

DER STAHLBAU

Schriftleitung:

Dr.-Ing. A. Hertwig, Geh. Regierungsrat, Professor an der Technischen Hochschule Berlin, Berlin-Charlottenburg 2, Technische Hochschule
Fernsprecher: C 1 Steinplatz 0011
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61

Beilage zur Zeitschrift **DIE BAUTECHNIK** Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

7. Jahrgang BERLIN, 19. Januar 1934 Heft 2

Über die Dauerfestigkeit von Stahlstäben mit Walzhaut und Bohrung bei Druckbelastung.

Alle Rechte vorbehalten.

Von Otto Graf, Professor an der Technischen Hochschule Stuttgart.

Die zulässige Druckbeanspruchung gedrungener Stahlstäbe ist nach den Bauvorschriften nur von der Fließgrenze des Werkstoffes abhängig, auch wenn die Druckbeanspruchungen ganz oder teilweise oftmals wiederkehrende sind¹⁾. Es erschien geboten, festzustellen, ob der Widerstand solcher Stäbe gegen oftmals wiederholte Druckbelastungen unter oder über der Fließgrenze liegt, um zu erkunden, ob und inwieweit die zulässige Druckbeanspruchung von der Art der Belastung abhängig erscheint.

Die Versuchskörper waren in der Regel Prismen nach Abb. 1 aus St 37 und St 60, an den Seitenflächen mit Walzhaut, an den Druckflächen sorgfältig bearbeitet. Die Bohrungen sind unter Zufuhr von Seifenwasser mit frisch geschliffenen Spiralbohrern entstanden; die Lochkanten wurden abgegratet.

Die Ergebnisse der Versuche finden sich in der untenstehenden Zahlentafel²⁾.

Hieraus ist zunächst zu entnehmen, daß in den Stäben nach Abb. 1 während 2 Millionen Lastwechseln Risse entstanden sind, wenn

- a) ausgehend von der unteren Lastgrenze $\sigma_u = 1 \text{ kg/cm}^2$ (Spalte 10) die obere Lastgrenze σ_o (Spalte 11)
 - für St 37 (Streckgrenze $\sigma_{S_o} = 27,5 \text{ kg/mm}^2$) mehr als $28,0 \text{ kg/mm}^2$,
 - für St 60 (Streckgrenze $\sigma_{S_o} = 40,3 \text{ kg/mm}^2$) mehr als $30,2 \text{ kg/mm}^2$ betrug,
- b) ausgehend von der Lastgrenze $\sigma_u = \frac{1}{3} \sigma_o$ für St 60 σ_o mehr als 51 kg/mm^2 betrug.

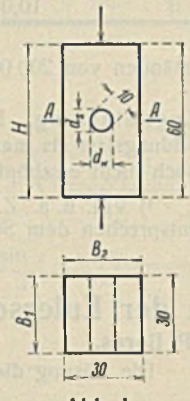


Abb. 1.

Diese Zahlen zeigen, daß die Ribbildung bei Ursprungsbelastung ($\sigma_u = 1 \text{ kg/mm}^2$, also nahe Null) in den Stäben aus St 37 unter Belastungen über der Fließgrenze einsetzte, in den Stäben aus St 60 unter Lasten, welche weit unterhalb der Fließgrenze lagen.

Weiter ergibt sich aus den oben wiedergegebenen Zahlen, daß der Widerstand gegen Ribbildung unter Ursprungsbelastung bei den Stäben aus St 60 nur wenig größer war als bei den Stäben aus St 37.

Abb. 2 gibt sodann die Zahl der Lastwechsel wieder, nach welcher Ribbildung beobachtet worden ist, in Beziehung zu den zugehörigen Lasten.

Wichtig ist hier wieder, daß die Lasten, welche bei gleicher Lastwechselzahl Ribbildung herbeiführten, mit St 60 nur wenig über denen mit St 37 lagen.

Die Risse gingen von den Lochrändern aus (vgl. Abb. 3)³⁾. Hier wird bekanntlich zuerst die Fließgrenze überschritten; unter den gewählten Druckbelastungen waren hier verhältnismäßig hohe bleibende Verformungen eingetreten. Bei Wegnahme der äußeren Druckkraft hindern diese bleibenden Verdrückungen das Zurückgehen der Formänderungen beim Querschnitt A—A (Abb. 1); deshalb entstehen bei Wegnahme der äußeren Last am Lochrand Zuganstressungen. Der Werkstoff am Lochrand wird also bei Körpern nach Abb. 1 unter oftmals wiederkehrender äußerer Drucklast Anstressungen unterworfen, die zwischen Druck und Zug wechseln. Dieser Spannungszustand führt zu den Rissen nach Abb. 3.

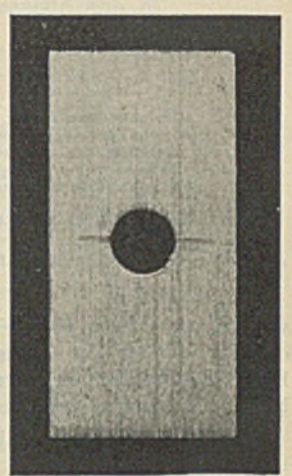


Abb. 3.

Sodann ist wichtig, daß die Schwingungsbreite $\sigma_o - \sigma_u$, welche von St 60 während 2 Millionen Lastwechseln ertragen würde, ohne daß Risse zu erkennen waren, mit hoher ruhender Grundlast ($\sigma_u = \frac{1}{3} \sigma_o$) nicht kleiner, sondern etwas größer ausfiel als mit der sehr kleinen Grundlast $\sigma_u = 1 \text{ kg/mm}^2$, nämlich zu $\sigma_o - \sigma_u = 51 - 17 = 34 \text{ kg/mm}^2$, gegen $\sigma_o - \sigma_u = 30,2 - 1 = 29,2 \text{ kg/mm}^2$.

An dieser Erscheinung dürfte der Umstand beteiligt sein, daß bei höherer Grundlast die bleibenden Verformungen in ein größeres Gebiet neben der Lochwand eindringen; unter σ_u können dann verhältnismäßig kleinere Zugspannungen entstehen.

Schließlich sei auf die in den Spalten 16 bis 22 der Zahlentafel angegebenen bleibenden Änderungen der Durchmesser der Bohrungen sowie der Querschnittsabmessungen, auch der Höhe der Prismen verwiesen. Solange σ_o unter σ_{S_o} blieb, waren naturgemäß nur unerhebliche Änderungen festzustellen. Im übrigen sei auf die Zahlentafel verwiesen.

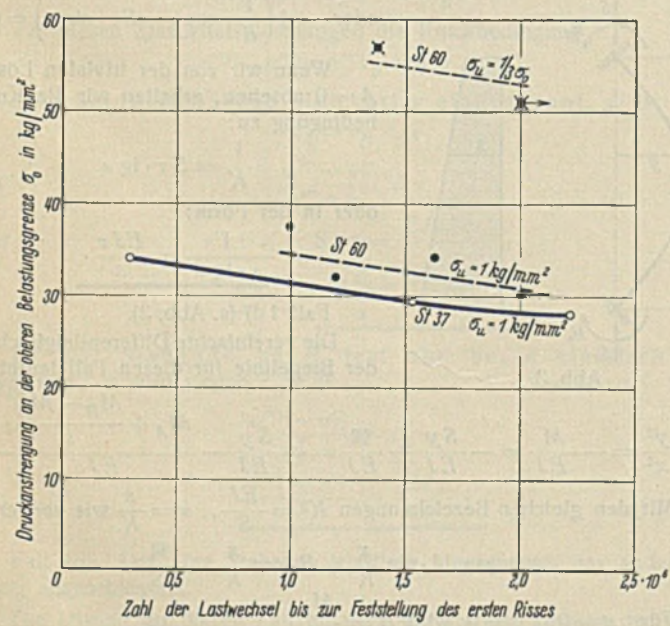


Abb. 2.

¹⁾ Wegen des Verhaltens schlanker Stäbe unter oftmals wiederholter Druckbelastung vgl. St. u. E. 1933, S. 1219.

²⁾ Die Mittel zu diesen Versuchen sind von der Vereinigung von Freunden der Technischen Hochschule Stuttgart bereit gestellt worden. Die Durchführung der Versuche besorgte Herr Ing. Munzinger.

³⁾ Die Sichtfläche ist nachträglich gehobelt worden, um den Rib deutlicher in Erscheinung treten zu lassen.

Zahlentafel.

Versuchsreihe	Probekörper	Stahlsorte	Festigkeitseigenschaften der verwendeten Vierkantstaben bei Zugversuchen nach DIN 1605 1				Dauerdruckversuche mit den Vierkantproben;							
			Obere Streckgrenze σ_{S0} kg/mm ²	Zugfestigkeit σ_B kg/mm ²	Bruchdehnung δ_{10} %	Querschnittsverminderung ψ %	Bezeichnung der Probekörper	Belastung beim Auftreten der ersten Streckfiguren σ_S kg/mm ²	Rechnungsmäßige Druckanstrengung ²⁾ an der unteren Belastungsgrenze		$\frac{\sigma_u}{\sigma_o}$	$\sigma_o - \sigma_u$ kg/mm ²	Zahl der Lastwechsel	
									unteren	oberen			bis zur Feststellung des ersten Risses ³⁾	bis zum Ende des Versuchs
D ₁	Ohne Bohrung	St 37	27,5	37,2	32,1	67	B 37. 1. 1	26,1	1,0	29,0	—	28,0	Keine Risse	448 300
D ₂	Mit Bohrung						B 37. 1. 4		1,0	34,0	—	33,0	296 200	529 500
							B 37. 1. 2		1,0	29,4	—	28,4	1 529 300	2 009 000
							B 37. 1. 3		1,0	28,0	—	27,0	2 218 000	2 218 000
D ₃	Ohne Bohrung	St 60	40,3	66,6	18,4	38	B 60. 1. 1	41,6	1,0	46,0	—	45,0	Keine Risse	1 976 500
							B 60. 1. 2		1,0	46,0	—	45,0	" "	420 600
D ₄	Mit Bohrung						B 60. 1. 3		1,0	46,0	—	45,0	1 474 700 ¹⁾	1 474 700
							B 60. 1. 4		1,0	37,5	—	36,5	997 100	2 706 150
							B 60. 1. 6		1,0	34,2	—	33,2	1 627 500	1 938 800
							B 60. 1. 7		1,0	32,0	—	31,0	1 195 800	1 448 700
							B 60. 1. 5		1,0	30,2	—	29,2	Keine Risse	2 011 000
D ₅							B 60. 1. 10		19,0	57,0	1:3	38	1 377 500	1 473 700
							B 60. 1. 12		17,0	51,0	1:3	34	Keine Risse	2 010 000
							B 60. 1. 9		10,0	44,0	1:4,4	34	" "	1 334 600
							B 60. 1. 8		10,0	40,0	1:4	30	" "	2 002 000

¹⁾ Vorher nicht beobachtet. — ²⁾ Im Querschnitt A—A.
³⁾ Risse vom Lochrand ausgehend. Beobachtung der Proben in Abständen von 200 000 bis 570 000 Lastwechseln.

Praktisch wichtig ist der Vergleich der Größen der Schwingungswreiten $\sigma_o - \sigma_u$, welche bei Zugbelastungen bis zur Ribbildung ertragen werden (zur Zeit bei St 37 im Mittel 18 kg/mm², bei St 52 im Mittel 21 kg/mm²) mit den hier für Druckbelastungen ermittelten. Man erkennt, daß der Widerstand bei Druckbelastung viel höher ausfiel als bei

Zugbelastung. Dazu kommt, daß bei den Druckversuchen die Ribbildungslast als maßgebend angesehen wurde. Die Tragfähigkeit ist dabei noch nicht erschöpft.

⁴⁾ Vgl. u. a. Z. d. Vdl 1932, S. 438 u. f. Die obengenannten Werte entsprechen dem Stand vom Ende 1933.

Alle Rechte vorbehalten.

Verallgemeinerte Grundformeln der Eulerschen Knickfälle.

Von Dr.-Ing. P. Boros.

Die volle Einspannung der Stabenden ist nie zu verwirklichen. Wir haben immer einen mehr oder weniger federnden Anschluß, welcher Umstand die Tragfähigkeit wesentlich beeinflußt. Es wird ein einfaches Verfahren angegeben, das die Berücksichtigung der Verdrehung der Auflagerquerschnitte ermöglicht. Es wird angegeben, wie dieses Verfahren oberhalb und unterhalb der Proportionalitätsgrenze anzuwenden ist.

Die vier bekannten Eulerschen Grundformeln können in der Form $P_{krit} = \frac{\alpha^2 EJ}{s^2}$ oder in der Form $P_{krit} = \frac{\pi^2 EJ}{(\frac{\pi}{\alpha} \cdot s)^2} = \frac{\pi^2 EJ}{s'^2}$ dargestellt werden, wo α einen von der Stützungsart der Stabenden abhängigen Wert darstellt. s' ist der Abstand der Wendepunkte oder diejenige Knicklänge, mit welcher die Berechnung des Stabes auf den Fall gelenkig gelagerter Stabenden zurückgeführt werden kann.

Für die vier Euler-Fälle sind in nachstehender Abb. 1 die Werte α und s' angegeben.

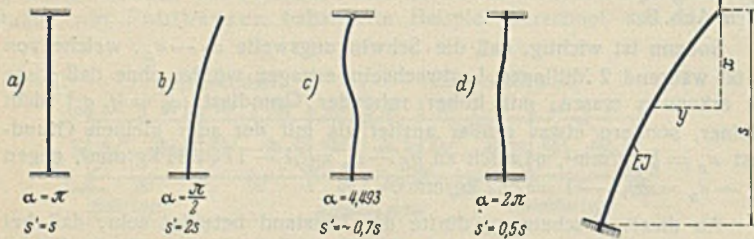


Abb. 1.

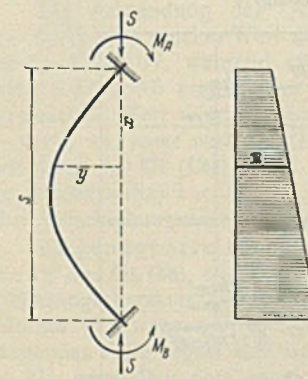


Abb. 2.

Sind die Stabenden nicht fest, sondern elastisch eingespannt, so lassen sich die Knickbedingungen der entsprechenden Fälle wie folgt ableiten:

Fall 1 b) (s. Abb. 2).

Die vereinfachte Gleichung der elastischen Linie lautet¹⁾:

$$\frac{dy^2}{dx^2} = -\frac{M}{EJ} = -\frac{Sy}{EJ}$$

oder mit der Bezeichnung

$$K^2 = \frac{EJ}{S} \quad K^2 \cdot \frac{dy^2}{dx^2} = -y.$$

¹⁾ Siehe auch: Boros, „Der Brückenbau“, 1921, Heft 17, 18 u. 19, ferner „Ztrbl. d. Bauv.“, 1926.

Die Lösung dieser Gleichung ist:

$$y = A \cdot \sin \frac{x}{K} + B \cdot \cos \frac{x}{K},$$

wo aus der Randbedingung $x = 0, y = 0$ sich $B = 0$ ergibt.

Verdreht sich der Auflagerquerschnitt unter Wirkung des Einspannungsmomentes $M_E = 1$ um den Winkel τ , so besteht zur Bestimmung der Integrationskonstante A mit der Bezeichnung $\alpha = \frac{s}{K}$ für $x = s$ die Beziehung:

$$\frac{dy}{dx} \Big|_{x=s} = S y \tau = \frac{A}{K} \cdot \cos \alpha = S \tau A \cdot \sin \alpha$$

$$\text{oder } A \left(\frac{1}{K} \cdot \cos \alpha - S \tau \cdot \sin \alpha \right) = 0.$$

Wenn wir von der trivialen Lösung $A = 0$ absehen, erhalten wir die Knickbedingung zu:

$$\frac{1}{K} = S \tau \cdot \text{tg } \alpha$$

oder in der Form:

$$\frac{1}{\alpha \cdot \text{tg } \alpha} = \frac{EJ \tau}{s}$$

Fall 1 d) (s. Abb. 3).

Die vereinfachte Differentialgleichung der Biegelinie für diesen Fall lautet:

$$\frac{d^2 y^2}{dx^2} = -\frac{M}{EJ} = -\frac{Sy}{EJ} \quad \text{oder} \quad \frac{d^2 y^2}{dx^2} = -\frac{Sy}{EJ} - \frac{M_A + \frac{M_B - M_A}{s} \cdot x}{EJ}$$

Mit den gleichen Bezeichnungen $K^2 = \frac{EJ}{S}$, $\alpha = \frac{s}{K}$ wie vor, ergibt sich:

$$y = A \cdot \sin \frac{x}{K} + B \cdot \cos \frac{x}{K} - \frac{M_A}{S}$$

Für $x = 0, y = 0$ wird $B = \frac{M_A}{S}$

und für $x = s, y = 0, A = \frac{1}{S} \left[\frac{M_B}{\sin \alpha} - M_A \cdot \text{ctg } \alpha \right]$,

16	17	18	19	20	21	22
$n = \text{rd. } 340 \text{ Lastwechsel/min}$						
Bleibende Formänderungen ermittelt am Ende des Versuchs bei						
B_1 an den Enden der Proben mm	B_2 mm	B_1 Querschnitt A-A mm	B_2 mm	d_w mm	d_S mm	H mm
+ 0,23	+ 0,29	+ 0,41	+ 0,44	—	—	— 1,5
0	0	+ 0,40	+ 0,84	+ 0,49	— 1,01	— 1,1
+ 0,005	+ 0,02	+ 0,18	+ 0,44	+ 0,21	— 0,42	— 0,5
0	0	+ 0,07	+ 0,22	+ 0,10	— 0,24	— 0,2
—	—	—	—	—	—	—
+ 0,18	+ 0,18	+ 0,22	+ 0,21	—	—	— 0,9
+ 0,01	+ 0,02	+ 0,11	+ 0,21	+ 0,03	— 0,25	— 0,2
—	—	0	— 0,01	0	— 0,01	0
—	—	—	—	+ 0,01	0	0
0	0	0	0	0	0	0
—	—	+ 0,33	+ 0,45	+ 0,19	— 0,68	— 0,8
+ 0,02	+ 0,025	+ 0,24	+ 0,31	+ 0,15	— 0,33	— 0,35
—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—

(Fortsetzung der Zahlentafel von S. 10.)

hieraus
$$y = \frac{\sin x}{K} \left[\frac{M_B}{\sin \alpha} - M_A \cdot \text{ctg } \alpha \right] + \frac{M_A}{S} \cdot \cos \frac{x}{K} - \frac{M}{S}$$

und für $x=0$ die Verdrehung des Stabendes bei a)

$$\frac{dy}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{M_A}{Ss} (1 - \alpha \cdot \text{ctg } \alpha) + \frac{M_B}{Ss} \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} - 1 \right).$$

Bezeichnen wir weiter:

$$1 - \alpha \cdot \text{ctg } \alpha = \nu' \quad \frac{\alpha}{\sin \alpha} - 1 = \nu''$$

$$\frac{1 - \alpha \cdot \text{ctg } \alpha}{Ss} = \psi' \quad \frac{\frac{\alpha}{\sin \alpha} - 1}{Ss} = \psi''$$

so wird mit der Bezeichnung τ_A für den Verdrehungswinkel unter Wirkung des Einspannungsmomentes $M_A = 1$

$$\frac{dy}{dx} = \tau_A M_A = M_A \psi' + M_B \psi''.$$

Analog wird für die Verdrehung des Stabendes bei B:

$$M_B \tau_B = M_A \psi'' + M_B \psi'$$

und aus diesen Elastizitätsgleichungen die Knickbedingung:

$$\psi''^2 - \psi'^2 = \psi'' \tau_B - \psi' \tau_A.$$

Sind beide Stabenden gleichartig eingespannt, so ist

$$\tau_A = \tau_B = \tau$$

und

$$\frac{\psi''^2 - \psi'^2}{\psi'' - \psi'} = \tau$$

oder

$$\nu'' + \nu' = Ss\tau = \frac{EJ\alpha^2\tau}{s}$$

$$\frac{\nu'' + \nu'}{\alpha^2} = \frac{\text{tg } \frac{1}{2} \alpha}{\alpha} = \frac{EJ\tau}{s}$$

Ist das Stabende bei B fest und bei A elastisch eingespannt, so wird wegen $\tau_B = 0$

$$\frac{\psi''^2 - \psi'^2}{\psi'} = \tau_A = \tau$$

oder

$$\frac{\nu''^2 - \nu'^2}{\nu' \alpha^2} = \frac{EJ\tau}{s}$$

Fall 1c). Das eine Stabende elastisch eingespannt, das andere gelenkig angeschlossen.

Die Lösung für diesen Fall erhalten wir aus der zweiten der vorher abgeleiteten Elastizitätsgleichungen, indem wir $M_A = 0$ und $\tau_B = \tau$ setzen.

$$M_B (\psi' - \tau) = 0.$$

Sehen wir von der trivialen Lösung $M_B = 0$ ab, so lautet die Knickbedingung: $\psi' = \tau$,
woraus
$$\frac{\nu'}{\alpha^2} = \frac{EJ\tau}{s}$$

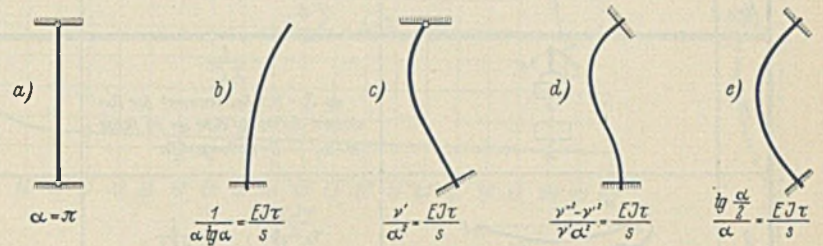


Abb. 4.

Zur Bestimmung der unbekannt Winkel α erhalten wir somit für die in Abb. 1 dargestellten Knickfälle die in Abb. 4 angegebenen Bedingungen:

Wir haben somit für die verschiedenen Befestigungsweisen der Stabenden verschiedene Gleichungen, deren linke Seite eine α -Funktion ist und deren rechte Seite Konstruktionskonstanten enthält.

(Für beliebige Verhältnisse der Einheitsdrehwinkel $\frac{\tau_A}{\tau_B} = v$ ist die allgemeine Form der Knickbedingung für den an beiden Enden eingespannten Stab

$$\frac{\nu''^2 - \nu'^2}{(\nu'' - \nu'v)\alpha^2} = \frac{EJ\tau_B}{s}.)$$

Die in Abb. 1 dargestellten Euler-Werte sind Grenzwerte für die Winkel α , innerhalb welcher sich diese Werte gemäß den Beziehungen der Abb. 4 bewegen können.

Diese Grenzwerte betragen:

- für Fall 4b) 0 bis $\frac{\pi}{2}$ (Kurvenbild Abb. 5)
- für Fall 4c) π bis 4,493 (Kurvenbild Abb. 6)
- für Fall 4d) 4,493 bis 2π (Kurvenbild Abb. 7)
- für Fall 4e) π bis 2π (Kurvenbild Abb. 8).

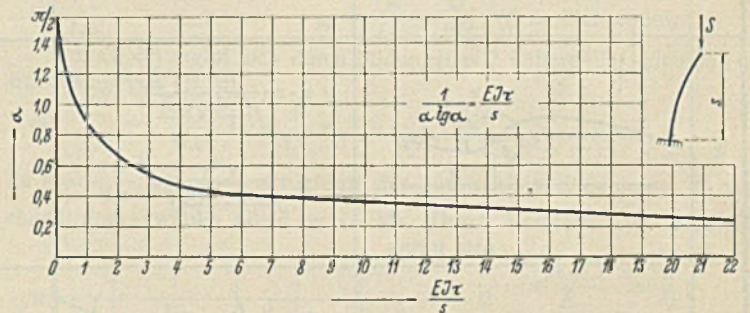


Abb. 5.

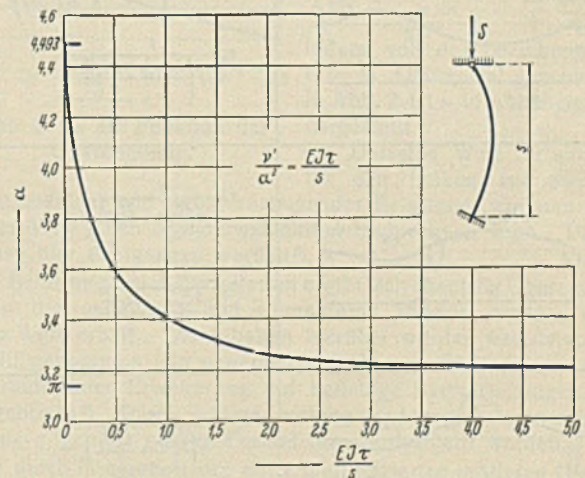


Abb. 6.

Innerhalb dieser Grenzen sind die Abhängigkeitsbeziehungen zwischen α und den Werten $\frac{EJ\tau}{s}$ in den befolgenden Kurven Abb. 5 bis 8 dargestellt, so daß man aus diesen in der Lage ist, für beliebige Werte $\frac{EJ\tau}{s}$ den zugehörigen α -Wert und hieraus die freie Knicklänge $s' = s \frac{\pi}{\alpha}$ zu finden.

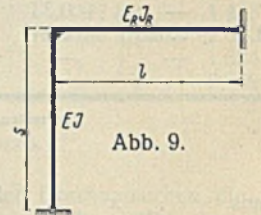
Lfd. Nr.:	Belastungsbild	Winkel τ für $M=1$	Anwendungs-Beispiele
1		$\tau = \frac{1}{J_r C}$ wo J_r = Trägheitsmoment der Fundament-Aufstandsfläche um die Achse $x-x'$; C = Bettungsziffer	
2		$\tau_a = \frac{l}{3EJ}; \tau_b = \frac{l}{6EJ}$	
3		$\tau_a = \frac{l}{4EJ}$	
4		$\tau_a = \tau_b = \frac{l}{2EJ}$	
5		$\tau_a = \frac{l_1}{3E_1J_1} \left(1 - \frac{1}{4} \frac{l_2 E_1 J_1}{l_1 E_2 J_2} \right)$ $\tau_b = \frac{1}{6} \left(\frac{E_2 J_2}{l_2} + \frac{E_1 J_1}{l_1} \right)$ $\tau_c = \frac{1}{12} \left(\frac{E_2 J_2}{l_2} + \frac{E_1 J_1}{l_1} \right)$	
6		$\tau_a = \tau_c = \frac{1}{6} \left(\frac{E_2 J_2}{l_2} + \frac{E_1 J_1}{l_1} \right)$ $\tau_b = \frac{1}{3} \left(\frac{E_2 J_2}{l_2} + \frac{E_1 J_1}{l_1} \right)$	
7		$\tau_a = \frac{l_1}{3E_1J_1} \left(1 - \frac{1}{4} \frac{l_2 E_1 J_1}{l_1 E_2 J_2} \right)$ $\tau_b = \frac{1}{2} \left(\frac{4E_2 J_2}{l_2} + \frac{3E_1 J_1}{l_1} \right)$	
8		$\tau_a = \frac{1}{2} \left(\frac{4E_2 J_2}{l_2} + \frac{3E_1 J_1}{l_1} \right)$ $\tau_b = \frac{1}{4E_2 J_2} + \frac{3E_1 J_1}{l_1}$	
9		$\tau_b = \frac{1}{4} \left(\frac{E_2 J_2}{l_2} + \frac{E_1 J_1}{l_1} \right)$	
10		Unbegrenzte Felderzahl, $EJ = \text{konstant}$ $\tau = \frac{l}{4EJ}$	

Im Gültigkeitsbereiche des Proportionalitätsgesetzes erhält man dann die kritische Last zu

$$P_{\text{krit}} = \frac{\pi^2 EJ}{s'^2}$$

und ist auch in der Lage, mit dem ω -Verfahren (falls nicht anders lautende amtliche Bestimmungen eine andere Behandlungsart vorschreiben) auch außerhalb der Proportionalitätsgrenze die zulässige Knickspannung festzustellen, indem man den Schlankheitsgrad des Stabes aus der freien Knicklänge zu $\frac{s'}{l}$ im Stahlbau oder $\frac{s'}{h}$ im Eisenbetonbau bestimmt.

Zur Berechnung der Einheitsdrehwinkel τ sind einige Formeln für einfache Fälle in der nebenstehenden Tafel angeschrieben.



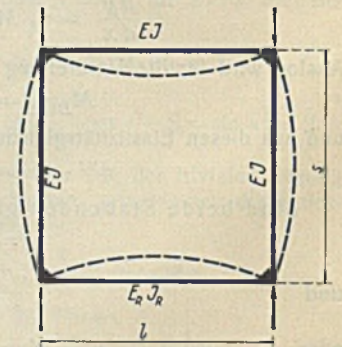
Ist zum Beispiel ein einhüftiger Zweigelenkrahmen (Abb. 9) auf Knickung in der Zeichenebene zu untersuchen, so ist gemäß Fall 2 der Tafel

$$\frac{EJ\tau}{s} = \frac{EJ}{s} \cdot \frac{l}{3E_R J_R}$$

Ist beispielsweise

$$\frac{EJ}{s} \cdot \frac{l}{3E_R J_R} = 1,$$

so finden wir in Kurvenbild 6: $\alpha \approx 3,41$.



Für den Fall des geschlossenen Viereckrahmens (Abb. 10) finden wir aus Fall 4 der Tafel

$$\frac{EJ\tau}{s} = \frac{EJ}{s} \cdot \frac{l}{2E_R J_R};$$

für $l = s$ und $EJ = E_R J_R$ wäre

$$\frac{EJ\tau}{s} = \frac{1}{2},$$

woraus nach Kurvenbild 8: $\alpha \approx 4,06$ und die Knicklast für Spannungen im elastischen Bereich

$$P_{\text{krit}} \approx \frac{(4,06)^2 EJ}{s^2} \approx \frac{16,5 EJ}{s^2}$$

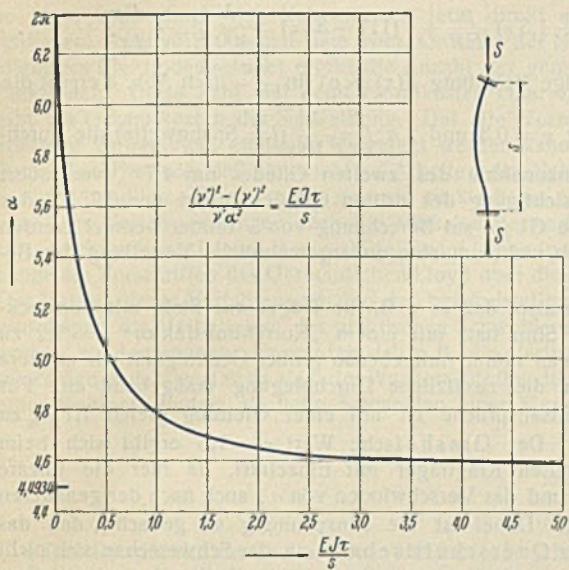


Abb. 7.

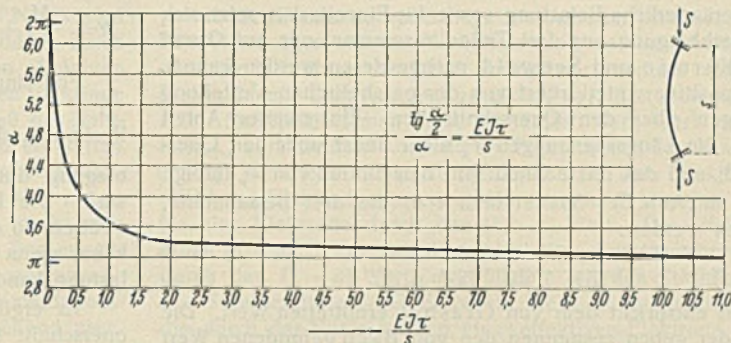


Abb. 8.

Abb. 11.

Die vorhergehende Zusammenstellung einiger Einheitsdrehwinkel τ hat natürlich keinesfalls Anspruch auf Vollständigkeit. Sie soll dem entwerfenden Ingenieur nur zur Anleitung dienen und insbesondere auch zeigen, wie im gegebenen Falle zur Bestimmung der Größtwerte der α -Winkel die Momente $M=1$ mit wechselnden Vorzeichen anzubringen sind.

Ebenso wie die Tafel der τ -Werte können auch die Kurvenbilder 5 bis 8 für beliebige Verhältniszahlen $\frac{\tau_A}{\tau_B} = v$ zur Untersuchung des an beiden Enden elastisch eingespannten Stabes erweitert werden.

Wir sehen aber auch schon aus den in 5 bis 8 gezeichneten Bildern, daß die α -Winkel schon für kleine Werte $\frac{EJs}{s}$ eine rasche Abnahme zeigen, so daß die Prüfung des Einspannungsgrades fast in sämtlichen Fällen der Baupraxis, falls nicht gelenkiger Anschluß angenommen wird, als nötig erscheint.

Weiter ist gemäß Kurvenbild 5 als Besonderheit zu beachten, daß die in die Berechnung einzuführende freie Stablänge bei Fall 4b) auch wesentlich größer als die doppelte Stablänge $2s$ werden kann, wofür Abb. 11 eine anschauliche Erklärung gibt.

Alle Rechte vorbehalten.

Die tatsächliche Durchbiegung des gebogenen Balkens.

Von Dozent Dr.-Ing. R. Gran Olsson, Techn. Hochschule, Trondheim.

Bei der Berechnung der Formänderung eines gebogenen Balkens wird im allgemeinen von der Annahme ausgegangen, daß die Krümmung dem Biegemoment proportional sei. Die dabei gemachte Vernachlässigung ist jedenfalls für schlanke Stäbe belanglos. Für Balken, wo das Verhältnis $\frac{\text{Höhe}}{\text{Spannweite}}$ nicht mehr ganz klein ist ($> \frac{1}{10}$) pflegt man eine Korrektur durch die Schubspannungen anzubringen.

Für die Berechnung der zusätzlichen Durchbiegung wird die der Schubspannung entsprechende Gleitung γ , d. h. die Änderung des Winkels, den zwei orthogonale Linien vor der Formänderung miteinander bildeten, herangezogen. Die Gleitung ist bekanntlich der Schubspannung τ proportional. Als erste Näherung hätte es nahe gelegen, die der mittleren Schubspannung τ_m proportionale Gleitung γ_m der Berechnung zugrunde zu legen. In der Tat ist man aber einen Weg gegangen, der durch eine umfangreiche Formänderungsbetrachtung den Schein der größeren Berechtigung erhielt. Diese Betrachtungsweise möge hier als bekannt vorausgesetzt werden¹⁾.

Obwohl bereits seit langer Zeit im Sinne der Elastizitätstheorie strenge Untersuchungen vorliegen, scheint die technische Biegelehre sich diese Ergebnisse nicht zunutze gemacht zu haben. So wird z. B. von K. Pearson²⁾ beim einseitig eingespannten Kragträger mit gleichmäßig verteilter Belastung p und schmalem rechteckigem Querschnitt nachgewiesen, daß die Krümmung k den Wert annimmt (Abb. 1):

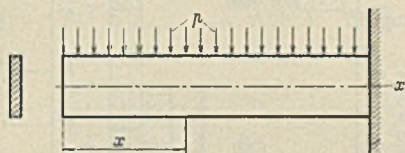


Abb. 1. Definitionsskizze zu Gl. (1).

$$(1) \quad k = \frac{px^2}{2EJ} + \frac{3}{2} \cdot \frac{p}{EF} (1,6 + \nu)$$

wo F = Balkenquerschnitt, J = Trägheitsmoment bezogen auf die waagerechte Schwerachse des Querschnitts, E = Elastizitätsmodul und ν = Querdehnung.

In der obigen Formel entspricht das erste Glied dem Biegemoment und das zweite Glied der Korrektur. In der technischen Biegelehre pflegt man dieses Zusatzglied in folgender Weise zu berücksichtigen. Für die zusätzliche Durchbiegung y_1 wird gesetzt

$$(2) \quad dy_1 = \nu \gamma_m dx$$

¹⁾ A. Föppl, Vorles. über Techn. Mech., 8. Aufl., Bd. III, S. 127, Leipzig 1920.

²⁾ K. Pearson, Quart. Journ. of Math., Bd. 24, S. 63, 1889. Siehe auch z. B. Handb. der Physik, Bd. VI, S. 176, Berlin 1928.

wo γ_m die der durchschnittlichen Schubspannung τ_m entsprechende Gleitung und ν einen noch zu bestimmenden Zahlenwert bedeutet. Es ist also:

$$(3) \quad \gamma_m = \frac{\tau_m}{G} = \frac{Q}{FG} \quad (G = \text{Gleitmodul}).$$

Aus Gl. (2) ergibt sich durch Bildung des 2. Differentialquotienten mit Benutzung von Gl. (3):

$$(4) \quad \frac{d^2 y_1}{dx^2} = \nu \frac{d}{dx} \gamma_m = \frac{\nu}{GF} \cdot \frac{dQ}{dx} = \frac{\nu}{GF} \cdot p$$

da $p = \frac{dQ}{dx}$ ist. $\frac{d^2 y_1}{dx^2}$ ist gleich der zusätzlichen Krümmung, entsprechend dem zweiten Glied in Gl. (1). Durch Vergleich der Ausdrücke ergibt sich:

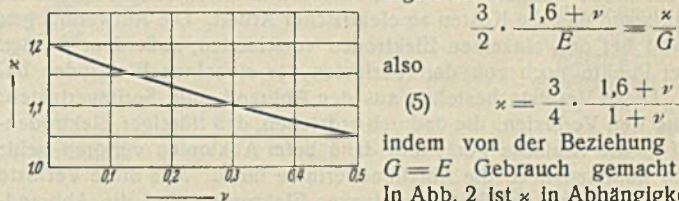


Abb. 2. ν als Funktion der Querdehnung.

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{1,6 + \nu}{E} = \frac{\nu}{G}$$

also

$$(5) \quad \nu = \frac{3}{4} \cdot \frac{1,6 + \nu}{1 + \nu}$$

indem von der Beziehung $2(1 + \nu)G = E$ Gebrauch gemacht wurde. In Abb. 2 ist ν in Abhängigkeit von ν dargestellt.

Derselbe Wert für ν ergibt sich für den Balken auf zwei Stützen bei gleichmäßiger und linear ansteigender Belastung, wie man sofort mit Hilfe der Airy'schen Spannungsfunktion nachrechnen kann. Diese Rechnung mag hier übergangen werden³⁾.

Bei Belastung durch Einzellasten ergibt sich ebenfalls Übereinstimmung zwischen der genaueren und elementaren Theorie, wenn ν den angegebenen Wert erhält. Die Arbeiten hierüber wurden bereits von Filon⁴⁾ in Angriff genommen. In neuerer Zeit haben v. Kármán und Seewald diese Arbeit unter Erweiterung auf beliebige Lastverteilungen zum Abschluß gebracht⁵⁾. Durch richtige Deutung der hier gewonnenen Ergebnisse kann eine allgemein gültige Formel für ν aufgestellt werden.

Die durch Integration der mit ν multiplizierten mittleren Gleitung γ_m gefundene zusätzliche Durchbiegung stellt im allgemeinen nicht die Formänderung allein durch die Schubspannungen dar. Für gleichmäßig ver-

³⁾ Die Ausdrücke für die Spannungsfunktionen findet man z. B. in A. u. L. Föppl, Drang und Zwang, 2. Aufl., Bd. I, §42, Berlin und München 1924.

⁴⁾ L. N. G. Filon, Phil. Trans. (A) Bd. 201, S. 63, 1903.

⁵⁾ Abhandlungen aus dem Aerodynamischen Institut der Techn. Hochsch. Aachen, Heft 7, Berlin 1927. Th. v. Kármán, Über die Grundlagen der Balkentheorie, S. 3. F. Seewald, Die Spannungen und Formänderungen von Balken mit rechteckigem Querschnitt, S. 11.

teilte und linear veränderliche Belastung sowie für Einzellasten setzt sich die zusätzliche Durchbiegung aus drei Teilen zusammen, wie auf Grund der Arbeiten von Kármán und Seewald nachgewiesen werden kann⁶⁾. Der größere und positive Anteil rührt von der parabolischen Verteilung der Schubspannungen über den Querschnitt her. Ein zweiter Anteil kommt daher, daß die Längsspannungen σ_x nicht linear über den Querschnitt verteilt sind, und das letzte Glied gibt den Einfluß von σ_y infolge der Querdehnung an (Abb. 3). Spaltet man κ in die drei Bestandteile, so kann geschrieben werden:

$$\kappa = \frac{3}{2} - \frac{3}{10(1+\nu)} - \frac{3}{4} \cdot \frac{\nu}{1+\nu}$$

Das erste Glied entspricht dem von Grashof ermittelten Wert. Die beiden ersten Glieder geben zusammen den von Bach gefundenen Wert an ($\kappa = 1,2$), der in der Tat $\nu = 0$ entspricht. Durch diese Verbesserung konnte der Einfluß von ν nicht erfaßt werden, weil Bach sich auf die eindimensionale Betrachtung beschränkte. Es zeigt sich aber, daß dieser Einfluß von derselben Größenordnung wie das zweite Glied ist, jedenfalls für Baustoffe mit großen Werten ν wie z. B. Stahl ($\nu = 0,3$).

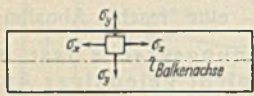


Abb. 3. Normalspannungen im Balken.

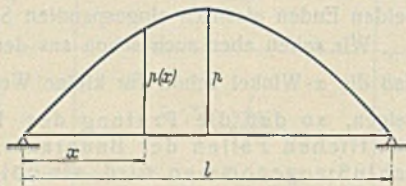


Abb. 4. Sinusförmige Belastung.

Die Arbeiten von v. Kármán und Seewald gestatten auch, den genauen Wert von κ bei beliebiger Belastungsfunktion anzugeben. Die Formel für die Krümmung lautet allgemein (Balkenhöhe $2h$):

⁶⁾ a. a. O. S. 10 u. 29. — ⁷⁾ a. a. O. S. 29 Gl. (13).

$$k = \frac{M}{EJ} + (2,4 + 1,5\nu) \frac{p}{EF} + (111 + 35\nu) \frac{h^2}{1400 EF} \cdot \frac{d^2 p}{dx^2} + \dots$$

Für sinusförmige Belastung $p(x) = p \cdot \sin \frac{\pi x}{l}$ nach Abb. 4 ergibt die Rechnung, daß für $\nu = 0,3$ und $2h:l = \frac{1}{10}$ (l = Spannweite) die Durchbiegung durch Hinzunahme des zweiten Gliedes um 4,7% vergrößert wird. Die Berücksichtigung des dritten Gliedes bringt nur 0,75‰ des zweiten, so daß die Gl. (5) zur Berechnung von κ immer benutzt werden kann, wenn es sich nicht um eine außergewöhnliche Verteilung der Belastung handelt.

Es ergibt sich also, daß es z. B. für Träger aus Stahl mit Rechteckquerschnitt keinen Sinn hat, mit einem „Korrektionsfaktor“ $\kappa = 1,2$ zu rechnen, sondern man nimmt mit ebenso großer Genauigkeit die mittlere Gleitung γ_m als für die zusätzliche Durchbiegung maßgebend an. Für größere Genauigkeitsansprüche ist mit einer Gleitung gleich $1,1 \gamma_m$ zu rechnen ($\nu = 0,3$). Der Grashofsche Wert $\kappa = 1,5$ ergibt sich beim einseitig eingespannten Kragträger mit Einzellast, da hier die lineare Verteilung von σ_x und das Verschwinden von σ_y auch nach der genaueren Theorie erfüllt ist. Dabei ist die Einspannung so gedacht, daß das Flächenelement der Querschnittsebene an der Schwerachse sich nicht dreht.

Vorstehende Betrachtungen gelten streng nur für sehr schmale Rechteckquerschnitte. Eine strengere Untersuchung von St. Venant zeigt aber, daß solange die Balkenhöhe größer als die Breite ist, die Abweichungen vom ebenen Fall geringfügig sind⁸⁾. Für gewalzte Träger mit Stegen und Flanschen wäre im allgemeinen mit einer Gleitung zu rechnen, wie sie der über den Stegquerschnitt gleichmäßig verteilten Schubspannung entspricht, so wie es bereits bei zusammengesetzten Blechträgerprofilen üblich ist.

⁸⁾ Siehe z. B. Handb. der Physik, Bd. VI, S. 174 Gl. (9).

Alle Rechte vorbehalten.

Beurteilung von Elektroden nach wirtschaftlichen Gesichtspunkten.¹⁾

Von Dr.-Ing. Ernst Klosse, Dozent für Schweißtechnik an der Hochschule für angewandte Technik Köthen (Anhalt).

Zunächst muß man Elektroden auf ihre mechanischen Güterwerte hin untersuchen. Erst wenn sie der in DIN 4100 vorgeschriebenen Prüfung standgehalten haben, darf an die Prüfung der wirtschaftlichen Eignung von Elektroden herangegangen werden. Nähere Untersuchungen zeigen, daß tatsächlich die Elektrode viel zur Wirtschaftlichkeit der Schweißungen beiträgt, vor allem deshalb, weil die Elektrode ein Massenartikel ist, sich daher eine geringe Ersparnis an einer Elektrode unter Umständen stark auswirken kann.

Die drei wichtigsten Punkte, die hinsichtlich der Wirtschaftlichkeit von der Elektrode beeinflusst werden, sind die direkten Elektrodenkosten, der Zeitaufwand und die Kosten an elektrischer Arbeit. Die Aufwendungen hierfür sind bei den einzelnen Elektroden verschieden, außerdem werden diese drei Punkte noch von den Verlusten der einzelnen Elektroden beeinflusst. Diese Verluste bestehen aus den Abbrand- und Spritzverlusten; weiter aus den Verlusten, die dadurch entstehen, daß flüssiger Elektrodenwerkstoff in die Schlacke gerät und dann beim Abklopfen verloren geht; schließlich kommen noch die Abfallverluste hinzu. Alle diese Verluste sind jeweils verschieden. Bei den blanken Elektroden sind die Abbrand- und Spritzverluste größer als bei den stark umhüllten, dafür sind aber dort die Elektrodenwerkstoff-Einschlüsse in die Schlacke und damit die Verluste größer als bei den blanken; bei langen Elektroden ist der Abfallverlust kleiner als bei kurzen. Eine genaue Untersuchung dieser Verluste zeigte, daß je nach der Elektrode die Gesamtverluste bei acht untersuchten Elektroden in der Größenordnung von 14 bis 36% liegen. Es handelt sich also um recht beträchtliche Unterschiede, und hieraus erklärt sich auch die verschiedene wirtschaftliche Eignung der einzelnen Elektroden.

Zur Untersuchung dieser Eignung wurde vom Verfasser der Begriff „effektive Elektrode“ gebildet. Es soll hierunter verstanden werden der Werkstoff einer schon niedergeschmolzenen Elektrode in dem gleichen Gewicht, wie sie vor dem Verschweißen hatte. Man erhält dieses Gewicht, indem man die einzelnen Stücke addiert, die dazu notwendig sind, das durch die Verluste verursachte Fehlgewicht wieder auszugleichen. Diese Summe ist eine abnehmende unendliche geometrische Reihe, ihr Wert also $s = \frac{a}{1-q}$, wobei a das Anfangs- (Einkaufs) Gewicht der untersuchten Elektrode, q der Gesamtverlust ist. Hat man Elektroden eines

bestimmten Durchmessers, aber verschiedener Länge zu untersuchen, so muß man die Verlustziffern auf eine bestimmte Länge reduzieren. Unter Berücksichtigung des Einkaufspreises einer Elektrode erhält man auf diese Weise die „effektiven Elektrodenkosten“ für eine Elektrode. Auf den gleichen Gedankengängen fußend, ermittelt man die „effektiven Zeitkosten“ und ebenso die „effektiven Stromkosten“ für eine Elektrode. Die Summe stellt die Gesamtkosten dar. Die Elektrode, die den kleinsten Wert hat, ist in wirtschaftlicher Hinsicht den anderen überlegen. Welche großen Unterschiede dabei entstehen, zeigt Abb. 1, in der die Elektrodenkosten bezogen sind auf eine

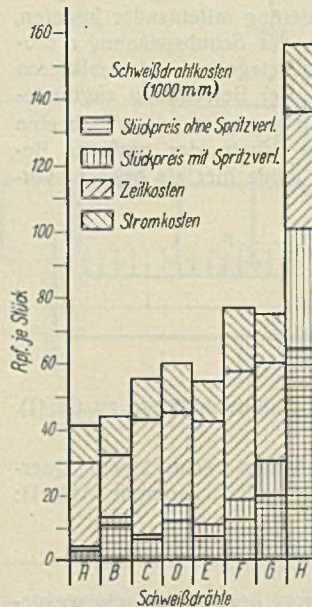


Abb. 1.

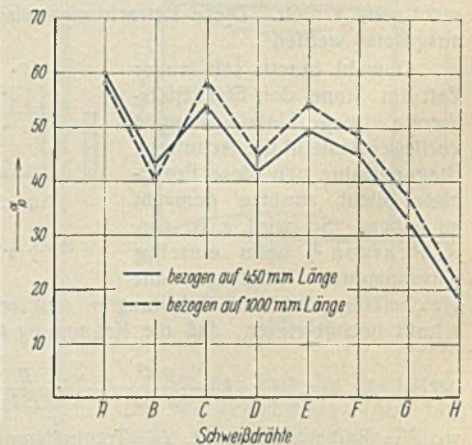


Abb. 2.

Länge von 1000 mm. Abb. 2 zeigt den Prozentanteil der Schweißzeitkosten der acht verschiedenen effektiven Elektroden an den Gesamtkosten. Diese Abbildung zeigt die Ergebnisse bei den Bezugsängen von 450 und 1000 mm Länge. Die Verschiedenheiten ergeben sich dadurch, daß die Elektroden A und B in zwei verschiedenen Längen im Handel sind. Bei der Verwendung dieser Elektroden in großer Länge müssen wegen der kleineren Abfallverluste auch die Gesamtverluste kleiner sein.

Der Begriff „effektive Elektrode“ kann aber auch zu Kalkulationszwecken wertvolle Dienste leisten. Hat man einmal die Gesamtkosten einer effektiven Elektrode von allen verwendeten Durchmessern bestimmt,

¹⁾ Teilauszug aus der Dissertation des Verfassers „Beiträge für die Untersuchung der Eignung von Elektroden für das Lichtbogenschweißen von Stahlbauten unter besonderer Berücksichtigung der Eignung in wirtschaftlicher Hinsicht“, erschienen im Selbstverlage des Verfassers, Dessau, Goethestraße.

so kann man durch das Nahtvolumen jetzt direkt auf die Nahtkosten schließen. Nahtvolumen mal dem spez. Gewicht der Naht dividiert durch effektives Elektrodengewicht ergibt die Anzahl der gebrauchten effektiven Elektroden. Diese Zahl mal den Gesamtkosten einer effektiven Elektrode gibt die Gesamtkosten der Schweißung. Der alte Vorwurf, daß das Nahtvolumen vorher nicht eindeutig festgelegt werden kann, ist zu entkräften durch den Hinweis, daß für wichtige Arbeiten die Nähte möglichst maßhaltig sein sollen. Denn, macht man sie zu stark, so ergeben sich neben unnötigen Verschwendungen auch die stärksten Verwerfungen, macht man sie zu schwach, so ist das Bauwerk gefährdet (siehe in diesem Zusammenhang die Vorschriften des Germanischen Lloyd über die Nahtabmessungen). Der Vorteil dieses Verfahrens ist der, daß bei Aufstellung der Kalkulationsgrundlagen die Verhältnisse des praktischen Schweißens weitgehend nachgeahmt werden können. Es werden sich z. B. die Verluste beim Senkrechtschweißen anders gestalten als beim Waagrechtsschweißen, beim Schweißen einer Kehlnaht anders als beim Schweißen einer Stumpfnah.

In der Praxis ist neuerdings das Arbeiten mit dem Ausnutzungsfaktor beliebt, worunter man das Verhältnis von gesamter Arbeitszeit dividiert durch die reine Schweißzeit versteht. Multipliziert man die reine Schweißzeit einer Elektrode mit dem Ausnutzungsfaktor, so erhält man zunächst die Gesamtzeit. Multipliziert man diese weiter mit dem Wert einer Arbeitssekunde in Rpf., und dividiert man dieses Ergebnis mit dem oben schon genannten $(1 - q)$ -Wert, erhält man die Zeitkosten für eine effektive Elektrode. Die effektiven Elektrodenkosten erhält man durch Division der Einkaufskosten für eine Elektrode durch den $(1 - q)$ -Wert. Die effektiven Stromkosten erhält man durch Division des elektrischen Arbeitsverbrauches in kWh/Stück durch den $(1 - q)$ -Wert, multipliziert mit den Stromkosten in Rpf./kWh. Die Summe dieser drei Endwerte stellt nunmehr die Gesamtkosten dar, die durch das Verschweißen einer effektiven Elektrode verursacht werden. Zur Erleichterung öfterer Ermittlungen aller dieser Werte ist vom Verfasser ein Nomogramm aufgestellt worden für alle Elektroden mit einem Einkaufspreis von 1 bis 10 Rpf./Stück.

Verschiedenes.

Das Rundfunkhaus in London. Während das „Haus des Rundfunks“ in Berlin¹⁾ an der Stadtgrenze auf freiem Gelände als normaler Hochbau bis zu fünf Geschossen errichtet werden konnte, wurde das „Broadcasting House“ in London

hohen Blechträgern über dem größten Konzertraum (Studio 1) nach den Stahlstützen in der Mauer zu übertragen (Abb. 4). Diese Stützen übertragen Lasten von über 1000 t je Stück. Ihre Ausbildung aus vier I-Profilen mit je zwei Gurtplatten und Bindeblechen sowie einem Stoß in Höhe des Fußbodens von Studio 1 geht gleichfalls aus Abb. 4 hervor. Der Schaft dieser Stützen ruht, englischer und amerikanischer Gepflogenheit entsprechend, nicht mittels einer besonderen, angeleiteten oder angeschweißten, umfangreichen Fußkonstruktion auf dem Fundament auf, sondern (im Tiefkeller) auf einfachen, massiven Stahlplatten von großer Stärke. Diese Platten sind fast ohne Bearbeitung und wiegen im vorliegenden Falle bis 7 t je Stück. Sie übertragen ihre Last auf einen Rost von Walzträgern (bis acht Stück) mit Gurtplatten. Der Rost wird nach der Aufstellung mit Beton ausgegossen.

mitten in der Stadt auf denkbar ungünstig geschnittenem Gelände errichtet (Abb. 1). Durch die Straßenzüge am Portland- und Langhamplatz bedingt, entstand ein Hochhaus von neun Geschossen über und drei Geschossen unter der Erde, das sich dem Beschauer wie ein Schiff, gekrönt mit den Gittermasten der Antennen, darbietet (Abb. 2).

Ähnlich wie beim „Haus des Rundfunks“ in Berlin, dient das Londoner Rundfunkhaus in seinen nach außen gelegenen Räumen Verwaltungszwecken für die B. B. C., während die inneren Räume vom Tiefkeller bis zum Dachgeschoß für die technischen Betriebe und Sendungs- und Übungszwecke (Studios) bestimmt sind. Die große Anzahl Studios im englischen Rundfunkhaus erklärt sich aus dem Bestreben der Spezialisierung in der Erzeugung vieler Geräusche und Lautarten, so daß z. B. bei einem Hörspiel sechs bis sieben Studios in Benutzung sind (Abb. 1 u. 3).

Während jedoch die drei großen Sendesäle im Inneren des Berliner Rundfunkhauses in reiner Stahlskelettkonstruktion — allerdings mit 38 cm starken Wänden — ausgeführt sind und einen weiteren Schutz gegen Geräuschübertragung durch die seitlichen Flure erhalten, glaubte der britische Bauherr für den inneren, vollständig freistehenden Kern nicht ohne eine bis 1,37 m starke, massive Mauer als Schallschutz auskommen zu können. Trotzdem mußte Stahl auch in dieses starke Kernmauerwerk in großen Konstruktionsteilen eingebaut werden, um die Lasten aus den 3,23 m

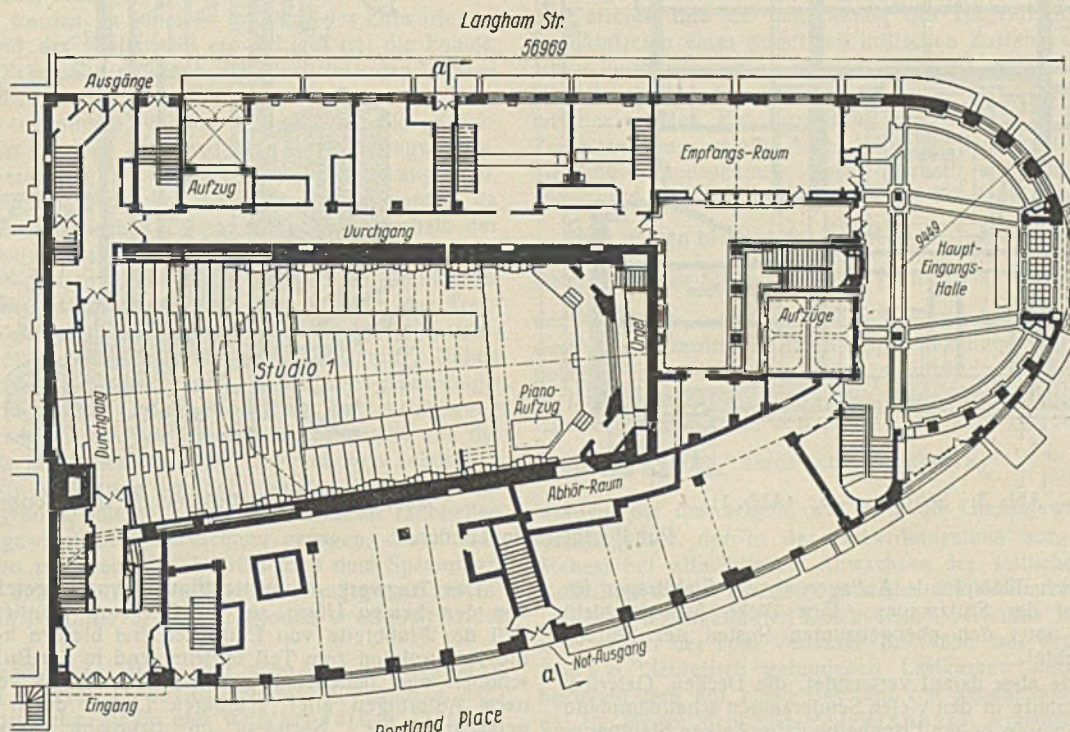


Abb. 1. Erdgeschoß - Grundriß.

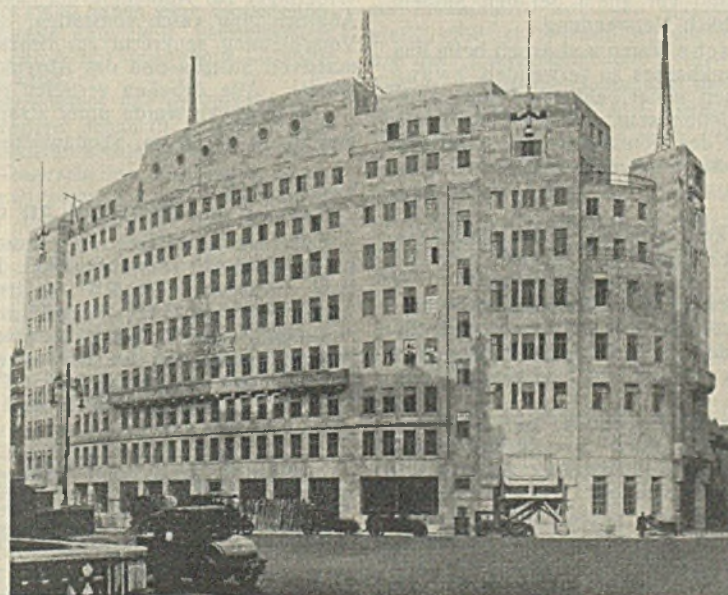


Abb. 2. Ansicht vom Portland Place.

¹⁾ Stahlbau 1931, S. 209 ff.

Die Blechträger über vorgenannten Stützen haben etwa 16,2 m Spannweite und sind als Doppelträger mit zwei Stehblechen 3040 · 25,4 und Gurtwinkel, allerdings nur 150 : 150 : 19, ausgebildet.

Über Belastung und Beanspruchung der Stahlkonstruktion war leider nichts zu erfahren.

Unabhängig von dieser Stahlkonstruktion im Kern des Hauses konnte das Stahlskelett der Randbauten ausgeführt und dadurch Geräuschübertragungen vermieden werden. Im Gegensatz zu zeitgemäßen deutschen Stahlkonstruktionen sind auch bei dem Stahlskelett der Randbauten im großen Umfange Walzträger mit Gurtplatten für die Deckenunterzüge, in denen die Eisenbetonlängsträger auflagen, verwendet worden. Die Frontstützen bestehen aus einem englischen INP der Reihe B mit angeleiteten Platten.

Bemerkenswert ist noch der Schutz des Gebäudes gegen Übertragung von Bodenschall. Zwischen

