

DER STAHLBAU

Schriftleitung:

Dr.-Ing. A. Hertwig, Geh. Regierungsrat, Professor an der Technischen Hochschule Berlin, Berlin-Charlottenburg 2, Technische Hochschule

Fernsprecher: C 1 Steinplatz 0011

Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61

Beilage
zur Zeitschrift

DIE BAUTECHNIK

Fachschrift für das ge-
samte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

7. Jahrgang

BERLIN, 2. März 1934

Heft 5

Allgemeines Verfahren zur Berechnung biegungsfest verbundener Stabsysteme.

Alle Rechte vorbehalten.

Von Reichsbahnoberrat Dr.-Ing. Krabbe, Essen.

Biegungsfest verbundene Stabsysteme, insbesondere vielstellige Rahmenverbindungen, zeichnen sich im allgemeinen durch hochgradig statische Unbestimmtheit aus und sind daher der Berechnung schwer zugänglich. Das beweisen die in letzter Zeit mehrfach unternommenen Versuche, ihre Behandlung durch Formelsammlungen¹⁾ oder auf andere Weise²⁾ weitgehend zu mechanisieren. Diese gewiß wertvollen Hilfsmittel werden jedoch nicht jeden mit der Bearbeitung solcher Systeme betrauten Ingenieur restlos befriedigen. Will man aber ohne solche Hilfsmittel arbeiten, ist es erforderlich, ein durchaus übersichtliches Verfahren zur Behandlung solcher Systeme zu haben, welches die Auflösung von Gleichungssystemen mit vielen Unbekannten vermeidet³⁾. Ein solches Verfahren soll im folgenden an geeigneten Beispielen erläutert werden.

weist, daß andere Verfahren für die Lösung derartiger Aufgaben praktisch gar nicht in Frage kommen können. Indes stören gerade die drei unbekanntes waagerechten Verschiebungen den Aufbau des Systems der Arbeitsgleichungen sehr. Wir lassen sie daher zunächst unberücksichtigt und behandeln sie später völlig für sich⁴⁾. Es soll aber in Erweiterung dieses Gedankens gezeigt werden, wie auch die 12 unbekanntes Knotendrehwinkel in unabhängig voneinander zu behandelnde Gruppen zerlegt werden können, so daß wir in allen Fällen mit Gleichungssystemen mit nur wenigen Unbekanntes auskommen, und ein ganz allgemein brauchbarer Weg gezeigt werden, Elastizitätsgleichungen mit vielen Unbekanntes zu zerlegen.

1. Der beliebig belastete Stockwerkrahmen.

a) Die Aufstellung der Arbeitsgleichungen.

Es soll zunächst das Verfahren an dem in Abb. 1 dargestellten, beliebig in senkrechter und waagerechter Richtung belasteten Stockwerkrahmen allgemein erläutert werden. Der Rahmen ist, wie sich leicht abzählen läßt, 27 fach statisch unbestimmt. Bei Anwendung der Deformationsmethode ergeben sich jedoch, wenn man, wie allgemein üblich, die Längenänderungen der Stäbe in den Arbeitsgleichungen unberücksichtigt läßt, nur 12 unbekanntes Knotendrehwinkel und 3 unbekanntes waagerechte Verschiebungen, im ganzen also nur 15 Unbekanntes, was von vornherein darauf hin-

Wir benötigen zur jederzeit bequemen Handhabung des Verfahrens nur einige wenige Hilfswerte, die in Tafel 1 zusammengestellt sind. Als Vorzeichenregel wird für das ganze Verfahren festgelegt, daß wir Winkeldrehungen im Sinne des Uhrzeigers und dementsprechend auch Momentenbelastungen im Sinne des Uhrzeigers als positiv annehmen. Die Momente sind mit dem Vorzeichen angegeben, mit dem sie die feststehend gedachten Tangentenkreuze 1 und 2 belasten. M_{01} und M_{02} bezeichnen die durch die ständige Last erzeugten Momentenbelastungen der Tangentenkreuze 1 und 2, M_{11} die durch Drehung des Tangentenkreuzes 1 um den positiven Drehwinkel Eins entstehende Momentenbelastung des Tangentenkreuzes 1; M_{21} die gleichzeitig dadurch entstehende Belastung des Tangentenkreuzes 2. Entsprechende

I		$M_{01} = +P \frac{ab^2}{l^2}$ $M_{02} = -P \frac{a^2b}{l^2}$
Ia		$M_{01} = +q \frac{l^2}{12}$ $M_{02} = -q \frac{l^2}{12}$
II		$M_{01} = +P \frac{b(l^2+b^2)}{2l^2}$ $M_{02} = 0$
IIa		$M_{01} = +q \frac{l^2}{8}$ $M_{02} = 0$
III		Drehung in 1 um „Eins“ $M_{11} = -\frac{4EJ}{l}$ $Q = -\frac{6EJ}{l^2}$ $M_{21} = -\frac{2EJ}{l}$
IIIa		Drehung in 2 um „Eins“ $M_{12} = -\frac{2EJ}{l}$ $Q = -\frac{6EJ}{l^2}$ $M_{22} = -\frac{4EJ}{l}$
IV		Drehung in 1 um „Eins“ (in 2 Gelenk) $M_{11} = -\frac{3EJ}{l}$ $Q = -\frac{3EJ}{l^2}$
V		Verschiebung 2 um „Eins“ $M_{12} = +1 \cdot \frac{6EJ}{l^2}$ $Q = 1 \cdot \frac{12EJ}{l^3}$ $M_{22} = +1 \cdot \frac{6EJ}{l^2}$
VI		$M_{12} = +1 \cdot \frac{3EJ}{l^2}$ $Q = 1 \cdot \frac{3EJ}{l^3}$

Tafel 1. Belastungswerte der Tangentenkreuze.

¹⁾ Kleinlogel, Mehrstellige Rahmen. 3. Aufl. Berlin 1932/33. Wilh. Ernst & Sohn.

²⁾ Unold, Die praktische Berechnung der Stahlskelettrahmen. Berlin 1933. Wilh. Ernst & Sohn.

³⁾ Die Grundlage hierzu bildete das Werk: A. Ostenfeld, Die Deformationsmethode. Berlin 1926. Jul. Springer.

⁴⁾ Bis hierhin deckt sich das Verfahren zum Teil mit dem von Ostenfeld auf S. 79 ff. angegebenen Verfahren, nur verhindert Ostenfeld Knotenverschiebungen durch Einfügen von Streben, während sie hier durch Festlegung der Tangentendrehkreuzachsen verhindert werden, was übersichtlicher und anschaulicher ist.

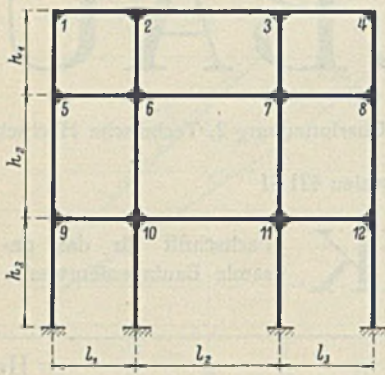


Abb. 1.

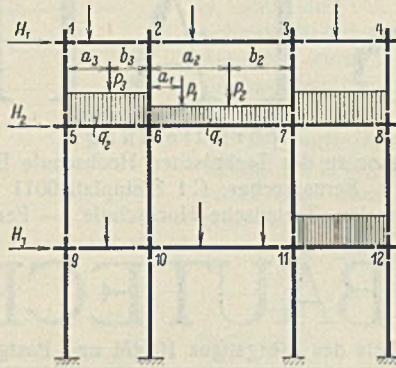


Abb. 2.

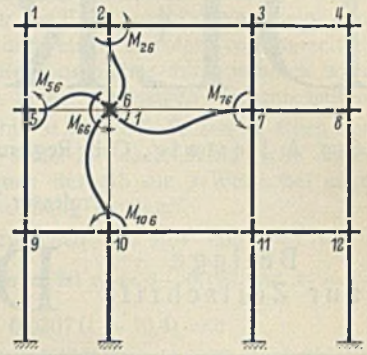


Abb. 3.

Bedeutung haben M_{22} und M_{12} , wobei selbstredend nach Maxwell $M_{21} = M_{12}$ ist. Der Fall V ergibt schließlich noch die durch eine Querverschiebung des Punktes 2 gegen 1 um die Länge Eins (Verschiebung von Eins aus gesehen nach rechts positiv) entstehenden Momentenbelastungen der Drehkreuze 1 und 2. Die in den einzelnen Fällen angegebenen Querkräfte ergeben unmittelbar die die Drehkreuze belastenden Kräfte.

Als Hauptsystem benutzen wir das in Abb. 2 dargestellte System, in welchem alle Knotenpunkte durch unverdrehbare und unverschiebbare Tangentenkreuze in der Ebene festgelegt sind. Unter dem Einfluß der lotrechten Lasten werden die einzelnen Tangentenkreuze mit den Momenten $M_{01} \dots M_{012}$ belastet, die sich ohne weiteres nach I und Ia (Tafel 1) ergeben, z. B.

$$M_{06} = P_1 \frac{a_1 b_1^2}{l_1^2} + P_2 \frac{a_2 b_2^2}{l_2^2} + q_1 \frac{l_1^2}{12} - P_3 \frac{b_3 a_3^2}{l_3^2} - q_2 \frac{l_2^2}{12};$$

die waagerechten Lasten haben hier keinen Einfluß.

Jetzt drehen wir zunächst das Tangentenkreuz 1 im Sinne des Uhrzeigers um den Drehwinkel Eins und legen es in dieser Lage fest. Dadurch erhalten wir den „Zustand $\zeta_1 = 1$ “. In derselben Weise erhalten wir durch Drehung der übrigen Tangentenkreuze um den Drehwinkel Eins nacheinander die Zustände $\zeta_2 = 1$ bis $\zeta_{12} = 1$. Dadurch erhalten wir die Momentenbelastungen der einzelnen Tangentendrehkreuze M_{nm} , wobei M_{nm} die Momentenbelastung des Tangentendrehkreuzes n bedeutet, die infolge der Drehung des Tangentendrehkreuzes m um den Drehwinkel Eins entsteht. Der einfachen Schreibweise halber setzen wir für jeden Stab mn den Momentenwert

$$(1) \quad \frac{E J_{mn}}{l_{mn}} = m_{mn}.$$

Wir erhalten dann beispielsweise für den „Zustand $\zeta_6 = 1$ “ (Abb. 3) nach Tafel 1, III u. IIIa:

$$(2) \quad \begin{aligned} M_{20} &= -2 m_{26} \\ M_{66} &= -2 m_{66} \\ M_{06} &= -4 (m_{26} + m_{56} + m_{87} + m_{610}) \\ M_{76} &= -2 m_{67} \\ M_{106} &= -2 m_{610} \end{aligned}$$

Weitere Momentenbelastungen treten bei dem „Zustand $\zeta_6 = 1$ “ nicht auf, überhaupt treten bei jedem Zustand höchstens fünf Momentenbelastungen M_{nm} auf.

Als vorläufigen Verformungszustand betrachten wir nun denjenigen, in dem sich die unverschieblich festgehaltenen, aber frei drehbar gedachten Tangentenkreuze unter der gegebenen Belastung um bestimmte Drehwinkel ζ_1 bis ζ_{12} verdreht haben. Sie sind dann selbstredend von Momenten nicht mehr belastet. Diese Bedingung wird ausgedrückt durch das Gleichungssystem:

$$(3) \quad \begin{aligned} M_1 &= 0 = M_{01} + M_{11} \zeta_1 + M_{12} \zeta_2 + M_{15} \zeta_5 \\ M_2 &= 0 = M_{02} + M_{21} \zeta_1 + M_{22} \zeta_2 + M_{23} \zeta_3 + M_{26} \zeta_6 \\ &\vdots \\ M_6 &= 0 = M_{06} + M_{62} \zeta_2 + M_{65} \zeta_5 + M_{66} \zeta_6 + M_{67} \zeta_7 + M_{610} \zeta_{10} \\ &\vdots \\ M_{12} &= 0 = M_{012} + M_{128} \zeta_8 + M_{1211} \zeta_{11} + M_{1212} \zeta_{12} \end{aligned}$$

Dieses Gleichungssystem ist vollständig ausgedrückt durch die folgende Matrix 3a, in welcher wir die Belwerte M_{nm} kurz durch ihre Zeiger nm und die Belastungen M_{om} durch om bezeichnen.

(3a)

	ζ_1	ζ_2	ζ_3	ζ_4	ζ_5	ζ_6	ζ_7	ζ_8	ζ_9	ζ_{10}	ζ_{11}	ζ_{12}		
1	11	12	.	.	15	0	1
2	21	22	23	.	26	0	2
3	.	32	33	34	.	.	37	0	3
4	.	.	43	44	.	.	.	48	0	4
5	51	.	.	.	55	56	.	.	59	.	.	.	0	5
6	.	62	.	.	65	66	67	.	610	.	.	.	0	6
7	.	.	73	.	76	77	78	.	.	.	711	.	0	7
8	.	.	.	84	.	87	88	812	0	8
9	95	.	.	99	910	.	.	.	0	9
10	106	.	.	109	1010	1011	.	0	10
11	117	.	.	1110	1111	1112	0	11
12	128	.	.	1211	1212	0	12

b) Zerlegung der Arbeitsgleichung durch das Sperrkreuzverfahren.

Wenn auch diese Matrix wegen ihrer stets vorhandenen Symmetrie der Nennerdeterminante zur nach rechts fallenden Achse und des Vorkommens von höchstens fünf Beiwerten in jeder waagerechten Reihe nennenswerte Erleichterungen bei der Lösung bietet, so bleibt immerhin, falls nicht zufällig Doppelsymmetrie vorhanden ist, die Lösung mit den Mitteln der Mathematik eine umständliche Sache. Wir wollen sie nicht dem Mathematiker überlassen, sondern in geometrisch anschaulicher Weise mit den Mitteln der Statik ihre Lösung herbeiführen⁵⁾.

Wir nehmen zunächst die in Abb. 4 als Doppelkreuze dargestellten Tangentenkreuze 5 bis 8 als unverdrehbar und unverschieblich an; wir bezeichnen sie als „Sperrkreuze“, weil sie den darüber und den darunter liegenden Teil des Stockwerkrahmens gegen gegenseitige Beeinflussung absperren⁶⁾.

Wir stellen nun wieder wie vorher alle Belastungswerte M_{om} fest und behandeln den oberen und den unteren Teil völlig getrennt. Die Matrix 4 stellt dann das für den oberen Teil und die Matrix 5 das für den unteren Teil geltende Gleichungssystem dar, aus denen sich für die Knoten 1 bis 4 und 9 bis 12 die Drehwinkel φ ergeben.

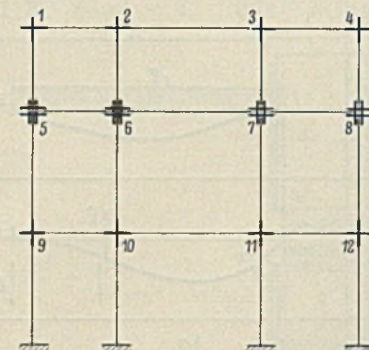


Abb. 4.

	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4		φ_9	φ_{10}	φ_{11}	φ_{12}	
(4)	1	11	12	.	0 1	9	9 9	9 10	.	0 9
	2	21	22	23	0 2	10	10 9	10 10	10 11	0 10
	3	.	32	33	0 3	11	.	11 10	11 11	0 11
	4	.	.	43	0 4	12	.	.	12 11	0 12

⁵⁾ Allgemein angedeutet ist das Verfahren von Ostenfeld auf S. 19 und in anderer Weise mehrfach als „stufenweise Berechnung“ durchgeführt.

⁶⁾ Diesem Verfahren entspricht bei Anwendung der Kraftmethode die Zerlegung in völlig voneinander getrennte statische unbestimmte Hauptsysteme. Bei der Deformationsmethode wird die gegenseitige Beeinflussung der Teilsysteme durch Besetzung aller Freiheitsgrade verhindert, bei der Kraftmethode durch Herstellung aller möglichen Freiheitsgrade.

Vgl. Hertwig, „Das Kraftgrößenverfahren und das Formänderungsgrößenverfahren für die Berechnung statisch unbestimmter Gebilde“ in der Festschrift: 100 Jahre J. Gollnow & Sohn, Stettin 1933; „Stahlbau“ 1933, S. 145.

Jetzt denken wir uns die Drehkreuze 1 bis 4 und 9 bis 12 mit ihren Drehwinkeln φ wieder unverdrehbar und unverschiebbar fest, während die Sperrkreuze in ihrer ursprünglichen Lage noch feststehen, also keine Drehwinkel φ aufweisen.

Dann drehen wir zunächst das Sperrkreuz 5 um den Drehwinkel Eins im Sinne des Uhrzeigers. Hierdurch wird das obere Teilsystem mit dem Moment \mathfrak{M}_{15} und das untere Teilsystem mit dem Moment \mathfrak{M}_{105} belastet. Diese Belastungen betrachten wir als unabhängige Glieder in der Matrix (4) u. (5) und erhalten unter Verwendung derselben Nennerdeterminanten die Matrix 6 u. 7, aus welchen sich die durch die Drehung des Sperrkreuzes 5 um Eins entstehenden Drehwinkel φ_{15} bis φ_{45} und φ_{95} bis φ_{125} ergeben.

	φ_{15}	φ_{25}	φ_{35}	φ_{45}		φ_{95}	φ_{105}	φ_{115}	φ_{125}				
(6)	1	11	12	.	.	15	(7)	9	9 9	9 10	.	.	.
	2	21	22	23	.	.		10	10 9	10 10	10 11	.	.
	3	.	32	33	34	.		11	.	11 10	11 11	12 11	.
	4	.	.	43	44	.		12	.	.	12 11	12 12	.

In ganz derselben Weise entstehen nun bei Drehung des Sperrkreuzes 6 die Systembelastungen \mathfrak{M}_{26} und \mathfrak{M}_{106} , die in den Zeilen 2 und 10 als unabhängige Glieder erscheinen und wiederum unter Verwendung derselben Nennerdeterminanten die Drehwinkel φ_{16} — φ_{46} und φ_{96} — φ_{126} ergeben. Ebenso entstehen durch Drehung des Sperrkreuzes 7 um Eins die Drehwinkel φ_{17} — φ_{47} und φ_{97} — φ_{127} , und endlich durch Drehung des Sperrkreuzes 8 um Eins die Drehwinkel φ_{18} — φ_{48} und φ_{98} — φ_{128} .

Jetzt beständen also in den beiden Teilsystemen die sich nach dem Superpositionsgesetz addierenden Drehwinkel

$$\begin{aligned} & \varphi_1 + \varphi_{15} + \varphi_{16} + \varphi_{17} + \varphi_{18} \\ & \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ & \varphi_4 + \varphi_{45} + \varphi_{46} + \varphi_{47} + \varphi_{48} \\ & \varphi_9 + \varphi_{95} + \varphi_{96} + \varphi_{97} + \varphi_{98} \\ & \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ & \varphi_{12} + \varphi_{125} + \varphi_{126} + \varphi_{127} + \varphi_{128} \end{aligned}$$

während die Sperrkreuze 5 bis 8 den Drehwinkel Eins hätten. Dabei sind aber diese Sperrkreuze in ihrer um Eins verdrehten Lage mit Momenten belastet, die sich aus den bisher festgestellten Verdrehungen ergeben.

Diese die Sperrkreuze belastenden Momente verschwinden, wenn wir sie nicht um Eins, sondern um Winkel $\alpha_5, \alpha_6, \alpha_7, \alpha_8$ drehen, die wir so bestimmen, daß dabei die Sperrkreuze mit Momenten nicht belastet sind. Wir haben dann für die übrigen Knoten die Drehwinkel:

$$\begin{aligned} (8) \quad \zeta_1 &= \varphi_1 + \alpha_5 \varphi_{15} + \alpha_6 \varphi_{16} + \alpha_7 \varphi_{17} + \alpha_8 \varphi_{18} \\ \zeta_4 &= \varphi_4 + \alpha_5 \varphi_{45} + \alpha_6 \varphi_{46} + \alpha_7 \varphi_{47} + \alpha_8 \varphi_{48} \\ \zeta_9 &= \varphi_9 + \alpha_5 \varphi_{95} + \alpha_6 \varphi_{96} + \alpha_7 \varphi_{97} + \alpha_8 \varphi_{98} \\ \zeta_{12} &= \varphi_{12} + \alpha_5 \varphi_{125} + \alpha_6 \varphi_{126} + \alpha_7 \varphi_{127} + \alpha_8 \varphi_{128} \end{aligned}$$

Aus diesen Winkeln ζ und den Winkeln α_5 bis α_8 selbst ergeben sich die die Sperrkreuze 5 bis 8 belastenden Momente; wir setzen für jeden Knoten 5 bis 8 die Summe der ihn belastenden Momente gleich Null und erhalten die vier Gleichungen mit den 4 Unbekannten α_5 bis α_8 :

$$\begin{aligned} (9) \quad M_5 &= 0 = M_{05} + M_{51} \zeta_1 + M_{59} \zeta_9 + M_{55} \alpha_5 \\ M_6 &= 0 = M_{06} + M_{62} \zeta_2 + M_{65} \alpha_5 + M_{66} \alpha_6 + M_{67} \alpha_7 + M_{610} \zeta_{10} \\ M_7 &= 0 = M_{07} + M_{73} \zeta_3 + M_{76} \alpha_6 + M_{77} \alpha_7 + M_{78} \alpha_8 + M_{711} \zeta_{11} \\ M_8 &= 0 = M_{08} + M_{84} \zeta_4 + M_{88} \alpha_8 + M_{812} \alpha_{12} \end{aligned}$$

wobei die Werte ζ durch die in Gl. (8) gegebenen Funktionen von α_5 bis α_8 auszudrücken sind. Wir haben dann vier Gleichungen mit den 4 Unbekannten α_5 bis α_8 . Die Matrix (10) stellt dieses Gleichungssystem geordnet

(10)

	α_5	α_6	α_7	α_8	
5	$M_{51} \varphi_{15} + M_{59} \varphi_{95} + M_{55}$	$M_{51} \varphi_{16} + M_{59} \varphi_{96}$	$M_{51} \varphi_{17} + M_{59} \varphi_{97}$	$M_{51} \varphi_{18} + M_{59} \varphi_{98}$	$M_{05} + M_{51} \varphi_1 + M_{59} \varphi_9$
6	$M_{62} \varphi_{25} + M_{65} + M_{610} \varphi_{105}$	$M_{62} \varphi_{26} + M_{66} + M_{610} \varphi_{106}$	$M_{62} \varphi_{27} + M_{67} + M_{610} \varphi_{107}$	$M_{62} \varphi_{28} + M_{610} \varphi_{108}$	$M_{06} + M_{62} \varphi_2 + M_{610} \varphi_{10}$
7	$M_{73} \varphi_{35} + M_{711} \varphi_{115}$	$M_{73} \varphi_{36} + M_{76} + M_{711} \varphi_{116}$	$M_{73} \varphi_{37} + M_{77} + M_{711} \varphi_{117}$	$M_{73} \varphi_{38} + M_{78} + M_{711} \varphi_{118}$	$M_{07} + M_{73} \varphi_3 + M_{711} \varphi_{11}$
8	$M_{84} \varphi_{45} + M_{812} \varphi_{125}$	$M_{84} \varphi_{46} + M_{812} \varphi_{126}$	$M_{84} \varphi_{47} + M_{812} \varphi_{127}$	$M_{84} \varphi_{48} + M_{88} + M_{812} \varphi_{128}$	$M_{08} + M_{84} \varphi_4 + M_{812} \varphi_{12}$

nach den Unbekannten α_5 bis α_8 dar. Nach Auflösung derselben sind die endgültigen Drehwinkel ζ_1 bis ζ_4 und ζ_9 bis ζ_{12} durch Gl. (8) gegeben, während $\zeta_5 = \alpha_5, \zeta_6 = \alpha_6, \zeta_7 = \alpha_7$ und $\zeta_8 = \alpha_8$ ist. Damit ist das durch die Matrix (3a) dargestellte Gleichungssystem gelöst, dessen Lösungen wir uns zweckmäßig in der Form der Tafel 11 als Funktionen der unabhängigen

Glieder hinschreiben, da wir die Nennerdeterminante der Matrix (3a) später noch in Verbindung mit anderen unabhängigen Gliedern gebrauchen werden.

(11)

	M_{01}	M_{02}	M_{011}	M_{012}
ζ_1	a_1	b_1	l_1	m_1
ζ_2	a_2	b_2	l_2	m_2
ζ_{11}	a_{11}	b_{11}	l_{11}	m_{11}
ζ_{12}	a_{12}	b_{12}	l_{12}	m_{12}

Die Auffassung der bisherigen Ergebnisse als Lösung des durch die Matrix (3a) gegebenen Gleichungssystems gestattet natürlich eine erwünschte Nachprüfung der bisherigen Ergebnisse.

Zu dieser Lösung bedurfte es nur der Auflösung von drei Gleichungssystemen mit je 4 Unbekannten.

c) Berücksichtigung waagerechter Verschiebungen der Knotenpunkte.

Da sich aus den zwölf Drehwinkeln alle Beanspruchungen ohne weiteres ergeben, ist damit die Aufgabe gelöst, wenn die einzelnen Knoten sich nicht in waagerechter Richtung verschieben können, was in vielen Fällen der Fall sein wird, und wohl immer dann, wenn die einzelnen Stockwerke durch unverschiebliche, massive Decken voneinander getrennt sind.

In anderen Fällen aber können sich die Riegel 1—4, 5—8, 9—12 unter dem Einfluß unsymmetrischer Belastung und der waagerechten Belastungen

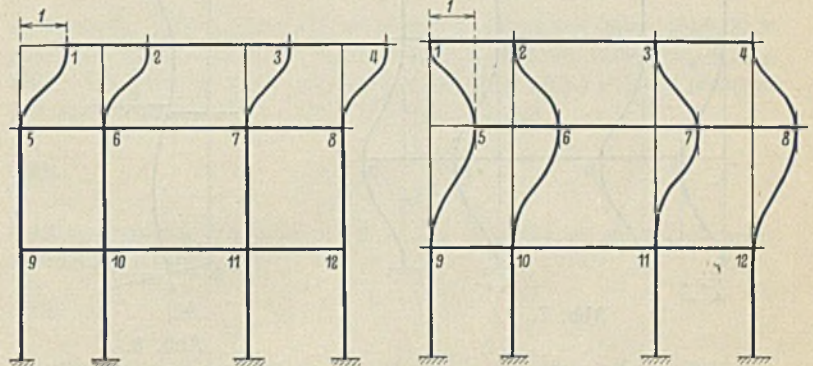


Abb. 5.

Abb. 6.

in waagerechter Richtung verschieben, und dadurch selbstredend die einzelnen Drehwinkel beeinflussen. Diese Verschiebungen und ihren Einfluß auf die Drehwinkel ermitteln wir wie folgt.

Wir verschieben zunächst den Riegel 1—5 in waagerechter Richtung um „Eins“ nach rechts, ohne die Tangentenkreuze dabei zu verdrehen (Abb. 5). Dadurch werden die Tangentenkreuze 1 bis 8 durch Momente belastet, die wir mit $\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \dots, \mathfrak{M}_8$ bezeichnen und als äußere Belastung des Systems auffassen. Setzen wir diese als unabhängige Glieder an Stelle der Werte M_{0m} in die Matrix (3a) ein, so stellt diese ein Gleichungssystem dar für 12 unbekannte Drehwinkel $\psi_{11}, \psi_{21}, \dots, \psi_{121}$, die durch die Verschiebung des Riegels 1—4 um Eins nach rechts entstehen. Die Lösung ist ohne weiteres aus der Tafel 11 zu entnehmen, in die an Stelle der Werte 01 bis 08 die Werte \mathfrak{M}_1 bis \mathfrak{M}_8 eingesetzt werden, während die Werte 09—12 gleich Null gesetzt werden.

Dann verschieben wir unter Festhaltung der übrigen Riegel den Riegel 5—8 um Eins nach rechts (Abb. 6), wodurch die Knoten 1—12 mit Momenten $\mathfrak{M}'_1, \dots, \mathfrak{M}'_{12}$ belastet werden, die wir wiederum als äußere Belastungen auffassen und durch ihre Einsetzung in die Tafel 11 die Drehwinkel $\psi_{11}, \dots, \psi_{121}$ erhalten, die durch die Verschiebung des Riegels 5—8 um Eins nach rechts entstehen.

Schließlich verschieben wir den Riegel 9—12 um Eins nach rechts (Abb. 7), fassen die dadurch entstehenden Tangentenkreuzbelastungen $\mathfrak{M}''_5, \dots, \mathfrak{M}''_{12}$ als äußere Belastungen auf und erhalten durch deren Einsetzen in die Tafel 11 die Drehwinkel $\psi_{11}, \dots, \psi_{121}$, die durch Verschiebung des Riegels 9—12 um Eins nach rechts entstehen.

Die wirklichen Verschiebungen der Riegel 1—4, 5—9 und 9—12 seien nun die vorläufig unbekanntene Werte a_1, a_2 und a_3 . Dann entstehen durch Übereinanderlagerung nach dem Superpositionsgesetz die endgültigen 12 Tangentendrehwinkel

$$(12) \quad \begin{aligned} \vartheta_1 &= \zeta_1 + a_1 \psi_{11} + a_2 \psi_{111} + a_3 \psi_{1111} \\ &\vdots \\ \vartheta_{12} &= \zeta_{12} + a_1 \psi_{121} + a_2 \psi_{1211} + a_3 \psi_{12111} \end{aligned}$$

Aus diesen Drehwinkeln und den Verschiebungen a_1, a_2, a_3 ergeben sich ohne weiteres nach Tafel 1 die in den einzelnen senkrechten Pfosten entstehenden Querkraft als lineare Funktionen von a_1, a_2 und a_3 . Führen wir nun einen Schnitt oberhalb und unterhalb eines jeden der drei Riegel, so muß die Summe der in den Pfostenschnitten frei gewordenen Querkraft entgegengesetzt gleich der Summe der auf das ausgeschnittene Stück des Rahmens wirkenden waagerechten Kräfte sein, also für den Riegel 5—8:

$$\sum Q_{11} = -H_2;$$

denn das ist die Bedingung dafür, daß die Kreuze 5 bis 8 nicht durch waagerechte Kräfte belastet sind. Ähnliche Gleichungen erhalten wir bei Ausschneiden des oberen Riegels für $\sum Q_1$ und bei Ausschneiden des unteren Riegels für $\sum Q_3$.

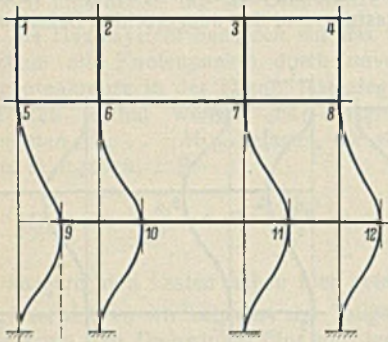


Abb. 7.

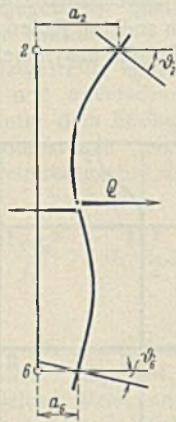


Abb. 8.

Wir haben damit drei Gleichungen mit den 3 Unbekannten a_1, a_2 und a_3 , wodurch diese bestimmt sind. Damit ergibt Gl. (12) die endgültigen Drehwinkel ϑ ; aus diesen und den Verschiebungen a_1, a_2 und a_3 ergeben sich ohne weiteres nach Tafel 1 alle Beanspruchungen des Systems, womit die Aufgabe gelöst ist⁶⁾.

Zur Ermittlung der aus den Verschiebungen und Verdrehungen sich ergebenden Querkraft diene für den Stab 2—6 die Abb. 8, in der die Drehwinkel ϑ_2 und ϑ_6 und die Verschiebungen a_2 und a_6 vorliegen. Dann ist, wie einzeln aus der Tafel 1 zu entnehmen, die auf den unteren Teil dieses Pfostens wirkende Querkraft Q (nach links gerichtet positiv)

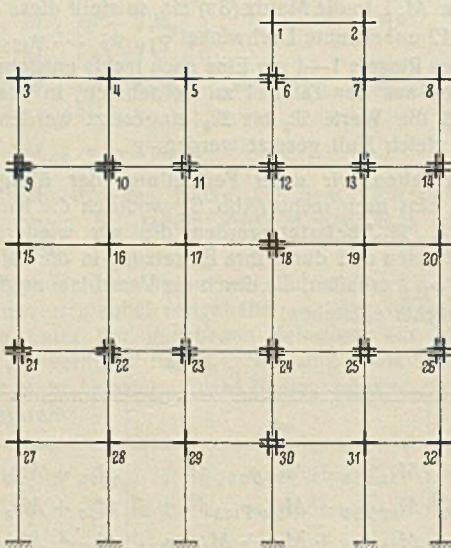


Abb. 9.

$$\begin{aligned} \text{Beitrag aus } \vartheta_6: & + \frac{6EJ}{h_1^2} \vartheta_6 \\ \text{aus } \vartheta_2: & + \frac{6EJ}{h_1^2} \vartheta_2 \\ \text{aus } a_2 - a_6: & - \frac{12EJ}{h_1^3} (a_2 - a_6), \end{aligned}$$

$$\text{also im ganzen: } Q = \frac{6EJ}{h_1^2} \left[\vartheta_6 + \vartheta_2 - (a_2 - a_6) \frac{2}{h} \right].$$

Das hier entwickelte Sperrkreuzverfahren gestattet bei wiederholter Anwendung auch die Behandlung noch weit höherer statisch unbestimmter Rahmenwerke mittels Gleichungssystemen, die immer nur wenige Unbekannte enthalten. Die Behandlung des in Abb. 9 dargestellten Rahmenwerkes mit 32 Knoten würde z. B. in folgender Weise vor sich gehen:

1. Behandlung eines jeden durch Sperrkreuze abgeschlossenen Teiles für sich (2 bis 4 Unbekannte).
2. Unter Beseitigung der Sperrkreuzreihe 9—11 wird der Teil 3—6—24—21 erledigt (3 Unbekannte).
3. Unter Beseitigung der Sperrkreuzreihe 21—23 der ganze Teil links der Sperrkreuzreihe 6—30 (3 Unbekannte).
4. Unter Beseitigung der Sperrkreuzreihe 13—14 der Teil 1—18—20—8—7—2 (2 Unbekannte).
5. Unter Beseitigung der Sperrkreuzreihe 25—26 der ganze Teil rechts der Sperrkreuzreihe 6—30.
6. Unter Beseitigung der Sperrkreuzreihe 6—30 das Gesamtsystem (5 Unbekannte).
7. Feststellung der Querverschiebungen der einzelnen Riegel, falls erforderlich (6 Unbekannte).

Am Schluß jeder der Rechnungen 1—6 ist eine einfache Zwischenprüfung möglich.

d) Berücksichtigung der Längenänderungen der Stäbe.

Schließlich ist sogar noch eine einfache Berücksichtigung der Längenänderungen der Pfosten möglich. Nachdem aus den Verformungen die einzelnen Pfostenkräfte bestimmt sind, nehmen wir ihre dadurch bedingte Verlängerung zunächst als endgültig an, was im allgemeinen ohne wesentlichen Fehler zulässig sein wird. Wir bestimmen dann die dadurch bedingten lotrechten Verschiebungen der einzelnen Knoten. Die dadurch bedingte gegenseitige Verschiebung je zwei waagrecht benachbarter Knoten erzeugt Momentenbelastungen der feststehend gedachten Tangentendrehkreuze, die wir als M_{om} -Belastungen auffassen und unter Verwendung der bereits gelösten Gleichungssysteme die dadurch bedingten zusätzlichen Drehwinkel und Querverschiebungen ermitteln. Das Ergebnis wird wohl fast immer als endgültig angesehen werden können.

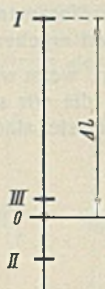


Abb. 10.

Eine weitere Annäherung kann jedoch erreicht werden, indem man aus dem Ergebnis der Rechnung die Pfostenlängskraft von neuem bestimmt und diese einer nochmaligen Berechnung zugrunde legt. Das einfache Verfahren kann beliebig oft wiederholt werden und dadurch jede gewünschte Annäherung erreicht werden. Dabei geht, wie sich leicht nachweisen läßt, die Annäherung in der in Abb. 10 dargestellten Weise vor sich. Nehmen wir als wirkliche Stabverlängerung Δl an, so entspricht der Fehler der ersten Rechnung dem Maß dieser vernachlässigten Verlängerung; er ist also proportional der Länge OI. Dann ist der Fehler bei der zweiten Rechnung entgegengesetzt und entspricht etwa der Länge OII, bei der dritten Rechnung OIII mit sehr schneller Konvergenz nach dem Bilde schnell abklingenden Schwingungen zum richtigen Ergebnis. Der wirkliche Fehler nach der zweiten Rechnung beträgt daher stets nur einen kleinen negativen Bruchteil des Unterschiedes zwischen den Ergebnissen I und II. Die Bedingung für diese Konvergenz ist nur, daß der Einfluß der Längenänderungen verhältnismäßig klein ist.

Man kann sich diese fortgesetzte Annäherungsrechnung tatsächlich als Schwingungsvorgang vorstellen. Denkt man sich zunächst die Stützen alle starr und läßt sie dann plötzlich elastisch werden, so wird durch den Impuls der dadurch frei werdenden Kräfte das Tragwerk in Schwingungen versetzt, pendelt um die Ruhelage, der es sich schnell nähert. Andererseits kann man sich vorstellen, daß bei sehr schwach bemessenen Stützen, deren Längenänderung also verhältnismäßig großen Einfluß hat, das Tragwerk nicht um die Ruhelage pendeln, sondern sehr schnell zum Bruch kommen würde, da Konvergenz der Ausschläge nicht mehr vorhanden ist.

(Fortsetzung folgt.)

⁶⁾ Das unter 1 b behandelte Sperrkreuzverfahren ist eine Erweiterung des hier zur Absonderung der Querverschiebungen angewandten, bereits von Ostenfeld angegebenen Verfahrens. Hier werden Verschiebungen, beim Sperrkreuzverfahren Verdrehungen vorläufig ausgeschaltet.

Die Spannungsverteilung in Blechträgern mit unterbrochenen Schweißnähten.

Alle Rechte vorbehalten.

Von Ing. Dr. Rudolf Kalina, Wien.

1. Einleitung.

Der Vollwand- oder Blechträger stellt — und dies gilt wohl für alle Vollwandkonstruktionen in gleichem Maße — ein für die Anwendung des Schweißverfahrens besonders geeignetes Bauelement des Stahlbaues vor. In einem solchen, gewöhnlich nur aus einem Steg und je einer Gurtplatte bestehenden Träger kann die Verbindung der Gurtplatten mit dem Stegblech entweder mittels durchlaufender Kehlnähte erfolgen oder in Analogie zum genieteten Blechträger durch unterbrochene Nähte erzielt werden.

Die Berechnung bzw. Bemessung eines unterbrochen geschweißten Blechträgers erfolgt nach denselben Gesichtspunkten, wie sie bei genieteten Trägern in Geltung sind, also unter der Annahme eines einheitlichen Trägers an Stelle eines aus mehreren Teilen zusammengesetzten Verbundträgers, in dem die Anordnung und Wirkungsweise des elastischen Verbindungsmittels von Einfluß auf die Spannungsverteilung ist. Über die genaue Ermittlung der Spannungen in genieteten Vollwandträgern verschiedenster Bauart liegt eine Untersuchung von P. Fillunger¹⁾ vor, während über die Spannungsverteilung in Blechträgern mit durchlaufenden Schweißnähten vor kurzem berichtet werden konnte²⁾.

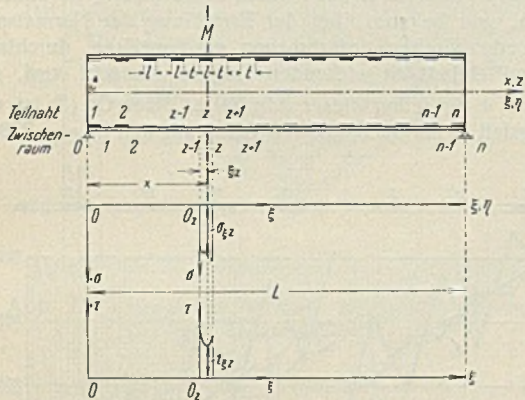


Abb. 1. Ansicht des Trägers.

Wie a. a. O. gezeigt werden soll, lassen sich auch für die Verteilung der Normal- und Schubspannungen in einem auf Biegung beanspruchten Blechträger mit unterbrochenen Schweißnähten³⁾ geschlossene Ausdrücke entwickeln, so daß ein Vergleich mit den beim durchlaufend geschweißten bzw. einheitlich wirkend gedachten Blechträger erhaltenen Spannungen leicht ermöglicht wird. Den Berechnungen, die nur das rein elastische Verhalten eines Trägers nach Abb. 1 u. 2 erfassen, liegen noch folgende Annahmen zugrunde: Gleiche Krümmung des Stegbleches und der Gurtplatten an einer beliebigen Stelle x , gleichmäßige Aufteilung der Schubspannungen τ über die Dicke a der Kehlnähte und reibungslose Berührung zwischen Stegblech und Gurtplatten.

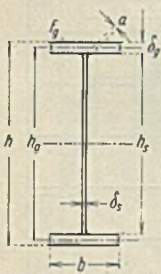


Abb. 2. Querschnitt des Trägers.

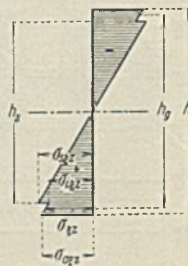


Abb. 3. Normalspannungsdiagramm.

Die gewählte Anordnung und Benennung der Teilnähte und Zwischenräume sowie die Bezeichnungsweise der infolge der Belastung auftretenden

¹⁾ P. Fillunger, Die Berechnung genieteter Vollwandträger. Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften in Wien. Math.-naturw. Klasse, Abt. IIa, Bd. 127, Heft 9, 1918. — Ders., Über die Festigkeit von Löt-, Leim- und Nietverbindungen. Österr. Wochenschrift für d. öffentl. Bauwesen 1919, S. 3.

²⁾ R. Kalina, Der Blechträger mit durchlaufenden Schweißnähten. Ww., 2. Sondernummer Schweißtechnik, Wien 1933, Heft 7/8, S. 86.

³⁾ Zur Frage der Beanspruchung unterbrochener Schweißnähte s. auch R. Kalina, Die Spannungsverteilung in unterbrochenen Schweißnähten. Ww., 1. Sondernummer Schweißtechnik, Wien 1932, Heft 30/31, S. 414.

Spannungen geht aus Abb. 1 bis 4 hervor. Zur eindeutigen Festlegung der Spannungen werden die Abszissen ξ_z und η_z als Zeiger angewendet; ξ_z ist vom Beginn der Teilnaht z und η_z vom Beginn des Zwischenraumes z an zu zählen (vgl. Abb. 1).

Im Bereiche einer Teilnaht z bedeuten daher σ_{sz} die Normalspannung am Stegblechrand, σ_{zz} die Normalspannung in der Schwerachse der Gurtplatte (mittlere Gurtspannung), σ_{az} die Normalspannung am Gurtaußenrand des Trägers und τ_{zz} die Schubspannung in der Kehlnaht. (In Abb. 3 ist ein möglicher Fall der Spannungsverteilung dargestellt; entsprechend der Voraussetzung gleicher Krümmungsverhältnisse im ganzen Querschnitt sind die Spannungslinien im Diagramme parallel zueinander.) Die entsprechenden Spannungswerte beim einheitlich wirkend gedachten Träger gleichen Querschnitts, wie sie nach den Regeln der Technischen Festigkeitslehre erhalten werden, sollen mit $\bar{\sigma}_{sz}$, $\bar{\sigma}_{zz}$ usw. bezeichnet werden. Für einen Zwischenraum z gelten dann sinngemäß $\sigma_{s\eta z}$, $\sigma_{\eta z}$, $\sigma_{a\eta z}$ bzw. $\bar{\sigma}_{s\eta z}$, $\bar{\sigma}_{\eta z}$ usw.

Die Spannungen $\bar{\sigma}$ sind daher nach der Formel

$$(1) \quad \bar{\sigma} = \frac{M}{J} \cdot y$$

zu ermitteln, wobei J das Trägheitsmoment des Querschnitts (Abb. 2) in bezug auf die horizontale Schwerachse vorstellt. Die Schubspannungen $\bar{\tau}$ beziehen sich auf den durchlaufend geschweißten Träger und sind identisch mit den Rechnungswerten $\bar{\rho}$ nach DIN 4100, so daß

$$(2) \quad \bar{\tau} = \bar{\rho} = \frac{Q S_g}{2 a J}$$

Nach der gleichen Vorschrift wird für die Teilnähte im unterbrochen geschweißten Träger erhalten

$$(3) \quad \rho = \frac{Q S_g}{J} \cdot \frac{(l + t)}{2 a l}$$

Da eine Übertragung von Schubkräften nur entlang der Teilnähte z , nicht aber in den Zwischenräumen erfolgt, ist die mittlere Gurtspannung $\sigma_{\eta z}$ im Zwischenraum z konstant und wird deshalb nur mit σ_z bezeichnet. Die Abweichungen der im unterbrochen geschweißten Träger auftretenden Spannungen σ von den nach der üblichen Berechnungsweise erhaltenen Spannungen $\bar{\sigma}$ rühren außer von dieser besonderen Art der Kraftübertragung auch noch von der Widerstandsfähigkeit der Schweißnähte gegen Verschiebungen parallel zur Längsachse des Trägers her, die ihren zahlenmäßigen Ausdruck im „Verschiebungsmaß“ K findet⁴⁾. (Die an einer beliebigen Stelle ξ_z auftretende gegenseitige Verschiebung zwischen Innenrand der Gurtplatte und Stegblechrand wurde der an dieser Stelle wirkenden Schubkraft je Längeneinheit gleichgesetzt, so daß die Verhältniszahl K die Dimension kg/cm^2 besitzt.)

In mathematischer Hinsicht führt die Behandlung der gestellten Aufgabe wegen der Verknüpfung einer stetig Veränderlichen (σ_z) mit einer unstetig Veränderlichen (σ_z) auf eine Differential- bzw. Differenzengleichung 2. Ordnung für die mittlere Gurtspannung σ . Nach Kenntnis von σ sind die übrigen Spannungen leicht berechenbar.

2. Die Spannungen in einem mit einer Einzellast belasteten Blechträger.

Im Falle der Belastung des Trägers durch eine Einzellast P ergeben sich zwei verschiedene Möglichkeiten der Laststellung, je nachdem ob die Wirkungslinie der Last durch die Teilnaht l (Belastungsfall a, Abb. 4a) oder durch einen Zwischenraum l (Belastungsfall b, Abb. 4b) hindurchgeht.

Im Falle a) wird für alle Teilnähte z mit Ausnahme von l erhalten:

$$(4) \quad \begin{cases} \sigma_{zz} = \bar{\sigma}_{zz} + \frac{[\sigma_z - \bar{\sigma}_{lz}] \sin m \xi + [\sigma_{z-1} - \bar{\sigma}_{0z}] \sin m(l - \xi)}{\sin ml} \\ \tau_{zz} = \bar{\tau}_{zz} + \frac{m f_g}{2a} \cdot \frac{[\sigma_z - \bar{\sigma}_{lz}] \cos m \xi - [\sigma_{z-1} - \bar{\sigma}_{0z}] \cos m(l - \xi)}{\sin ml} \end{cases}$$

⁴⁾ Vgl. hierzu auch R. Kalina, Die Beanspruchung von Flankenkehlnähten in Überlappungsverbindungen. Z. d. OeIAV, Wien 1933, Heft 29/30, S. 168.

Für den links von P liegenden Abschnitt der Teilnaht λ findet man

$$(5) \begin{cases} \sigma_{\xi\lambda} = \bar{\sigma}_{\xi\lambda} \\ + \frac{[\sigma_{\lambda} - \bar{\sigma}_{1\lambda} - \sigma'] \cdot \frac{\sin m(l-d)}{ml} \sin m\xi + [\sigma_{\lambda-1} - \bar{\sigma}_{0\lambda}] \sin m(l-\xi)}{\sin ml} \\ \tau_{\xi\lambda} = \bar{\tau}_{\xi\lambda} \\ + \frac{m f_g}{2a} \cdot \frac{[\sigma_{\lambda} - \bar{\sigma}_{1\lambda} - \sigma'] \cdot \frac{\sin m(l-d)}{ml} \cos m\xi - [\sigma_{\lambda-1} - \bar{\sigma}_{0\lambda}] \cos m(l-\xi)}{\sin ml} \end{cases}$$

und für den rechts der Last gelegenen Abschnitt

$$(6) \begin{cases} \sigma_{\xi\lambda} = \bar{\sigma}_{\xi\lambda} \\ + \frac{[\sigma_{\lambda} - \bar{\sigma}_{1\lambda}] \sin m\xi + [\sigma_{\lambda-1} - \bar{\sigma}_{0\lambda} - \sigma'] \cdot \frac{\sin md}{ml} \sin m(l-\xi)}{\sin ml} \\ \tau_{\xi\lambda} = \bar{\tau}_{\xi\lambda} \\ + \frac{m f_g}{2a} \cdot \frac{[\sigma_{\lambda} - \bar{\sigma}_{1\lambda}] \cos m\xi - [\sigma_{\lambda-1} - \bar{\sigma}_{0\lambda} - \sigma'] \cdot \frac{\sin md}{ml} \cos m(l-\xi)}{\sin ml} \end{cases}$$

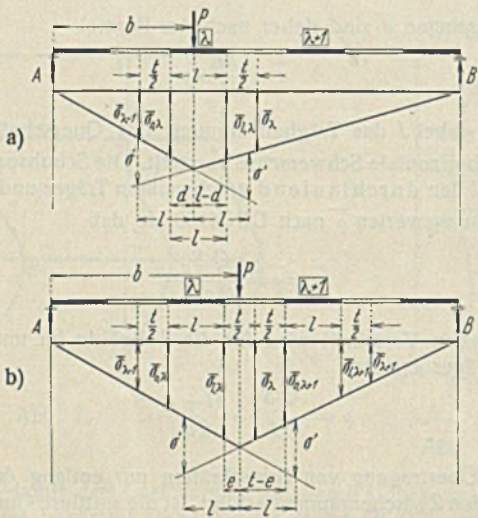


Abb. 4a u. b. Die Belastungsfälle a) und b).

Die mittleren Gurtspannungen für alle Zwischenräume links der Last P errechnen sich aus der Beziehung

$$(7) \sigma_z = \bar{\sigma}_z - \sin rz \cdot \frac{\phi_{\lambda-1} \cdot \sin r(n-\lambda+1) + \phi_{\lambda} \cdot \sin r(n-\lambda)}{\sin r \cdot \sin rn}, \quad (0 \leq z \leq \lambda-1).$$

Im Falle b) gelten für alle Teilnähte die Gl. (4), während die mittleren Gurtspannungen für das Trägergebiet links von P der Beziehung folgen

$$(8) \sigma_z = \bar{\sigma}_z - \sin rz \cdot \frac{\psi_{\lambda-1} \cdot \sin r(n-\lambda+1) + \psi_{\lambda} \cdot \sin r(n-\lambda)}{\sin r \cdot \sin rn}, \quad (0 \leq z \leq \lambda).$$

Für die rechts von P liegenden Zwischenräume ($\lambda \leq z \leq n$ im Falle a) und b)) erhält man die entsprechenden Gleichungen für σ_z , wenn man in (7) und (8) z durch $(n-z)$, $(n-\lambda+1)$ durch $(\lambda-1)$ und $(n-\lambda)$ durch λ ersetzt.

In den Gl. (4) bis (8) sind die Abkürzungen gewählt worden:

$$(9) \begin{cases} m = \sqrt{\frac{JK}{EJ_0 f_g}}, \quad J_0 = \frac{\delta_s^3 h_s^3}{12} + 2 \cdot \frac{b \delta_g^3}{12}, \\ p = 2 \cdot \cos ml + m t \cdot \sin ml, \quad r = 2r \cos \frac{p}{2}, \\ \phi_{\lambda-1} = \sigma' \left[\frac{t}{2l} + \frac{\sin m(l-d)}{ml} \right], \quad \phi_{\lambda} = \sigma' \left[\frac{t}{2l} + \frac{\sin md}{ml} \right], \\ \psi_{\lambda-1} = \sigma' \left[\frac{t}{2l} - \frac{e}{l} \right], \\ \psi_{\lambda} = \sigma' \left[\frac{t}{2l} + \frac{e}{2l} (p - m(t-e) \sin ml) + \frac{\sin ml}{ml} \right], \\ \sigma' = \frac{Pl h_g}{2J}. \quad (\text{Vgl. Abb. 4a u. 4b.}) \end{cases}$$

Geht die Wirkungslinie der Last P gerade durch das Ende der Teilnaht λ , so wird $\phi = \psi$ und Gl. (7) u. (8) führen zum gleichen Ergebnis. In Gl. (5) u. (6) für die Teilnaht λ ist auch der Sonderfall der Spannungsverteilung im durchlaufend geschweißten Träger enthalten.

3. Zahlenbeispiel.

Den durchgeführten zahlenmäßigen Berechnungen wurde ein Träger zugrunde gelegt, dessen Querschnittsabmessungen in Abb. 9 angegeben sind. Zur Vereinfachung der Rechnungen wurden die Zwischenräume l gleich den Teilnahtlängen l gewählt und überdies die Einzellast P in Feldmitte $L/2$ wirkend so angenommen, daß im Gurtaußenrande die zulässige Spannung gerade erreicht wird. Bei einer Stützweite $L = 6$ m und $\sigma_{zul} = 1400$ kg/cm² ergibt sich daher $P = 20,4$ t und $\bar{\tau} = \bar{\rho} = 114,4$ kg/cm²; nach DIN 4100 beträgt $\rho_{zul} = 700$ kg/cm² 5). Das Dehnmaß des Werkstoffes wurde mit $E = 210000$ kg/cm² und das Verschiebungsmaß mit $K = 640000$ kg/cm² gewählt.

Die errechneten Spannungswerte für die Belastungsfälle a) und b) sind in Abb. 5, 6 u. 7 dargestellt, wobei zur Ermöglichung von Vergleichen außer den durch starke Linien gekennzeichneten Spannungen σ , τ im unterbrochen geschweißten Träger auch noch mit dünneren Linien jene Spannungen $\bar{\sigma}$, $\bar{\rho}$ eingetragen sind, die auf Grund der üblichen Berechnungsweise (DIN 4100) erhalten werden. (Der Verlauf der Stegblechrandspannungen wurde außerdem noch durch Schrafflierung besonders hervorgehoben.) Da, wie bekannt, bei der Ermittlung der Normalspannungen kein Unterschied zwischen unterbrochen geschweißten, durchlaufend geschweißten und einheitlich wirkenden Trägern gemacht wird, gelten die Spannungswerte $\bar{\sigma}$ für jeden dieser drei Fälle. Nach Gl. (3) ist sowohl für den Belastungsfall a) als auch für den Belastungsfall b) $\rho = 228,8$ kg/cm².

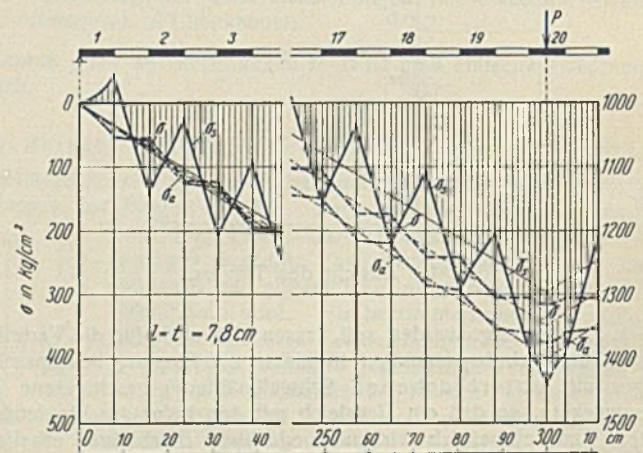


Abb. 5. Verlauf der Normalspannungen σ für den Stegblechrand (σ_s), die Gurtmitte (σ) und den Gurtaußenrand (σ_a).

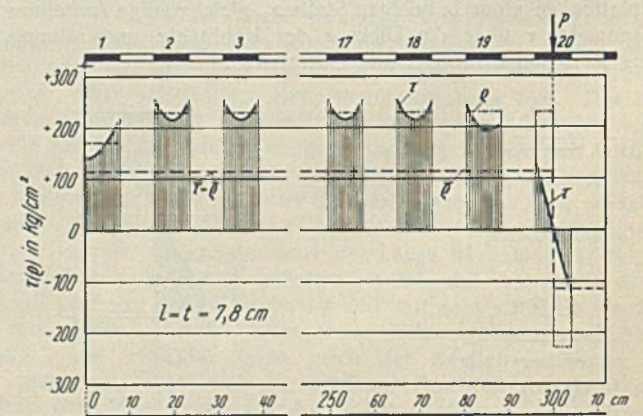


Abb. 6. Verlauf der Schubspannungen τ .

Abb. 5 u. 6, die für den Fall a) gelten, beschränken sich, wie ersichtlich, auf die Wiedergabe der im linken Trägerende und in Feldmitte auftretenden Spannungen, da hieraus die Art des Spannungsverlaufes auch für die dazwischenliegenden Gebiete genügend klar hervorgeht. Für den Belastungsfall b) ist in Abb. 7 nur die Umgebung des meist beanspruchten Querschnitts ($x = L/2$) berücksichtigt, da der Verlauf der Spannungen an weiter entfernten Stellen grundsätzlich der gleiche wie im Falle a) ist.

5) Die teilweise geänderten Vorschriften DIN 4100 lassen nunmehr für Kehlnähte eine Inanspruchnahme von $\rho_{zul} = 0,65 \sigma_{zul}$, also in diesem Falle 910 kg/cm² zu.

Beim gleich belasteten durchlaufend geschweißten Träger (vgl. Abb. 8) ist die praktisch in Betracht kommende Reichweite des Einflusses der Nachgiebigkeit der Nähte, die aus den Unterschieden von σ und τ gegenüber $\bar{\sigma}$ und $\bar{\tau}$ (ρ) zu ersehen ist, nur auf eine verhältnismäßig enge Umgebung des Lastangriffsortes beschränkt. Es zeigt sich auch, daß die

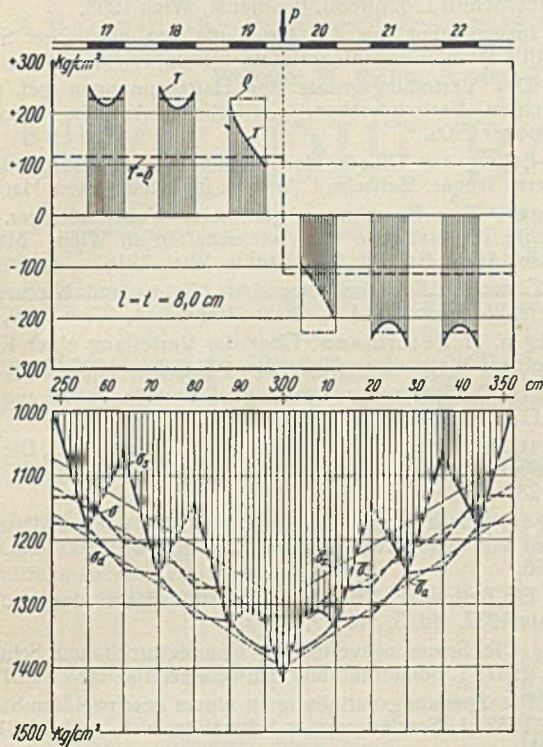


Abb. 7. Verlauf der Normal- und Schubspannungen beim Belastungsfall b).

Spannungen τ unterhalb $\bar{\tau}$ bzw. ρ bleiben und daß die Stegblechrandspannungen nur eine unter der Last auftretende Spannungsspitze aufweisen, im übrigen aber einen vollkommen stetigen Verlauf besitzen (vgl. Abb. 8). Abb. 5 bis 7 lassen erkennen, daß bei Trägern mit unterbrochenen Schweißnähten weitaus ungünstigere Beanspruchungsverhältnisse

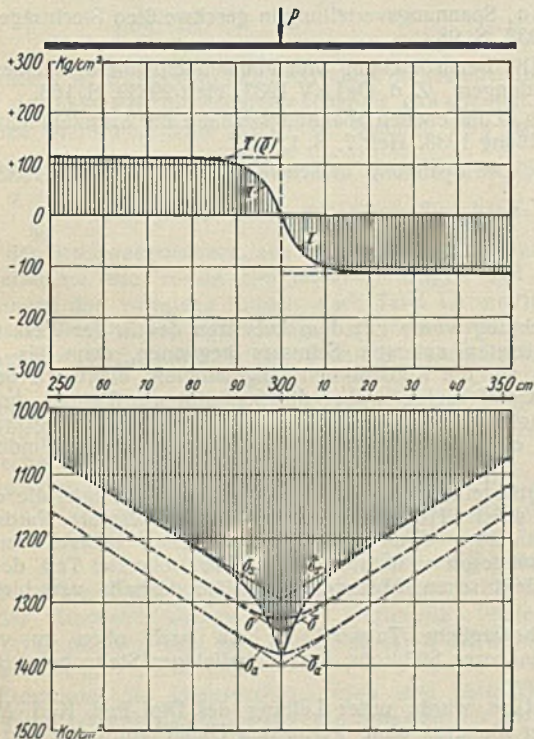


Abb. 8. Die Normal- und Schubspannungen beim durchlaufend geschweißten Träger.

vorliegen. Der Einfluß der Nachgiebigkeit der Nähte ist, wie zu erwarten war, etwas größer als beim durchlaufend geschweißten Träger gleicher Abmessungen und Belastung, klingt jedoch gleichfalls, wie aus den Unterschieden von σ_z gegenüber $\bar{\sigma}_z$ (gemessen in $\eta = l/2$) hervorgeht, mit zunehmender Entfernung von der Trägermitte rasch ab. Dennoch

erfährt das Spannungsbild eine bis an die Enden des Trägers reichende Störung, die am auffälligsten bei den Stegblechrandspannungen in Erscheinung tritt. Diese zeigen einen die Linie der $\bar{\sigma}_s$ begleitenden sprunghaft veränderlichen Verlauf, der innerhalb eines Zwischenraumes geradlinig ist, im Bereiche einer Teilnaht hingegen eine \sin -förmige Krümmung aufweist. Die am Beginn einer jeden Teilnaht auftretende Überschreitung der Spannung $\bar{\sigma}_s$ durch σ_s erreicht ihren Größtwert am Angriffsorte der Last, wo es auch zu einer Überschreitung von $\bar{\sigma}_{zul}$ um 3,1% im Falle a) und um 1,7% im Falle b) kommt. Der Unterschied von σ_s gegenüber $\bar{\sigma}_s$ an der gleichen Stelle beträgt rd. 11% bzw. 10% (s. Abb. 9).

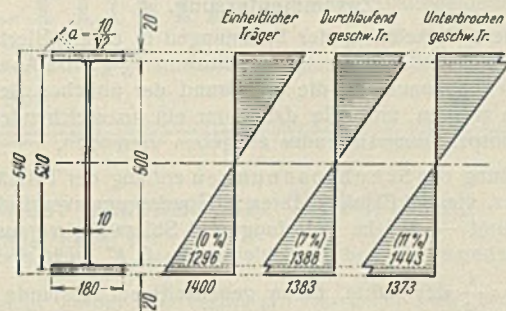


Abb. 9. Spannungsdiagramme für den Querschnitt in Feldmitte.

Noch beträchtlicher sind die Unterschiede in den Stegblechrandspannungen am Anfang und Ende eines Zwischenraumes, die sich beim Belastungsfall a) mit durchschnittlich 15% von $\max \bar{\sigma}_s$ ergeben. In Feldmitte beträgt der errechnete Spannungsanstieg auf die kurze Strecke von $1,5 \cdot l$ rd. 17% von $\max \bar{\sigma}_s$. Für eine Nahtlänge $l = 13,3$ cm ergibt die Rechnung einen durchschnittlichen Spannungssprung von 23% und einen Anstieg in Trägermitte von 25% von $\max \bar{\sigma}_s$.

Der Verlauf der Schubspannungen zeigt ebenfalls Abweichungen von den Rechnungswerten ρ und ist im Gegensatz zu dem bei durchlaufend geschweißten Trägern ermittelten von ähnlicher Form, wie er bei Flankenkehlnähten in Überlappungsverbindungen auftritt. Die Randwerte von τ liegen beim Belastungsfall a) um rd. 10% über dem Werte ρ und im Belastungsfall b) um rd. 12%. Für $l = 13,3$ cm liegen sie schon (Fall a) etwa 31% über ρ .

Es dürfte nicht unangebracht sein, darauf hinzuweisen, daß, wie die Rechnung erkennen läßt, die ungünstigen Beanspruchungsverhältnisse eines unterbrochen geschweißten Trägers zum überwiegenden Teile der konstruktiven Ausbildung zugeschrieben werden müssen und in ähnlicher Weise bei einem eigenspannungsfreien Walzträger gleichen Querschnitts auftreten würden, bei dem die Zwischenräume t durch entsprechend geführte unendlich dünne Sägeschnitte an den Übergangstellen des Steges in die Flanschen hergestellt worden wären⁶⁾. Der Ersatz der dann noch bestehenden Verbindungen zwischen Stegblech und Flanschen von der Länge l und der Stärke δ_s durch paarweise angeordnete Schweißnähte von der Dicke a führt ebenfalls zum unterbrochen geschweißten Träger und bewirkt lediglich zusätzliche Veränderungen der im unterbrochen geschlitzten Träger bestehenden Spannungsverteilung, die am stärksten in der Umgebung des Lastangriffspunktes sich auswirken.

Hiermit ist allerdings der Einfluß der unterbrochenen Schweißung noch nicht erschöpft, denn durch die Anordnung unterbrochener Nähte wird nicht nur eine schon äußerlich erkennbare Unstetigkeit in den Querschnittsformen und daher auch in den Spannungen erzeugt, sondern die Einbettung der Nähte hat örtlich begrenzte Änderungen der metallurgischen Beschaffenheit des umgebenden Werkstoffes zur Folge⁷⁾. In dieser Hinsicht besonders ungünstige Verhältnisse treten an den Enden jener Teilnähte auf, die dem Orte des Größtmomentes zunächst liegen, so daß bei dynamischen Belastungen die Ausbildung eines Dauerbruches an diesen Stellen zu erwarten ist.

Bei statischen Belastungen ist eine Überlegenheit des unterbrochen geschweißten Trägers wohl denkbar; die Möglichkeit einer weitgehenden Hintanhaltung von Schrumpfspannungen und Verwerfungen, die Anpassungsfähigkeit an den wechselnden Querkraftverlauf durch Änderung der Zwischenräume t sind einige Umstände, die dafür sprechen. Da sich auch schon bei statisch beanspruchten Trägern die Anordnung unterbrochener Nähte oftmals als nicht zweckmäßig erweist, ist es um so wichtiger, festzustellen, ob alle für die Ausführung unterbrochener Nähte günstigen Argumente

⁶⁾ Über Spannungsmessungen an einem mit Schlitz versehenen gewalzten I-Träger s. G. Bierett, Die Schweißverbindung bei dynamischer Beanspruchung. Elektroschweißung 1933, Heft 4, S. 61.

⁷⁾ S. H. Hanemann u. A. Hilpert, Metallographische Untersuchung von Lichtbogenschweißungen. Elektroschweißung 1932, Heft 6, S. 101.

genügend gewichtig sind, um auch bei dynamischen Beanspruchungen diese Art der Verbindung beizubehalten.

Daß die durch die unterbrochenen Nähte verursachten ungünstigen Spannungsverhältnisse auf die Dauerfestigkeit des Trägers von großem Einfluß sind, beweisen die Versuche der Gutehoffnungshütte. Einem diesbezüglichen Bericht von R. Hochheim⁸⁾ ist zu entnehmen, daß der Blechträger mit durchlaufenden Schweißnähten eine weit höhere Dauerfestigkeit aufwies als der gleiche Abmessungen besitzende Träger mit unterbrochenen Nähten, und daß die zum Bruche führenden Anrisse stets von den Kraterenden der Schweißraupen ihren Ausgang nahmen.

Zusammenfassung.

Die genauere Berechnung der Spannungen in einem Blechträger mit unterbrochenen Schweißnähten zeigt verhältnismäßig große Abweichungen gegenüber jenen Spannungen, die auf Grund der üblichen Berechnungsweise erhalten werden und die daher nur ein unzureichendes Bild des wirklichen Beanspruchungszustandes zu geben vermögen.

Die Verteilung der Schubspannungen entlang der Teilnähte gleicht im Wesen jener, die bei Flankennähten in Überlappingsverbindungen auftreten, und hängt — gleiche Belastung und Stützweite vorausgesetzt — außer vom Dehnmaß E und Verschiebungsmaß K auch noch von der Schlankheit $\lambda = \frac{l}{a}$ der Nähte, deren gegenseitigem Abstände t und von der Bauart des Trägers ab.

Besonders ungünstige Beanspruchungsverhältnisse weist der Stegblechrand auf, da die un stetige Kraftübertragung zur Ausbildung von Spannungsspitzen am Anfang und Ende einer jeden Teilnaht Anlaß gibt, also an jenen Stellen, die nicht nur äußere, sondern auch innere Querschnittsunstetigkeiten aufweisen. Die Möglichkeit der Überschreitung der zulässigen Inanspruchnahme durch die Stegblechrandspannung ist beim unterbrochen geschweißten Träger größer als beim Träger mit durchlaufenden Nähten.

Die ungünstigen Spannungsverhältnisse im unterbrochen geschweißten Träger verdienen erhöhte Beachtung bei dynamisch wirkenden Belastungen, da sie, wie auch aus Versuchen hervorgeht, die Dauerfestigkeit weitgehend herabsetzen.

Die bei Anwendung durchlaufender Schweißnähte gesicherte stetige Kraftübertragung vom Steg in die Gurte, die nur durch die Anwendung der Schweißung ermöglicht wird und als ein Hauptvorteil dieses Verfahrens angesehen werden muß, hat nicht nur eine außerordentlich gute Verbundwirkung zur Folge, sondern ist auch ausschlaggebend für die hohe Dauerfestigkeit. Es erscheint daher geboten, zumindest dynamisch beanspruchte Blechträger ausschließlich mit durchlaufenden Schweißnähten auszuführen und von der Anordnung unterbrochener Nähte Abstand zu nehmen.

⁸⁾ R. Hochheim, Dauerfestigkeitsversuche mit geschweißten Trägern. Mitteilungen aus den Forschungsarbeiten des Gutehoffnungshütte-Konzerns. Bd. I, Heft 10, S. 225.

Die wichtigsten theoretischen Untersuchungen über Schweiß- und Nietverbindungen, die einen Teil des umfassenderen Gebietes der Haftverbindungen darstellen, sind in der nachfolgenden Zusammenstellung des Schrifttums angegeben.

- J. Arnovljevič, Zur Kraftverteilung in genieteten Stäben. Österr. Wochenschrift f. d. öffentl. Baudienst, Wien 1908.
- Derselbe, Inanspruchnahme der Anschlußnieten elastischer Stäbe. Zeitschrift f. Arch. u. Ingenieurwesen, Hannover 1909.
- Derselbe, Das Verteilungsgesetz der Haftspannungen bei axial beanspruchten Verbundstäben. Zeitschr. f. Arch. u. Ingenieurwesen, Hannover 1909.
- Derselbe, Beitrag zur Theorie der Verbundbalken, insbesondere der genieteten Träger. Zeitschr. f. Arch. u. Ingenieurwesen, Hannover 1910.
- P. Fillunger, Die Berechnung genieteter Vollwandträger. Sitzungsberichte d. Akademie d. Wissenschaften in Wien. Math. naturw. Klasse, Abtlg. IIa, Bd. 127, Heft 9, Wien 1918.
- Derselbe, Über die Festigkeit von Löt-, Leim- und Nietverbindungen. Österr. Wochenschrift f. d. öffentl. Baudienst, Wien 1919, S. 3.
- A. Hertwig u. H. Petermann, Über die Verteilung einer Kraft auf die einzelnen Niete einer Nietreihe. Stahlbau 1929, Heft 25, S. 289.
- W. Hovgaard, Die Spannungsverteilung in Schweißungen. Z. ang. Math. 1931, Bd. 11, Heft 5, S. 341.
- A. S. Lockschin, Zuschrift zum Aufsatz von W. Hovgaard, Die Spannungsverteilung in Schweißungen. Z. ang. Math. 1932, Bd. 12, Heft 2, S. 128.
- P. Fillunger, Zuschrift zum Aufsatz von W. Hovgaard, und zur Zuschrift von A. S. Lockschin. Z. ang. Math. 1932, Bd. 12, Heft 4, S. 256.
- E. Melan, Ein Beitrag zur Theorie geschweißter Verbindungen. Ingenieur-Archiv 1932, Bd. 3, Heft 2, S. 123.
- R. Kalina, Die Spannungsverteilung in unterbrochenen Schweißnähten. Ww. 1932, 1. Sondernummer Schweißtechnik, Heft 30/31, S. 414.
- K. Ježek, Die Spannungsverteilung in einem geschweißten Stabanschluß. Ww. 1932, 1. Sondernummer Schweißtechnik, Heft 30/31, S. 419.
- H. Petermann, Spannungsverteilung in einer Flankenschweißnaht. Stahlbau 1932, S. 92.
- F. Bleich, Stahlhochbauten, Bd. I, Berlin 1932, Julius Springer.
- R. G. Olsson, Der ebene Spannungszustand der Schweißnaht. Bauing. 1932, S. 294.
- K. Ježek, Über die Festigkeit von Schweißverbindungen. Ww. 1933, 2. Sondernummer Schweißtechnik, Heft 7/8, S. 81.
- R. Kalina, Der Blechträger mit durchlaufenden Schweißnähten. Ww. 1933, 2. Sondernummer Schweißtechnik, Heft 7/8, S. 86.
- K. Girkmann, Spannungsverteilung in geschweißten Blechträgern. Stahlbau 1933, S. 98.
- R. Kalina, Die Beanspruchung von Flankenkehlnähten in Überlappingsverbindungen. Z. d. OeI AV 1933, Heft 29/30, S. 168.
- R. G. Olsson, Zum ebenen Spannungszustand der Stirnkehlnaht. Elektroschweißung 1933, Heft 7, S. 124.
- A. Hertwig, Die Spannung in Schweißnähten. Stahlbau 1933, Heft 21, S. 161.

Verschiedenes.

Der 314 m hohe Funkturm der neuen Sendestation Budapest. Die von der Königl.-ungarischen Post im Jahre 1933 erbaute Sendeanlage (120 KW-Leistung) besitzt die bisher höchste Vertikal-Antenne der Welt (System Blaw-Knox). Ihre Höhe von 314 m entspricht der halben Wellenlänge.

Die Stahlkonstruktion wurde durch die Königl.-ungarischen Staatlichen Eisen-, Stahl- und Maschinenwerke in Budapest entworfen und ausgeführt und ruht mittels eines Grundisolators auf einem 3,5 m hohen Eisenbetonblock mit quadratischem Querschnitt von 6 m Seitenlänge.

Der Grundisolator besteht aus zwei abgestumpften Porzellanhohlkegeln, welche eine Last von 480 t aufzunehmen haben. Die Stahlkonstruktion hat die Gestalt einer Riesenzigarre und wiegt 230 t; sie hat quadratischen Querschnitt, dessen größte Seitenlänge (in der Mitte) 14,65 m beträgt.

Die Stabilität des Turmes wird durch acht Stahlseile gesichert, welche die Konstruktion in 141 m Höhe erfassen und mit der Erde durch Betonblöcke von zirka 40 cbm Inhalt verankert sind. Die Ankerblöcke liegen auf einem Kreise, dessen Mittelpunkt in der vertikalen Achse des Turmes liegt. Der Radius mißt 180 m.

Zur Aufnahme der vertikalen Komponenten der Seilkräfte dient ein aus lotrechten Fachwerkträgern bestehender Riegelkranz, während die Horizontalen durch einen waagerechten Rahmenträger aufgenommen werden. Diese beiden Trägersysteme sind so durchgebildet, daß der Obergurt des lotrechten gleichzeitig auch Außengurt des waagerechten Trägers ist.

Die maximale Seilkraft beträgt 72 t, in welchem Werte alle Kräfte, die infolge der Wind- und Schneebelastung und der Temperaturänderung entstehen, inbegriffen sind.

Die Errichtung wurde mit dem Aufsetzen des in der Werkstätte vollständig vernieteten untersten Schusses begonnen, dann bis zur Mitte mittels eines auf die Konstruktion aufgehängten, elektrisch betriebenen Derrickkrans fortgesetzt, wobei die Stabilität des Turmes durch provisorische Verankerungen gesichert wurde. Der Montierungskran wurde nach Aufbau eines jeden 7,6 m langen Schusses mittels Winden emporgezogen.

Nach Fertigstellung der unteren Turmhälfte erfolgte die endgültige Verhängung durch 210 m lange, je 4000 kg schwere Pardunen, die aus funktechnischen Gründen aus vier Teilen bestehen und durch besondere Isolatoren verbunden sind. Der oberste Teil des Turmes dient zum elektrischen Abstimmen und ist deshalb verschiebbar eingebaut.

Dieser bewegliche Turmteil ist ein nach oben zu verjüngtes, heb- oder senkbares Stahlrohr, das an beliebiger Stelle befestigt werden kann.

Die Montage wurde unter Leitung des Dipl.-Ing. Karl Massányi innerhalb vier Monaten ohne geringsten Unfall vollführt. Der Arbeiterstand betrug im Höchstfalle 15 Mann.

(Stahlbau-Technik, 1934, Nr. I.)

Hz.

INHALT: Allgemeines Verfahren zur Berechnung biegezugfest verbundener Stabsysteme. — Die Spannungsverteilung in Blechträgern mit unterbrochenen Schweißnähten. — Verschiedenes: Der 314 m hohe Funkturm der neuen Sendestation Budapest.