

DER STAHLBAU

Schriftleitung:
 Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule
 Fernsprecher: Darmstadt 77.11, Apparat 599
 Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61
 Veröffentlichungsbeiträge an voranstehende Anschriften erbeten

Beilage
 zur Zeitschrift

DIE BAUTECHNIK

Fachschrift für das ge-
 samte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

14. Jahrgang

BERLIN, 5. September 1941

Heft 19/20

Alle Rechte vorbehalten.

Berechnung von Hängebrücken nach der Theorie II. Ordnung unter Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der Hänger.

Von Kurt Klöppel und Kuo-hao Lie, Darmstadt.

I. Einleitung.

Bei der üblichen statischen Berechnung der im Boden verankerten Hängebrücken nach der Theorie II. Ordnung werden die Längenänderungen der Hänger vernachlässigt. Es wäre die Frage zu erörtern, welchen Einfluß die Nachgiebigkeit der Hänger auf die Kabelzugkraft, die Formänderungs- und Schnittgrößen des Versteifungsträgers ausüben kann und ob ihre Vernachlässigung praktisch berechtigt ist. H. Neukirch¹⁾ hat in seiner Arbeit über Hängebrücken mit einfeldrigen Versteifungsträgern die Längenänderungen der Hänger mit berücksichtigt, ohne jedoch die Größe dieses Einflusses zu erörtern. F. Stüssi²⁾ untersuchte den Einfluß der Hängernachgiebigkeit mit Hilfe der Differenzenrechnung auf dem Wege der Nachrechnung, indem er aus der für die starren Hänger durchgeführten Berechnung die Längenänderungen der Hänger ermittelte und sie nachträglich berücksichtigte, was also eine Annäherung darstellt. In der vorliegenden Arbeit wird ein allgemeines Verfahren entwickelt, das die Längenänderungen der Hänger auf einfache Weise in der Berechnung zu berücksichtigen gestattet und für Hängebrücken mit einfeldrigen und durchlaufenden Versteifungsträgern von konstantem und veränderlichem Trägheitsmoment anwendbar ist.

Wie der zweitgenannte Verfasser zeigte³⁾, läßt sich die übliche Berechnung der Hängebrücke nach der Theorie II. Ordnung auf diejenige eines ihrem Versteifungsträger entsprechenden „stellvertretenden“ Trägers zurückführen, der durch die Querlasten p und $y'' H_p$ sowie die Axialzugkraft H belastet ist, die mit Hilfe der Verschiebungsfläche $F(\eta_k)$ des Kabels (bei starren Hängern ist $F(\eta_k)$ gleich $F(\eta_b)$ der Biegefläche des stellvertretenden Trägers) bestimmt wird. Dieses Gedankenmodell hat sich auch bei der Behandlung des besonderen Hängebrückensystems⁴⁾ als zweckdienlich erwiesen. Auf der gleichen Grundlage ist auch das vorliegende Verfahren aufgebaut, so daß im folgenden zwecks Umfangseinschränkung oft auf die Ableitungen und Zusammenstellungen der Formeln in dieser Arbeit⁵⁾ verwiesen wird.

II. Entwicklung des Verfahrens.

Die Differentialgleichungen des Kabels und des Versteifungsträgers lauten (Bild 1 und 1a):

$$(1) \quad -(H_g + H_p)(y + \eta_k)'' = g_k + p_k$$

$$(2) \quad (EJ \eta_b''')'' = g_b + p_b.$$

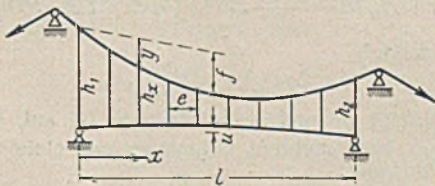


Bild 1.



Bild 1a.

Die Addition beider Gleichungen liefert unter Beachtung $g_k + g_b = g$, $p_k + p_b = p$ folgende Gleichung:

$$(EJ \eta_b''')'' = p + g + (H_g + H_p)(y + \eta_k)''.$$

¹⁾ H. Neukirch, Berechnung der Hängebrücke bei Berücksichtigung der Verformung des Kabels. Ing. Arch. Bd. VII, 1936, S. 140.

²⁾ F. Stüssi, Zur Berechnung verankerter Hängebrücken. Abh. d. I. V. B. H. Bd. 4, 1936, S. 531.

³⁾ K. H. Lie, Praktische Berechnung von Hängebrücken nach der Theorie II. Ordnung. Stahlbau 1941, Heft 14/15 und 16/18.

⁴⁾ K. Klöppel und K. H. Lie, Hängebrücken mit besonderen Stützbedingungen des Versteifungsträgers. Stahlbau 1940, Heft 21/22, und 1941, Heft 6/7.

Unter der Annahme, daß die ständige Last g vom Kabel allein aufgenommen wird, und daß dabei der Versteifungsträger spannungslos ist, also $\eta_b = 0$ wird, geht obige Gleichung mit $H_g + H_p = H$ in

$$(3) \quad (EJ \eta_b''')'' = p + H_p y'' + H \eta_b'' - H \Delta h''$$

über, worin $\Delta h = \eta_b - \eta_k$ die Längenänderung des Hängers infolge der Übertragung der Last p_k auf das Kabel bedeutet.

Mit den Bezeichnungen

- h_x Länge der Hänger,
- e Abstand der Hänger,
- E_h E-Modul der Hänger,
- F_h Querschnitt der Hänger,

$$(4) \quad \frac{e}{E_h F_h} = a$$

haben wir

$$(5) \quad \Delta h = \frac{e p_k}{E_h F_h} \cdot h_x \pm \alpha_t t h_x = a p_k h_x \pm \alpha_t t h_x.$$

Aus Gl. (1) ergibt sich, da darin $g_k = g = -H_g y''$ ist,

$$(6) \quad p_k = -H_p y'' - H \eta_k''.$$

Hierin kann man zunächst belanglos $\eta_k = \eta_b$ setzen. Die Einführung dieses Ausdrucks in Gl. (5) liefert

$$(7) \quad \Delta h = -a h_x (H_p y'' + H \eta_b'') \pm \alpha_t t h_x$$

und

$$(8) \quad \Delta h'' = -(a H_p y'' h_x + a H h_x \eta_b'') \pm \alpha_t t h_x''.$$

Mit (s. Bild 1)

$$(9) \quad \begin{cases} h_x = h_1 - \frac{h_1 - h_2}{l} \cdot x - y - \frac{2u}{l} \cdot x \\ h_x'' = -y'' \end{cases}$$

geht obige Gleichung unter Berücksichtigung dessen, daß $a H_p y''$ eine von x unabhängige Größe ist, über in

$$(8') \quad \Delta h'' = a H_p (y'')^2 - (a H h_x \eta_b'')'' \mp \alpha_t t y''.$$

Setzt man diesen Ausdruck für $\Delta h''$ in Gl. (3) ein, so erhält man nach einer einfachen Umformung

$$\left[EJ \left(1 - \frac{a H^2 h_x}{EJ} \right) \eta_b'''' \right] = p + H_p y'' \left(1 - a H y'' \pm \frac{H}{H_p} \alpha_t t \right) + H \eta_b''$$

oder

$$(10) \quad (EJ \eta_b''')'' = p + \nu H_p y'' + H \eta_b'',$$

wenn man die Abkürzungen

$$(11) \quad \bar{J} = J \mu_x$$

$$(11a) \quad \mu_x = 1 - \frac{a H^2}{EJ} \cdot h_x$$

und

$$(11b) \quad \nu = 1 - a y'' H \pm \frac{H}{H_p} \alpha_t t$$

einführt.

Gl. (10) stellt nichts anderes dar als einen Träger, der das gedachte Trägheitsmoment \bar{J} aufweist und durch die Querlasten p und $\nu H_p y''$ sowie die axiale Zugkraft H belastet ist. Wenn der Berechnung ohnehin ein veränderliches Trägheitsmoment J zugrunde liegt, so erfordert die Lösung der Gl. (10) gegenüber der üblichen Differentialgleichung der Hängebrücke, die $\Delta h = 0$ voraussetzt, keine nennenswerte Mehrarbeit, unabhängig davon, ob der Versteifungsträger einfeldrig oder

durchlaufend ist. Zur praktischen Berechnung eines solchen Trägers mit veränderlichem Trägheitsmoment kann man entweder das vom zweitgenannten Verfasser entwickelte Annäherungsverfahren³⁾ oder andere Methoden^{2) 3)} anwenden.

Die nächste Aufgabe ist nun die Ermittlung von H_p . Die allgemeine Bestimmungsgleichung für H_p lautet³⁾:

$$(12) \quad H_p \cdot \frac{L}{E_k F_k} \pm \alpha_t t L_t + y'' F(\eta_k) = 0,$$

worin $F(\eta_k)$ die Verschiebungsfläche des Kabels bedeutet. Diese ist nun nicht mehr gleich der Biegefläche $F(\eta_b)$ des Versteifungsträgers, sondern

$$(13) \quad F(\eta_k) = F(\eta_b) - F(\Delta h),$$

worin $F(\Delta h)$ die Änderung der zwischen Kabel und Versteifungsträger begrenzten Fläche $F(h)$ der Hängewand bezeichnen soll. Sie ergibt sich aus Gl. (7) zu

$$F(\Delta h) = - \int a h_x (H_p y'' + H \eta_b'') dx \pm \int \alpha_t t h_x dx$$

oder mit $\eta_b'' = - \frac{M_y}{EJ_x}$ zu

$$F(\Delta h) = - a y'' H_p F(h) + \int \frac{a H}{EJ_x} \cdot h_x M_x dx \pm \alpha_t t F(h).$$

In dieser Gleichung kann man das zweite Glied gegenüber dem ersten ohne weiteres vernachlässigen. Eine zahlenmäßige Verfolgung an dem im Schluß mitgeteilten Beispiel zeigt z. B., daß die Vorzahl $\frac{a H}{EJ}$ des Integrals $\int h_x M_x dx$ nur etwa ein Zehntel vom Beiwert $a y''$ des Ausdrucks $H_p F(h)$ beträgt, und daß außerdem auch das Integral im Vergleich zu $H_p F(h)$ sehr klein ist, weil ja das Biegemoment zum Teil positiv und zum Teil negativ ausfällt. Die Vernachlässigung des zweiten Gliedes in der obigen Gleichung ist identisch mit dem Verzicht auf den zweiten Summanden in Gl. (6), und dies bedeutet statisch, daß die Kabelast p_k als gleichmäßig verteilt betrachtet wird. Daß man bei der Bestimmung von H_p nach der Theorie II. Ordnung von der ungleichmäßigen Verteilung der Last p_k absehen kann, ist nachgewiesen worden. Außerdem handelt es sich im vorliegenden Falle nur um die Berechnung von $F(\Delta h)$, die an sich nur ein kleines Korrekturglied für H_p darstellt. Es sei aber erwähnt, daß das Integral sich auch ohne weiteres numerisch auswerten läßt, wenn man für die starren Hänger das Biegemoment M_x berechnet hat und darin einsetzt. Wir wollen jedoch hiervon Abstand nehmen und erhalten somit für Hängebrücken über mehrere Öffnungen

$$F(\Delta h) = - a H_p \sum y'' F(h) \pm \alpha_t t \sum F(h).$$

Mit den Bezeichnungen

$$(14) \quad \begin{cases} y_i'' = - \frac{8 f_i}{l_i^2} = - \frac{1}{\varrho_i} \\ y_c'' = - \frac{8 f_c}{l_c^2} = - \frac{1}{\varrho_c} \\ \lambda_i = \varrho_c : \varrho_i \end{cases}$$

geht obiger Ausdruck in

$$(15) \quad F(\Delta h) = \frac{a}{\varrho_c} \cdot H_p \sum \lambda F(h) \pm \alpha_t t \sum F(h)$$

über, worin die Summe sich über alle Öffnungen erstreckt.

Die Biegefläche $F(\eta_b)$ des Trägers kann man sich nach Gl. (10) aus zwei Teilen zusammengesetzt denken, der eine Teil $F \eta_b(p)$ infolge der Last p und der andere $F \eta_b(v y'' H_p)$ infolge der Last $v y'' H_p$. Dieser läßt sich auch schreiben

$$(16) \quad F \eta_b(v y'' H_p) = - H_p F \eta_b \left(\frac{v}{\varrho} \right),$$

worin die Biegefläche $F \eta_b \left(\frac{v}{\varrho} \right)$ des Ersatzträgers infolge der Vollast $\frac{v}{\varrho} = - v y'' \cdot 1$, d. h. $H_p = 1$, bedeutet.

Führt man Gl. (15) u. (16) in Gl. (13) und diese wieder in Gl. (12) ein, so ergibt sich unter Beachtung der Gl. (14) die Bestimmungsgleichung für H_p zu

³⁾ J. Ratzersdorfer, Durchlaufende Balken mit beliebig vielen Öffnungen bei Beanspruchung durch längs- und querwirkende Kräfte. Eisenbau Bd. 10, 1919, S. 93.

$$(20) \quad H_p = \frac{1}{v} \cdot \frac{\sum \lambda H F \eta_b(p) \mp \beta_c^2 \alpha_t t E J_c [\varrho_c L_t + \sum \lambda F(h)]}{\frac{2}{3} \sum \lambda f l - 8 \cdot \frac{f_c}{l_c} \cdot \frac{1}{\beta_c^2} \sum \lambda^2 \cdot \frac{l J}{l_c J_c} \cdot k + \frac{\beta_c^2}{v} \left(\frac{E J_c}{E_K F_K^0} \cdot \varrho_c L + \frac{E J_c}{E_h F_h} \cdot \frac{e}{\varrho_c} \sum \lambda^2 F(h) \right)}$$

$$(17) \quad H_p = \frac{\sum \lambda F \eta_b(p) \mp \alpha_t t \varrho_c L_t \mp \alpha_t t \sum \lambda F(h)}{\frac{L \varrho_c}{E_K F_K} + \frac{a}{\varrho_c} \sum \lambda^2 F(h) + \sum \lambda F \eta_b \left(\frac{v}{\varrho} \right)}$$

In der obigen Gleichung gilt die Summe im Zähler für alle am Kabel aufgehängten Trägereile. Beim durchlaufenden Versteifungsträger ist im Summenausdruck auch die Biegefläche infolge der Stützenmomente zu berücksichtigen.

Mit Gl. (10) u. (17) ist die vorliegende Aufgabe ganz allgemein formuliert und auch gelöst. Nun muß noch einiges zur praktischen Rechnung gesagt werden. Die Bestimmung von H_p nach Gl. (17) und die Lösung der Gl. (10) sowie die Ermittlung von μ und ν nach Gl. (11a) u. (11b) setzen H als bekannt voraus. Da μ und ν nur sehr wenig von 1,0 (etwa 1% und weniger) abweichen, so genügt zu ihrer Ermittlung ein Näherungswert von H . Zur Berechnung von H_p und des Ersatzträgers kann man zwei oder drei Werte von $H_p + H_g = H$ annehmen. Daraus lassen sich dann das richtige H_p und die richtigen Schnitt- und Formänderungsgrößen des Ersatzträgers durch Interpolation bestimmen. Es muß nun betont werden, daß nur die Formänderungsgrößen (Durchbiegung η_b , Biegewinkel τ_b und die Krümmungsradien ϱ_b) des Ersatzträgers denjenigen des Versteifungsträgers gleich sind. Denn es befriedigen Gl. (3) für den Versteifungsträger nur die Lösungen η_b , $\tau_b = \eta_b'$ und $\varrho_b = 1/\eta_b''$ aus Gl. (10) des Ersatzträgers, während die Momente und Querkräfte im Versteifungsträger $M = - E J \eta_b''$, $Q = (- E J \eta_b''')$ zu denen im Ersatzträger $\bar{M} = - E J \eta_b''$, $\bar{Q} = (- E J \eta_b''')$ sich wie $J : \bar{J} = \mu$ verhalten, also

$$(18) \quad \begin{cases} M = \frac{\bar{M}}{\mu} \\ Q = \frac{\bar{Q}}{\mu} \end{cases}$$

Die im vorstehenden dargelegte strenge Berücksichtigung der Längenänderungen von Hängern ist nur dann zu empfehlen, wenn man, wie bereits erwähnt, der Berechnung ohnehin ein veränderliches J des Trägers zugrunde legt. Im Fall des öfters konstanten Trägheitsmoments läßt sich nun die Längenänderung der Hänger näherungsweise auf folgendem einfachen Weg erfassen.

Wie bereits erwähnt, weichen μ und ν nur wenig von 1,0 ab, und zu ihrer Ermittlung genügt durchaus ein Näherungswert von H . Nehmen wir hierfür $H = H_g + \frac{1}{2} \cdot \max H_p$, so sind dies für alle Lastzustände Festwerte. Setzen wir ferner in Gl. (11b) für h_x die mittlere Länge h_m der Hänger in der betreffenden Öffnung, was praktisch ohne weiteres zulässig ist, dann wird auch das Ersatzträgheitsmoment

$$(11) \quad J = \bar{J} \mu_m = J \left(1 - \frac{a H^2}{E J} \cdot h_m \right)$$

öffnungsweise konstant. Gl. (10) stellt somit einen einfeldrigen oder durchlaufenden stellvertretenden Träger mit öfters konstantem Trägheitsmoment dar, der durch die Querlasten p und $v y'' H_p$ sowie die Axialzugkraft H belastet ist. Solche Träger lassen sich mit Hilfe der in der Arbeit³⁾ angegebenen Formeln leicht berechnen. Im folgenden wollen wir die H_p -Gleichung für den vorliegenden Fall in einer für den praktischen Gebrauch geeigneten Form entwickeln.

Hierzu multiplizieren wir Gl. (12) mit ϱ_c und $H = E J_c \beta_c$, um y'' von $F \eta$ zu entfernen und die Formeln³⁾ für H -fache Biegefläche unmittelbar anwenden zu können. Die Einführung der Gl. (13) u. (15) liefert dann

$$(19) \quad H_p \beta_c^2 \cdot \frac{E J_c}{E_K F_K^0} \cdot \varrho_c L^0 \pm \beta_c^2 \alpha_t t E J_c \varrho_c L_t - \sum \lambda H F \eta_b (v y'' H_p) - \sum \lambda H F \eta_b(p) + H_p \beta_c^2 \cdot \frac{a E J_c}{\varrho_c} \sum \lambda^2 F(h) \pm \alpha_t t \sum \lambda F(h) = 0.$$

Rechnet man den Ausdruck³⁾

$$\sum \lambda H F \eta_b (v y'' H_p) = v H_p \sum \lambda H F \eta_b (y'')$$

weiter aus, setzt ihn in Gl. (19) ein und löst diese nach H_p auf, so ergibt sich für Hängebrücken über mehrere Öffnungen mit einfeldrigen Trägern die Bestimmungsgleichung

Für das dreifeldrige symmetrische System mit durchlaufenden Versteifungsträgern lautet die Gleichung

$$(21) \quad H_p = \frac{1}{v} \cdot \frac{\sum \lambda H F \eta_b(p) - \frac{l}{2} \cdot \frac{K}{\varphi} (\mathfrak{C}_1 + \mathfrak{C}_2) \mp \beta^2 \alpha_t t E J [\varrho L_t + F(h) + 2 \lambda_1 F_1(h)]}{\frac{2}{3} \cdot f l + \frac{4}{3} \cdot \lambda_1 f_1 l_1 - 8 \cdot \frac{f}{l} \cdot \frac{K_0'}{\beta^2} - 4 f \cdot \frac{K K'}{\varphi} + \beta^2 \cdot \frac{1}{v} \left[\frac{E J}{E_K F_K^0} \cdot \varrho L + \frac{E J}{E_h F_h} \cdot \frac{e}{\varrho} (F(h) + 2 \lambda_1^2 F_1(h)) \right]}$$

In den beiden vorstehenden Gleichungen erstreckt sich der Summenausdruck über alle am Kabel aufgehängten Trägereile, und $F_{\eta_b}(p)$ ist die Biegefläche des einfeldrigen Ersatzträgers infolge p allein³⁾, weil die Biegefläche infolge der Stützmomente $M(p)$ im zweiten Glied des Zählers berücksichtigt ist. Ferner beziehen sich die mit Index 1 versehenen Größen im Nenner der Gl. (21) auf die Seitenöffnung.

Die Bezeichnungen in den obigen Gleichungen sind³⁾:

$$(22) \quad \left\{ \begin{aligned} \beta^2 &= \frac{H}{EJ} & \alpha &= \frac{l}{2} \cdot \beta \\ k &= 1 - \frac{\mathfrak{X}g \alpha}{\alpha} \\ K_0' &= k + \lambda_1^2 \cdot \frac{2l_1 \bar{J}_1}{lJ} \cdot k_1 \\ K &= k + \frac{l_1}{l} \cdot k_1 \\ K' &= k + \lambda_1 \cdot \frac{l_1}{l} \cdot k_1 \\ \varphi &= \beta \cdot \mathfrak{X}g \alpha + \frac{\beta_1}{\mathfrak{X}g 2 \alpha_1} - \frac{1}{l_1} \\ \bar{\varphi} &= \frac{\beta}{\mathfrak{X}g \alpha} - \frac{2}{l} + \frac{\beta_1}{\mathfrak{X}g 2 \alpha_1} - \frac{1}{l_1} \end{aligned} \right.$$

und \mathfrak{C}_1 und \mathfrak{C}_2 bedeuten die Belastungsglieder³⁾ des Ersatzträgers über den Innenstützen im Teilzustand p .

Ferner berechnet sich die Hängewandfläche nach Bild 1 zu

$$(23) \quad F(h) = \frac{h_1 + h_2}{2} l - \frac{2}{3} fl - \frac{ul}{2}$$

Im folgenden wollen wir die Anwendung des Verfahrens am Beispiel zeigen und daran anschließend das Rechnungsergebnis — den Einfluß der Nachgiebigkeit von Hängern — erörtern.

Zahlenbeispiel.

Die Anwendung des mitgeteilten Verfahrens möge im folgenden an Hand der Berechnung einer Hängebrücke mit durchlaufenden Versteifungsträgern nach Bild 2 gezeigt werden.

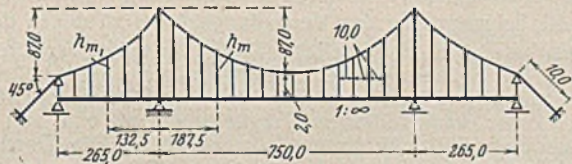


Bild 2.

Versteifungsträger	$J_1 = J = 11,0 \text{ m}^4$	$E = 2100 \text{ t/cm}^2$
Kabel	$F_k = 0,67 \text{ m}^2$	$E_k = 1550 \text{ t/cm}^2$
Hängeseil	$F_h = 80,0 \text{ cm}^2$	$E_h = 1600 \text{ t/cm}^2$
Last je Tragwand	$g_1 = g = 26 \text{ t/m}$	$p = 15 \text{ t/m}$

Wegen $g = g_1$ haben wir

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 1 \\ y_1'' &= y'' = -\frac{1}{\rho} = -\frac{8f}{l^2} = -0,0012373 \\ H_g &= g \cdot \rho = 21013 \text{ t.} \end{aligned}$$

Mit $\max H_p = 11100 \text{ t}$ aus der Berechnung bei starren Hängern ergibt sich der Näherungswert für Gl. (11) u. (11b)

$$H = H_g + \frac{1}{2} \cdot \max H_p = 26500 \text{ t.}$$

Die Dehnungszahl und die mittleren Längen der Hänger sowie die Hängewandflächen betragen

$$a = \frac{e}{E_h F_h} = 0,78 \cdot 10^{-4} \text{ m/t}$$

$$\begin{aligned} h_{m1} &= 34,65 \text{ m} & h_m &= 23,75 \text{ m} \\ F_1(h) &= 10140 \text{ m}^2 & F(h) &= 23260 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Damit ergeben sich nach Gl. (11) u. (11b) für $t = +25^\circ \text{ C}$ und $\alpha_1 = 0,000012$

$$\begin{aligned} \mu_1 &= 0,9918 & \bar{J}_1 &= \mu_1 J_1 = 10,910 \text{ m}^4 \\ \mu &= 0,9944 & \bar{J} &= \mu J = 10,983 \text{ m}^4 \\ \nu_1 &= \nu = 1,004 & \frac{1}{\nu} &= 0,9960 & \nu y'' &= -0,0012423 \end{aligned}$$

Die Einführung der bekannten Zahlenwerte sowie $L = 1473,4 \text{ m}$ und $L_l = 1430,1 \text{ m}$ in Gl. (21) liefert die H_p -Gleichung für das vorliegende System

$$H_p = 0,9960 \cdot \frac{\sum H F_{\eta}(p) - 375,0 \cdot \frac{K}{\varphi} (\mathfrak{C}_1 + \mathfrak{C}_2) - \beta^2 \cdot 826,393 \cdot 10^8}{47333,6 - 0,9280 \cdot \frac{K_0'}{\beta^2} - 348,00 \cdot \frac{K^2}{\varphi} + \beta^2 \cdot 2719,5 \cdot 10^4}$$

und

$$K_0' = k + \frac{2l_1 \bar{J}_1}{lJ} \cdot k_1 = k + 0,705 k_1$$

$$K' = K = k + \frac{l_1 k_1}{l} = k + 0,353 k_1 \quad (\text{wegen } \lambda_1 = 1)$$

$$\varphi = \beta \cdot \mathfrak{X}g \alpha + \frac{\beta_1}{\mathfrak{X}g 2 \alpha_1} - \frac{1}{l_1} = \beta \cdot \mathfrak{X}g \alpha + \frac{\beta_1}{\mathfrak{X}g 2 \alpha_1} - 0,3774 \cdot 10^{-2}$$

$$\bar{\varphi} = \frac{\beta}{\mathfrak{X}g \alpha} - \frac{2}{l} + \frac{\beta_1}{\mathfrak{X}g 2 \alpha_1} - \frac{1}{l_1} = \frac{\beta}{\mathfrak{X}g \alpha} + \frac{\beta_1}{\mathfrak{X}g 2 \alpha_1} - 0,6441 \cdot 10^{-2}$$

Im folgenden wollen wir das größte positive Biegemoment des Trägers im Viertelpunkt der Mittelöffnung $\max M_v$ berechnen. Hierfür wurde die Laststellung Bild 3 aus der beschränkten Einflußlinie für M_v bei starren Hängern entnommen. Um gleichzeitig die Ermittlung der Durchbiegung zu zeigen und den Einfluß der Nachgiebigkeit der Hänger auf sie festzustellen, soll auch die Senkung der Träger im Viertelpunkt η_v für dieselbe Laststellung berechnet werden, obwohl diese von der ungünstigsten Belastung für $\max \eta_v$ etwas abweicht.

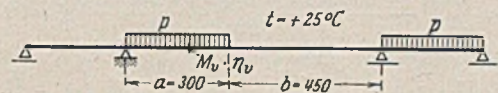


Bild 3.

1. Bestimmung von H_p .

Annahme $H_p = 3260 \text{ t}$ (Wert bei starren Hängern)

$$H = H_g + H_p = 21013 + 3260 = 24273 \text{ t}$$

$$\beta^2 = \frac{H}{EJ} = 1,0567 \cdot 10^{-4} \quad \beta = 1,0280 \cdot 10^{-2}$$

$$\beta_1^2 = \frac{H}{EJ_1} = 1,0594 \cdot 10^{-4} \quad \beta_1 = 1,0294 \cdot 10^{-2}$$

$$\alpha = \frac{l}{2} \cdot \beta = 3,8550 \quad k = 0,7406 \quad \mathfrak{X}g \alpha = 0,9991$$

$$\alpha_1 = \frac{l_1}{2} \cdot \beta_1 = 1,3640 \quad k_1 = 0,3570 \quad \mathfrak{X}g 2 \alpha_1 = 0,9915$$

$$K_0 = 0,9923 \quad K = 0,8666 \quad \varphi = 1,6879 \cdot 10^{-2}$$

$$\frac{a}{2} \cdot \beta = 1,542 \quad \mathfrak{C}_1 \sin \frac{a}{2} \cdot \beta = 2,2300$$

$$\frac{b}{2} \cdot \beta = 2,313 \quad \mathfrak{C}_2 \cos \frac{b}{2} \cdot \beta = 5,1018 \quad \mathfrak{C}_2 \cos \alpha = 23,625$$

Nenner der Bestimmungsgleichung:

$$N = 47333,6 - 0,9280 \cdot \frac{0,9923}{1,0567} \cdot 10^4 - 348,00 \cdot \frac{0,8666^2}{1,6879} \cdot 10^2 + 1,0567 \cdot 10^{-4} \cdot 2719,5 \cdot 10^4 = 26009,6$$

Zähler Z der Bestimmungsgleichung:

Unter Verwendung der Formelwerte der Dissertation³⁾ erhält man die H -fachen Biegeflächen

$$\sum H F_{\eta}(p) = F_{M_0} - F_M \quad (\text{Mittelöffnung und Seitenöffnung})$$

$$= \frac{p a^2}{12} \cdot (3l - 2a) - \frac{2p}{\beta^2} \left[\frac{a}{2} - \frac{\sin \frac{a}{2} \cdot \beta \cdot \mathfrak{C}_1 \cos \frac{b}{2} \cdot \beta}{\beta \cdot \mathfrak{C}_2 \cos \alpha} \right]$$

$$+ \frac{p l_1^3}{12} - p l_1 \cdot \frac{k_1}{\beta_1^2} = 18562,5 \cdot 10^4 - 2928,6 \cdot 10^4 + 2326,2 \cdot 10^4 - 1339,5 \cdot 10^4 = 16620,6 \cdot 10^4$$

und die H -fachen Biegewinkel

$$\mathfrak{C}_1 + \mathfrak{C}_2 = \beta^2 F_M + \frac{1}{2} \cdot \beta_1^2 F_{M_1} = 3094,65 + 709,54 = 3804,19$$

und

$$\frac{l}{2} \cdot \frac{K}{\varphi} (\mathfrak{C}_1 + \mathfrak{C}_2) = 7324,3 \cdot 10^4$$

Weiter beträgt

$$\beta^2 \cdot 826,393 \cdot 10^8 = 873,3 \cdot 10^4$$

Damit ergibt sich:

$$Z = 16620,6 \cdot 10^4 - 7324,3 \cdot 10^4 - 873,3 \cdot 10^4 = 8423,0 \cdot 10^4$$

und

$$H_p = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{Z}{N} = 0,9960 \cdot \frac{8423,0 \cdot 10^4}{26009,6} = 3225 \text{ t} < 3260 \text{ t.}$$

Man erkennt, daß im vorstehenden Lastfall die Nachgiebigkeit der Hänger das H_p um

$$\frac{3260 - 3225}{3260} = 1,07\%$$

vermindert hat.

Das ermittelte H_p braucht, weil es vom Ausgangswert wenig abweicht, nicht nochmals nachgerechnet zu werden und kann der weiteren Berechnung zugrunde liegen.

$$\begin{aligned}
 H_p &= 3225 \text{ t} & H &= H_g + H_p = 24\,238 \text{ t} \\
 \beta^2 &= 1,0552 \cdot 10^{-4} & \beta &= 1,0272 \cdot 10^{-2} \\
 \beta_1^2 &= 1,0579 \cdot 10^{-4} & \beta_1 &= 1,0286 \cdot 10^{-2} \\
 \alpha &= 3,8520 & k &= 0,7404 & \Sigma g \alpha &= 0,9991 \\
 \alpha_1 &= 1,3629 & k_1 &= 0,3565 & \Sigma g 2 \alpha_1 &= 0,9915 \\
 K &= 0,8662 & \varphi &= 1,6863 \cdot 10^{-2} & \varphi &= 1,4214 \cdot 10^{-2} \\
 \sin 0,5 \alpha &= 3,358 & \cos \alpha &= 23,550 \\
 \sin 1,5 \alpha &= 161,557 & \sin 2 \alpha &= \cos 2 \alpha &= 1109,52 \\
 a \beta &= 3,0816 & \sin \frac{a}{2} \cdot \beta &= 2,2271 & \cos a \beta &= 10,920 \\
 b \beta &= 4,6224 & \cos \frac{b}{2} \cdot \beta &= 5,0928 & \cos b \beta &= 50,866.
 \end{aligned}$$

2. Das Biegemoment M_v .

Das Biegemoment \bar{M}_v des Ersatzträgers setzt sich nach Bild 4 aus drei Teilen zusammen³⁾.

a) Bild 4a:

$$\bar{M}(p) = \frac{p}{\beta^2} \left[1 - \frac{\sin 1,5 \alpha + \cos b \beta \cdot \sin 0,5 \alpha}{\sin 2 \alpha} \right] = 99\,570 \text{ tm.}$$

b) Bild 4b:

$$\begin{aligned}
 \bar{M}_1(p) + \bar{M}_2(p) &= -\frac{\mathcal{C}_1 + \mathcal{C}_2}{\varphi} & \bar{M}_1(p) - \bar{M}_2(p) &= \frac{\mathcal{C}_1 - \mathcal{C}_2}{\varphi} \\
 \mathcal{C}_1 + \mathcal{C}_2 &= 2p \left[\frac{a}{2} - \frac{\sin \frac{a}{2} \cdot \beta \cdot \cos \frac{b}{2} \cdot \beta}{\beta \cdot \cos \alpha} \right] + \frac{1}{2} \cdot p l_1 k_1 & &= 3801,93 \\
 \mathcal{C}_1 - \mathcal{C}_2 &= A^0 - B^0 - \frac{p}{\beta} \cdot \frac{\cos 2 \alpha - \cos b \beta - \cos a \beta + 1}{\sin 2 \alpha} - \frac{1}{2} \cdot p l_1 k_1 & &= 611,18
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{M}_1(p) + \bar{M}_2(p) &= -225\,460 \text{ tm} \\
 \bar{M}_1(p) - \bar{M}_2(p) &= -42\,998 \text{ tm} \\
 \bar{M}_1(p) &= -134\,229 \text{ tm} & \bar{M}_2(p) &= -91\,231 \text{ tm} \\
 \bar{M}_v(p) &= \frac{\bar{M}_1(p) \cdot \sin 1,5 \alpha + \bar{M}_2(p) \cdot \sin 0,5 \alpha}{\sin 2 \alpha} = -19\,821 \text{ tm.}
 \end{aligned}$$

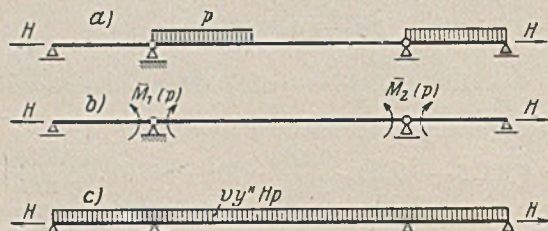


Bild 4a bis c.

c) Bild 4c:

$$\begin{aligned}
 \nu y'' H_p &= -0,001\,242\,3 \cdot 3225 = -4,0064 \text{ t/m} \\
 \bar{M}_1(\nu y'' H_p) &= \bar{M}_2(\nu y'' H_p) = -\nu y'' H_p \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{K}{\varphi} = 77\,174 \text{ tm} \\
 \bar{M}_v(\nu y'' H_p) &= \frac{\nu y'' H_p}{\beta^2} + \left(\bar{M}_1 - \frac{\nu y'' H_p}{\beta^2} \right) \frac{(\sin 1,5 \alpha + \sin 0,5 \alpha)}{\sin 2 \alpha} & &= -20\,854 \text{ tm.}
 \end{aligned}$$

Zusammen

$$\bar{M}_v = \bar{M}_v(p) + \bar{M}_v(\nu y'' H_p) = 99\,570 - 19\,821 - 20\,854 = 58\,895 \text{ tm.}$$

Das Biegemoment des Versteifungsträgers ergibt sich zu

$$\max M_v = \frac{\bar{M}_v}{\mu} = \frac{58\,895}{0,9944} = 59\,227 \text{ tm.}$$

Bei Vernachlässigung der Dehnungen von Hängern beträgt für dieselbe Belastung $\max M_v = 58\,893 \text{ tm}$. Die Nachgiebigkeit der Hänger hat also das Moment um 0,56% erhöht.

3. Die Durchbiegung η_v für dieselbe Laststellung.

Es gilt für den Ersatzträger allgemein³⁾

$$\eta = \frac{M^0 - \bar{M}}{H},$$

worin M^0 das Moment des entsprechenden Trägers ohne den Axialzug H bedeutet.

$$\begin{aligned}
 \bar{M}_v^0(p) &= \left(\frac{p a (l - 2 a)}{8} - \frac{p l^2}{32} \right) + \frac{3}{4} \cdot \bar{M}_1(p) + \frac{1}{4} \cdot \bar{M}_2(p) \\
 &= 411\,328 - 100\,671 - 22\,808 = 287\,849 \text{ tm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{M}_v^0(\nu y'' H_p) &= -\nu y'' H_p + \bar{M}_1(\nu y'' H_p) & \nu y'' &= \frac{3}{4} \cdot f \\
 &= -211\,273 + 77\,174 = -134\,099 \text{ tm}
 \end{aligned}$$

$$\bar{M}_v^0 = \bar{M}_v^0(p) + \bar{M}_v^0(\nu y'' H_p) = 153\,750 \text{ tm.}$$

Damit ergibt sich

$$\eta_v = \frac{153\,750 - 58\,895}{24\,238} = 3,913 \text{ m.}$$

Die berechnete Durchbiegung ist unmittelbar gleich der des Versteifungsträgers. Bei starren Hängern ergab sich für dieselbe Laststellung $\eta_v = 3,866 \text{ m}$. Die Berücksichtigung der Nachgiebigkeit von Hängern liefert also um 4,7 cm oder 1,21% größere Durchsenkung η .

Zusammenfassung.

Im vorstehenden wurde gezeigt, wie man durch die Einführung der Ersatzträgheitsmomente $J = \mu J$ und eines Multiplikators ν der Teillast $y'' H_p$ die Nachgiebigkeit der Hänger bei der Berechnung von Hängebrücken nach der Theorie II. Ordnung erfaßt. In bezug auf die Formänderungen ist der Versteifungsbalken dem stellvertretenden Träger mit dem Ersatzträgheitsmoment J , der durch die Querlasten p und $\nu y'' H_p$ sowie die Axialzugkraft $H = H_g + H_p$ belastet ist, vollkommen gleich, während die Schnittgrößen des Versteifungsträgers zu denen des Ersatzträgers sich wie J zu J verhalten. Das mitgeteilte Verfahren ist für echte (d. h. im Boden verankerte) Hängebrücken über beliebig viele Öffnungen mit einfeldrigen oder durchlaufenden Versteifungsträgern von konstantem oder veränderlichem Trägheitsmoment und von üblichen oder besonderen Stützbedingungen⁴⁾ anwendbar. Die Durchrechnung des Beispiels, das eine große Hängebrücke mit $g:p = 1,73$ und mit durchlaufenden Versteifungsträgern über drei Öffnungen darstellt, zeigt ferner die Anwendung des Verfahrens und den Einfluß der Nachgiebigkeit der Hänger. Wie man aus den Berechnungsergebnissen erkennt, ist der Einfluß der Nachgiebigkeit von Hängern auf die Kabelzugkraft, die Formänderungs- und Schnittgrößen des Versteifungsträgers sehr gering, im vorstehenden Beispiel etwa 1%. Wenn man bedenkt, daß man sich heute bei der Bemessung des Trägers, z. B. bei Berechnung der Stöße des Trägers, der Festlegung der zulässigen Beanspruchung unter Berücksichtigung der Dauerbeanspruchung bei Hängebrücken für Eisenbahnfahrt usw. noch mit grober Näherung begnügen muß, so steht eine solche Verfeinerung der statischen Berechnung — die Berücksichtigung des geringfügigen Einflusses der Nachgiebigkeit von Hängern — keinesfalls im Einklang mit der Festigkeitsberechnung des Trägers. Es ist also ohne weiteres zulässig, wenn man heute bei der Berechnung der echten Hängebrücke nach der Theorie II. Ordnung die Nachgiebigkeit der Hänger vernachlässigt. Es sei ferner erwähnt, daß man sich zu Untersuchungen eines derartig kleinen Nebeneinflusses nur einer genauen Berechnung bedienen kann, nicht aber der Modellversuche am Hängebrückenmodell, weil die Größenordnung des Einflusses gerade im Bereich der Meßgenauigkeit liegt.

Einfluß der nachgiebigen Hängestangen auf die Berechnung der Hängebrücke.

Alle Rechte vorbehalten.

Von August Hertwig.

Im Anschluß an die Arbeit von Klöppel u. Lie ist vielleicht eine etwas ausführlichere Betrachtung aus meinem Aufsatz im Stahlbau 1940, Heft 21/22, von Interesse, in der zugleich ein Vorzeichenfehler beseitigt ist, auf den mich Herr Klöppel aufmerksam gemacht hat.

In der Differentialgleichung der Hängebrücke stehen die Durchbiegungen η_b des Versteifungsbalkens und η_k des Seiles:

$$(EJ_x \eta_b''') = p_x + g_x + H_{g+p} z'' + H_{g+p} \eta_k'''.$$

Zunächst setzt man $\eta_b = \eta_k$, dann entsteht mit $g_x + H_{g+p} z'' = 0$ die übliche Gleichung

$$(EJ_x \eta''') - H_{g+p} \eta_b'' = p_x + H_p z'',$$

oder mit $EJ_x \eta_b'' = y$

$$y'' - \frac{H_{g+p}}{EJ_x} \cdot y = p_x + H_p z''.$$

Nimmt man die weitere grundlegende Voraussetzung hinzu, daß für bestimmte Belastungen H_{g+p} und H_p als von η_b unabhängig angenommen werden können und feste Werte besitzen, die aus der Berechnung 1. Ordnung entnommen werden können, dann ist die Differentialgleichung eine lineare

2. Ordnung mit dem von x abhängigen $\psi(x) = \frac{H_{g+p}}{EJ_x}$ neben y .

Nun wollen wir die Voraussetzung $\eta_b = \eta_k$ fallen lassen. Es ist notwendig, die Differenz zwischen η_b und η_k auszudrücken. Für die Differentialgleichung muß man statt einzelner Hängeseile eine Hängewand annehmen von wechselnder Dicke δ_x . Die Belastung eines Streifens

von der Länge h_x und dem Querschnitt $\delta_x dx$ ist $H_{g+p} \cdot \frac{d^2(z + \eta_k)}{dx^2}$,

also ist:

$$(1) \quad \Delta h_x = -\frac{H_{g+p}}{E_h \delta_x} \cdot \frac{d^2(z + \eta_k)}{dx^2} \cdot h_x = \eta_b - \eta_k.$$

Die Differentialgleichung des Balkens lautet:

$$(2) \quad (E_b J_x \eta_b'')'' - H_{g+p} \eta_k'' = p_x + H_{g+p} z''.$$

Aus den beiden Gleichungen kann man eine Verschiebung η eliminieren und erhält eine Differentialgleichung 6. Ordnung. Ihre Lösung bereitet große Schwierigkeiten. Man muß also vereinfachende Annahmen machen.

Bei der Berechnung von $\eta_b - \eta_k$ in Gl. (1) soll die Belastung der

Hängestreifen statt aus $H_{g+p} \cdot \frac{d^2(z + \eta_k)}{dx^2}$ aus $H_{g+p} \cdot \frac{d^2(z + \eta_b)}{dx^2}$ berechnet werden. Wir führen also eine vergrößerte Belastung der Hängestreifen ein, vergrößern also den Einfluß der nachgiebigen Hängestangen. Dann kann aus Gl.

$$(1a) \quad \eta_k = \eta_b + \frac{H_{g+p} h_x}{E_h \delta_x} \left(\frac{d^2 z}{dx^2} + \frac{d^2 \eta_b}{dx^2} \right)$$

bestimmt und in Gl. (2) eingesetzt werden.

$$\eta_k'' = \eta_b'' + \left(\frac{H_{g+p} h_x z''}{E_h \delta_x} \right)'' + \left(\frac{H_{g+p} h_x}{E_h \delta_x} \cdot \eta_b'' \right)''$$

$$\left[\left(E_b J_x - \frac{H_{g+p}^2 h_x^2}{E_h \delta_x^2} \right) \eta_b'' \right]'' - H_{g+p} \eta_b'' = p_x + H_p z'' + \left(\frac{H_{g+p} H_p h_x z''}{E_h \delta_x} \right)''$$

Mit

$$(3a) \quad \left(E_b J_x - \frac{H_{g+p}^2 h_x^2}{E_h \delta_x^2} \right) \eta'' = y,$$

$$(3b) \quad \frac{H_{g+p}}{E_b J_x - \frac{H_{g+p}^2 h_x^2}{E_h \delta_x^2}} = \psi(x),$$

$$(3c) \quad p_x + H_p z'' + \left(\frac{H_{g+p} H_p h_x z''}{E_h \delta_x} \right)'' = f(x)$$

entsteht dann wieder die bekannte Differentialgleichung 2. Ordnung

$$(4) \quad y'' - \psi(x)y = f(x),$$

in der nur y , $\psi(x)$ und $f(x)$ die vorstehende geänderte Bedeutung haben.

An den Gl. (3a) bis (3c) und (4) kann man nun leicht den Einfluß der Hängestangennachgiebigkeit auf die y , d. h. die Biegemomente der Versteifungsbalken abschätzen.

In dem Klammerausdruck neben η_b'' in Gl. (3a) kann der Ausdruck $\frac{H_{g+p}^2 h_x^2}{E_h \delta_x^2}$ gegenüber $E_b J_x$ vernachlässigt werden. Das gleiche gilt dann auch für den Nenner von $\psi(x)$, wie die Zahlenrechnung beweist.

Schließlich wäre noch der Einfluß von $\left(\frac{H_{g+p} H_p h_x z''}{E_h \delta_x} \right)''$ zu untersuchen.

$\frac{H_{g+p} H_p}{E_h \delta_x}$ kann als fester Mittelwert angesetzt werden. Es wird dann

$$(h_x z'')'' = z'''' h_x + 2 z''' h_x' + h_x'' z''.$$

Setzt man für z eine Parabel $\frac{4f}{l^2} \cdot x(l-x)$ und $h_x = h_0 - z$, dann ist

$$z'' = -\frac{8f}{l^2}, \quad z''' = z'''' = 0, \quad h_x'' = -z'', \quad (h_x z'')'' = -\left(\frac{8f}{l^2}\right)^2$$

und

$$f(x) = p_x - H_p \cdot \frac{8f}{l^2} \left(1 + \frac{H_{g+p}}{E_h \delta_x} \frac{8f}{l^2} \right).$$

Auch in dieser Klammer ist der Bruch gegen 1 im allgemeinen klein. Aus diesen Abschätzungen geht hervor, daß die Nachgiebigkeit der Hängestangen, von geringem Einfluß auf die Biegemomente, mit Recht vernachlässigt wird.

Alle Rechte vorbehalten.

Zur Berechnung von vierseitigen Fachwerkmasten auf Verdrehen.

Von Prof. Ing. Dr. Josef Wanke, Prag.

Die Beanspruchungen von vierseitigen Freileitungsmasten (Gitter- und Rahmenmasten), wie sie durch einseitigen oder wechselseitigen Leiterraß auftreten, können für den Bestand dieser Tragwerke gefährlich werden. Es ist daher wichtig, die bei einer solchen Belastung auftretenden größten Spannungen zu kennen. In einer früheren Arbeit¹⁾ hat der Verfasser ein Verfahren zur Berechnung von Masten auf Verdrehen gezeigt, in dem der Einfluß der Querverbände und des Verdrehungswiderstandes der Stiele berücksichtigt wurde. Im folgenden werden zu dieser Berechnung, soweit sie sich auf Gittermaste bezieht, einige Vereinfachungen und Ergänzungen angegeben. Wenn dabei auf die erwähnte Arbeit Bezug zu nehmen ist, wird sie mit A36 bezeichnet werden.

A. Vierseitige Fachwerkmaste aus Winkelprofilen.

Diese Maste sollen grundsätzlich außer einem möglichst starren Querverband in der Ebene des angreifenden Verdrehungsmoments M_d [im Falle der Belastung nach Bild 1a ist $M_d = P(b_0 + 2c)$] noch Zwischenquerverbände erhalten. Letztere dienen zur Verhinderung der rhombischen bzw. rhomboidischen Verformung der Mastquerschnitte. Bei der üblichen Ausführung können diese Zwischenquerverbände, im Gegensatz zum Verband in der Ebene von M_d , keine wesentlichen Verdrehungsmomente auf die Stiele übertragen.

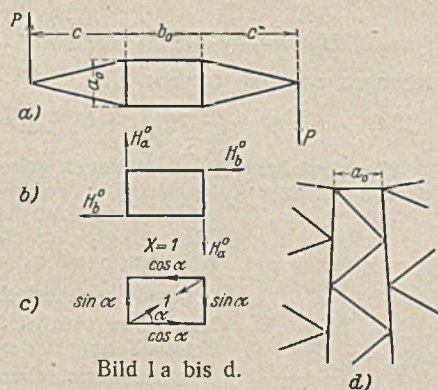


Bild 1a bis d.

1. Fachwerkmast mit einem Querverband.

Bei niedrigen Rechteckmasten kann man sich mit einem Querverband begnügen, wenn man ihn in der Ebene des angreifenden Moments anordnet. Bei quadratischen Masten, auch größerer Höhe, bleiben im allgemeinen die Zwischenquerverbände spannungslos, so daß auch diese Maste so berechnet werden können, als ob nur ein Verband vorhanden wäre. Dieser Fall wird deshalb zuerst untersucht. Die Berechnung wird ohne Berücksichtigung der Verdrehungssteifigkeit der Stiele durchgeführt, da bei dem sehr geringen Drillungswiderstand der offenen Winkelprofile der auf die Stiele entfallende Anteil am Verdrehungsmoment so klein ist, daß er vernachlässigt werden kann.

Wir nehmen an, daß der Querverband in der Ebene von M_d aus vier Riegeln und einer Diagonale besteht. Weiter wird neben der Gelenk-

¹⁾ Berechnung von gegliederten Masten und Türmen auf Verdrehen. Stahlbau 1936, Heft 25 u. 26, S. 193 u. 203.

verbindung der Systemstäbe vorausgesetzt, daß auch durch die Querriegel des Querverbandes keine Verdrehungsmomente auf die Stiele übertragen werden können.

Es bezeichnen

S^0 die Stabkräfte in den Seitenwänden des statisch bestimmten Grundsystems (ohne Querverband) infolge der äußeren Belastung (im Falle einer Belastung nach Bild 1a ist $H_a^0 = P$ und $H_b^0 = \frac{2c}{a_0} \cdot P$),

S^x die Stabkräfte im gleichen System infolge $X=1$ (Bild 1e),

F und s die Querschnitte und Längen der Stäbe.

Weiter deuten die unteren Zeiger a und b die bezüglichen Seitenwände an.

Die unbekannte Diagonalkraft im Querverband berechnet sich aus

$$(1) \quad X = - \frac{\sum \frac{S^0 S^x}{F} \cdot s}{\sum \frac{S^{x^2}}{F} \cdot s}.$$

Dieser Ausdruck läßt sich umformen, indem man die waagerechten Verschiebungen δ_a und δ_b einführt, die in den vier Seitenwänden des statisch bestimmten Grundsystems durch je eine in der Höhe des Querverbandes wirkende waagerechte Kraft 1 in deren Richtung hervorgerufen wird. Die Richtung dieser Kräfte stimmt mit der von H_a^0 und H_b^0 (Bild 1b) überein.

Bezeichnen S_a bzw. S_b die in den Seitenwänden a bzw. b infolge der waagerechten Kräfte 1 (in der Ebene des Moments M_d wirkend) entstehenden Stabkräfte, so sind die bezüglichen durch H_a^0 und H_b^0 hervorgerufenen Werte

$$(2) \quad \begin{cases} \text{Diagonalen:} & S_a^0 = H_a^0 S_a \\ & S_b^0 = H_b^0 S_b \\ \text{Eckstiele:} & S^0 = H_a^0 S_a + H_b^0 S_b \\ \text{Riegel des Querverbandes:} & R_a^0 = -\frac{1}{2} H_a^0, \quad R_b^0 = -\frac{1}{2} H_b^0 \end{cases}$$

(bei einer Ausfachung nach Bild 1d).

In gleicher Weise findet man für die durch $X=1$ entstehenden Stabkräfte

$$(3) \quad \begin{cases} \text{Diagonalen:} & S_a^x = S_a \cdot \sin \alpha \\ & S_b^x = -S_b \cdot \cos \alpha \\ \text{Eckstiele:} & S^x = S_a \cdot \sin \alpha - S_b \cdot \cos \alpha \\ \text{Riegel und Diagonale des Querverbandes:} & R_a^x = -\sin \alpha, \quad R_b^x = 0, \quad X = 1. \end{cases}$$

Damit sind die Anteile, die zwei benachbarte Seitenwände zu Zähler und Nenner von (1) liefern:

$$(4) \left\{ \begin{aligned} \sum_V \frac{S^0 S^x}{F} \cdot s &= H_a^0 \cdot \sin \alpha \sum^D \frac{S_a^2}{F} \cdot s - H_b^0 \cdot \cos \alpha \sum^D \frac{S_b^2}{F} \cdot s \\ &+ \sum (H_a^0 S_a + H_b^0 S_b) (S_a \cdot \sin \alpha - S_b \cdot \cos \alpha) + \frac{1}{2} H_a^0 \cdot \frac{a_0 \cdot \sin \alpha}{F} \\ \sum_V \frac{S^x S^2}{F} \cdot s &= \sin^2 \alpha \sum^D \frac{S_a^2}{F} \cdot s + \cos^2 \alpha \sum^D \frac{S_b^2}{F} \cdot s \\ &+ \sum (S_a \cdot \sin \alpha - S_b \cdot \cos \alpha)^2 + \frac{a_0 \cdot \sin^2 \alpha}{F} + \frac{d}{2F} \end{aligned} \right.$$

Das Zeichen \sum^D deutet an, daß die Summe sich über die Diagonalen einer Seitenwand erstreckt; \sum^V umfaßt die Formänderungen zweier benachbarter Stiele.

Führt man zur Abkürzung in (4) die E-fachen waagerechten Verschiebungen

$$(5) \left\{ \begin{aligned} \sum_V \frac{S_a^2}{F} \cdot s + \sum^D \frac{S_a^2}{F} \cdot s &= \delta_a^V + \delta_a^D = \delta_a \\ \sum_V \frac{S_b^2}{F} \cdot s + \sum^D \frac{S_b^2}{F} \cdot s &= \delta_b^V + \delta_b^D = \delta_b \end{aligned} \right.$$

und, in gleicher Weise gebildet,

$$(5a) \sum^V \frac{S_a S_b}{F} \cdot s = \delta_{ab}$$

ein, so lautet der Ausdruck (1)

$$(6) X = \frac{H_a^0 \delta_a \cdot \sin \alpha - H_b^0 \delta_b \cdot \cos \alpha - (H_a^0 \cdot \cos \alpha - H_b^0 \cdot \sin \alpha) \delta_{ab} + \frac{1}{2} H_a^0 \cdot \frac{a_0 \cdot \sin \alpha}{F}}{\delta_a \cdot \sin^2 \alpha + \delta_b \cdot \cos^2 \alpha - 2 \delta_{ab} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \frac{a_0 \cdot \sin^2 \alpha}{F} + \frac{d_0}{2F}}$$

Bei starrem Querverband entfallen im Zähler und Nenner die Glieder ohne δ . Das Verhältnis $x = \frac{H_a^0}{H_b^0}$ hängt von der Art der Eintragung des Drehmoments M_d ab. Bei einem bestimmten Verhältnis $x' = \frac{H_a'}{H_b'}$ wird der Zähler von (6) gleich Null und die Wandkräfte H_a' und H_b' sind gleich den Werten H_a und H_b des statisch unbestimmten Raumsystems. Man erkennt leicht, daß auch bei starrem Querverband — die bei höheren Masten stets zulässige Vernachlässigung der von der Formänderung des Querverbandes herrührenden Glieder in (6) entspricht auch einem solchen Verbande — die Annahme der üblichen Näherungsrechnung

$$(7) H_a' \cdot \cos \alpha - H_b' \cdot \sin \alpha = 0$$

oder mit Einführung von $\frac{H_a'}{H_b'} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{a_0}{b_0}$ und Berücksichtigung von $H_a' b_0 + H_b' a_0 = M_d$

$$(7a) H_a' = \frac{M_d}{2 b_0} \quad H_b' = \frac{M_d}{2 a_0}$$

nur richtig ist, wenn auch die folgende Bedingung

$$(8) H_a' \delta_a \cdot \sin \alpha - H_b' \delta_b \cdot \cos \alpha = 0$$

oder umgeformt

$$(8a) a_0^2 \delta_a - b_0^2 \delta_b = 0$$

erfüllt ist. Das trifft nie zu; folglich ergibt sich bei Vernachlässigung der Formänderung des Querverbandes mit den Wandkräften H_a' und H_b' nach (7a) eine zusätzliche Diagonalkraft

$$(6a) X' = \frac{H_a' \delta_a \cdot \sin \alpha - H_b' \delta_b \cdot \cos \alpha}{\delta_a \cdot \sin^2 \alpha + \delta_b \cdot \cos^2 \alpha - 2 \delta_{ab} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}$$

Daraus berechnen sich die endgültigen Wandkräfte

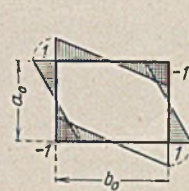
$$(9) \begin{cases} H_a = H_a' + X' \cdot \sin \alpha \\ H_b = H_b' - X' \cdot \cos \alpha \end{cases}$$

Indem man für H_a' und H_b' die Werte aus (7a) einführt und die Winkel-funktionen durch die Riege-längen a_0 und b_0 ausdrückt, erhält man

$$(9a) \begin{cases} H_a = \frac{b_0 \delta_b - a_0 \delta_{ab}}{a_0^2 \delta_a + b_0^2 \delta_b - 2 a_0 b_0 \delta_{ab}} \\ H_b = \frac{a_0 \delta_a - b_0 \delta_{ab}}{a_0^2 \delta_a + b_0^2 \delta_b - 2 a_0 b_0 \delta_{ab}} \end{cases}$$

In ähnlicher Weise ist die Rechnung vorzunehmen, wenn der Querverband ohne Diagonalen als Rahmen ausgeführt wird. Aus Symmetrie-gründen müssen die Eckmomente X_v des Rahmens in den aufeinander-

folgenden Ecken der Größe nach gleich, dem Vorzeichen nach aber verschieden sein. Die dem Selbstspannungszustande $X=1$ ($X_1 = -X_2 = X_3 = -X_4 = 1$) entsprechenden Rahmenmomente und Wandkräfte sind in Bild 2a, b eingetragen. Aus dem Vergleich mit Bild 1c folgt, daß in (6) $\sin \alpha$ durch $\frac{4}{b_0}$ und $\cos \alpha$ durch $\frac{4}{a_0}$ sowie im Nenner die beiden letzten, von der Formänderung des Querverbandes herrührenden Glieder durch $\frac{a_0 + b_0}{3 J_q}$ zu ersetzen sind, um aus derselben Gleichung die Rahmen-eckmomente zu erhalten. Dabei bedeutet J_q das Trägheitsmoment eines



$X=1$

Bild 2.

Riegels, bezogen auf die lotrechte Schwerachse.

Auch die dem Moment $M_d=1$ entsprechende Verdrehung ω^m in der Querverbandsebene läßt sich durch die Verschiebungen δ_a , δ_b und δ_{ab} ausdrücken. Bekanntlich ist diese Verdrehung zu berechnen aus

$$(10) E \omega^m = \sum \frac{S_M^0 S_M}{F} \cdot s.$$

Dabei bezeichnen

S_M^0 die Stabkräfte im statisch bestimmten Raumsystem infolge $M_d=1$, also infolge der Wandkräfte H_a^0 und H_b^0 ,

S_M die Stabkräfte im statisch unbestimmten Raumsystem infolge $M_d=1$, also infolge H_a und H_b ,

ω^m die Verdrehung in der Ebene von M_d im Bogenmaß.

Mit den nach (2) bestimmten Stabkräften erhält man für den Summenausdruck in (10)

$$(11) \sum \frac{S_M^0 S_M}{F} \cdot s = 2 \left[H_a^0 H_a \sum^D \frac{S_a^2}{F} \cdot s + H_b^0 H_b \sum^D \frac{S_b^2}{F} \cdot s + \sum^V (H_a^0 S_a + H_b^0 S_b) (H_a S_a + H_b S_b) \right].$$

Durch Einführung von δ_a , δ_b und δ_{ab} aus (5) und (5a) wird (10) umgeformt in

$$(12) E \omega^m = 2 [H_a^0 H_a \delta_a + H_b^0 H_b \delta_b + (H_a^0 H_b + H_b^0 H_a) \delta_{ab}].$$

H_a^0 und H_b^0 müssen nur der Bedingung $H_a^0 b_0 + H_b^0 a_0 = 1$ entsprechen,

das Verhältnis $x = \frac{H_a^0}{H_b^0}$ aber kann, wenn man von der Berücksichtigung der Formänderungen des Querverbandes absieht, beliebig gewählt werden; somit sind auch die Annahmen zulässig: $H_a^0 = \frac{1}{b_0}$, $H_b^0 = 0$ oder

$H_a^0 = 0$, $H_b^0 = \frac{1}{a_0}$. Damit kann ω^m aus folgenden einfachen Beziehungen ermittelt werden:

$$(12a) E \omega^m = \frac{2}{b_0} [H_a \delta_a + H_b \delta_{ab}] = \frac{2}{a_0} [H_b \delta_b + H_a \delta_{ab}].$$

Die vorstehenden Betrachtungen gelten allgemein auch für den Fall, daß die Eckstiele Knickpunkte aufweisen und das Seitenverhältnis veränderlich ist. Am häufigsten wird der quadratische Mast mit gleichen ebenen Seitenwänden ausgeführt. Bei diesem ist $a_0 = b_0$ und $\delta_a = \delta_b$. Bei der angenommenen Ausfachung ist aber $\delta_{ab} \neq -\delta_a^V$; der Verdrehungswinkel ω^m wird also auch durch die Formänderungen der Stiele beeinflusst.

Die Verschiebungen δ_a , δ_b und δ_{ab} sind nach (5) und (5a) zu berechnen. Die Stabkräfte S_a und S_b können mittels Cremonaplan gefunden oder in bekannter Weise analytisch bestimmt werden.

Kammüller²⁾ hat, indem er Summen durch Integrale ersetzte, bei geraden Eckstielen sowohl für unveränderliche als auch schußweise veränderliche Stabflächen Näherungsausdrücke δ^V und δ^D entwickelt, deren Genauigkeit um so größer ist, je mehr unterteilt die Seitenwände sind. Wechseln die Stielflächen in den Schüssen h_1, h_2, \dots , die Diagonalfächen in den Abschnitten h_1', h_2', \dots , so lauten diese Näherungsformeln mit den Bezeichnungen von Bild 3:

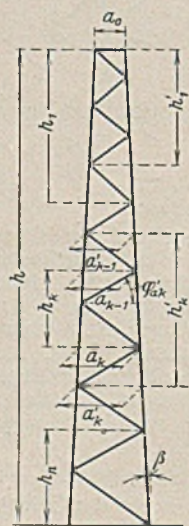


Bild 3.

²⁾ Kammüller, Die Beanspruchung der Leitungsmaste bei Seilriß. Stahlbau 1928, Heft 12, S. 133 u. f.

$$(14) \begin{cases} \delta_a^V = \frac{1}{2 \cdot \sin^2 \beta_a} \sum \frac{h_k}{F_k} \left[1 + \frac{a_0^2}{a_k a_{k-1}} - \frac{2 a_0}{a_n - a_0} \cdot \ln \frac{a_k}{a_{k-1}} \right] \\ \delta_a^D = a_0^2 \sum \frac{h_k'}{F_k' a_k' a_{k-1}' \cdot \cos^2 \varphi_{ak}' \cdot \sin \varphi_{ak}'} \end{cases}$$

Für φ_{ak}' ist im Abschnitt h_k' ein Mittelwert einzusetzen. Sind Stiel- und Diagonalfächen auf die ganze Länge des Mastes unveränderlich, so vereinfachen sich die Ausdrücke:

$$(14a) \begin{cases} \delta_a^V = \frac{h}{2 F \cdot \sin^2 \beta_a} \left[1 + \frac{a_0}{a_n} - \frac{2 a_0}{a_n - a_0} \cdot \ln \frac{a_n}{a_0} \right] \\ \delta_a^D = \frac{a_0 h}{F a_n \cdot \cos^2 \varphi_a \cdot \sin \varphi_a} \end{cases}$$

Für φ_a ist wiederum ein Mittelwert einzusetzen.

In ähnlicher Weise findet man, wenn das Seitenverhältnis veränderlich ist, für den nur von der Formänderung der Stiele herrührenden Ausdruck

$$(15) \delta_{ab} = - \int_0^h \frac{x^2 dx}{(a_0 + 2x \cdot \operatorname{tg} \beta_a)(b_0 + 2x \cdot \operatorname{tg} \beta_b) F} \\ = 1/2 \left[\frac{1}{\operatorname{tg} \beta_a \cdot \operatorname{tg} \beta_b} \sum \frac{h_k}{F_k} - \frac{1}{2(a_0 \cdot \operatorname{tg} \beta_b - b_0 \cdot \operatorname{tg} \beta_a)} \cdot \left\{ \frac{a_0^2}{\operatorname{tg}^2 \beta_a} \sum \frac{1}{F_k} \cdot \ln \frac{a_k}{a_{k-1}} - \frac{b_0^2}{\operatorname{tg}^2 \beta_b} \sum \frac{1}{F_k} \cdot \ln \frac{b_k}{b_{k-1}} \right\} \right]$$

Bei unveränderlichem Seitenverhältnis $\mu = \frac{a}{b}$, wenn also die verlängerten Stiele sich in einem Punkte treffen, vereinfacht sich der Ausdruck:

$$(15a) \delta_{ab} = - \int_0^h \frac{\mu x^2 dx}{(a_0 + 2x \cdot \operatorname{tg} \beta_a)^2 F} = -\mu \delta_a^V$$

Beim quadratischen Mast ist $\mu = 1$ und damit $\delta_{ab} = -\delta_a^V$.

II. Fachwerkmast mit mehreren Querverbänden.

Wie bereits erwähnt, empfiehlt es sich, außer dem Verband in der Ebene des angreifenden Moments noch Zwischenquerverbände anzuordnen. Diese sind beim Rechteckmast stets beansprucht, so daß die übliche Annahme der Auflösung des Drehmoments in die waagerechten Wandlasten $H_a = \frac{M_d}{2 b_0}$ und $H_b = \frac{M_d}{2 a_0}$ nicht mehr richtig ist. Wenn man bei stärkerer Abweichung des Mastquerschnitts vom Quadrat nicht große Fehler in Kauf nehmen will, ist die genaue Berechnung nicht zu umgehen. Dabei kann man aber auch hier, wenn es sich nicht um sehr schmale Maste handelt, auf die Berücksichtigung des Verdrehungswiderstands der Stiele verzichten.

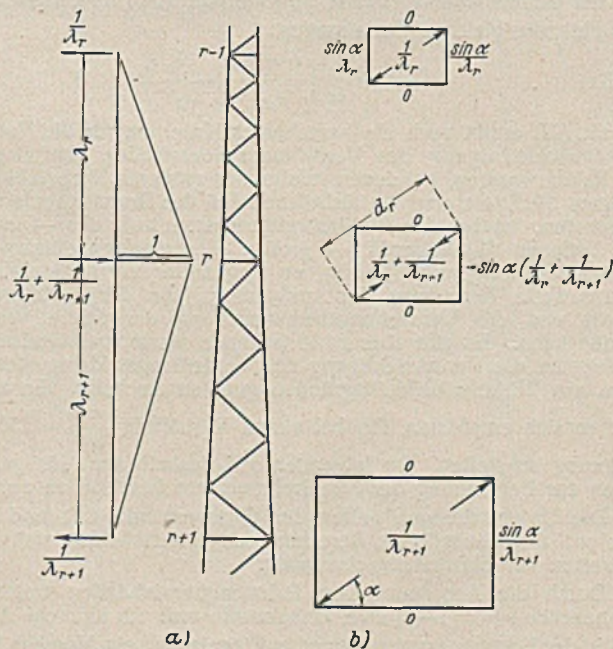


Bild 4a u. b.

Der Verfasser hat in A 36 ein Verfahren angegeben, bei dem durch Gruppenzusammenfassung der unbekanntenen Diagonalkräfte der Querverbände zu neuen Unbekannten dreigliedrige Gleichungen entstehen, die verhältnismäßig leicht aufzulösen sind:

$$(16) \delta_{r,r-1} U_{r-1} + \delta_{rr} U_r + \delta_{r,r+1} U_{r+1} = -\delta_{r0}$$

Das Verfahren hat jedoch nur Gültigkeit bei unveränderlichem Seitenverhältnis, wobei aber die Stiele nicht gerade sein müssen.

Die Beiwerte und Belastungsglieder der Gl. (16) lassen sich wieder durch Einführung der Teilverschiebungen δ_a, δ_b und δ_{ab} umformen. Bezeichnen $S_{ar} (S_{br})$ die in den Stäben der Seitenwände $a (b)$ bei der in Bild 4a dargestellten Belastung auftretenden Kräfte, so lassen sich die zum Selbstspannungszustand $U_r = 1 \left(X_{r-1} = -\frac{1}{\lambda_r}, X_r = \frac{1}{\lambda_r} + \frac{1}{\lambda_{r+1}}, X_{r+1} = -\frac{1}{\lambda_{r+1}} \right)$ gehörigen Stabkräfte wie folgt ausdrücken:

$$(17) \begin{cases} \text{Diagonalen: } S_{ar}^u = S_{ar} \cdot \sin \alpha \\ S_{br}^u = -S_{br} \cdot \cos \alpha \\ \text{Eckstiele: } S_r^u = S_{ar} \cdot \sin \alpha - S_{br} \cdot \cos \alpha \end{cases}$$

Die Kräfte in den Riegeln und Diagonalen der Querverbände sind in Bild 4b eingetragen.

Wenn weiter S^0 die nach (2) zu bestimmenden Stabkräfte des statisch bestimmten Raumsystems infolge $M_d = 1$ bedeuten, erhält man aus zwei benachbarten Seitenwänden für die Beiwerte und Belastungsglieder der Elastizitätsgleichungen

$$(18) \begin{cases} \delta_{ri}^q = \sum \frac{S_r^u S_i^u}{F} \cdot s = \sin^2 \alpha \sum \frac{S_{ar} S_{ai}}{F} \cdot s \\ + \cos^2 \alpha \sum \frac{S_{br} S_{bi}}{F} \cdot s + \sin^2 \alpha \sum \frac{S_{ar} S_{ai}}{F} \cdot s \\ + \cos^2 \alpha \sum \frac{S_{br} S_{bi}}{F} \cdot s - \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cdot \sum \left(\frac{S_{ar} S_{bi}}{F} \cdot s + \frac{S_{ai} S_{br}}{F} \cdot s \right) + \delta_{ri}^q \\ \delta_{ro}^q = \sum \frac{S^0 S_r^u}{F} \cdot s = H_a^0 \cdot \sin \alpha \sum \frac{S_{ar} S_a}{F} \cdot s \\ - H_b^0 \cdot \cos \alpha \sum \frac{S_{br} S_b}{F} \cdot s + H_a^0 \cdot \sin \alpha \sum \frac{S_{ar} S_a}{F} \cdot s \\ - H_b^0 \cdot \cos \alpha \sum \frac{S_{br} S_b}{F} \cdot s + H_b^0 \cdot \sin \alpha \sum \frac{S_{ar} S_b}{F} \cdot s \\ - H_a^0 \cdot \cos \alpha \sum \frac{S_{br} S_a}{F} \cdot s \end{cases}$$

Beim Belastungsglied der 0-ten Gleichung kommt noch δ_{oo}^q hinzu.

Für die von der Formänderung der Querverbände herrührenden Zusatzglieder δ_{ri}^q und δ_{oo}^q leiten sich aus Bild 4b mit Benutzung der abkürzenden Bezeichnung $e_i = \frac{a_i \cdot \sin^2 \alpha}{F_q} + \frac{d_i}{2 F_d}$ folgende Ausdrücke ab:

$$(19) \begin{cases} \delta_{r,r-1}^q = -\frac{1}{\lambda_r} \left[\left(\frac{1}{\lambda_{r-1}} + \frac{1}{\lambda_r} \right) e_{r-1} + \left(\frac{1}{\lambda_r} + \frac{1}{\lambda_{r+1}} \right) e_r \right] \\ \delta_{rr}^q = \left(\frac{1}{\lambda_r} \right)^2 e_{r-1} + \left(\frac{1}{\lambda_r} + \frac{1}{\lambda_{r+1}} \right)^2 e_r + \left(\frac{1}{\lambda_{r+1}} \right)^2 e_{r+1} \\ \delta_{r,r+1}^q = -\frac{1}{\lambda_{r+1}} \left[\left(\frac{1}{\lambda_r} + \frac{1}{\lambda_{r+1}} \right) e_r + \left(\frac{1}{\lambda_{r+1}} + \frac{1}{\lambda_{r+2}} \right) e_{r+1} \right] \\ \delta_{oo}^q = -\frac{1}{2 \lambda_1} \cdot H_a^0 \cdot \frac{a_0 \cdot \sin \alpha}{F_q} \end{cases}$$

Setzt man in (18)

$$(20) \begin{cases} \sum \frac{S_{ar} S_{ai}}{F} \cdot s + \sum \frac{S_{ar} S_{ai}}{F} \cdot s = \delta_{ri}^{Va} + \delta_{ri}^{Da} = \delta_{ri}^a \\ \sum \frac{S_{br} S_{bi}}{F} \cdot s + \sum \frac{S_{br} S_{bi}}{F} \cdot s = \delta_{ri}^{Vb} + \delta_{ri}^{Db} = \delta_{ri}^b \\ \sum \frac{S_{ar} S_{bi}}{F} \cdot s = \sum \frac{S_{br} S_{ai}}{F} \cdot s = \delta_{ri}^{ab} \\ \sum \frac{S_{ar} S_a}{F} \cdot s + \sum \frac{S_{ar} S_a}{F} \cdot s = \delta_{ro}^{Va} + \delta_{ro}^{Da} = \delta_{ro}^a \\ \sum \frac{S_{br} S_b}{F} \cdot s + \sum \frac{S_{br} S_b}{F} \cdot s = \delta_{ro}^{Vb} + \delta_{ro}^{Db} = \delta_{ro}^b \\ \sum \frac{S_{ar} S_b}{F} \cdot s = \sum \frac{S_{br} S_a}{F} \cdot s = \delta_{ro}^{ab} \end{cases}$$

ein, so erhält man

$$(18a) \begin{cases} \delta_{ri} = \delta_{ri}^a \cdot \sin^2 \alpha + \delta_{ri}^b \cdot \cos^2 \alpha - 2 \delta_{ri}^{ab} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \delta_{ri}^q \\ \delta_{ro} = H_a^0 \delta_{ro}^a \cdot \sin \alpha - H_b^0 \delta_{ro}^b \cdot \cos \alpha + (H_b^0 \cdot \sin \alpha - H_a^0 \cdot \cos \alpha) \delta_{ro}^{ab} \end{cases}$$

Die Stabkräfte S_{ar} und S_{br} sowie S_a und S_b können zeichnerisch mittels Cremonaplan oder auf bekannte Weise rechnerisch ermittelt werden.

Aus der Form der Belastungsglieder erkennt man, daß, auch bei starrem Querverband in der Ebene von M_d , die Unbekannten nur dann verschwinden, wenn außer der Annahme der üblichen Näherungsrechnung (7) auch die (8) bzw. (8a) entsprechenden Bedingungen

$$(22) \quad H_a^0 \delta_{ro}^a \cdot \sin \alpha - H_b^0 \delta_{ro}^b \cdot \cos \alpha = 0 \text{ bzw.}$$

$$(22a) \quad a_r^2 \delta_{ro}^a - b_r^2 \delta_{ro}^b = 0$$

erfüllt sind. Das aber ist in der Regel nicht der Fall.

Es ergeben sich also neben den mit $H_a^0 = \frac{M_d}{2 b_0}$ und $H_b^0 = \frac{M_d}{2 a_0}$ ermittelten Näherungswerten der Stabkräfte noch Zusatzkräfte, die aus Unbekannten U' zu bestimmen sind. Die Belastungsglieder der die U' liefernden Bestimmungsgleichungen (16) sind, da $H_b^0 \cdot \sin \alpha - H_a^0 \cdot \cos \alpha = 0$ ist,

$$(23) \quad \delta_{ro} = \frac{M_d}{2} \left[\frac{\delta_{ro}^a \cdot \sin \alpha}{b_0} - \frac{\delta_{ro}^b \cdot \cos \alpha}{a_0} \right]$$

Treten an die Stelle von Diagonalverbänden Rahmen, so muß, wie aus dem Belastungszustand des Mastes für $X_r = 1$ (Bild 5b) hervorgeht, wegen der Veränderlichkeit der Riegehlängen die Gruppenzusammenfassung anders vorgenommen werden. Ordnet man dem Selbstspannungszustande $U_r = 1$ die X -Werte

$$(24) \quad \begin{cases} X_{r-1} = -\mu_{r,r-1} \cdot \frac{1}{\lambda_r} \\ X_r = \frac{1}{\lambda_r} + \frac{1}{\lambda_{r+1}} \\ X_{r+1} = -\mu_{r,r+1} \cdot \frac{1}{\lambda_{r+1}} \end{cases}$$

zu, wobei bezeichnen

$$(25) \quad \begin{cases} \mu_{r,r-1} = \frac{a_{r-1}}{a_r} = \frac{b_{r-1}}{b_r} = \frac{1}{\mu_{r-1,r}} \\ \mu_{r,r+1} = \frac{a_{r+1}}{a_r} = \frac{b_{r+1}}{b_r} = \frac{1}{\mu_{r+1,r}} \end{cases}$$

so sind die zugehörigen Wandkräfte aus (17) zu berechnen, wenn, wie beim Mast mit einem Querverband, $\sin \alpha$ durch $\frac{4}{b_r}$ bzw. $\frac{4}{b_i}$ und $\cos \alpha$ durch $\frac{4}{a_r}$ bzw. $\frac{4}{a_i}$ ersetzt wird. S_{ar} und S_{br} sind wiederum die Wandkräfte beim Belastungszustande nach Bild 4a. An die Stelle von Gl. (18a) treten

$$(18b) \quad \begin{cases} \delta_{ri} = 16 \left[\frac{\delta_{ri}^a}{b_r b_i} + \frac{\delta_{ri}^b}{a_r a_i} - 2 \cdot \frac{\delta_{ri}^{ab}}{a_r b_i} \right] + \delta_{ri}^q \\ \delta_{ro} = 4 \left[H_a^0 \cdot \frac{\delta_{ro}^a}{b_r} - H_b^0 \cdot \frac{\delta_{ro}^b}{a_r} - \left(\frac{H_a^0}{b_r} - \frac{H_b^0}{a_r} \right) \delta_{ro}^{ab} \right] \end{cases}$$

Die von der Formänderung der Querrahmen herrührenden Glieder δ_{ri}^q und δ_{ro}^q lauten mit Einführung von $e_i = \frac{a_i + b_i}{3 J_q}$:

$$(19a) \quad \begin{cases} \delta_{r,r-1}^q = -\frac{\mu_{r,r-1}}{\lambda_r} \left(\frac{1}{\lambda_{r-1}} + \frac{1}{\lambda_r} \right) e_{r-1} \\ \quad \quad \quad - \frac{\mu_{r-1,r}}{\lambda_r} \left(\frac{1}{\lambda_r} + \frac{1}{\lambda_{r+1}} \right) e_r \\ \delta_{rr}^q = \left(\frac{\mu_{r,r-1}}{\lambda_r} \right)^2 e_{r-1} + \left(\frac{1}{\lambda_r} + \frac{1}{\lambda_{r+1}} \right)^2 e_r \\ \quad \quad \quad + \left(\frac{\mu_{r,r+1}}{\lambda_{r+1}} \right)^2 e_{r+1} \\ \delta_{r,r+1}^q = -\frac{\mu_{r+1,r}}{\lambda_{r+1}} \left(\frac{1}{\lambda_r} + \frac{1}{\lambda_{r+1}} \right) e_r \\ \quad \quad \quad - \frac{\mu_{r,r+1}}{\lambda_{r+1}} \left(\frac{1}{\lambda_{r+1}} + \frac{1}{\lambda_{r+2}} \right) e_{r+1} \\ \delta_{oo}^q = -\frac{\mu_{1,0}}{2 \lambda_1} \cdot H_a^0 \cdot \frac{a_0 \cdot \sin \alpha}{F_q} \end{cases}$$

B. Geschweißte Fachwerkmaste aus Stahlrohren.

I. Allgemeines über geschweißte gegliederte Maste aus Stahlrohren.

Durch das Schweißen wird die Verwendung geschlossener Profile und die Ausnutzung deren Vorteile ermöglicht. Bei den Rahmenmasten aus Stahlrohren wird das Rohr nicht nur für die Stiele, wo ihr verhältnismäßig großer Verdrillungswiderstand zur Geltung kommt, sondern auch für die Riegel benutzt. Da die geltenden amtlichen Vorschriften für diese Mastformen keine höheren Beanspruchungen zulassen als für Gittermaste, obwohl beim Rahmentragwerk im Gegensatz zum Fachwerk die aus der Steifheit der Stabanschlüsse sich ergebenden Spannungen voll erfaßt werden können, ergeben sich meist Gewichtsunterschiede zugunsten der Gittermaste. Trotz der Vorzüge, die der Stahlrohrrahmenmast in schönheitlicher Hinsicht und bei der Herstellung bietet, sah man sich, um Werkstoff zu sparen, gezwungen, auch bei den gegliederten Rohrmasten das Fachwerksystem zu verwenden.

Geschweißte Fachwerkmaste aus Stahlrohren unterscheiden sich hinsichtlich ihres statischen Verhaltens von den Gittermasten aus Winkelprofilen dadurch, daß bei den ersteren durch den geschweißten Anschluß der Diagonalen und allfälligen Riegel (Rahmenwirkung) Drehmomente auf die Stiele sowie Biegemomente von einer Wand auf die andere übertragen werden, während bei den letzteren, selbst bei geschweißter Ausführung, diese Wirkung weit geringer ist und daher vernachlässigt werden kann. Bei den quadratischen Rohrgittermasten ist es deshalb im allgemeinen möglich, auf die Anordnung besonderer Zwischenverbände mit Diagonalen zu verzichten; dagegen ist es bei Masten mit rechteckigem Grundriß ratsam, zur Vermeidung stärkerer Verquetschungen des Mastquerschnitts solche Verbände vorzusehen.

II. Rechteckiger Stahlrohrgittermast.

Wenn der Verdrillungswiderstand der Stiele vernachlässigt wird, ist dieser Rohrmast wie der Gittermast aus Winkelprofilen zu berechnen. Die Verdrrehungssteifigkeit der Stielrohre läßt sich näherungsweise dadurch berücksichtigen, daß man die auf einen Stiel und auf den statisch bestimmten Mast entfallenden Anteile M^s und M^m am Drehmoment wie beim Mast mit einem starren Querverband (in der Ebene des angreifenden Moments) berechnet. In A 36 wurden hierfür folgende Ausdrücke gefunden:

$$(26) \quad M^s = \frac{\omega^m}{4 \omega^m + \omega^s} \cdot M_d$$

$$(27) \quad M^m = \frac{\omega^s}{4 \omega^m + \omega^s} \cdot M_d$$

Dabei ist ω^m , der Drehwinkel des statisch bestimmten Mastes infolge $M^m = 1$, nach (12a) zu berechnen. Der Drehwinkel ω^s des Stieles infolge $M^s = 1$ ist bei gleichbleibendem Drillungswiderstand J_d

$$(28) \quad \omega^s = \frac{l}{G J_d}$$

Wenn im Abstände l_r von der Einspannstelle der Stielquerschnitt wechselt und der Verdrillungswiderstand im Oberschuß J_d' , im Unterschuß J_d'' ist, so lauten die gleichen Beziehungen:

$$(28a) \quad \omega^s = \frac{1}{G} \left(\frac{l - l_r}{J_d'} + \frac{l_r}{J_d''} \right)$$

Gl. (27) ergibt auch ein brauchbares Kriterium für die Notwendigkeit der Berücksichtigung des Verdrillungswiderstandes. Im Gegensatz zu den Rahmenmasten, bei denen infolge der größeren Nachgiebigkeit dieses Systems die Stiele einen beträchtlichen Teil des Drehmoments unmittelbar aufnehmen, ist bei den Stahlrohrgittermasten trotz der — im Vergleich zum offenen Winkelprofil — großen Verdrrehungssteifigkeit des geschlossenen Ringprofils häufig ω^m gegenüber ω^s so klein, daß eine nennenswerte Entlastung der Ausfachungsstäbe der Seitenwände nicht eintritt und die Verdrrehungsbeanspruchung der Stiele vernachlässigt werden kann. Es gibt aber Fälle (schmale Maste, verhältnismäßig dicke Stiele), wo die Berücksichtigung des Verdrillungswiderstandes der Stielrohre aus Wirtschaftlichkeitsgründen geboten erscheint. Im allgemeinen wird es sich empfehlen, ihn bei einem Verhältnis $\frac{\omega^s}{\omega^m} = 150$ bis 200 in Rechnung zu stellen. Im folgenden soll deshalb auch ein genaues Verfahren zur Berechnung der Stieldrehmomente beschrieben werden.

Die Untersuchungen gelten für Querverbände mit und ohne Diagonalen; die bezüglichen Berechnungen unterscheiden sich nur in den Beiwerten der Elastizitätsgleichungen.

Durch die Anordnung von Rahmenquerverbänden treten in jeder Rahmenecke v ($v = 1-4$) zwei Unbekannte auf: ein Moment X_v zwischen den in der Ecke zusammenstoßenden Riegeln und ein Moment Y_v zwischen dem Stiel und den Riegeln. Infolge der Symmetrie sind die X_v in den aufeinanderfolgenden Rahmenecken entgegengesetzt, die Y_v auch dem Vorzeichen nach gleich. Man kann daher an ihre Stelle in jedem Rahmen eine einzige Unbekannte X_r bzw. Y setzen, deren auf das statisch bestimmte Grundsystem bezogene Selbstspannungs- bzw. Belastungszustände in Bild 5a bis d dargestellt sind.

Bei einem zweistufigen Berechnungsverfahren, das zuerst die X liefert, gelingt es nur auf der ersten Stufe Unbekannten-Gruppen so zu bilden, daß sich dreigliedrige Gleichungen ergeben. Auf der zweiten

Stufe ist das nicht möglich, da die Unbekannten Y nicht mehr am statisch bestimmten Grundsystem angreifen. Man kann aber sowohl die X als auch die Y am statisch bestimmten Grundsystem wirken lassen und erhält durch geeignete Gruppierung zwei Systeme simultaner Gleichungen, in denen je drei der neuen Unbekannten U und V vorkommen.

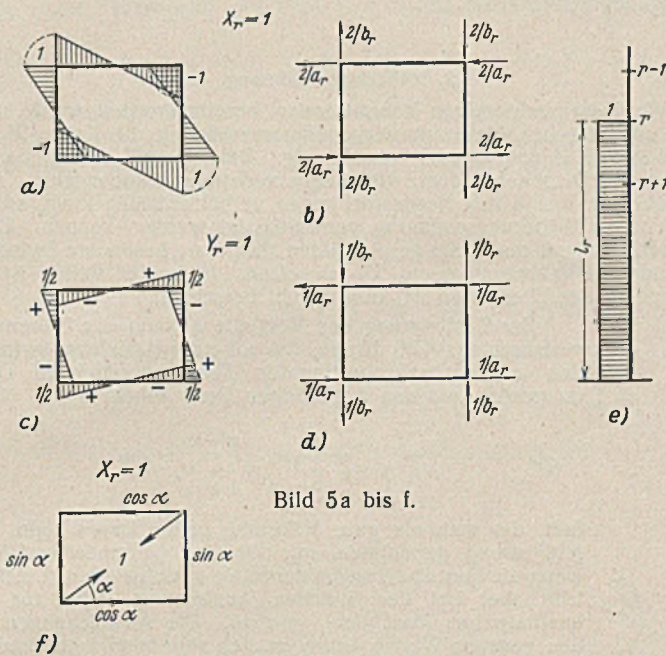


Bild 5a bis f.

In der Regel wird man in den Querverbänden noch Diagonalen vorsehen. Dadurch kommt in jedem Verband eine weitere Unbekannte hinzu. Da aber durch diese Diagonalen die rhomboidische Querschnittsverformung verschwindend klein wird, kann die Rahmenwirkung zwischen den Riegeln vernachlässigt und die Diagonalkraft als Unbekannte X eingeführt werden. Der zugehörige Selbstspannungszustand ($X_r=1$) ist in Bild 5f dargestellt. Auf diesen Fall beziehen sich die weiteren Untersuchungen.

Der Selbstspannungszustand $U_r=1$ ist, wie aus Bild 6a hervorgeht, der gleiche wie bei dem in A II behandelten Falle (Bild 4). Dem Selbstspannungszustande $V_r=1$ entsprechen in den Wänden des statisch bestimmten Grundsystems Belastungen, die der Größe nach nur durch einen Beiwert von den zu $U_r=1$ (Rahmen, vgl. Bild 5b) gehörigen Werten, in den aufeinanderfolgenden Seitenwänden durch das Vorzeichen unterschieden sind. Hinzu kommen noch die Drehmomente in den Stielrohren, die, aus Bild 5e abgeleitet, in Bild 6b dargestellt sind. Daraus folgen die Bestimmungsgleichungen der U und V :

$$(29) \begin{cases} \delta_{r,r-1} U_{r-1} + \delta_{rr} U_r + \delta_{r,r+1} U_{r+1} + \zeta_{r,r-1} V_{r-1} \\ \quad + \zeta_{rr} V_r + \zeta_{r,r+1} V_{r+1} = -\delta_{r0} \\ \zeta_{r,r-1} U_{r-1} + \zeta_{rr} V_r + \zeta_{r,r+1} V_{r+1} + \epsilon_{r,r-1} V_{r-1} \\ \quad + \epsilon_{rr} V_r + \epsilon_{r,r+1} V_{r+1} = -\epsilon_{r0} \end{cases}$$

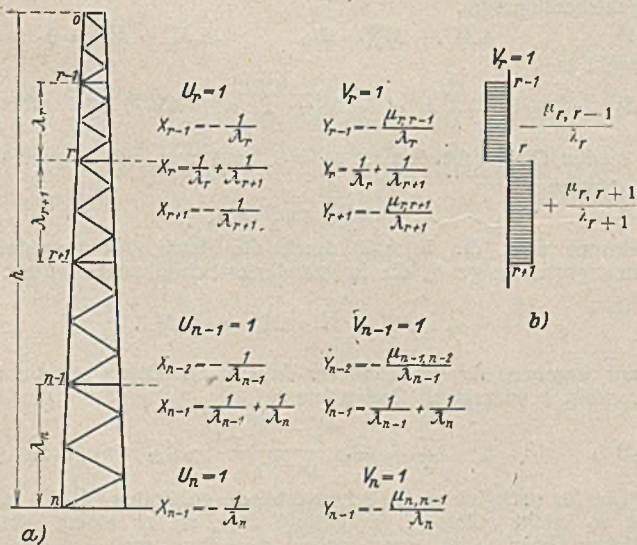


Bild 6a u. b.

δ_{ri} und δ_{r0} sind nach (18a) zu ermitteln. In ähnlicher Weise findet man auch ϵ_{ri} und ϵ_{r0} ; dabei ist aber zu beachten, daß zu ϵ_{ri} auch die Stielrohre einen Beitrag ϵ_{ri}^s liefern:

$$(30) \quad \epsilon_{ri} = \epsilon_{ri}^m + 2 \epsilon_{ri}^s \quad \epsilon_{r0} = \epsilon_{r0}^m$$

Mit dem oberen Zeiger m wird angedeutet, daß der bezügliche Teil der Formänderung vom Mast mit gelenkigen Kanten herrührt.

So wie (18b) aus dem Vergleich der Belastungszustände in Bild 5b u. 5f gefunden wurde, kann man ϵ_{ri}^m und ϵ_{r0}^m unter Berücksichtigung von $a, b_i = a_i b_r$ (gültig bei unveränderlichem Seitenverhältnis) durch Gegenüberstellung der Belastungszustände in Bild 5d u. 5f aus (18) herleiten.

$$(31) \quad \begin{cases} \epsilon_{ri}^m = -4 \left[\frac{\delta_{ri}^a}{b_r b_i} + \frac{\delta_{ri}^b}{a_r a_i} + 2 \cdot \frac{\delta_{ri}^{ab}}{a_r b_i} \right] + \epsilon_{ri}^q \\ \epsilon_{r0}^m = -2 \left[H_a^0 \cdot \frac{\delta_{r0}^a}{b_r} + H_b^0 \cdot \frac{\delta_{r0}^b}{a_r} + \left(\frac{H_a^0}{a_r} + \frac{H_b^0}{b_r} \right) \delta_{r0}^{ab} \right] \end{cases}$$

Das von der Formänderung der Querrahmen herrührende Glied ϵ_{ri}^q berechnet sich nach (19a), indem dort $\varrho_i = \frac{a_i + b_i}{12 J_q}$ eingesetzt wird.

Der Verdrehungswiderstand der Stielrohre kommt in den Gliedern ϵ_{ri}^s zum Ausdruck, die sich aus dem zu $V_r=1$ gehörigen Momentenbild der Stiele (Bild 6b) unter Beachtung von (25), wonach $\mu_{ri} \mu_{ir} = 1$ ist, für $i=r-1, r$ und $r+1$ wie folgt ergeben:

$$(32) \quad \begin{cases} \epsilon_{r,r-1}^s = -\frac{E}{G J_d} \cdot \frac{1}{\lambda_r} \\ \epsilon_{rr}^s = \frac{E}{G J_d} \left[\frac{\mu_{r,r-1}^2}{\lambda_r} + \frac{\mu_{r,r+1}^2}{\lambda_{r+1}} \right] \\ \epsilon_{r,r+1}^s = -\frac{E}{G J_d} \cdot \frac{1}{\lambda_{r+1}} \end{cases}$$

Aus der Verbindung der Selbstspannungszustände $U_r=1$ und $V_i=1$ (Bild 5d u. 5f) erhält man die Beiwerte ζ_{ri} :

$$(33) \quad \zeta_{ri} = 2 \left[-\frac{\delta_{ri}^a \cdot \sin \alpha}{b_i} + \frac{\delta_{ri}^b \cdot \cos \alpha}{a_i} + \left(\frac{\cos \alpha}{b_i} - \frac{\sin \alpha}{a_i} \right) \delta_{ri}^{ab} \right] + \zeta_{ri}^q$$

Die Zusatzglieder ζ_{ri}^q berechnen sich nach (19), wenn darin für $\varrho_i = \frac{2}{F_q} \left(-\frac{\sin \alpha}{b_i} + \frac{\cos \alpha}{a_i} \right)$ gesetzt wird. Bei der Auswertung von ϵ_{ri} und ζ_{ri} ist ebenso wie bei δ_{ri} darauf zu achten, daß für $i=r$ die Stabkräfte von zwei Mastschüssen (λ_r und λ_{r+1}) einzuführen sind.

Da aus (33) hervorgeht, daß die Beiwerte ζ verhältnismäßig klein sind, werden die Gl. (29) zweckmäßig durch Iteration gelöst. Durch Vernachlässigung der Glieder mit V findet man aus dem ersten Gleichungssystem Näherungswerte U , mit denen sich aus dem zweiten System V ergeben, die wiederum in das erste System einzusetzen sind usw.

Sind die Unbekannten gefunden, erhält man damit die Stabkräfte

$$(34) \quad \begin{cases} \text{Diagonalen:} & S_a = H_a^0 S_a + \sin \alpha \sum U_i S_{ai} - \frac{2}{b_i} \sum V_i S_{ai} \\ & S_b = H_b^0 S_b - \cos \alpha \sum U_i S_{bi} - \frac{2}{a_i} \sum V_i S_{bi} \\ \text{Stiele:} & S = H_a^0 S_a + H_b^0 S_b + \sum U_i (S_{ai} \cdot \sin \alpha - S_{bi} \cdot \cos \alpha) \\ & \quad - 2 \sum V_i \left(\frac{S_{ai}}{b_i} + \frac{S_{bi}}{a_i} \right) \end{cases}$$

und die Diagonalkräfte der Querverbände

$$(35) \quad \begin{cases} X_0 = -\frac{1}{\lambda_1} \cdot U_1 \\ X_1 = \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right) U_1 - \frac{1}{\lambda_2} \cdot U_2 \dots r=2 \text{ bis } n-1 \\ X_r = -\frac{1}{\lambda_r} \cdot U_{r-1} + \left(\frac{1}{\lambda_r} + \frac{1}{\lambda_{r+1}} \right) U_r \\ \quad - \frac{1}{\lambda_{r+1}} \cdot U_{r+1} \dots r=2 \text{ bis } n-1. \end{cases}$$

Auf die Bestimmung der Y kann man verzichten — wenn nicht die Biegebeanspruchung der Riegel berechnet werden soll —, da die im Schuß r wirkenden Drehmomente M_r^s unmittelbar aus den V ermittelt werden können:

$$(36) \quad \begin{cases} M_1^s = -\frac{\mu_{1,0} V_1}{\lambda_1} \\ M_r^s = \frac{1}{\lambda_r} (\mu_{r-1,r} V_{r-1} - \mu_{r,r-1} V_r) \dots r=2 \text{ bis } n. \end{cases}$$

Beim quadratischen Mast mit gleich ausgebildeten Seitenwänden und Querverbänden mit Diagonalen vereinfacht sich die Berechnung. Da die Beiwerte $\zeta=0$ sind, zerfallen die simultanen Gl. (29) in zwei unabhängige Systeme. Für $H_a^0 = H_b^0 = \frac{1}{2 a_0}$ wird bei Vernachlässigung der geringen Formänderung δ_{r0}^q des Querverbandes in der Ebene von M_d das erste Gleichungssystem homogen; somit sind die Un-

bekanntes $U' = 0$. Das zweite System liefert die V' ; daraus erhält man mit den angenommenen H_a^0 aus (34) die endgültigen Stabkräfte und aus (36) die Drehmomente der Stiele. Die Diagonalkräfte der Querverbände aber können aus (35) nur mit den Unbekannten U berechnet werden, die den tatsächlichen Wandkräften H_a^0 und H_b^0 entsprechen.

III. Quadratischer Mast ohne Zwischenquerverbände.

1. Genaue Berechnung.

Wenn beim quadratischen Rohrgittermast auf die Anordnung von Zwischenquerverbänden mit Diagonalen verzichtet wird, tritt die durch die steifen Anschlüsse der Diagonalen bedingte Rahmenwirkung der Wände an die Stelle dieser Verbände. Diese nimmt bei gleichbleibendem Querschnitt der Ausfachungsstäbe mit wachsender Wandbreite ab. Die Rahmenwirkung der Wände kann man durch die Wirkung von Einzelrahmen ersetzen, deren Riegel aus zwei aufeinander folgenden Diagonalen und dem eingeschlossenen Stielstück (Bild 7a) gebildet werden. In Bild 7b ist die dem Belastungszustand $X_r = 1$ (vgl. Bild 5a) entsprechende Belastung eines solchen Riegels im Aufriß und Grundriß eingetragen, wobei im Aufriß die Momente durch ihre Vektoren dargestellt sind.

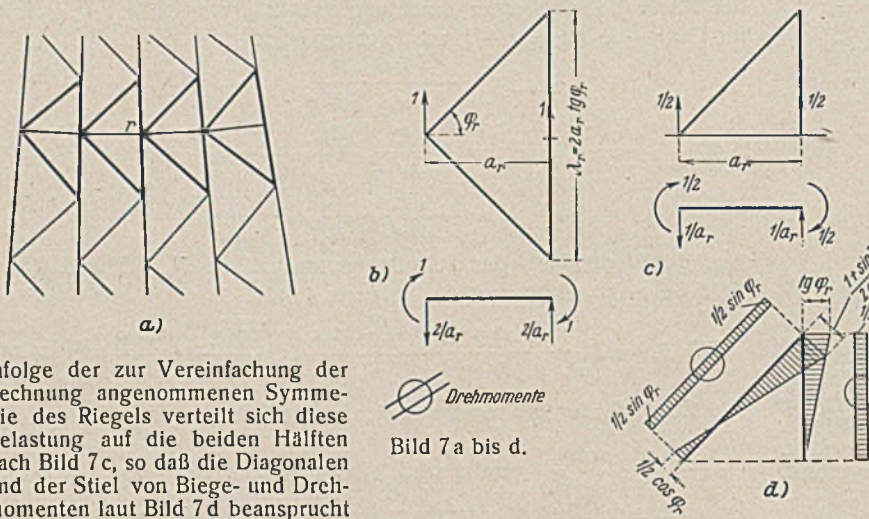


Bild 7 a bis d.

Infolge der zur Vereinfachung der Rechnung angenommenen Symmetrie des Riegels verteilt sich diese Belastung auf die beiden Hälften nach Bild 7c, so daß die Diagonalen und der Stiel von Biege- und Drehmomenten laut Bild 7d beansprucht werden. Daraus findet man in bekannter Weise mit den Bezeichnungen J_q und J_d' für Trägheitsmoment und Verdrillungswiderstand der Diagonalen die Werte

$$(37) \quad \varrho_i = a_i \left[\frac{1 + 3 \cdot \sin^4 \varphi_i}{3 J_q \cdot \cos^3 \varphi_i} + \frac{4 \cdot \operatorname{tg}^3 \varphi_i}{3 J} + \frac{E}{G} \left(\frac{\sin \varphi_i \cdot \operatorname{tg} \varphi_i}{J_d'} + \frac{\operatorname{tg} \varphi_i}{J_d} \right) \right],$$

womit die von der Formänderung der gedachten Querrahmen herrührenden δ_{ri}^q und δ_{ro}^q zu den Belwerten δ_{ri} und Belastungsgrößen δ_{ro} der Unbekannten U nach (19a) berechnet werden. Beim Querverband in der Ebene des angreifenden Moments ist mit der Riegelänge a_0 der entsprechende Ausdruck

$$(37a) \quad \varrho_0 = \frac{2 a_0}{3 J_{oq}}$$

$Y_r = 1$ entspricht der in Bild 5c u. 5d dargestellte Belastungszustand. Die zugehörige Belastung eines gedachten Querriegels ist halb so groß wie beim Belastungszustand $X_r = 1$ (Bild 7b). Demnach können die Zusatzglieder ε_{ri}^q zu den Beiwerten ε_{ri} der Unbekannten V auch nach (19a) ermittelt werden, für ϱ_i ist aber ein Viertel des Wertes nach (37) einzusetzen.

Die weitere Rechnung stimmt mit dem genauen Berechnungsverfahren rechteckiger Stahlrohrgittermaste überein.

Wie bereits erwähnt, zerfallen beim quadratischen Mast die simultanen Gleichungssysteme (29) in zwei unabhängige Systeme. Die genaue Untersuchung solcher Mastformen bereitet somit keine besonderen Schwierigkeiten, wenn sie auch infolge der großen Anzahl von Diagonalen bzw. gedachten Querrahmen zeitraubend ist. Man kann sie dadurch vereinfachen, daß man zwei oder mehr aufeinanderfolgende Diagonalenpaare zu einem Rahmenriegel zusammenfaßt, der bei zwei Diagonalenpaaren zwischen ihnen, bei drei Paaren in der Höhe des mittleren anzunehmen ist. Dabei ist es nicht erforderlich, immer gleichviel Diagonalen zusammenzuziehen. Die von den Formänderungen der gedachten Querrahmen herrührenden Zusatzglieder der Beiwerte und Belastungsgrößen in den Elastizitätsgleichungen erhält man, indem man in (19a) für ϱ_i die Summe der je einem Diagonalenpaar entsprechenden Werte nach (37) einführt.

Die genaue Untersuchung zeigt, daß bei solchen quadratischen Masten auch Rahmenmomente X und daher rhombische Querschnittsverformungen auftreten können, was durch angestellte Großversuche³⁾ bestätigt wurde.

³⁾ Die Versuche wurden im Jahre 1937 bei den Mannesmannröhrenwerken in Düsseldorf durchgeführt.

Die Größe dieser Mastverformungen hängt von dem Verhältnis $\kappa = \frac{H_a^0}{H_b^0}$, also von der Eintragsart des Drehmoments ab; sie verschwindet bei starrem Querverband oder $\kappa = 1$.

Die Drehmomente M^s haben ihren Größtwert in der Ebene des angreifenden Moments; im Oberschuß tritt deshalb auch die größte Entlastung der Seitenwände ein.

2. Näherungsrechnung.

Wie beim rechteckigen Rohrgittermast bereits erwähnt wurde, sind beim quadratischen Mast mit Diagonalquerverbänden die Kräfte X und die Momente Y voneinander unabhängig. Bei einem Verhältnis $\kappa = 1$ bleiben die Diagonalen der Zwischenquerverbände spannungslos. Aber auch bei $\kappa \neq 1$ sind ihre Beanspruchungen verhältnismäßig klein, so daß sie in einer Näherungsrechnung vernachlässigt werden können. Dementsprechend kann man beim geschweißten Mast ohne besondere Zwischenverbände die Rahmenmomente $X = 0$ setzen. In beiden Fällen ist der Verband in der Ebene von M_d nach (6) zu berechnen.

Zur Bestimmung der Momente Y kann das Näherungsverfahren aus A 36 dienen, das auf einer Beziehung zwischen den am statisch bestimmten Mast angreifenden Drehmomenten und den zugehörigen Drehwinkeln

$$(38) \quad \psi_k^m = \omega_k^m \sum_0^k M_i^m + \sum_{k+1}^{n-1} \omega_i^m M_i^m$$

fußt, die man als gute Näherung gelten lassen kann. Sie gilt, streng genommen, nur für den prismatischen Mast, wenn die Formänderungen der Stiele verschwinden. Letzteres trifft aber bei der üblichen Ausfachung selbst für den quadratischen Mast nicht ganz zu. Die Abweichungen von den genauen Werten bewegen sich aber in solchen Grenzen, daß die erwähnte Beziehung als Grundlage für eine brauchbare Näherungsrechnung dienen kann.

Das erwähnte Verfahren in A 36 setzt voraus, daß die Querverbände starr sind. Wenn aber, wie es hier der Fall ist, diese — gedachten — Verbände verhältnismäßig weich sind, muß ihre Nachgiebigkeit das Ergebnis der Rechnung beeinflussen. Im folgenden wird deshalb ein Näherungsverfahren angegeben, das auch die Formänderungen der Querverbände berücksichtigt.

Die Näherungsbeziehung (38) für den statisch bestimmten Mast wird als zutreffend angenommen. Die entsprechende Beziehung für die Stiele

$$(39) \quad \psi_k^s = \omega_k^s \sum_0^k M_i^s + \sum_{k+1}^{n-1} \omega_i^s M_i^s$$

ist genau. Bezeichnet

$$(40) \quad \psi_k^r = \omega_k^r M_k^s$$

den Knotendrehwinkel des Rahmens k , der in den Endpunkten durch je ein Moment M_k^s gleichsinnig belastet wird, ω_k^r den gleichen Drehwinkel für die gleichartige Belastung durch $M_k^s = 1$, so lautet die für jeden Rahmen zu erfüllende Formänderungsbedingung

$$(41) \quad \psi_k^s + \psi_k^r = \psi_k^m,$$

die nach Einsatz der Drehwinkel aus (38) u. (40) bei Beachtung der Gleichgewichtsbedingungen

$$(42) \quad 4 M_o^s + M_o^m = M_d \quad 4 M_i^s + M_i^m = 0$$

übergeht in

$$(43) \quad (\omega_k^s + 4 \omega_k^m) \sum_0^k M_i^s + \omega_k^r M_k^s + \sum_{k+1}^{n-1} (\omega_i^s + 4 \omega_i^m) M_i^s = \omega_k^m M_d.$$

Bei starren Querverbänden ist $\omega_k^r = 0$, und man erhält aus (43), wenn zur Abkürzung

$$(44) \quad \omega_k^s + 4 \omega_k^m = \alpha_k$$

bezeichnet wird, die in A 36 durch die Matrix (21) dargestellten Bestimmungsgleichungen⁴⁾, die in geänderter Schreibweise lauten:

$$\alpha_k \sum_0^k M_i^s + \sum_{k+1}^{n-1} \alpha_i M_i^s = \omega_k^m M_d.$$

Daraus ergeben sich in einfacher Weise als Lösungen die im Stielquerschnitt k wirksamen Drehmomente

$$(45) \quad \sum_0^k M_i^s = \frac{\omega_k^m - \omega_{k+1}^m}{\alpha_k - \alpha_{k+1}} \cdot M_d.$$

Die für nachgiebige Zwischenverbände geltenden Gl. (43) lassen sich nicht so leicht auflösen. Es gelingt aber, sie zu einem System dreigliedriger Gleichungen umzuformen. Bezeichnet man

$$(44a) \quad \omega_k^r = \beta_k,$$

so kann man (43) mit Einführung der Abkürzung (44) auch in folgender Form schreiben:

$$(43a) \quad \alpha_k \sum_0^k M_i^s + \beta_k M_k^s + \sum_{k+1}^{n-1} \alpha_i M_i^s = \omega_k^m M_d.$$

⁴⁾ Den Werten α_k entsprechen in A 36 die Beiwerte $l_k \alpha_k'$ bzw. $l_k \alpha_k''$.

Bei der Aufstellung der Gleichung für $k = n - 1$ ist zu beachten, daß $\alpha_n = \beta_n = 0$ ist. Somit lautet diese Gleichung:

$$(43b) \quad \alpha_{n-1} \sum_0^{n-1} M_i^s + \beta_{n-1} M_{n-1}^s = \omega_{n-1}^m M_d.$$

Durch schrittweises Voneinanderabziehen je zweier aufeinanderfolgender Gleichungen, beginnend mit Gl. 0 u. 1, erhält man $n - 1$ Gleichungen

$$(46) \quad (\alpha_k - \alpha_{k+1}) \sum_0^k M_i^s + \beta_k M_k^s - \beta_{k+1} M_{k+1}^s = (\omega_k^m - \omega_{k+1}^m) M_d,$$

wozu noch (43b) kommt. Dividiert man jede dieser Gleichungen durch $(\alpha_k - \alpha_{k+1})$ und zieht nochmals je zwei aufeinanderfolgende Gleichungen voneinander ab, wobei man Gl. 0 unverändert übernimmt, so erhält man bei Beachtung von

$$(47) \quad \sum_0^k M_i^s - \sum_0^{k-1} M_i^s = M_k^s$$

und Einführung von $\sum_0^k M_i^s$ aus (45) das folgende System von dreigliedrigen Gleichungen:

$$(48) \quad \delta_{k-1,k} M_{k-1}^s + \delta_{k,k} M_k^s + \delta_{k+1,k} M_{k+1}^s = \sum_0^k M_i^s - \sum_0^{k-1} M_i^s = M_k^s.$$

Darin sind die Beiwerte durch folgende Ausdrücke gegeben:

$$(49) \quad \left\{ \begin{aligned} \delta_{k-1,k} &= \frac{-\beta_{k-1}}{\alpha_{k-1} - \alpha_k} \\ \delta_{k,k} &= 1 + \beta_k \left(\frac{1}{\alpha_{k-1} - \alpha_k} + \frac{1}{\alpha_k - \alpha_{k+1}} \right) \\ \delta_{k+1,k} &= \frac{-\beta_{k+1}}{\alpha_k - \alpha_{k+1}} \end{aligned} \right.$$

$$(49a) \quad \left\{ \begin{aligned} \delta_{0,0} &= 1 + \frac{\beta_0}{\alpha_0 - \alpha_1} \\ \delta_{n-1,n-1} &= 1 + \beta_{n-1} \left(\frac{1}{\alpha_{n-1}} + \frac{1}{\alpha_{n-2} - \alpha_{n-1}} \right). \end{aligned} \right.$$

Zur Ermittlung der α - und β -Werte werden die Drehwinkel ω^m , ω^s und ω^r benötigt. Der Mastdrehwinkel ω_i^m im Querschnitt i infolge eines in der gleichen Ebene wirkenden Drehmoments l berechnet sich aus

$$(50) \quad \omega_i^m = \frac{\delta_i^a + \delta_i^{ab}}{E a_i^2}.$$

Diese Beziehung folgt aus (12a), wenn man dort $H_a = H_b = \frac{l}{2 a_i}$ einsetzt. Der entsprechende Drehwinkel der Stielrohre ist bei gleichbleibendem Querschnitt

$$(51) \quad \omega_i^s = \frac{l_i}{G J_d}.$$

Wenn in r der Stielquerschnitt wechselt, so lautet die den Drehwinkel liefernde Gleichung nach (28) bzw. (28a)

$$(51a) \quad \left\{ \begin{aligned} \omega_i^s &= \frac{l}{G} \left[\frac{l_i - l_r}{J_d'} + \frac{l_r}{J_d''} \right] \dots \dots \dots i \leq r \\ \omega_i^s &= \frac{l}{G} \cdot \frac{l_i}{J_d''} \dots \dots \dots i \geq r. \end{aligned} \right.$$

Dem Knotendrehwinkel ω_k^r des Rahmens k entspricht (vgl. Bild 5a bis d) die halbe in Bild 7b dargestellte Riegelbelastung; demnach sind auch die zugehörigen Biege- und Drehmomente halb so groß wie in Bild 7d. Ihre Verbindung mit den Riegelmomenten des Belastungszustandes $M_k^s = 1$ — dargestellt in Bild 8a, b — liefert den Drehwinkel

$$(52) \quad \omega_k^r = a_r \left[\frac{l}{E} \left(\frac{1 - 6 \cdot \sin^2 \varphi_k + 4 \cdot \operatorname{tg}^2 \varphi_k}{12 J_q \cdot \cos \varphi_k} + \frac{\operatorname{tg}^3 \varphi_k}{3 J} \right) + \frac{\operatorname{tg} \varphi_k \cdot \sin \varphi_k}{2 G J_d''} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Die Auflösung der Gl. (48) bereitet keine Schwierigkeiten. Mit den Momenten M_i^s erhält man nach (47) schrittweise die in den Stielquerschnitten k wirksamen Drehmomente $\sum_0^k M_i^s$, nach (42) die auf den Mast mit gelenkigen Kanten entfallenden Momente M_k^m und daraus die Stabkräfte

²⁾ Das beschriebene Näherungsverfahren kann auch bei Rahmenmasten angewendet werden. Bezeichnet δ_{kk} die E -fache waagerechte Verschiebung einer Seitenwand in der Höhe des Querrahmens k infolge einer in der gleichen Höhe angreifenden waagerechten Kraft l , so ist für (50) zu setzen $\omega_k^m = \frac{\delta_{kk}}{E a_k^2}$ und für (52) der einfache Ausdruck $\omega_k^r = \frac{a_k}{12 E J_q}$.

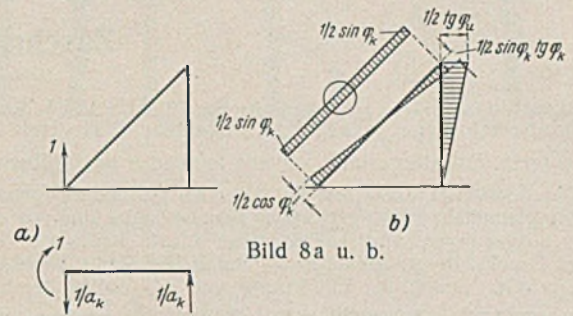


Bild 8a u. b.

$$(53) \quad \left\{ \begin{aligned} \text{Diagonalen:} \quad S &= \frac{1}{2} \sum \frac{M_k^m}{a_k} \cdot S_{ak} \\ \text{Stiele:} \quad S &= \frac{1}{2} \sum \frac{M_k^m}{a_k} (S_{ak} + S_{bk}). \end{aligned} \right.$$

wobei mit S_{ak} bzw. S_{bk} die bereits zur Berechnung der ω_k^m benötigten Stabkräfte bezeichnet werden, die in der Seitenwand a bzw. b entstehen, wenn in ihr in der Höhe des Querverbandes k eine waagerechte Kraft l wirkt, deren Richtung mit der Drehrichtung von M_d übereinstimmt.

Zu den aus den Stieldrehmomenten sich ergebenden Schubspannungen

$$(54) \quad \tau_k = \frac{\sum_0^k M_i^s}{2 W} = \frac{16 D \sum_0^k M_i^s}{(D^4 - d^4)}$$

kommen noch die von den Stielängskräften herrührenden Spannungen σ . Die Sicherheit ist gewährleistet, wenn die Vergleichsspannung

$$(55) \quad \sigma_g = \sqrt{\sigma^2 + 3 \tau^2} \leq \sigma_{zul}$$

ist, wobei noch die Frage offenbleibt, welchen Einfluß die Schubspannung τ auf die Knicksicherheit hat. Bei wechselseitig gleichen Zügen sind die Längskräfte klein, weshalb hier diese Frage keine Rolle spielt; sie hat aber Bedeutung beim Verdrehen durch einseitige Züge im Zusammenwirken mit anderen Belastungsfällen. Dann empfiehlt es sich, in (55) für die Längsspannung $\sigma_k = \omega \sigma$ einzusetzen.

Wie bereits bemerkt wurde, treten die größten Stielmomente in der Ebene des angreifenden Moments auf. Die durch die Zwischenquerrahmen erzeugten entgegengesetzt gerichteten Momente sind verhältnismäßig klein und um so kleiner, je nachgiebiger diese Rahmen sind. Für eine überschlägige Rechnung kann man daher auf die Berücksichtigung der Wirkung dieser Verbände verzichten und nur den Querverband in der Ebene von M_d , der in der Regel als starr angenommen werden kann, in Rechnung stellen. Die auf die Stiele und den statisch bestimmten Mast entfallenden Anteile am Drehmoment berechnen sich dann in einfacher Weise nach (26) und die Stabkräfte aus

$$(53a) \quad \left\{ \begin{aligned} \text{Diagonalen:} \quad S &= \pm \frac{M^m}{2 a_0} \cdot S_a \\ \text{Eckstiele:} \quad S &= \pm \frac{M^m}{2 a_0} (S_a + S_b). \end{aligned} \right.$$

Schlußfolgerungen.

Bei Rechteckmasten aus Winkelprofilen mit mehreren Querverbänden ist die nach der Näherungsrechnung übliche Aufteilung des Drehmoments in die Wandkräfte $H_a^0 = \frac{M_d}{2 b_0}$ und $H_b^0 = \frac{M_d}{2 a_0}$ unrichtig. In der genauen Untersuchung kommt es weniger auf die richtige Bestimmung der Beanspruchungen der Querverbände an — die Diagonalen dieser Verbände müssen in der Regel stärker als erforderlich bemessen werden —, sondern auf die Ermittlung der Stabkräfte der Mastwände. Diese können aus den bezüglichen Werten der Näherungsrechnung und Zusatzkräften, die Unbekannten U' entsprechen, gefunden werden. In den Bestimmungsgleichungen der U' sind die Belastungsglieder nach (23) einzuführen.

Bei quadratischen Masten mit gleich ausgebildeten Seitenwänden ist die übliche Berechnung — abgesehen von sehr niedrigen Masten — praktisch genau. Die Beanspruchung der bei höheren Masten vorzuziehenden Zwischenquerverbände ist gering, so daß ihr Einfluß auf die Wandkräfte ohne Bedenken vernachlässigt werden kann.

Der Verdrehwiderstand der mit offenen Profilen ausgeführten Stiele braucht wegen seiner geringfügigen Wirkung nicht berücksichtigt zu werden.

Geschweißte rechteckige Rohrgittermaste mit mehreren Querverbänden müssen stets genau untersucht werden, bei $\frac{\omega_0^s}{\omega_0^m} = 150$ bis 200 auch mit

Berücksichtigung des Verdrehwiderstandes der Stielrohre. Beim quadratischen Mast ohne besondere Zwischenverbände genügt es, nach einem Näherungsverfahren die Drehmomente, die in der Höhe gedachter Querrahmen an den Stielen und am Mast mit Gelenkverbindungen angreifen, zu bestimmen und daraus die Stabbeanspruchungen zu ermitteln. Brauchbare Überschlagswerte erhält man auch, wenn man nur den Querverband in der Ebene des angreifenden Moments als wirksam betrachtet und diesen als starr annimmt.

Zuschrift an die Schriftleitung.

(Ohne Verantwortung der Schriftleitung.)

Zuschrift zum Aufsatz „Bemerkungen zu DIN 4114, Knick- und Beulvorschriften für Baustahl“, Stahlbau 1941, Heft 8/9, S. 37.

Zu obigem Aufsatz gestatte ich mir folgendes auszuführen:

1. Die Bearbeiter der alten, derzeit noch geltenden Vorschriften zur Bemessung planmäßig mittig gedrückter Baustahlstäbe sind von der idealen Knicklast ausgegangen und haben diese ideale Knicklast — um zur zulässigen Druckkraft zu gelangen — durch die ideale Knicksicherheitszahl ν_{Ki} geteilt. Durch die Einführung von ν_{Ki} sollte der Einfluß der folgenden praktisch unvermeidbaren „Mängel“ (Abweichungen von den idealisierenden Voraussetzungen der Theorie) ausgeglichen werden:

- der nicht ideal mittige Kraftangriff,
- die nicht ideal gerade Stabachse,
- die nicht ideale Homogenität des Baustahls (Schwankungen von E und σ_F bei Druckstäben, die aus einzelnen Walzstählen zusammengesetzt sind),
- die unvermeidbare Unterschreitung des Normwertes E ,
- die unvermeidbare Unterschreitung des Normwertes σ_F (sofern kein Mindestwert gewährleistet wird),
- der Einfluß einer für das Tragvermögen ungünstigen Querschnittsform,
- die unvermeidbare Unterschreitung der genormten Profilabmessungen,
- der unvermeidbare Fehler bei der Ermittlung der Stabkraft,
- der Einfluß der bei der theoretischen Bestimmung der Ausgangswerte zugelassenen Näherungsannahmen.

Mit Rücksicht auf die große Zahl und die Verschiedenartigkeit dieser Mängel ergaben sich bei der Festsetzung der Sicherheitszahl ν_{Ki} einige Schwierigkeiten, was dazu führte, ν_{Ki} von 1,71 bis auf 3,50 ansteigen zu lassen und mit dem Schlankheitsgrad des Stabes durch ein willkürlich angenommenes Gesetz zu verknüpfen. In Erkenntnis dieser Schwierigkeiten ist bei der Bearbeitung der neuen Knickvorschriften DIN 4114 von allem Anfang an angestrebt worden, die ersten sechs der genannten Einflüsse zumindest in groben Zügen schon bei der theoretischen Ermittlung der Ausgangswerte zu berücksichtigen und auf diese Weise funktional richtig zur Geltung zu bringen. Zum Unterschied von früher wird daher bei der Festsetzung der neuen Knickzahlen nicht von einem Idealstab ausgegangen, sondern ein Stab vorausgesetzt, der mit den Mängeln a bis f behaftet ist und in dieser Hinsicht aller Voraussicht nach von keinem der baupraktisch verwendeten Stäbe übertroffen wird; die Einflüsse a, b und c lassen sich hierbei — da Überschneidungen der Stabachse mit der Kraftwirkungslinie nicht zum ungünstigsten Fall führen und daher außer Betracht bleiben — mit hinreichender Annäherung durch den Einfluß beiderseits gleich großer Fehlerhebel ersetzen. Die Sicherheitszahl hat dann nur mehr kleine Resteinflüsse und die unter g, h und i genannten Mängel zu decken; sie ist kleiner als ν_{Ki} und darf, da diese Mängel nur in verhältnismäßig geringem Maße durch die Kenngrößen des Stabes beeinflußt werden, als konstante Zahl angesetzt werden.

2. Da alle unsere Vorschriften (vor allem die Vorschriften zur Berechnung der auf Biegung beanspruchten Stäbe) an die klassische Fließhypothese anknüpfen, wurde diese Hypothese — wie schon im 1. Heft der „Erläuterungen“, S. 10, vermerkt worden ist — auch der Traglastberechnung der gedrückten Stäbe zugrunde gelegt. Die Ergebnisse der auf der klassischen Fließhypothese aufgebauten Traglasttheorie stimmen mit den Versuchsergebnissen — im Anschluß an die schon bekannten Versuche wurden im Februar d. J. noch Sonderversuche mit hochglanzpolierten Modellstäben durchgeführt — sehr gut überein. Auf die neuen, über die ersten Ansätze allerdings noch nicht hinausgekommenen Fließhypothesen und die einschlägigen Arbeiten von Fritsche wurde in dem von Fritsche erwähnten 3. Heft der „Erläuterungen“ (Vorschläge zur wirtschaftlichen Bemessung gedrückter Baustahlstäbe, S. 18) ausdrücklich hingewiesen. Die von Fritsche vorgeführte Herleitung der Knickzahlen ist von der in diesen „Erläuterungen“ angegebenen Herleitung im Wesen nur dadurch unterschieden, daß an Stelle der genormten Fließgrenze σ_F ein fiktiver Wert σ_F' eingeführt wird. Für Stäbe der Querschnittsgruppe „a“ setzt Fritsche unmittelbar $\sigma_F' = \sigma_F$; für Stäbe der Querschnittsgruppe „b“ wählt er den erhöhten Wert $\sigma_F' = \sigma_F + \frac{\sigma_F - \sigma_0}{2}$ [in Gl. (5) soll ν statt $\frac{1}{\nu}$ stehen!] und gelangt dementsprechend zu etwas größeren Traglastspannungen.

3. Auf S. 19 des eben genannten 3. Heftes der „Erläuterungen“ wurde ausdrücklich darauf hingewiesen, daß das praktisch unvermeidbare Außer-mittigkeitsmaß bei Stäben mit unsymmetrischen Querschnitten auf die mittlere Kernweite $k_m = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)$ zu beziehen ist. Der im 1. Heft der „Erläuterungen“ untersuchte Stab besitzt einen Rechteckquerschnitt, so daß kein Anlaß vorlag, k durch k_m zu ersetzen.

4. Der „richtige“ Wert des praktisch unvermeidbaren Außer-mittigkeitsmaßes läßt sich — ebenso wie der „richtige“ Wert der zu fordernden Sicherheitszahl — nur auf Grund der Erfahrung festlegen. Bei der Herleitung der neuen Ausgangswerte soll dieses Maß aus einem konstanten, vom Schlankheitsgrad des Stabes unabhängigen Anteil und einem mit dem Schlankheitsgrad anwachsenden Anteil zusammengesetzt werden. Bei einem Stab von gegebener Länge entspricht der erste Anteil den mit der Querschnittshöhe anwachsenden Außer-mittigkeiten.

5. Der Vorschlag, den Fall ungleich großer Angriffshebel p_1, p_2 näherungsweise auf den Fall der beiderseits gleich großen Angriffshebel $p_m = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)$ zurückzuführen, wurde in, allen Veröffentlichungen ausdrücklich an die Voraussetzung gebunden, daß das Hebelverhältnis p_2/p_1 nicht an den Grenzwert (-1) heranrücken darf. So steht schon im Stahlbau 1934, S. 183: „... sofern sich p_2 nicht allzusehr dem Wert $-p_1$ nähert (der Grenzfall $p_2 = -p_1$ führt auf ein Stabilitätsproblem mit Gleichgewichtsverzweigung, das der Verfasser in der Z. ang. Math. 11, 1931, S. 335, Bild 3, erwähnte) ...“. Im Stahlbau 1937, S. 59, wird die im Jahre 1930 abgeleitete, auf der klassischen Fließhypothese aufgebaute Lösung des Grenzfalles $p_2 = -p_1$ geschildert und in gesperrtem Druck vermerkt, daß die zugeordneten Knicklasten grundsätzlich kleiner als die für mittigen Druck geltenden Knicklasten sind; zur Unterstreichung dieses Sachverhalts wurden außerdem noch die Ergebnisse einschlägiger amerikanischer Versuche angeführt.

6. Die Verschreibung von zwei nur geringfügig voneinander verschiedenen Knickzahlen für jede der beiden Baustahlarten dürfte von der Praxis kaum begrüßt werden; auch sie dahingestellt, ob es vom baupolizeilichen Standpunkt empfehlenswert ist, die Verwendung ungünstiger Querschnittsformen durch die Zuordnung kleinerer Knickzahlen zu prämiieren.

7. Die Unterteilung der Querschnittsformen in einzelne Gruppen ist normungstechnisch unzweckmäßig, da sie sprungweise Änderungen der Vorschrift bedingt und daher im Grenzgebiet zu Unzukömmlichkeiten bei der Anwendung führt. Rein formell genügt hier schon die Änderung einer Querschnittsabmessung um den Bruchteil eines Millimeters, um von der einen Gruppe in die andere und damit vom Geltungsbereich der einen Bemessungsformel in den Geltungsbereich der anderen zu gelangen.

E. Chwalla.

Erwiderung.

Zur Zuschrift von Prof. Chwalla bemerke ich folgendes:

Für jeden, der mit den Schwierigkeiten in der Beurteilung der Tragfähigkeit gedrückter Stäbe vertraut ist, erscheint das eine sicher, daß es niemals ein genormtes Berechnungsverfahren geben kann, das in allen Fällen den wirklichen Verhältnissen in voller Schärfe gerecht wird, und infolgedessen wird es immer verschiedene Auffassungen geben. Genau so wie früher der Gleichgewichtswechsel des mittig gedrückten Stabes kann nun die Tragfähigkeit des außermittig gedrückten Stabes aus elastisch-plastischen Werkstoffen nur ein Mittel sein, die Sicherheit zu beurteilen bzw. als Vergleichsmaßstab zu dienen. Ich gebe gerne zu, daß DIN 4114 einen Fortschritt bedeutet, indem sie mehr Umstände aus dem Sicherheitsgrad herausnimmt und in der Rechnung berücksichtigt, im übrigen bleibt aber noch vieles unerfaßt. Ich habe mit meiner Arbeit auch kein anderes Ziel verfolgt, als auf die Schwierigkeiten der rechnerischen Grundlagen hinzuweisen.

Die Einführung von zwei Querschnittsgruppen, denen verschiedene ω -Zahlen zugeordnet werden, erscheint mir auch normenmäßig nicht unmöglich, da die Querschnittsgruppen fest umrissen sind und eine Verwechslung nicht gut möglich ist. Von einer Prämie für ungünstige Querschnittsformen kann man doch wohl nicht sprechen, da jeder Konstrukteur weiß, daß Querschnitte der Gruppe b aus konstruktiven Gründen nicht immer zu vermeiden sind; ohne baulichen Zwang wird man sie bestimmt nicht anwenden. Im übrigen ist bei den Zahlen ν wirklich ein Druckfehler stehengeblieben. Es soll auf Seite 40 heißen: $\frac{1}{\nu_b} = \frac{3}{2}$ bzw.

$\frac{1}{\nu_b} = 1,65$, womit man dann aus Gl. (5) den von Chwalla für die Querschnittsgruppe b angegebenen Wert von $\sigma_F' = \sigma_F + \frac{1}{2}(\sigma_F - \sigma_0)$ bekommt.

J. Fritsche.

INHALT: Berechnung von Hängebrücken nach der Theorie II. Ordnung unter Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der Hänger. — Einfluß der nachgiebigen Hängestangen auf die Berechnung der Hängebrücke. — Zur Berechnung von vierseitigen Fachwerkmasten auf Verdrehen. — Zuschrift an die Schriftleitung.

Verantwortlich für den Inhalt: Professor Dr.-Ing. K. Kippel, Darmstadt.
Verlag: Wilhelm Ernst & Sohn, Verlag für Architektur und technische Wissenschaften, Berlin W 9.
Druck: Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.