

# DER STAHLBAU

Schriftleitung:

Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule

Fernsprecher: Darmstadt 7711, Apparat 599

Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61

Veröffentlichungsbeiträge an voranstehende Anschriften erbeten

Beilage  
zur Zeitschrift

DIE BAUTECHNIK

Fachschrift für das ge-  
samte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

14. Jahrgang

BERLIN, 16. Mai 1941

Heft 10/11

Alle Rechte  
vorbehalten.

## Die Werkstoff-Fragen beim Schweißen dicker Abmessungen von St 52.

Von Prof. Dr.-Ing. Ernst Hermann Schulz und Dr.-Ing. habil. Wilhelm Bischof, Dortmund.

Die Frage der Schweißbarkeit des St 52 in dickeren Abmessungen ist in den letzten Jahren Gegenstand vieler Veröffentlichungen und Aussprachen gewesen, wobei mannigfaltige Aufklärungen, Vorschläge und Anregungen von Konstrukteuren, Werkstoffprüfern und Stahlherstellern gegeben wurden. Obwohl das Problem insbesondere als Folge der im Schrifttum vielfach erörterten, an einzelnen Bauwerken aufgetretenen Schadensfälle [1] so weitgehend behandelt und auch der Lösung nähergebracht wurde, so sind doch zahlreiche Einzelfragen noch ungeklärt geblieben oder teilweise sogar abwegige Schlußfolgerungen gezogen worden. Wenn bis in die letzte Zeit Äußerungen bekanntgeworden sind, nach denen das Schweißen von St 52 in dicken Abmessungen besser unterbleibe oder die zu schweißenden Abmessungen nach oben mit 30 mm begrenzt werden sollten, so ist diese Einstellung mit dem tatsächlichen Stand der Entwicklung durchaus nicht in Einklang zu bringen: Stahl St 52 kann bei entsprechender Herstellung und Behandlung in Abmessungen bis zu mindestens 50 mm Dicke mit der für geschweißte Konstruktionen vom Werkstoff aus überhaupt erreichbaren Sicherheit geschweißt werden. Wesentlich erscheint dabei die Erfüllung der Aufschweißbiegeprüfung, die in dem „Anhang“ zu den „Vorläufigen technischen Lieferbedingungen der Deutschen Reichsbahn für Formstahl, Stabstahl usw. (Drucksache 918 02) und für Grobbleche (Drucksache 918 162)\* [2] beschrieben ist.

Auch die meisten Feststellungen, die zu der Frage der Schweißbarkeit von St 52 in dicken Abmessungen gemacht worden sind, beziehen sich auf Versuchsergebnisse mit dieser Probe, die ursprünglich von verschiedenen Seiten als Maß für die „Schweißempfindlichkeit“ des St 52 betrachtet wurde. Unter Schweißempfindlichkeit versteht man die Neigung eines Werkstoffes zu Ribbildungen beim Schweißen. Bei dicken Abmessungen ist aber die Feststellung der Schweißempfindlichkeit an einer besonderen Probe von geringerem Wert, da die für die Ausbildung von Schweißrissen bei dünnen Blechen im Werkstoff liegenden Voraussetzungen bei großen Bauwerken durch die beim Schweißen und bei der Beanspruchung auftretenden besonderen Spannungsverhältnisse völlig überlagert werden. Die Heranziehung etwa der Verhältnisse beim Schweißen von dünnen Flugzeugblechen, die anfänglich versucht wurde, war schon deshalb abwegig; ferner spricht dagegen die höhere Temperatur bei der Entstehung der Risse bei dünnen Blechen sowie die Ausbildung der Risse in den Korngrenzen anstatt in den Körnern selbst (Spannungsrisse). Wenn die Aufschweißbiegeprobe nun auch zunächst nicht einem idealen genau definierten Prüfverfahren entspricht, so ließen sich mit ihr doch Untersuchungen unter weitgehender Angleichung an die praktischen, im Bauwerk vorliegenden Bedingungen ausführen, und weiter ist dem Studium dieses Prüfverfahrens innerhalb verhältnismäßig kurzer Zeit die Entwicklung zu verdanken, die von einem beim Schweißen in dicken Abmessungen verhältnismäßig stark trennempfindlichen Werkstoff zu einem Werkstoff hoher Verformungsfähigkeit führte [3]. Wenn dies auch einen erheblichen Fortschritt auf der Werkstoffseite darstellt, so bedeutet das aber keineswegs, daß auf diesem Gebiete etwa eine Rückständigkeit vorgelegen hätte, vielmehr darf wohl festgestellt werden, daß auf der schweißtechnischen und bautechnischen Seite noch erhebliche Anstrengungen gemacht werden müßten, um diesen Fortschritt auf der Werkstoffseite weiter auszubauen. Über die Art des Schweißens, wie über die Elektrodenfrage, Behandlung des Stahles auf der Baustelle u. dgl. ist zweifellos viel gearbeitet und auch erreicht worden, aber die Frage der Gestaltung der zu schweißenden Bauteile umfaßt noch manche unerschlossene Gebiete — es sei nur an das eigenartige Zusammentreffen der bekannten Schadensfälle an der Brücke am Zoo in Berlin und der Autobahnbrücke bei Rüdersdorf mit der Verwendung von Wulst-Profilen erinnert [4].

### 1. Bewertung der Aufschweißbiegeprobe.

Bei den Schadensfällen am Bahnhof Zoo und bei Rüdersdorf ist zweifellos am wesentlichsten das Auftreten von verformungslos und schlagartig entstandenen Rissen, für die sich zunächst keine Erklärung finden ließ, insbesondere als sie in einem hinsichtlich Zusammensetzung,

Festigkeitseigenschaften und Reinheit einwandfreien Stahl aufgetreten waren. Durch die Aufschweißbiegeprobe nach Kommereil [5] ließ sich nun dieser schlagartige Bruch nachahmen. Dabei fiel der Winkel, den die Probe bis zu diesem Bruch erreichte, bei verschiedenen Werkstoffen verschieden groß aus, und einige Stähle — allerdings mit kleinen Anrissen in der Schweißnaht — ließen sich sogar weitgehend biegen. Man glaubte aus diesen ersten Ergebnissen zunächst Rückschlüsse auf den Einfluß der verschiedenen Legierungselemente ziehen zu können, obwohl die 1937 noch zugelassenen Legierungen des St 52 [6] bereits praktisch weitgehend einander angeglichen waren. Immerhin führten aber letzten Endes die Unterschiede bei gleichen Versuchsbedingungen zwangsläufig auf den Werkstoff als maßgebenden Faktor für den Ausfall der Prüfung hin. Da bei den verschiedenen Legierungstypen aber der Grundwerkstoff in seinen Eigenschaften nach damaliger Erkenntnis auf Grund der Erfahrungen an dünnen Abmessungen keine Unterschiede aufwies [7], bot zunächst nur noch die Aufhärtung in der Nähe der Schweißnaht eine Möglichkeit für die Klärung, obwohl es schon von Anfang an dann unverständlich blieb, weshalb Stähle genau gleicher Zusammensetzung, damit also gleicher Neigung zur Härteannahme, verschiedene Biegewinkel bei der Aufschweißbiegeprüfung ergaben. Eine weitere Unsicherheit lag auch in der verschiedenen Bewertung der Aufschweißbiegeprobe. Es hatten sich für die Beurteilung der Prüfungsergebnisse zwei Gepflogenheiten herausgestellt, je nachdem der Biegewinkel gemessen wurde:

- a) beim „ersten Anriß“, d. h. im Augenblick, wo der erste Riß von der Schweißnaht zum Grundwerkstoff übergeht, oder
- b) beim Bruch, soweit ein solcher überhaupt eintritt.

Beide Beurteilungen sind einerseits mit starken Unsicherheiten behaftet, und andererseits ging aus den Veröffentlichungen und Erörterungen über diesen Gegenstand niemals klar hervor, daß die Grundlage für die Beurteilung in beiden Fällen, wie noch gezeigt werden wird, grundsätzlich verschieden ist.

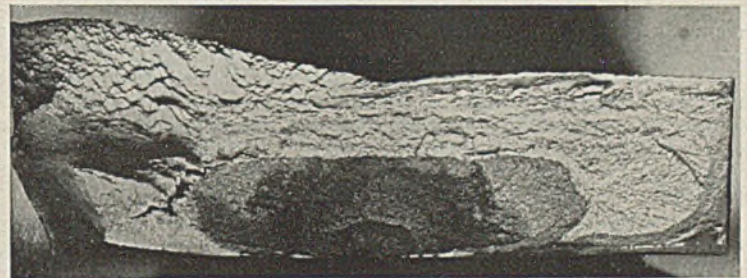


Bild 1. Ausbreitung des Risses unter der Oberfläche.  
(Einzelne Stufen durch Gasätzung sichtbar gemacht.)

Legt man den Biegewinkel beim ersten Anriß zugrunde, so läßt sich mit zunehmender Härte der Übergangzone eine Abnahme des Biegewinkels — allerdings mit großen Streuungen — feststellen. Der Winkel beim ersten Anriß wird gemessen, wenn der erste Riß aus der Schweißnaht gerade in den Grundwerkstoff übergeht. Zu diesem Zeitpunkt ist jedoch der Bruch nicht selten bereits weiter in den Grundwerkstoff eingedrungen, als von außen zu erkennen ist, da er sich häufig nierenförmig fortpflanzt (Bild 1). Es kann sogar äußerlich in der Schweißnaht erst ein kurzer, keineswegs schon in den Grundwerkstoff eindringender Riß vorhanden sein, wenn der Bruch sich innen bereits über mehr als  $\frac{1}{3}$  des Querschnitts der Probe fortgepflanzt hat. Bemerkenswert ist auch, daß der Bruch in mehreren Absätzen erfolgt, die in Bild 1 durch Anätzen mit Gasen während des Versuchs verschieden stark gedunkelt sind. Andererseits können aber auch schlagartig durchgehende Trennungsbrüche auftreten, wenn bereits größere Biegewinkel erreicht sind, bevor der erste Anriß sich beobachten ließ. So entstand der in Bild 2 dar-



gestellte ziemlich verformungslose Bruch erst bei einem Biegewinkel von fast 50°, ohne daß vorher ein Anriß auftrat.

Hieraus geht hervor, daß der erste Anriß nicht in unmittelbarem Zusammenhang mit dem Gesamtbruch der Probe steht oder daß zwischen der Trennfestigkeit der Übergangszone und der des Grundwerkstoffes eine Beziehung nicht zu bestehen braucht.

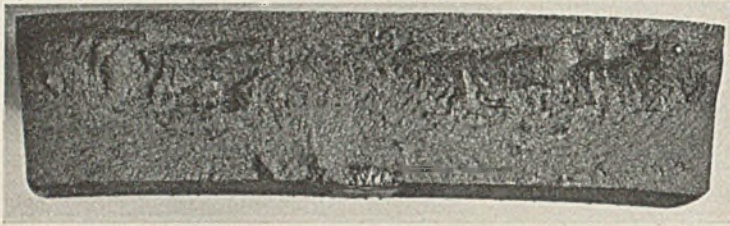


Bild 2.  
Trennungsbruch bei einem Biegewinkel von 48°.

Der Biegewinkel beim Bruch ist auch nicht ganz eindeutig. Zunächst erfolgt nicht stets ein Bruch. Weiter hat die Erfahrung gezeigt, daß der Bruch zwar bei kleineren Biegewinkeln plötzlich erfolgt — die Bezeichnung als verformungsloser Trennungsbruch hat in diesem Fall eine gewisse Berechtigung; das plötzliche Durchschlagen kann jedoch auch bei größeren Biegewinkeln eintreten, dann kann von einem verformungslosen Bruch nicht mehr gesprochen werden. Der schlagartige durchgehende Bruch zeigt allerdings auch in diesen Fällen ein vorwiegend körniges Aussehen. Ihm gegenüber steht der zähe Verformungsbruch mit teils fasriger oder sehniger Bruchfläche. Man könnte danach zwischen körnigem und sehnigem Bruch unterscheiden. Es zeigt sich aber, daß alle möglichen Übergänge vorkommen können, so daß eine solche Unterteilung ebenfalls erhebliche Schwierigkeiten haben würde.

Die Vorschriften der Reichsbahn besagen:

„Die Walzerzeugnisse müssen beim Biegeversuch einen zähen Verformungsbruch zeigen (keinen Trennbruch). Ein bestimmter Biegewinkel bis zum Eintritt des ersten Anrisses in der Schweißnaht wird vorläufig nicht vorgeschrieben, doch ist der beim Bruch erreichte Biegewinkel festzustellen und in der Niederschrift aufzunehmen. Bei diesem Biegewinkel, der

bei 30 mm dicken Platten mindestens	50°
„ 40 „ „ „ „	40°
„ 50 „ „ „ „	30°

sein muß, muß sich eine deutliche Verformung (Einschnürung) zeigen. Der Versuch ist bis zum Bruch, mindestens bis zu einem Biegewinkel von etwa 90° fortzusetzen.

Ein verformungsloser Bruch (Trennbruch) liegt vor, wenn Risse, die im Schweißgut auftreten, nicht vom Mutterwerkstoff aufgefangen werden, wenn vielmehr der Querschnitt nach Eintreten von Rissen im Schweißgut beim Weiterbiegen auf seine ganze Dicke ohne Verformung durchschlägt, wobei es unwesentlich ist, ob an den Außenkanten der Probestücke der Werkstoff noch mehr oder weniger zusammenhängt, so daß sich beim Weiterbiegen mehr oder weniger große Biegewinkel ergeben.“

Es ist also eine gewisse Eindeutigkeit erzielt, indem eine Probe als bedingungsgemäß angesehen wird, wenn sie nicht gebrochen ist. Eine Probe gilt aber als gebrochen, auch wenn der Werkstoff an den Außenkanten noch mehr oder weniger zusammenhängt. Hierin liegt noch eine gewisse Unklarheit, die etwa durch Angabe der zulässigen größten Rißbreite behoben werden könnte. Im ganzen ist festzustellen, daß mit Angabe des Biegewinkels beim Bruch die ganze Prüfung auf die Trennempfindlichkeit des Grundwerkstoffes abgestellt worden ist, allerdings unter besonderen Voraussetzungen — nämlich dem Vorliegen schärfster Kerbbedingungen, gegeben durch feine Anrisse in Schweiß- und Übergangszonen sowie bisher vielleicht noch nicht zu übersehende Spannungsverhältnisse.

Die vorliegende Untersuchung soll dazu beitragen, diese Einflußgrößen, soweit sie den Werkstoff betreffen, herauszustellen und damit eine Klärung des Werkstoffeinflusses zunächst beim Verhalten der Aufschweißbiegeprobe, dann aber auch beim Schweißen des St 52 in dicken Abmessungen herbeizuführen.

## 2. Die Werkstoffeigenschaften der Übergangszone.

Unter Übergangszone wird im folgenden die Zone verstanden, deren eine Begrenzung unmittelbar an der Schweißnaht liegt, während die andere dort besteht, wo im Mikroskop gerade noch eine sichtbare Änderung im Gefüge des Grundwerkstoffes zu erkennen ist. Durch Ätzung des Schliffes eines Schnittes durch Grundwerkstoff und Schweißnaht mit alkoholischer Salpetersäure wird die Übergangszone durch mehr oder weniger starke Dunklung zum Teil auch dem bloßen Auge deutlich sichtbar. Die Einwirkung der Schweißnaht geht jedoch infolge der beim Schweißen auftretenden Kaltverformungen noch erheblich tiefer. Die Tiefe dieser Zone, die derartige im Gefüge nicht sichtbare Änderungen mit umfaßt — wohl am besten Einflußzone genannt —, läßt sich bei den legierten Stählen leider nicht feststellen, wohl aber bei St 37 durch eine besondere Ätzung (Ätzung auf Kraftwirkungslinien nach Fry). Die gesamte Einflußzone ist in 50 mm dicken Abmessungen bei Einlagenschweißungen mehrfach breiter als die Übergangszone, wie Bild 3 das erkennen läßt.

In der Übergangszone werden die Gefügeänderungen beim Schweißen bestimmt durch

- die Erhitzungsgeschwindigkeit,
- die erreichte Höchsttemperatur,
- die Verweilzeit bei dieser Temperatur,
- die Abkühlungsgeschwindigkeit.

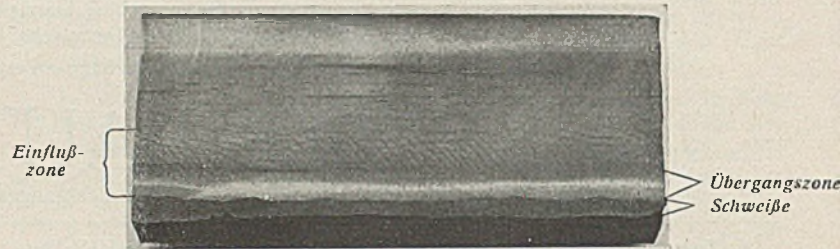


Bild 3. Einflußzone und Übergangszone von Schweißen an St 37.

Genau zahlenmäßige Angaben über diese Größen lassen sich mit den heute verfügbaren Mitteln noch nicht machen, grundsätzlich läßt sich aber folgendes aussagen.

Die Erhitzungsgeschwindigkeit kann an allen Stellen der Übergangszone praktisch als sehr groß angenommen, ihre Unterschiede können somit vernachlässigt werden.

Messungen der Höchsttemperaturen mit dem Thermoelement sind bei der mehrere Zehntel Millimeter dicken Lötstelle deshalb außerordentlich schwierig, weil die rd. 3,5 mm breite Übergangszone bei der Einlagenschweißung einer 50 mm dicken Aufschweißbiegeprobe ein Temperaturgefälle vom Schmelzpunkt des Stahles bei rd. 1520° bis zur Perlitumwandlung bei rd. 700°, also von 25° je Zehntel Millimeter aufweist. Es besteht aber die Möglichkeit einer ziemlich genauen nachträglichen Abschätzung durch mikroskopische Untersuchung des Gefüges in der Übergangszone.

Die Abkühlungsgeschwindigkeit hat für die Ausbildung des Gefüges nur eine Bedeutung von etwa 800° abwärts. Mit abnehmender Temperatur wird auch die Abkühlungsgeschwindigkeit geringer, so daß Temperaturen unter 800° schon mit besserer Annäherung festgestellt werden können, für die Abkühlungsgeschwindigkeit liegen daher auch bereits einige Zahlen im Schrifttum vor [8], [9]. Sie kann bei 50 mm dicken Abmessungen zu etwa 30 bis 50°/sek angenommen werden [8] und dürfte über die ganze Breite der Übergangszone ziemlich gleich sein.

Die Verweilzeit bei der Höchsttemperatur ergibt sich aus dem Vorschub der Elektrode beim Schweißen und dürfte praktisch nur einige Sekunden betragen.

Am wichtigsten von diesen Größen ist die Höchsttemperatur und die Abkühlungsgeschwindigkeit, die bei gegebener Zusammensetzung und Gefügebeschaffenheit des Grundwerkstoffes das Gefüge der Übergangszone und damit auch die Eigenschaften vorzugsweise bestimmen.

## 3. Übergangszone und Gefügebeschaffenheit des Grundwerkstoffes.

Der Schweißfachmann pflegt von den Werkstoffeigenschaften der Übergangszone meist nur die Härte zu betrachten, da ihre Feststellung zunächst einwandfrei zu sein scheint. So ist dann auch zunächst für die Beurteilung der bekannten Schadensfälle der Aufhärtung der Übergangszone eine besondere Bedeutung zugemessen worden [10] und wird ihr teilweise auch heute noch zugeschrieben [11]; begünstigt wurde diese Auffassung dadurch, daß ein Zusammenhang zwischen der Härte der Übergangszone und dem Biegewinkel beim ersten Anriß der Aufschweißbiegeprobe festgestellt wurde. Neben der Härte spielt aber auch die Kerbschlagzähigkeit eine Rolle, da sie eine gewisse Beurteilung des Verhaltens des Werkstoffes bei mehrachsiger Beanspruchung, wie sie in der Übergangszone bei Schweißen vorliegt, ermöglicht. Die Messung der Kerbschlagzähigkeit der Übergangszone von Schweißen wurde zwar verschiedentlich versucht, scheiterte aber bisher an der Schwierigkeit der richtigen Anbringung des Kerbes zur einwandfreien Erfassung der sehr schmalen Übergangszone. Da die Sprödigkeit eines Werkstoffes durchaus nicht unbedingt mit der Härte parallel zu gehen braucht, ist jedoch die Feststellung der Kerbschlagzähigkeit zumindest zunächst für die wissenschaftliche Beurteilung der Eigenschaften der Übergangszone unerlässlich.

Härtemessung. Um den sich überlagernden Einfluß der einzelnen Legierungselemente auszuschalten, wurde zur Untersuchung des Härteverlaufs in der Übergangszone von Schweißen an dicken Abmessungen zunächst nur ein einziger Stahl (Union-Baustahl) der Zusammensetzung

0,18% C, 0,26% Si, 1,04% Mn, 0,34% Cr, 0,50% Cu

herangezogen. Um wirklich Klarheit in die Härteverhältnisse in der Übergangszone zu bringen, mußte von einer eingehenden Untersuchung des Gefüges ausgegangen werden. Durch Maßnahmen beim Walzen und durch Glühen bei verschiedenen hohen Temperaturen mit folgender Luftabkühlung wurden daher in mehreren 50 mm dicken Platten Gefüge mit



äußerst grobem bis feinem Perlit und Ferrit<sup>1)</sup> erzeugt sowie ein durch eine Sonderschmelzbehandlung in Verbindung mit Normalglühung erhaltenes sehr feinkörniges Gefüge des gleichen Stahles. Von den so behandelten Platten wurden Aufschweißbiegeproben hergestellt und gebogen. Durch die Schweißbraue wurden sodann Längsschnitte senkrecht durch die Probe gelegt, so daß (s. Bild 4 und 5, oben) das Gefüge der Übergangszone sowie des anschließenden Teiles der Schweißnaht und des Grundwerkstoffes beobachtet werden konnte. In den beiden genannten Bildern sind die Proben mit dem äußerst groben und mit dem durch Sonderbehandlung erzielten feinen Gefüge wiedergegeben. Die Perlitinseln im Grundwerkstoff gehen, wie besonders deutlich in Bild 4 zu erkennen ist, an den Stellen, die beim Schweißen gerade über den Umwandlungspunkt des Perlits, d. h. rd. 700° erhitzt wurden, z. T. in hellere, schwerer ätzbare Martensitflecken<sup>2)</sup> über. Diese Martensitinseln sind bekanntlich äußerst hart und spröde. Je höher die Höchsttemperatur war, um so größer sind die Flecken geworden, haben dann aber dunkle Säume erhalten und wurden selbst mehr und mehr geätzt. In dem Gebiete der Höchsttemperatur von 900° an ist der Ferrit plötzlich feinkörnig, d. h. er war vorübergehend in  $\gamma$ -Eisen umgewandelt. Bei etwa 1300° ist der ganze Ferrit von dem Härtingsgefüge gewissermaßen absorbiert worden, so daß eine Zone von etwa 1 1/2 bis 2 mm Breite unmittelbar an der Schweißnaht aus einem ziemlich gleichmäßigen Gefüge mit 0,18% C bestand, das bei dem grobkörnigen (Bild 4) und dem feinkörnigen (Bild 5) Stahl weitgehend übereinstimmt. Diese Feststellungen lassen bereits erkennen, daß in der „Übergangszone“ nicht, wie teilweise wohl noch angenommen wird, ein einheitliches, sondern ein sehr ungleichmäßiges Gefüge vorliegt, d. h. daß sie aus verschiedenen „Einzelzonen“ besteht. Das ist nun sehr bedeutsam für die Frage der Härte und Härteprüfung dieser Zone.

Die Brinell-Härteprüfung etwa mit der 2,5-mm-Kugel, wie sie oftmals für die Untersuchung von Schweißübergängen gebraucht wird, ergibt Eindrücke von etwa 0,8 bis 1,3 mm Durchmesser, die Vickersprüfung bei 10 kg Belastung solche von etwa 0,2 bis 0,32 mm Breite. Diese Eindrücke sind aber nach dem eben Gesagten bereits zu groß, um den Härteverlauf über alle in den Gefügebildern erkennbaren Einzelzonen genau wiederzugeben. Es ergibt sich mehr oder weniger eine Durchschnittshärte, die auch bei grundsätzlich verschiedener Ausbildung der Übergangszone keinerlei Unterschiede zu ergeben braucht. So wurde bei dieser Art der Härtebestimmung in dem Gefüge der Bilder 4 und 5 übereinstimmend eine Härte von 300 bis 320 kg/mm<sup>2</sup> gefunden. Für eine genaue Beurteilung der Übergangszone sind mithin die genannten Härtemessverfahren zu grob. Eine Verbesserung der Prüfung mit großer Belastung stellt das Roll-Härteprüfungsverfahren nach Hauttmann [12] dar. Hierbei wird die Breite der Spur einer unter Belastung quer über die Übergangszone hinweg gerollten Kugel gemessen. Obwohl die härteste Zone mit diesem Verfahren sicher erfaßt wird, lassen sich doch solche ausgeprägten, für das Verhalten maßgebenden Unterschiede wie zwischen Bild 4 und 5 damit nicht feststellen. Eine Härtemessung, die genauestens den Verlauf der Härte in der Übergangszone entsprechend dem besonderen Gefügebau wiedergibt, ist aber mit dem Mikrohartprüfgerät (Vickers-Pyramide, 20 g Belastung) möglich, das im Forschungsinstitut der Vereinigte Stahlwerke AG. entwickelt und seit fast drei Jahren für solche Zwecke verwendet wird. In den Bildern 4 und 5 sind in den unteren Teilbildern die Ergebnisse der Messung mit diesem Gerät dargestellt. Die Eindrücke haben nur 0,03 mm Abstand voneinander und sind im Gefügebild als Punktreihe zu erkennen. Es ergibt sich dabei bei Bild 4 und 5 ein grundsätzlich verschiedener Härteverlauf in der Übergangszone als Folge der verschiedenen Gefügebildungen trotz genau gleicher chemischer Zusammensetzung des Grundwerkstoffes. Vor allem fällt bei dem Stahl mit grobem Sekundärkorn<sup>3)</sup> in einem Abstand von 2,0 bis 3,5 mm vom Rande der Schweißnaht ein Gebiet mit sehr großen Härteschwankungen und sehr hohen Härtespitzen auf, das in Bild 5 fehlt.

<sup>1)</sup> Dem aus dem Leserkreis dieser Zeitschrift geäußerten Wunsch, zu den verwendeten Fachausdrücken der Werkstoffkunde kurze Erläuterungen zu geben, kommen wir nach. Sowohl St 37 wie St 52 besteht bei Raumtemperatur normalerweise aus einer Grundmasse aus praktisch kohlenstofffreiem im Schmelzbad hell erscheinenden Ferrit und darin eingelagerten dunkelgeätzten Perlitkörnern mit rd. 0,8% Kohlenstoff in Form eines meist streifigen Gemenges von Eisenkarbid und Ferrit.

<sup>2)</sup> Martensit entsteht durch rasche Abkühlung aus Temperaturgebieten, die je nach dem Kohlenstoffgehalt über 700 bis 900° liegen. Für die Abkühlung ist je nach der Legierungszusammensetzung eine Mindestgeschwindigkeit erforderlich.

<sup>3)</sup> Unter „Sekundärkorn“ ist das Korn des bei Raumtemperatur normalerweise vorhandenen, im geätzten Schmelzbad ohne weiteres erkennbaren Perlit-Ferrit-Gefüges zu verstehen. Von ihm zu unterscheiden ist das „Primärkorn“, auch Austenitkorn genannt; es ist das Korn des je nach dem Kohlenstoffgehalt nur über 700 bis 900°, d. h. oberhalb der Temperaturen der Linie GS im Eisen-Kohlenstoff-Schaubild, beständigen Zustandes, des Austenits. Auf die Größe des Austenitkorns kann meistens aus der Größe des sogenannten Ehn-Korns geschlossen werden. Das Ehn-Korn oder Mc Quaid-Ehn-Korn wird an den Stahlproben durch ein Zementationsverfahren entwickelt. Eine Probe des Stahles wird beispielsweise 8 Stunden lang bei 930° in einer Mischung aus Barium-Karbonat und Holzkohle geglüht. An den Korngrenzen des in diesem Temperaturbereich vorliegenden Austenits wird durch Aufkohlung Karbid zu einem Zementitnetz abgeschieden. Bei der Abkühlung auf Raumtemperatur bleibt dies Netz unverändert bestehen und wird dann im Schmelzbad nach geeigneter Ätzung sichtbar gemacht. Das Mc Quaid-Ehn-Korn und auch das Austenitkorn sind aber nicht identisch, wie manchmal angenommen wird.

Der Unterschied im Härteverlauf läßt sich wie folgt erklären: Der Kohlenstoffgehalt des Austenits der beiden Stähle ist im Gleichgewichtszustand 0,2%. Der Kohlenstoffgehalt der Perlitflecken, aus denen bei der Erhitzung der Austenit zunächst entsteht, ist rd. 0,8%. Bei sehr langsamer Erhitzung würde sich der Kohlenstoffgehalt des Austenits — unmittelbar nach der Entstehung 0,8% betragend — mit steigender Temperatur genau entsprechend der Linie GS des Eisen-Kohlenstoff-Schaubildes von 0,8 bis 0,2% ändern. Da die Erhitzung beim Schweißen aber außerordentlich rasch erfolgt und die Wanderungsgeschwindigkeit des Kohlenstoffes verhältnismäßig gering ist, bleibt der Kohlenstoffgehalt des Austenits höher, als er bei der jeweiligen Temperatur nach dem Eisen-Kohlenstoff-Schaubild tatsächlich sein müßte. Bei dem feinkörnigen Stahl ist der Ausgleich des Kohlenstoffes im Austenit wegen der Kleinheit der ursprünglichen Perlitinseln noch verhältnismäßig rasch möglich, deshalb geht die Änderung von 0,8 auf 0,2% C immerhin noch ziemlich nahe der GS-Linie vor sich. Bei dem grobkörnigen Stahl ist wegen der größeren Ausbildung des Perlits der Diffusionsweg erheblich größer und demnach der Ausgleich langsamer, so daß der Austenit bei der raschen Erhitzung bis zu erheblich höheren Temperaturen hohe Kohlenstoffgehalte beibehält. Beispielsweise enthält der Austenit in der Zone, die beim Schweißen etwa 940° erreicht hat, bei dem feinkörnigen Stahl nur noch rd. 0,30%, bei dem grobkörnigen Stahl aber noch rd. 0,75% C. Da aber nur bei höheren Kohlenstoffgehalten die Abkühlung beim Schweißen die für die Bildung des harten Martensits erforderliche kritische Abkühlungsgeschwindigkeit erreicht, ist die Zone mit harten Martensitflecken bei dem Grobkornstahl sehr breit im Vergleich zum Feinkornstahl.

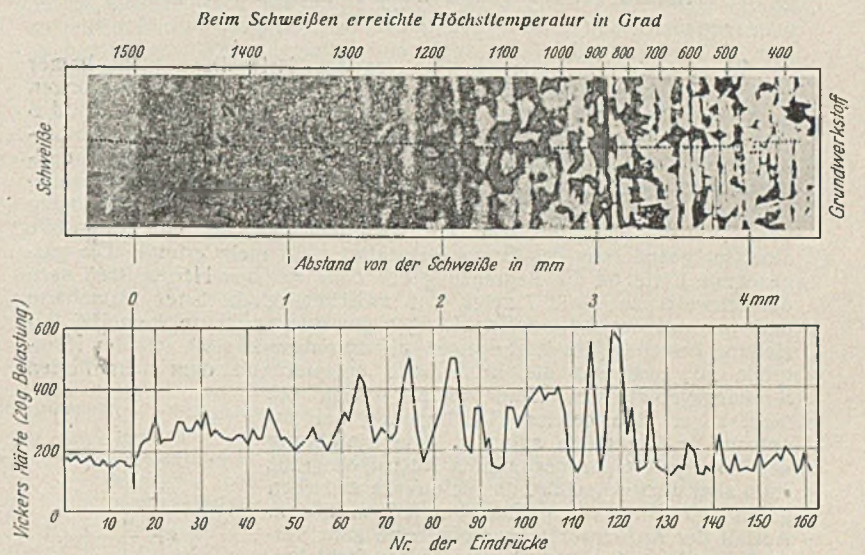


Bild 4. Entstehung der Übergangszone und Härteverlauf bei Grobgefüge.

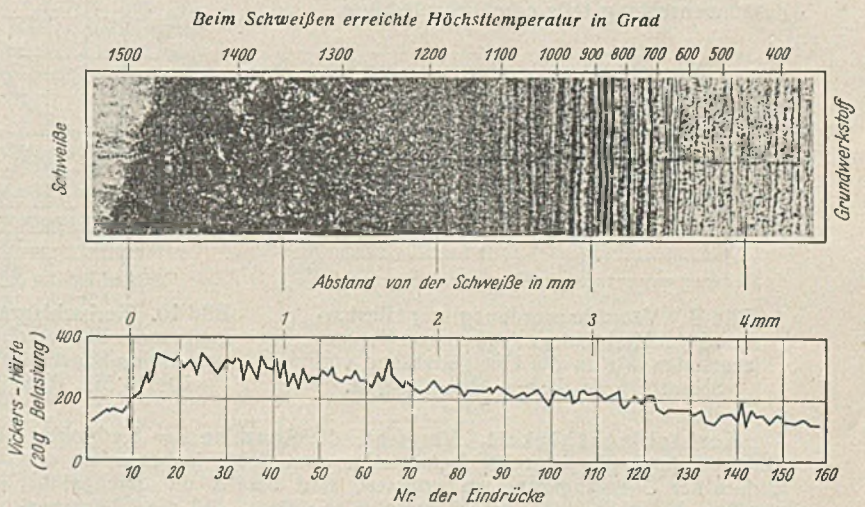


Bild 5. Entstehung der Übergangszone und Härteverlauf bei Feingefüge.

Nimmt man an, daß die kritische Abkühlungsgeschwindigkeit für 0,30% C beim Schweißen von 50 mm dicken Abmessungen gerade erreicht wird, so würde die Zone mit Martensitflecken beim Feinkornstahl von rd. 700 bis 940°, d. h. über eine Breite von 0,5 mm reichen, bei Grobkornstahl dagegen von 700 bis 1280°, also über eine Breite von 1,9 mm. Zwischen den beiden besprochenen Gefügebildungen können alle möglichen Übergänge auftreten, von deren Wiedergabe hier aus Raumgründen abgesehen werden muß.

Von besonderer Bedeutung, da einigermaßen eindeutig, ist der normalgeglühte Zustand<sup>4)</sup> des Stahles. Bei diesem Zustand können in der Übergangszone noch einige wenige hohe Härtespitzen auftreten, die jedoch

<sup>4)</sup> Unter Normalglühung versteht man bei St 52 eine Glühung bei einer Temperatur, die etwa 30° über dem oberen Umwandlungspunkt liegt, d. h. bei etwa 880°, mit nachfolgender Abkühlung in ruhender Luft.



für den Ausfall der Aufschweißbiegeprobe, wenn es sich um Chrom-Kupfer-Stahl handelt, meistens nicht mehr von Belang sind. Für Chrom-Kupfer-Stahl wird nämlich im allgemeinen bereits durch eine Normalglühung auch ohne besondere Schmelzbehandlung eine ausreichende Verfeinerung des Sekundärkornes erhalten. Eine Sonderschmelzbehandlung zusammen mit Normalglühung gibt bei ihm mit Sicherheit einen Härteverlauf wie in Bild 5 und parallel damit einen günstigen Ausfall der Aufschweißbiegeprobe.

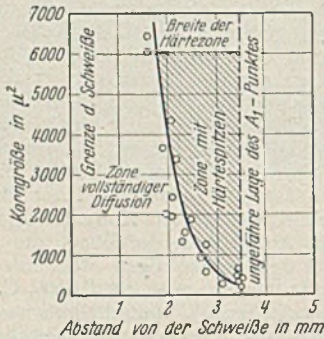


Bild 6.

Aufbau der Übergangszone in Abhängigkeit von der Ferrit-Perlit-Korngröße.

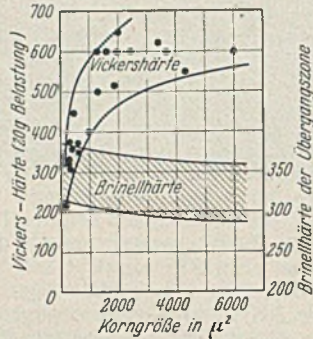


Bild 7.

Wenn auch die Breite des Gebietes der Härtespitzen nicht immer so deutlich auszumessen ist wie bei Bild 4, so sind die Beobachtungen doch weitgehend auf andere Stähle gleicher Art zu übertragen. Bild 6 gibt die Lage des Gebietes der Härtespitzen bei verschiedenen Chrom-Kupfer-Stählen in Abhängigkeit von der Perlit-Ferrit-Korngröße des Grundwerkstoffes bei Einlagenschweißen von 50 mm dicken Platten (Aufschweißbiegeproben) an. Die gestrichelte Linie entspricht etwa der Entfernung vom Rand der Schweißnaht, von der ab unabhängig von der Korngröße eine Gefügeänderung des Grundwerkstoffes nicht mehr erfolgt. Die ausgezogene Linie ist die Begrenzung der Zone mit den Härtespitzen nach der Schweißnaht zu. Bild 7 zeigt, daß zwischen der höchsten Mikrohärtigkeit und der mit der 2,5-mm-Brinellkugel gemessenen Härte keinerlei Beziehung besteht. Die Härtespitzen nehmen danach stark mit der Korngröße zu, während die Brinellhärte entsprechend dem schraffierten Streuungsgebiet sich kaum ändert, wenn sie nicht sogar eine gewisse Verringerung bei zunehmender Korngröße aufweist. Die Einführung der Vorschrift einer bestimmten Höchst Korngröße wäre aber unzumutbar, da die Grenze zwischen guten und schlechten Stählen, beurteilt nach dem Ausfall der Aufschweißbiegeprobe, eine ganz verschiedene Lage hat, bei Chrom-Kupfer-Stahl beispielsweise bei etwa 900 µ², bei Stählen anderer Zusammensetzung teils erheblich niedriger.

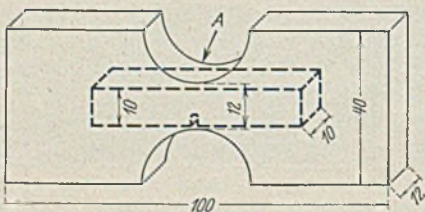


Bild 9. Versuchsanordnung zur Bestimmung der Kerbschlagzähigkeit von Gefügeständen wie in der Übergangszone von Schweißen an dicken Abmessungen.

Kerbschlagzähigkeit. Versuche, die Abnahme der Kerbschlagzähigkeit durch die Schweißnaht festzustellen und dabei insbesondere den Einfluß der Übergangszone zu erfassen, sind bereits oft durchgeführt worden. Es wurde die Kerbschlagprobe so gelegt, daß die Übergangszone ganz im beanspruchten Querschnitt liegt (Bild 8a). Tatsächlich ergab sich dabei ein erheblicher Abfall der Kerbschlagzähigkeit in diesen Proben. Eine Kennzeichnung der Übergangszone und Erfassung von Unterschieden, wie sie durch das Gefüge (Bild 4 und 5) gegeben sein können, ist dadurch aber nicht möglich. Man hat ferner die Proben so gelegt, daß der Kerb von der Schweißnaht aus mit der Spitze gerade bis an den Rand der Übergangszone reicht [13], so daß die Übergangszone quer durchschlagen wird (Bild 8b) oder daß der Kerb selbst ganz oder teilweise in der Übergangszone liegt [14], so daß der Bruch längs der Übergangszone erfolgt (Bild 8c und d). Auch in diesen Fällen kommt der Unterschied im Gefüge der Übergangszone nicht zur Wirkung. Einen gänzlich anderen Weg zur Beurteilung der Kerbschlagzähigkeit in der Übergangszone schlug Bruckner ein [9]. Er prüfte nicht die Schweißnaht selbst, sondern den Werkstoff unter Abkühlungsbedingungen, wie sie in der Übergangszone beim Schweißen vorliegen sollten. Aber auch mit der Bruckner-Probe werden die Verhältnisse der Übergangszone nicht in vollem

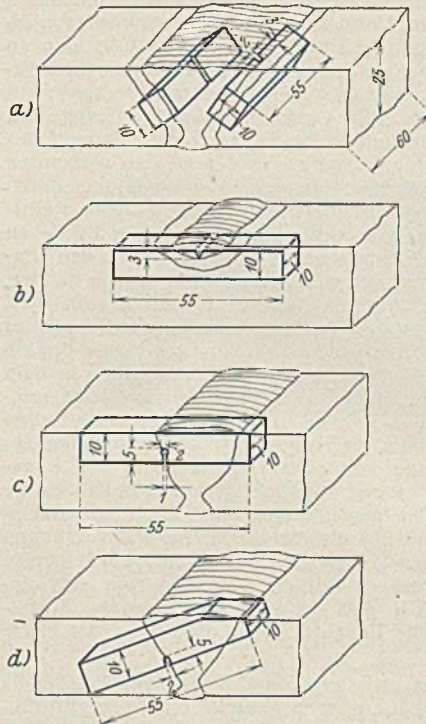


Bild 8a bis d. Entnahme der Kerbschlagproben zur Bestimmung der Zähigkeit der Übergangszone von Schweißen.

Umfang wiedergegeben, sondern kann nur die überhitzte Zone unmittelbar an der Schweißnaht beurteilt werden.

Um den genauen Verlauf der Kerbschlagzähigkeit in der Übergangszone feststellen zu können, wurde ein mittelbares Untersuchungsverfahren angewendet. Proben mit Abmessungen nach Bild 9 wurden zwischen den Klemmen eines Tammann-Ofens in sehr kurzer Zeit durch Widerstandsbeheizung auf verschiedene Temperaturen über 800 bis 1400° gebracht. Die Erhitzungsdauer betrug hierbei nur 2 sek und entsprach praktisch derjenigen beim Schweißen. Nach Erreichen dieser Temperaturen, was durch Anvisieren der mit Wasserstoff umspülten Probe bei A mit einem optischen Pyrometer nach vorheriger Eichung genau festgestellt werden konnte, wurde der Strom abgeschaltet und die Probe mit Preßluft bis auf Raumtemperatur rasch abgekühlt. Danach wurde aus der Probe eine DVMR-Probe entsprechend Bild 9 herausgearbeitet und zerschlagen. Die Ergebnisse von drei Messungen wurden jeweils zu einem

Mittelwert zusammengefaßt. Das Gefüge der Proben an den Bruchenden wurde schließlich zur Kontrolle der Temperaturen und zum Vergleich mit dem Gefüge an der betreffenden Stelle der Übergangszone an der Schweißnaht der Aufschweißbiegeprobe nachgeprüft. Die Ergebnisse der Untersuchung an dem oben schon behandelten Chrom-Kupfer-Stahl und an einem Mangan-Silizium-Stahl sind in den Bildern 10 und 11 dargestellt.

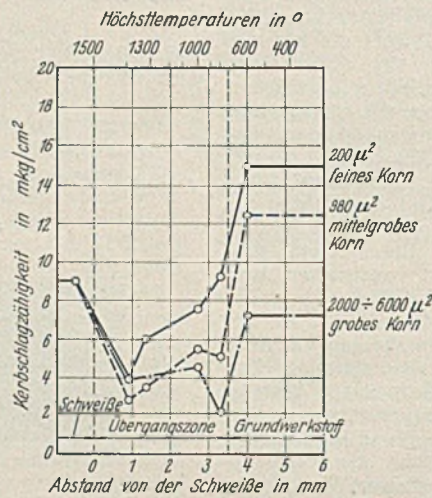


Bild 10. Kerbschlagzähigkeit in der Übergangszone bei verschiedener Korngröße von Union-Baustahl (0,17% C, 0,35% Si, 0,98% Mn, 0,35% Cr, 0,46% Cu).

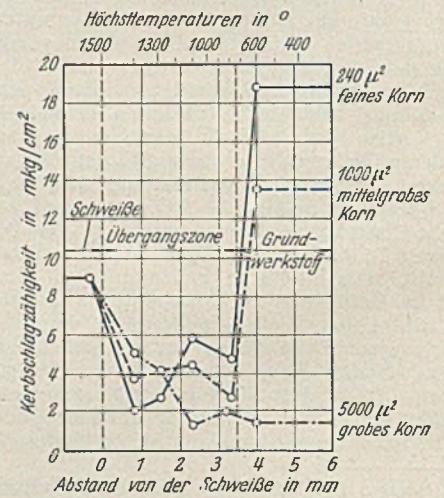


Bild 11. Kerbschlagzähigkeit in der Übergangszone bei verschiedener Korngröße von Mn-St-Stahl (0,19% C, 0,46% Si, 1,33% Mn, 0,07% Cr, 0,08% Cu).

Die Chrom-Kupfer-Stähle des Bildes 10 mit den Korngrößen 200 und 980 µ² zeigten gute Ergebnisse bei der Aufschweißbiegeprüfung, bei 2000 bis 6000 µ² dagegen schlechtes Verhalten. Die Unterschiede der Kerbschlagzähigkeit wurden in den Proben mit einem Gefüge, wie es in nächster Nähe der Schweißnaht vorliegt, geringer. Die stärksten Unterschiede ergaben sich in den Proben, die der entfernteren Zone entsprachen, wie das auch den Unterschieden in der Mikrohärtigkeit entspricht. Die Kerbschlagwerte der Mangan-Silizium-Stähle des Bildes 11 lagen durchweg etwas tiefer. Insbesondere zeigt bei ihm die Kurve auch selbst des Feinkornstahles in der Zone der Härtespitzen keinen glatten Verlauf. Jedenfalls scheint bei diesem Stahl eine Verbesserung der Kerbschlagzähigkeit in der Übergangszone durch die Feinkornbehandlung praktisch nicht eingetreten zu sein. Die zugehörigen Aufschweißbiegeproben gaben bei 1000 µ² und 5000 µ² verformungslosen Bruch, bei dem Stahl mit 240 µ² einen, wenn auch zusammenhängenden, so doch immer noch stark klaffenden Bruch. Die Kerbschlagzähigkeit an den verschiedenen Stellen der Übergangszone hängt somit ebenso wie die Härte wesentlich von der Gefügeausbildung des Grundwerkstoffes ab, gleichzeitig zeigt sich aber auch ein gewisser Einfluß der Legierung.



4. Übergangszone und Legierungsbestandteile des Grundwerkstoffes.

Aus Bild 4 und 5 geht hervor, daß ein Vergleich des Einflusses der Legierungsbestandteile des Stahles auf die Härte in der Übergangszone nur für Stähle gleicher Sekundärkorngröße durchgeführt werden kann, da andernfalls innerhalb des schon verhältnismäßig engen Bereichs der nach Reichsbahnvorschrift [6] zugelassenen Legierungsgehalte eine Überlagerung durch den Gefügeeinfluß unvermeidlich wäre. Die Durchprüfung der Verhältnisse für mehrere Sekundärkorngrößen würde jedoch zu umfangreichen Versuchen erfordern, so daß es zunächst zweckmäßig erscheint, eine Einschränkung auf die einigermaßen homogene Zone unmittelbar an der Schweißnaht vorzunehmen, in der der Gefügeeinfluß zurücktritt, so daß z. B. der Härteverlauf (Bild 4 und 5) trotz stärkster Verschiedenheit des Gefüges ziemlich gut übereinstimmt und auch die Kerbschlagzähigkeit den geringsten Gefügeeinfluß aufweist (Bild 10 und 11).

Härtemessungen. Da einerseits die Härtemessungen, wie schon ausgeführt, an der sehr schmalen Übergangszone mit Schwierigkeiten verknüpft sind, andererseits auch die unmittelbare Prüfung von Schweißen an dicken Platten verschiedener Stähle zur Erzielung eines ausreichenden Überblicks zu kostspielig sein würde, wurden die Brinellhärten (2,5/187,5/30) von zahlreichen kleinen Stahlproben mit wechselnden Gehalten an Kohlenstoff, Silizium, Mangan, Kupfer und Chrom nach Preßluftabkühlung von 1300° mit einer Abkühlungsgeschwindigkeit zwischen 800 und 400° von 50 bzw. 30°/sek (entsprechend dem Schweißen von 50 mm dicken Aufschweißblechproben) bestimmt. Aus den zahlreichen Einzelmessungen [8] ergaben sich die Kurven der Bilder 12 und 13.

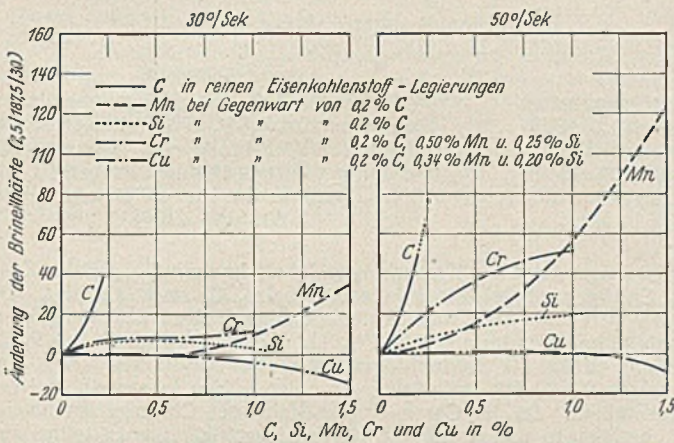


Bild 12. Bild 13.

Änderung der Brinellhärte durch Kohlenstoff, Silizium, Mangan, Chrom und Kupfer.

Hiernach bewirkt der Kohlenstoff die stärkste Härtesteigerung. Mangan erhöht die Härte in stark zunehmendem Maße bereits von etwa 0,5% an. Chrom hat bei 30°/sek praktisch keine, bei 50°/sek bereits bei niedrigen Gehalten eine Härtezunahme zur Folge, die mit steigendem Chromgehalt jedoch abklingt. Kupfer hat keinen Einfluß auf die Härte. Silizium wirkt nur ganz schwach bei der höheren Abkühlungsgeschwindigkeit.

Legt man die in den Reichsbahnvorschriften [6] angeführten oberen Grenzgehalte der Legierungselemente zugrunde, so ergeben sich nach den Kurven der Bilder 12 und 13 bei 0,2% C etwa die zusätzlichen Härtesteigerungen durch die Höchstgehalte der Legierungselemente wie in Zahlentafel 1. Danach ist innerhalb der zulässigen Legierungsbereiche bei den verschiedenen noch zugelassenen Stahlsorten praktisch die gleiche Härteannahme zu erwarten. Die in Zahlentafel 1 angegebenen Werte werden für den Chrom-Kupfer- und für den Molybdän-Stahl noch unterschritten, da in den betreffenden Stahlsorten die Mangan- und Siliziumgehalte sowie der Chrom- bzw. Molybdängehalt nicht auf die Höchstgrenzen eingestellt werden. Nach der Vereinheitlichung enthielt beispielsweise der Chrom-Kupfer-Stahl St 52, wie bereits vorher auf Grund der im Laufe der Zeit gesammelten Erfahrungen, nur 0,8 bis 1,1% Mn, rd. 0,35% Cr, 0,2 bis 0,35% Si und 0,55% Cu, d. h. die Härtezunahme durch die genannten Elemente würde nur etwa 72 bis 119 Brinelleinheiten betragen.

Einige im Schrifttum vorliegende Härtemessungen an der Übergangszone der Schweißnaht selbst bestätigen die Angaben der Bilder 12 und 13.

So ist nach den Untersuchungen von Grosse [15] bei Abmessungen von 50 mm Dicke sowie 0,2% C und rd. 0,50% Si durch Erhöhung des Mangangehaltes von 0,8 auf 1,8% eine Steigerung der Aufhärtung um 140 Brinelleinheiten anzunehmen gegenüber 130 für den gleichen Bereich nach den Abkühlungsversuchen mit Preßluft. In ähnlicher Weise ergeben auch die Untersuchungen von Cornelius und Fahsel [16], Hattmann [12], French und Armstrong [17] sowie Bruckner [9] eine gute Bestätigung der durch Preßluftabkühlung gefundenen Werte. Der geringe Einfluß von Silizium wurde auch von Grosse [15] festgestellt.

Die Zunahme der Aufhärtung beim Schweißen durch die Legierungsbestandteile liegt keineswegs im Bereich der durch Wasserabschreckung erhaltenen Härtezunahmen, so daß auch das meist nadelige Gefüge unmittelbar an der Schweißnaht nicht als Martensit angesprochen werden kann. Wie durch Vergleich mit Abschreckversuchen gezeigt wurde [8], ist der Einfluß der Legierungselemente auf die Härte im Falle einer Martensitbildung, also nach Wasser- oder Ölabschreckung, gänzlich anders. Daß es sich in der Zone unmittelbar an der Schweißnaht trotz der nadeligen Gefügeausbildung nicht um Martensit handeln kann, sondern eine Art Zwischengefüge vorliegen muß, geht auch, wie bereits an anderer Stelle gezeigt wurde [18], daraus hervor, daß beispielsweise der gleiche Stahl wie in Bild 4 nach Wasserabschreckung eine Brinellhärte von 438 bis 500 kg/mm² erhielt, während die homogene Zone unmittelbar an der Schweißnaht 257 bis 354 kg/mm² aufweist, gemessen sowohl mit dem Vickers-Diamanten bei 10 und 1 kg Belastung als auch mit der 2,5-mm-Brinellkugel sowie mit dem Vickers-Diamanten bei 20 g Belastung. Nach allem ist es deshalb auch unrichtig, die Wirkung eines Legierungselements an seinem Einfluß auf die Härtezunahme nach Wasser- oder Ölabschreckung zu beurteilen. Alle hierauf beruhenden Prüfverfahren müssen für den Zweck als abwegig bezeichnet werden.

Legierungselement	Härtezunahme in Brinelleinheiten Mn-Cu-Stahl	Cr-Cu-Stahl	Mo-Stahl
1,20% Mn	122	83	83
0,30% " *)			
0,50% Si	14	14	14
0,40% Cr	—	33	—
0,20% Mo	—	—	50 **)
0,55% Cu	0	0	0
Insgesamt:	136	130	147

\*) zusätzlich zu 1,20% Mn.  
\*\*) geschätzt nach French u. Armstrong

Zahlentafel 1. Einfluß der Höchstgehalte der Legierungselemente von St 52 auf die Härtezunahme durch die Abkühlung bei Einlagenschweißungen von 50 mm dicken Abmessungen.

Stahl Nr.	Chemische Zusammensetzung C %	Si %	Mn %	Sonstiges %	Kerbschlagzähigkeit mkg/cm² normalgegl./Preßluftabk.
a.) Einfluß von Mangan <sup>1)</sup>					
774	0,18	0,05	0,57	—	13,0 10,9
2191	0,20	—	0,69	—	13,0 10,1
2193	0,19	—	0,78	—	14,1 12,5
2192	0,20	—	0,86	—	15,0 11,8
2194	0,21	—	1,13	—	15,3 13,2
2195	0,20	—	1,34	—	17,6 12,2
773	0,19	0,07	1,34	—	14,3 1,9
776	0,20	0,10	2,03	—	6,5 1,5
Mittel	0,20	0,09	—	—	—
b.) Einfluß von Silizium <sup>1)</sup>					
777	0,18	0,22	0,08	—	10,4 6,8
778	0,19	0,50	0,07	—	9,9 5,4
779	0,19	1,02	0,08	—	9,3 5,1
Mittel	0,19	—	0,08	—	—
c.) Einfluß von Silizium und Mangan <sup>2)</sup>					
3144	0,18	0,72	1,04	—	7,9 5,0
3145	0,17	0,84	1,31	—	11,5 6,4
3146	0,18	0,81	1,57	—	5,2 5,2
3147	0,18	0,81	1,90	—	3,6 5,8
Mittel	0,18	0,79	—	—	—

<sup>1)</sup> Kerbschlagwerte sind Mittelwerte von je 2 Bestimmungen  
<sup>2)</sup> " " " " " " " "

(Blatt 1)

Zahlentafel 2. Kerbschlagzähigkeit (DVMR-Probe) niedrig legierter Stähle nach Normalglühung und Preßluftabkühlung von 1350° (30 bis 40°/sek zwischen 800 und 400°).

Stahl Nr.	Chemische Zusammensetzung C %	Si %	Mn %	Sonstiges %	Kerbschlagzähigkeit mkg/cm² normalgegl./Preßluftabk.
d.) Einfluß von Chrom <sup>1)</sup> Cr %					
768	0,18	—	0,59	0,19	13,3 10,7
769	0,21	—	0,60	0,33	15,5 10,0
770	0,21	—	0,58	0,68	13,0 5,2
2196	0,20	—	0,64	0,60	16,9 9,4
Mittel	0,20	—	0,60	—	—
e.) Einfluß von Chrom und Mangan <sup>1)</sup>					
2196	0,20	—	0,64	0,60	16,9 9,4
2199	0,20	—	0,83	0,60	17,6 9,1
2200	0,20	—	1,23	0,55	18,3 5,2
1117	0,19	—	1,10	0,65	16,0 6,2
Mittel	0,20	—	—	0,60	—
f.) Einfluß von Kupfer <sup>1)</sup> Cu %					
758	0,18	—	0,34	0,17	13,0 13,8
756	0,20	—	0,51	0,75	11,2 8,1
760	0,27	—	0,36	0,75	9,6 10,0
757	0,18	—	0,39	1,45	9,3 7,9
761	0,21	—	0,36	1,48	7,3 6,8
Mittel	0,20	—	0,40	—	—
g.) Einfluß von Kupfer in Silizium - Manganstählen <sup>1)</sup>					
835	0,18	0,43	0,79	0,43	— 13,5
836	0,18	0,44	1,04	0,42	— 14,7
837	0,13	0,49	1,24	0,43	— 11,5
0837	0,18	0,47	1,63	0,42	— 7,9
Mittel	0,18	0,46	—	0,43	—

(Blatt 2)



**Kerbschlagzähigkeit.** Der Einfluß der Legierungselemente auf die Kerbschlagzähigkeit kann aus dem schon bei der Aufhärtung besprochenen Gründen nur für die homogene Zone unmittelbar an der Schweißmitte mit einiger Sicherheit festgestellt werden. Die Struktur dieser Zone ist bestimmt durch die beim Schweißen erreichte sehr hohe Temperatur und durch die Abkühlungsgeschwindigkeit. Versuche, mittelbar unter diesen Bedingungen die Kerbschlagzähigkeit zu messen, wurden erstmalig von Bruckner [9] ausgeführt, allerdings als Grundlage für die Beurteilung der Verhältnisse bei Einlagenschweißungen an 12 mm dicken Blechen. Die Abkühlungsgeschwindigkeit betrug nach den kurvenmäßigen Angaben innerhalb von 800 bis 400° nur 20°/sek. Die Abkühlung selbst wird bei Bruckner stufenweise in zwei Salzbadern vorgenommen, wodurch außerdem die Abkühlung keinen glatten Verlauf zeigt [8].

schwach, herabgesetzt. Nach Preßluftabkühlung, d. h. also in der überhitzten Zone unmittelbar an der Schweißmitte, wird die Herabsetzung der Kerbschlagzähigkeit mit zunehmendem Siliziumgehalt stärker. Die ungünstige Wirkung von Silizium wird durch höhere Mangangehalte keineswegs beseitigt, wie aus Bild 16 hervorgeht; die Vorteile mittlerer Mangangehalte um rd. 1% werden sogar durch 0,8% Silizium völlig wieder aufgehoben. Anscheinend ist auch in dieser Verringerung der Kerbschlagzähigkeit eine der Ursachen für die verbreitete Abneigung gegen höhere Siliziumgehalte in den zu schweißenden Hochbaustählen begründet.

Die Stähle mit Chrom zeigen nach Bild 17 bei einem Mangangehalt von rd. 0,6% anfänglich nur ein schwaches, über 0,5% Cr jedoch ein starkes Absinken der Kerbschlagzähigkeit. Hierbei ist aber zu

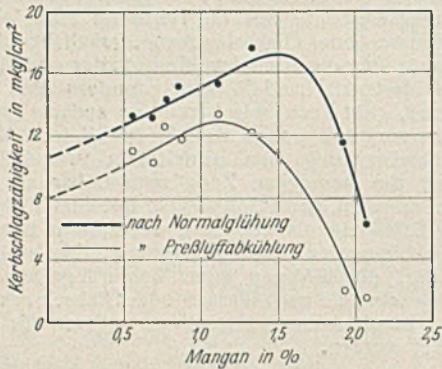


Bild 14. Einfluß des Mangangehaltes auf die Kerbschlagzähigkeit (DVMR-Probe) von normalgeglühten und preßluftabgekühlten Proben (1/4 Std. 1350° Preßluft 30 bis 40°/sek zwischen 800 und 400°) mit rd. 0,10% Si.

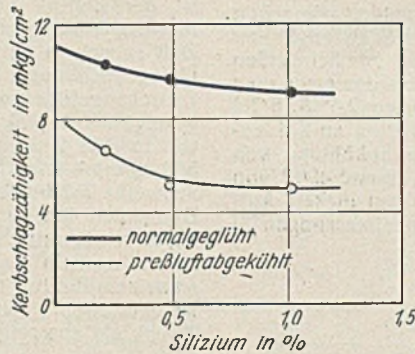


Bild 15. Einfluß des Siliziumgehaltes auf die Kerbschlagzähigkeit (DVMR-Probe) von normalgeglühten und preßluftabgekühlten Proben (1/4 Std. 1350° Preßluft 30 bis 40°/sek zwischen 800 und 400°) mit rd. 0,08% Mn.

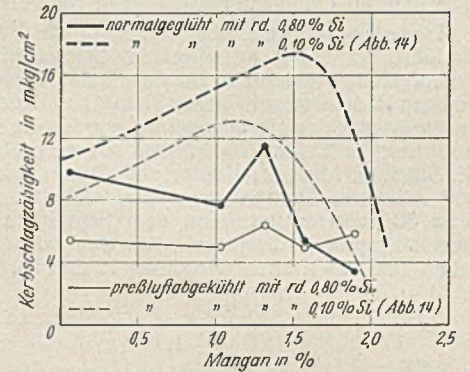


Bild 16. Einfluß des Mangangehaltes in Stählen mit rd. 0,8% Si auf die Kerbschlagzähigkeit (DVMR-Probe) von normalgeglühten und preßluftabgekühlten Proben (1/4 Std. 1350° Preßluft 30 bis 40°/sek zwischen 800 und 400°).

In den eigenen Versuchen wurden wie bei den Härtemessungen die Abkühlungsverhältnisse beim Schweißen von dicken Abmessungen durch eine geregelte Preßluftabkühlung von 1350° weitgehend nachgeahmt. Zu diesem Zweck wurden DVMR-Kerbschlagproben einer Anzahl von Mangan-, Silizium-, Chrom- und Kupfer-Stählen entsprechend den Legierungsbereichen des St 52 eine Viertelstunde auf 1350° erhitzt und dann in Preßluft mit einer Abkühlungsgeschwindigkeit von 30 bis 40°/sek zwischen 800 und 400° abgekühlt. Verwendet wurden die Stähle der Zahlentafel 2. Die Herstellung dieser Stähle erfolgte in Schmelzen von je 5 kg im Hochfrequenzofen. Die Blöckchen wurden zu Stäben mit einem Querschnitt von 10 x 10 mm<sup>2</sup> heruntergeschmiedet, aus denen die Kerbschlagproben entnommen wurden. In den Bildern 14 bis 19 sind die Versuchsergebnisse zusammengestellt, und zwar sind außer den Kerbschlagwerten nach Preßluftabkühlung auch die Werte nach Normalglühung angegeben. Jeder Punkt entspricht einem Mittelwert aus zwei Versuchen.

berücksichtigen, daß die Kerbschlagzähigkeit im normalgeglühten Zustand durch Chrom zunächst bis mindestens 0,6% Cr stark ansteigt. Durch rd. 0,6% Cr wird nach Bild 18 der günstige Einfluß des Mangans nach Normalglühung mindestens bis 1% Mn noch verbessert. Bei Preßluftabkühlung sinkt die Kerbschlagzähigkeit bei Zusatz von 0,6% Chrom bereits von 0,8% Mn an stärker ab, also schon früher als bei reinen Manganstählen. Da im Chrom-Kupfer-Stahl der Chromgehalt höchstens 0,4% beträgt, so übt er auf die Kerbschlagzähigkeit unmittelbar an der Schweißmitte keinen ungünstigen Einfluß aus, er wird im Gegenteil insofern günstig wirken, als durch den Chromgehalt eine Verbesserung des Grundwerkstoffes erfolgt. Die Richtigkeit der praktischen Begrenzung des Mangangehaltes bei diesem Chrom-Kupfer-Stahl mit 1,1% dürfte auch durch die Kurven des Bildes 18 bestätigt werden, da natürlich der Abfall der Kerbschlagzähigkeit bei 0,3 bis 0,4% Chrom bei etwas höheren Mangangehalten liegt als bei 0,6% Chrom.

In Bild 19 ist der Einfluß von Kupfer dargestellt. Es ist bemerkenswert, daß durch steigenden Kupfergehalt die Kerbschlagzähigkeit zwar in geringem Maße abfällt, aber durch die Preßluftabkühlung aus dem überhitzten Zustand keine stärkere Abnahme und praktisch auch keine

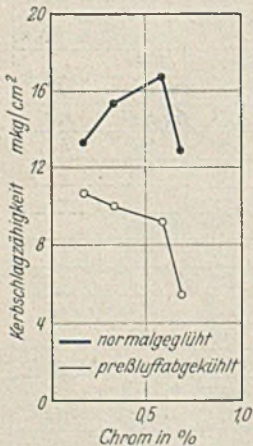


Bild 17. Einfluß von Chrom in Stählen mit rd. 0,6% Mn auf die Kerbschlagzähigkeit (DVMR-Probe) von normalgeglühten und preßluftabgekühlten Proben (1/4 Std. 1350° Preßluft 30 bis 40°/sek zwischen 800 und 400°).

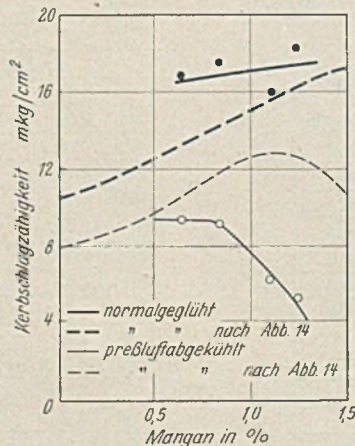


Bild 18. Einfluß von Mangan in Stählen mit 0,6% Cr auf die Kerbschlagzähigkeit (DVMR-Probe) von normalgeglühten und preßluftabgekühlten Proben (1/4 Std. 1350° Preßluft 30 bis 40°/sek zwischen 800 und 400°).

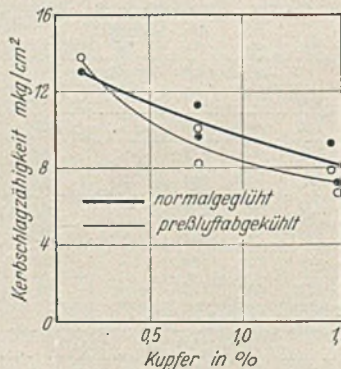


Bild 19. Einfluß des Kupfergehaltes in Stählen mit rd. 0,4% Mn auf die Kerbschlagzähigkeit (DVMR-Probe) von normalgeglühten und preßluftabgekühlten Proben (1/4 Std. 1350° Preßluft 30 bis 40°/sek zwischen 800 und 400°).

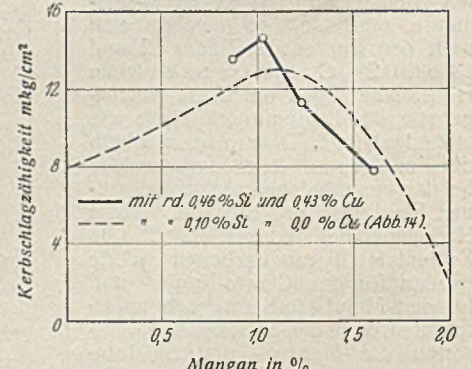


Bild 20. Einfluß von Kupfer in Mangan-Silizium-Stählen auf die Kerbschlagzähigkeit (DVMR-Probe) von preßluftabgekühlten Proben (1/4 Std. 1350° Preßluft 30 bis 40°/sek zwischen 800 und 400°).

Nach Bild 14 wird die Kerbschlagzähigkeit unmittelbar an der Schweißmitte durch steigenden Mangangehalt verbessert, aber nur bis zu einem Mangangehalt von rd. 1,2%. Von da an wirkt sich die größere Härte von manganlegierten Stählen erniedrigend aus. Bei Luftabkühlung beginnt der Abfall erst bei rd. 1,6% Mangan, wie die Kurve für den normalgeglühten Zustand zeigt.

Durch steigenden Siliziumgehalt allein wird nach Bild 15 die Kerbschlagzähigkeit schon im normalgeglühten Zustand, wenn auch nur

niedrigeren Werte erhalten werden als nach Normalglühung, d. h. Kupfer übt auf die Kerbschlagzähigkeit der Übergangszone unmittelbar an der Schweißmitte keine ungünstige Wirkung aus. Es handelt sich bei den untersuchten Stählen um solche mit rd. 0,40% Mangan und mit nur Spuren Silizium. Bei niedrigem Kupfergehalt liegen die Kerbschlagwerte etwas höher als bei kupferarmem Stahl mit 0,40% Mn, wie aus Bild 14 zu entnehmen wäre. Dies dürfte auf den Siliziumgehalt von rd. 0,10% in den Stählen des Bildes 13 zurückzuführen sein. In Bild 20 ist der Einfluß



des Kupfers auf die Kerbschlagzähigkeit von überhitzten Mangan-Silizium-Stählen nach Prelluftabkühlung wiedergegeben. Leider stand nicht genügend Werkstoff zur Verfügung, um auch Kerbschlagversuche an normalgeglühten Proben durchführen zu können. Ein Kupfergehalt von 0,4 bis 0,5% hat keine zusätzliche Verringerung der Kerbschlagzähigkeit zur Folge.

Es sei in diesem Zusammenhang noch erwähnt, daß Bruckner in nach seinem Verfahren abgeschreckten Proben von Stahl mit 1% Mangan einen Rückgang der Kerbschlagzähigkeit bis auf rd. 40% der Kerbschlagzähigkeit des unbeeinflussten Stahles erhielt. Dieser gegenüber dem entsprechenden Wert des Bildes 14 stärkere Abfall dürfte teils auf den höheren Kohlenstoffgehalt von 0,20 bis 0,29% und teils auf den Siliziumgehalt von 0,21 bis 0,25% bei Bruckners Proben zurückzuführen sein. 0,2% Silizium gibt nämlich nach Bruckner allein schon einen Abfall von 20%, und durch eine Änderung des Kohlenstoffgehaltes von 0,20 auf 0,30% sinkt nach Bruckner die Kerbschlagzähigkeit ebenfalls um rd. 20%, so daß — wenn die Wirkung der einzelnen Elemente in grober Annäherung als additiv betrachtet wird — bei 1% Mangan die Kerbschlagzähigkeit unmittelbar an der Schweißnaht auch um rd. 20% gegenüber der des Grundwerkstoffes herabgesetzt würde. Nach Bild 14 wurde in den

eigenen Versuchen eine Abnahme von 15,6 auf 12,8 mkg/cm<sup>2</sup>, d. h. um rd. 18% gefunden, was dieser Überlegung sehr gut entspricht.

Für die Legierungsarten des St 52 ergibt sich aus den Untersuchungen die Feststellung, daß man hinsichtlich der Übergangzone auch vom Standpunkt der Kerbschlagzähigkeit in gleicher Weise, wie schon früher für die Härte festgestellt wurde, bereits zu den günstigsten Legierungsbereichen gelangt war. Chrom und Silizium bewegten sich in den Grenzen, die für die Kerbschlagzähigkeit nicht nachteilig waren. Chrom hatte aber dabei noch den Vorteil der Verbesserung des Grundwerkstoffes. Auch Mangan konnte wegen der Zulegierung von Chrom und Kupfer so niedrig gehalten werden, daß der Bereich des Kerbschlagzähigkeitsabfalls durch Mangan noch nicht erreicht war. Andererseits lassen aber die Ergebnisse mit höheren Siliziumgehalten die vielfach empfohlene Vorsicht bei Anwendung der heute vorgeschriebenen Mangan-Silizium-Stähle für dicke zu schweißende Abmessungen nicht unberechtigt erscheinen, zumal wenn zur Erreichung der Festigkeitseigenschaften auch der Mangangehalt verhältnismäßig hoch eingestellt werden muß. Weiter ergibt sich aus diesen Untersuchungen, daß die Härte allein ein völlig falsches Bild von den Eigenschaften der Übergangzone gibt.

(Schluß folgt.)

Alle Rechte vorbehalten.

## Über das ebene Knickproblem des Stockwerkrahmens.

Von Ernst Chwalla und Friedrich Jokisch in Brünn.

(Schluß aus Heft 8/9.)

### 4. Erstes Zahlenbeispiel.

Wir untersuchen das ebene Knickproblem des in Bild 7 gezeichneten zweifeldrigen Zweistockrahmens, der an den Füßen starr eingespannt ist und in den Knotenpunkten durch lotrechte, auch während des Ausknickens lotrecht bleibende Kräfte belastet wird; die Abmessungen des Rahmens, die Lasten und die Trägheitsmomente der Stabquerschnitte sind aus Bild 8a zu entnehmen. Die beim Ausknicken auftretende elastische Längenänderung und Schubverzerrung der Stäbe wird, wie wir einleitend vermerkt haben, vernachlässigt.

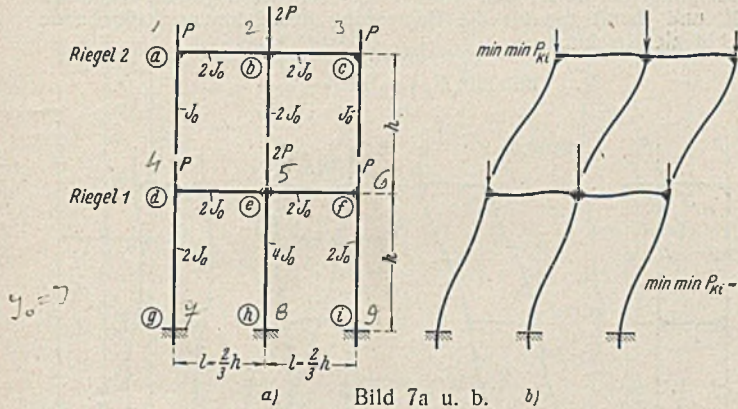


Bild 7a u. b.

Die beiden Riegel Nr. 1 und Nr. 2 werden, wenn der Rahmen unter seiner idealen Knickbelastung von der ersten (biegemomentenfreien) in die zweite (infinitesimal ausgebogene) Gleichgewichtsfigur übergeht, die unendlich kleinen Axialverschiebungen  $\delta_1 = \Delta_1$  bzw.  $\delta_2 = \Delta_1 + \Delta_2$  erfahren, die eine Verdrehung der Stiele um die Stabdrehwinkel

$$(49) \quad \psi_{dg} = \psi_{eh} = \psi_{fi} = \frac{\Delta_1}{h} \quad \psi_{ad} = \psi_{be} = \psi_{cf} = \frac{\Delta_2}{h}$$

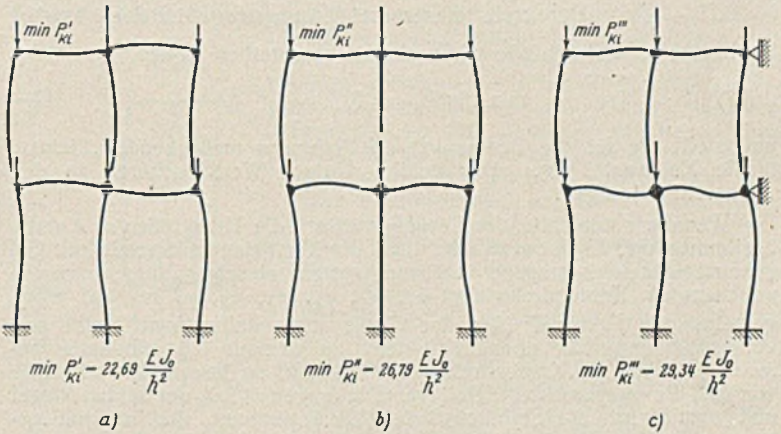


Bild 8a bis c.

Für die Beziehung (2) schreiben wir gemäß (25)

$$(44) \quad \omega \equiv s \sqrt{\frac{S}{EJ}} = \left( h \sqrt{\frac{P}{EJ_0}} \right) \omega^* = \alpha \omega^*,$$

wobei sich

$$(45) \quad \begin{cases} \text{für die Stiele } \omega^* = 1, \text{ also } \omega = \alpha \\ \text{für die Riegel } \omega^* = 0, \text{ also } \omega = 0 \end{cases}$$

ergibt. Der allen Stäben des Rahmens gemeinsame Beiwert  $\alpha$  stellt dann die einzige in der Knickbedingung vorkommende Unbekannte dar und dient zur Festlegung der idealen Knicklast

$$(46) \quad P_{Ki} = \alpha^2 \cdot \frac{EJ_0}{h^2}.$$

Die durch (8) bestimmten, den gedrückten Stielen zugeordneten Hilfsgrößen betragen

$$(47) \quad \begin{cases} A_{ad} = A_{cf} = \frac{EJ_0}{h} \cdot \alpha & B_{ad} = B_{cf} = \frac{EJ_0}{h} \cdot \beta \\ A_{be} = A_{dg} = A_{fi} = \frac{2EJ_0}{h} \cdot \alpha & B_{be} = B_{dg} = B_{fi} = \frac{2EJ_0}{h} \cdot \beta \\ A_{eh} = \frac{4EJ_0}{h} \cdot \alpha & B_{eh} = \frac{4EJ_0}{h} \cdot \beta \end{cases}$$

wobei die Werte  $\alpha$  und auch die Werte  $\beta$  mit Rücksicht auf (45) bei allen Stielen dieselbe Größe besitzen. Für die durch (12) festgelegten, den axial unbelasteten Riegeln zugeordneten Hilfsgrößen ergibt sich

$$(48) \quad \begin{cases} A_{ab} = A_{bc} = A_{de} = A_{ef} = \frac{12EJ_0}{h} \\ B_{ab} = B_{bc} = B_{de} = B_{ef} = \frac{6EJ_0}{h} \end{cases}$$

$$(52) \quad \begin{cases} \Delta_1 = h \cdot \frac{2(\alpha + \beta)\varphi_d + 4(\alpha + \beta)\varphi_e + 2(\alpha + \beta)\varphi_f}{[4(\alpha + \beta) - 2\alpha^2] + [8(\alpha + \beta) - 4\alpha^2] + [4(\alpha + \beta) - 2\alpha^2]} = \frac{\gamma h}{\alpha + \beta} (\varphi_d + 2\varphi_e + \varphi_f) \\ \Delta_2 = h \cdot \frac{(\alpha + \beta)(\varphi_a + \varphi_d) + 2(\alpha + \beta)(\varphi_b + \varphi_e) + (\alpha + \beta)(\varphi_c + \varphi_f)}{[2(\alpha + \beta) - \alpha^2] + [4(\alpha + \beta) - 2\alpha^2] + [2(\alpha + \beta) - \alpha^2]} = \frac{\gamma h}{\alpha + \beta} (\varphi_a + 2\varphi_b + \varphi_c + \varphi_d + 2\varphi_e + \varphi_f) \end{cases}$$

bewirken. Die sechs Knotengleichgewichtsbedingungen  $\sum M = 0$ , die sich für die elastisch drehbaren Knoten a bis f gemäß (27) und (28) unmittelbar anschreiben lassen, lauten daher — wenn wir noch beachten, daß an den starr eingespannten Stützenfüßen  $\varphi_g = \varphi_h = \varphi_i = 0$  sein muß —

$$(50) \quad \begin{cases} \varphi_a(A_{ab} + A_{ad}) + \varphi_b B_{ab} + \varphi_d B_{ad} - (A_{ad} + B_{ad})\psi_{ad} = 0 \\ \varphi_b(A_{ab} + A_{bc} + A_{be}) + \varphi_a B_{ab} + \varphi_c B_{bc} + \varphi_e B_{be} - (A_{be} + B_{be})\psi_{be} = 0 \\ \varphi_c(A_{bc} + A_{cf}) + \varphi_b B_{bc} + \varphi_f B_{cf} - (A_{cf} + B_{cf})\psi_{cf} = 0 \\ \varphi_d(A_{ad} + A_{de} + A_{dg}) + \varphi_a B_{ad} + \varphi_e B_{de} - (A_{ad} + B_{ad})\psi_{ad} - (A_{dg} + B_{dg})\psi_{dg} = 0 \\ \varphi_e(A_{be} + A_{de} + A_{ef} + A_{eh}) + \varphi_b B_{be} + \varphi_d B_{de} + \varphi_f B_{ef} - (A_{be} + B_{be})\psi_{be} - (A_{eh} + B_{eh})\psi_{eh} = 0 \\ \varphi_f(A_{cf} + A_{ef} + A_{fi}) + \varphi_c B_{cf} + \varphi_e B_{ef} - (A_{cf} + B_{cf})\psi_{cf} - (A_{fi} + B_{fi})\psi_{fi} = 0 \end{cases}$$

Die beiden Riegelgleichgewichtsbedingungen, die für den Riegel Nr. 1 durch (38) und für den Riegel Nr. 2 durch (37) bestimmt sind, nehmen — wenn wir (45) und (47) beachten, durch  $EJ_0/h$  kürzen und die Hilfsgröße

$$(51) \quad \gamma = \frac{(\alpha + \beta)^2}{4[2(\alpha + \beta) - \alpha^2]}$$

eingeführen — die Form



an. Setzen wir (52) nach Berücksichtigung von (49) in (50) ein, so gelangen wir zu einem System von sechs in den infinitesimalen Knotendrehwinkeln  $\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c, \varphi_d, \varphi_e, \varphi_f$  linearen und homogenen Gleichungen, das nur dann eine von der Nulllösung verschiedene Lösung zuläßt, wenn seine Koeffizientendeterminante  $D_K$  verschwindet. Die Gleichung  $D_K = 0$ , die schon die gesuchte allgemeine Knickbedingung darstellt, lautet

$$(53) \quad D_K = \begin{vmatrix} 12 + \alpha - \gamma & 6 - 2\gamma & -\gamma & \beta - \gamma & -2\gamma & -\gamma \\ 3 - \gamma & 12 + \alpha - 2\gamma & 3 - \gamma & -\gamma & \beta - 2\gamma & -\gamma \\ -\gamma & 6 - 2\gamma & 12 + \alpha - \gamma & -\gamma & -2\gamma & \beta - \gamma \\ \beta - \gamma & -2\gamma & -\gamma & 12 + 3\alpha - 3\gamma & 6 - 6\gamma & -3\gamma \\ -\gamma & \beta - 2\gamma & -\gamma & 3 - 3\gamma & 12 + 3\alpha - 6\gamma & 3 - 3\gamma \\ -\gamma & -2\gamma & \beta - \gamma & -3\gamma & 6 - 6\gamma & 12 + 3\alpha - 3\gamma \end{vmatrix} =$$

$$= [(18 + \alpha - 4\gamma)(18 + 3\alpha - 12\gamma) - (\beta - 4\gamma)^2] \cdot [(6 + \alpha)(6 + 3\alpha) - \beta^2] \cdot [(12 + \alpha)(12 + 3\alpha) - \beta^2] = 0$$

und zerfällt in die drei voneinander unabhängigen Teilbedingungen

$$(54) \quad (18 + \alpha - 4\gamma)(18 + 3\alpha - 12\gamma) - (\beta - 4\gamma)^2 = 0,$$

$$(55) \quad (6 + \alpha)(6 + 3\alpha) - \beta^2 = 0$$

und

$$(56) \quad (12 + \alpha)(12 + 3\alpha) - \beta^2 = 0,$$

von denen jede einem bestimmten Typ von Knickfiguren zugeordnet ist. Nach der Einführung von (8), (51) und (45) gehen diese Teilknickbedingungen in transzendente Gleichungen über, die durch Probieren nach der Unbekannten  $\alpha$  aufzulösen sind. Die kleinste (positive und reelle) Lösung von (54) beträgt  $\min \alpha = 2,663$  und führt, wenn wir sie in (46) einsetzen, zur Knicklast  $\min P_{Ki} = 7,09 \cdot \frac{EJ_0}{h^2}$ . Die kleinste Lösung von (55) lautet

$\min \alpha' = 4,764$  und führt zu  $\min P'_{Ki} = 22,69 \cdot \frac{EJ_0}{h^2}$ , und die kleinste Lösung von (56) hat die Größe  $\min \alpha'' = 5,176$  und liefert  $\min P''_{Ki} = 26,79 \cdot \frac{EJ_0}{h^2}$ . Der erste dieser drei Lösungswerte ist der absolut kleinste; er beträgt, wie wir nochmals anschreiben wollen,

$$(57) \quad \min \min P_{Ki} = 7,09 \cdot \frac{EJ_0}{h^2}$$

und stellt die für die Bemessung des Rahmens maßgebende „kleinste ideale Knicklast“ vor. Die beiden übrigen Werte gehören zu den „höheren“ Lösungen.

Wenn wir mit Hilfe des Lösungswertes  $\alpha$  die Hilfsgrößen  $\alpha, \beta$  und  $\gamma$  bestimmen und in das erwähnte, durch die Koeffizientendeterminante (53) gekennzeichnete homogene Gleichungssystem einsetzen, lassen sich die unbekanntenen Knotendrehwinkel  $\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c, \varphi_d, \varphi_e, \varphi_f$  bis auf einen gemeinsamen Faktor  $K$  (der der Größe nach unbestimmt bleibt und voraussetzungsgemäß unendlich klein zu denken ist) eindeutig berechnen. Sind die Knotendrehwinkel bekannt, so lassen sich mit Hilfe von (52) die waagerechten Relativverschiebungen  $\Delta_1, \Delta_2$  der beiden Riegel und damit auch die Stabdrehwinkel (49) bestimmen, die Integrationskonstanten (6) ermitteln und der Biegelinienvorlauf (4) für alle Stäbe des Rahmens bis auf den gemeinsamen Faktor  $K$  eindeutig festlegen; jeder Lösung  $\alpha$  der Knickbedingung — also jedem „Eigenwert“ des mathematischen Problems — läßt sich demnach eine ganz bestimmte Knickfigur — die „Eigenlösung“ des mathematischen Problems — zuordnen. Die den angeführten Lösungswerten  $\min \min P_{Ki}, \min P'_{Ki}$  und  $\min P''_{Ki}$  entsprechenden Knickfiguren sind in Bild 7b, 8a und 8b dargestellt.

Setzen wir in (54) willkürlich  $\gamma = 0$  — verlangen wir also, daß die durch (52) festgelegten waagerechten Riegelverschiebungen  $\Delta_1, \Delta_2$  verschwinden —, so geht diese Teilknickbedingung in die einfache Bedingung

$$(57) \quad (18 + \alpha)(18 + 3\alpha) - \beta^2 = 0$$

über, deren kleinste Lösung  $\min \alpha''' = 5,417$  beträgt und zur Knicklast  $\min P'''_{Ki} = 29,34 \cdot \frac{EJ_0}{h^2}$  führt. Die diesem Lösungsergebnis entsprechende Knickfigur ist in Bild 8c gezeichnet. Sie kann nur dann zur Ausbildung gelangen, wenn die Verschiebungen der Riegel in axialer (waagerechter) Richtung durch besondere Lager verhindert werden. Ordnen wir solche Lager tatsächlich an, dann stellt jedoch nicht  $\min P'''_{Ki}$ , sondern der der Knickfigur Bild 8a zugeordnete Wert  $\min P'_{Ki}$  die für die Bemessung des Rahmens maßgebende kleinste ideale Knicklast dar.

### 5. Zweites Zahlenbeispiel.

Wir untersuchen die Stabilität des in Bild 9a dargestellten einfeldrigen Zweistockrahmens, der an den Füßen starr eingespannt ist und in den beiden oberen Knotenpunkten durch lotrechte, auch während des Ausknickens lotrecht bleibende Kräfte  $P$  belastet wird. Alle Stäbe des Rahmens sind axial undeformbar und haben das gleiche Querschnittsträgheitsmoment  $J$ . Für die Hilfsgröße (2) schreiben wir

$$(58) \quad \omega = s \sqrt{\frac{S}{EJ}} = \left( h \sqrt{\frac{P}{EJ}} \right) \omega^* = \alpha \omega^*,$$

wobei sich für die Stiele

$$(59) \quad \omega^* = 1, \text{ also } \omega = \alpha$$

und für die Riegel

$$(60) \quad \omega^* = 0, \text{ also } \omega = 0$$

ergibt; der allen Stäben gemeinsame Beiwert  $\alpha$  dient zur Festlegung der idealen Knickbelastung

$$(61) \quad P_{Ki} = \alpha^2 \cdot \frac{EJ}{h^2}$$

$$(62) \quad \left[ \alpha - (\alpha + \beta)\gamma + \frac{6h}{l} \right] \left[ 2\alpha - 2(\alpha + \beta)\gamma + \frac{6h}{l} \right] - [\beta - (\alpha + \beta)\gamma]^2 = 0$$

$$(63) \quad \left( \alpha + \frac{2h}{l} \right) \left( 2\alpha + \frac{2h}{l} \right) - \beta^2 = 0$$

und —enthält die Hilfsgröße

$$(64) \quad \gamma = \frac{1 - \cos \alpha}{\alpha \cdot \sin \alpha},$$

die — ähnlich wie die Hilfsgröße (51) im ersten Zahlenbeispiel — den waagerechten Relativverschiebungen der Riegel verhältnismäßig ist. Nach Einführung von (8) und (59) läßt sich die Teilknickbedingung (62) noch wesentlich vereinfachen und auf die Form der im 8. Abschnitt angegebenen Knickbedingung (82) bringen; sie stellt ebenso wie (63) eine transzendente Gleichung dar und entspricht einem bestimmten Typ von Knickfiguren. Die Bedingung (62) liefert den absolut kleinsten Lösungswert  $\min \min \alpha = 2,601$  und damit die für die Bemessung des Rahmens maßgebende kleinste ideale Knicklast

$$(65) \quad \min \min P_{Ki} = 6,76 \cdot \frac{EJ}{h^2}$$

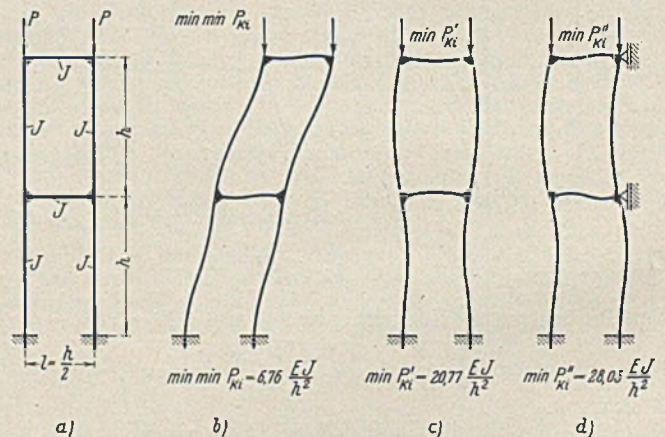


Bild 9a bis d.

Die kleinste Lösung der Teilknickbedingung (63) beträgt  $\min \alpha' = 4,558$  und ergibt  $\min P'_{Ki} = 20,77 \cdot \frac{EJ}{h^2}$ . Die diesen beiden Lösungsergebnissen zugeordneten Knickfiguren sind in Bild 9b bzw. 9c dargestellt.

Setzen wir in (62) willkürlich  $\gamma = 0$ , verlangen wir also, daß die waagerechten Riegelverschiebungen gleich Null sind, so geht diese Teilknickbedingung in die einfache Bedingung

$$(66) \quad \left( \alpha + \frac{6h}{l} \right) \left( 2\alpha + \frac{6h}{l} \right) - \beta^2 = 0$$

über, deren kleinste Lösung  $\min \alpha'' = 5,296$  lautet und zur Knicklast  $\min P''_{Ki} = 28,05 \cdot \frac{EJ}{h^2}$  führt. Die dieser Lösung entsprechende Knickfigur ist in Bild 9d gezeichnet. Sie kann nur zur Ausbildung gelangen, wenn die waagerechten Stützkräfte, die hier beim Ausknicken des Rahmens auftreten, von besonderen Lagern übernommen werden. Ordnen wir derartige Lager tatsächlich an, dann stellt jedoch nicht  $\min P''_{Ki}$ , sondern der der Knickfigur Bild 9c zugeordnete Wert  $\min P'_{Ki}$  die für die Bemessung des Rahmens maßgebende kleinste ideale Knicklast dar.

Im 8. Abschnitt werden wir zeigen, daß der strenge, den Einfluß der elastischen Stablängenänderungen berücksichtigende Wert  $\min P_{Ki}$  den in (65) angegebenen, für Rahmen mit axial undeformbaren Stäben geltenden Lösungswert unter Umständen um mehr als 10% zu unterschreiten vermag.



6. Drittes Zahlenbeispiel.

Wir untersuchen das Knickproblem des in Bild 10a gezeichneten zweifeldrigen Zweistockrahmens, der an den Füßen starr eingespannt ist und in den drei oberen Knotenpunkten durch lotrechte, auch während des Ausknickens lotrecht bleibende Kräfte  $P$  belastet ist. Alle Stäbe sind axial undeformbar vorausgesetzt und haben das gleiche Querschnittsträgheitsmoment  $J$ . Die Hilfsgröße (2) läßt sich auch hier durch (58), (59) u. (60) festlegen, so daß die Knicklast durch die Beziehung (61) bestimmt wird. Die Knickbedingung  $D_K=0$  zerfällt in zwei voneinander unabhängige Teilbedingungen, von denen die erste den absolut kleinsten Lösungswert  $\min \min \kappa = 2,861$  und damit die für die Bemessung des Rahmens maßgebende kleinste ideale Knicklast

$$(67) \quad \min \min P_{Ki} = 8,18 \cdot \frac{EJ}{h^2}$$

liefert; die kleinste Lösung der zweiten Teilknickbedingung beträgt  $\min \kappa' = 5,476$  und führt zu  $\min P'_{Ki} = 29,98 \cdot \frac{EJ}{h^2}$ . Die diesen beiden Lösungsergebnissen zugeordneten Knickfiguren sind in Bild 10b bzw. Bild 11a dargestellt.

Setzen wir in der ersten Teilknickbedingung die den waagerechten Riegelverschiebungen verhältnismäßige Hilfsgröße gleich Null, so geht diese Teilknickbedingung in eine einfachere Bedingung über, deren kleinste Lösung  $\min \kappa'' = 5,185$  lautet und  $\min P''_{Ki} = 26,88 \cdot \frac{EJ}{h^2}$  liefert; die erste höhere Lösung dieser einfachen Sonderbedingung beträgt  $\kappa''' = 5,886$  und führt auf  $P'''_{Ki} = 34,64 \cdot \frac{EJ}{h^2}$ . Die diesen beiden Lösungsergebnissen entsprechenden Knickfiguren (Bild 11b bzw. Bild 11c) können nur dann zur Ausbildung gelangen, wenn die waagerechten Stützkräfte, die sich hier beim Ausknicken des Rahmens ergeben, durch besondere Lager aufgenommen werden. Sind diese Lager tatsächlich vorhanden, dann stellt  $\min P'''_{Ki}$  die kleinste für die Bemessung des Rahmens maßgebende ideale Knicklast vor.

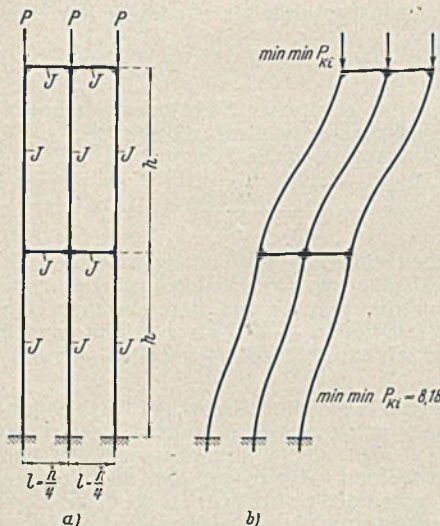


Bild 10a u. b.

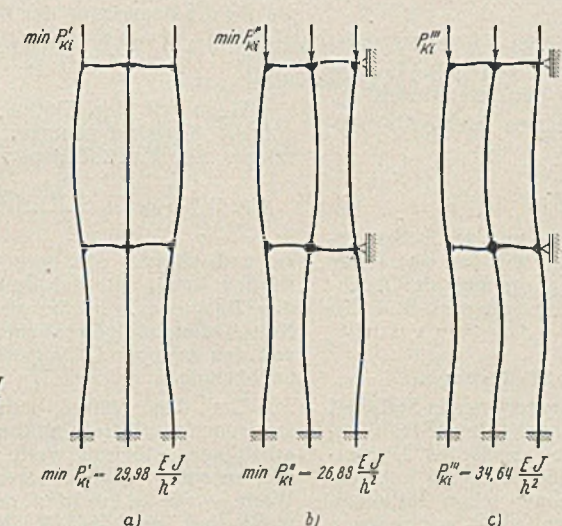


Bild 11a bis c.

Da die Riegel des in Bild 10a gezeichneten Rahmens den gleichen Stabquerschnitt, jedoch nur ein Viertel der Achsenlänge der Stiele besitzen, und daher einen verhältnismäßig großen Biege widerstand aufweisen, führt die Voraussetzung axial undeformbarer Stäbe zu einer schon fühlbaren Überschätzung des Knickwiderstandes. Wie wir im 8. Abschnitt zeigen werden, ist die in (67) angeführte Knicklast unter Umständen um rd. 20% größer als der strenge, den Einfluß der elastischen Stablängenänderungen berücksichtigende Lösungswert.

7. Viertes Zahlenbeispiel.

Wir suchen die kleinste ideale Knickbelastungsintensität des in Bild 12a gezeichneten zweifeldrigen Zweistockrahmens, der die gleichen Abmessungen wie der in Bild 7a gezeichnete Rahmen besitzt, jedoch nicht durch Knotenlasten, sondern durch eine lotrechte, über die Riegel gleichmäßig verteilte Querlast  $p$  belastet wird. Der Verlauf der unter  $p$  auftretenden Biegemomente und Normalkräfte ist in Bild 12b bzw. Bild 12c dargestellt; die Biegemomente sind hierbei positiv gezählt, wenn sie auf der in Bild 12a angedeuteten „Unterseite“ der Stäbe Biegezugspannungen hervorrufen.

Da der Rahmen symmetrisch gebaut und symmetrisch belastet ist, liegt auch hier ein Problem der Gleichgewichtsverzweigung vor — jedoch ein Problem, das sich mit Rücksicht auf das Vorhandensein primärer Biege-

momente von den früher untersuchten Problemen unterscheidet und daher im 1. Abschnitt als „Problem der Symmetrieknickung“ bezeichnet wurde. Die ideale Knickbelastung ist hier dadurch gekennzeichnet, daß unter derselben Laststufe zwei verschiedenartig ausgebogene Gleichgewichtsfiguren — die symmetrisch verformte und eine unmittelbar benachbarte, unsymmetrisch verformte Gleichgewichtsfigur — gleich gut möglich sind. Die symmetrische Figur ist in Bild 13a dargestellt; beim Übergang zur benachbarten unsymmetrischen Figur wird der symmetrischen Figur eine nach Bild 13b infinitesimal ausgebogene Deformationsfigur überlagert.

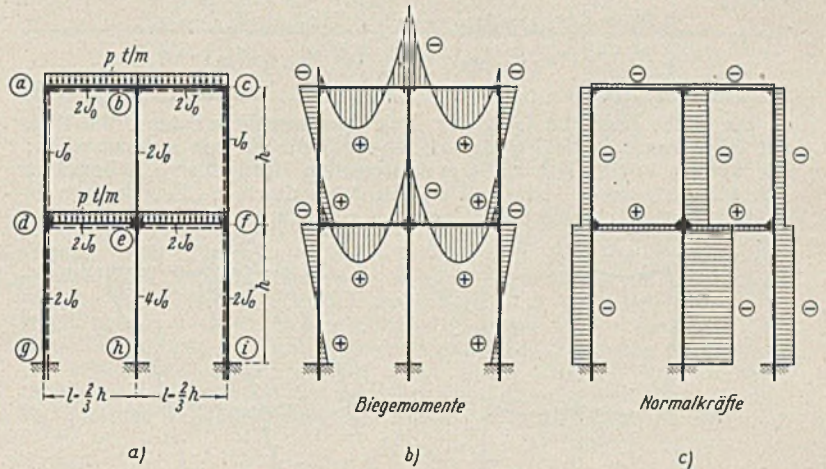


Bild 12a bis c.

Die theoretisch strenge Lösung der Probleme der Symmetrieknickung begegnet großen Schwierigkeiten. An Hand eines einfachen, dieser strengen Lösung zugänglichen Falles und an Hand sorgfältig durchgeführter Modellversuche konnte gezeigt werden<sup>1)</sup>, daß wir zu einer hinreichend scharfen Näherungslösung gelangen, wenn wir die Stabilitätsuntersuchung des Rahmens nicht für die gegebene Belastung, sondern für eine Ersatzbelastung durchführen, die ausschließlich aus mittig angreifenden Knotenlasten besteht und dadurch gekennzeichnet ist, daß sie die gleichen Normalkräfte wie die gegebene Belastung hervorruft; das Problem der „Symmetrieknickung“ wird auf diese Weise in ein Knickproblem der früher behandelten Art übergeführt. Wir wollen dieses Näherungsverfahren hier anwenden und haben daher die in Bild 12c eingetragenen, unter der gegebenen Belastung auftretenden Normalkräfte mit ihren Absolutwerten  $S$  in die Beziehungen (2) einzuführen und die Hilfsgröße  $\omega$  für die einzelnen Stäbe festzulegen. Die Beziehung (2) wird zweckmäßig in der Form

$$(68) \quad \omega = s \sqrt{\frac{S}{EJ}} = \left( h \sqrt{\frac{ph}{EJ_0}} \right) \omega^* = \kappa \omega^*$$

geschrieben, wobei

$$(69) \quad \begin{cases} \omega_{ab}^* = \omega_{bc}^* = 0,068398 & \omega_{de}^* = \omega_{ef}^* = 0,032243 \\ \omega_{ad}^* = \omega_{cf}^* = 0,52482 & \omega_{dg}^* = \omega_{fi}^* = 0,53476 \\ \omega_{be}^* = 0,62548 & \omega_{ch}^* = 0,61701 \end{cases}$$

beträgt. Der allen Stäben gemeinsame Beiwert  $\kappa$  stellt dann die einzige in der Knickbedingung auftretende Unbekannte vor und dient zur Bestimmung der idealen Knickbelastungsintensität

$$(70) \quad P_{Ki} = \kappa^2 \cdot \frac{EJ_0}{h^3}$$

Wir beschränken uns auf die Berechnung der für die Bemessung des Rahmens maßgebenden absolut kleinsten Knickbelastungsintensität  $\min \min P_{Ki}$  und weisen den Knoten  $a, c$  und  $d, f$  — wie aus der Knickfigur Bild 13b folgt — die Knotendrehwinkel

$$(71) \quad \varphi_a = \varphi_c \quad \varphi_d = \varphi_f$$

zu. Die sechs Knotengleichgewichtsbedingungen und die beiden Riegelgleichgewichtsbedingungen, die ähnlich wie im ersten Zahlenbeispiel zu ermitteln sind, führen zur Knickbedingung

$$(72) \quad D_K = \begin{vmatrix} 3\alpha_{ab} + \alpha_{ad} - \eta_1 & 3\beta_{ab} - \eta_2 & \beta_{ad} - \eta_1 & -\eta_2 \\ 3\beta_{ab} - \eta_2 & 3\alpha_{ab} + \alpha_{be} - \eta_3 & -\eta_2 & \beta_{be} - \eta_3 \\ \beta_{ad} - \eta_1 & -\eta_2 & 3\alpha_{de} + \alpha_{ad} - 2\alpha_{dg} - \eta_1 - 2\eta_4 & 3\beta_{de} - \eta_2 - 2\eta_5 \\ -\eta_2 & \beta_{be} - \eta_3 & 3\beta_{de} - \eta_2 - 2\eta_5 & 3\alpha_{de} + \alpha_{be} + 2\alpha_{eh} - \eta_3 - 2\eta_6 \end{vmatrix} = 0,$$



in der die Hilfsgrößen  $\eta$  durch die Beziehungen

$$(73) \begin{cases} \eta_1 = \frac{(\alpha_{ad} + \beta_{ad})^2}{N_1} & \eta_2 = \frac{(\alpha_{ad} + \beta_{ad})(\alpha_{be} + \beta_{be})}{N_1} \\ \eta_3 = \frac{(\alpha_{be} + \beta_{be})^2}{N_1} & \eta_4 = \frac{(\alpha_{dg} + \beta_{dg})^2}{N_2} \\ \eta_5 = \frac{(\alpha_{dg} + \beta_{dg})(\alpha_{eh} + \beta_{eh})}{N_2} & \eta_6 = \frac{(\alpha_{eh} + \beta_{eh})^2}{N_2} \end{cases}$$

und

$$(74) \begin{cases} N_1 = 2(\alpha_{ad} + \beta_{ad}) - \omega_{ad}^2 + 2(\alpha_{be} + \beta_{be}) - \omega_{be}^2 \\ N_2 = 2(\alpha_{dg} + \beta_{dg}) - \omega_{dg}^2 + 2(\alpha_{eh} + \beta_{eh}) - \omega_{eh}^2 \end{cases}$$

festgelegt werden. Die in (72) vorkommenden Größen  $\alpha_{de}$  und  $\beta_{de}$  sind, da die Stäbe (*de*) und (*ef*) auf Zug beansprucht werden (Bild 12c), mit Hilfe von (17) als hyperbolische Funktionen von  $\alpha$  darzustellen; alle übrigen in (72), (73) und (74) auftretenden Hilfsgrößen  $\alpha, \beta$  beziehen sich auf gedrückte Stäbe und werden daher durch die Beziehungen (8) als trigonometrische Funktionen von  $\alpha$  bestimmt.

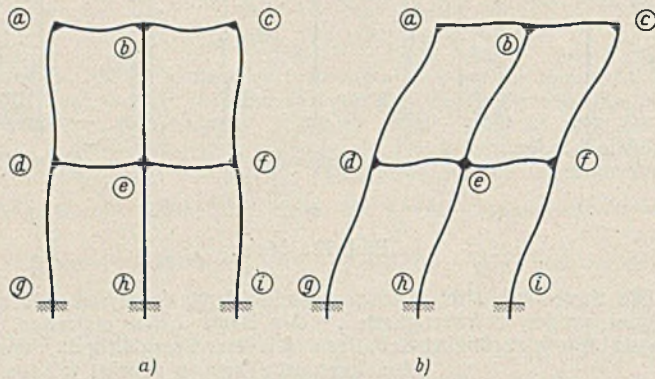


Bild 13 a u. b.

Die durch Probieren gefundene, kleinste (positive und reelle) Lösung der Knickbedingung (72) — die kleinste „Nullstelle“ der Determinante  $D_K$  — beträgt  $\min \min \alpha = 4,612$  und führt zur kleinsten idealen Knickbelastungsintensität

$$(75) \quad \min \min p_{Ki} = 21,27 \cdot \frac{EJ_0}{h^3}$$

Die zugeordnete Knickfigur können wir uns — wie wir schon erwähnt haben — dadurch entstanden denken, daß wir der unter der gegebenen Belastung ausgebildeten, endlich stark ausgebogenen Gleichgewichtsfigur Bild 13a eine infinitesimale Deformationsfigur nach Bild 13b überlagern.

### 8. Der Einfluß der elastischen Stablängenänderungen.

Wir haben unserem Verfahren zur Untersuchung der ebenen Stabilität von Stockwerkrahmen die Voraussetzung axial undehnbarer Stäbe zugrunde gelegt, haben also den Einfluß, den die elastischen Längenänderungen der Stäbe auf die Größe der idealen Knickbelastung nehmen, vernachlässigt. Diese Vernachlässigung ist — wie wir schon einleitend erwähnt und nunmehr zahlenmäßig nachweisen wollen — nur in jenen Fällen praktisch zulässig, in denen die Querschnittsabmessungen der Stäbe sehr klein im Vergleich zur Stablänge sind. Bei Stockwerkrahmen mit kurzen, verhältnismäßig biegesteifen Riegeln muß daher der Einfluß der elastischen Stablängenänderungen — vor allem der Einfluß der Längenänderungen der Stiele — in Rücksicht gezogen werden.

Für den nach Bild 9a belasteten einfeldrigen Stockwerkrahmen<sup>3)</sup> und den nach Bild 10a belasteten zweifeldrigen Stockwerkrahmen<sup>4)</sup> ist ein strenges, den Einfluß der elastischen Stablängenänderungen berücksichtigendes Lösungsverfahren schon entwickelt worden; es bedient sich allerdings nicht des Knotendrehwinkelverfahrens, gehört also nicht der Deformationsmethode, sondern der Kräfte-methode an. Wenden wir dieses Lösungsverfahren auf den in Bild 14a gezeichneten einfeldrigen Zweistockrahmen an, dessen Stäbe einen unveränderlichen Querschnitt mit dem Trägheitsmoment  $J$  und der Fläche  $F$  haben, so gelangen wir — wenn wir unsere Untersuchung nach wie vor auf Rahmen beschränken, die

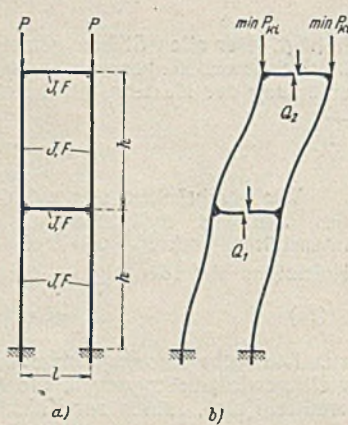


Bild 14 a u. b.

innerhalb des Hookeschen Formänderungsbereiches ausknicken — zu den beiden Gleichungen

$$(76) \begin{cases} Q_1 \left[ 2 \cos \alpha + \frac{6h}{l} \cdot \frac{\sin \alpha}{\alpha} - \epsilon (1 - 2 \cos \alpha) \right] - Q_2 [1 + 2\epsilon (1 - \cos \alpha)] = 0 \\ Q_1 [1 + \epsilon (1 - \cos \alpha)] - Q_2 \left[ \cos \alpha + \frac{6h}{l} \cdot \frac{\sin \alpha}{\alpha} - \epsilon (1 - 2 \cos \alpha) \right] = 0, \end{cases}$$

in denen  $Q_1$  und  $Q_2$  die im infinitesimal ausgeknickten Gleichgewichtszustand in den beiden Rahmenriegeln wirksamen Querkräfte vorstellen (Bild 14b); die Hilfsgröße  $\alpha$  wird durch die Beziehung

$$(77) \quad \alpha = h \sqrt{\frac{P}{EJ}}$$

festgelegt, und für die Hilfsgröße  $\epsilon$  gilt

$$(78) \quad \epsilon = \frac{24}{\lambda_1^2} \left( \frac{h}{l} \right)^3,$$

wobei

$$(79) \quad \lambda_1 = \frac{h}{i} \quad i = \sqrt{\frac{J}{F}}$$

bedeutet. Die Gln. (76) sind in den Unbekannten  $Q_1, Q_2$  linear und homogen und besitzen daher nur dann eine von der trivialen Nulllösung verschiedene Lösung, wenn ihre Koeffizientendeterminante  $D_K$  verschwindet. Die gesuchte, für den in Bild 14a dargestellten und nach Bild 14b ausknickenden Zweistockrahmen geltende Knickbedingung lautet daher

$$(80) \left[ 2 \cos \alpha + \frac{6h}{l} \cdot \frac{\sin \alpha}{\alpha} - \epsilon (1 - 2 \cos \alpha) \right] \left[ \cos \alpha + \frac{6h}{l} \cdot \frac{\sin \alpha}{\alpha} - \epsilon (1 - 2 \cos \alpha) \right] - [1 + \epsilon (1 - \cos \alpha)] [1 + 2\epsilon (1 - \cos \alpha)] = 0$$

und ist für einen Rahmen mit den Kennwerten  $h/l$  und  $\lambda_1$  nach der Hilfsgröße  $\alpha$  aufzulösen. Der kleinste der durch Probieren gefundenen positiven und reellen Lösungswerte wird mit  $\min \alpha$  bezeichnet und liefert die für die Bemessung des Rahmens maßgebende kleinste ideale Knicklast

$$(81) \quad \min P_{Ki} = \min \alpha^2 \cdot \frac{EJ}{h^2}$$

Wenn wir den Einfluß, den die elastischen Stablängenänderungen auf die Knicklast nehmen, vernachlässigen wollen, müssen wir  $\epsilon = 0$  setzen. Die Knickbedingung (80) nimmt dann die Form

$$(82) \left[ 2 \cdot \cos \alpha + \frac{6h}{l} \cdot \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right] \left[ \cos \alpha + \frac{6h}{l} \cdot \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right] - 1 = 0$$

an und stimmt, wie nach einigen einfachen Umformungen festgestellt werden kann, mit der Teilknickbedingung (62) inhaltlich überein. Da die Hilfsgröße  $\lambda_1$  in (82) nicht auftritt, sind die aus dieser vereinfachten Knickbedingung gewonnenen Lösungswerte — die wir zum Unterschied von den strengen Lösungswerten mit  $\min \alpha^*$  bezeichnen wollen — von  $\lambda_1$  unabhängig.

Um den Einfluß aufzuzeigen, den die elastischen Stablängenänderungen auf die Knickbelastung nehmen, sind in Tafel 3 die aus (82) erhaltenen Näherungswerte  $\min \alpha^*$  den aus (80) gewonnenen strengen Werten  $\min \alpha$  gegenübergestellt worden. Wir sehen, daß die strengen Werte — wie zu erwarten war — grundsätzlich kleiner als die Näherungswerte sind, und daß die Unterschiede um so größer werden, je kleiner die Riegelänge  $l$  im Vergleich zur Stieflänge  $h$  ist. Im Fall  $l = h$  ist der durch die Vernachlässigung der elastischen Stablängenänderungen bedingte Fehler praktisch noch gänzlich unbedeutend. Hingegen beträgt er im Fall  $l = h/2$ , falls  $\lambda_1$  bis auf  $\lambda_1 = 30$  heruntersinkt, schon 7,4%, so daß für die Knicklast (die sich mit  $\alpha$  gemäß (61) quadratisch ändert) ein um 15% zu großer Wert erhalten wird; das im zweiten Zahlenbeispiel gefundene Lösungsergebnis (65) ist daher praktisch nur so lange brauchbar, als die einleitend angeführte Voraussetzung verhältnismäßig kleiner Querschnittsabmessungen (d. h. verhältnismäßig schlanker Stäbe) hinreichend erfüllt ist. Im extrem ungünstigen Fall  $l = h/8$ ,  $\lambda_1 = 30$  würde, wie Tafel 3 lehrt,  $\min \alpha^*$  schon um 96% größer als der strenge Wert sein und daher zu einer Knicklast führen, die um 284% zu groß ist.

Tafel 3.

$l =$		$h$	$\frac{h}{2}$	$\frac{h}{4}$	$\frac{h}{8}$
min $\alpha$ für	$\lambda_1 = 30$	2,240	2,423	2,159	1,520
	$\lambda_1 = 40$	2,254	2,497	2,389	1,802
	$\lambda_1 = 50$	2,260	2,533	2,525	2,035
	$\lambda_1 = 60$	2,264	2,553	2,611	2,219
	$\lambda_1 = 70$	2,266	2,566	2,666	2,363
min $\alpha^*$ für	$\lambda_1 = 30$	2,272	2,601	2,837	2,980
	$\lambda_1 = 40$	2,272	2,601	2,837	2,980
	$\lambda_1 = 50$	2,272	2,601	2,837	2,980
	$\lambda_1 = 60$	2,272	2,601	2,837	2,980
	$\lambda_1 = 70$	2,272	2,601	2,837	2,980

<sup>3)</sup> E. Chwalla, Sitzungsberichte Akad. d. Wiss. Wien, IIa, 136, 1927, S. 487.

<sup>4)</sup> F. Jokisch, Zur ebenen Stabilitätstheorie des zweifeldrigen Stockwerkrahmens und des dreiteiligen Druckstabes. Diss. T. H. Brünn, 1940.



Bei der Beurteilung dieser Ergebnisse muß beachtet werden, daß wir den Riegeln — ganz gleichgültig, wie groß ihre Längen sind — dieselben Werte  $J$  und  $F$  wie den Stielen zugewiesen und die Untersuchung auf die Ermittlung der für die Bemessung des Rahmens maßgebenden kleinsten Knicklast beschränkt haben.

Zu einer anderen Art der Darstellung unserer Lösungsergebnisse gelangen wir, wenn wir die in den Rahmenstielen auftretende kleinste ideale Knickspannung

$$(83) \quad \min \sigma_{Ki} = \frac{\min P_{Ki}}{F} = \min \kappa^2 \cdot \frac{EJ}{Fh^2} = \min \kappa^2 \cdot \frac{E}{\lambda_1^2}$$

der Eulerschen Knickspannung

$$(84) \quad \min \sigma_{Ki} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_{id}^2}$$

eines geraden, mittig gedrückten Vollstabes der Schlankheit  $\lambda_{id}$  gleichsetzen und auf diese Weise

$$(85) \quad \lambda_{id} = \frac{\pi}{\min \kappa} \cdot \lambda_1$$

gewinnen. Der Wert  $\lambda_{id}$  wird „ideeller Schlankheitsgrad“ des Rahmenstiels genannt und dient dazu, den Knickwiderstand des Stockwerkrahmens auf den Knickwiderstand eines aus dem gleichen Werkstoff bestehenden, mittig gedrückten Vollstabes zurückzuführen; da sich die amtlichen Knickvorschriften auf mittig gedrückte Vollstäbe beziehen, kommt dieser Darstellung praktische Bedeutung zu. In Tafel 4 sind die mit Hilfe der strengen Lösungswerte  $\min \kappa$  gewonnenen ideellen Schlankheitsgrade  $\lambda_{id}$  den unter der Voraussetzung axial undehnbarer Stäbe erhaltenen, aus den Näherungswerten  $\min \kappa^*$  berechneten ideellen Schlankheiten  $\lambda_{id}^*$  gegenübergestellt. Auch diese Tafel läßt deutlich erkennen, daß eine Vernachlässigung des Einflusses der elastischen Stablängenänderungen bei Stockwerkrahmen mit verhältnismäßig kurzen, gedrungen gebauten Riegeln zu einer fühlbaren Unterschätzung des ideellen Schlankheitsgrades und damit zu einer erheblichen Überschätzung des Knickwiderstandes führt.

Tafel 4.

$l =$	$h$	$\frac{h}{2}$	$\frac{h}{4}$	$\frac{h}{8}$	
$\lambda_{id}$ für	$\lambda_1 = 30$	42,06	38,89	43,64	62,02
	$\lambda_1 = 40$	55,75	50,33	52,60	69,75
	$\lambda_1 = 50$	69,49	62,01	62,21	77,20
	$\lambda_1 = 60$	83,26	73,82	72,20	84,94
	$\lambda_1 = 70$	97,05	85,71	82,48	93,08
$\lambda_{id}^*$ für	$\lambda_1 = 30$	41,49	36,23	33,22	31,63
	$\lambda_1 = 40$	55,31	48,30	44,30	42,17
	$\lambda_1 = 50$	69,14	60,38	55,37	52,71
	$\lambda_1 = 60$	82,97	72,46	66,44	63,26
	$\lambda_1 = 70$	96,80	84,53	77,52	73,80

Diese Feststellungen legen die Befürchtung nahe, daß die Voraussetzung axial undehnbarer Stäbe bei dem in Bild 10a gezeichneten zweifeldrigen Zweistockrahmen — dessen Riegel denselben Querschnitt wie die Stiele haben, wiewohl ihre Länge bloß ein Viertel der Stielhöhe beträgt — einen schon unzulässig großen Fehler zur Folge hat. Diese Befürchtung ist nicht ungerechtfertigt. Jokisch<sup>4)</sup> hat die kleinste ideale Knicklast des in Bild 10a dargestellten Rahmens unter Berücksichtigung des Einflusses der elastischen Stablängenänderungen für den Fall gleicher Stabquerschnitte und  $\lambda_1 = h/i = 40$  berechnet und den Wert

$$(86) \quad \min P_{Ki} = 6,80 \cdot \frac{EJ}{h^2}$$

erhalten. Der im dritten Zahlenbeispiel angeführte Lösungswert  $\min P_{Ki} = 8,18 \cdot \frac{EJ}{h^2}$  ist daher bei einem derartigen Rahmen um rd. 20% zu groß.

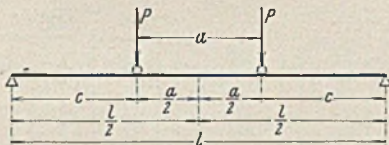
Alle Rechte vorbehalten.

### Berechnung der Durchbiegung von Krangleisträgern.

Von Ing. Heinrich Heyer VDI.

Für die Berechnung der Durchbiegung von Krangleisträgern auf zwei Stützen mit gleichbleibendem Trägheitsmoment steht bisher nur die Formel

$$\max f = \frac{P(l-a)[3l^2 - (l-a)^2]}{48EJ_x}$$



zur Verfügung (s. Hütte 1931, 26. Aufl., Bd. I, S. 621).

Diese Formel hat jedoch für den täglichen und schnellen Gebrauch eine Reihe von Nachteilen.

1. Vielfach wird nicht beachtet oder nicht gewußt, daß die Formel nur für  $a \leq 0,65 l$  angewendet werden darf. Für  $a > 0,65 l$  erhält man zu kleine Werte, da von hier ab  $f_{\max}$  entsteht wenn ein  $P$  in Trägermitte steht und damit

$$\max f = \frac{Pl^3}{48EJ_x}$$

wird.

2. Obige Formel ist außerdem reichlich umständlich, wodurch sich in dem heutigen Arbeitstempo sehr schnell Fehler einschleichen.

3. Bei der Wahl eines Profils interessiert ja zunächst nicht, welche tatsächliche Durchbiegung das schon vorher nach dem Widerstandsmoment gewählte Profil hat, sondern welches Trägheitsmoment überhaupt erforderlich ist, um die gewünschte Durchbiegung von beispielsweise

$f = \frac{1}{1000} \cdot l$  zu erhalten. Gerade dieser Punkt ist vielleicht der wichtigste, denn hierdurch wird ermöglicht, daß auf den ersten Anhieb sofort das richtige Profil gewählt wird.

Im folgenden soll nun gezeigt werden, wie man durch Verwandlung der vorgenannten Formeln gebrauchsfähigere Formeln erhält.

#### I. Die Berechnung des erforderlichen Trägheitsmoments.

A. Für den Bereich  $a \leq 0,65 l$ .

$$\max f = \frac{P(l-a)[3l^2 - (l-a)^2]}{48EJ_x}$$

$$J_{x\text{erf}} = \frac{P(l-a)[3l^2 - (l-a)^2]}{48Ef}$$

setzt man für  $f = \frac{1}{1000} \cdot l$ , so erhält man

$$J_{x\text{erf}} = \frac{P(l-a)[3l^2 - (l-a)^2]}{48E \cdot \frac{l}{1000}}$$

$$J_{x\text{erf}} = \frac{1000P}{48El} (2l^3 - 3a^2l + a^3)$$

$$J_{x\text{erf}} = \frac{1000P}{48E} \left( 2l^3 - 3a^2 + \frac{a^3}{l} \right)$$

Um von nun an  $P$  in t und  $l$  in m einsetzen zu können, muß der Wert mit  $10^7$  multipliziert werden.

$E$  wird mit 2 100 000 kg/cm<sup>2</sup> eingesetzt.

$$J_{x\text{erf}} = \frac{1000P \cdot 10^7}{48 \cdot 0,21 \cdot 10^7} \left( 2l^3 - 3a^2 + \frac{a^3}{l} \right)$$

$$J_{x\text{erf}} = \frac{1000P}{10,08} \left( 2l^3 - 3a^2 + \frac{a^3}{l} \right)$$

Setzt man nun noch für  $a = 0,1 l$ , so erhält man:

$$J_{x\text{erf}} = \frac{1000P}{10,08} (2l^3 - 3 \cdot 0,1^2 l^2 + 0,1^3 l)$$

$$J_{x\text{erf}} = \frac{1000P l^2}{10,08} (2 - 3 \cdot 0,1^2 + 0,1^3)$$

$$J_{x\text{erf}} = 1000 P l^2 \cdot 0,099 206 34 \cdot 1,971$$

$$J_{x\text{erf}} = 195,535 P l^2 \quad \text{bei } a = 0,1 l \quad f = \frac{l}{1000}$$

Bei der Einsetzung der verschiedenen Werte  $f = \frac{l}{300}$ ;  $\frac{l}{400}$  usw. und  $a = 0,1 l$ ;  $0,12 l$ ;  $0,14 l$  usw. erhält man die Werte, die in Tafel I zusammengestellt sind.

B. Für den Bereich  $a > 0,65 l$ .

$$f_{\max} = \frac{Pl^3}{48EJ_x}$$

$$J_{x\text{erf}} = \frac{Pl^3}{48Ef}$$



für  $f = \frac{l}{1000}$  eingesetzt

$$J_{x\text{erf}} = \frac{1000 P l^2}{48 E}$$

mit  $10^7$  multipliziert und  $E = 0,21 \cdot 10^7$

$$J_{x\text{erf}} = \frac{1000 P l^2}{48 \cdot 0,21}$$

$$J_{x\text{erf}} = 99,21 P l^2 \quad \text{bei } f = \frac{l}{1000}$$

Tafel 1.

Durchbiegung von Krangleisträgern.

$$J_{x\text{erf}} = n P l^2 \quad J_x = \text{cm}^4 \quad P \text{ in t} \\ l \text{ in m einsetzen.}$$

$a =$	$f = \frac{l}{300}$	$f = \frac{l}{400}$	$f = \frac{l}{500}$	$f = \frac{l}{600}$	$f = \frac{l}{700}$	$f = \frac{l}{800}$	$f = \frac{l}{900}$	$f = \frac{l}{1000}$
0,10 l	58,7	78,2	97,8	117	137	156	176	196
0,12 l	58,3	77,7	97,1	116	136	155	175	194
0,14 l	57,8	77,1	96,4	116	135	154	174	193
0,16 l	57,3	76,5	95,6	115	134	153	172	191
0,18 l	56,8	75,7	94,7	114	133	152	170	189
0,20 l	56,2	74,9	93,6	112	131	150	169	187
0,22 l	55,5	74,0	92,5	111	130	148	167	185
0,24 l	54,8	73,0	91,3	110	128	146	164	183
0,26 l	54,0	72,0	90,0	108	126	144	162	180
0,28 l	53,2	70,9	88,6	106	124	142	160	177
0,30 l	52,3	69,7	87,1	105	122	139	157	174
0,32 l	51,3	68,5	85,6	103	120	137	154	171
0,34 l	50,4	67,2	83,9	101	118	134	151	168
0,36 l	49,3	65,8	82,2	98,7	115	132	148	164
0,38 l	48,3	64,3	80,4	96,5	113	129	145	161
0,40 l	47,1	62,8	78,6	94,3	110	126	141	157
0,42 l	46,0	61,3	76,6	91,9	107	123	138	153
0,44 l	44,8	59,7	74,6	89,5	104	119	134	149
0,46 l	43,5	58,0	72,5	87,0	102	116	131	145
0,48 l	42,2	56,3	70,4	84,5	98,6	113	127	141
0,50 l	40,9	54,6	68,2	81,8	95,5	109	123	136
0,52 l	39,6	52,7	65,9	79,1	92,3	106	119	132
0,54 l	38,2	50,9	63,6	76,3	89,1	102	115	127
0,56 l	36,7	49,0	61,2	73,5	85,7	98,0	110	123
0,58 l	35,3	47,1	58,8	70,6	82,3	94,1	106	118
0,60 l	33,8	45,1	56,3	67,6	78,9	90,2	101	113
0,62 l	32,3	43,1	53,8	64,6	75,3	86,1	96,9	108
0,64 l	30,1	40,2	50,3	60,3	70,4	80,4	90,5	101
0,65 l	30,0	40,0	49,9	59,9	69,9	79,9	89,9	99,9
0,66 bis 1,0 l	29,8	39,7	49,6	59,5	69,4	79,4	89,3	99,2

II. Die Berechnung der max. Durchbiegung.

A. Für den Bereich  $a \leq 0,65 l$ .

$$f = \frac{P(l-a)[3l^2 - (l-a)^2]}{48 E J_x}$$

$$f = \frac{P}{48 E J_x} (2l^3 - 3a^2l + a^3) \quad \text{für } a = 0,1 l$$

$$f = \frac{P}{48 E J_x} (2l^3 - 3 \cdot 0,1^2 l^3 + 0,1^3 l^3)$$

$$f = \frac{P l^3}{J_x} \cdot \frac{2 - 3 \cdot 0,1^2 + 0,1^3}{48 \cdot 0,21 \cdot 10^7}$$

Um von nun an  $P$  in t und  $l$  in m einsetzen zu können, muß der Wert mit  $10^9$  multipliziert werden.

$$f = \frac{P l^3}{J_x} \cdot \frac{(2 - 3 \cdot 0,1^2 + 0,1^3) 10^9}{0,48 \cdot 10^2 \cdot 0,21 \cdot 10^7}$$

$$f = \frac{P l^3}{J_x} \cdot \frac{1}{0,1008} (2 - 3 \cdot 0,1^2 + 0,1^3) \\ \frac{1}{0,1008} = 0,920 634$$

$$f = \frac{P l^3}{J_x} \cdot 9,20 634 \cdot 1,971$$

$$f = 19,554 \cdot \frac{P l^3}{J_x} \quad \text{bei } a = 0,1 l$$

B. Für den Bereich  $a > 0,65 l$ .

$$f = \frac{P l^3}{48 E J_x} = \frac{P l^3}{J_x} \cdot \frac{1 \cdot 10^9}{0,48 \cdot 0,21 \cdot 10^9}$$

$$f = \sim 10 \cdot \frac{P l^3}{J_x}$$

Durch Einsetzung der verschiedenen Werte  $a = 0,1 l$ ;  $0,12 l$  usw. erhält man Tafel 2.

Tafel 2.

Durchbiegung von Krangleisträgern.

$$f = \eta \cdot \frac{P l^3}{J_x}, \quad P \text{ in t, } l \text{ in m, } J_x \text{ in cm}^4, f \text{ in cm einsetzen.}$$

$a$	$\eta$	$a$	$\eta$	$a$	$\eta$
0,10 l	19,6	0,30 l	17,4	0,50 l	13,6
0,12 l	19,4	0,32 l	17,1	0,52 l	13,2
0,14 l	19,3	0,34 l	16,8	0,54 l	12,7
0,16 l	19,1	0,36 l	16,4	0,56 l	12,3
0,18 l	18,9	0,38 l	16,1	0,58 l	11,8
0,20 l	18,7	0,40 l	15,7	0,60 l	11,3
0,22 l	18,5	0,42 l	15,3	0,62 l	10,8
0,24 l	18,3	0,44 l	14,9	0,64 l	10,1
0,26 l	18,0	0,46 l	14,5	0,65 l	10,0
0,28 l	17,7	0,48 l	14,1	0,66 bis 1,0 l	$\sim 10,0$

Beispiel.

- Stützweite des Krangleisträgers . . . . .  $l = 8,0 \text{ m}$
- Radstand des Krans . . . . .  $a = 2,4 \text{ m}$
- Max. Raddruck des Krans . . . . .  $P = 6,0 \text{ t}$

Gesucht ist das Profil des Trägers.

$$\sigma_{\text{zul}} = 1,4 \text{ tcm}^{-2} \quad f_{\text{zul}} = \frac{1}{500} \cdot l$$

$$M = \frac{P}{8l} (2l - a)^2 = \frac{6}{8 \cdot 8,0} (2 \cdot 8,0 - 2,4)^2 = \sim 17,3 \text{ tm}$$

$$W_{x\text{erf}} = \frac{1730}{1,4} = 1235 \text{ cm}^3$$

$$J_{x\text{erf}} = n P l^2, \quad \text{worin } \frac{a}{l} = \frac{2,4}{8,0} = 0,3 \quad n = 87,1 \text{ (Tafel 1)}$$

$$J_{x\text{erf}} = 87,1 \cdot 6,0 \cdot 8,0^2 = 33 440 \text{ cm}^4;$$

gewählt wird daher I 42 $\frac{1}{2}$  mit  $W_x = 1740 \text{ cm}^3$ ,  $J_x = 36 970 \text{ cm}^4$

$$\sigma = \frac{1730}{1740} = \sim 1,0 \text{ tcm}^{-2}.$$

Möchte man nun trotzdem noch die genaue Durchbiegung des Trägers berechnen, so benutzt man die Formel:

$$f = \eta \cdot \frac{P l^3}{J_x} \text{ (Tafel 2)}$$

$$f = 17,4 \cdot \frac{6,0 \cdot 8,0^3}{36 970} = 1,45 \text{ cm,}$$

das ist  $\frac{1}{550} \cdot l$ .

Bemerkung: Bei der Ermittlung der Spannung wurde der Einfachheit halber nur die Spannung aus dem max.  $\perp$  Raddruck ermittelt und bewußt alle übrigen Zusatzkräfte vernachlässigt.

INHALT: Die Werkstoff-Fragen beim Schweißen dicker Abmessungen von St 52. — Über das ebene Knickproblem des Stockweikrahmens. (Schluß). — Berechnung der Durchbiegung von Krangleisträgern.

Verantwortlich für den Inhalt: Professor Dr.-Ing. K. Köppl, Darmstadt.  
Verlag: Wilhelm Ernst & Sohn, Verlag für Architektur und technische Wissenschaften, Berlin W9.  
Druck: Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.