DER STAHLBAU

Schriftleitung:
Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule
Fernsprecher: Darmstadt 7711, Apparat 599
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61
Veröffentlichungsbeiträge an voranstehende Anschriften erbeten

Beilage zur Zeitschrift DIE BAUTECHNIK Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

14. Jahrgang | BERLIN, 4. Juli 1941 | Heft 14/15

Praktische Berechnung von Hängebrücken nach der Theorie II. Ordnung.[1]

Einfeldrige und durchlaufende Versteifungsträger mit konstantem und veränderlichem Trägheitsmoment.

Von Dr.-Ing. Kuo-hao Lie, Darmstadt.

I. Abschnitt.

Allgemeines über die Hängebrückenberechnung.

In der Baustatik wird die in den meisten Fällen praktisch zulässige Annahme gemacht, daß die Verformung des Tragwerks infolge der Belastung sehr klein ist und vernachlässigt werden kann (Theorie I. Ordnung). Es gibt aber Systeme, bei denen die Auswirkung der Systemverformung nicht als bedeutungslos betrachtet werden darf. Hierzu gehört in erster Linie die in der vorliegenden Arbeit zu behandelnde versteifte Hängebrücke, deren Hängegurt im Boden verankert ist. Bei größeren Tragwerken dieser Art können die Schnittgrößen in ihrem Versteifungsträger durch die Berücksichtigung der Systemverformung im Kräftespiel (Theorie II. Ordnung) größenordnungsmäßig um 50% vermindert werden, und infolgedessen ist die Anwendung der Theorie II. Ordnung in diesem Fall aus Wirtschaftlichkeitsgründen geboten.

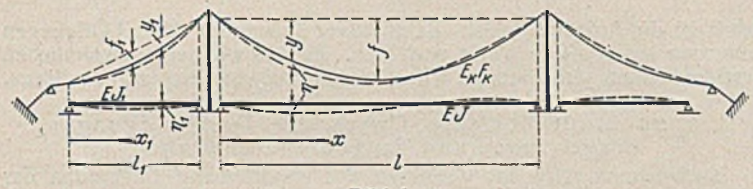


Bild 1.

Das Kräftespiel in der Hängebrücke gehorcht zwei Grundgleichungen[2]) (Bild 1).

$$(EJ\eta'')'' = p + y'' H_p + H\eta'' \quad \text{und} \tag{1}$$

$$H_p \cdot \frac{L}{E_K F_K^0} \pm \alpha_t t L_t + \int y'' \eta \, dx = 0. \tag{2}$$

Darin sind

$$L = \int \frac{F_K^0 \, dx}{F_K \cdot \cos^3 \varphi}, \tag{3a}$$

$$L_t = \int \frac{dx}{\cos^2 \varphi}, \tag{3b}$$

H die horizontale Komponente des Kabelzuges infolge der ständigen Last g und der Verkehrslast p sowie der Temperaturschwankungen $\pm t$,

H_g die horizontale Komponente des Kabelzuges infolge g bei normaler Temperatur und

$H_p = H - H_g$.

Weitere Bezeichnungen gehen aus Bild 1 hervor.

Gl. (1) benutzt man zur Berechnung der Durchbiegungen und Biegewinkel sowie der Momente und Querkräfte des Versteifungsträgers[3]) und Gl. (2) zur Bestimmung des horizontalen Kabelzuges.

Schwierig bei der praktischen Berechnung ist es, daß H und die Schnittgrößen des Versteifungsträgers komplizierte Funktionen voneinander sind, so daß die Lösung nur durch Annahme von H versuchsweise gefunden werden kann. Es ist aber nicht leicht, die Größe von H sehr gut zu schätzen und mit geringem Arbeitsaufwand zu verbessern. Man nimmt gewöhnlich den aus der Näherungstheorie gewonnenen Wert als erste Näherung an. Dieser Wert weicht im allgemeinen auch nicht viel von dem genauen ab, selten über 5%.

Eine weitere Schwierigkeit liegt darin, daß sich alle statischen Größen nicht mehr durch lineare Funktionen von der Belastung p darstellen lassen, so daß das Superpositionsgesetz seine Gültigkeit verliert und infolgedessen keine eigentlichen allgemein gültigen Einflußlinien benutzt werden können. Um eine Schnittgröße zu ermitteln, muß man entweder zwei oder drei „beschränkte Einflußlinien"[4]) anwenden oder für eine näherungsweise ungünstigste Laststellung die Berechnung durchführen.

Eine weitere Schwierigkeit ergibt sich durch die Berücksichtigung der Veränderlichkeit des Trägheitsmoments der Versteifungsträger. Die Unannehmlichkeit des veränderlichen Trägheitsmoments macht sich ja schon bei einfachen Balkentragwerken fühlbar. Aber bei der Berechnung von Hängebrücken wachsen die dadurch entstehenden Schwierigkeiten und Umstände noch in weit stärkerem Maße.

Aus den vorstehenden Ausführungen geht hervor, daß ein praktisches Berechnungsverfahren folgende Anforderungen zu erfüllen hat:

1. Der angenommene horizontale Kabelzug H soll leicht und schnell berichtigt werden können.
2. Für den Fall des Versteifungsträgers mit veränderlichem J soll ein Minimum an Rechenarbeit erzielt werden.
3. Das Verfahren soll anschaulich und übersichtlich sein, um die Berechnung zu erleichtern und die Fehler auszuschalten, was besonders beim System mit durchlaufendem Versteifungsträger zu beachten ist.
4. Es sollen sich ferner die beschränkten Einflußlinien ermitteln lassen, um die genauen Größtwerte oder die ungünstigsten Laststellungen der Schnittgrößen zu bestimmen.

Nachdem J. Melan [1][5]) als erster auf die Notwendigkeit, die Systemverformung bei der Berechnung der Hängebrücken zu berücksichtigen, hingewiesen und dafür ein Berechnungsverfahren entwickelt hatte, sind dann viele Arbeiten und Verfahren[6]) veröffentlicht worden. Aber ein befriedigendes praktisches Berechnungsverfahren konnte im einschlägigen Schrifttum noch nicht festgestellt werden. Diese Lücke schließen zu helfen, ist das Ziel der vorliegenden Arbeit. Im folgenden werden ein genaues und ein Annäherungsverfahren entwickelt, die sowohl für Hängebrücken mit einfeldrigen als auch für solche mit durchlaufenden Versteifungsträgern anwendbar sein sollen. Das genaue Verfahren soll zur Berechnung der Systeme mit Versteifungsträgern von öffnungsweise konstantem J dienen, während das Annäherungsverfahren für den Fall des veränderlichen Trägheitsmoments verwendet wird.

II. Abschnitt.

Das genaue Verfahren zur Berechnung der Hängebrücken mit Versteifungsträgern von öffnungsweise konstantem J.

I. Grundlegende Betrachtungen.

Bild 2 stellt drei Träger dar, die durch verschiedene Querlasten, aber gleich große Axialzugkraft H belastet sind. Es gilt

für den Träger (b): $(EJ\eta_b'')'' = p + H\eta_b''$,

für den Träger (c): $(EJ\eta_c'')'' = y'' H_p + H\eta_c''$.

---

[1]) Auszug aus der von der Abteilung für Bauingenieurwesen der Technischen Hochschule Darmstadt genehmigten Dissertation. Für die Anregung zu dieser Arbeit sei Herrn Prof. Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt, bestens gedankt.

[2]) Die Ableitung der beiden Grundgleichungen enthält die unter der Fußnote 1 genannte Dissertation.

[3]) Falls der Versteifungsträger z. B. in den Seitenöffnungen nicht am Kabel aufgehängt ist, so gilt hierfür statt Gl. (1) die einfachere Differentialgleichung:

$$(EJ_1\eta_1'')'' = p. \tag{1a}$$

[4]) Im folgenden wird dieser Ausdruck benutzt. Hierunter versteht man die nach der Theorie II. Ordnung ermittelte Einflußlinie, deren Gültigkeit beschränkt ist (siehe später).

[5]) Die Zahl in der Klammer bezieht sich auf die am Schluß zusammengestellten Veröffentlichungen.

[6]) Wegen der Erörterung der verschiedenen Berechnungsverfahren sei auf die Dissertation (Fußnote 1) verwiesen.

Addiert man die beiden Gleichungen, so erhält man mit $\eta = \eta_b + \eta_c$ die Differentialgleichung der Biegelinie des Trägers (a) zu

$$(E J \eta'')'' = p + y'' H_p + H \eta''.$$

Diese Gleichung ist identisch mit der Grundgleichung (1) der Hängebrücke. Hieraus folgt, daß man eine Hängebrücke statisch durch einen ihrem Versteifungsträger entsprechenden „stellvertretenden Träger" ersetzen kann, der durch die Querlasten p und $y'' H_p$ und durch eine gedachte Axialzugkraft H belastet ist[7]). Ferner erkennt man, daß bei konstantem H auch für den stellvertretenden Träger das Superpositionsgesetz gilt, weil ja die Differentialgleichung linear ist. Hierauf kommen wir später noch zurück.

Das angegebene Gedankenmodell des stellvertretenden Trägers ist von Nutzen, weil dadurch die schwer zu durchschauende Berechnung der Hängebrücken sehr leicht zu veranschaulichen ist und die verschiedenen Einzeleinflüsse getrennt untersucht werden können. Bei der Berechnung eines solchen Trägers kommt nur die Bestimmung des Horizontalzuges H für den betreffenden gesamten Lastfall hinzu. Auch diese Aufgabe kann man mit Hilfe des gedachten Trägers folgendermaßen lösen. Aus der Bestimmungsgleichung (2) für H_p ersehen wir, daß H_p außer von den festen Größen des Systems nur noch von dem unbekannten Ausdruck $\int y'' \eta \, dx$, der den Einfluß der Verkehrslast umfaßt, abhängig ist. In diesem Ausdruck ist mit der üblichen Annahme, daß die Kabelkurve unter der Belastung von g die Form einer quadratischen Parabel annimmt, $y'' =$ konstant und kann vor das Integral gesetzt werden. Als einzige Unbekannte bleibt nun $\int \eta \, dx$. Dieses Integral stellt eine anschauliche Größe dar, nämlich die Fläche der Biegelinie des Versteifungsträgers F_η. Diesen Wert kann man aber ohne weiteres auch am gedachten Träger bestimmen. Damit ist die Hängebrücke hinsichtlich der statischen Untersuchung vollkommen auf einen stellvertretenden Träger zurückgeführt.

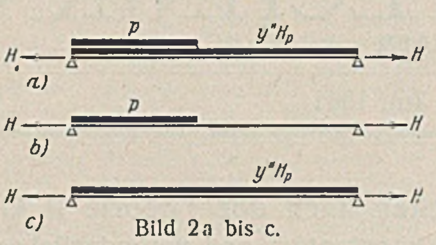


Bild 2a bis c.

Wie schon erwähnt, gilt für den Träger mit konstantem H das Superpositionsgesetz. Dadurch läßt sich jede komplizierte Belastung der Hängebrücke in zwei oder drei Grundlastfälle zerlegen. Statt einer komplizierten unklaren Berechnung macht man zwei oder drei einfache Teilberechnungen.

Bei Hängebrücken mit einfachen Versteifungsträgern werden die statischen Größen des Versteifungsträgers immer als Summe aus zwei Teilzuständen p und $y'' H_p$ ermittelt (Bild 2):

$$(4) \qquad \left\{ \begin{aligned} \eta_a &= \eta_b + \eta_c, \\ M_a &= M_b + M_c, \\ Q_a &= Q_b + Q_c. \end{aligned} \right.$$

Die Belastungsstrecke und die Laststellung von p sind jeweils sehr verschieden, während $y'' H_p$ sich immer über die ganze Öffnung erstreckt.

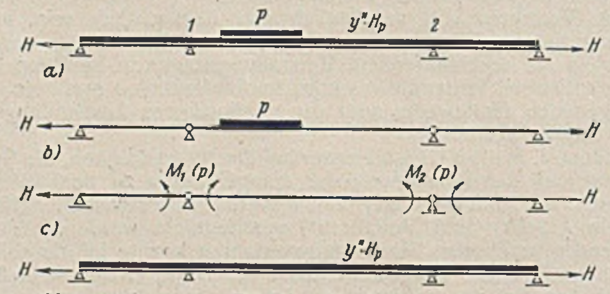


Bild 3a bis d.

Beim durchlaufenden Versteifungsträger kommen noch die Stützenmomente hinzu. In diesem Fall empfiehlt es sich, die statischen Größen in drei Teilzuständen nach Bild 3 getrennt zu berechnen und daraus die Summe zu bilden:

$$(5) \qquad \left\{ \begin{aligned} \eta_a &= \eta_b + \eta_c + \eta_d, \\ M_a &= M_b + M_c + M_d, \\ Q_a &= Q_b + Q_c + Q_d. \end{aligned} \right.$$

An dieser Stelle wollen wir die Berechnung der Stützenmomente des stellvertretenden Trägers vorausschicken. Wie beim Durchlaufbalken mit nur Querlast stehen uns hierzu auch die Kontinuitätsbedingung über den Stützen und das Superpositionsgesetz zur Verfügung. Ein Unterschied besteht nur darin, daß im vorliegenden Fall der Einfluß der axialen Zugkraft H bei der Ermittlung der Tangentendrehwinkel an den Trägerenden berücksichtigt werden muß.

[7]) Das H soll nur jeweils mit dem Hebelarm η am Träger angreifen und keine Zugspannung im Versteifungsträger erzeugen. Ferner ist zu beachten, daß $y'' H_p$ und H nur auf den am Kabel aufgehängten Teil des Versteifungsträgers wirken, weil für die nicht aufgehängten Teile Gl. (1a) gilt.

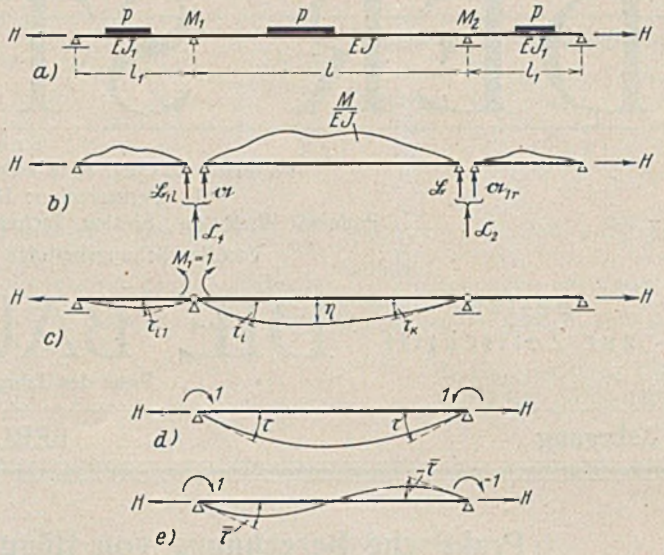


Bild 4a bis e.

Bild 4 möge z. B. einen dreifeldrigen symmetrischen Durchlaufträger mit Axialzug H darstellen. Aus der Kontinuitätsbedingung über den Stützen folgt unter Beachtung der Symmetrie

$$M_1 (\tau_{i1} + \tau_i) + M_2 \tau_k = - \mathfrak{C}_1,$$
$$M_2 (\tau_{i1} + \tau_i) + M_1 \tau_k = - \mathfrak{C}_2.$$

Addiert und subtrahiert man beide Gleichungen und beachtet, daß (Bild 4d und e)

$$\tau_i + \tau_k = \tau \qquad \text{und} \qquad \tau_i - \tau_k = \bar{\tau}$$

sind, so erhält man

$$(6) \qquad \left\{ \begin{aligned} M_1 + M_2 &= - \frac{\mathfrak{C}_1 + \mathfrak{C}_2}{\tau_{i1} + \tau} = - \frac{\mathfrak{C}_1 + \mathfrak{C}_2}{\varphi}, \\ M_1 - M_2 &= - \frac{\mathfrak{C}_1 - \mathfrak{C}_2}{\tau_{i1} + \bar{\tau}} = - \frac{\mathfrak{C}_1 - \mathfrak{C}_2}{\bar{\varphi}}. \end{aligned} \right.$$

Damit ist die Aufgabe gelöst. Beim Träger über mehr als drei Öffnungen kann man auf ähnliche Weise verfahren. Es sind wie beim gewöhnlichen Durchlaufbalken dreigliedrige Gleichungen aufzustellen und zu lösen.

II. Formeln für Momente, Querkräfte, Durchbiegungen, Biegeflächen und Tangentendrehwinkel.

Nachstehend wird das Verfahren der unmittelbaren Integration der Differentialgleichung (1) angewendet, weil der Nachteil dieses Verfahrens, die Bestimmung der lästigen Integrationskonstanten, durch die Zerlegung der Belastung in Teilzustände wegfällt und eine unempfindliche Bestimmungsgleichung für H_p entwickelt werden kann. Im folgenden soll das Verfahren an zwei Lastfällen gezeigt werden.

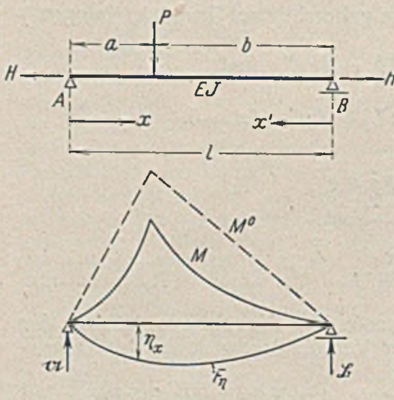


Bild 5.

(1) Einzellast (Bild 5). Die Differentialgleichung eines durch Querlast p und Axialzug H belasteten Trägers heißt

$$(E J \eta'')'' = p + H \eta''.$$

Durch zweimalige Integration geht diese Gleichung über in

$$(7) \qquad \eta'' = - \frac{M^0}{EJ} + \frac{H \eta}{EJ}.$$

Darin ist M^0 das Moment des Einfachbalkens (ohne H) infolge p, im vorliegenden Fall infolge P. Mit den Abkürzungen

$$(8) \qquad \beta = \sqrt{\frac{H}{EJ}} \qquad \text{und} \qquad \alpha = \frac{l}{2} \cdot \beta$$

lautet dann die Lösung der Gl. (7)

$$(9) \qquad \left\{ \begin{aligned} & \text{für die Strecke } a \\ & \eta_1 = A \cdot \operatorname{Sin} \beta x + B \cdot \operatorname{Cos} \beta x + \frac{1}{H} \left(M_x^0 + \frac{1}{\beta^2} \cdot \frac{d^2 M_x^0}{d x^2} + \ldots \right) \\ & \text{und für Strecke } b \\ & \eta_2 = C \cdot \operatorname{Sin} \beta x + D \cdot \operatorname{Cos} \beta x + \frac{1}{H} \left(M_x^0 + \frac{1}{\beta^2} \cdot \frac{d^2 M_x^0}{d x^2} + \ldots \right). \end{aligned} \right.$$

Im vorstehenden Fall ist innerhalb der Strecken a und b $\dfrac{d^2 M^0}{d x^2} = 0$.

Die vier Integrationskonstanten A, B, C und D bestimmt man mit Hilfe der folgenden vier Bedingungen:

(1) und (2): Für $x=0$ und $x=l$ ist $\eta=0$.

(3) und (4): Für $x=a$ sind $\eta_1=\eta_2$ und $\frac{d\eta_1}{dx}=\frac{d\eta_2}{dx}$.

Rechnet man die Konstanten aus und setzt sie in Gl. (9) ein, dann erhält man nach einer Umformung die Durchbiegung

$$(10)\quad \begin{cases} \text{für die Strecke } a & \eta_1 = \frac{M_x^0}{H} - \frac{P}{H}\cdot\frac{\mathfrak{Sin}\,b\,\beta}{\beta\cdot\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha}\cdot\mathfrak{Sin}\,\beta\,x \\ \text{und für die Strecke } b & \eta_2 = \frac{M_x^0}{H} - \frac{P}{H}\cdot\frac{\mathfrak{Sin}\,a\,\beta}{\beta\cdot\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha}\cdot\mathfrak{Sin}\,\beta\,x'. \end{cases}$$

Die Ausdrücke für M kann man entweder nach $M=-EJ\eta''$ berechnen oder einfacher aus der Beziehung

$$M_x = M_x^0 - H\eta$$

ermitteln. Hieraus folgt

$$(11)\quad \begin{cases} \text{für die Strecke } a & M_x = P\cdot\frac{\mathfrak{Sin}\,b\,\beta}{\beta\cdot\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha}\cdot\mathfrak{Sin}\,\beta\,x \\ \text{und für die Strecke } b & M_x = P\cdot\frac{\mathfrak{Sin}\,a\,\beta}{\beta\cdot\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha}\cdot\mathfrak{Sin}\,\beta\,x'. \end{cases}$$

Differentiiert man Gl. (11), so ergibt sich die Querkraft

$$(12)\quad \begin{cases} \text{für die Strecke } a & Q_x = P\cdot\frac{\mathfrak{Sin}\,b\,\beta}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha}\cdot\mathfrak{Cof}\,\beta\,x \\ \text{und für die Strecke } b & Q_x = -P\cdot\frac{\mathfrak{Sin}\,a\,\beta}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha}\cdot\mathfrak{Cof}\,\beta\,x'. \end{cases}$$

Die Biegefläche erhält man, indem man Gl. (10) integriert:

$$F_\eta = \int_0^a \eta_1\,dx + \int_0^b \eta_2\,dx' = \frac{1}{H}\left[F_{M^0} - \frac{P}{\beta^2}\left(1-\frac{\mathfrak{Sin}\,a\,\beta+\mathfrak{Sin}\,b\,\beta}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha}\right)\right].$$

Darin bedeutet F_{M^0} die Momentenfläche von M^0 des gewöhnlichen Einfachbalkens. Im vorliegenden Fall ist $F_{M^0}=\frac{1}{2}\cdot P\,a\,b$. Obige Formel geht nach einer Umformung über in

$$(13)\quad H F_\eta = P\cdot\frac{a\,b}{2} - \frac{P}{\beta^2}\left(1-\frac{\mathfrak{Cof}\left(\frac{l}{2}-a\right)\beta}{\mathfrak{Cof}\,\alpha}\right).$$

Zur Bestimmung von H_p braucht man nur F_η. Da in allen Lastfällen der Ausdruck für F_η das H im Nenner enthält, wird später zwecks der bequemeren Rechnung die Bestimmungsgleichung für H_p so entwickelt, daß man den Ausdruck HF_η unmittelbar benutzen kann.

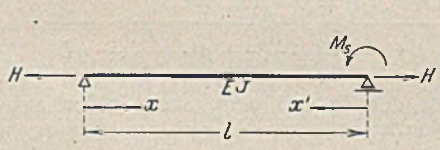


Bild 6.

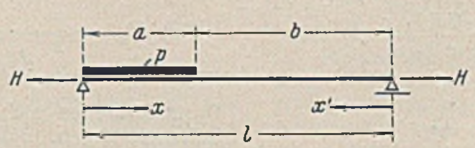


Bild 7.

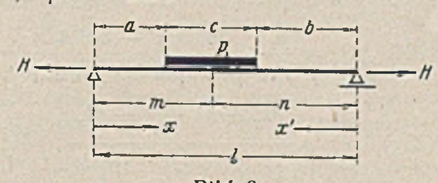


Bild 8.

Differentiiert man Gl. (10) und setzt $x=0$ und $x'=0$, so erhält man die Tangentendrehwinkel an den Trägerenden, die wie die Belastungsglieder des gewöhnlichen Balkens mit deutschen Buchstaben bezeichnet werden. Da in den Ausdrücken der Tangentendrehwinkel infolge der Belastung und der Stützenmomente $M_s=1$ das H im Nenner auftritt, kann man sie bei der Ermittlung der Stützenmomente unmittelbar in H-facher Größe benutzen, weil sich das H in der Rechnung von selbst aufhebt. Die Belastungsglieder heißen also im vorliegenden Fall

$$(14)\quad \begin{cases} H\tau_a = H\mathfrak{A} = A^0 - P\cdot\frac{\mathfrak{Sin}\,b\,\beta}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha}, \\ H\tau_b = H\mathfrak{B} = B^0 - P\cdot\frac{\mathfrak{Sin}\,a\,\beta}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha}. \end{cases}$$

Das zweite Glied auf der rechten Seite der obigen Gleichungen erhält man auch, wenn man in Gl. (12) x und x' gleich Null setzt. Das heißt, sie sind nichts anderes als die Auflagerdrücke A und B des Trägers mit Axialzug H. Diese Beziehung gilt auch für die anderen Lastfälle. Man kann daher die Auflagerdrücke A und B aus der Formel für die Belastungsglieder $H\mathfrak{A}$ und $H\mathfrak{B}$ berechnen.

Damit verfügen wir nunmehr über alle nötigen Größen für diesen Lastfall. Aus den Gl. (10) bis (14) erkennt man, daß die statischen Größen der Last P proportional sind, wenn das H sich nicht ändert. Das ist der Beweis für das anfangs Gesagte, daß das Superpositionsgesetz auch in diesem Fall Gültigkeit besitzt.

(2) Moment am Trägerende (Bild 6). Aus Gl. (9) folgt unter Beachtung $\frac{d^2 M^0}{dx^2}=0$ und der Randbedingungen die Lösung für die Durchbiegung

$$(15)\quad \eta_x = \frac{M_s}{H}\left(\frac{x}{l} - \frac{\mathfrak{Sin}\,\beta\,x}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha}\right)$$

und daraus ergeben sich wie in (1)

$$(16)\quad M_x = M_s\cdot\frac{\mathfrak{Sin}\,\beta\,x}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha},$$

$$(17)\quad Q_x = M_s\cdot\frac{\beta\cdot\mathfrak{Cof}\,\beta\,x}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha},$$

$$(18a)\quad H\tau_a = M_s\left(\frac{1}{l} - \frac{\beta}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha}\right),$$

$$(18b)\quad H\tau_b = M_s\left(\frac{\beta}{\mathfrak{Tg}\,2\,\alpha} - \frac{1}{l}\right) \quad\text{und}\quad HF_\eta = \frac{M_s\,l}{2}\left(1-\frac{\mathfrak{Tg}\,\alpha}{\alpha}\right).$$

Da der Klammerausdruck der Biegefläche auch in anderen Formeln oft vorkommt, wird er zur Abkürzung[8]) gesetzt

$$(19a)\quad k = 1 - \frac{\mathfrak{Tg}\,\alpha}{\alpha}.$$

Damit ergibt sich

$$(19)\quad HF_\eta = \frac{M_s\,l}{2}\cdot k.$$

Im folgenden mögen noch die Formeln für vier andere wichtige Lastfälle zusammengestellt werden. Aus den Formeln der sechs Lastfälle lassen sich diejenigen für andere beliebige Belastungen ohne weiteres ableiten.

(3) Bild 7:

$$(20a)\quad \bar{a}\quad M_x = \frac{p}{\beta^2}\left(1-\frac{\mathfrak{Sin}\,\beta\,x' + \mathfrak{Cof}\,b\,\beta\cdot\mathfrak{Sin}\,\beta\,x}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha}\right),$$

$$(20b)\quad \bar{b}\quad M_x = \frac{p}{\beta^2}\cdot\frac{\mathfrak{Cof}\,a\,\beta - 1}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha}\cdot\mathfrak{Sin}\,\beta\,x',$$

$$(20c)\quad Q_a = -\frac{p}{\beta}\cdot\frac{\mathfrak{Cof}\,a\,\beta - 1}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha}\cdot\mathfrak{Cof}\,b\,\beta, \qquad \eta_x = \frac{M_x^0 - M_x}{H},$$

$$(20d)\quad \begin{cases} HF_\eta = F_{M^0} - \frac{2p}{\beta^2}\left(\frac{a}{2} - \frac{\mathfrak{Sin}\,\frac{a}{2}\cdot\beta\cdot\mathfrak{Cof}\,\frac{b}{2}\cdot\beta}{\beta\cdot\mathfrak{Cof}\,\alpha}\right), \\ F_{M^0} = \frac{p\,a^2}{12}(3\,l - 2\,a), \end{cases}$$

$$(20e)\quad H\mathfrak{A} = A^0 - \frac{p}{\beta}\cdot\frac{\mathfrak{Cof}\,2\,\alpha - \mathfrak{Cof}\,b\,\beta}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha},$$

$$(20f)\quad H\mathfrak{B} = B^0 - \frac{p}{\beta}\cdot\frac{\mathfrak{Cof}\,a\,\beta - 1}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha}.$$

(4) Bild 8:

$$(21a)\quad \bar{c}\quad M_x = \frac{p}{\beta^2}\left(1-\frac{\mathfrak{Cof}\,a\,\beta\cdot\mathfrak{Sin}\,\beta\,x' + \mathfrak{Cof}\,b\,\beta\cdot\mathfrak{Sin}\,\beta\,x}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha}\right),$$

$$(21b)\quad Q_a = \frac{2p}{\beta}\cdot\frac{\mathfrak{Sin}\,m\,\beta\cdot\mathfrak{Sin}\,\frac{c}{2}\cdot\beta}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha}\cdot\mathfrak{Cof}\,\beta\,a,$$

$$(21c)\quad \begin{cases} HF_\eta = F_{M^0} - \frac{2p}{\beta^2}\left(\frac{c}{2} - \frac{\mathfrak{Sin}\,\frac{c}{2}\cdot\beta\cdot\mathfrak{Cof}\,\frac{m-n}{2}\cdot\beta}{\beta\cdot\mathfrak{Cof}\,\alpha}\right), \\ F_{M^0} = \frac{1}{24}\cdot p\,c\,(12\,m\,n - c^2), \end{cases}$$

$$(21d)\quad H\mathfrak{A} = A^0 - \frac{2p}{\beta}\cdot\frac{\mathfrak{Sin}\,n\,\beta\cdot\mathfrak{Sin}\,\frac{c}{2}\cdot\beta}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha},$$

$$(21e)\quad H\mathfrak{B} = B^0 - \frac{2p}{\beta}\cdot\frac{\mathfrak{Sin}\,m\,\beta\cdot\mathfrak{Sin}\,\frac{c}{2}\cdot\beta}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha}.$$

---

[8]) Der Beiwert k ist eine Funktion von α. Für verschiedene α kann man ihn aus der Tafel im Stahlbau-Kalender 1941, S. 118, entnehmen. Dort ist er mit c_a bezeichnet, aber das α ist dasselbe. Für α zwischen den in der Tafel angegebenen Stufen kann man k mit ausreichender Genauigkeit geradlinig einschalten.

(5) Bild 9:

$$\text{(22a)}\quad \begin{cases} M_x = \dfrac{p}{\beta^2}\left(1 - \dfrac{\mathfrak{Sin}\,\beta\,x + \mathfrak{Sin}\,\beta\,x'}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha}\right) \quad \text{oder} \\ \quad\;\; = \dfrac{p}{\beta^2}\left(1 - \dfrac{\mathfrak{Cos}\left(\dfrac{l}{2} - x\right)\beta}{\mathfrak{Cos}\,\alpha}\right), \end{cases}$$

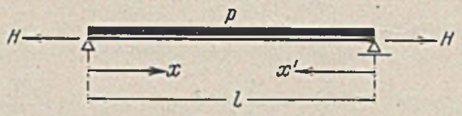


Bild 9.

$$\text{(22b)}\qquad Q_x = \frac{p}{\beta}\cdot\frac{\mathfrak{Cos}\,\beta\,x' - \mathfrak{Cos}\,\beta\,x}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha} = \frac{p}{\beta}\cdot\frac{\mathfrak{Sin}\left(\dfrac{l}{2} - x\right)\beta}{\mathfrak{Cos}\,\alpha},$$

$$\text{(22c)}\qquad \eta_x = \frac{M_x^0 - M_x}{H},$$

$$\text{(22d)}\qquad H\,F_\eta = \frac{p\,l^3}{12} - p\,l\cdot\frac{k}{\beta^2},$$

$$\text{(22e)}\qquad H\,\mathfrak{A} = H\,\mathfrak{B} = \frac{p\,l}{2}\cdot k.$$

(6) Bild 10:

Stützenmomente:

$$\text{(23a)}\qquad M_1 = M_2 = -\frac{p\,l}{2}\cdot\frac{K'}{\varphi}, \qquad K' = k + \frac{p_1\,l_1}{p\,l}\,k_1.$$

Mittelöffnung:

$$\text{(23b)}\quad M_x = \frac{p}{\beta^2}\left(1 - \frac{\mathfrak{Sin}\,\beta\,x + \mathfrak{Sin}\,\beta\,x'}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha}\right) + M_1\cdot\frac{\mathfrak{Sin}\,\beta\,x + \mathfrak{Sin}\,\beta\,x'}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha},$$

$$\text{(23c)}\quad Q_x = \beta\left(\frac{p}{\beta^2} - M_1\right)\frac{\mathfrak{Cos}\,\beta\,x' - \mathfrak{Cos}\,\beta\,x}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha},$$

$$\text{(23d)}\quad \eta_x = \frac{M_x^0 + M_1 - M_x}{H}, \quad M_x^0 = \frac{p\,x\,x'}{2}.$$

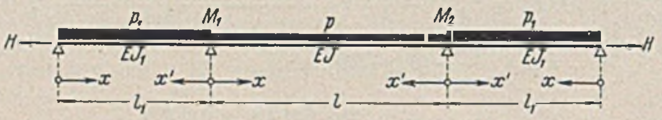


Bild 10.

Seitenöffnung:

$$\text{(23e)}\quad M_x = \frac{p_1}{\beta_1^{\,2}}\left(1 - \frac{\mathfrak{Sin}\,\beta_1\,x + \mathfrak{Sin}\,\beta_1\,x'}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha_1}\right) + M_1\cdot\frac{\mathfrak{Sin}\,\beta_1\,x}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha_1},$$

$$\text{(23f)}\quad Q_x = \frac{p_1}{\beta_1}\cdot\frac{\mathfrak{Cos}\,\beta_1\,x' - \mathfrak{Cos}\,\beta_1\,x}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha_1} + M_1\cdot\frac{\beta_1\cdot\mathfrak{Cos}\,\beta_1\,x}{\mathfrak{Sin}\,2\,\alpha_1},$$

$$\text{(23g)}\quad \eta_x = \frac{M_x^0 + M_1\cdot\dfrac{x}{l_1} - M_x}{H}, \quad M_x^0 = \frac{p_1\,x\,x'}{2}.$$

III. Formeln für den Horizontalzug H_p.

A. Systeme mit einfeldrigen Versteifungsträgern.

Die allgemeine Bestimmungsgleichung (2) geht über in

$$\text{(24)}\qquad H_p\cdot\frac{L}{E_K F_K^0} \pm \alpha_t\,t\,L_t + y''\,F_\eta = 0,$$

wenn man, wie bereits erwähnt, die konstante Größe y'' vor das Integral setzt und dieses mit F_η bezeichnet. Diese Gleichung kann an sich schon zur Bestimmung der H_p-Kraft benutzt werden, ist jedoch ungeeignet für den praktischen Gebrauch und muß daher weiter entwickelt werden.

Es soll zunächst eine ganz allgemeine Bestimmungsgleichung abgeleitet werden, die für Hängebrücken von beliebig vielen Öffnungen gilt. Hierzu schicken wir folgendes voraus:

$$\text{(25)}\qquad \begin{cases} y_1'' = -\dfrac{8 f_1}{l_1^{\,2}} = -\dfrac{1}{\varrho_1} \\ \cdots\cdots\cdots \\ y_n'' = -\dfrac{8 f_n}{l_n^2} = -\dfrac{1}{\varrho_n} \\ y_c'' = -\dfrac{8 f_c}{l_c^2} = -\dfrac{1}{\varrho_c}. \end{cases}$$

$$\text{(25')}\qquad \lambda_1 = \frac{\varrho_c}{\varrho_1}, \ldots\; \lambda_n = \frac{\varrho_c}{\varrho_n}.$$

Falls die im Anfangszustand vom Kabel aufgenommene ständige Last g in allen Öffnungen gleich groß ist, wird auch ϱ überall gleich, und damit ist $\lambda = 1$.

Wir multiplizieren Gl. (24) zunächst mit ϱ, um y'' von F_η zu entfernen, und dann mit H, um den schon berechneten Wert HF_η unmittelbar anwenden zu können. Das HF_η setzt sich stets aus zwei Teilen zusammen, nämlich aus dem Teile infolge $y''\,H_p$ und aus dem infolge der Verkehrslast p (Bild 2). Damit geht Gl. (24) unter Beachtung $H = EJ_c\,\beta_c^2$ über in

$$\text{(26)}\qquad H_p\,\beta_c^2\cdot\frac{EJ_c}{E_K F_K^0}\cdot\varrho_c\,L \pm \beta_c^2\,\alpha_t\,t\,EJ_c\,\varrho_c\,L_t - \Sigma\,\lambda\,HF_\eta\,(y''\,H_p) - \Sigma\,\lambda\,HF_\eta\,(p) = 0.$$

Darin sind die mit dem Index c versehenen Größen J_c, β_c, ϱ_c entweder beliebige Vergleichszahlen oder die zu einer Öffnung, z. B. der Hauptöffnung, zugeordneten Werte.

Den Wert der vorletzten Summe kann man unmittelbar aus Gl. (22d) durch Einsetzen $y''\,H_p = -\dfrac{8f}{l^2}\cdot H_p$ statt p erhalten. Es ergibt sich

$$\Sigma\,\lambda\,HF_\eta\,(y''\,H_p) = -\Sigma\,\lambda\,H_p\cdot\frac{8f}{l^2}\left(\frac{l^3}{12} - \frac{l\,k}{\beta^2}\right).$$

Unter Beachtung $\beta_c^2 : \beta^2 = J : J_c$ und $\dfrac{f}{l} = \dfrac{f_c}{l_c}\cdot\lambda\cdot\dfrac{l}{l_c}$ folgt hieraus

$$\text{(27)}\quad \Sigma\,\lambda\,HF_\eta\,(y''\,H_p) = -H_p\left(\frac{2}{3}\,\Sigma\,\lambda\,f\,l - 8\cdot\frac{f_c}{l_c}\cdot\frac{1}{\beta_c^2}\,\Sigma\,\lambda^2\cdot\frac{l\,J}{l_c\,J_c}\cdot k\right).$$

Setzt man diesen Wert in Gl. (26) ein und löst sie nach H_p auf, dann erhält man die allgemeine Bestimmungsgleichung

$$\text{(28)}\quad H_p = \frac{\Sigma\,\lambda\,HF_\eta\,(p) \mp \beta_c^2\,\alpha_t\,t\,EJ_c\,\varrho_c\,L_t}{\dfrac{2}{3}\,\Sigma\,\lambda\,f\,l - 8\cdot\dfrac{f_c}{l_c}\cdot\dfrac{1}{\beta_c^2}\,\Sigma\,\lambda^2\cdot\dfrac{l\,J}{l_c\,J_c}\cdot k + \beta_c^2\cdot\dfrac{EJ_c}{E_K F_K^0}\cdot\varrho_c\,L} = \frac{Z^0}{N^0}.$$

In dieser Gleichung enthält der Nenner kein einziges von p direkt abhängiges Glied und ist deshalb bei jedem Lastzustand von derselben Form. Das gilt auch für die im folgenden noch zu entwickelnden Bestimmungsgleichungen. Den direkten Einfluß von p erkennt man nur an dem Summenausdruck $\Sigma\,\lambda\,HF_\eta\,(p)$ im Zähler. Diese Summe ist für alle von p belasteten Felder zu bilden, während sich die Summen im Nenner über alle am Kabel aufgehängten Trägerteile erstrecken. Die Größen β_c und k sind nach Gl. (8) u. (19a) leicht zu ermittelnde Zahlenwerte.

Liegt ein dreifeldriges symmetrisches System vor, dann lautet die Bestimmungsgleichung

$$\text{(29)}\quad H_p = \frac{\Sigma\,\lambda\,HF_\eta\,(p) \mp \beta^2\,\alpha_t\,t\,EJ\,\varrho\,L_t}{\dfrac{2}{3}\cdot f\,l + \dfrac{4}{3}\cdot\lambda_1\,l_1\,f_1 - 8\cdot\dfrac{f}{l}\cdot\dfrac{K_0'}{\beta^2} + \beta^2\cdot\dfrac{EJ}{E_K F_K^0}\cdot\varrho\,L}.$$

Darin beziehen sich die mit dem Index 1 versehenen Größen auf die Seitenöffnungen, und die Abkürzungen sind

$$\text{(30')}\qquad K_0' = k + \lambda_1^{\,2}\cdot\frac{2\,l_1\,J_1}{l\,J}\cdot k_1$$

und

$$\lambda_1 = \frac{\varrho}{\varrho_1}.$$

Bei der Berechnung des Horizontalzuges H_t infolge der Temperaturschwankungen allein fällt das Lastglied im Zähler $HF_\eta\,(p)$ fort. Mit Vollast p in allen Öffnungen und einem Temperaturabfall $-t^0$ ergibt sich der Zähler von $\max H_p$ zu

$$\text{(31)}\qquad \max Z_3^{\,0} = \frac{p}{12}\,(l^3 + 2\,l_1^{\,3}) - p\,l\cdot\frac{K_0}{\beta^2} + \beta^2\,\alpha_t\,t\,EJ\,\varrho\,L_t,$$

worin

$$\text{(30)}\qquad K_0 = k + \frac{2\,l_1\,J_1}{l\,J}\cdot k_1.$$

Falls das System außerdem noch $\lambda = 1$ aufweist, so fällt diese Verhältniszahl in Gl. (29) u. (30') fort, und es ist dann auch $K_0' = K_0$.

Aus den vorhergehenden Gleichungen ergibt sich entsprechend für das einfeldrige System

$$\text{(32)}\qquad H_p = \frac{HF_\eta\,(p) \mp \beta^2\,\alpha_t\,t\,EJ\,\varrho\,L_t}{\dfrac{2}{3}\cdot f\,l - 8\cdot\dfrac{f}{l}\cdot\dfrac{k}{\beta^2} + \beta^2\cdot\dfrac{EJ}{E_K F_K^0}\cdot\varrho\,L} \qquad \text{und}$$

$$\text{(33)}\qquad \max Z_1^{\,0} = \frac{p\,l^3}{12} - p\,l\cdot\frac{k}{\beta^2} + \beta^2\,\alpha_t\,t\,EJ\,\varrho\,L_t.$$

B. Systeme mit durchlaufendem Versteifungsträger.

Für vorliegende Systeme läßt sich die Bestimmungsgleichung genau wie unter A aus Gl. (26) ableiten, nur muß man noch die Wirkung der Stützenmomente berücksichtigen. Die Biegefläche HF_η infolge der

Stützenmomente bildet sich auch aus zwei Teilen; der erste rührt von der Belastung $y'' H_p$ her und der zweite von der Verkehrslast p. Sie sollen getrennt berechnet werden.

Bild 11a möge den Versteifungsträger einer Hängebrücke darstellen. Die über den Innenstützen stehenden Pylonen und das Kabel sind der Einfachheit halber nicht eingezeichnet.

Die H-fache Biegefläche infolge der Stützenmomente ergibt sich nach Gl. (19) zu

$$(34)\qquad H F_\eta = \frac{1}{2} \Sigma (M_{i-1} + M_i)\, l_i\, k_i.$$

Für die im Bild 11b skizzierte Belastung $y'' H_p$ läßt sich das Stützenmoment M_i in der Form

$$M_i = H_p\, \mu_{M_i}$$

angeben, worin μ_{M_i}, wie es anschließend gezeigt wird, eine Funktion von den Systemgrößen l, f, J und dem Horizontalzug H darstellt und nicht direkt von p abhängig ist. Durch Einsetzen der obigen Gleichung in Gl. (34) ergibt sich der erste Teil von $H F_\eta$ infolge der Stützenmomente zu

$$(35)\qquad H F_\eta (M) = H_p \cdot \frac{1}{2} \Sigma \left(\mu_{M_{i-1}} + \mu_{M_i}\right) l_i\, k_i.$$

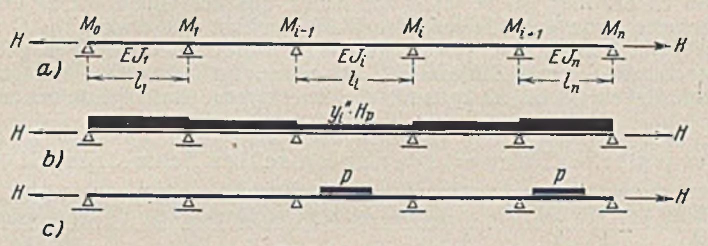


Bild 11a bis c.

Der zweite Teil von $H F_\eta$ infolge der Stützenmomente M_p ist abhängig von der Größe und Stellung der Verkehrslast p. Man muß für den betreffenden Lastfall zunächst M_p nach dem im Unterabschnitt I des II. Abschnittes beschriebenen Gedankengang berechnen und dann nach Gl. (34) die Biegefläche ermitteln. Es sei kurz bezeichnet:

$$(36)\qquad H F_\eta (M_p) = \frac{1}{2} \sum_p (M_{i-1} + M_i)\, l_i\, k_i.$$

Setzt man Gl. (35), (36) u. (27) in die Ausgangsgleichung (26) ein und löst sie nach H_p auf, so ergibt sich mit der Abkürzung der Gl. (28) die allgemein gültige Gleichung

$$(37)\qquad H_p = \frac{Z^0 + \frac{1}{2} \sum_p (M_{i-1} + M_i)\, l_i\, k_i}{N^0 - \frac{1}{2} \Sigma \left(\mu_{M_{i-1}} + \mu_{M_i}\right) l_i\, k_i}.$$

Darin erstrecken sich die Summen im Zähler und Nenner über alle am Kabel aufgehängten Trägerteile. Aus obiger Gleichung läßt sich der Einfluß der Kontinuität des Versteifungsträgers auf den Horizontalzug im Kabel deutlich erkennen. Die obenstehende Gleichung ist ganz allgemein für über beliebig viele Öffnungen gespannte Hängebrücke abgeleitet. Aus ihr läßt sich z. B. die Bestimmungsgleichung für das dreifeldrige symmetrische System entwickeln[9]):

$$(38)\qquad H_p = \frac{\Sigma \lambda H F_\eta (p) - \frac{l}{2} \cdot \frac{K}{\varphi} (\mathfrak{C}_1 + \mathfrak{C}_2) \mp \beta^2 \alpha_t\, t\, E J \varrho\, L_t}{\frac{2}{3} \cdot f l + \frac{4}{3} \cdot \lambda_1 f_1 l_1 - 8 \cdot \frac{f}{l} \cdot \frac{K_0'}{\beta^2} - 4 f \cdot \frac{K K'}{\varphi} + \beta^2 \cdot \frac{E J}{E_K F_K^0} \cdot \varrho\, L}.$$

[9]) Wegen der Ableitung s. die unter Fußnote 1 angegebene Dissertation.

Darin sind

$$(39)\qquad K = k + \frac{l_1}{l} \cdot k_1,$$

$$(39')\qquad K' = k + \lambda_1 \cdot \frac{l_1}{l} \cdot k_1$$

und nach Gl. (6) und Bild 4

$$(40)\qquad \varphi = H \tau + H \tau_{i1} = \beta \cdot \mathfrak{Tg}\, \alpha + \frac{\beta_1}{\mathfrak{Tg}\, 2 \alpha_1} - \frac{1}{l_1},$$

$$(41)\qquad \mathfrak{C}_1 + \mathfrak{C}_2 = H \left(\mathfrak{B}_{1l} + \mathfrak{A}\right) + H \left(\mathfrak{B} + \mathfrak{A}_{1r}\right).$$

Nebenbei zu bemerken ist, daß die vorhin erwähnte μ_{M_i}-Funktion beim vorliegenden System folgende Form hat:

$$\mu_{M_1} = \mu_{M_2} = \frac{4 f}{l} \cdot \frac{K'}{\varphi}.$$

Sie ist also nur abhängig von Systemgrößen und H.

Zur Bestimmungsgleichung (38) ist zu bemerken, daß man zur Bestimmung von H_p nur die H-fachen Biegeflächen und Belastungsglieder des entsprechenden statisch bestimmten Hauptsystems vom Versteifungsträger infolge der Teilbelastung p benötigt. Ferner ist der Nenner, wie schon erwähnt, stets von derselben Form. Weiter wird in der Gleichung $\lambda_1 = 1$, $K_0' = K_0$ und $K' = K$, wenn die vom Kabel aufgenommene ständige Last g über die ganze Brücke gleich ist.

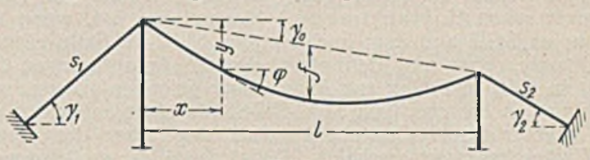


Bild 12.

Soll H_t infolge der Temperaturschwankungen allein berechnet werden, so sind die beiden ersten Glieder im Zähler gleich Null. Bei $-t$ und Vollast p in der Mittelöffnung allein erreicht H_p das Maximum. Dabei ergibt sich der Zähler zu

$$(42)\qquad \max Z = \frac{p\, l^3}{12} - p\, l\, k \left(\frac{1}{\beta^2} + \frac{l}{2} \cdot \frac{K}{\varphi}\right) + \beta^2 \alpha_t\, t\, E J \varrho\, L_t.$$

Im Anschluß mögen vollständigkeitshalber noch die Formeln für L und L_t angegeben werden. Sie lauten für Hängegurt mit konstantem Querschnitt $F_k = F_k^0$ (Kabel) nach Bild 12

$$(43)\qquad L = l \left(1 + 8 \cdot \frac{f^2}{l^2} + \frac{3}{2} \cdot \mathrm{tg}^2 \gamma_0\right) + s_1 \cdot \sec^2 \gamma_1 + s_2 \cdot \sec^2 \gamma_2,$$

$$(44)\qquad L_t = l \left(1 + \frac{16}{3} \cdot \frac{f^2}{l^2} + \mathrm{tg}^2 \gamma_0\right) + s_1 \cdot \sec \gamma_1 + s_2 \cdot \sec \gamma_2.$$

Für den Fall des veränderlichen, aber angepaßten Hängegurtquerschnitts $F_k = F_k^0 \cdot \sec \varphi$ (Kette) hat man $L = L_t$, und damit gilt Gl. (44) für beide Größen.

Bei vielfeldrigem System ist der erste Summand in obigen Gleichungen durch die Summe aus solchen Ausdrücken aller Öffnungen zu ersetzen. Obige Formeln sind unabhängig davon, ob der Versteifungsträger statisch bestimmt ist oder nicht.

Zusammenfassung des II. Abschnitts. Am Eingang dieses Abschnitts wurde gezeigt, daß die Berechnung der Hängebrücken auf diejenige des stellvertretenden Trägers mit dem Axialzug H und den Querlasten p und $y'' H_p$ zurückgeführt werden kann und daß sich die Querlasten in Teilzustände zerlegen lassen (Bild 2 u. 3). Weiter haben wir den stellvertretenden Träger ausführlich behandelt und die Bestimmungsgleichungen für H_p, damit auch $H = H_g + H_p$, der verschiedenen Hängebrückensysteme entwickelt. Damit ist das Problem der Hängebrückenberechnung vollkommen gelöst. Hinsichtlich der praktischen Anwendung des Verfahrens sei auf die nähere Erläuterung und die Beispielrechnung in der Dissertation verwiesen. (Schluß folgt.)

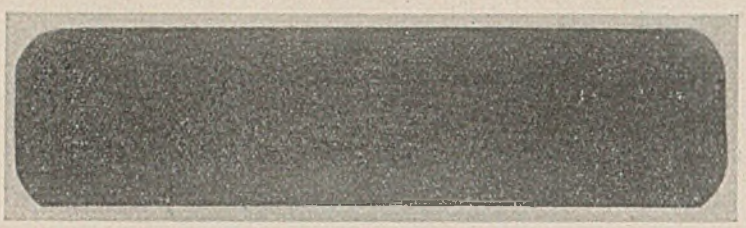
Mitteilungen über einen neuen, nach dem Thomasverfahren erschmolzenen hochwertigen Mangan-Phosphor-Baustahl.[1])

Von Dr.-Ing. habil. **Roland Wasmuht**, Dortmund.

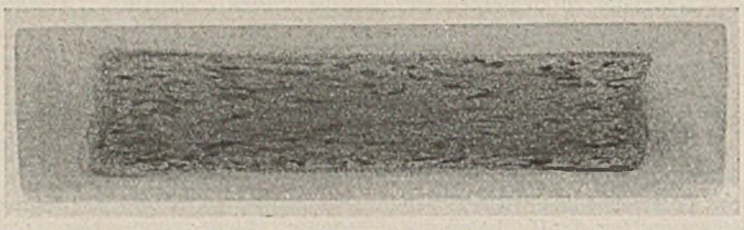
Durch die Rohstofflage gezwungen, hat sich das Interesse der Stahlverbraucher in jüngster Zeit immer mehr dem Thomasstahl zugewandt. Der Zwang, deutsche Eisenerze zu verarbeiten, und die bestehende Schrottknappheit läßt die Bedeutung des Thomasstahls volkswirtschaftlich besonders in den Vordergrund rücken. Dem Thomasstahl haften nun, durch seine Herstellungsweise bedingt, gewisse Nachteile gegenüber dem SM-Stahl an, die zu überbrücken eine besondere Aufgabe für die Metallurgen darstellte. Einen besonderen Nachteil des Thomasstahls stellte der höhere Stickstoffgehalt und die hierdurch bedingte Eigenschaft des Thomasstahls, im Anschluß der Kaltverformungen zu verspröden, dar. Es hat nicht an Versuchen gefehlt, gerade den Stickstoffgehalt des Thomasstahls möglichst niedrig zu halten. Diese Versuche sind auch von Erfolg gekrönt gewesen. Ich möchte bei dieser Gelegenheit auf den von den Vereinigten Stahlwerken in jüngster Zeit herausgebrachten HPN-Stahl hinweisen. Bei der Herstellung dieses Stahles konnte durch bestimmte metallurgische Maßnahmen der Stickstoffgehalt des Thomasstahls nennenswert gesenkt werden. Auch fehlt es nicht an erfolgreichen Untersuchungen, durch Beruhigung des Thomasstahls eine weitgehende Verbesserung zu erzielen. Durch die Aluminiumzugabe gelingt es dabei ebenfalls, neben anderen Wirkungen, den schädlichen Stickstoff in gewissem Umfange abzubinden. So ist es gelungen, dem Thomasstahl eine große Anzahl von Verwendungsgebieten zuzuführen, die früher dem Siemens-Martin-Stahl vorbehalten waren.

Für die gewichtsparenden, hochwertigen Baustähle, deren wichtigster Vertreter St 52 ist, ist man bisher nach wie vor auf Siemens-Martin-Stahl angewiesen. Bei den vielseitigen Ansprüchen, die an St 52 gestellt werden, ist es auch zweifelsohne richtig, diesen in Zukunft nur als

[1]) Vortrag, gehalten auf der Sitzung des Deutschen Ausschusses für Stahlbau am 28. 2. 1941 in Weimar.



St 48, 0,13% P, beruhigt.



St 37, 0,083% P, unberuhigt.

Bild 1. Baumann-Abdrücke von St 48 und St 37 unberuhigt.

Siemens-Martin-Stahl zu verwenden. Es wäre jedoch von Bedeutung, worauf auch schon H. Hauttmann[2]) hingewiesen hat, wenn zwischen dem normalen St 37 und dem hochwertigen St 52 ein Stahl eingeschaltet werden könnte, etwa mit den physikalischen Anforderungen des alten St 48, der in solchen Fällen zur Anwendung gelangen könnte, wenn die Verwendung des hochwertigen St 52-SM-Stahls nicht unbedingt erforderlich ist, aber trotzdem Gewichtsersparnis gegenüber der Verwendung von St 37 wünschenswert erscheint. Dabei sollte es möglichst angestrebt werden, einen solchen Stahl als Thomasstahl zu erzeugen.

Die erhöhten physikalischen Werte des St 48, also 48 kg/mm² Festigkeit und 29 kg/mm² Streckgrenze, lassen sich naturgemäß nur durch irgendeine zusätzliche Legierung erreichen. Von der Legierung durch Kohlenstoff, die am naheliegendsten erscheinen würde, wurde von uns bewußt abgesehen, da sie ja die Grundlage des alten St 48 darstellte, der sich nicht bewährt hatte und deshalb fallen gelassen wurde. Eine Legierung durch Erhöhung des Kohlenstoffgehalts erscheint insbesondere wegen der zu fordernden guten Schweißbarkeit bedenklich. Das gleiche gilt für eine Legierung mit Silizium. Wir haben deshalb in Anlehnung an ältere Arbeiten, über die bereits im Jahre 1936 von A. Ristow, K. Daeves und E. H. Schulz[3]) berichtet wurde, die Festigkeitssteigerung des neuen Stahls durch Legierung mit Mangan und Phosphor erreicht. Gleichzeitig wurde der Stahl mit Silizium und Aluminium beruhigt und so als ausgesprochener Feinkornstahl hergestellt. Über die Eigenschaften dieses neuen Stahles will ich Ihnen in der Folge berichten.

Ich bin nun darauf gewappnet, von Ihrer Seite die größten Bedenken zu hören, daß wir einen mit Phosphor legierten Stahl als Baustahl vorschlagen. Ich kann hierzu nur sagen, daß gerade dieser Stahl den besten Beweis darstellt für die Feststellung, daß es sich bei der Sorge um hohen Phosphor-Gehalt um ein altes Vorurteil handelt. Ich gebe zu, daß bei dem früheren Stand der Metallurgie dieses Vorurteil seine Berechtigung hatte. Es steht aber heute fest, daß metallurgisch einwandfrei erschmolzene Stähle ohne weiteres Phosphor-Legierungen in Sonderfällen bis zu 0,3% P enthalten können, ohne daß sie die dem Phosphor nachgesagten bedenklichen Eigenschaften aufweisen. Der Phosphor ist gerade dann ein besonders glücklich gewähltes Legierungselement, wenn man den Stahl aus der Thomasbirne erzeugt. Wenn dieser Stahl durch Abfangen der Charge hergestellt wird, so sind die hohen Phosphorgehalte die beste Gewähr dafür, daß der Stahl nicht zu lange geblasen wurde, und daß er daher keinen Sauerstoff aufnehmen konnte. Das Abbrechen der Charge bei hohen Phosphorgehalten bewirkt, daß der Stahl ungewöhnlich sauerstoffrein bleibt, da während des Durchblasens der Frischluft der Phosphor das Eisen zunächst gewissermaßen vor der Verbrennung schützt, so daß die Bildung von Oxyden verhindert wird. Der Phosphor konnte aber nur dann schädlich werden, wenn er in Verbindung mit Sauerstoffgehalten im Stahl auftritt. Das ist meist bei niedrigen oder mittleren Phosphorgehalten der Fall. Bei hohen Phosphorgehalten liegt der Phosphor als Legierungselement vor, welches bei einem zwangsläufig sauerstofffreien Stahl nur günstig wirken kann. Hinzu kommt, daß die Beruhigung des Stahles mit Silizium und Aluminium und die Legierung mit Mangan auch noch in Richtung eines besonders sauerstofffreien Stahls hinwirken.

Nun könnte man noch einige Bedenken gegen den Phosphor-Mangan-Stahl haben, nämlich wegen der bekannten Neigung des Phosphors zur Bildung von Seigerungen. Diese Erscheinung des Auftretens starker Konzentrationsunterschiede im gleichen Querschnitt ist ja bekannt und man weiß, daß der Phosphor zur Ausbildung solcher Seigerungen besonders neigt. Dies gilt aber vor allem für den normalen, unberuhigten Thomasstahl, bei dem sich der Phosphor in den inneren Querschnitten beträchtlich gegenüber dem äußeren Querschnitt anreichert. Wird der Stahl jedoch stark beruhigt, so wird die Phosphorseigerung weitgehend unterdrückt, so daß mit einer verhältnismäßig gleichmäßigen Verteilung des Phosphors im ganzen Querschnitt gerechnet werden kann. Diese Zusammenhänge werden anschaulich durch Bild 1, das einmal die Phosphorverteilung in einem unberuhigten Thomasstahl mit 0,08% P darstellt und das andere Mal die Phosphor-Verteilung bei einem beruhigten Thomasstahl mit 0,135% P zeigt.

Die Phosphor-Seigerung braucht also, falls man keine allzu großen Ausgangsblöcke wählt, kein Hinderungsgrund für die Verwendung beruhigter Phosphor-Mangan-Stähle zu sein. Stellt man nun weiterhin diese Stähle nach dem eingangs erwähnten HPN-Verfahren, also mit möglichst niedrigem Stickstoff, her, so ist zu erwarten, daß ein derartiger Phosphor-Mangan-Stahl verhältnismäßig günstige physikalische Werte aufweist. Die Untersuchung einer Anzahl nach diesen Gesichtspunkten erschmolzener Chargen hat diesen Überlegungen Recht gegeben.

Zahlentafel 1 zeigt beispielsweise die von Versuchsstählen bei verschiedener Zusammensetzung erreichten Festigkeitseigenschaften. Als ein besonders günstiger Phosphorgehalt hatte sich bei früheren Untersuchungen, über die hier aus Raummangel nicht berichtet werden kann, der Gehalt von 0,13 bis 0,15% P herausgestellt. Die im Lichtbild gezeigten Schmelzen weisen alle einen Phosphorgehalt in dieser Größenordnung auf; sie unterscheiden sich lediglich durch den Kohlenstoff- und Mangangehalt. Aus Bild 2 geht hervor, daß bei gleichbleibendem Phosphorgehalt mit steigendem Kohlenstoff- und Mangan-Gehalt Streckgrenze und Festigkeit weiter ansteigen. Die für St 48 zu fordernde Streckgrenze von 29 kg/mm² wird bereits bei Gehalten von (C + Mn) von 0,7% erreicht. Will man aber auf jeden Fall auf Festigkeiten über 48 kg/mm² kommen, so muß der (C + Mn)-Gehalt 1% übersteigen. Die Streckgrenze ist in solchem Falle auf im Mittel 34 kg/mm² weiter angestiegen. Aus Zahlentafel 1 und Bild 2 geht hervor, daß diese neuen Stähle ein gutes Streckgrenzenverhältnis von etwa 65 bis 70% aufweisen. Wir haben uns auf Grund dieser ersten Versuche dann entschlossen, den Stahl zunächst mit etwa 0,1% C und 0,9% Mn herzustellen. Derartige Stähle würden demnach Festigkeitseigenschaften gemäß Zahlentafel 2 aufweisen. Im Walzzustand beträgt die Zugfestigkeit 48 bis 52 kg/mm², die Streckgrenze im allgemeinen über

Zahlentafel 1.
Mechanische Gütewerte der untersuchten Schmelzen, St 48.

Bezeichnung	Zustand	Streckgrenze kg/mm²	Zugfestigkeit kg/mm²	Streckgrenzenverhältnis %	Dehnung (L-5d) %	Einschnürung %	Kerbschlagzähigkeit DVMR mkg/cm²
A Analyse C 0.06 Si 0.14 Mn 0.66 P 0.132 S 0.052 Ehnkorn 6–8	Anlieferung	32,7	46,7	70	30,4	70	13,1
	Normalisiert	30,5	45,7	67	33,8	73	20,0
B Analyse C 0.08 Si 0.11 Mn 0.33 P 0.135 S 0.033 Ehnkorn 6–8	Anlieferung	36,2	48,3	75	30,1	70	12,4
	Normalisiert	33,5	47,3	71	33,4	70	17,2
C Analyse C 0.14 Si 0.15 Mn 1,23 P 0.139 S 0.051 Ehnkorn 6–8	Anlieferung	34,1	53,6	64	28,0	64	6,7
	Normalisiert	35,4	52,7	67	30,7	63	14,2

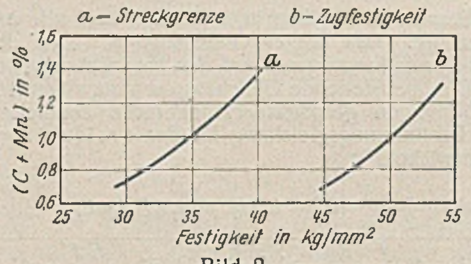


Bild 2.
Festigkeitseigenschaften von Stählen in Abhängigkeit vom (C + Mn)-Gehalt bei 0,13% P.

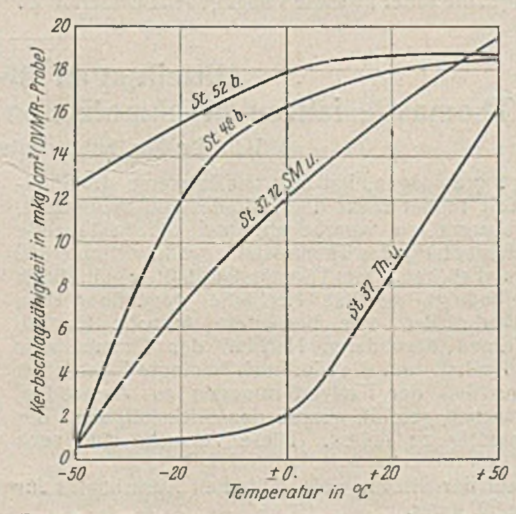


Bild 3. Kerbschlagzähigkeit in Abhängigkeit von der Temperatur. Normalisiert, unverformt.

32 kg/mm² und die Bruchdehnung $L = 5\,d$ über 27%. Erwähnenswert sind auch die recht guten Werte für Einschnürung und Kerbschlagzähigkeit. Es muß jedoch festgestellt werden, daß dieser Stahl nicht alterungsbeständig ist. Die Alterungsanfälligkeit ist allerdings geringer als beim üblichen unberuhigten Thomasstahl; sie liegt etwa in der Größenordnung der üblichen Siemens-Martin-Stähle. Schließlich ist hervorzuheben, daß die Festigkeitseigenschaften des Stahles, besonders die Kerbschlagzähigkeit, durch Normalglühen noch nennenswert verbessert werden. In normalgeglühtem Zustand ist die Kerbschlagzähigkeit auch bei dicken Abmessungen — bei 30 mm Dicke und mehr — recht gut.

In Bild 3 wird die Temperaturabhängigkeit der Kerbschlagzähigkeit des neuen Stahles im Vergleich zu der Temperaturabhängigkeit von St 37 und St 52 gezeigt. Aus dieser Darstellung ist ersichtlich, daß der neue

[2]) St. u. E. 1941, Heft 6, S. 129 bis 136 und Heft 7, S. 164 bis 170.
[3]) St. u. E. 1936, Heft 32, S. 889 bis 899 und Heft 33, S. 921 bis 930.

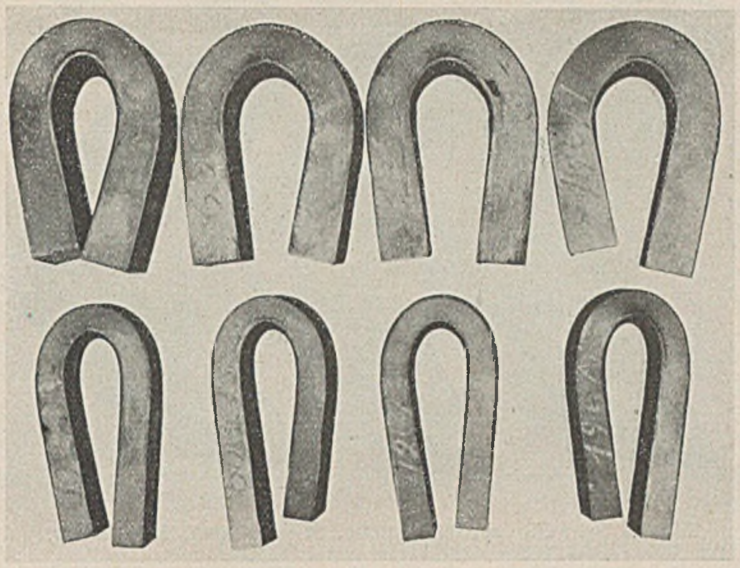


Bild 4. Faltproben nach DIN 1605, St 48.

Stahl in seiner Kerbschlagzähigkeit im allgemeinen günstiger liegt als die üblichen unberuhigten St 37 Thomas- und auch Siemens-Martin-Stähle, während er die hohe Kerbschlagzähigkeit des aus beruhigtem Feinkorn-Siemens-Martin-Stahl erschmolzenen St 52 bei sehr tiefen Temperaturen nicht erreicht.

Schließlich wurde der Stahl auch mit dem Faltversuch nach DIN 1605 untersucht. Der Faltversuch wird ohne weiteres erfüllt, wie aus Bild 4 hervorgeht.

Aus diesen Angaben ist ersichtlich, daß die alten Lieferbedingungen für St 48 bei diesem neuen Stahl übernommen werden könnten, mit einziger Ausnahme natürlich der Analyse (Zahlentafel 2).

Zahlentafel 2.
Festigkeitseigenschaften eines beruhigten Thomasstahles.

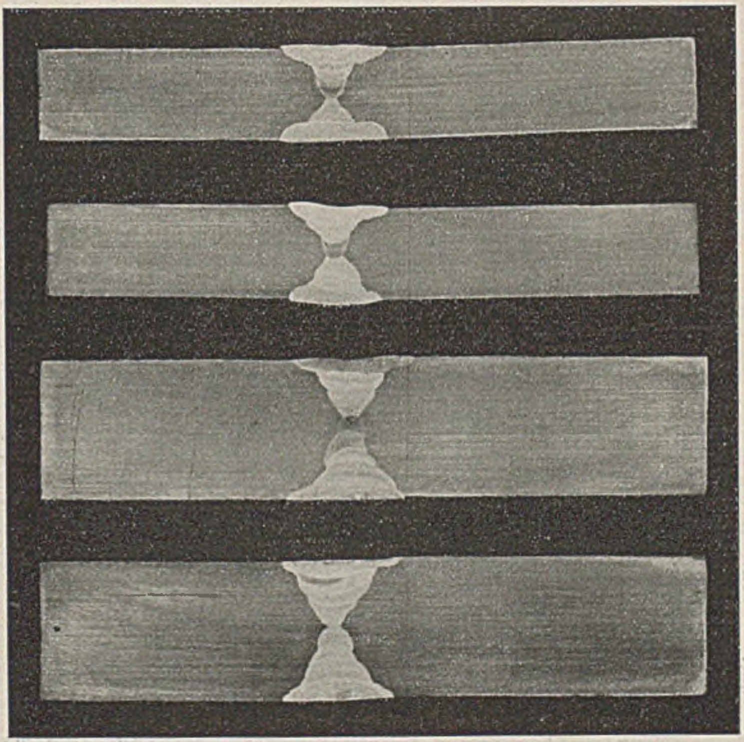
	Zugfestigkeit kg/mm²	Streckgrenze kg/mm²	Bruchdehnung % l-5d	Einschnürung %	Kerbschlagzähigkeit DVMR-Probe 1) ungealtert	Kerbschlagzähigkeit DVMR-Probe 1) gealtert	Kerbschlagzähigkeit DVMS-Probe 2) ungealtert
Walzzustand	48 bis 52	30 bis 36	27 bis 33	65 bis 70	rd. 12	rd 2	rd. 7
Normalgeglüht	48 bis 53	30 bis 36	29 bis 35	68 bis 73	rd. 20	rd. 3	rd. 15

1) Probe von $55 \times 10 \times 10\ mm^2$ mit 3 mm tiefem Rundkerb von 2 mm Dmr.
2) Probe von $55 \times 10 \times 10\ mm^2$ mit 3 mm tiefem Spitzkerb von 45° (Kerbgrundhalbmesser 0,5 mm)

Abnahmevorschlag:

Zugfestigkeit	Streckgrenze	Dehnung (l-5d)
48 ÷ 58 kg/mm²	mind. 29 kg/mm²	mind. 24 %

Biegewinkel beim Faltversuch nach DIN 1605 mind 180° (beim Dorndurchmesser 2×d)



A 20 mm

C 20 mm

A 30 mm

C 30 mm

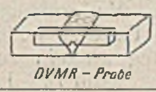
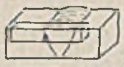
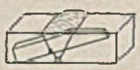
Bild 5. Makro-Gefüge von Schweißverbindungen, St 48.

Zahlentafel 3. Zug- und Faltversuch an einer X-Naht-Verbindungsschweißung von St 48.

Bezeichnung	Platinendicke mm	Zustand	Zugversuch DIN Vornorm DVM A 120 Streckgrenze kg/mm²	Zugversuch DIN Vornorm DVM A 120 Zugfestigkeit kg/mm²	Zugversuch DIN Vornorm DVM A 120 Bruchstelle	Faltversuch DIN Vornorm DVM A 121 erster Anriß-Biegewinkel °	Faltversuch DIN Vornorm DVM A 121 Gesamt-Biegewinkel °
A	20	Anlieferung	35,9	47,7	Übergang-Schweiße	—	180
		Normalisiert	37,8	45,3	Grund-Werkstoff	—	180
	30	Anlieferung	36,3	49,3	Übergang-Schweiße	55	60
		Normalisiert	35,3	49,6	Übergang-Schweiße	62	75
C	20	Anlieferung	38,0	52,4	Grund-Werkstoff	90	108
		Normalisiert	40,0	53,8	Schweiße	60	70
	30	Anlieferung	38,2	56,0	Schweiße	52	56
		Normalisiert	41,2	55,0	Schweiße	—	180

Als Höchstwert für den Phosphorgehalt schlagen wir 0,17 % vor und vielleicht noch die Regel, daß der Phosphor- und Kohlenstoffgehalt 0,28 % nicht übersteigen soll. Unser Abnahmevorschlag für die chemische Zusammensetzung würde dann lauten: höchstens 0,13 % C, höchstens 0,3 % Si, höchstens 1,0 % Mn, höchstens 0,17 % P, höchstens 0,05 % S und höchstens 0,28 % (P + C).

Zahlentafel 4. Kerbschlagzähigkeit nach DIN — Vornorm DVM — Prüfverfahren A 122 — St 48.

Probenlage	Bezeichnung A Blechdicke 20 mm Anlief.	Bezeichnung A Blechdicke 20 mm Normal.	Bezeichnung A Blechdicke 30 mm Anlief.	Bezeichnung A Blechdicke 30 mm Normal.	Bezeichnung C Blechdicke 20 mm Anlief.	Bezeichnung C Blechdicke 20 mm Normal.	Bezeichnung C Blechdicke 30 mm Anlief.	Bezeichnung C Blechdicke 30 mm Normal.
Bild 1  DVMR-Probe	7,6	8,5	7,6	7,4	8,9	7,6	7,0	7,6
Bild 2a  DVMR-Probe	7,0	10,2	7,0	6,9	6,6	7,6	7,0	8,2
Bild 2b  DVMR-Probe	5,8	7,0	5,3	5,8	5,3	6,4	7,4	6,3

Besonders eingehend wurde nun die Schweißbarkeit des Stahles geprüft. Wie es auf Grund seines niedrigen Kohlenstoffgehalts erwartet wurde, ließ sich der Stahl gut verschweißen. Die Makroätzung von Schweißverbindungen zeigt Bild 5. Auch beim Schweißzug- und beim Schweißfaltversuch verhält sich der neue Stahl zufriedenstellend, wie aus Zahlentafel 3 hervorgeht. Beim Zugversuch der geschweißten Proben wurden grundsätzlich die gleichen Streckgrenzen und Festigkeiten gefunden wie bei der Prüfung des Grundmaterials. Bei dem Faltversuch lagen alle Biegewinkel des ersten Anrisses über 50°. Das Aussehen von Schweißfaltproben zeigt als Beispiel Bild 5a.

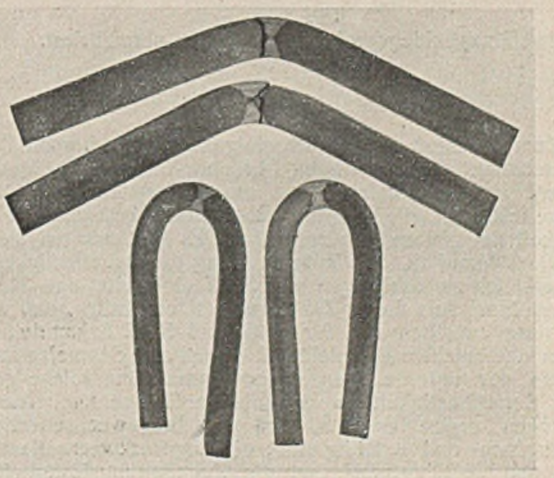


Bild 5a. X-Naht-Verbindungsschweißung, St 48.

Außerdem wurden auch Kerbschlagzähigkeitsuntersuchungen nach DIN A 122 in der Schweißnaht vorgenommen (Zahlentafel 4). Aus diesen Untersuchungen ging hervor, daß in der Schweißnaht in allen Fällen befriedigende Kerbschlagzähigkeiten vorgefunden werden konnten. Eine nennenswerte Härtungszone entsteht beim Schweißen nicht, da der Stahl insbesondere wegen seines niedrigen Kohlenstoff-Gehaltes nicht zur Härtung neigt.

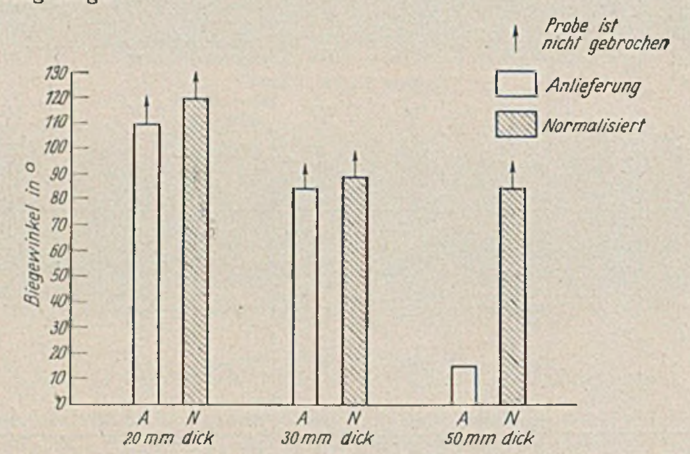


Bild 6. Schweißraupenbiegeprobe, St 48.

Weiterhin wurden Aufschweißbiegeversuche nach Kommerell mit Proben aus Platinen von 20, 30 und 50 mm Dicke ausgeführt. Wie aus Bild 6 hervorgeht, konnten, besonders in normalgeglühtem Zustande, in allen Fällen hohe Biegewinkel erreicht werden. Der Biegewinkel der 30 mm dicken Proben betrug etwa 90°. Die Aufschweißbiegeproben mit Dicken über 30 mm sind jedoch nicht so einwandfrei in ihrem Aussehen und nicht so streuungsfrei, wie man es von normalgeglühten Aufschweißbiegeproben aus Stahl St 52 gewohnt ist. Auf Grund dieser Untersuchungen mit der Schweißraupenbiegeprobe schlagen wir die Verwendung dieses neuen Stahles nur bis zu Abmessungen von 30 mm Dicke vor.

Das Aussehen von 30 mm dicken Schweißraupenbiegeproben zeigen Bild 7 u. 8. Die Proben sehen verhältnismäßig gut aus. Verformungslose Brüche bei niedrigen Biegewinkeln sind in keinem Falle zu beobachten. Im Anlieferungszustand können bei hohen Biegewinkeln zuweilen größere Anrisse in das Material hinein eintreten (Bild 7). Im normalisierten Zustand ist ein solches Einreißen aber nicht zu beobachten. Das Aussehen der Probe entspricht dann Bild 8.

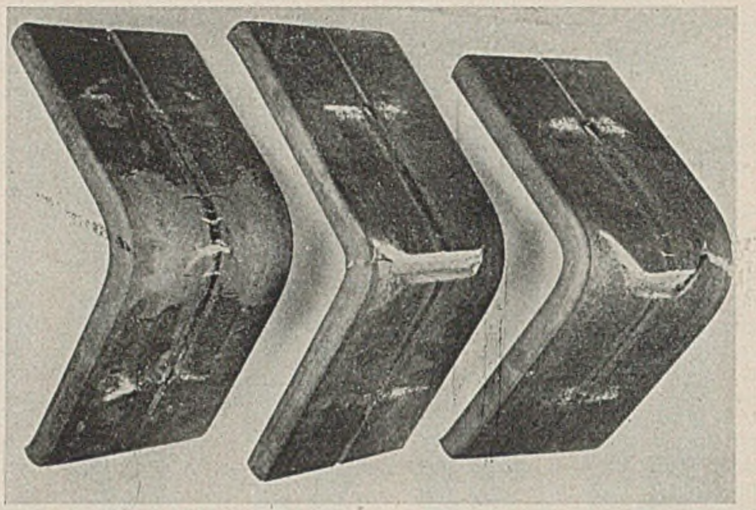


Bild 7. Schweißraupenbiegeprobe, St 48, 30 mm, Anlieferung.

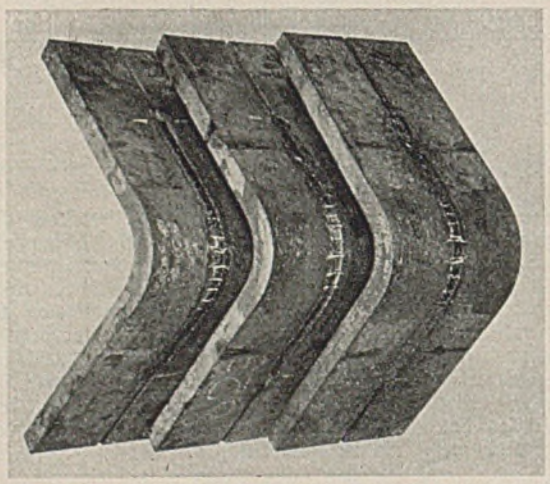


Bild 8. Schweißraupenbiegeprobe, St 48, 30 mm, normalisiert.

Zahlentafel 5. Dauerfestigkeitseigenschaften von St 48 im Vergleich zu St 37 und St 52.

Stahlart	Bezeichnung	Zerreißfestigkeit kg/mm²	Biegewechsel-festigkeit kg/mm² N = 10 × 10⁶	Zug-Druck-Festigkeit kg/mm² N = 2 × 10⁶	Zug-Ursprungs-festigkeit kg/mm² N = 2 × 10⁶
St 37	./.	> 37	± 22 bis ± 24	± 17	12 ± 12
St 48	Anlieferung	46,4	± 27	± 21	
	A				15 ± 15
	Normalisiert	45,1	± 28	± 20	
	Anlieferung	54,5		± 21	
	C		± 29		15,5 ± 15,5
	Normalisiert	53,6		± 22	
St 52	./.	> 52	± 30 bis ± 32	± 23	16 ± 16

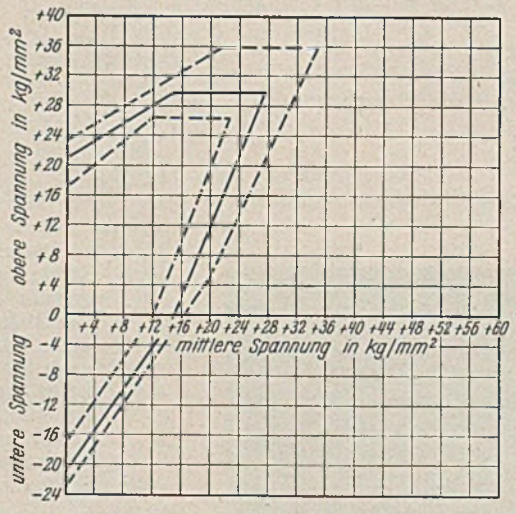


Bild 9. Zug-Druck-Dauerfestigkeit von St 48 im Vergleich zu St 37 und St 52.

St 48: ausgezogene Kurve,
St 52: äußere gestrichelte Kurve,
St 37: innere gestrichelte Kurve.

Zum Abschluß mögen noch einige Angaben über die Dauerfestigkeitseigenschaften des beruhigten Phosphor-Mangan-Thomasstahls gebracht werden. In Zahlentafel 5 sind einige Feststellungen über die Biegewechselfestigkeit, die Zugdruckwechselfestigkeit und die Zugursprungsfestigkeit am glatten Stab angeführt. Es kam mir bei dieser Darstellung vor allem darauf an, die Größenordnung der Dauerfestigkeitseigenschaften im Vergleich zu derjenigen von St 37 einerseits und St 52 andererseits darzustellen. Aus dieser Zahlentafel ist ersichtlich, daß die Dauerfestigkeitswerte zwischen den für St 37 und St 52 bekannten Werten liegen. In den untersuchten Beispielen ist einmal eine Schmelze mit Zerreißfestigkeit an der unteren Grenze und einmal eine solche gewählt worden, deren Zerreißfestigkeit an der oberen Grenze lag. Aus diesen Untersuchungen ergibt es sich, daß die Biegewechselfestigkeit zwischen ± 27 kg/mm² und ± 29 kg/mm², die Zugdruckwechselfestigkeit zwischen ± 20 und ± 22 kg/mm² und die Zugursprungsfestigkeit bei etwa 30 (15 ± 15) kg/mm² liegen. Bei Stäben mit Walzhaut oder bei gelochten Stäben sind die bekannten Herabsetzungen der Dauerfestigkeitseigenschaften zu erwarten. Entsprechende Untersuchungen sind zur Zeit in Arbeit, worüber später berichtet werden soll. Nach den bisherigen Untersuchungen würde sich also das Zugdruckdauerfestigkeitsschaubild des neuen Stahles im Vergleich zu demjenigen des St 37 und des St 52 gemäß Bild 9 darstellen. Die Werte für den Phosphor-Mangan-Stahl liegen, wie schon erwähnt, zwischen den für den St 52 und St 37 bekannten Werten.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß aus den Versuchen mit beruhigtem Phosphor-Mangan-Stahl aus der Thomasbirne ein Baustahl hervorgegangen ist, der gute physikalische Eigenschaften zwischen denen des St 37 und des St 52 aufweist. Die Walzbarkeit des Stahles ist, wie allgemein bei Phosphorstählen, eine gute, das Oberflächenaussehen trotz der Beruhigung zufriedenstellend. Der Stahl hat infolge seines niedrigen Kohlenstoffgehalts den Vorteil, gut schweißbar zu sein. Außerdem verleiht der hohe Phosphorgehalt ein besonders gutes Verhalten gegenüber Korrosion durch Atmosphärilien. Sowohl die Warm- als auch die Kaltverarbeitungsergebnisse können als bester Beweis dafür gewertet werden, daß das alte Vorurteil gegen hohe Phosphorgehalte bei einwandfrei metallurgisch erschmolzenen Stählen durchaus unbegründet ist. Der Phosphor-Mangan-Stahl St 48 wäre deshalb als eine Zwischenstufe zwischen den Stählen St 37 und St 52 zu betrachten. Er wird den Vorteil aufweisen, als Thomasstahl herstellbar zu sein, verhältnismäßig gute Festigkeitseigenschaften, gute Schweißbarkeit und ein gutes Korrosionsverhalten zu besitzen.

INHALT: Praktische Berechnung von Hängebrücken nach der Theorie II. Ordnung. — Mitteilungen über einen neuen, nach dem Thomasverfahren erschmolzenen hochwertigen Mangan-Phosphor-Baustahl.

Verantwortlich für den Inhalt: Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt.
Verlag: Wilhelm Ernst & Sohn, Verlag für Architektur und technische Wissenschaften, Berlin W 9.
Druck: Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.