

DER STAHLBAU

Schriftleitung:

Dr.-Ing. A. Hertwig, Geh. Regierungsrat, Professor an der Technischen Hochschule Berlin, Berlin-Charlottenburg 2, Technische Hochschule
Fernsprecher: C I Steinplatz 0011

Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61

Beilage
zur Zeitschrift

DIE BAUTECHNIK

Fachschrift für das ge-
samte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

7. Jahrgang

BERLIN, 13. April 1934

Heft 8

Die Stabilität der Blechträgerstehbleche im zweiachsigen Spannungszustand.

Alle Rechte vorbehalten.

Von Dipl.-Ing. Otto Stein, Vereinigte Oberschlesische Hüttenwerke A.-G., Hindenburg O.-S.

In der Literatur finden sich Angaben, Formeln und Tabellen, nach denen der Sicherheitsgrad von Trägerstehblechen, die mit Schubspannungen besetzt sind, beurteilt werden kann. Der Fall einer allein vorhandenen Querkraft kommt jedoch nur ausnahmsweise vor¹⁾. In der Regel wirkt gleichzeitig ein Biegemoment, dessen Normalspannungen seit Einführung hoher, dünner Stehbleche und insbesondere seit Einführung der hohen Randspannungen des St 52 in ihrem Einfluß nicht mehr gegenüber den Schubspannungen zurücktreten, sondern im Gegenteil den vorherrschenden Einfluß haben²⁾. Prof. Timoschenko hat im Eisenbau 1921 auch die Stabilität von Platten mit Biegungsspannungen untersucht und Tabellenwerte für die kritischen Randspannungen gegeben. Sie gelten für die Fälle querkraftloser Biegebbeanspruchung. Auf dem von Prof. Timoschenko eingeschlagenen Wege der Schlußfolgerung aus der inneren Formänderungsarbeit ist es aber auch, wie hier gezeigt werden soll, möglich, die beiden Einflüsse der Schub- und der Biegungsspannungen zugleich zu berücksichtigen und damit den praktisch vorliegenden Fällen beim Blechbalken-Brückenbau gerecht zu werden. Nahe den Stützen eines durchlaufenden Blechträgers sind zum Beispiel sowohl Querkraft als auch Biegemomente groß. Wenn ein dort befindliches Blechfeld zum Beispiel bei Besetzung mit reinen Schubspannungen allein eine zweifache Stabilitätssicherheit hat und wenn dasselbe Feld bei Besetzung mit den Biegungsspannungen allein ebenfalls zweifache Sicherheit zeigt, so ist zu erwarten, daß der Sicherheitsgrad bei der wirklichen gleichzeitigen Wirkung beider Spannungsarten ein weit kleinerer sein wird, denn beide Spannungsarten wirken im gleichen Sinne darauf hin, ein Ausbeulen zu fördern. Bei Brückenträgern mit Gurtplattenabstufung wird die Biegungsrandspannung fast durchweg den ausgenutzten Größtwert haben. Sie wird längs des ganzen Trägers nahezu gleichmäßig sein. Die Schubspannungen dagegen sind sehr verschieden. Sie sind nahe den Auflagern groß und nehmen nach den Feldmitten zu ab. An der Stelle des Größtmoments im Felde sind sie gleich Null. Dort sind allein Biegungsspannungen vorhanden, und nach ihnen richtet sich dort die Beurteilung des Stabilitäts-Sicherheitsgrades. Je weiter nach den Auflagern hin, um so mehr müssen die Schubspannungen mit Einfluß gewinnen.

Die Form einer Ausbeulung richtet sich nach dem Kleinstwert der Formänderungsarbeit. Man kann sie im Sinne der Fourierschen Reihen darstellen durch eine Überlagerung vieler nach Sinusliniengesetzen gebildeten einfachen Formen (vgl. Bleich, Theorie eiserner Brücken). Bei einer Seitwärtsausbiegung erhöht sich die innere potentielle Energie um den von außen zugeführten Betrag. Die innere potentielle Energie der Auskrümmung tritt neu auf. Dagegen vermindert sich die innere Energie der vorhanden gewesenen Schubspannungen und Hauptbiegungsspannungen. Letztere beiden Verminderungen geschehen gleichzeitig nebeneinander. In dem Sonderfalle, daß ihre Summe gleichkommt der erstgenannten Arbeit für die neue Seitwärtsbiegung (die Auskrümmung), wird sie dafür verwendet, und es braucht keine äußere Arbeit zugeführt zu werden. In diesem Falle besteht das indifferente Gleichgewicht, der kritische Zustand des Eintretens der Ausbeulung. Bei Nichtgleichheit bestimmt das Verhältnis der neuen Ausbiegungsarbeit zur Summe der Verminderungen der Arbeiten der vorher vorhandenen Spannungen den Sicherheitsgrad, der gegen das Ausbeulen vorhanden ist. Er wird auch bestimmt durch das Verhältnis der kritischen zu den tatsächlichen Spannungen.

Aus der Gleichsetzung der Arbeiten im Falle des indifferenten Gleichgewichts ergibt sich ein Ausdruck für die kritischen Spannungen, wenn man diese als im feststehenden Verhältnis x zueinander ansieht ($\sigma : \tau = x$).

Das kann man, denn die Spannungen sind für jede Stelle des Stehblechs bekannt. Für jede Gruppe sinusgesetzförmiger Flächen können so die kritischen Spannungen erhalten werden. Die kleinsten, gefährlichen, eigentlich „kritischen“ Spannungen erhält man durch partielle Differentiation nach den Amplituden der Sinuslinien und Nullsetzung der Differentialquotienten. Man kommt so auf ein System unendlich vieler Bestimmungsgleichungen, die näherungsweise aufgelöst werden können, wenn man sich auf eine kleine Anzahl der Gleichungen und unbekannt Amplituden beschränkt.

Rechnet man mit vier Gleichungen und vier Amplituden, so ergibt sich für den Fall eines quadratischen Plattenfeldes die kritische Schubspannung

$$\tau_{kr} = \pm 11,103 \sigma_e,$$

wenn nicht gleichzeitig auch Biegungsspannungen vorhanden sind. Ist dieses aber der Fall und zum Beispiel die Biegungsrandspannung σ viermal so groß als die Schubspannung, so ergibt sich

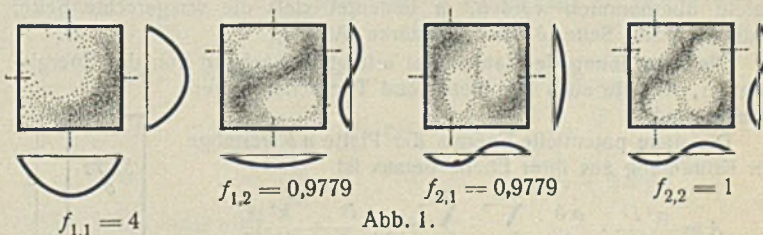
$$\tau_{kr} = \pm 5,61 \sigma_e,$$

also nur etwa halb so groß. Das σ_e bedeutet eine „Eulerknickspannung“ für ein gedachtes Prisma mit den drei Seiten: Stehblechhöhe, Blechstärke und 1 cm bei Knicken nach der Richtung der Blechstärke. Als Verhältniswerte zu dieser Eulerknickspannung können sämtliche kritischen Spannungen dargestellt werden. Zu der genannten kritischen Schubspannung $\tau_{kr} = 5,61 \sigma_e$ gehört die gleichzeitige, viermal so große kritische Biegungsrandspannung $\sigma_{kr} = 22,44 \sigma_e$.

Die Druckrandspannung σ_{kr} wird als positiv angesehen und gehört zu beiden (\pm) Schubspannungen.

Andererseits ist ohne gleichzeitige Schubspannungen die kritische Biegungsrandspannung $\sigma_{kr} = 27,76 \sigma_e$ (bei $\tau_{kr} = 0$; $x = \infty$). Bei gleichzeitiger Anwesenheit von Schubspannungen im Zahlenwerte von einem Viertel der Biegungsrandspannung wird also bei quadratischem Plattenfeld die kritische Biegungsrandspannung um 19,2% verringert. Eine von der Biegungsrandspannung ausgehende Beurteilung der Stabilität ist hiernach zutreffender (nur 19% fehlgehend) als eine von den Schubspannungen ausgehende (etwa 50% fehlgehend). Man kommt zur Schlußfolgerung, daß auch Vorkehrungen gegen die Auswirkungen der Biegungsspannungen wichtiger sind als solche gegen die Auswirkungen der Schubspannungen, oder daß waagerechte Aussteifungen der Druckzone ebenso wichtig sind wie die lotrechten Aussteifungen und daß erstere bei höheren dünnen Blechen gar nicht entbehrt werden können.

Die Ausbiegeform einer quadratischen Platte mit $\alpha = \frac{a}{b} = 1$ und bei $x = 4$ ist, wenn eine Überlagerung von vier nach Sinusliniengesetzen gebildeten Formen, wie bei Bleich, angenommen wird, wie folgt (Abb. 1):



Die Amplituden haben die hier angegebenen Verhältniswerte. Der Energiebedarf zum seitlichen Ausbiegen beträgt (in t und cm):

$$A = 38,6 \tau_{kr} \delta f_{2,2}^2.$$

¹⁾ Reißner, Ztrbl. d. Bauw. 1907, S. 93.

²⁾ Seydel, Ingenieur-Archiv 1933, S. 169.

Er wird dadurch gedeckt, daß von der potentiellen Energie der Schubspannungen

$$A_1 = 10,8 \tau_{kr} \delta f_{2,2}^2$$

und von derjenigen der Biegungsnormalspannungen

$$A_2 = 27,8 \tau_{kr} \delta f_{2,2}^2$$

freigegeben werden. Man sieht auch hier den größeren Einfluß der Biegungsnormalspannungen.

Die Auflösung der vier Gleichungen für verschiedene Werte des Verhältnisses $\frac{\sigma}{\tau} = x$ ergibt die in Abb. 2 wiedergegebene Darstellung der kritischen Schub- und Biegungsnormalspannungen.

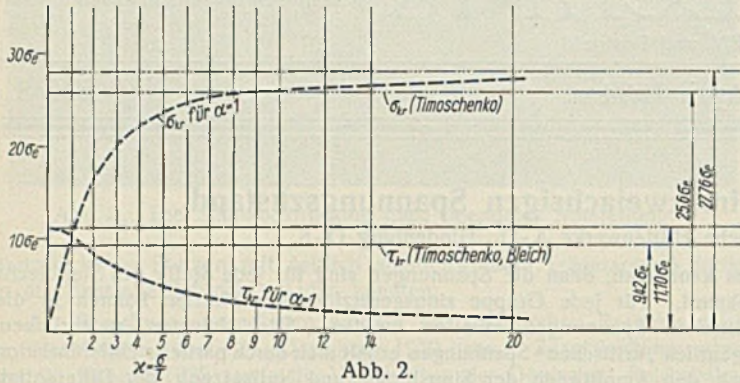


Abb. 2.

Die Berücksichtigung der Schubspannungen allein ergibt mit sechs Gleichungen den Wert $\tau_{kr} = 9,42 \sigma_e$ entsprechend der geraden Linie ————. Mit vier Gleichungen hätte sich die Linie ———— ergeben mit $\tau_{kr} = 11,10 \sigma_e$.

Man sieht aus der Abbildung, daß schon von $x \approx 1,5$ aufwärts sich unter dem Miteinfluß der Biegungsnormalspannungen schon wesentlich kleinere τ_{kr} -Werte ergeben.

Dagegen nähern sich die σ_{kr} bei größeren Verhältnisswerten $x = \sigma : \tau$ schon besser dem $\max \sigma_{kr}$ -Wert, der sich bei alleiniger Wirkung von Biegungsnormalspannungen mit $27,76 \sigma_e$ oder bei mehr berücksichtigten Gleichungen mit $25,6 \sigma_e$ ergibt. Die Beurteilung nach den Biegungsnormalspannungen allein ist schon von $x = 3$ aufwärts genauer als die nach den Schubspannungen allein.

Die Berücksichtigung von mehr als vier Gleichungen gibt noch etwas kleinere kritische Werte. Auch eine andere Auswahl von vier Gleichungen kann kleinere kritische Werte ergeben, doch kann man sich vorstellen, daß der Betrag, um welchen die Werte der Abbildung etwa noch zu groß sind, durch anderweitige günstige Einflüsse, wie die Einspannung an den Gurten, wettgemacht wird, so daß man die Werte der Abbildung für quadratische Plattenfelder praktisch gebrauchen kann.

Für rechteckige Plattenfelder mit dem Seitenlängenverhältnis $\alpha = \text{Länge} : \text{Höhe}$ ergeben sich bei Rechnung mit vier Gleichungen die Werte der beigegebenen Tafeln für die kritischen Spannungen.

Bei beiden Tafeln ist nicht nur die oben angegebene Zusammenstellung von vier nach Sinusgesetzen gebildeten Formen berücksichtigt, sondern noch die folgende anderweitige Zusammenstellung (Abb. 3).

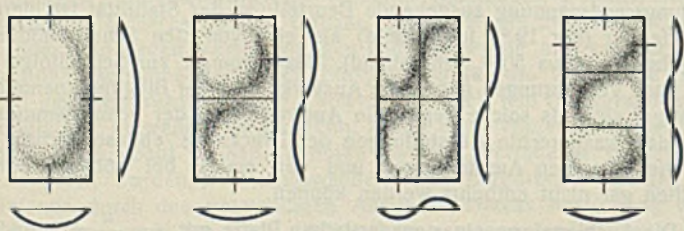


Abb. 3.

Die jeweils kleineren der erhaltenen σ_{kr} - und τ_{kr} -Werte sind in die Tafeln übernommen worden. a bedeutet stets die waagerechte Seite, b die lotrechte Seite, δ die Blechstärke (Abb. 4).

Die Berechnung der Zahlentafel erfolgte ausgehend von den Energieformeln, wie sie auch bei Bleich und Timoschenko verwendet sind.

Die neue potentielle Energie der Platte $a b$ vermöge der Krümmung aus ihrer Ebene heraus ist

$$A = \frac{\pi^4 D}{2} \cdot \frac{a b}{4} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} f_{ik}^2 \left(\frac{i^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} \right)^2$$

wobei $D = \frac{E \delta^3}{12(1-m^2)}$; $m = \frac{3}{10}$ (vgl. Bleich).

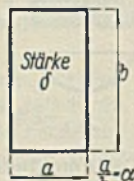


Abb. 4.

Die kritischen Schubspannungen τ_{kr}

$x = \frac{\sigma}{\tau}$	0,0	0,1	0,2	0,4	0,7	1,0	1,3	1,6	2,0	2,5	3	4	5	6	7	8	9	10	16	20	30	40	50	∞
$\alpha = a/b = 0,2$	419,00	419,00	418,00	306,00	175,00	122,90	84,20	76,60	61,30	49,00	40,80	30,60	24,60	20,40	17,51	15,31	13,61	12,25	7,66	6,12	4,090	3,070	2,450	0
desgl. = 0,3	157,20	157,10	156,70	151,20	102,90	72,50	55,80	45,40	36,40	29,00	24,20	18,19	14,55	12,12	10,39	9,09	8,08	7,28	4,55	3,64	2,420	1,816	1,448	0
„ = 0,4	84,20	84,00	83,60	81,20	67,90	53,20	41,90	34,30	27,60	22,20	18,51	13,90	11,13	9,28	7,96	6,96	6,19	5,57	3,48	2,79	1,858	1,391	1,114	0
„ = 0,5	54,10	54,10	53,70	52,40	48,10	40,60	34,20	28,80	23,50	19,07	16,00	12,07	9,70	8,08	6,93	6,07	5,40	4,86	3,04	2,43	1,622	1,216	0,973	0
„ = 0,6	39,10	39,00	38,80	38,10	35,90	32,60	28,70	25,10	21,10	17,45	14,76	11,26	9,07	7,58	6,52	5,71	5,08	4,58	2,86	2,29	1,529	1,146	0,918	0
„ = 0,8	25,40	25,30	25,30	25,00	24,20	23,10	21,70	20,20	18,09	15,74	13,81	10,89	8,92	7,53	6,50	5,72	5,10	4,60	2,90	2,32	1,548	1,162	0,929	0
„ = 1,0	19,83	19,83	19,80	19,66	19,32	18,81	18,17	17,27	15,90	14,31	12,90	10,66	9,00	7,76	6,80	6,05	5,44	4,94	3,13	2,56	1,711	1,286	1,028	0
„ = 1,2	17,32	17,32	17,30	17,23	17,04	16,74	16,40	15,51	14,46	13,17	12,00	10,03	8,52	7,36	6,46	5,74	5,16	4,68	2,99	2,41	1,614	1,211	0,970	0
„ = 1,5	15,90	15,90	15,88	15,87	15,80	15,58	15,03	14,41	13,54	12,47	11,42	9,64	8,24	7,14	6,28	5,59	5,03	4,57	2,93	2,35	1,578	1,186	0,950	0

Die kritischen Biegungsnormalspannungen σ_{kr}

$x = \frac{\sigma}{\tau}$	0,0	0,1	0,2	0,4	0,7	1,0	1,3	1,6	2,0	2,5	3	4	5	6	7	8	9	10	16	20	30	40	50	∞
$\alpha = a/b = 0,2$	0	41,900	83,60	122,20	175,00	222,90	260,20	288,60	306,00	312,5	312,5	312,5	312,5	312,5	312,5	312,5	312,5	312,5	122,5	122,5	122,5	122,5	122,5	122,5
desgl. = 0,3	0	15,710	31,30	47,00	60,50	72,50	84,20	94,20	102,90	109,0	114,2	118,1	121,2	123,6	125,5	127,7	129,7	131,6	133,6	135,6	137,6	139,6	141,6	143,6
„ = 0,4	0	8,400	16,72	25,08	32,50	39,00	44,50	49,00	52,40	55,2	57,5	59,4	60,9	62,1	63,0	63,8	64,5	65,1	65,7	66,2	66,7	67,2	67,7	68,2
„ = 0,5	0	5,410	10,75	16,10	20,70	24,50	27,60	30,10	32,10	33,6	34,6	35,4	36,0	36,5	36,9	37,3	37,6	37,9	38,2	38,4	38,6	38,8	39,0	39,2
„ = 0,6	0	3,900	7,77	11,60	15,20	18,10	20,40	22,10	23,40	24,3	24,9	25,4	25,8	26,1	26,3	26,5	26,6	26,7	26,8	26,9	27,0	27,1	27,2	27,3
„ = 0,8	0	2,530	5,05	7,58	10,00	12,10	13,80	15,10	16,10	16,8	17,3	17,7	18,0	18,2	18,4	18,5	18,6	18,7	18,8	18,9	19,0	19,1	19,2	19,3
„ = 1,0	0	1,983	3,96	5,94	7,86	9,52	10,81	11,81	12,50	13,0	13,4	13,7	14,0	14,2	14,3	14,4	14,5	14,5	14,6	14,6	14,7	14,7	14,7	14,8
„ = 1,2	0	1,732	3,46	5,19	6,89	8,28	9,38	10,10	10,6	11,0	11,3	11,6	11,8	12,0	12,1	12,2	12,3	12,3	12,4	12,4	12,5	12,5	12,5	12,6
„ = 1,5	0	1,590	3,18	4,77	6,35	7,72	8,81	9,54	10,0	10,4	10,7	11,0	11,2	11,4	11,5	11,6	11,7	11,7	11,8	11,8	11,9	11,9	12,0	12,0

Sicherheitsgrad $= \frac{\tau_{kr}}{\tau} = \frac{\sigma_{kr}}{\sigma}$ } alles in t und cm.
 δ = Stärke der Blechtafel } τ = Schubspannung der Blechtafel
 a = Länge (waagrecht) der Blechtafel } σ = Biegungsnormalspannung der Blechtafel
 b = Höhe (lotrecht) der Blechtafel

War die Platte mit Schubspannungen τ besetzt, so vermindert sich deren potentieller Energieinhalt um

$$A_1 = -4\tau\delta \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} f_{ik} f_{i'k'} \frac{ik i' k'}{(i^2 - i'^2)(k'^2 - k^2)},$$

wobei $i + i'$ und $k + k'$ ungerade Zahlen sind. Jede Verbindung zweier f kommt zweimal vor, entsprechend den doppelten Produkten bei Binom-Quadraten. In der späteren Rechnung soll aber jede Verbindung nur einmal genommen werden, dafür ist der Faktor 4 durch 8 zu ersetzen.

War weiter zugleich die Platte mit Biegungsspannungen (Biegung ohne Axialkraft) besetzt, so vermindert sich die hierin liegende potentielle Energie um

$$A_2 = + \frac{\delta\sigma}{2} \cdot \frac{a}{b} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{i^2 \pi^2}{a^2} \cdot \frac{4b^2}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k k' f_{ik} f_{i'k'}}{(k^2 - k'^2)^2}$$

σ ist die Biegungsrandspannung. $k + k'$ sind ungerade Zahlen. Auch hier ist der Faktor 4 durch 8 zu ersetzen, wenn die sonst doppelten f -Verbindungen nur je einmal genommen werden sollen.

Setzt man $\sigma = x\tau$ und die obigen Werte in die Gleichung $A = A_1 + A_2$ ein, so erhält man die Energiegleichung

$$\begin{aligned} \frac{\pi^4 D a b}{8} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} f_{ik}^2 \left(\frac{i^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} \right) = \\ = -8\tau\delta \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} f_{ik} f_{i'k'} \frac{ik i' k'}{(i^2 - i'^2)(k'^2 - k^2)} + \\ + \frac{\delta x \tau a}{2b} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{8i^2 b^2}{a^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k k' f_{ik} f_{i'k'}}{(k^2 - k'^2)^2} \end{aligned}$$

Löst man nach τ auf und setzt $a : b = \alpha$, so entsteht

$$\frac{D \pi^4}{32 \delta b^2 \alpha^3} \cdot \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} f_{ik}^2 (i^2 + k^2 \alpha^2)^2$$

$$\left[- \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} f_{ik} f_{i'k'} \frac{ik i' k'}{(i^2 - i'^2)(k'^2 - k^2)} + \frac{x}{2\alpha} \sum_{i=1}^{\infty} i^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k k' f_{ik} f_{i'k'}}{(k^2 - k'^2)^2} \right]$$

Um den „kritischen“ Kleinstwert von τ zu erhalten, werden die teilweisen Ableitungen nach den f_{ik} gebildet. Setzt man $\frac{D \pi^4}{32 \delta b^2 \alpha^3} = B$ und bezeichnet zur Vereinfachung den Nenner kurz mit $[\]$, so entsteht bei teilweiser Ableitung nach $f_{1,1}$ zum Beispiel:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau}{\partial f_{1,1}} = \frac{1}{[\]} \left\{ \left[\frac{B}{2} (1 + \alpha^2)^2 2f_{1,1} - \frac{B}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} f_{ik}^2 (i^2 + k^2 \alpha^2)^2 \right. \right. \\ \left. \left. - \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} f_{i'k'} \frac{1 i' k'}{(1 - i'^2)(k'^2 - 1)} + \frac{x}{2\alpha} \cdot 1 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k' f_{1k'}}{(1 - k'^2)^2} \right] \right\} \\ = \frac{1}{[\]} \left\{ B(1 + \alpha^2)^2 f_{1,1} - \frac{B}{2} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} f_{ik}^2 (i^2 + k^2 \alpha^2)^2}{[\]} \right. \\ \left. - \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} f_{i'k'} \frac{i' k'}{(1 - i'^2)(k'^2 - 1)} + \frac{x}{2\alpha} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k' f_{1k'}}{(1 - k'^2)^2} \right\} \\ = \frac{1}{[\]} \left\{ B(1 + \alpha^2)^2 f_{1,1} - \tau \right. \\ \left. - \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} f_{i'k'} \frac{i' k'}{(1 - i'^2)(k'^2 - 1)} + \frac{x}{2\alpha} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k' f_{1k'}}{(1 - k'^2)^2} \right\} \end{aligned}$$

Setzt man diese Ableitung gleich Null und schreibt die Summen aus, so entsteht mit $i' = k' = 2, 4, 6 \dots$

$$B(1 + \alpha^2)^2 f_{1,1} - \tau \left[-f_{2,2} \cdot \frac{4}{9} - f_{2,4} \cdot \frac{8}{45} - f_{4,2} \cdot \frac{8}{45} - f_{4,4} \cdot \frac{16}{225} + \frac{x}{2\alpha} \cdot f_{1,2} \cdot \frac{2}{9} + \frac{x}{2\alpha} \cdot f_{1,4} \cdot \frac{4}{225} \dots \right] = 0.$$

oder geordnet nach den Werten $f_{1,1} f_{1,2} f_{2,1} f_{2,2} f_{1,3} f_{2,3} f_{3,1} f_{3,2} f_{3,3} f_{1,4} f_{2,4} f_{3,4} f_{4,1} \dots$

$$\begin{aligned} \frac{B}{\tau} (1 + \alpha^2)^2 f_{1,1} - \frac{x}{2\alpha} \cdot \frac{2}{9} \cdot f_{1,2} - 0 - \frac{4}{9} \cdot f_{2,2} - 0 - 0 - 0 - 0 - 0 - 0 \\ - \frac{x}{2\alpha} \cdot \frac{4}{225} \cdot f_{1,4} - \frac{8}{45} \cdot f_{2,4} - 0 - 0 - \frac{8}{45} \cdot f_{4,2} - 0 - \frac{16}{225} \cdot f_{4,4} \dots = 0. \end{aligned}$$

In gleicher Weise kann nach allen f_{ik} abgeleitet werden.

Das ganze Gleichungssystem hat, wenn nur die Beiwerte der f_{ik} angeschrieben werden, die auf S. 60 oben angegebene Gestalt.

Werden die ersten vier Gleichungen und Beiwerte (nach Abb. 1) zur Weiterrechnung verwendet, zur Vereinfachung mit $+\frac{9}{4}$ multipliziert und

$+\frac{x}{4\alpha} = c$ sowie $+\frac{B}{\tau} \cdot \frac{9}{4} = e$ gesetzt, so ergibt sich folgende Determinantenrechnung:

$$\begin{vmatrix} +e(1 + \alpha^2)^2 & -c & 0 & -1 \\ -c & +e(1 + 4\alpha^2)^2 & +1 & 0 \\ 0 & +1 & +e(4 + \alpha^2)^2 & -4c \\ -1 & 0 & -4c & +e(4 + 4\alpha^2)^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$+ e(1 + \alpha^2)^2 \begin{vmatrix} +e(1 + 4\alpha^2)^2 & +1 & 0 \\ 0 & -4c & +e(4 + 4\alpha^2)^2 \end{vmatrix} +$$

$$+ c \begin{vmatrix} -c & 0 & -1 \\ +1 & +e(4 + \alpha^2)^2 & -4c \\ 0 & +4c & +e(4 + 4\alpha^2)^2 \end{vmatrix} +$$

$$+ 1 \begin{vmatrix} -c & 0 & -1 \\ +e(1 + 4\alpha^2)^2 & +1 & 0 \\ +1 & +e(4 + \alpha^2)^2 & -4c \end{vmatrix} = 0.$$

$$\text{I} = +e(1 + 4\alpha^2)^2 \begin{vmatrix} +e(4 + \alpha^2)^2 & -4c \\ -4c & +e(4 + 4\alpha^2)^2 \end{vmatrix} -$$

$$- 1 \begin{vmatrix} +1 & 0 \\ -4c & +e(4 + 4\alpha^2)^2 \end{vmatrix} = e(1 + 4\alpha^2)^2 e(4 + \alpha^2)^2 e(4 + 4\alpha^2)^2 -$$

$$- e(1 + 4\alpha^2)^2 16c^2 - e(4 + 4\alpha^2)^2.$$

$$\text{II} = -c \begin{vmatrix} +e(4 + \alpha^2)^2 & -4c & 0 \\ -4c & +e(4 + 4\alpha^2)^2 & -1 \\ 0 & -4c & +e(4 + 4\alpha^2)^2 \end{vmatrix} =$$

$$= -c e(4 + \alpha^2)^2 e(4 + 4\alpha^2)^2 + c 16c^2 + 4c.$$

$$\text{III} = -c \begin{vmatrix} +1 & 0 \\ +e(4 + \alpha^2)^2 & -4c \end{vmatrix} - e(1 + 4\alpha^2)^2 \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ +e(4 + \alpha^2)^2 & -4c \end{vmatrix} +$$

$$+ 1 \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ +1 & 0 \end{vmatrix} = +4c^2 - e(1 + 4\alpha^2)^2 e(4 + \alpha^2)^2 + 1.$$

$$e^4 (1 + \alpha^2)^2 (1 + 4\alpha^2)^2 (4 + \alpha^2)^2 (4 + 4\alpha^2)^2 - e^2 (1 + \alpha^2)^2 (1 + 4\alpha^2)^2 16c^2 -$$

$$- e^2 (1 + \alpha^2)^2 (4 + 4\alpha^2)^2 - c^2 e^2 (4 + \alpha^2)^2 (4 + 4\alpha^2)^2 + c^4 16 +$$

$$+ 4c^2 + 4c^2 - e(1 + 4\alpha^2)^2 (4 + \alpha^2)^2 + 1 = 0.$$

$$e^2 (1 + \alpha^2)^2 (4 + 4\alpha^2)^2 [e^2 (1 + 4\alpha^2)^2 (4 + \alpha^2)^2 - 1] -$$

$$- [e^2 (1 + 4\alpha^2)^2 (4 + \alpha^2)^2 - 1] - e^2 16c^2 (1 + \alpha^2)^2 [(1 + 4\alpha^2)^2 +$$

$$+ (4 + \alpha^2)^2] + 16c^4 + 8c^2 = 0.$$

$$[e^2 (1 + \alpha^2)^4 16 - 1] [e^2 (1 + 4\alpha^2)^2 (4 + \alpha^2)^2 - 1] -$$

$$- 16c^2 e^2 (1 + \alpha^2)^2 [(1 + 4\alpha^2)^2 + (4 + \alpha^2)^2] + 16c^4 + 8c^2 = 0.$$

$$[e^2 (1 + \alpha^2)^4 16 - 1] [e^2 (1 + 4\alpha^2)^2 (4 + \alpha^2)^2 - 1] -$$

$$- e^2 \frac{x^2}{\alpha^2} (1 + \alpha^2)^2 [(1 + 4\alpha^2)^2 + (4 + \alpha^2)^2] + \frac{x^4}{16\alpha^4} + \frac{x^2}{2\alpha^2} = 0.$$

Diese Gleichung wird nach e^2 aufgelöst. Dann ist

$$\tau_{kr} = \frac{9}{4} \cdot \frac{B}{e} = \frac{9 D \pi^4}{128 \delta b^2 \alpha^3 e} = \frac{9}{128} \sigma_e \frac{\pi^2}{\alpha^3 e} =$$

$$= \frac{3 \pi^4 E}{512 (1 - m^2) \alpha^3 e} \left(\frac{\delta}{b} \right)^2 = \mu \left(\frac{\delta}{b} \right)^2,$$

$$\sigma_{kr} = x \tau_{kr} = x \mu \left(\frac{\delta}{b} \right)^2.$$

Rechnet man mit den Gleichungen 1, 2, 4, 5 und den entsprechenden Beiwerten $f_{1,1}, f_{1,2}, f_{2,2}, f_{1,3}$ (nach Abb. 3), so hat man die Determinante

$$\begin{vmatrix} +e(1 + \alpha^2)^2 & -c & -1 & 0 \\ -c & +e(1 + 4\alpha^2)^2 & 0 & -c \frac{27}{25} \\ -1 & 0 & +e(4 + 4\alpha^2)^2 & +\frac{9}{5} \\ 0 & -c \frac{27}{25} & +\frac{9}{5} & +e(1 + 9\alpha^2)^2 \end{vmatrix} = 0$$

und für e die Gleichung

$$\left[e^2 16 \frac{\alpha^2}{x^2} (1 + 4\alpha^2)^2 (1 + \alpha^2)^2 - 1 \right] \left[e^2 \frac{25 \cdot 16}{81} (1 + \alpha^2)^2 (1 + 9\alpha^2)^2 - 1 \right] -$$

$$- e^2 \frac{\alpha^2}{x^2} \cdot \frac{25 \cdot 16}{81} (1 + 4\alpha^2)^2 (1 + 9\alpha^2)^2 - e \frac{9 \cdot 16}{25} (1 + \alpha^2)^4 + \frac{39}{25} = 0.$$

$+\frac{B}{\tau}(1+\alpha^2)^2$	$-\frac{x}{9\alpha}$	0	$-\frac{4}{9}$	0	0	0	0	0	...
$-\frac{x}{9\alpha}$	$+\frac{B}{\tau}(1+4\alpha^2)^2$	$+\frac{4}{9}$	0	$-\frac{x}{\alpha} \cdot \frac{3}{25}$	$-\frac{4}{5}$	0	0	0	...
0	$+\frac{4}{9}$	$+\frac{B}{\tau}(4+\alpha^2)^2$	$-\frac{4}{9} \cdot \frac{x}{\alpha}$	0	0	0	$-\frac{4}{5}$	0	...
$-\frac{4}{9}$	0	$-\frac{4}{9} \cdot \frac{x}{\alpha}$	$+\frac{B}{\tau}(4+4\alpha^2)^2$	$+\frac{4}{5}$	$-\frac{x}{\alpha} \cdot \frac{12}{25}$	$+\frac{4}{5}$	0	$-\frac{36}{25}$...
0	$-\frac{x}{\alpha} \cdot \frac{3}{25}$	0	$+\frac{4}{5}$	$+\frac{B}{\tau}(1+9\alpha^2)^2$	0	0	0	0	...
0	$-\frac{4}{5}$	0	$-\frac{x}{\alpha} \cdot \frac{12}{25}$	0	$+\frac{B}{\tau}(4+9\alpha^2)^2$	0	$+\frac{36}{25}$	0	...
0	0	0	$+\frac{4}{5}$	0	0	$+\frac{B}{\tau}(9+\alpha^2)^2$	$-\frac{x}{\alpha}$	0	...
0	0	$-\frac{4}{5}$	0	0	$+\frac{36}{25}$	$-\frac{x}{\alpha}$	$+\frac{B}{\tau}(9+4\alpha^2)^2$	$-\frac{x}{\alpha} \cdot \frac{27}{25}$...
0	0	0	$-\frac{36}{25}$	0	0	0	$-\frac{x}{\alpha} \cdot \frac{27}{25}$	$+\frac{B}{\tau}(9+9\alpha^2)^2$...

Diese Beiwertkolonnen gehören zu den Amplituden:

$f_{1,1}$	$f_{1,2}$	$f_{2,1}$	$f_{2,2}$	$f_{1,3}$	$f_{2,3}$	$f_{3,1}$	$f_{3,2}$	$f_{3,3}$...
-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----

τ_{kr} und σ_{kr} ergeben sich sodann nach denselben Formeln wie im erstenen Falle oben. Bei den größeren x ergibt für größere α die erstere, für kleinere α die zweite Gleichungengruppe kleinere, also maßgebende und in die Zahlentafel aufgenommene kritische Spannungen.

Beispiele.

(Stahlbrücken, die von den Vereinigten Oberschlesischen Hüttenwerken ausgeführt und vom Verfasser berechnet worden sind.)

Nach einigen Beispielen, bei welchen der kleinen Trägerhöhen oder der kleinen Spannungen wegen die Stabilität der Stehbleche auch ohne waagerechte Versteifungswinkel in der Druckzone gewährleistet ist, folgen andere, bei denen solche Winkel anzuordnen waren.

Brücke bei Colonnowska (St 37), Feld nahe der Mittelstütze.

$a = 125, b = 90, \alpha = 1,39, \tau = 0,575, \sigma = 1,400, x = \frac{\sigma}{\tau} = 2,43, \delta = 0,9.$

Nach den Tafeln ist $\tau_{kr} = 1,27, \sigma_{kr} = 3,10.$

Sicherheit übereinstimmend $= \frac{1,27}{0,575} = \frac{3,10}{1,40} = 2,22 \text{ fach} > 1.$

Der Sicherheitsgrad genügt, waagerechte Aussteifungen sind nicht erforderlich, denn die Stehbleche sind niedrig und die Biegungsspannung ist klein.

Brücke bei Schurgast (St 52), Plattenfeld nahe der Mittelstütze.

$a = 100, b = 150, \alpha = 0,667, \tau = 0,750, \sigma = 2,100, x = 2,80, \delta = 1,2,$

$\tau_{kr} = 1,00, \sigma_{kr} = 2,80.$

Sicherheit übereinstimmend $= \frac{1,00}{0,750} = \frac{2,80}{2,10} = 1,33 > 1.$

Der Sicherheitsgrad ist genügend. Man kommt noch ohne waagerechte Versteifungswinkel aus, weil die Stehbleche hier verhältnismäßig niedrig sind.

Brücke bei Bunzlau (St 37), Plattenfeld nahe dem Auflager.

$a = 117, b = 226, \alpha = 0,518, \tau = 0,365, \sigma = 1,400, x = 3,83, \delta = 1,2,$

$\tau_{kr} = 0,478, \sigma_{kr} = 1,83.$

Sicherheit übereinstimmend $= \frac{0,478}{0,365} = \frac{1,83}{1,400} = 1,31 > 1.$

Der Sicherheitsgrad ist genügend. Waagerechte Versteifungswinkel sind entbehrlich, weil die Randspannung 1,400 des St 37 verhältnismäßig klein ist. Es ist auch ungünstig gerechnet, da hier eine Abstufung der Gurte fehlt.

Brücke Ottmachau—Patschkau.

a) Feld nahe einer Stütze.

$a = 136, b = 300, \alpha = \frac{136}{300} = 0,453, \tau = 0,505, \sigma = 2,100,$

$x = \frac{2,100}{0,505} = 4,16, \delta = 1,4,$

$\tau_{kr} = \text{nach Tafel} = 12\,060 \left(\frac{\delta}{b}\right)^2 = 0,265,$

$\sigma_{kr} = 1,100.$

Spannungsverhältnis (= kritische zur zulässigen Spannung) $= \frac{0,265}{0,505}$
 $= \frac{1,100}{2,100} = 0,525 < 1.$

Das Ergebnis < 1 bedeutet, daß die Druckzone waagerechter Versteifungswinkel bedarf.

b) Feld nahe der Mitte der Öffnung.

$a = 194, b = 262, \alpha = 0,740, \tau = 0,346, \sigma = 2,100, x = 6,07, \delta = 1,4,$

$\tau_{kr} = \text{nach Tafel} = 0,213, \sigma_{kr} = 1,290.$

Spannungsverhältnis $= \frac{0,213}{0,346} = \frac{1,290}{2,100} = 0,616 < 1.$

Die waagerechten Versteifungswinkel sind auch im Mittelteil erforderlich.

Der überwiegende Einfluß der Biegungsspannungen legt es nahe, eine waagerechte Aussteifung der Druckzone nach den von Timoschenko im Eisenbau 1921 gegebenen Regeln für gedrückte Platten anzuordnen und zu bemessen, wofür waagerechte Versteifungswinkel von genügend großem Trägheitsmoment am geeignetsten sind. Bei einer waagerechten Versteifung, die nicht in der Druckzone, sondern in der halben Höhe des Trägers liegt, ergäbe sich für den Plattenteil, der die Druckzone bildet, nach Timoschenko, Eisenbau, S. 149, kein befriedigender Sicherheitsgrad.

Es wäre $\frac{a}{b} = \frac{136}{150} = 0,91, k = 4,00$ (nach Zahlentafel I)

$\sigma_e = \frac{3,14^2 \cdot 2100 \cdot 1,4^3}{10,8 \cdot 150^2 \cdot 1,4} = 0,167,$

$\sigma_{kr} = 4,00 \cdot 0,167 = 0,670, \sigma \text{ im Mittel} = 2,100 : 2 = 1,050.$

Sicherheit $\frac{\sigma_{kr}}{\sigma} = \frac{0,670}{1,050} = 0,635 < 1.$ Hierbei sind die Schubspannungen noch unberücksichtigt.

Oderbrücke Oppeln (Adolf-Hitler-Brücke), nahe den Auflagern.

$a = 131,5, b = 194,5, \alpha = 0,677, \tau = 0,670, \sigma = 2,100, x = 3,14, \delta = 1,1,$

$\tau_{kr} = 0,441, \sigma_{kr} = 1,38.$

Spannungsverhältnis übereinstimmend $= \frac{0,441}{0,670} = \frac{1,38}{2,100} = 0,660 < 1.$

Die Aussteifung der Druckzone durch waagerechte Versteifungswinkel ist vorgesehen.

Feld in der Mitte. $a = 120, b = 200, \alpha = 0,60, \tau = 0,091, \sigma = 2,100,$

$x = 23,1, \delta = 1,1, \tau_{kr} = 0,0615, \sigma_{kr} = 1,42.$

Spannungsverhältnis $\frac{\tau_{kr}}{\tau}$ oder $\frac{\sigma_{kr}}{\sigma}$ ist übereinstimmend $= 0,0615 : 0,091 = 1,42 : 2,100 = 0,68 < 1.$

Auch hier ist die Druckzone durch waagerechte Winkel ausgesteift.

Zweite Oderbrücke in Oppeln (Jahrhundertbrücke). Feld nahe der Mittelstütze. $a = 165, b = 250, \alpha = 0,660, \tau = 0,626, \sigma = 2,100,$

$x = 3,35, \delta = 1,3, \tau_{kr} = 0,356, \sigma_{kr} = 1,20.$

Spannungsverhältnis $= \frac{0,356}{0,626} = \frac{1,20}{2,10} = 0,57 < 1.$

Zur Herstellung der Stabilitätssicherheit werden in der Druckzone waagerechte Versteifungswinkel einseitig angebracht und nach Timoschenko bemessen.

Oderbrücke zwischen Poppelau und Nikoline (im Bau). Feld nahe dem Strompfeiler mit besonderem hohem Stehblech.

$a = 133, b = 480, \alpha = 0,278, \tau = 0,477, \sigma = 2,100, x = 4,40, \delta = 1,4,$

nach der Zahlentafel wird $\tau_{kr} = 0,195, \sigma_{kr} = 0,85,$ das Spannungsverhältnis ist $= \frac{0,195}{0,477} = \frac{0,85}{2,10} = 0,41 < 1.$ Die Druckzone wird zur Stabilitätssicherung mit zwei parallelen einseitigen Winkelprofilen versteift.

Tragfähigkeit von Stahlstützen mit Betonkern bei mittigem Kraftangriff.

Alle Rechte vorbehalten.

Von Prof. K. Memmler, Dr.-Ing. G. Bierett und Dr.-Ing. G. Grüning.
(Mittellung aus dem Staatlichen Materialprüfungsamt Berlin-Dahlem.)
(Schluß aus Heft 7.)

2. Die Stahlstützen mit Betonkern. Bei Anordnung der Schneiden parallel zu den Stegen vergrößert sich der Trägheitsradius mit wachsendem Profilabstand, die Stützen werden gedrungener. Bei Anordnung der Schneiden parallel zu den Flanschen nimmt der rechnermäßige Trägheitsradius etwas ab, da der Trägheitsradius des Betonquerschnittes geringer ist als der Trägheitsradius der Profile. Im ganzen gesehen, hat bei den vorkommenden Schlankheiten der Trägheitsradius wenig Einfluß auf die Tragfähigkeit.

a) Die Kraftverteilung auf Profile und Kern. Die ausgeführten Formänderungsmessungen gestatten eine recht genaue Bestimmung der Kraftaufnahme durch die Profile, wie die früheren Ausführungen zeigten. Hierbei müssen jedoch zwei wesentliche Einschränkungen gemacht werden. Die Kraftverteilung auf Profile und Kern kann von Querschnitt zu Querschnitt wechseln. Wenn auch Ungleichmäßigkeiten des Betons hinsichtlich des Elastizitätsmoduls hierfür nicht so ausschlaggebend sein mögen, so können vorhandene Risse im Beton, vor allem Schwindrisse oder sonstige durch die Herstellung vorhandene Ungleichmäßigkeiten eine von Querschnitt zu Querschnitt wechselnde Kraftverteilung verursachen. Die im allgemeinen nur in einem Querschnitt ausgeführten Messungen geben demnach zwar ziemlich genau Aufschluß über die Verhältnisse im Meßquerschnitt, ohne daß von vornherein angenommen werden kann, daß die Stütze sich über die ganze Länge ähnlich verhält. Im einzelnen wird diese Ungleichmäßigkeit noch an einem Beispiel erörtert werden. Eine weitere Unsicherheit in der Bestimmung der Kraftverteilung aus den Meßwerten ergibt sich in Nähe der Knicklast, wenn die Spannungen im Stahl in Nähe der Quetschgrenze liegen, so daß die Voraussetzung des geradlinigen Spannungs-Formänderungsgesetzes nicht mehr genau erfüllt ist. Im einzelnen wird auch darauf noch zurückzukommen sein.

Zahlentafel Nr. 3 (S. 62) enthält als Beispiel die Ergebnisse der an der Stütze II 3,1 beobachteten Stauchungen. Aus den Stauchungen der Profile ist gemäß den früheren Angaben der Kraftanteil der Profile und durch Vergleich mit der äußeren Last auch der des Betonkerns errechnet. Die sich ergebende Kraftverteilung ist angegeben. Diese Bestimmung wurde für sämtliche Stützen auf gleiche Weise durchgeführt.

Die Kenntnis der Formänderungseigenschaften des Betons in Abhängigkeit von der Spannung, die an 1,0 m hohen Druckprismen von 20 x 20 cm² Querschnitt für jede Mischung festgestellt wurde, ermöglicht noch eine weitere Berechnung der Kraftverteilung unabhängig von den Messungen im Knickversuch selbst. Hierbei kann freilich die teilweise umschnürende Wirkung der Stahlteile auf den Stützenbeton nicht berücksichtigt werden, deren Einfluß auf die Formänderungen des Betons durch zusätzliche Querspannungen bei der nicht geschlossenen Ausbildung des Stahlquerschnittes jedoch kaum als allzu wesentlich anzunehmen ist.

Bei der Bestimmung der Kraftverteilung auf diesem Wege, unabhängig von den Werten des Knickversuchs, wurde der Elastizitätsmodul des Betons aus den Werten der Prismenversuche für verschiedene Spannungsgrenzen zwischen 0 und einer bestimmten Spannung σ_b als Sehnenwerte der Spannungs-Formänderungskurve ermittelt. Hierbei konnten die Werte von Prismen aus neun verschiedenen Betonmischungen wegen guter Übereinstimmung gemittelt werden. Die zu den Stützen V 4 gehörigen Prismenversuche mußten gesondert behandelt werden, da der Beton infolge der Eigenschaften des aus einer neuen Lieferung stammenden Zementes andere Formänderungs- und Festigkeitseigenschaften aufwies. Für eine bestimmte Spannung σ_b ergibt sich der

$$\text{Wert } n = \frac{E_e}{E_b} \cdot (E_e = \text{konst} = 2080000 \text{ kg/cm}^2).$$

Es ist $\sigma_e = n \sigma_b$; $P_b = \sigma_b F_b$; $P_e = \sigma_b n F_e$; $P = P_e + P_b = \sigma_b (F_b + n F_e)$. Für verschiedene ausgenommene Betonspannungen wurden die Werte P_b und P_e errechnet und die Werte $P = P_e + P_b$ in Abhängigkeit von σ_b aufgetragen. Die Extrapolation dieser Kurven auf die Knicklast der Stützen ergibt eine zu dieser gehörige Betonspannung σ_b und damit auch die Kraftverteilung und Beanspruchungen beim Knicken.

Die Gegenüberstellung der auf zwei verschiedenen voneinander unabhängigen Wegen ermittelten Kraftverteilung und Beanspruchung ermöglicht ein Urteil über die Unterschiede, die innerhalb einer Stütze bis-

wellen auftreten können. Im ganzen gesehen, scheint die Bestimmung der Kraftverteilung auf dem zuletzt angegebenen Wege den mittleren Kraftverteilungsverhältnissen über die ganze Höhe besser zu entsprechen als die aus den Messungen im Knickversuch festgestellten Kraftverhältnisse (s. Zahlentafel 5, Heft 7, S. 52).

An der Stütze II 3,2 wurden die Materialstauchungen außer im mittleren Querschnitt des zweiten Feldes von oben, in dem die Materialstauchungen in den anderen Versuchen bestimmt worden waren, in vier weiteren Querschnitten gemessen. Bezweckt wurde hiermit ein Aufschluß über die Gleichmäßigkeit oder Ungleichmäßigkeit der Kraftverteilungsverhältnisse über die Stützhöhe. Die Untersuchung der einzelnen Querschnitte erfolgte aus meßtechnischen Gründen nacheinander. Zahlentafel 4 enthält die an den acht Meßstellen jedes Querschnittes ermittelten mittleren Stauchungen und die daraus errechnete Kraftverteilung. Die Kraftverteilung läßt ein relativ stark verschiedenes Verhalten der Stütze in den einzelnen Höhenlagen erkennen. Die Messungen im Mittelquerschnitt des mittleren Feldes ergeben mit $\frac{P_e}{P} = 54\%$ die geringste Beteiligung der C-Profile. In den anderen Querschnitten nehmen die Profile etwas mehr oder weniger als 60% der Gesamtkraft auf.

Zahlentafel 4.
Materialstauchung und Kraftverteilung
in den einzelnen Querschnitten der Stütze II 3,2.

Meßquerschnitt	Belastung $P = P - P_0$ t	Anteil				Verhältnis		
		der C-Profile		des Betonkerns		$\frac{P_e}{P}$ %	$\frac{P_b}{P}$ %	$\frac{n}{\sigma_b}$
		P_e t	$\sigma_e = P_e : F_e$ kg/cm ²	$P_b = P - P_e$ t	$\sigma_b = P_b : F_b$ kg/cm ²			
im ersten Feld von oben	40	25,4	655	14,6	62,4	64	36	10,5
	60	37,5	966	22,5	96,2	63	37	10,0
	80	48,6	1253	31,4	134,0	61	39	9,4
im zweiten Feld von oben	40	23,9	616	16,1	68,8	60	40	9,0
	60	35,5	915	24,5	105,0	59	41	8,7
	80	46,2	1191	33,8	144,0	58	42	8,3
im dritten Feld von oben	40	21,7	559	18,3	78,2	54	46	7,2
	60	32,7	843	27,3	117,0	54	46	7,2
	80	43,5	1121	36,5	156,0	54	46	7,2
im fünften Feld von oben	40	23,4	603	16,6	70,9	59	41	8,5
	60	34,9	899	25,1	107,0	58	42	8,4
	80	45,5	1173	34,5	147,0	57	43	8,0

Die an dieser Stütze gewonnenen Ergebnisse sind für die Beurteilung der aus den Stahlstauchungen nur eines Querschnittes berechneten Kraftverteilung in Zahlentafel 5 mit in Betracht zu ziehen. Diese Werte stellen tatsächlich nur die Verhältnisse in dem Meßquerschnitt dar. Mit größeren Unterschieden über die Höhe ist zu rechnen.

In den Abb. 6 u. 7 ist die aus den Messungen errechnete Kraftverteilung für sämtliche Stützen graphisch dargestellt. In Abb. 6 sind als

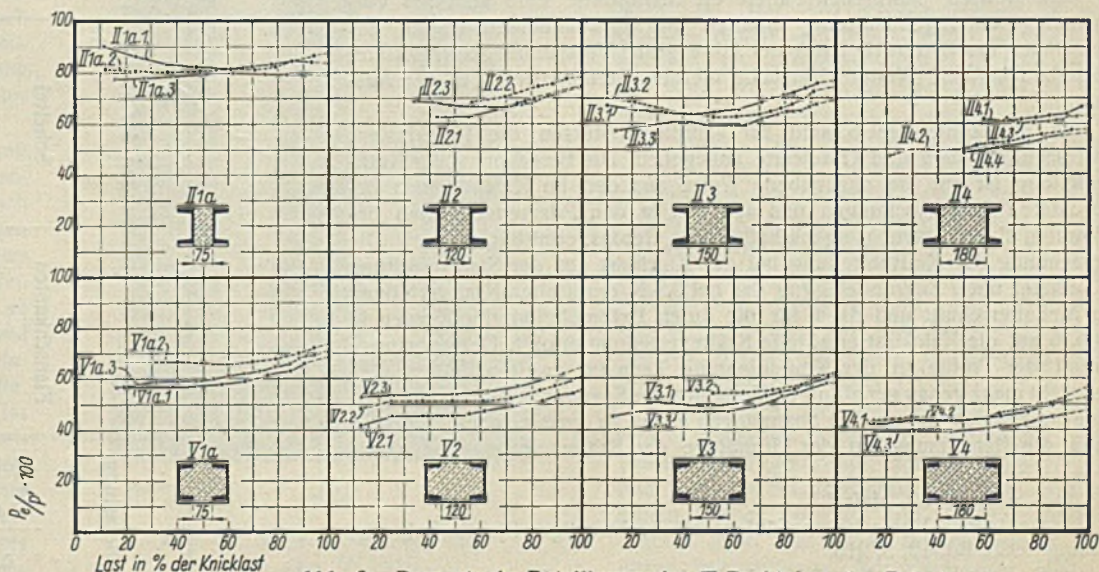


Abb. 6. Prozentuale Beteiligung der C-Profile an der Belastung.

Abszisse die verschiedenen Laststufen in Prozenten der Knicklast angeben, als Ordinate sind die errechneten Verhältnisse $P_e : P'$ aufgetragen. Sämtliche Kurven zeigen eine wachsende Beteiligung der Profile an der Kraftübernahme bei Annäherung an die Knicklast, entsprechend dem abnehmenden Elastizitätsmodul des Betons. Bei einigen Stützen zeigt sich bei kleinen Lasten zunächst eine größere Beteiligung der Profile, die dann bei steigender Last abnimmt, um bei größeren Lasten wieder anzuwachsen. Man wird dies Verhalten mit Schwindrissen im Beton in Verbindung bringen müssen, die bei größerer Spannung geschlossen wurden, so daß danach eine stärkere Kraftübernahme durch den Beton erfolgte.

In Abb. 7 ist die errechnete Kraftverteilung in anderer Art dargestellt. Als Ordinate ist die Gesamtlast aufgetragen. Für jede Stütze sind durch Auftragen des jeweiligen Anteils P_e nach rechts und P_b nach links zwei Kurven gefunden.

In beiden Darstellungen zeigen die Kurven von Parallelstützen teilweise Übereinstimmung, teilweise auch größere Abweichungen. Die Abweichungen liegen jedoch im Bereich der nach den eingehenden Untersuchungen an der Stütze II 3,2 (Zahlentafel 4) auftretenden Unterschiede in der Kraftverteilung in verschiedenen Rahmenfeldern und Meßquerschnitten. Auf wesentlich verschiedene Bedingungen in der mittleren Kraftverteilung bei Parallelstützen kann aus diesen Kurven nicht geschlossen werden.

b) Die Tragfähigkeit der Stützen. Für die Tragfähigkeit derartiger Stützen ist die Bruchstauchung des Betons von ausschlaggebender Bedeutung. Da beide Materialien im Mittel dieselbe Stauchung erleiden, kann die Stauchung des Stahls vor dem Bruch nicht größer werden als die Bruchstauchung des Betons. Die Bruchstauchung des Betons wurde an Prismen zu 0,11% im Mittel gefunden. Dem entspricht eine Stahlspannung von $\frac{0,11}{100} \cdot 2080000 = 2290 \text{ kg/cm}^2$. Wenn die Stauchungsfähigkeit des durch \square -Profile umhüllten Betons nicht größer wäre als die der Prismen, so hätten die Knickspannungen der Profile bei 2290 kg/cm^2 liegen müssen. Tatsächlich wurde im allgemeinen die wesentlich größere Streckgrenze des Stahls nahezu ausgenützt, ohne daß der Beton vordem zerstört wurde. Dies ist dadurch zu erklären, daß die Stauchungsfähigkeit des Betons durch die umhüllenden Stahlprofile gehoben wird. Aus Versuchen anderer Stellen ist bekannt, daß die Stauchungsfähigkeit des Betons durch eine enge Umbügelung gehoben wird. Emperger²⁾ fand Stauchgrenzen von etwa 0,22% für einen mit dicht liegenden Bügeln bewehrten Eisenbeton. Noch stärker wirkt sich Umschnürung aus. Saliger³⁾ gibt hierfür z. B. Bruchstauchungen bis zu 0,7% an.

In Zahlentafel 5 sind deshalb die auf 25 cm Meßlänge mit Spiegelapparaten gemessenen Stauchungen des Stützenbetons in der vorletzten Spalte wiedergegeben. In den meisten Fällen konnte die Stauchung direkt bei der Knicklast bestimmt werden. In den Fällen, in denen die Messung nicht ganz bis zur Höchstlast ausgeführt worden ist, sind die zuletzt gemessenen Werte angegeben worden (rund geklammert). Bei zwei Stützen zeigte der Beton innerhalb der Meßstrecke beim Bruch Risse. Die dabei ermittelten Stauchwerte können also größer als die Bruchstauchung des Betons sein (in der Zahlentafel 5 eckig geklammert). Sie liegen zwischen 0,202 und 0,296%. Die ermittelten Stauchwerte beim Bruch der Stütze, bei denen der Beton innerhalb der Meßstrecke unversehrt blieb, sind untereinander sehr verschieden und betragen im Mittel 0,133%. Man wird mit einer Betonstauchung von etwa 0,18 bis 0,20% bis zum Auftreten von größeren Rissen rechnen können, so daß der normale Baustahl St 37 bis zur Streckgrenze ausgenützt werden kann. Hinzu kommt, daß in den meisten praktischen Fällen die Stahlprofile eine statische Vorspannung aus Eigenbelastung erhalten und daß außerdem durch das Schwinden des Betons im Laufe der Jahre große Vorspannungen im Eisen⁴⁾ entstehen können. Weitere Versuche hierüber stehen bereits in der Ausführung.

In der Zahlentafel 5 sind für sämtliche Stützen die Knicklasten, Querschnittsgrößen und Gütewerte angegeben. Die Berechnung der Kraftverteilung ist auf die angegebene Weise aus den im Knickversuch beobachteten Stahlstauchungen und aus den in den Prismenversuchen bestimmten Formänderungseigenschaften des Betons ermittelt (s. vor). Die Berechnung der Kraftverteilung bei der Knicklast aus der Stahlstauchung ist einmal unter Zugrundelegung der bei 0,9 K ermittelten Kraftverteilung im Meßquerschnitt und dann für die durch Extrapolation der Kurven in Abb. 6 auf die Knicklast ermittelte Kräfteverteilung erfolgt. Der errechnete Anteil der Profile an der Kraftaufnahme kann im zweiten Falle wegen des nicht mehr genau geradlinigen Verlaufes der Spannungs-Formänderungslinie im Bereich der großen Spannungen etwas zu groß sein; andererseits kann die Berechnung auf der Grundlage der Kräfteverteilung bei 0,9 K

²⁾ S. a. O., S. 50, Heft 7.

³⁾ Saliger, Versuche an Säulen mit hochwertiger Stahlbewehrung. Bauing. 1933, Bd. 12, S. 216.

⁴⁾ S. Emperger: Amerikanische Säulenversuche. B. u. E. 1933, S. 144.



Zahlentafel 3.
Knickversuch mit der Stütze II 3,1.

Belastung	Stauchungen der Profile in $\epsilon \cdot 10^5$		Mittlerer		Lastanteile der \square -Profile		Mittlere Spannung		Last		Spannung		Stauchung		Elastizitätsmodul		Verhältnisse		Bemerkungen	
	P	$P' - P_0$	A = $\frac{1}{4}(11+16+17+22)$	B = $\frac{1}{4}(12+15+18+21)$	$P_1 = \frac{AEF_1}{10^8}$	$P_2 = \frac{BEF_2}{10^8}$	$P_e = \frac{P_1 + P_2}{10^8}$	$\sigma_e = \frac{P_e}{F_e}$	$P_b = P' - P_e$	$\sigma_b = \frac{P_b}{F_b}$	Messung	Mittel	$E_b \cdot 10^{-3} \text{ kg/cm}^2$	$\frac{P_e}{P'}$	$\frac{P_b}{P'}$	$\frac{P_e}{P'}$	$\frac{P_b}{P'}$	$\frac{P_e}{P'}$		$\frac{P_b}{P'}$
0,6	16,3	16,3	14,3	13,3	2,67	8,22	10,9	282	5,4	23	11	8	242	67	33	12,3	10,6	10,6	10,6	Im 2. Feld von oben gemessen
16,9	34,1	34,1	29,5	26,8	5,52	16,56	22,1	571	12,0	51	24	20	232	65	35	11,2	21,7	21,7	21,7	
34,7	51,7	51,7	42,3	40,5	7,91	25,03	32,9	850	18,8	81	36	32	238	64	36	10,5	32,8	32,8	32,8	
52,3	69,9	69,9	57,0	53,8	10,7	33,2	43,9	1134	26,0	111	48	45	239	63	37	10,2	44,2	44,2	44,2	$F_1 = 9,0 \text{ cm}^2$
70,5	83,6	83,6	68,0	65,3	12,7	40,4	53,1	1372	30,5	130	61	54	226	64	36	10,6	52,8	52,8	52,8	$F_2 = 29,7 \text{ cm}^2$
84,2	98,3	98,3	81,8	78,8	15,3	48,7	64,0	1654	34,3	146	71	64	216	65	36	11,3	62,1	62,1	62,1	$F = 38,7 \text{ cm}^2$
98,9	112,7	112,7	96,0	94,0	18,0	58,1	76,1	1966	36,6	156	83	73	200	68	32	12,6	71,1	71,1	71,1	$E = 2080000 \text{ kg/cm}^2$
113,3	119,7	119,7	103,0	102,0	19,3	63,0	82,3	2127	37,4	159	89	78	190	69	31	13,4	75,5	75,5	75,5	
120,3	126,8	126,8	112,0	111,0	20,9	68,6	89,5	2313	37,3	159	95	82	180	71	29	14,5	80,0	80,0	80,0	
127,4	134,0	134,0	118,0	118,0	22,1	72,9	95,0	2455	38,4	164	101	86	175	71	29	14,9	84,1	84,1	84,1	
141,0	140,4	140,4	124,0	128,0	23,2	79,1	102,3	2643	38,1	163	107	91	165	73	27	16,2	88,5	88,5	88,5	
155,2	148,1	147,5	131,0	139,0	24,5	85,9	110,4	2853	37,1	158	119	95	152	75	25	18,0	93,0	93,0	93,0	
159,3	158,7	158,7	—	—	—	—	—	—	—	—	124	110	—	—	—	—	97,5	97,5	97,5	

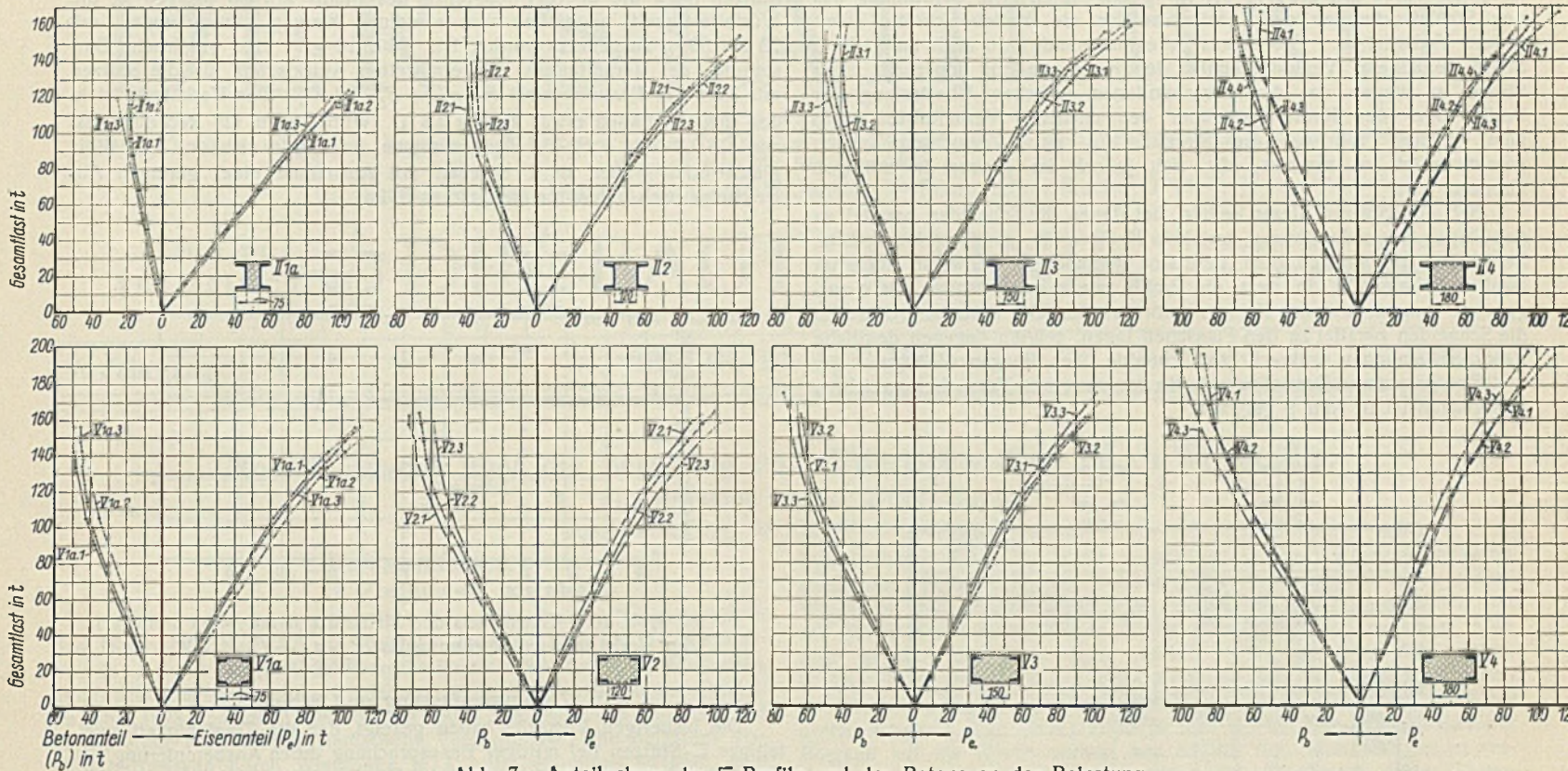


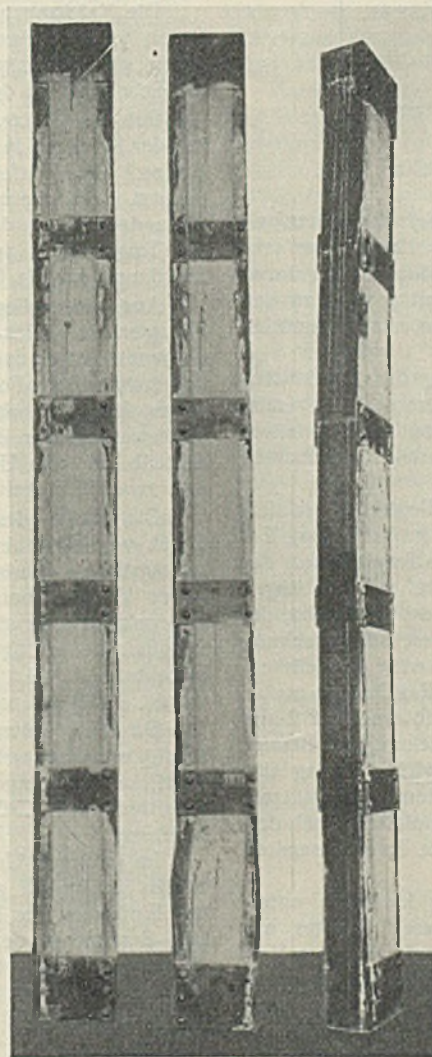
Abb. 7. Anteilnahme der □-Profile und des Betons an der Belastung.

etwas zu geringe Beteiligung der Profile bei der Knicklast ergeben, weil der Elastizitätsmodul des Betons zwischen 0,9 K und K noch abnimmt. Ganz allgemein gesehen, scheint die Berechnung aus der Spannungsstauchungslinie der Betonprismen den mittleren Kraftverhältnissen am besten zu entsprechen. Die Beurteilung der Versuchsergebnisse soll deshalb nach dieser erfolgen, wobei zu beachten ist, daß nach den Ergebnissen der Messungen im Knickversuch die Kraftverhältnisse in einzelnen Querschnitten recht erheblich von den mittleren abweichen können.

Betrachtet man als erstes die Spannung in den Profilen und im Beton bei der Knicklast im Verhältnis zur oberen Streckgrenze und zur Würfelfestigkeit, so sind folgende Feststellungen zu treffen.

Für die reinen Stahlstützen II 1, II 4a, V 1 und V 4a sind die Knickspannungen unabhängig von der Profilstellung, dem Profilabstand und der Stellung der Schneiden. Bei vollkommener Zentrierung und geraden Profilen wird die Fließgrenze im Knickversuch erreicht. Fehlerhafte Einflüsse der Ausbildung der Stützen und der Zentrierung führten teilweise zu einer Abminderung bis auf 92 %.

Bei den enggestellten Stützen II 1a mit Kern beträgt das Verhältnis der Knickspannung zur Fließgrenze nur 86 bis 88 %. Auch die Berechnung aus den Stahlstauchungen führt zu Stahlspannungen, die merklich unter der Fließgrenze liegen. Die Stäbe konnten recht gut zentriert werden, so daß eine so merkliche Abminderung der Knicklasten und -spannungen infolge ungünstiger Krafteinleitung weniger in Frage kommen dürfte. Ob die etwas geringeren Spannungen im Stahl bei der Knicklast gegenüber der festgestellten Fließgrenze auf zufällige Unterschiede in den Güteeigenschaften der Profile zurückzuführen sind, läßt sich nicht übersehen. Die Würfelfestigkeit wurde zu 73 bis 74 % ausgenutzt. Die Stützen knickten über



Stützen: V 3,1 | V 3,2 | V 4,3
Bruchlast K: 169,3 t | 163,3 t | 197,5 t

Abb. 8. Stützen mit Betonkern nach dem Versuch.

die ganze Länge senkrecht zur Schneidenrichtung. Die Stellung der Schneiden war ohne Einfluß auf die Knicklast.

Die Stützen II 2 bis II 4 zeigen hinsichtlich des Verhältnisses der Spannung im Stahl bei der Knicklast zur Fließgrenze untereinander gleiches Verhalten. Die Stahlspannung ist im allgemeinen gleich der Fließgrenze. Eine geringere Stahlspannung weist die Stütze II 2,3 auf. Die Berechnung aus der Stahlstauchung führt für einen Teil der Stützen zu gleichem Ergebnis wie die Berechnung aus dem Betonelastizitätsmodul. Bei den weit gestellten Stützen II 4 ergeben sich bei den Versuchen II 4,2 bis II 4,4 für die verschiedenen Berechnungsverfahren größere Unterschiede in den Stahl- und Betonspannungen. Im Vergleich zu den anderen Ergebnissen ist anzunehmen, daß für diese Stützen die Berechnung aus der Stahlstauchung zu zu geringen Stahlspannungen und zu zu hohen Betonspannungen gegenüber den mittleren Verhältnissen geführt hat. Bei den Stützen II 2 wurde die Würfelfestigkeit mit etwa 80 % ausgenutzt, bei den am weitesten gestellten Stützen II 4 mit rund 70 %. Die Brucherscheinungen bei diesen Stützen traten in der Regel mehr örtlich ein. Bei den mit parallel zu den Stegen liegenden Schneiden untersuchten Stützen wurden meistens eine örtliche Verformung in einem Rahmenfeld durch Ausbiegung eines oder beider Profile und Zerstörung des Betons beobachtet (Abb. 8, Stützen V 3,1 und V 3,2). Die mit den Schneiden parallel zu den Flanschen untersuchten Stützen knickten in Richtung der Stege aus (Abb. 8, Stütze V 4,3).

Bei den Stützen der Reihe V mit nach innen gestellten Flanschen wurde bei den beiden enger gestellten Profilen (Reihen V 1a und V 2) die Stahlfließgrenze in den meisten Fällen nahezu erreicht. Die weiter gestellten Stützen V 3 und V 4 zeigten hierin ein etwas ungünstigeres Verhalten. Die Würfelfestigkeit wurde zu 73 bis 74 % ausgenutzt. Die Stützen knickten über

festigkeit wurde mit etwa 70 bis 75 % ausgenutzt. Die Berechnung aus den Stahlstauchungen ergibt teilweise für die Meßquerschnitte etwas andere Verhältnisse. Die daraus zu entnehmende und auch an anderer Stelle behandelte Veränderlichkeit der Kraftverteilung innerhalb einer Stütze ist wegen der damit verbundenen örtlichen Überlastung der Profile oder des Kerns gegenüber den mittleren Verhältnissen wohl zum größten Teil für die Streuung in den Versuchsergebnissen verantwortlich zu machen, die sich jedoch im ganzen in mäßigen Grenzen hält.

Bei allen Stützen dieser Reihen, bei denen die Schneiden parallel zu den Stegen angeordnet waren, trat kein Knicken ein, sondern eine örtliche Zerstörung im obersten oder untersten Rahmenfeld, teilweise auch im zweiten Rahmenfeld, in dem die Profile mehr oder weniger stark ausgebogen wurden und der Beton zerstört wurde. Die Stützen, bei denen die Schneiden parallel zu den Flanschen lagen, zeigten dagegen deutliche Knickerscheinungen senkrecht zur Schneide über die ganze Länge.

Eine graphische Darstellung der in den einzelnen Versuchen erreichten Knicklasten ist in Abb. 9 gegeben.

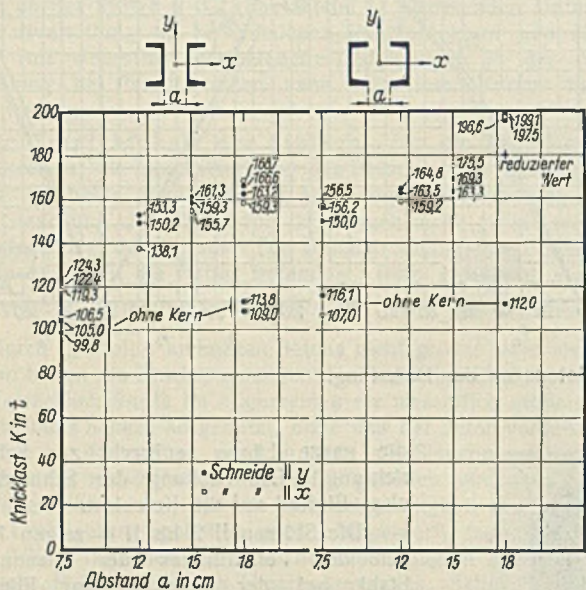


Abb. 9. Knicklasten der Stahlstützen mit und ohne Kern.

Die Stützen der Reihe II mit Kern zeigen gegenüber der Stütze mit dem Profilabstand $a = 7,5$ cm bei dem Profilabstand $a = 12$ cm einen sehr erheblichen Zuwachs an Tragfähigkeit. Für größere Profilabstände nimmt die Tragfähigkeit langsamer zu. Die Tragfähigkeit der mit parallel zu den Flanschen angeordneten Schneiden untersuchten Stützen nimmt zunächst nicht so stark zu.

Bei den Stützen der Reihe II 4 ist die Anführung des Ergebnisses einer mit Flächenlagerung untersuchten Stütze von Interesse, die bereits früher erwähnt wurde. Die Knicklast betrug 158,3 t und war also etwas kleiner als der Durchschnittswert der mit Schneidenlagerung untersuchten Stütze gleicher Ausbildung.

Aus dem Ergebnis eines weiteren Versuches am Beginn der Untersuchung zur Klärung der Lagerung mit einer Stütze der Ausbildung II 4 geht die Bedeutung der Art der Krafteinleitung für die Tragfähigkeit der Stützen hervor. Die Stütze wurde mit Schneiden parallel zu den Stegen untersucht. Zwischen Kopfdruckplatte des Lagers und der Endfläche der Stütze war eine 4 mm dicke Bleiplatte eingelegt. Die stärkere Beanspruchung in den Profilen gegenüber der Betonbeanspruchung verursachte eine stärkere Zusammendrückung der Bleiplatte an den Stellen der Profilanlage als an der Betondruckfläche. Die Bleiplatte drückte sich deshalb am Kopf 2 mm in den Beton ein und erzeugte so eine stärkere Beanspruchung des Betons. Bei 146 t wurde der Beton am Kopf zerstört. Die Tragfähigkeit lag also merklich niedriger als bei allen ohne Zwischenlage untersuchten Stützen. Das Ergebnis sollte veranlassen, der Frage der Krafteinleitung bei derartigen Stützen im Versuch und in der Praxis erhöhte Aufmerksamkeit zu schenken.

Die Stützen der Reihe V weisen bereits für den kleinsten untersuchten Profilabstand durch die Ausfüllung des inneren Raumes mit Beton eine sehr wesentliche Steigerung der Knicklast auf. Bei den Versuchen, in denen die Schneiden parallel zu den Stegen angeordnet waren, steigen die Knicklasten bis $a = 15$ cm nicht sehr stark an. Sehr hoch liegen demgegenüber infolge des festeren Betons die Knicklasten für $a = 18$ cm. Reduziert man die Knicklasten dieser Stützen auf die den anderen Stützen entsprechende mittlere Würfel Festigkeit, so würde man Knicklasten von etwa 180 t für diesen Profilabstand erhalten.

Die Zusammenstellung der Verhältnisse $\sigma_e : \sigma_{s0}$ und $\sigma_b : W_b$ für sämtliche Stützen in der Zahlentafel 5 zeigt, daß mit Ausnahme der

Stützen II 1a die obere Fließgrenze des Stahls mit 90 bis 100 %, die Würfel Festigkeit, abgesehen von einzelnen kleinen Abweichungen, mit 70 bis 80 % ausgenutzt worden ist. Abb. 10 gibt eine graphische Darstellung des Verhältnisses der ermittelten Knicklasten für die Stützen mit Kern zur Rechnungslast $F_e \cdot \sigma_{s0} + F_b \cdot 0,7 W_b$. Das Verhältnis ist in den meisten Fällen etwas kleiner als 1. Würde man die Rechnungslast aus $F_e \cdot 0,9 \cdot \sigma_{s0} + F_b \cdot 0,7 W_b$ bestimmen, so würde sich das Verhältnis gleich oder größer als 1 ergeben mit Ausnahme einer geringen Abweichung nach unten für die Stützen II 1a.

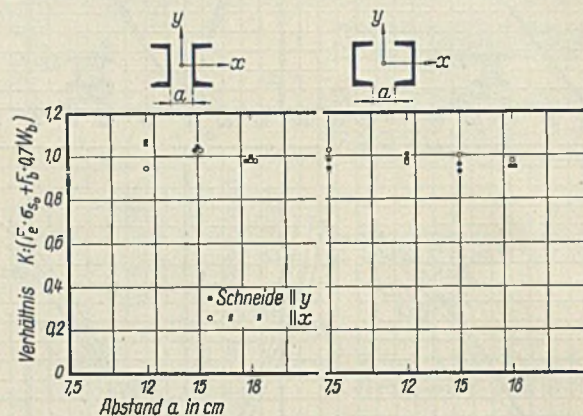


Abb. 10. Knicklasten der Stahlstützen mit Kern im Verhältnis zur Rechnungslast $F_e \cdot \sigma_{s0} + F_b \cdot 0,7 W_b$.

III. Zusammenfassung und Schluß.

Die bisherigen Versuche haben gezeigt, daß die Tragfähigkeit zweifacher \square -Stützen bei mittlerer Beanspruchung durch Ausbetonierung des Kerns sehr erheblich gesteigert wird. Die Bruchlasten ergeben sich aus den Querschnitten und Güteeigenschaften der Profile und des Betonkerns auf Grund des Additionsgesetzes.

Die Knickspannungen der reinen Stahlstützen sind in den meisten Fällen wenig kleiner als die Streckgrenze des Werkstoffes. Die Knicklasten sind unabhängig von Profilabstand, Profilanordnung und Stellung der Schneiden zu den Achsen der Querschnitte.

Bei den Stützen mit Kern liegen die Spannungen in den Profilen bei der Knicklast in fast allen Fällen zwischen 90 und 100 % der Streckgrenze. Die Würfel Festigkeit des Betons wurde mit 70 bis 80 % ausgenutzt. Bei diesen Stützen ist durch eine Vergrößerung des Profilabstandes wegen der größeren Betonfläche eine erhebliche Steigerung der Tragfähigkeit zu erreichen. Ein deutlicher Einfluß der Schneidenanordnung auf die Tragfähigkeit konnte nicht festgestellt werden.

Aus den vorliegenden Ergebnissen läßt sich zahlenmäßig noch nicht aussagen, in welchem Verhältnis die Festigkeit des Betons allgemein ausgenutzt wird, da die Versuche im wesentlichen mit Beton von nicht zu verschiedenen Festigkeitseigenschaften ausgeführt worden sind. Übersehen läßt sich aber, daß hierfür die Stauchfähigkeit des Betons von ganz wesentlicher Bedeutung sein wird. Weitere Versuche werden sich deshalb mit der Untersuchung des Einflusses der Betonbeschaffenheit, und zwar Festigkeit und Stauchfähigkeit zu befassen haben.

Die Frage des Verhaltens derartiger Stützen bei außermittigem Druck verdient ebenfalls hervorragende Bedeutung und bedarf der versuchsmäßigen Klärung, da die Querschnitte der Elemente keinen eigentlichen Verbundquerschnitt bilden und das Verhalten des Betonkerns bei außermittigem Druck durch Rechnung aus der Festigkeit und Stauchfähigkeit bei mittigem Druck nicht bestimmt werden kann. Auch der Bedeutung der Art der Krafteinleitung, auf deren Einfluß hingewiesen wurde, sollte in weiteren Untersuchungen Rechnung getragen werden.

Da diese Stützen in der Praxis nicht nur mit Betonkern, sondern häufig mit Betonschale verwendet werden, ist auch eine Untersuchung in dieser Richtung geplant. Das Verhalten von geschlossenen Querschnitten, z. B. \square mit Gurtplatten und Kern, wäre ebenfalls von Interesse.

Im geringen Umfang konnte die Klärung der aufgeworfenen Fragen bereits in Angriff genommen werden, beispielsweise die Untersuchung des Einflusses der Betonfestigkeit und des außermittigen Kraftangriffes. Die Ergebnisse der bisher vorliegenden Untersuchungen werden vor Abschluß dieser Arbeiten der Fachwelt übergeben, um deren Mitarbeit, die ihren Ausdruck in der Gestaltung der weiteren Arbeiten finden soll, herbeizuführen.

INHALT: Die Stabilität der Blechrägerstehbleche im zweiaxialen Spannungszustand. — Tragfähigkeit von Stahlstützen mit Betonkern bei mittigem Kraftangriff. (Schluß.)