\delta_2 = \frac{\varepsilon_2 l^2}{4h}$, wobei h die Trägerhöhe bedeutet. Bei St 37 ist nach Bild 1 die Dehnung $\varepsilon_1 = \frac{\sigma_S}{E} = \frac{2{,}4}{2100} = 0{,}00114$. Man kann daher $\varepsilon_2 = 0{,}002$ annehmen und erhält für

$$\frac{l}{h} = 15 \ldots . \delta_2 = \frac{0{,}002 \cdot 15}{4} \cdot l = \frac{l}{133}.$$

Tatsächlich ist ja die Dehnung ε_2 nicht in der ganzen Trägerlänge vorhanden, so daß $\delta_2 \lessapprox \frac{l}{200}$ sein wird. Die Durchbiegung ist also noch klein. Die Streckdehnung ε_3 ist recht schwankend. Sie kann 2% und noch mehr betragen. Mit $\varepsilon_3 = 0{,}02$ erhält man bei durchaus unveränderlicher Dehnung ε_3 die Durchbiegung $\delta_3 = \frac{l}{13{,}3}$. Tatsächlich wird $\delta_3 < \frac{l}{20}$ sein. Man sieht also, daß tatsächlich erst bei Erreichung der Streckdehnung ε_3 große lotrechte Durchbiegungen entstehen.

Ein Versuch. Aus der Literatur ist mir nur ein Versuch über die Erprobung der Tragfähigkeit von genieteten Trägern bekannt. Neuere Versuche, die nur zeigten, daß die Spannungsverteilung unterhalb der Streckgrenze dann mit der berechneten übereinstimme, wenn man die Spannungen für den vollen Querschnitt berechnet, geben keinen Anhaltspunkt über die Tragkraft. Im Jahre 1891 wurde jedoch im Österr. Ing.-. u. Arch.-Verein ein durch Querrahmen und Windverband verbundenes Trägerpaar einer steigenden Belastung bis zum Versagen unterworfen[3]). Es waren zwei neu angefertigte genietete Träger aus Donawitzer Martinstahl mit $\sigma_z = 3{,}88$ t/cm² (Versuch IX, S. 71 des Berichtes) mit 24% Dehnung. Die Querschnittsabmessungen waren $800 \cdot 10 + 4 \cdot 70 \cdot 70 \cdot 8$ und je zwei Gurtplatten oben und unten $160 \cdot 8$, mit Nieten $d = 18$ mm versetzt angeordnet in der Entfernung $e = 104$ mm (Tafel XVII des Berichtes). Die Stützweite war 10 m, die Entfernung der Querrahmen und Feldweite des Windverbandes $a = 1{,}25$ m. Die ersten Niete der Gurtplatten lagen 2,30 und 4,375 m vom Stützpunkt entfernt. Die zweite Platte hatte also nur eine wirksame Länge von 1,25 m und war für den Versuch belanglos, da das Tragwerk mit einer Einzellast in der Mitte belastet wurde, wobei sich der gefährliche Querschnitt am Beginn der zweiten Platte, also bei $x = 4{,}375$ m ergab. Die vollen Widerstandsmomente sind

$W_0 = 2601$, $W_1 = 3574$

und $W_2 = 4550$ cm³.

Ebenso groß sind in tcm die Tragmomente für die Randspannung $\sigma = 1$ t/cm². Bild 4 zeigt hierfür die Ausnutzung des Trägers, wobei die Momentenlinie M so gelegt ist, daß die Spannung $\sigma = 1$ nirgends überschritten wird. Ferner ist die Lage der Querrahmen angegeben.

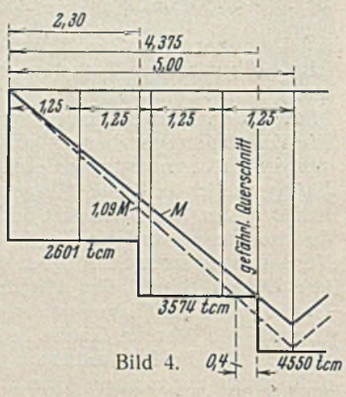

Bild 4.

Die Streckgrenze, deren Wirkung damals noch nicht richtig erkannt wurde, ist im Bericht nicht angegeben, kann aber aus den Versuchen zurückgerechnet werden. Die Träger versagten durch seitliches Ausknicken der Druckgurte beider Träger (S. 99) in einem der beiden Mittelfelder (beim gefährlichen Querschnitt). Das Ausknicken begann bei einer rechnungsmäßigen Randspannung des gefährlichen Querschnitts von 3,0 t/cm², wobei bereits eine seitliche Ausbiegung von 5,3 mm festgestellt wurde. Bei einer Spannung von 3,2 versagten die Träger durch vollständiges Ausknicken. Die Höhe dieser Spannungen erregt zunächst Verwunderung. Sie sind aber nur Rechnungswerte, die unter Voraussetzung der Gültigkeit des Navierschen Gesetzes für den gefährlichen Querschnitt mit Berücksichtigung der Kopfnietabzüge in beiden Gurten mit $W_{1n} = 3114$ erhalten wurden (S. 82). Für die Spannungsverteilung 3 in Bild 2 ist, wenn man sich die Streckgrenze zur Vereinfachung bis an die Schwerachse vorgedrungen denkt, das Tragmoment aus $M_3 = 2 S_0 \sigma_S$ zu berechnen, wenn S_0 das statische Moment einer Trägerhälfte, bezogen auf die Schwerachse, bedeutet. Man könnte also den Wert $2 S_0$ als plastisches Widerstandsmoment bezeichnen. In unserem Fall ist für den gefährlichen Querschnitt (Bild 5)

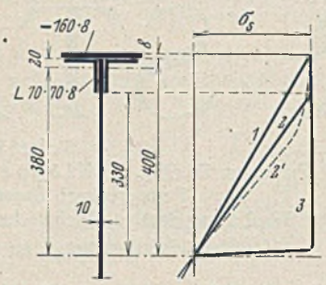

Bild 5.

$$S_0 = 1 \cdot \frac{40^2}{2} + 21{,}3 \cdot 38 + 12{,}8 \cdot 40{,}4 = 2126 \text{ cm}^3 \text{ und } {}_SM_3 = 4252\,\sigma_S.$$

Nimmt man an $\sigma_S = 2{,}4$ t/cm², so ist ${}_SM_3 = 10\,200$ tcm. Die Spannungsverteilung 2' in Bild 5, bei der eben am Rand die Streckgrenze erreicht wird, denken wir uns durch die Spannungsverteilung 2 ersetzt. Hierfür erhält man das Tragmoment aus dem eben berechneten durch Abzug von $2\left(1 \cdot \frac{33}{2} \cdot \frac{33}{3}\right) 2{,}4 = 870$ tcm mit ${}_SM_2 = 9330$ tcm. Für diese beiden Tragmomente wären mit $W_n = 3114$ die Navierschen Biegerandspannungen ${}_N\sigma_3 = 3{,}27$ und ${}_N\sigma_2 = 3{,}0$ t/cm². Diese Spannungen stimmen gut mit den aus dem Versuch für das volle Versagen und den Beginn des Ausknickens angegebenen Werten (3,20 und 3,0) überein, so daß die Annahme $\sigma_S = 2{,}4$ als Streckgrenze und tatsächlich erreichte Höchstrandspannung richtig erscheint. (Sollte jemand bemängeln, daß die letztere eine Bruttospannung ist, während die rechnungsmäßig erhaltenen Spannungen Nettospannungen sind, so ist dagegen zu sagen, daß man natürlich auf ganz dasselbe kommt, wenn man mit dem vollen Widerstandsmoment $W_1 = 3574$ des gefährlichen Querschnitts rechnet. Man hat dann nur statt der im Bericht angegebenen Spannungen von 3,0 und 3,2 die Spannungen 2,61 und 2,79 zu setzen und erhält aus den Momenten ${}_SM_2$ und ${}_SM_3$ die dazu stimmenden Biegespannungen ${}_N\sigma_2 = 2{,}61$ und ${}_N\sigma_3 = 2{,}85$.)

Das Versagen des Druckgurtes hätte nun eigentlich schon bei Erreichung des Momentes ${}_SM_2$, also bei der Spannungsverteilung 2, stattfinden sollen. Ein Blick auf Bild 4 zeigt aber, warum hier erst das Ausknicken begann. Die Spannungsverteilung 2 war nämlich erst in einem einzigen, dem gefährlichen Querschnitt vorhanden. Wurde aber in diesem die Spannungsverteilung 3 erreicht, dann war schon eine gewisse Länge des Trägergurtes plastisch, die man in Bild 4 erhält, wenn man die Ordinaten der M-Linie mit $\frac{{}_SM_3}{{}_SM_2} = 1{,}09$ multipliziert (die gestrichelte Linie). Man sieht, daß der Gurt im Mittelfeld auf rd. 0,4 m Länge plastisch geworden ist, und das erklärt zur Genüge die starke Ausbiegung (die Ausbiegung ist im Bericht auf Tafel XX gezeichnet). In der Praxis wird aber vielfach schon die Spannungsverteilung 2 die abstehenden Gurtteile auf eine größere Länge plastisch machen, besonders bei mittelbarer Kraftübertragung, wenn im Träger nur ein Mittelfeld vorhanden ist (Bild 6), ganz besonders bei Querträgern von Eisenbahnbrücken. Aber selbst in einem Fall, wie ihn die Versuchsträger boten, müßte man ${}_SM_2$ als oberste Grenze, die für die Sicherheit entscheidend ist, festlegen, da auch hier bereits das Ausknicken begann. Werden die Querschnitte mit dem vollen Widerstandsmoment bemessen, so wäre mit $\sigma_{zul} = 1{,}4$ t/cm² für den gefährlichen Querschnitt $M_{zul} = W_1 \sigma_{zul} = 3574 \cdot 1{,}4 = 5004$ tcm. Nachdem bei Erreichung des Momentes ${}_SM_2 = 9330$ tcm ($\sigma_S = 2{,}4$) mit dem Versagen gerechnet werden mußte, wäre die Sicherheit $\nu = \frac{9330}{5010} = 1{,}86$. Bei einer Stauchgrenze $\sigma_S = 2{,}2$ wäre $\nu = 1{,}7$, also noch genügend groß.

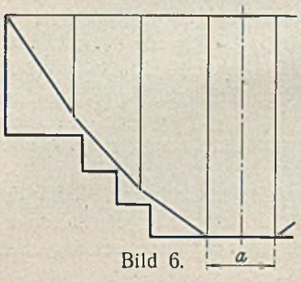

Bild 6.

Die lotrechte Durchbiegung ergab sich bei dem Versuch für jene Belastung, bei der im gefährlichen Querschnitt die Navier sche Randspannung 2,98 betrug, also bei Erreichung des Momentes ${}_SM_2$ im Zeitpunkt der ersten seitlichen Ausbiegungen mit $\delta = 4{,}9$ cm $\approx \frac{l}{200}$ (S. 90 des Berichtes). Weiterhin wurden die Senkungen infolge des stark seitlichen Ausknickens der Druckgurte nicht mehr gemessen. Auch dieser Wert stimmt gut zu der eingangs gegebenen Berechnung der Durchbiegung für denselben Spannungszustand. Somit trat auch beim Versuch kein Fließen des Zuggurtes ein.

Der Versuch zeigte also deutlich folgendes: Der genietete Träger versagte nicht durch Fließen des Zuggurtes, zu dem es gar nicht kam, sondern durch seitliches Ausknicken des Druck-

[2]) Hartmann, Die Formänderungen einfacher und durchlaufender Stahlträger. Schweiz. Bauztg. 1933, Bd. 101, Nr. 7.

[3]) Bericht in der Z. d. OeIAV 1891, S. 81, 99 und Tafel XVII.

gurtes. Die Nietschwächung war also gänzlich belanglos. Dies bestätigt noch mehr das Folgende. Berechnet man für die Spannungsverteilung 3 das Tragmoment mit Berücksichtigung der Kopfnietenschwächung ($d = 18$) im Zuggurt, so erhält man

$$_{S}M_3^n = 10\,200 - (2 \cdot 1{,}8 \cdot 1{,}6)\,2{,}4 \cdot 40 = 9647 \text{ tcm}.$$

Das Ausknicken der Druckgurte begann aber bereits bei $_{S}M_2 = 9300$. Somit ist die Nietschwächung auch rechnungsmäßig belanglos. Ja, wenn man sogar noch in der Zugzone 15% des Stegbleches in Abzug bringt, also $0{,}15\,(1 \cdot 40) \cdot 2{,}4 \cdot 20 = 288$ tcm, erhält man immer noch ein Tragmoment von 9359 tcm. In diesem Fall beträgt die rechnungsmäßige Abminderung des Tragmomentes bereits 841 tcm oder 8,3%, so daß hier ein schon recht ungünstiger Fall vorliegt.

Unsymmetrische Träger. Es ist üblich, bei genieteten Trägern die erste obere Gurtplatte ans Ende zu führen, während die erste untere Platte dort beginnt, wo es das Moment erfordert. Allerdings berechnet man häufig das Tragmoment für den symmetrischen Grundquerschnitt und läßt dann die obere Gurtplatte bis zum Ende laufen, womit natürlich eine Unterbeanspruchung verbunden ist. Man kann aber den unsymmetrischen Querschnitt auch als solchen in die Rechnung einführen, und es ist nun zu untersuchen, ob in einem solchen ausgenutzten Querschnitt früher Knicken des Druckgurtes oder Fließen des Zuggurtes eintritt.

Wir benutzen den Grundquerschnitt des Versuchsträgers ($800 \cdot 10 + 4 \cdot 70 \cdot 8$), denken uns aber eine 10 mm dicke Obergurtplatte vorhanden, um die Unsymmetrie stärker zu gestalten (Bild 7). Der Obergurt knickt spätestens, wenn die Randspannung σ_S ist. Es ergibt sich dann die Spannungsverteilung nach Bild 7. Die Nullinie ist hier nicht identisch mit der Schwerachse. Die Forderung, daß die Summe der Druckspannungen gleich der Summe der Zugspannungen sein müsse, ergibt die Gleichung $\frac{\sigma_S}{a} \cdot \Sigma S_{el} + \sigma_S \Sigma F_{pl} = 0$, wobei S_{el} die statischen Momente der elastisch beanspruchten Querschnittsflächen, bezogen auf die Nullinie (oberhalb +, unterhalb —), F_{pl} die plastischen mit σ_S beanspruchten Flächen sind. Man erhält mit $h = 81$ cm und nach Kürzung durch σ_S und Multiplikation mit a die Gleichung

$$\left[16\,(a - 0{,}5) + 21{,}25\,(a - 3{,}0) + \frac{(a - 1{,}0)^2}{2} - \frac{a^2}{2}\right] - a\,[1\,(81 - 2\,a) + 21{,}25] = 0.$$

Die Lösung ist

$a = 34{,}1$ cm, $h - 2\,a = 12{,}8$ cm.

Es wird also hier schon, bevor es zum Knicken des Obergurtes kommt, die Streckgrenze im gezogenen Teil ins Innere des Querschnittes dringen (die gestrichelte Linie), was schon ein teilweises Fließen zur Folge hat. Bei Berücksichtigung der Nietschwächung würde sich $h - 2\,a$ rechnungsmäßig noch größer ergeben. Allerdings wäre im vorliegenden Fall das Fließen nur auf das sehr kurze Stück beschränkt, das unmittelbar vor der ersten Nietreihe der ersten Untergurtplatte liegt, wenn an dieser Stelle nach der Baustoffverteilung die Randspannung voll ausgenutzt ist. In anderen Fällen kann aber der Fließbereich auch länger sein, so daß es sich empfehlen wird, bei unsymmetrischen Querschnitten (mit stärkerem Druckgurt), wenn die Unsymmetrie in der Rechnung berücksichtigt ist, die Nietschwächung in den Zuggurten zu berücksichtigen.

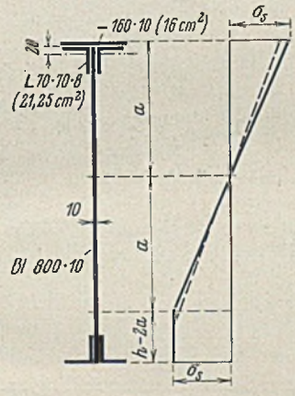

Bild 7.

In Querschnitten, die auf Dauerfestigkeit zu berechnen sind, muß die Nietschwächung in allen gezogenen Teilen (auch im Stegblech) berücksichtigt werden, weil die Dauerfestigkeit auf den Nutzquerschnitt bezogen wird und der Bruch erfolgt, wenn die Dauerfestigkeit auch nur in einem Querschnitt erreicht wird. In symmetrischen Querschnitten aber, die ohne Rücksicht auf Dauerfestigkeit zu bemessen sind, und das ist auch im Brückenbau die überwiegende Mehrheit der Fälle, darf man nach dem vorstehenden auf die Berücksichtigung der Nietschwächung verzichten. Man könnte einwenden, daß an den Stoßstellen die Nietentfernung so klein sei, daß die gesamte Nietschwächung doch vielleicht ein vorzeitiges Fließen zur Folge haben könnte. In eine Stoßlasche wird aber die Kraft durch die in der Kraftrichtung stehenden Niete nach und nach eingetragen und nur zwischen den zwei innersten Nieten, die also unmittelbar neben der Stoßstelle liegen, ist die volle Kraft in der Lasche enthalten. Daher kann auch nur in dieser kurzen Strecke ein Fließen eintreten, alle übrigen Teile sind unterbeansprucht. Die Berücksichtigung der Nietschwächung im Stegblech hat daher am allerwenigsten eine Berechtigung und schon gar keine, wenn, wie dies die Regel ist, die Stoßlaschen überstark sind, da alsdann überhaupt ein Fließen ausgeschlossen ist. Man mache also lieber sämtliche Stoßlaschen, auch die für Winkel und Gurtplatten, regelmäßig etwas dicker, als sonst erforderlich wäre, und man hat dann in diesen Laschen eine wirksame Verstärkung gegen Fließgefahr. Das Mehrgewicht spielt keine Rolle gegenüber der Ersparnis durch das Entfallen der Nietabzüge. Überdies wäre diese Maßregel nur bei Laschen erforderlich, die an ausgenutzten Stellen des Trägers liegen. (Nebenbei bemerkt war der Versuchsträger auch gestoßen, doch lagen die Stöße nicht im gefährlichen Querschnitt.)

Schließlich ist noch zu bedenken, daß unsere Brückenträger mit Berücksichtigung der Stoßwirkung berechnet werden. Ein Stoß kann wohl einen Stab zum Ausknicken, aber nicht zum Fließen bringen, weil hierzu eine längere Einwirkung in voller Stärke gehört. Ferner hat das Ausknicken der Druckgurte unweigerlich den Einsturz des Tragwerkes zur Folge, das Fließen des Zuggurtes aber nur eine stärkere Senkung, die man sofort sehen oder beim Fahren verspüren müßte, so daß eine Behebung des Schadens leicht möglich wäre. Gegen Knicken ist eine größere Sicherheit zu fordern als gegen Fließen, was ja auch in sämtlichen Knickverordnungen zum Ausdruck kommt. Die Sicherheit der Druckgurte unserer vollwandigen Brücken hat sich nun durch 100 Jahre als ausreichend erwiesen, ob zwar bei manchen Tragwerken die Knickspannung unter der Stauchgrenze liegen dürfte, ohne daß dies bei der Berechnung je berücksichtigt wurde. Dann genügt aber gegen Fließen des Zuggurtes wie überall, so auch hier eine kleinere Sicherheit. Wenn sie nun ohne Berücksichtigung des Nietabzuges bei der Bemessung noch größer oder auch nur gleich jener gegen Ausknicken des Druckgurtes ist, so sollte man sich doch wohl damit zufrieden geben.

Gegen den angeführten Versuch könnte nur der Einwand erhoben werden, daß die Belastungsweise nicht der eines Brückenträgers entspricht. Läßt man sich aber durch die hier gebrachte Theorie, die sich in bester Übereinstimmung mit dem Versuch befindet, doch nicht ganz überzeugen, dann müßte sich die Durchführung eines Versuches lohnen. Der Querschnitt wäre so anzunehmen, daß die Nietschwächung der stärksten in der Praxis vorkommenden entspräche, und die Belastungsweise könnte etwa der des Querträgers einer Eisenbahnbrücke entsprechen, wobei zu beachten ist, daß im Mittelfeld die Knickschlankheit $\lambda_y = 30$ wird. Die belasteten Punkte des Druckgurtes und seine Enden wären natürlich seitlich zu stützen. Sehr wichtig aber ist es, daß alle Teile des genieteten Trägers dieselbe Streckgrenze haben! Es müßte also eine sorgfältige Erprobung in dieser Hinsicht dem Versuch vorangehen, da sich andernfalls ganz unrichtige Schlußfolgerungen ergeben könnten. Es handelt sich ja bei dem Versuch nur um die Bestätigung der Theorie, die mit gleichem σ_S für alle Teile rechnet. Was sich dann bei verschiedenen σ_S ergibt, ist leicht zu übersehen. Ist durch Zufall im Zuggurt σ_S kleiner als im Druckgurt, dann kann die Sicherheit gegen Fließen, die sonst größer ist als die gegen Knicken, der Knicksicherheit gleichkommen oder sogar etwas kleiner werden, was durchaus nicht bedenklich ist, da die Sicherheit gegen Knicken ja größer sein soll als gegen Fließen. Die Nichtberücksichtigung des Nietabzuges wäre also auch in diesem Falle unbedenklich, um so mehr, als im entgegengesetzten Fall (σ_S im Druckgurt kleiner als im Zuggurt) die Sicherheit des Trägers ganz zweifellos kleiner wird, was man in Kauf nehmen muß und auch kann, da ja der Sicherheitsgrad auch mit Rücksicht auf solche Erscheinungen genügend hoch bemessen ist.

Anhang.

Nachdem dieser Aufsatz niedergeschrieben war, erschien im Stahlbau 1938, Heft 20, ein Bericht über Biegeversuche mit geschweißten und genieteten Trägern aus St 52. Leider kann daraus für die hier behandelte Frage nichts entnommen werden, weil die Träger gegen seitliche Knickung an der Stelle des größten Momentes durch die Presse und links und rechts davon durch ⊐-Stähle festgehalten waren, so daß die Randspannungen bis in den Verfestigungsbereich gesteigert werden konnten. Man entnimmt nur der Tafel I, daß die erreichte rechnungsmäßige (Naviersche) Randspannung bei den genieteten Trägern bei Berücksichtigung der Nietschwächung in beiden Gurten größer war als bei den geschweißten Trägern. Über die Streckgrenze findet sich keine Angabe.

Alle Rechte vorbehalten.

Die Entwicklung des Stahlskelettbaues im europäischen Auslande[1]).

Von Ing. van Genderen Stort, Den Haag.

Eisen wird bereits seit vielen Jahrhunderten als Baumaterial benutzt. Es sei hier nur an die aus dem Jahre 1250 stammenden eisernen Torbalken der sogenannten Schwarzen Pagode in Kanaruk (Britisch-Indien) erinnert, die 7,8 und 10,7 m lang sind und einen quadratischen Querschnitt von 20 bzw. 28 cm Seitenlänge haben. Ältere Schriftsteller (Leo Battiste Alberti, Jacopo-Lafri usw.) erwähnen des öfteren Eisen oder Stahl als Material für Zugstangen in Gewölben.

Von einer eigentlichen Eisen- bzw. Stahlbauweise kann man jedoch erst seit etwa 1850 sprechen. In der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts

[1]) Auszug aus einem Vortrag, gehalten auf der Wissenschaftlichen Tagung des Deutschen Stahlbau-Verbandes am 6. Oktober 1938 in Berlin.

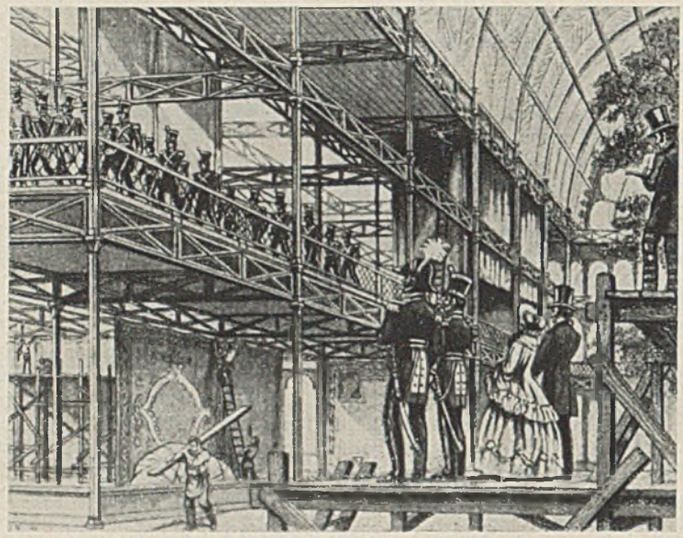

Bild 1. Kristallpalast London. Probebelastung der Balkons.

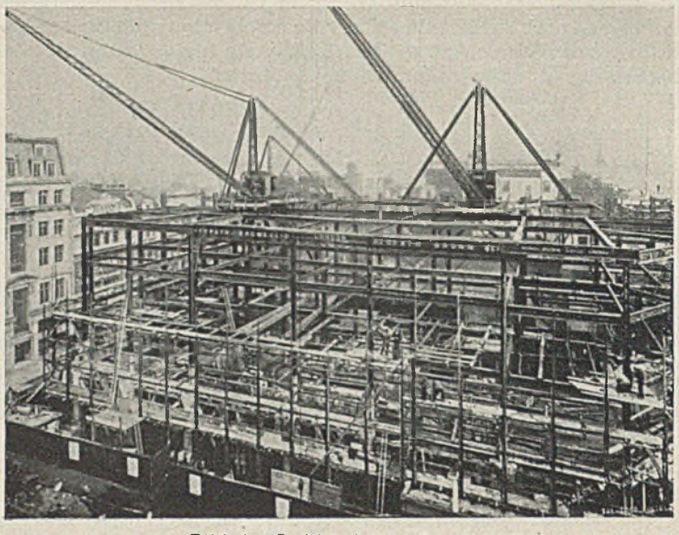

Bild 4. Stahlskelett in London.

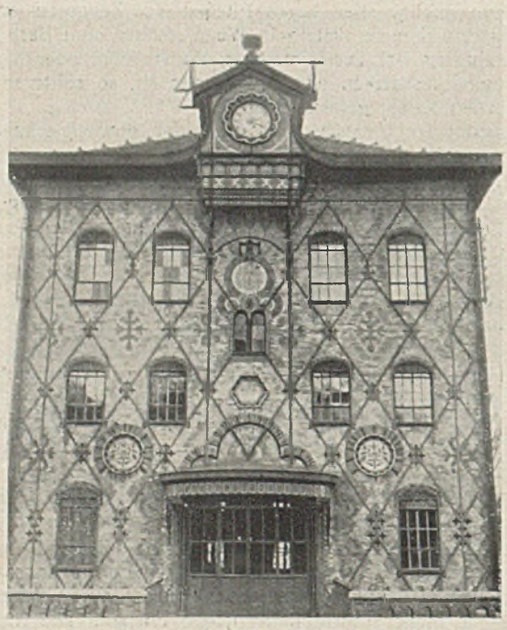

Bild 2. Schokoladenfabrik Menier & Cy., Noisiel, Frankreich.

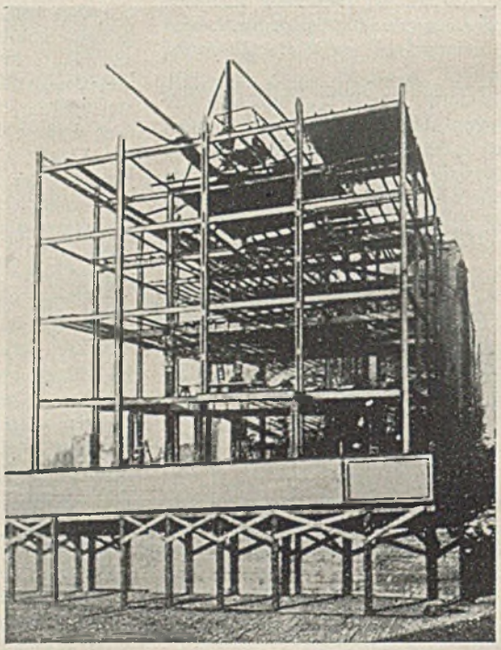

Bild 3. Erster Stahlskelettbau in England (Schottland).

kam die Verwendung des Gußeisens für gewisse Bauten auf, insbesondere für den Bau von kleineren, später auch größeren Gewächshäusern. Derartige Bauten entstanden ursprünglich in Holland und Belgien, später auch in England, wo als eines der größten das Gewächshaus von der „Grange" in Hampshire, das Landhaus von Lord Ashburton, gebaut wurde, welches 32 m lang, 15 m breit und etwa 6,4 m hoch war.

Im Jahre 1850 wurde in England ein Wettbewerb zur Erlangung von Entwürfen für ein Ausstellungsgebäude in London für die „Great Exhibition of the Works of Industry of all Nations" ausgeschrieben. Von den 245 eingelieferten Entwürfen wurde keiner als geeignet befunden. Auch der vom Wettbewerbskomitee ausgearbeitete Entwurf war nicht ausführungsreif. In letzter Stunde lief noch ein Entwurf ein, der von dem im Dienst des Herzogs von Devonshire in Chatsworth stehenden Landschaftsgärtner Joseph Paxton ausgearbeitet war. In diesem Entwurf wurde eine Halle in der

Bild 5. Warenhaus von Austen Reed, London.

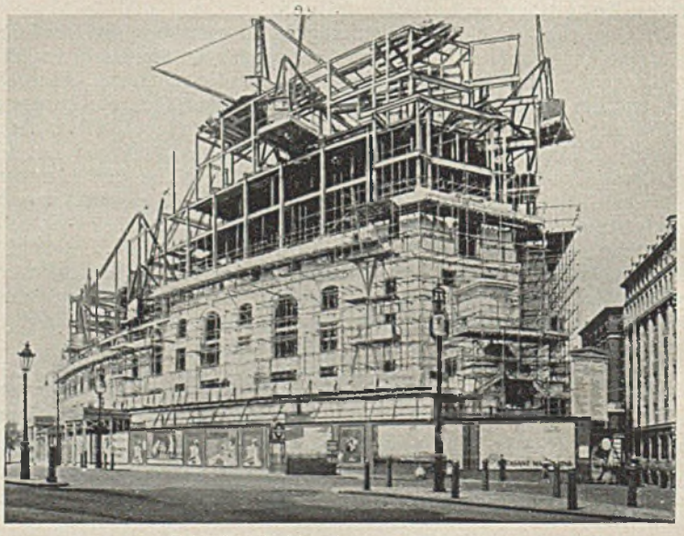

Bild 6. Stahlskelettbau in London.

Bild 7. Schweizer Pavillon der „Cité universitaire" in Paris.

Bild 9. Stahlskelettbauten in Algier.

Art eines stark vergrößerten Gewächshauses vorgeschlagen. Das ganze Bauwerk sollte aus gußeisernen und schmiedeeisernen Teilen, aus Wellblech und Glas errichtet werden. Für die Ausarbeitung des Entwurfes hatte Paxton, dessen bautechnische Kenntnisse nicht ausreichten, die Ingenieure und Bauunternehmer Fox, Henderson & Co. mit herangezogen. Der Entwurf wurde sofort zur Ausführung bestimmt. Die Bauarbeiten begannen am 26. September 1850. Am 1. Mai 1851 war das Ausstellungsgebäude fertiggestellt. Es ist unter dem Namen „Cristal Palace" bekanntgeworden.

Merkwürdig war die Art, in der man die Tragfähigkeit der gußeisernen Balkonkonstruktion untersuchte. Die „Probebelastung" bestand aus einer Kompanie Soldaten, welche über die ausreichende Tragfähigkeit sicher lebhafte Genugtuung empfunden haben wird (Bild 1).

Nunmehr begann eine Bauperiode, in der das Gußeisen als Werkstoff eine wichtige Rolle spielte. Der „Kristall-Palast" wurde verschiedentlich nachgeahmt, so z. B. mit dem sogenannten „Glaspalast" in München und mit dem „Paleis voor Volksvlijt" in Amsterdam. Doch auch für Bauten anderer Art wurde Gußeisen in steigendem Maße benutzt. Der Architekt Rosen in 's Gravenhage verwendete viel Gußeisen in seinen Bauten. Die Spitze des St. Jakobsturmes im Haag, das Kolonialministerium und viele andere Gebäude sind dafür Zeugen. Nach der Erfindung Bessemers wurde das Gußeisen allmählich durch den Stahl verdrängt. Ursprünglich wurden dabei die architektonischen Formen, wie man sie bei gußeisernen Bauteilen ausgebildet hatte, übernommen. Bekannt sind die alten Stützen aus Quadrantprofilen mit den aus Blech hergestellten, etwas mageren Kapitälen. Diese Konstruktionen wurden jedoch bald durch I- und ⊏-Stützen verdrängt.

Bild 8.
Stahlskelettbau in Lyon.

Bild 10. Hochhaus der „Algemeene Bankvereeniging", Antwerpen.

Die ersten Bauten, in denen Stahl verwendet wurde, waren insofern noch keine Stahlskelettbauten im heutigen Sinne, als die Außenwände tragende Wände ohne Stahlstützen waren und nur Innenstützen mit Unterzügen und Deckenträgern vorgesehen waren. In den meisten großen Städten findet man heute noch vielfach solche aus den Jahren 1860 bis 1890 stammende Bauten.

Der erste vollständige Stahlskelettbau, bei dem also die Wandung nur noch raumabschließend und nicht tragend war, wurde in Frankreich gebaut. Der Architekt Jules Saulnier erhielt 1870 den Auftrag, für die Chocolaterie Menier & Cy. in Noisiel, einem kleinen Dorf an der Marne unweit Paris, ein Fabrikgebäude zu bauen. Das Gebäude sollte auf vier Pfeilern, zwischen denen Wasserräder angeordnet waren, quer über den Fluß gebaut werden. Die Aufgabe wurde in der Form gelöst, daß man auf den Pfeilern einen Blechträgerrahmen anordnete und auf diesen ein

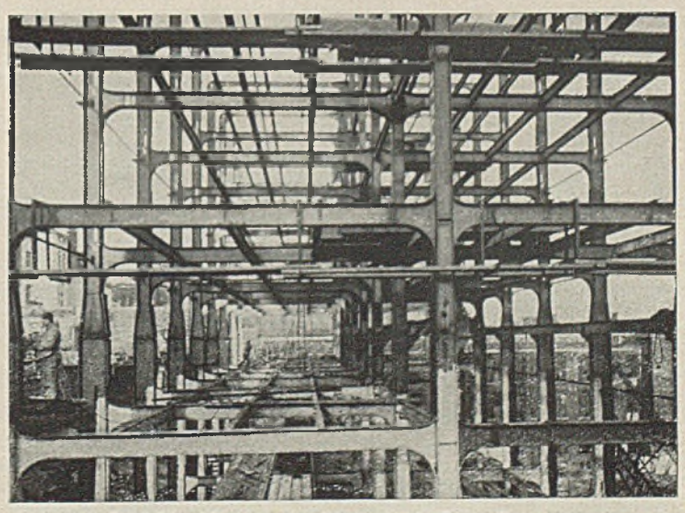

Bild 11. Neubau der Universität Gent, Belgien.

dreistöckiges Stahlskelett aufsetzte. Zur Versteifung wurden in sämtlichen Wänden Windkreuze aus Flachstahl angeordnet, die sichtbar blieben und als Mittel zur architektonischen Ausgestaltung mit herangezogen wurden (Bild 2). Das im Jahre 1871 fertiggestellte Gebäude ist noch heute in Benutzung und dient als Lager- und Speditionsgebäude. Weitere ähnliche Ausführungen sind nicht bekannt.

Erst 12 Jahre später, also 1883, entstanden die ersten amerikanischen Stahlskelettbauten. Um diese Zeit errichteten der Architekt Jenney für die Home Insurance Life Co. ein Gebäude in Chicago und Leroy Buffington das Westhotel in Minneapolis. Beide sechsstöckigen Gebäude hatten ein vollständiges Stahlskelett. Die Amerikaner erkannten sofort die großen Vorteile dieser Bauweise, und der Stahlskelettbau trat in Amerika seinen beispiellosen Siegeszug an, der in dem 387 m hohen Empire State Building seinen vorläufigen Höhepunkt erreicht hat.

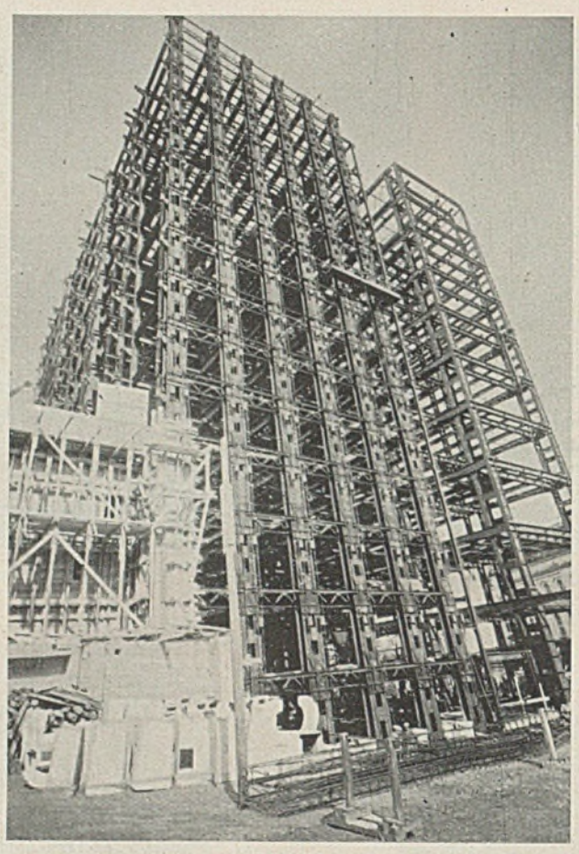

Bild 12.
Biologisches Museum, Brüssel.

Die Grenze der Höhe der amerikanischen Stahlskelettbauten ist bedingt durch wirtschaftliche Überlegungen, wobei u. a. auch die Fahrstuhlgeschwindigkeit eine große Rolle spielt, nicht aber durch technische Möglichkeiten. Höhere Bauten als die bisher ausgeführten sind technisch durchaus möglich.

Nach dem amerikanischen Vorbild hat sich der Stahlskelettbau in Europa eingebürgert. Die Konstruktion von Saulnier hat dabei wahrscheinlich keine Rolle gespielt, sonst wäre er mehr bekanntgeworden. Es ist schwer zu sagen, wann und wo der erste vollständige Stahlskelettbau in Europa errichtet worden ist. Vielleicht war es das 1890 erbaute Elblagerhaus in Magdeburg, über das Dipl.-Ing. Teichmann im Stahlbau 1931 berichtet, vielleicht hat die Firma Harkort auch schon früher ein solches Gebäude in Hamburg gebaut. Es ist auch möglich, daß die amerikanische Stahlskelettbauweise schon früher irgendwo in Holland oder Frankreich Nachahmung gefunden hat. Quellen darüber sind nicht bekannt. Man sah damals noch nicht voraus, daß sich aus diesen ersten Anfängen einmal eine besondere Bauweise entwickeln würde.

In England wurde der erste Stahlskelettbau im Jahre 1906 gebaut (Bild 3), und zwar in Schottland (s. Modern Steelwork 1930, S. 249), während in London die neue Bauweise 1909 Eingang fand. Der Stahlskelettbau hat seitdem in Großbritannien weite Verbreitung gefunden (Bild 4, 5 u. 6). Als vor einigen Jahren die Regentstreet in London verbreitert wurde, sind sämtliche 84 neuen Gebäude in Stahlskelettbauweise ausgeführt worden. Für den englischen Stahlbau ist die Verwendung von Trägern und Stützen, die aus I-Profilen und Platten zusammengesetzt sind, charakteristisch. Man wählte diese Anordnungen nicht nur zur Erzielung geringer Bauhöhen, sondern sah sich hierzu auch infolge des Fehlens von Breitflanschträger-Serien, wie sie uns auf dem europäischen Festlande zur Verfügung stehen, genötigt.

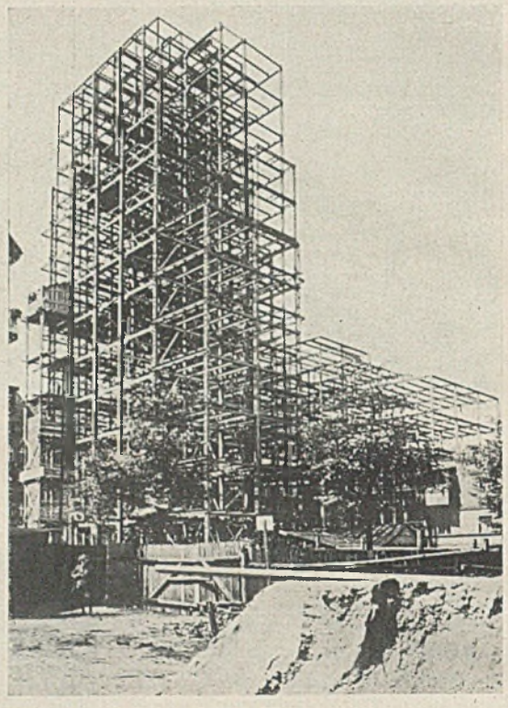

Bild 14.
Geschweißter Stahlskelettbau in Polen.

Bei der Betrachtung des englischen Stahlskelettbaues wäre noch zu erwähnen, daß sich die Architekten erst sehr spät den Eigenheiten dieser Bauweise angepaßt haben. Man findet in England noch sehr viele Stahlbauten, deren Äußeres sich in nichts von dem eines schweren Natursteinbaues unterscheidet und deren Stahlskelett oft sogar überflüssig ist (Bild 5 u. 6).

In Frankreich hat der Stahlskelettbau eine sehr große Verbreitung gefunden, was um so bemerkenswerter ist, als die Eisenbetonbauweise, der Konkurrent des Stahlbaues, gerade in Frankreich auf einer hohen Entwicklungsstufe steht. Die eigentliche Stahlskelettbauperiode begann erst vor zehn bis zwölf Jahren. Daß sich diese Bauweise äußerst schnell eingebürgert hat, geht daraus hervor, daß von 1928 bis 1932 allein in Paris nicht weniger als 104 große Stahlbauten errichtet worden sind (vgl. Quatre ans de construction en France d'immeubles à ossature en acier, herausgegeben von der Office Technique pour l'Utilisation de

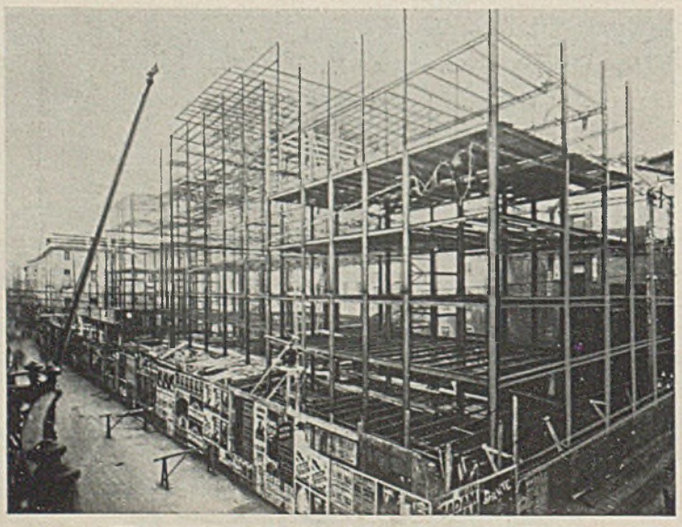

Bild 13. Geschweißter Stahlskelettbau in Turin.

Bild 15. Offizierswohnhaus in Warschau.

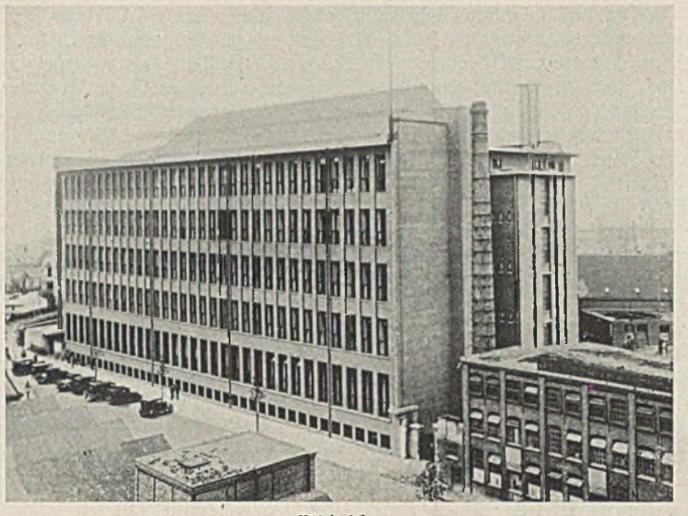

Bild 16.
Kartonagenfabrik der Philips-Gesellschaft, Eindhoven.

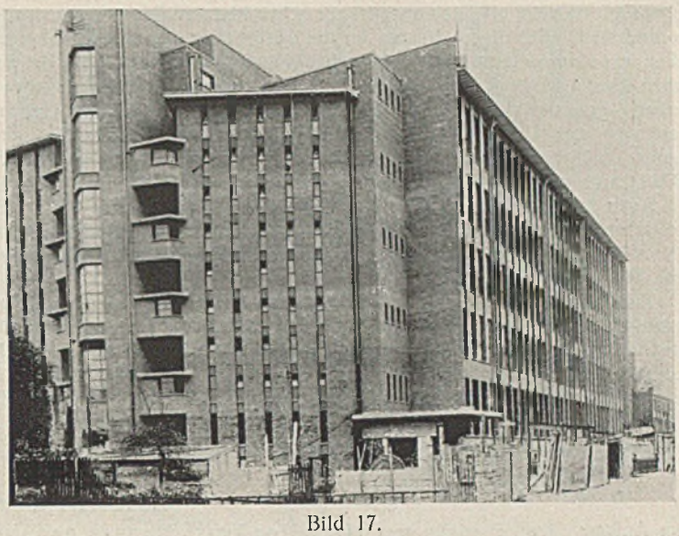

Bild 17.
Verwaltungsgebäude der Philips-Gesellschaft, Eindhoven.

l'Acier). Nicht nur in Paris, sondern auch in anderen Städten und auf dem Lande sind große Stahlskelettbauten entstanden; die „Cité Villeurbane" des Architekten Leroux in der Nähe von Lyon und die „Cité de Drancy" der Architekten Bodouin u. Lodz und viele andere zeugen dafür. In den Bildern 7 u. 8 sind einige französische Stahlskelettbauten wiedergegeben.

Auch in den französischen Kolonien hat der Stahlskelettbau schnell Eingang gefunden. In der neuen Stadt Algerien, dem wichtigen französischen Kriegshafen an der Nordküste Afrikas, gibt es z. B. 204 Stahlskelettbauten, die in der Zeit von drei Jahren gebaut worden sind (Bild 9) (vgl. Alger, Ville neuve, herausgegeben von der Office Technique pour l'Utilisation de l'Acier).

In Belgien hat sich der Stahlskelettbau in den letzten zehn Jahren ebenfalls eingebürgert. Das Hochhaus der „Algemeene Bankvereeniging" in Antwerpen (Bild 10) kann als erstes vollständiges Stahlskelett in Belgien

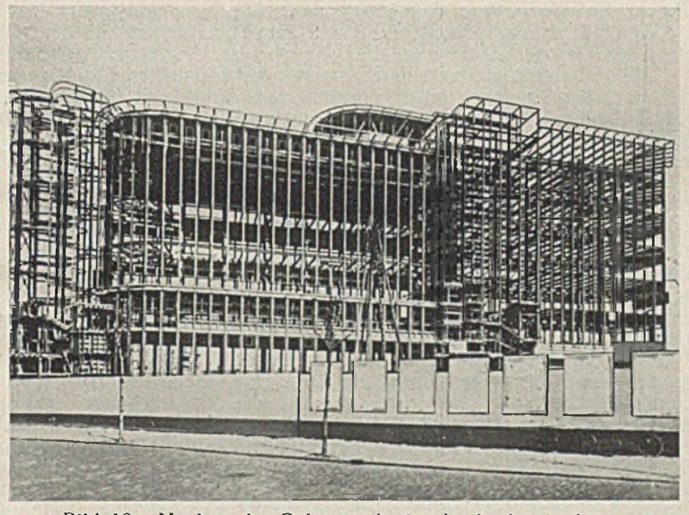

Bild 18. Neubau der Ryksverzekeringsbank, Amsterdam.

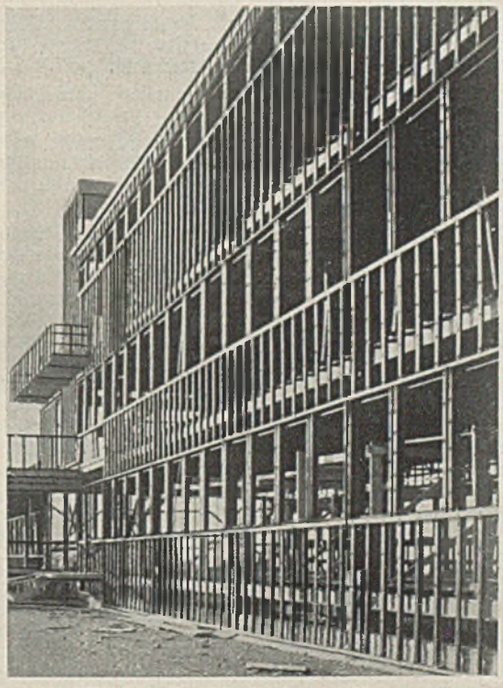

Bild 19. Stahlskelettbau in Heerlen.

Bild 20. Verwaltungsgebäude der Zeche Oranje Nassau, Heerlen.

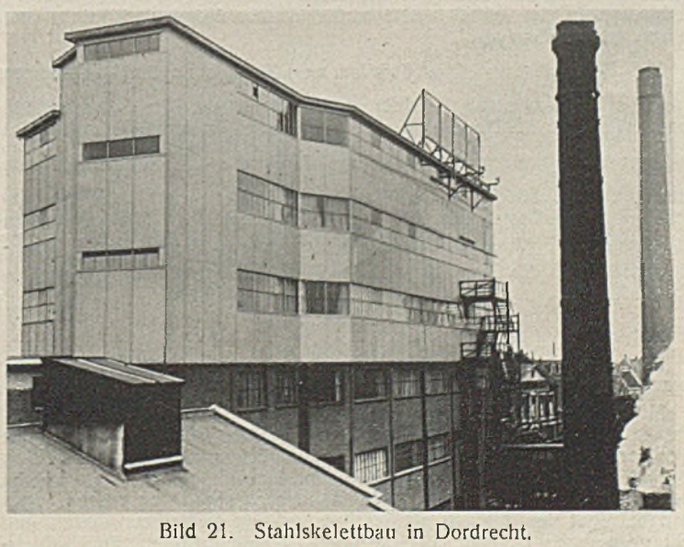

Bild 21. Stahlskelettbau in Dordrecht.

angesehen werden, obgleich auch früher schon kleinere Bauwerke errichtet worden sind. Bei diesen Bauten ist die Ausführung der steifen Rahmenecken mit Konsolblechen noch etwas mangelhaft. Später errichtete Bauten haben diesen Mangel nicht mehr. In Belgien werden Stahlskelettbauten vielfach geschweißt, so z. B. die Stahlkonstruktionen zu den neuen Gebäuden der Universität Gent (Bild 11). Auch die Konstruktion des neuen Biologischen Museums in Brüssel mit einem Stahlgewicht von 9600 t zeigt manche interessante Einzelheit (Bild 12).

Auch in Italien (Bild 13) und Polen (Bild 14 u. 15) hat sich der Stahlskelettbau in den vergangenen zehn Jahren durchgesetzt. Daß in Polen sehr viel geschweißt wird, ist aus den Veröffentlichungen von Herrn Prof. Bryla bekannt.

Zum Schluß soll noch auf die holländischen Stahlskelettbauten eingegangen werden. Der erste holländische Stahlskelettbau wurde 1925/26 errichtet. Einen großen Aufschwung erhielt die neue Bauweise, als sich namhafte Architekten dafür einsetzten. Auch die Großindustrie erkannte die Vorteile des Stahlskelettbaues sehr bald; namentlich die Philips-Gesellschaft in Eindhoven ließ viele ihrer Fabrik- und Verwaltungsgebäude in Stahl errichten (Bild 16 u. 17).

Die holländischen Stahlskelettbauten haben normale Form (Bild 18) und unterscheiden sich nicht von den sonst üblichen Ausbildungen. Bemerkenswert ist jedoch, daß einige Architekten dazu übergegangen sind, auch für die Füllwände Stahlblech vorzusehen (Bild 19). Die Bleche werden von innen mit wärme- und schallisolierenden Stoffen versehen, z. B. Bimsbetonplatten, Gasbeton usw. Die neuen Verwaltungsgebäude der Zeche „Oranje-Nassau" in Heerlen (Bild 20) und die neue Keksfabrik „Victoria" in Dordrecht (Bild 21) sind Beispiele dafür. Auch kleinere Gebäude werden in Holland zum Teil in Stahlskelettbauweise ausgeführt.

Geht man den Beweggründen nach, welche die Architekten in den verschiedenen Ländern zur Wahl der Stahlskelettbauweise veranlassen, so ergibt sich, daß neben den bekannten wirtschaftlichen Vorteilen insbesondere die leichten Erweiterungs- und Änderungsmöglichkeiten, welche die Stahlbauweise bietet, ausschlaggebend sind. In letzter Zeit sind hierzu noch die Forderungen des Luftschutzes getreten, denen ja die Stahlbauweise infolge der gleich großen Widerstandsfähigkeit des Stahls gegen alle Beanspruchungsarten am besten entspricht. Für Bauten, die gegen Luftangriffe geschützt werden sollen, wird daher die Stahlskelettbauweise immer mehr herangezogen.

Zuschrift an die Schriftleitung

zum Aufsatz „Das Prinzip der virtuellen Verrückungen und die Variationsprinzipien der Elastizitätstheorie", Stahlbau 1938, S. 185.

Dr.-Ing. Schleusner gibt zu Anfang seines Aufsatzes einen Überblick über die Literatur zu diesem Problem mit dem Bemerken, daß die Erfahrung zeigt, daß trotz der jahrhundertelangen Anwendung des Prinzips immer wieder Unklarheiten auftauchen, die Verwirrung anrichten, und zwar besonders bei der Anwendung des Prinzips auf die Probleme der Elastizitätstheorie.

Ich lasse die Belange der Dynamik im folgenden außer acht und beschränke mich lediglich auf die Bedürfnisse der Statik, im engeren Sinne also auf die Probleme der Elastizitätstheorie.

Warum führt hier das Prinzip der virtuellen Verrückungen immer wieder zu Unklarheiten?

Weil die Grundgesetze der Elastizitätstheorie nach der möglichen Ausdeutung der mathematischen Formeln ohne Rücksicht auf die statischen Grundbegriffe abgefaßt wurden und infolgedessen Begriffe enhalten, die den Grundgesetzen der Statik widersprechen.

Beispiel: Die Statik ist die Lehre vom Gleichgewicht beruhigter Baukörper unter ruhender Last. Sie schaltet bewußt alle dynamischen Beanspruchungen aus, indem sie die höhere Beanspruchung durch die dynamische Wirkung bewegter Lasten lediglich als Stoßzuschlag bei den Lastannahmen berücksichtigt, die statischen Gleichungen aber unberührt läßt. Da es somit in der Statik keine dynamischen Wirkungen gibt, sondern nur die statische Wirkung ruhender Lasten, ist die Statik die Lehre vom Zustand eines Bauwerks oder eines Baugliedes bei einer bestimmten, ruhenden Laststellung. Mit diesem Begriff des „Zustandes" ist es aber unvereinbar, in irgendeiner Form von „Arbeit" oder „Formänderungsarbeit" zu reden, denn jede Arbeit setzt einen dynamischen Vorgang voraus, also gerade das, was die Statik aus ihrem Bereich ausschaltet.

Die Statik ist eine Gleichgewichtslehre. Es sollte deshalb auch nur vom Gleichgewicht in der Statik gesprochen werden. Wie man vom statischen Gleichgewicht redet, sollte auch nur vom „elastischen Gleichgewicht" gespochen werden.

Die Gesetze des elastischen Gleichgewichts können aber aus statischen Grundbegriffen heraus entwickelt werden, ohne daß dazu gebietsfremde Begriffe wie „virtuelle Verrückungen" und „Formänderungsarbeit" nötig sind oder sogar statisch so grundverkehrte Dinge wie der Satz vom Minimum der Formänderungsarbeit. Denn niemals handelt es sich dabei um eine Minimumrechnung, sondern eben um die Erhaltung oder Wiederherstellung des elastischen Gleichgewichts. Die Möglichkeit, die Bedingung des elastischen Gleichgewichts mathematisch durch eine Minimumgleichung wiederzugeben, ist lediglich eine mathematische Möglichkeit, sieht aber statisch ganz anders aus.

Die Durchbiegung eines Punktes verhält sich zu der $\frac{1}{EJ}$-fachen Momentenfläche, wie sich das Moment eines Punktes zur Belastung verhält. Man erhält daher die Durchbiegung eines Punktes, wenn man das Moment an dieser Stelle infolge der Belastung durch die $\frac{1}{EJ}$-Momentenfläche berechnet. Einflußfläche für das Moment an der Stelle x ist die Momentenfläche infolge des Lastangriffs $P = 1$ im Punkte x, die M_x-Fläche. Da man das Moment im Punkte x infolge der Belastung p zu $M_{xp} = \int p\, M_x\, d_x$ erhält, erhält man die Durchbiegung im Punkte x infolge der Momentenfläche M_p zu

$$\delta_{xp} = \int \frac{M_x\, M_p}{EJ} \cdot ds.$$

Für die Ermittlung jeder Verformung braucht man stets zwei Momentenflächen: eine Einflußfläche M_x und eine Belastungsfläche M_p.

Mit diesem auf rein statischer Grundlage entwickelten Prinzip ergeben sich die Sätze von Maxwell und Betti von selbst. Macht man sich an seiner Hand die Bedingungen des elastischen Gleichgewichts klar, so erhält man die Elastizitätsgleichungen, auch ohne etwas vom Dasein eines „Satzes vom Minimum der Formänderungsarbeit" zu wissen. Man hat dabei aber den Vorteil, als Statiker statisch denken zu dürfen und nicht gezwungen zu sein, sich mit dem geheimnisvollen Sinn gebietsfremder Begriffe abzuplagen.

Hinzuweisen ist noch darauf, daß die Momentenfläche infolge eines Moments $M = -1$ im Punkte x Einflußfläche für die Tangente an die Biegelinie ist. Ferner läßt sich ohne weiteres zeigen, daß der zweistielige Rahmen den Sonderfall eines Balkens auf zwei Stützen darstellt, so daß für alle statischen Systeme dieselbe Grundlage gilt, daß für jede Formänderung die Kenntnis zweier Momentenflächen notwendig ist. Da die eine dieser beiden eine Einflußfläche ist, so stellt sich die „virtuelle" Last statisch als die diese Einflußfläche erzeugende $P = 1$ (bzw. $M = -1$) im Punkte x dar.

Damit ist wohl genügend dargetan, daß es möglich ist, Elastizitätstheorie auf rein statischer Grundlage mit rein statischen Begriffen zu treiben.

Daß dies nicht geschieht, liegt in der geschichtlichen Entwicklung der Theorie begründet. Die Leistungen, die sie zutage förderte, sind unbestritten. Zu bedauern ist nur, daß die mathematischen Ergebnisse zu Formulierungen führten, die meiner Ansicht nach die Ursache dafür sind, daß nach Schleusners Feststellung immer wieder Unklarheiten auftauchen und Verwirrung angerichtet wird.

Da hilft meiner Ansicht nur eins: Sprachbereinigung auf dem Gebiete der Elastizitätstheorie im Einklang mit den Grundlagen der Statik.

Meine Erfahrungen mit der Erklärung der elastischen Probleme auf rein statischer Grundlage lassen erwarten, daß damit auch die Leistungen junger Kollegen auf diesem Gebiete steigen werden und die Elastizitätstheorie aufhört, bei vielen die Vorstellung einer mystischen Geheimlehre zu erwecken.

Dipl.-Ing. A. Thoms, Hamburg.

Erwiderung.

Selbstverständlich kann man die elastischen Grundgleichungen für den Stab auch ohne Kenntnis des Prinzips der virtuellen Verrückungen ableiten. Ich teile auch die Meinung, daß es pädagogisch nützlich ist, dem Anfänger diese Ableitung vorzuführen. Thoms übersieht nur eins: Die Ergebnisse, die man auf dem von ihm angedeuteten Wege gewinnt, sind nur gültig für Stäbe und auch dann nur, wenn alle Verschiebungen den wirkenden Kräften proportional sind, also wenn die Verschiebungen im Verhältnis zu den Stababmessungen unendlich klein sind, wenn das Hookesche Elastizitätsgesetz gilt und wenn überdies die Verschiebungswege der Angriffspunkte der äußeren Kräfte diesen Kräften proportional sind. Damit erfaßt man zweifellos die große Mehrzahl der Fälle des täglichen Bedarfs. Aber ich habe einfache Beispiele aus der Praxis angegeben, bei denen diese Voraussetzungen nicht mehr alle zutreffen. Verzichtet man auf das Prinzip der virtuellen Verrückungen, so müßte man bei jeder Änderung der erwähnten Voraussetzungen neue Gleichungen von Grund auf ableiten. Das Prinzip der virtuellen Verrückungen aber liefert die Gleichungen in ihrer allgemeinsten, immer gültigen Form.

Daß die Verwendung des Begriffs „Formänderungsarbeit" oder „Arbeit" überhaupt den Grundgesetzen der Statik widerspreche, weil dabei ein dynamischer Vorgang vorausgesetzt wird, ist nicht richtig. Denn das statische Gleichgewicht unter ruhender Last ist seinem Wesen nach das Ergebnis eines dynamischen Vorgangs. Auch wenn man den Biegungspfeil eines belasteten Stabes in der von Thoms vorgeschlagenen Weise berechnet, müssen sich die Volumelemente des Stabes bewegen, um aus der Ruhelage in die Gleichgewichtslage zu gelangen. Dabei wird tatsächlich Arbeit geleistet, und diese Arbeit ist in der statischen Gleichgewichtslage im Stab als potentielle Energie, als Fähigkeit, Arbeit zu leisten, aufgespeichert. Sie ist also selbst Teil des statischen Zustandes.

Darin liegt ebensowenig Mystisches wie in dem Prinzip der virtuellen Verrückungen. Gewiß sind die virtuellen Verschiebungen gedachte Verschiebungen, die unter den gegebenen Bedingungen physikalisch nicht möglich sind. Aus dem Vergleich mit solchen gedachten Verschiebungen die wirklich eintretenden zu bestimmen, ist aber nicht geheimnisvoller, als wenn man sie mittels einer ebenfalls nur gedachten Belastung des Stabes durch die $\frac{1}{EJ}$-fache Momentenfläche berechnet.

Dr.-Ing. A. Schleusner, Berlin.

INHALT: Sollen geneietete Träger mit Berücksichtigung der Nietschwächung berechnet werden? — Die Entwicklung des Stahlskelettbaues im europäischen Auslande. — Zuschrift an die Schriftleitung.

Verantwortlich für den Inhalt: Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt.
Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 9.
Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.