

DER STAHLBAU

Schriftleitung:

Dr.-Ing. A. Hertwig, Geh. Regierungsrat, Professor an der Technischen Hochschule Berlin, Berlin-Charlottenburg 2, Technische Hochschule

Fernsprecher: C 1 Steinplatz 0011

Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61

Beilage
zur Zeitschrift

DIE BAUTECHNIK

Fachschrift für das ge-
samte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

7. Jahrgang

BERLIN, 6. Juli 1934

Heft 14

Alle Rechte vorbehalten.

Die Berechnung von T-Gurten auf Ausbeulung.

Von Prof. Dr.-Ing. Friedrich Hartmann, Wien.

Zusammenfassung: Für die Beulspannung wird nach dem Ritzschen Verfahren eine geschlossene Formel entwickelt, die durch Korrektur der Grenzwerte noch eine Verbesserung erfährt. Für die praktische Berechnung wird ein einfaches Näherungsverfahren gebracht. Literaturangaben am Schlusse der Abhandlung.

Der Querschnitt eines T-Gurtes sei auf Knickung berechnet. Wenn die Spannung, bei der das Ausbeulen beginnt, genügend unter der Knickspannung liegt, kann für die Berechnung auf Ausbeulung angenommen werden, daß die Schnittlinie von Steg- und Plattenebene im ganzen Verlauf des Stabes festgehalten ist. Die Bleche beulen aus, ohne daß der Stab knickt. In diese Schnittlinie wird die X-Achse gelegt (A in Bild 1). Für eine einfache dünne Platte die in ihrer Ebene, hier also parallel zur X-Achse gedrückt ist (Spannung σ), sind die strengen Lösungen für verschiedene Festhaltungsbedingungen bereits bekannt, wenn auch nicht immer in geschlossener Form.

Für die hier in Betracht kommenden Fälle sind die strengen Ansätze von Timoschenko unter anderem im Handbuch der physikalischen und technischen Mechanik: Statik und Dynamik elastischer Körper, II. Teil, zu finden. Es handelt sich dabei um eine Platte $a \times b$, die in der Richtung von a gleichmäßig gedrückt ist. Die Ränder b derselben sind drehbar gestützt, von den Rändern a ist der eine frei, der andere entweder drehbar gestützt oder eingespannt. Für diese zwei Fälle sind die strengen Ansätze auf S. 132 des erwähnten Buches in den Gl. (g) u. (h) angegeben. Die nun folgenden, von mir gefundenen Gl. (1) u. (2) entstammen diesen Gleichungen von Timoschenko. Gl. (1) ist eine empirische Formel, die die strengen Lösungen der transzendenten Gl. (g) in möglichst einfacher Form so gut als möglich darstellt, während Gl. (2) aus den Ansätzen Gl. (h) von Timoschenko streng entwickelt wurde. Es möge hier erwähnt werden, daß die von Timoschenko angegebene zahlenmäßige Auswertung seiner Gleichungen fehlerhaft ist. So überzeugt man sich leicht, daß die Gl. (g) z. B. mit $a/b = 5$ und den von Timoschenko angenommenen Werten $\frac{2h}{b} = \frac{1}{100}$, $E = 2200$, $\mu = 0,3$ (wobei man zur Vereinfachung $a = 1$ setzen kann) mit dem Werte $(\sigma_1)_k = 91,2$ befriedigt wird und nicht mit 98,4, wie es Timoschenko in der Tafel auf S. 132 angibt. Daher ist auch für diesen Fall $\kappa = \frac{91 \cdot 2}{198 \cdot 8} = 0,46$ und nicht 0,506. Ebenso sind in der Tafel auf S. 133 die Zahlenwerte für die Ansätze (h) ungenau. Der Kleinstwert von k ist richtig 1,28 und nicht 1,33.

In den folgenden Gl. (1) u. (2) ist die kritische Beulspannung der Platten mit der Stärke δ in der Form dargestellt $\sigma_{kr} = k \cdot \frac{E \delta^2}{b^2}$; die Beziehung zwischen k und dem Wert κ von Timoschenko ist gegeben durch die Gleichung

$$k = \frac{\kappa \pi^2}{12(1 - \mu^2)} = 0,904 \kappa,$$

wobei aber wie erwähnt die von Timoschenko angegebenen Zahlenwerte für κ nicht benutzt werden können. Nun kann an die Berechnung des T-Gurtes geschritten werden.

a) Wäre der Steg für sich allein am oberen Rande, also längs der X-Achse, drehbar festgehalten ($\delta_c = 0$ oder sehr klein), dann läßt sich die

kritische Spannung für die Länge a , bei der gerade das Ausbeulen beginnt, in der Form darstellen

$$(1) \quad \sigma_{kr} = \left(0,887 \cdot \frac{b^2}{a^2} + 0,384 \right) \frac{E \delta_b^2}{b^2}.$$

Dies ist eine Näherungsformel, die aber mit den strengen Werten fast genau übereinstimmt. Dabei beult der Steg in der Längsrichtung stets nur in einer einzigen Sinushalbwellen aus und bleibt bei größerer Länge a in der Querrichtung fast genau gerade. Bei $a = \infty$ ist dies streng der Fall und man erhält für $\frac{a}{b} = \infty$

$$(1a) \quad \min \sigma_{kr} = 0,384 \cdot \frac{E \delta_b^2}{b^2}.$$

b) Wenn $\delta_b = 0$ oder sehr klein im Verhältnis zu δ_c ist, dann entspricht die Gurtplatte des Querschnitts Bild 1 einer Platte, die längs der Mitte (A) drehbar festgehalten ist. Hier gelten offenbar auch die Gl. (1) u. (1a), nur sind statt δ_b und b die Werte δ_c und c einzuführen.

c) Ist δ_c genügend groß im Verhältnis zu δ_b , dann wird der Drillungswiderstand der Gurtplatte verhältnismäßig sehr groß und der Steg kann als oben eingespannt angesehen werden. Ist dies in vollem Maß der Fall, dann ist die kleinste kritische Spannung (streng)

$$(2) \quad \min \sigma_{kr} = 1,157 \cdot \frac{E \delta_b^2}{b^2}.$$

Der Steg knickt dabei in sinusartigen Wellen von geringer Länge aus. Bei $a = \infty$ wäre die Länge einer Halbwellen $l = 1,635 b$. Ist die Stablänge a durch l teilbar, dann gilt stets Gl. (2) in voller Strenge. Andernfalls ist die kritische Spannung ein wenig größer, was aber nicht berücksichtigt zu werden braucht. Im Querschnitt ist dabei der Steg gekrümmt.

d) Tatsächlich ist nun der Steg weder oben drehbar, noch fest eingespannt gehalten, die kritische Spannung wird sich daher zwischen den Werten der Gl. (1a) u. (2) bewegen. Dabei muß der Steg im Zusammenhang mit der Gurtplatte behandelt werden. Die Länge der Halbwellen schwankt zwischen a und $1,635 b$.

e) Berechnung der kritischen Spannung für den T-Gurt. Wenn die Platte genügend stark ist, wird sie auf den Steg mehr oder weniger einspannend wirken. Umgekehrt aber wird der Steg auf die Platte fast gar nicht einspannend wirken. Wir berücksichtigen daher ungünstigerweise eine Einspannwirkung in der Platte überhaupt nicht und nehmen sie nur drehbar in der X-Achse festgehalten an. Dann bleibt sie im Querschnitt gerade, und es stellt sich die mit strichpunktlierten Linien in Bild 1 eingetragene Verformung heraus. Wir denken uns durch A ein Koordinatensystem gelegt. Die X-Achse liegt in A senkrecht zum Querschnitt, die Y-Achse in der Platte, die Z-Achse im Steg. Die Verformung des Steges im Querschnitt entsteht durch Übereinanderlagerung einer Geraden und einer Kurve, die am freien Rand einen Wendepunkt hat. In der X-Richtung erfolgt die Ausbeulung in Sinuswellen. Daher kann man für die Ausbeulung folgenden Näherungsansatz machen:

$$w_c = C \cdot \sin \frac{m \pi x}{a} \cdot y$$

$$w_b = D \cdot \sin \frac{m \pi x}{a} \left[\frac{z}{D} + \left(1 - \cos \frac{\pi z}{2b} \right) \right],$$

wobei

$$m = 1, 2, 3, \dots \text{ ist.}$$

Aus der Bedingung $\left. \frac{\partial w_c}{\partial y} \right|_{y=0} = \left. \frac{\partial w_b}{\partial z} \right|_{z=0}$ folgt $C = 1$.

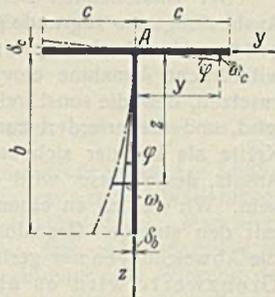


Bild 1.

Mit $D = \mu b$ ist:

$$w_c = \sin \frac{m \pi x}{a} \cdot y$$

$$w_b = \sin \frac{m \pi x}{a} \left(z + \mu b - \mu b \cdot \cos \frac{\pi z}{2b} \right)$$

Die Formänderungsarbeit der äußeren Kräfte σ im Augenblick des Ausbeulens ist für Platte und Steg

$$A = 2 \cdot \frac{\sigma \delta_c}{2} \int_0^a \int_0^c \left(\frac{\partial w_c}{\partial x} \right)^2 \cdot dx dy + \frac{\sigma \delta_b}{2} \int_0^a \int_0^b \left(\frac{\partial w_b}{\partial x} \right)^2 \cdot dx dz$$

Wenn die Biegesteifigkeiten von Platte und Steg

$$B_c = \frac{E \delta_c^3}{12(1-\nu^2)} \quad \text{und} \quad B_b = \frac{E \delta_b^3}{12(1-\nu^2)} \quad \text{sind}$$

$[\nu = 0,3; 12(1-\nu^2) = 10,92],$

ist die potentielle Energie der Ausbeulung (Innere Arbeit)

$$\mathfrak{R} = 2 \cdot \frac{B_c}{2} \int_0^a \int_0^b \left[\left(\frac{\partial^2 w_c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_c}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left\{ \frac{\partial^2 w_c}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w_c}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w_c}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} \right] dx dy + \frac{B_b}{2} \int_0^a \int_0^b \left[\left(\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_b}{\partial z^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left\{ \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w_b}{\partial z^2} - \left(\frac{\partial^2 w_b}{\partial x \partial z} \right)^2 \right\} \right] dx dz$$

Aus $A = \mathfrak{R}$ kann man σ berechnen. Mit der Abkürzung

$$Z = z + \mu b - \mu b \cdot \cos \frac{\pi z}{2b}$$

$$Z' = \frac{dZ}{dz} \quad \text{und} \quad Z'' = \frac{d^2 Z}{dz^2} \quad \text{und} \quad \mathcal{L} = \frac{\delta_c}{\delta_b}$$

erhält man

$$(3) \quad \sigma = \frac{E \delta_b^2}{10,92} \cdot \frac{\mathcal{L}^3 \left[\frac{m^2 \pi^2}{6} \cdot \frac{c^3}{a^3} + 0,7c \right] + \left[\frac{m^2 \pi^2}{4 a^2} \int Z^2 dz + \frac{a^2}{4 m^2 \pi^2} \int Z''^2 dz - 0,15 \int Z Z'' dz + 0,35 \int Z'^2 dz \right]}{\frac{\mathcal{L}}{6} \cdot c^3 + \frac{1}{4} \int Z^2 dz}$$

Die Integrale sind dabei von 0 bis b zu erstrecken. Die Integrale von 0 bis a sind hier bereits ausgewertet. Nun ist

$$\int_0^b Z^2 dz = b^3 \left[u^2 \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{\pi} \right) + \mu \left(1 - \frac{4}{\pi} + \frac{8}{\pi^2} \right) + \frac{1}{3} \right]$$

$$\int_0^b Z'^2 dz = b \left[\mu^2 \frac{\pi^2}{8} + 2\mu + 1 \right]$$

$$\int_0^b Z Z'' dz = \frac{\mu^2 \pi^4}{32b} \quad \text{und} \quad \int_0^b Z Z'' dz = \mu^2 \cdot \frac{b}{4} \left(2\pi - \frac{\pi^2}{2} \right) + \frac{\mu b}{2} (\pi - 2)$$

Hebt man im Zähler von σ noch π^2 heraus, so ist

$$(4) \quad \sigma = \frac{E \pi^2}{10,92} \cdot \frac{\delta_b^2}{b^2} \cdot x = 0,904 x \cdot \frac{E \delta_b^2}{b^2}$$

x läßt sich nun in der Form darstellen ...

$$(5) \quad x = \frac{\mu^2 A + \mu B + C}{\mu^2 D + \mu E + F}$$

dabei ist:

$$A = \frac{3 m^2 b^2}{a^2} \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{\pi} \right) + \frac{3 a^2}{32 m^2 b^2} + 0,75 - \frac{0,9}{\pi}$$

$$B = \frac{3 m^2 b^2}{a^2} \left(1 - \frac{4}{\pi} + \frac{8}{\pi^2} \right) - \frac{0,9}{\pi} + \frac{10,2}{\pi^2}$$

$$C = \frac{m^2 b^2}{a^2} + \frac{4,2}{\pi^2} + \mathcal{L}^3 \left(\frac{2 m^2 c^3}{a^2 b} + \frac{8,4 c}{\pi^2 b} \right)$$

$$D = 3 \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{\pi} \right), \quad E = 3 \left(1 - \frac{4}{\pi} + \frac{8}{\pi^2} \right)$$

$$F = 1 + 2 \mathcal{L} \cdot \frac{c^3}{b^3}$$

Die Konstante μ ist so zu bestimmen, daß σ , also auch x , ein Minimum wird. Die Gleichung $\frac{\partial x}{\partial \mu} = 0$ ergibt die Beziehung

$$(6) \quad (D \mu^2 + E \mu + F)(2 A \mu + B) - (A \mu^2 + B \mu + C)(2 D \mu + E) = 0$$

Aus dieser Gleichung folgt zunächst:

$$\frac{A \mu^2 + B \mu + C}{D \mu^2 + E \mu + F} = \frac{2 A \mu + B}{2 D \mu + E}$$

daher kann man nach Gl. (5) $\min x$ auch in einfacherer Form schreiben

$$(7) \quad \min x = \frac{2 A \mu + B}{2 D \mu + E}$$

Wenn man in den Größen A bis F für π den Zahlenwert einsetzt, ist

$$(8) \quad \left\{ \begin{array}{l} \min x = \frac{2 \mu \left[0,6803 \frac{m^2 b^2}{a^2} + 0,09375 \frac{a^2}{m^2 b^2} + 0,4635 \right] + \left[1,6123 \frac{m^2 b^2}{a^2} + 0,7470 \right]}{2 \mu \cdot 0,6803 + 1,6123} \\ \text{und} \quad \min \sigma = x \cdot 0,904 \cdot \frac{E \delta_b^2}{b^2} = \eta \cdot \frac{E \delta_b^2}{b^2} \end{array} \right.$$

Gl. (6) ergibt:

$$(9) \quad \mu^2 (A E - B D) + 2 \mu (A F - C D) + (B F - C E) = 0,$$

dabei ist:

$$[A E - B D] = 0,15115 \cdot \frac{a^2}{m^2 b^2} + 0,23901$$

$$[A F - C D] = 0,09375 \cdot \frac{a^2}{m^2 b^2} + 0,1740 - 1,36056 \mathcal{L} (\mathcal{L}^2 - 1) \frac{m^2 c^3}{a^2 b} + \frac{\mathcal{L} c^3}{b^3} \left(0,18750 \cdot \frac{a^2}{m^2 b^2} + 0,92704 \right) - 0,57898 \mathcal{L}^3 \cdot \frac{c}{b}$$

$$[B F - C E] = 0,06098 - 3,22452 \mathcal{L} (\mathcal{L}^2 - 1) \frac{m^2 c^3}{a^2 b} - 1,37220 \cdot \frac{\mathcal{L}^3 c}{b} + 1,49400 \cdot \frac{\mathcal{L} c^3}{b^3}$$

Aus Gl. (9) ist μ zu berechnen und in Gl. (8) einzusetzen. Für verschiedene $m = 1, 2, 3 \dots$ erhält man verschiedene Werte von $\min \sigma$ und daraus schließlich die kritische Spannung

$$\sigma_{kr} = \min \cdot \min \sigma$$

Der vorstehenden Berechnung wurde ein Näherungsansatz für die Ausbeulungen w zugrunde gelegt. Jeder Näherungsansatz gibt stets größere kritische Spannungen als die strenge Lösung, denn die willkürliche Annahme einer Ausbeulungsfläche ist einem Zwange gleichzusetzen, dem die sonst freie Plattenfläche bei der Ausbeulung unterworfen wird, und das erfordert zur Bewirkung der Ausbeulung natürlich größere Kräfte als bei der sich selbst überlassenen Platte. Je zutreffender der Ansatz, desto besser wird die Übereinstimmung mit der strengen Lösung sein. Wir werden an einem Beispiel durch den Vergleich der Grenzwerte mit den strengen Grenzlösungen sehen, daß bei dem gewählten Ansatz die Abweichungen nur gering sind. Durch Einführung der strengen Grenzwerte wird es aber möglich sein, die Rechnungsergebnisse noch weitgehend zu verbessern. Die Genauigkeit auf die Spitze zu treiben, hat keinen Sinn. Unebenheiten der Platte werden die kritische Spannung herabsetzen. Andererseits aber werden bei genieteten T-Gurten die Winkelprofile eine nicht unbedeutende Rolle spielen; besonders dann, wenn die Ausbeulungen in Halbwellen von der Größenordnung $l = 1,6 b$ erfolgen. Man muß bedenken, daß dabei die Winkelprofile in Halbwellen von derselben geringen Länge verdreht werden müssen, und dem werden sie einen beträchtlichen Widerstand entgegenzusetzen, besonders, wenn sie nicht zu schwach gehalten sind. Die Winkelprofile halten auch den Steg zwischen sich fest und verhindern hier die Krümmung des Steges. Durch diese Umstände wird die Ausbeulspannung wieder gehoben werden.

Beispiel I.

Sobald die Länge des Stabes ein Vielfaches der Breite ist, hat eine Änderung der Länge a keinen nennenswerten Einfluß auf das Endergebnis. Das in der Praxis häufig vorkommende Verhältnis $a/b = 10$ ergibt in Gl. (1) schon nahezu den Grenzwert für $a/b = \infty$. Gl. (2) gilt aber streng für jedes ganzzahlige Vielfache der Wellenlänge $l = 1,635 b$ und nahezu streng für alle Zwischenwerte. Wir nehmen daher der Einfachheit halber an

$$\frac{a}{b} = 10 \quad \text{und} \quad c = \frac{b}{2}; \quad \text{hierfür lauten die Gl. (9) u. (8):}$$

$$\mu^2 \left[\frac{15,115}{m^2} + 0,2390 \right] + \mu \left[0,3480 + \frac{18,75}{m^2} - 0,00340 m^2 \mathcal{L} (\mathcal{L}^2 - 1) + \mathcal{L} \left(\frac{4,688}{m^2} + 0,2318 \right) - 0,5790 \mathcal{L}^3 \right] + \left[0,0610 - 0,004031 m^2 \mathcal{L} (\mathcal{L}^2 - 1) + 0,18675 \mathcal{L} - 0,6861 \mathcal{L}^3 \right] = 0,$$

und mit

$$2 \mu \left(0,006803 m^2 + \frac{9,3750}{m^2} + 0,4635 \right) + (0,016123 m^2 + 0,7470) x = \frac{1,36056 \mu + 1,6123}{E \delta_b^2}$$

ergibt sich ... $\min \sigma = 0,904 x \cdot \frac{E \delta_b^2}{b^2}$

Wir berechnen nun die kritische Spannung für verschiedene $\mathcal{L} = \frac{\delta_c}{\delta_b}$.

Von den zwei Werten für μ wird immer nur jener angegeben, der das kleinere x ergibt. Das ist hier durchwegs die positive Wurzel.

$$a) \quad \mathcal{L} = 1. \quad \text{Man erhält für } m = 1 \dots \mu = 0,0185 \quad \text{und} \quad x = 0,639,$$

$$m = 2 \dots \mu = 0,072 \quad \text{und} \quad x = 0,714,$$

für noch größere m ergeben sich immer wachsende Werte von x .

Für $\lambda = 1$ beult also der Gurt in einer einzigen Halbwelle aus ($m = 1$) und man erhält

$$(10) \quad \sigma_{kr} = 0,622 \cdot \frac{E \delta_b^2}{b^2}$$

Für $\lambda = 1$ ist das Verhältnis der Drillungssteifigkeiten von Platte und Steg

$$\frac{D_c}{D_b} = \frac{2c \delta_b^3}{b \delta_c^3} = 1.$$

b) $\lambda = 1,35$. Man erhält für $m = 2, 4, 5, 6 \dots$

$\mu = 0,219, 0,825, 1,227, 1,655$ und $\kappa = 1,075, 1,066, 1,103, 1,173$.

Die Auftragung der κ -Kurve ergibt das Minimum für $m = 3 \dots$ min $\kappa = 1,05$, daher

$$(11) \quad \sigma_{kr} = 0,95 \cdot \frac{E \delta_b^2}{b^2}$$

Hierbei ist

$$\frac{D_c}{D_b} = 2,50.$$

c) $\lambda = 1,6$. Man erhält für $m = 2, 4, 5, 6 \dots$

$\mu = 0,765, 2,142, 2,935, 3,787$ und $\kappa = 1,94, 1,32, 1,26, 1,28$.

Mit dem kleinsten Wert wird

$$(12) \quad \sigma_{kr} = 1,14 \cdot \frac{E \delta_b^2}{b^2}$$

Hierbei ist $\frac{D_c}{D_b} = 4,1$. Der Gurt beult in fünf Halbwellen aus.

d) $\lambda = 2$ ergibt für $m = 1, 2, 4, 5, 6, 7 \dots$

$\mu = 0,188, 0,809, 3,378, 5,114, 7,005, 9,015$ und

$\kappa = 2,385, 1,990, 1,430, 1,338, 1,339, 1,396$, somit nach Gl. (8):

$$(13) \quad \sigma_{kr} = 1,210 \cdot \frac{E \delta_b^2}{b^2}$$

$\frac{D_c}{D_b} = 8$; der Gurt beult in fünf Halbwellen aus. Wäre der Steg

oben fest eingespannt, dann müßte er mit der Wellenlänge $l = 1,635 b$ am nächsten kommenden und in l ganzzahlig enthaltenen Wellenlänge ausbeulen. Bei $a = 10 b$ wären dies sechs Halbwellen. Man sieht unter d) bereits, daß für $m = 6$ der Wert für κ fast genau derselbe ist wie für $m = 5$, so daß also hier bereits die einspannende Wirkung der Gurtplatte schon sehr stark ist. Es ist daher unnötig, noch weiter zu rechnen. Es sollen nur noch die Grenzwerte bestimmt werden.

e) $\lambda = 0$ entspricht dem oben gelenkig gehaltenen Steg. Hier ist natürlich $m = 1$, und man erhält $\mu = -0,0032$ und $\kappa = 0,435$, somit

$$(14) \quad \min \sigma_{kr} = 0,393 \cdot \frac{E \delta_b^2}{b^2}$$

was fast genau mit dem strengen Wert der Gl. (1a) übereinstimmt.

f) $\lambda = \infty$ entspricht dem oben fest eingespannten Steg. Man erkennt, daß hierfür in Gl. (9) der Faktor von μ und das konstante Glied unendlich groß werden, während das erste Glied endlich bleibt. Daher wird $\mu = \infty$. Dividiert man in Gl. (8) Zähler und Nenner durch μ , so bleiben für $\mu = \infty$ nur die ersten Glieder in Zähler und Nenner, und man erhält in unserem Beispiel aus der Gleichung für κ

$$\kappa = \frac{2 \left(0,006803 m^2 + \frac{9,375}{m^2} + 0,4635 \right)}{1,36056} = \frac{m^2}{100} + \frac{13,77}{m^2} + 0,681;$$

$\frac{\partial \kappa}{\partial m} = 0$ ergibt $m = 6$ (was natürlich zu erwarten war) und damit $\kappa = 1,424$.

Daher ist

$$(15) \quad \max \sigma_{kr} = 1,287 \cdot \frac{E \delta_b^2}{b^2}$$

Die strenge Lösung nach Gl. (2) erfordert 1,157 statt 1,287. Der Fehler ist also im Grenzwert 11%. Gl. (15) gibt die Lage der Asymptote an

die Kurve der σ_{kr} . Sei allgemein $\sigma_{kr} = \eta \cdot \frac{E \delta_b^2}{b^2}$, wobei $\eta = 0,904 \kappa$ ist, so gibt Bild 2 die Kurve der η in Abhängigkeit von dem Verhältnis der Drillungswiderstände $\frac{D_c}{D_b}$. Wir tragen dabei als unteren Grenzwert den strengen Wert auf, da ja Gl. (14) nahezu diesen Wert ergibt. Der obere Grenzwert nach Gl. (15) gilt allgemein und wird auch aus Gl. (8) erhalten. Nun wird die η -Kurve so reduziert, daß der obere Grenzwert dem strengen Wert 1,157 entspricht. Denkt man sich vorübergehend die Abszissenachse

nach 0,392 gehoben, so wären die Ordinaten mit $\frac{1,157 - 0,392}{1,287 - 0,392} = 0,855$

zu multiplizieren. Man erhält daher die verbesserten Werte aus der Gleichung $\eta = 0,047 + 0,855 \eta$ und daher die verbesserten Beulspannungen:

$$(16) \quad \sigma_{kr} = (0,047 + 0,855 \eta) \frac{E \delta_b^2}{b^2} = (0,047 + 0,773 \kappa) \frac{E \delta_b^2}{b^2}$$

In Bild 2 sind die η -Werte eingetragen. Die Kurventelle in der Nähe von Null dürfen nicht mehr benutzt werden, weil eine verhältnismäßig starke Platte vorausgesetzt wurde. Wird die Platte aber zu dünn, dann werden ihre kritischen Spannungen kleiner als die des Steges. Wenn auch bei dünner Platte die dann zweifellos vorhandene einspannende Wirkung des Steges nicht berücksichtigt wird, ist die kritische Spannung

$$\text{nach Gl. (1) für } \frac{a}{b} = 10 \quad \min \sigma_{kr}^{Pl} = 0,392 \cdot \frac{E \delta_c^2}{c^2} = 1,568 \cdot \frac{E \delta_c^2}{b^2}$$

$$\text{Wenn } \delta_c = \frac{\delta_b}{2}, \text{ also } \lambda = 0,5 \text{ ist, erhält man } \min \sigma_{kr}^{Pl} = 0,392 \cdot \frac{E \delta_b^2}{b^2};$$

für $\lambda = 0,5$ ist $\frac{D_c}{D_b} = 0,25$ und man erkennt aus Bild 2, daß hierfür $\eta > 0,392$ sein muß. Hier ist also bereits die kritische Spannung der Platte kleiner als die für den Steg, daher maßgebend. Derart schwache Platten kommen aber in der Praxis nicht vor.

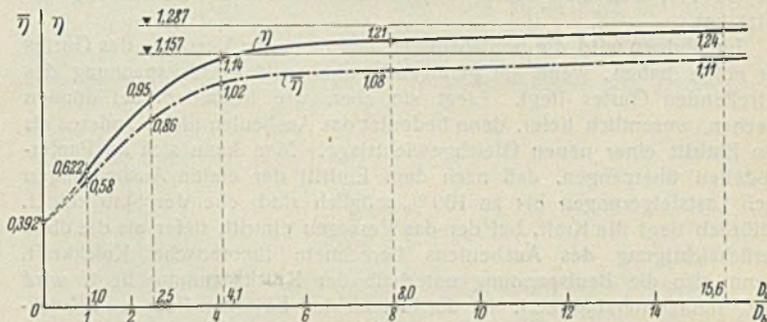


Bild 2.

Man kann somit für die Praxis dann, wenn die Breiten der Gurtplatten und des Steges nicht sehr verschieden sind, für das Verhältnis $\frac{D_c}{D_b}$ aus Bild 2 den zugehörigen Wert η entnehmen und erhält

$$(16a) \quad \sigma_{kr} = \eta \cdot \frac{E \delta_b^2}{b^2}$$

Ist aber die Stegbreite stark verschieden von der Plattenbreite, dann ist es wohl zu empfehlen, nach Gl. (16) zu rechnen und η aus den Gl. (8) u. (9) zu bestimmen, wie es gezeigt wurde.

Die Gleichungen gelten natürlich streng nur für den elastischen Bereich, also nur solange, als $\sigma_{kr} \leq \sigma_p$ ist. Leider liegen die kritischen Spannungen in der Regel im plastischen Bereich. Über das plastische Verhalten von Platten wissen wir noch sehr wenig, und man kann sich somit nur mit Näherungsannahmen behelfen.

Ich schlage folgenden recht einfachen Weg vor. Ergibt sich $\sigma_{kr} > \sigma_p$, dann entspricht dies der Eulerschen Spannung σ_E beim geraden Stab. Die berechnete Spannung ist also noch nicht die kritische Spannung. Der Eulerspannung σ_E gehört beim geraden Stab eine Schlankheit $\lambda = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_E}}$ zu, und die dieser Schlankheit entsprechende tatsächliche Knickspannung σ_k wird nun als die kritische Spannung σ_{kr} angesehen.

Beispiel II (Bild 3).

Genietete Gurte haben außer Platte und Steg noch Gurtwinkel. Da die Torsionssteifigkeit der Platte bei unserer Berechnung von entscheidender Bedeutung ist, muß man bei Berechnung des Drillungswiderstandes der Platte die damit vernieteten waagerechten Winkelschenkel mitrechnen. Man erhält also, wenn man bei der Berechnung der Werte D den Faktor $1/3$ immer wegläßt,

$$D_c = 27,8 \cdot 3,4^3 + 16,2 \cdot 2,0^3 = 1220 \text{ cm}^4.$$

(Für die Berechnung nach unseren Gleichungen könnte man nun eine mittlere Stärke δ_c einführen, so daß $44 \cdot \delta_c^3 = 1220$ ist und erhält $\delta_c = 3,0$ cm). Beim Steg, bei dem es nicht auf den Drillungswiderstand ankommt, sondern nur auf die Ausbiegung am unteren Rand, könnte man die anliegenden Winkelschenkel überhaupt weglassen und rechnet dadurch zweifellos etwas sicherer. Es wäre also $D_b = 44 \cdot 1,8^3 = 256$ und $\frac{D_c}{D_b} = 4,76$.

Dem entspricht in Bild 2 $\eta = 1,04$, und man erhält nach Gl. (16a)

$$\sigma_{kr} = 1,04 \cdot 2100 \left(\frac{1,8}{44} \right)^2 = 3,66 \text{ t/cm}^2.$$

Dem entspricht beim geraden Stab $\lambda = 75$ und bei St 37 $\sigma_{kr} = 2,28 \text{ t/cm}^2$. Man könnte aber auch die anliegenden Winkelschenkel mitrechnen. Dann

wäre $D_b = 9 \cdot 4,6^3 + 35 \cdot 1,8^3 = 1084$, $\frac{D_c}{D_b} = 1,125$ und $\eta = 0,61$; das

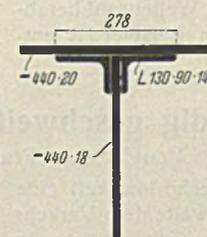


Bild 3.

Stück des Steges mit den zwei Winkelschenkeln müßte man dabei als unnachgiebig ansehen und in der Gleichung für σ_k als b die freie Breite des Steges auffassen. $\sigma_{kr}^E = 0,61 \cdot 2100 \left(\frac{1,8}{35}\right)^2 = 3,4 \text{ t/cm}^2$, $\lambda = 78$ und $\sigma_{kr} = 2,15 \text{ t/cm}^2$. Der Unterschied beider Berechnungsweisen spielt praktisch keine Rolle. Man kann also rund $\sigma_{kr} = 2,2$ als Beulspannung ansehen. Ist die Knickspannung σ_k des Gurtes selbst größer (sie kann bei St 37 höchstens 2,4 sein), dann hat man σ_{kr} für die Bemessung als maßgebend anzusehen.

Man sieht, daß die Regel im Brückenbau, nach der die freie Stegblechbreite nicht größer als $(12 \div 15)\delta$ sein soll, unter Umständen zu streng ist. Hier ist die freie Breite von 35 cm größer als 19δ , und die Beulspannung liegt trotzdem sehr hoch. Es zeigt sich überhaupt, daß schon bei verhältnismäßig schwachen Gurtplattenstärken die Beulspannung eines T-Gurtes recht hoch liegt, jedenfalls hoch über dem Kleinstwert der Gl. (1a), den man bisher sicherheitshalber bei der Berechnung benutzt hat.

Im übrigen wird die Beulspannung nur dann ein Versagen des Gurtes zur Folge haben, wenn sie genügend nahe an der Knickspannung des betreffenden Gurtes liegt. Liegt sie aber, wie besonders bei dünnen Blechen, wesentlich tiefer, dann bedeutet das Ausbeulen nichts anderes als den Eintritt einer neuen Gleichgewichtslage. Man kann sich an Papiermodellen überzeugen, daß nach dem Eintritt der ersten Ausbeulungen noch Laststeigerungen bis zu 100% möglich sind, ehe der Stab knickt. Natürlich liegt die Kraft, bei der das Versagen eintritt, tiefer als die ohne Berücksichtigung des Ausbeulens berechnete theoretische Knickkraft. Wenn also die Beulspannung unterhalb der Knickspannung liegt, wird diese immer herabgesetzt. Ist der Unterschied zwischen Beul- und Knickspannung gering, wie im obigen Beispiel, dann wird man am besten die Beulspannung selbst schon als Knickspannung ansehen. Man könnte, wenn man, wie zum Beispiel in Österreich, auf Knickung mit 2,5 facher Sicherheit rechnet, sich gegen Ausbeulen mit 2 facher Sicherheit begnügen und den ungünstigeren Fall der Bemessung zugrunde legen. Die Sicherheit darf aber nicht weiter herabgesetzt werden, wenn auch die vorliegende Berechnungsweise sicher zu ungünstig ist, denn unvermeidliche Exzentrizitäten der Stegeebene können die Beulspannung sehr merklich herabsetzen.

Die günstigen Ergebnisse der vorliegenden Berechnung lassen wohl für alle in der Praxis vorkommenden Fälle von T-Gurten die Ausführung unterer Saumwinkel überflüssig erscheinen. Das ist ein für die Praxis nicht belangloses Ergebnis, da die Ausführung von Saumwinkeln auch eine laufende Nietreihe kostet. Hier soll aber auch noch eine Näherungsberechnung eines T-Gurtes mit unteren Saumwinkeln gegeben werden. Dabei werden nur die abstehenden Schenkel in Form einer Platte mit der Breite g berücksichtigt werden (Bild 4). Die Stablänge sei $a = 500 \text{ cm}$. Die Querschnittsabmessungen des reinen T-Gurtes ohne untere Platte decken sich mit jenen des Beispiels 1d. Für diesen Fall wäre die Beulspannung nach Gl. (13) $\sigma_{kr} = 1,21 \cdot 2100 \left(\frac{1,2}{50}\right)^2 = 1,46 \text{ t/cm}^2$ und die Halbwellenzahl $m = 5$. Die untere Platte wird natürlich nicht in fünf Halbwellen knicken, sondern die Wellenzahl herabsetzen. Dadurch steigt aber die Beulspannung. Dem Beispiel 1d ent-

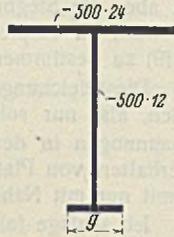


Bild 4.

nehmen wir für $m = 1 \dots \sigma_{kr} = 2,385 \cdot 0,904 \cdot 2100 \left(\frac{1,2}{50}\right)^2 = 2,385 \cdot 1,09 = 2,61$ (elastisches Verhalten vorausgesetzt), für $m = 2 \dots \sigma_{kr} = 1,99 \cdot 1,09 = 2,18 \text{ t/cm}^2$. Die untere Platte für sich allein ergibt für $m = 1$ eine Knickspannung $\sigma_k = \frac{\pi^2 E i^2}{a^2}$. Mit $g = 9 \text{ cm}$ ist $i = 2,6$ und $\sigma_k = 0,56 \text{ t/cm}^2$ und für $m = 2$ ist $\sigma_k = 4 \cdot 0,56 = 2,24 \text{ t/cm}^2$. Für $m = 2$ stimmen σ_{kr} und σ_k schon so gut überein, daß man $\sigma_{kr} = 2,2$ als Beulspannung des mit der unteren Platte verstärkten Gurtes annehmen kann. Im Fall $m = 1$ ist der Unterschied zwischen σ_{kr} und σ_k sehr groß, und die für diesen Fall sehr wenig widerstandsfähige untere Platte würde die Beulspannung des Gurtes von 2,61 sicher nur sehr wenig herabsetzen können, wohl keinesfalls unter 2,2, so daß der Fall $m = 2$ die kritische Spannung ergeben dürfte. Man sieht, wie schon durch eine recht schmale Saumplatte die Beulspannung eines recht dünnen Stegbleches sehr wirksam gehoben wird. Natürlich wird man g größer als 9 cm ausführen. Bei $g = 20$, $i = 5,78$ ist schon für $m = 1 \dots \sigma_k = 2,77$. Nachdem für den reinen T-Gurt für diesen Fall $\sigma_{kr} = 2,61$ ist, sieht man, daß jetzt tatsächlich das Ausbeulen mit nur einer Halbwelle erzwungen wird. Die elastische Beulspannung des Gurtes mit unterer Platte wird also ungefähr 2,7 sein. Bei St 37 entspricht dieser Knickspannung $\lambda = 88$, so daß man tatsächlich die plastische Beulspannung $\sigma_{kr} = 2,17$ erhält. Die Rechnung mit $m = 1$ hat den Vorteil, daß sie sicher ist. In der Praxis wird man aber den Steg stärker als 12 mm ausführen und sich dann die untere Platte ersparen. Mit 18 mm Stärke ist rund $\lambda = 1,35$. Das entspricht dem Beispiel 1c und hierfür ist $\sigma_{kr}^E = 0,95 \cdot 2100 \left(\frac{1,8}{50}\right)^2 = 2,59$ und man erhält mit $\lambda = 89,5 \dots \sigma_{kr} = 2,16$, also praktisch dieselbe Beulspannung wie mit unterer Platte. Der stärkere Steg erfordert 30 cm^2 , die unteren Saumwinkel, die mindestens $75 \cdot 100 \cdot 9$ ausgeführt werden müßten, haben auch eine Fläche von 30 cm^2 und erfordern eine laufende Nietreihe.

Literatur:

- L. Rendulic hat in den Sitzungsberichten der Wiener Akademie der Wissenschaften 1933 die Berechnung des T-Gurtes mit Potenzansätzen behandelt, die aber auch keine größere Schärfe ergeben als der hier gewählte Ansatz, dessen Ergebnisse jedoch hier weitgehend verbessert wurden. Für den reinen T-Gurt ist die Lösung bei Rendulic in Form einer Determinante zweiten Grades gegeben, deren Ausrechnung eine in σ quadratische Gleichung ergibt, die noch die Wellenlänge enthält, die so zu wählen ist, daß σ ein Minimum wird, während die hier gebrachte Berechnung durch einen Kunstgriff im Ansatz die Determinante gänzlich umgeht und für σ eine lineare Gleichung ergibt. Ferner hat Rendulic die Berechnung dahin erweitert, daß auch die Knickung des Stabes selbst mit berücksichtigt wurde, was durch die Einführung eines konstanten Gliedes im Ansatz erfolgt, und auch den Querschnitt mit unteren Saumwinkeln behandelt. In diesen Fällen kommt man aber schon auf Determinanten dritten Grades, deren Ausrechnung eine so große Rechenarbeit verursachen würde, daß für die Praxis die hier gebrachten Näherungen vorzuziehen sein dürften, um so mehr als der auch bei Rendulic nicht berücksichtigte Torsionswiderstand der Gurtwinkel eine nicht unbedeutende Rolle spielt.
- E. Chwalla hat im Ingenieur-Archiv 1934, Bd. V, Heft 1, die durch Randwinkel verstärkte Platte behandelt, wobei auch der Torsionswiderstand der Winkelprofile berücksichtigt wurde. Natürlich wird dadurch die Berechnung viel langwieriger. Eine Lösung für den einfachen T-Gurt ist damit nicht gegeben.

Alle Rechte vorbehalten.

Eine vollständig geschweißte Bogenbrücke in Pilsen.

Von Dr.-Ing. Franz Faltus, Pilsen.

Im Herbst vorigen Jahres wurde in Pilsen (Tschechoslowakei) eine vollständig geschweißte Straßenbrücke von 50,6 m Stützweite dem Verkehr übergeben. Es ist dies die zweite vollständig geschweißte Brücke in Pilsen und die erste geschweißte Brücke, deren Hauptträger als Bogenräger ausgebildet sind. Entwurf und Ausführung stammen von den Skodawerken in Pilsen, die auf dem Gebiete geschweißter Stahlbauten in der Tschechoslowakei führend tätig sind.

Die Brücke überquert in Doudlevec, einer Vorstadt von Pilsen, den Radbusa-

fluß und führt eine Bezirksstraße über das verhältnismäßig tief eingeschnittene „České údolí“. Die neue Brücke liegt etwa 150 m flußaufwärts von der alten Brücke¹⁾, die im Talgrunde liegt und mit nur 4 m Breite ein starkes Hindernis für den wachsenden Kraftwagenverkehr bedeutete. Die Fahr-

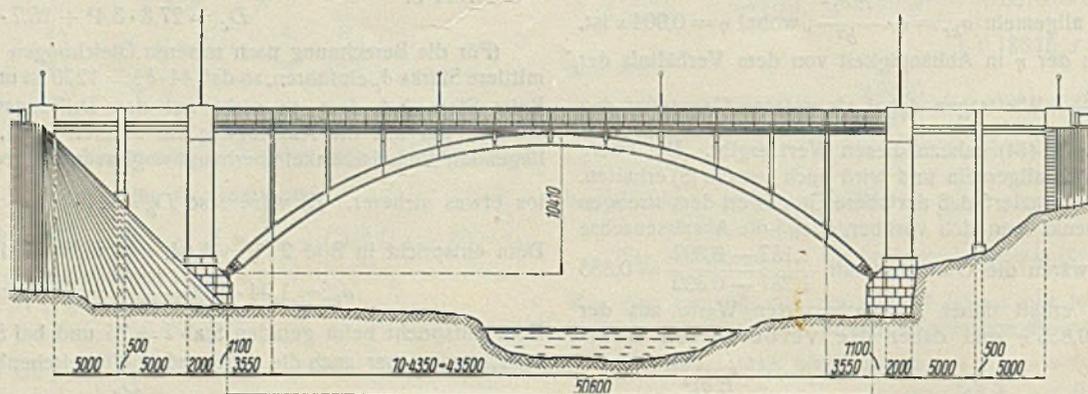


Bild 1. Ansicht.

¹⁾ Die alte Brücke (erbaut 1884) hat 34 m weit gestützte Fachwerk-Parabelträger. Sie wurde bereits zweimal verstärkt und soll nun an einer anderen Stelle neuerlich Verwendung finden. Auch ein Beispiel der Lebensfähigkeit von Stahlbrücken.

bahn der neuen Brücke liegt um etwa 11 m höher als die der alten; die Zufahrtstraße führt daher auf dem linken Ufer auf einem 80 m langen Damm. Die Brücke hat 5 Öffnungen (Bild 1). Je 2 seitliche Öffnungen von je 5 m Lichtweite sind mit Eisenbetonbalken überbrückt.

Die Hauptträger der Brücke sind zwei vollwandige Zweigelenbogen von 50,6 m Spannweite und 10,4 m Pfeilhöhe, die vollständig unter der Fahrbahn liegen. Die Bogen, deren Entfernung 6,30 m beträgt, sind auf gewachsenen Fels, der auf beiden Ufern in geringer Tiefe ansteht, gegründet und gegenseitig durch vollwandige Querversteifungen und einen als Rhombenfachwerk ausgebildeten räumlichen Windverband verbunden. Die Querträger, welche die durchlaufenden Längsträger tragen, sind im Bogenscheitel unmittelbar auf den Bogen aufgesetzt und stützen sich im übrigen Teil auf vollwandige Stahlstützen, mit denen sie zu Steifrahmen verbunden sind. Über den Auflagern ist nicht, wie üblich, ein Endquerträger mit kräftigem Endportal vorgesehen, sondern die Längsträger sind direkt auf den Betonpfeilern gelagert. Neben einer fühlbaren Gewichtersparnis

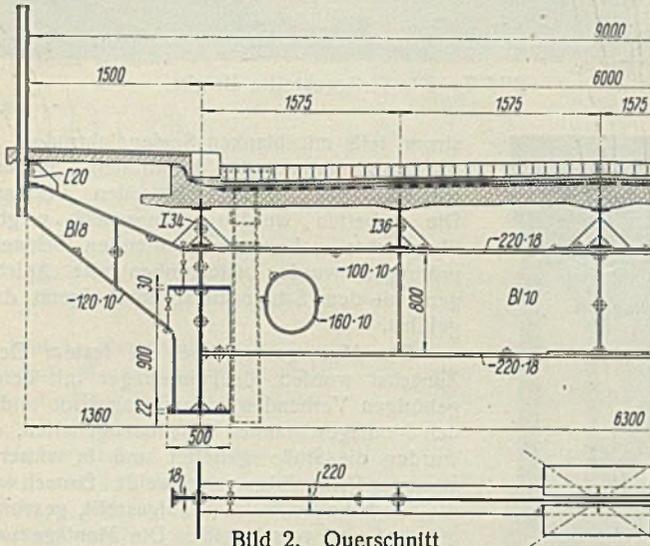


Bild 2. Querschnitt in der Nähe des Bogenscheitels.

wurde dadurch ein leichteres Aussehen der Brücke erzielt. In der Ebene der Querträgerobergurte ist in jeder Brückenhälfte ein Fahrbahnwindverband angeordnet, dessen Auflagerdrücke in die Betonpfeiler und in der Nähe des Bogenscheitels in den Bogenwindverband geleitet werden. Die Fahrbahnplatte (Bild 2) ist als Eisenbetonplatte von 15 cm Stärke ausgebildet und mit in Asphalt verlegten Granitwürfeln von 10 cm Seitenlänge gepflastert. Die Breite der Fahrbahn beträgt 6 m. Zwei seitliche Gehwege von je 1,5 m Breite vervollständigen die Breite der Brücke auf 9 m. Die Gehwege sind mit Asphalt belegte Eisenbetonplatten, die auf der Fahrbahnplatte und auf von Konsolen gelagerten Gehweglängsträgern aufliegen. Zur Sicherung einer guten Verbindung der Eisenbetonplatten mit den Fahrbahnlängsträgern sind diese in Abständen von etwa 1 m mit angeschweißten Stahlplättchen versehen, durch deren 20 mm weite Öffnungen Rundisenhaltebügel gezogen sind. Die Konstruktion der Brücke

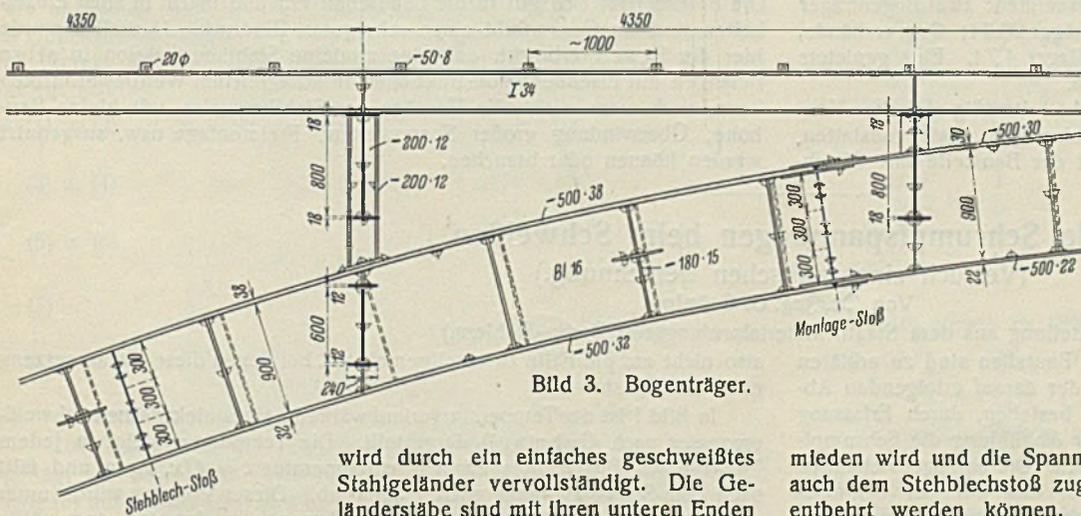


Bild 3. Bogenträger.

wird durch ein einfaches geschweißtes Stahlgeländer vervollständigt. Die Geländerstäbe sind mit ihren unteren Enden in die Gehwegplatten einbetoniert.

Die Brücke wurde nach vorläufigen Vorschriften für Straßenbrücken als Brücke I. Klasse entworfen. Bezüglich der Schweißarbeiten wurde nach dem vom Eisenbahnministerium für den Bau der ersten geschweißten Straßenbrücke in den Skodawerken²⁾ genehmigten, vom Verfasser ent-

worfenen Vorschlag von Vorschriften für geschweißte Straßenbrücken vorgegangen. Natürlich wurden auch die neuen tschechoslowakischen Vorschriften für geschweißte Stahlhochbauten ČSN 1120—1932 beachtet. Folgende zulässigen Inanspruchnahmen wurden für eine Brücke von 50,6 m Spannweite eingehalten:

| Brückenteil | Gruppmaterial kg/cm ² | Schweiße | | |
|-----------------------|-------------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|--------------------------------------|
| | | auf Zug kg/cm ² | auf Druck kg/cm ² | auf Abscherung kg/cm ² |
| Fahrbahn | 850 | 550 | 800 | 500 |
| Hauptträger | 1022 | 680 | 970 | 630 |
| Hauptträger mit Wind | 1350 | 900 | 1250 | 800 |

Bei Entwurf und Ausführung wurden natürlich die bei früheren Bauten der Skodawerke gewonnenen Erfahrungen und die Ergebnisse zahlreicher Versuche berücksichtigt. Besondere Beachtung wurde auch der in letzter Zeit so stark in den Vordergrund gerückten Frage der Dauerfestigkeit gewidmet, obwohl wir der Ansicht sind, daß bei Straßenbrücken mit ihrem überwiegenden Eigengewicht der Dauerfestigkeit nur eine unter-

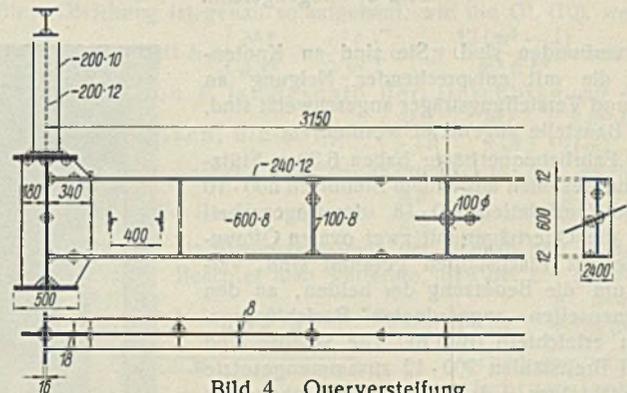


Bild 4. Querversteifung.

geordnete Rolle zukommt, zumal auch die Nutzlasten nur äußerst selten die in der Berechnung berücksichtigten Höchstlasten erreichen. Alle Bauteile sind nach Tunlichkeit stumpf gestoßen, exzentrische Anschlüsse wurden vermieden; die zufolge der kleinen zulässigen Inanspruchnahmen der Schweißnähte notwendigen Verstärkungslaschen der Stumpfnähte und deren Anschlußkehlnähte wurden so schwach wie zulässig bemessen.

Die Bogenträger (Bild 3) bestehen aus einem Stehblech 900/16 und zwei 400 mm breiten Gurtplatten, deren Dicke dem Verlauf der Momentenlinie entsprechend von 22 bis 38 mm abgestuft ist. Die verbindenden Kehlnähte sind, wie übrigens auf dem ganzen Bauwerk, durchlaufend ausgeführt. Stehblech und Gurtplatten sind durch Flachstähle ausgesteift, die an den Außenseiten der Bogen radial angeordnet sind, an den Innenseiten jedoch teilweise — für den Anschluß der vollwandigen Querversteifungen (s. Bild 4) — lotrecht verlaufen. An den Gelenken, die 270 t Gelenkdruck zu übertragen haben, verringert sich die Stehblechhöhe von 900 auf 540 mm. Die Stehbleche sind an diesen Stellen durch Beilagenbleche und besondere Rippen versteift, um mittige Kraftübertragung zu gewährleisten (Bild 5). Die Stehbleche jedes Bogens sind aus je 10, etwa 5 m langen Teilen zusammengesetzt, die aus geraden Blechen mittels maschinell geführten Sauerstoffschneidbrennern geschnitten wurden. Die Gurtplatten sind aus je etwa 10 m langen Stücken zusammengesetzt, ihr Stoß entspricht Montagestoßen. Die Bogenträger wurden auf die Baustelle in je 5, je etwa 5 t schweren Stücken gebracht. Die Stöße der Gurtplatten und des Stehbleches liegen in einem Querschnitt, sind also nicht, wie üblich, gegeneinander versetzt. Die Verstärkungsbeilagen liegen also in einem Querschnitt symmetrisch, so daß ein gewaltsamer Sprung der Bogenschwerachse an der Stoßstelle ver-

mieden wird und die Spannungsverminderung durch die Gurtstoßblasen auch dem Stehblechstoß zugute kommt, so daß dort besondere Laschen entbehrt werden können. Überdies wird an Montagenähten gespart. Die Stöße sind X-Nähte, nur die Gurtplattenstöße sind trotz der großen Stärke als V-Nähte ausgeführt worden, um Überkopfschweißungen zu vermeiden. Wie erwähnt, sind die Stehblechstöße ohne Verstärkungslaschen ausgeführt, die Nähte wurden jedoch mit größerer Überhöhung ausgeführt als sonst üblich.

Die Streben des Bogenwindverbandes bestehen aus zwei kreuzförmig angeordneten Winkeln, die im Scheitel mit zwei durchlaufenden Kehlnä-

²⁾ Stahlbau 1932, S. 142.

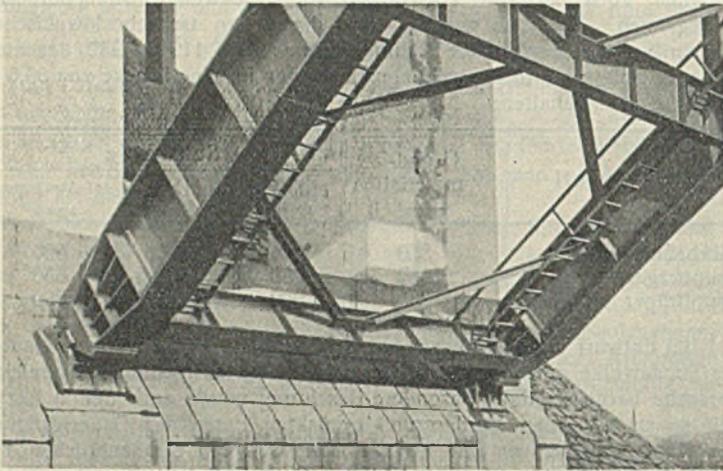


Bild 5. Bogengelenk.

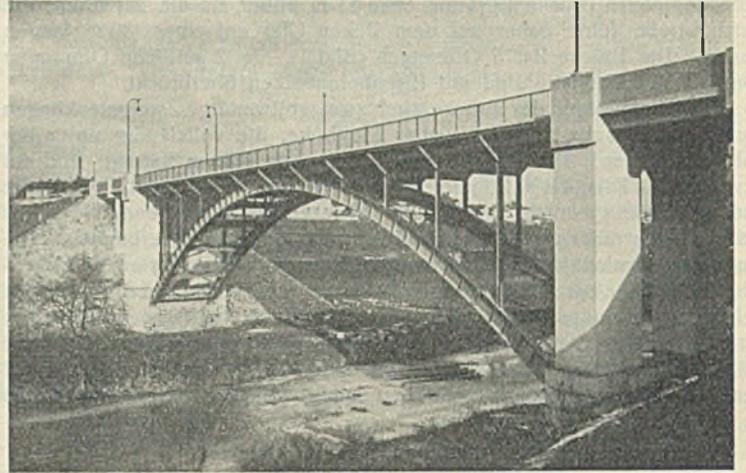


Bild 7. Die fertiggestellte Brücke.

nähten verbunden sind. Sie sind an Knotenbleche, die mit entsprechender Neigung an Bogen- und Verstiefungsträger angeschweißt sind, auf der Baustelle angetestet worden.

Die Fahrbahnquerträger haben 6,30 m Stützweite und bestehen aus einem Stehblech 800 · 10 und zwei Gurtplatten 220 · 18. Im Bogenscheitel sind die Querträger mit zwei ovalen Öffnungen, die mit Flachstählen gesäumt sind, versehen, um die Benutzung der beiden, an den Bogeninnenseiten angeordneten Besichtigungsstege zu erleichtern (Bild 6). Die Ständer sind aus drei Breitstählen 200 · 12 zusammengesetzte Breitflanschträger. Auch die Gehwegkonsolen sind vollwandig. Diese wurden schon in der Werkstätte an die Ständer angeschweißt, während die Querträger erst auf der Baustelle eingebracht wurden.

Die Längsträger sind Walzträger, die über den Obergurten der Querträger durchlaufen und über jeder vierten Stütze biegungsfest gestoßen sind. Die äußeren Fahrbahnträger liegen im Bogenscheitel direkt auf den Bogengurtplatten auf. Die dort entstehenden schmalen Spalte sind durch keilförmige Futterstücke und entsprechende Schweißnähte geschlossen. Die Längsträger sind mit den Querträgern durch Schweißung und durch besondere Stützbleche verbunden, nur die äußeren Längsträger sind auf den, dem Bogenscheitel zunächstliegenden Querträgern längsverschieblich gelagert.

Das Gesamtgewicht der Stahlkonstruktion (St 37) beträgt 111 t und setzt sich wie folgt zusammen: zwei Bogenträger 47,7 t; Querträger und Stützen 16,1 t; Längsträger 23,3 t; Querverbände, Windverbände, Geländer usw. 19,2 t; Stahlgußlager 4,7 t. Eine genietete Brücke hätte 135,4 t, also 22% mehr gewogen.

Die Werkstattarbeiten gingen bei dieser verhältnismäßig einfachen Konstruktion dank den früher gesammelten Erfahrungen glatt vonstatten. Geschweißt wurde in der Werkstatt und auf der Baustelle mit Gleich-

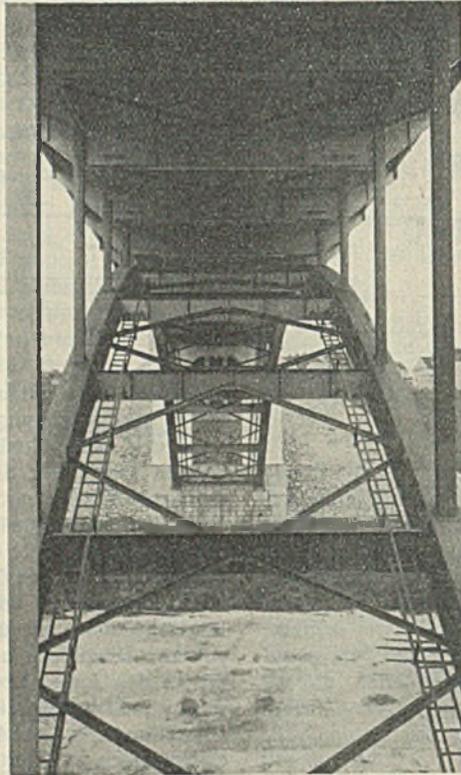


Bild 6. Unteransicht.

strom, teils mit blanken Seelenelektroden, teils mit stark ummantelten Elektroden. Insgesamt wurden etwa 10 km Elektroden verbraucht. Die Arbeiten wurden naturgemäß sorgfältig überwacht; neben den laufenden Schweißprüfungen wurden stichprobenweise Anfräsungen mit dem Schmucklerschen Prüfgerät durchgeführt.

Die Montage erfolgte auf festem Gerüst. Zunächst wurden die Hauptträger mit den zugehörigen Verbänden zusammengebaut und mit den Montageschrauben zusammengehalten, dann wurden die Stöße geheftet und in vorher bestimmter Reihenfolge verschweißt. Danach wurde die Fahrbahnkonstruktion aufgestellt, geschraubt, geheftet und verschweißt. Die Montage verlief ohne jeden störenden Zwischenfall.

Nach Fertigstellung der Fahrbahn und der Zufahrtstraßen wurde die Brücke am 23. November 1933 der Belastungsprobe unterzogen. Belastet wurde mit einer Dampfstraßenwalze von 18 t Gewicht und drei Dampftraktoren von zusammen 40 t Gewicht, die in der ungünstigsten Stellung 90% des rechnerischen Höchstmomentes der Verkehrslast erzeugten. Die gemessenen Durchbiegungen und Verdrehungen waren vollkommen elastisch, blieben jedoch wesentlich hinter den errechneten Werten zurück, was zu erwarten war, da ja in der Rechnung nur die Steifigkeit der Hauptträger allein berücksichtigt wurde.

Die Brücke paßt sich gut in die Landschaft ein und macht in allen Einzelheiten und im Gesamtbild einen sehr guten Eindruck. Neuerlich wurde hier der Beweis erbracht, daß eine moderne Stahlkonstruktion in allen Belangen mit Eisenbetonkonstruktionen in erfolgreichen Wettbewerben treten kann, auch wenn nicht alle Vorzüge der Stahlbauweise, wie kleine Bauhöhe, Überwindung großer Spannweiten, Freimontage usw. ausgenutzt werden können oder brauchen.

Alle Rechte vorbehalten.

Die Schrumpfspannungen beim Schweißen.

(Versuch einer statischen Berechnung.)

Von Dr.-Ing. G. Grüning.

(Mittellung aus dem Staatl. Materialprüfungsamt Berlin-Dahlem.)

Die Schrumpfspannungen in geschweißten Bauteilen sind zu erklären durch die Auswirkung der Wärmezufuhr und der darauf erfolgenden Abkühlung. Es muß deshalb eine Möglichkeit bestehen, durch Erfassung der Vorgänge bei der Erwärmung und bei der Abkühlung die Schrumpfspannungen auf theoretischem Wege zu berechnen. Die entgegenstehenden Schwierigkeiten bestehen hauptsächlich darin, daß bei der Schmelzschweißung das Schweißgut nacheinander eingebracht wird, für eine ganze Naht also Abkühlungs- und Erwärmungsvorgänge mit entsprechend verschieden zugeordneten mechanischen Eigenschaften der erwärmten Zonen gleichzeitig auftreten.

Untersucht wird im folgenden der Fall der freien Schweißung, bei der zwei durch eine Stumpfnahht verbundene Plattenteile dem Schrumpfungsvorgang ohne äußere Hemmung folgen können. Die Ergebnisse sind

also nicht auf die Fälle zu verallgemeinern, bei denen diese Voraussetzung nicht erfüllt ist.

In Bild 1 ist der Temperaturverlauf während eines elektrischen Schweißprozesses nach Gehring¹⁾ dargestellt. Die Temperatur steigt in jedem Punkt eines Bleches bis zur Höchsttemperatur $t = f(x, y)$ an und fällt nach dem Schweißvorgang wieder auf 0 ab. Dieser Vorgang würde unter der Annahme, daß keine plastischen Verformungen eintreten, zum völlig spannungsfreien Anfangszustand zurückführen, wenn nicht die beiden Bleche im Zustande der größten Erwärmung zu einem Blech vereinigt

¹⁾ H. Gehring, Schrumpfspannungen bei elektrisch geschweißten Stumpfnähten. Mitteilungen aus dem Forschungsinstitut der Vereinigten Stahlwerke A.-G., Band 3, Lieferung 5.

würden. Die Schrumpfspannungen setzen sich demnach aus den Erwärmungs- und den Abkühlungsspannungen zusammen.

Wenn die Temperatur von der Naht auf die beiden frei verschieblichen Blechenden geradlinig abfallen würde, so würde dies bei der Erwärmung in den beiden noch nicht verbundenen Blechen keine Spannungen hervorrufen. Tatsächlich ist dies nicht ganz der Fall. In Nahtnähe werden sich bei dem von Gehring dargestellten Temperaturverlauf Druckspannungen ergeben. Diese können jedoch wegen der dort herrschenden hohen Temperaturen nicht sehr groß werden, sondern es wird dort hauptsächlich zu plastischen Stauchungen kommen. Wenn in mehreren Lagen geschweißt wird, so sind beim Schweißen der zweiten Lage die Blechhälften bereits verbunden. Auch dann werden die Spannungen bei der Erwärmung gegenüber denen bei der Abkühlung gering sein, weil am Ende des Erwärmungsprozesses so hohe Temperaturen auftreten, daß in Nahtnähe ein rein plastischer Zustand vorhanden sein muß. In erster Annäherung können daher die Erwärmungsspannungen gleich Null gesetzt werden.

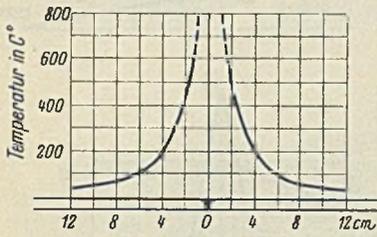


Bild 1. Temperaturverlauf während eines Schweißprozesses in der Endzone nach H. Gehring.

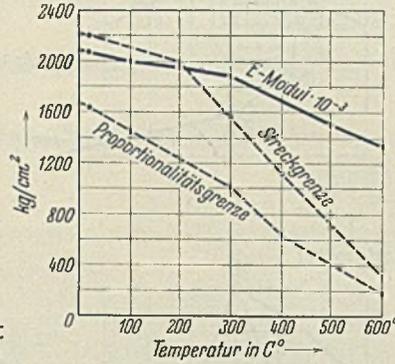


Bild 2. Einfluß der Wärme auf einen Stahl von 38 kg/mm² Festigkeit nach Martens.

Unter dieser Annahme entstehen alle Spannungen bei der Abkühlung der bereits verbundenen (geschweißten) Bleche von $t=f(x,y)$ auf 0. Dabei können alle Temperaturen über 600° vernachlässigt werden, da sie hauptsächlich zu plastischen Verformungen, nicht aber zu Temperaturspannungen führen, obwohl sich natürlich kleine Spannungen bereits vorher ausbilden. Bild 2 zeigt die Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls und der Streckgrenze von der Temperatur nach Untersuchungen von A. Martens²⁾. Für die Berechnung der Spannungen muß man hinsichtlich des für die Ausbildung der Spannungen maßgebenden E-Moduls eine vereinfachende Annahme machen, die zunächst willkürlich erscheinen mag. Es wird in die Rechnung ein mittlerer konstanter E-Modul eingeführt, und zwar in Beachtung des bei 600° noch über 1 000 000 kg/cm² betragenden E-Moduls von $E = \frac{3}{4} \cdot 2 100 000 \text{ kg/cm}^2$. Dabei wird weiter angenommen, daß unterhalb 600° die jeweilige Streckgrenze nicht überschritten wird. Der Vergleich der auf dieser Grundlage ermittelten Spannungen mit tatsächlich gemessenen Schrumpfspannungen läßt die Berechtigung für die vorausgemachten Annahmen erkennen.

Bei der Abkühlung entstehen in der Plattenebene die Spannungen σ_x , σ_y und τ_{xy} , die Dehnungen ϵ_x und ϵ_y , die Winkelverschiebung γ_{xy} und die Verschiebungen in Richtung der x- bzw. der y-Achse ξ und η , während die Spannung senkrecht zur Platte σ_z gleich 0 wird. Zwischen diesen 8 Unbekannten lassen sich folgende 8 Gleichungen aufstellen, durch die im Verein mit den Randbedingungen die Unbekannten eindeutig festgelegt sind.

$$(1) \text{ u. } (2) \quad \epsilon_x = \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{E} \left(\sigma_x - \frac{1}{m} \cdot \sigma_y \right) - t \beta.$$

$$(3) \text{ u. } (4) \quad \epsilon_y = \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{1}{E} \left(\sigma_y - \frac{1}{m} \cdot \sigma_x \right) - t \beta.$$

$$(5) \text{ u. } (6) \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{G} \cdot \tau_{xy}.$$

$$(7) \quad \left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{Gleichgewichtsbedingungen.}$$

(β = linearer Ausdehnungskoeffizient = $0,11 \cdot 10^{-6}$ pro Grad.)

Zur Bestimmung der gesuchten Schrumpfspannungen σ_x , σ_y und τ_{xy} genügt es, wenn man außer den beiden Gleichgewichtsbedingungen (7) und (8) aus den obigen Gleichungen noch eine weitere Beziehung ableitet, in der nur die Schrumpfspannungen als Unbekannte vorkommen. Unter Berücksichtigung von $G = \frac{mE}{2(m+1)}$ kann aus den obigen Gleichungen, wie leicht zu kontrollieren ist, diese dritte Beziehung wie folgt gefunden werden:

$$(9) \quad \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial y^2} = E \beta \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right).$$

Unter Einführung der die Gl. (7) u. (8) berücksichtigenden Airyschen Spannungsfunktion F , gekennzeichnet durch $\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}$, $\sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}$ und $\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}$, wird daraus:

$$(10) \quad \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = E \beta \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right).$$

Dabei gilt für den Rand der Platte $\tau_{xy} = 0$ und $\sigma_x = 0$ bzw. $\sigma_y = 0$. (Die Ränder liegen \parallel zur x- oder y-Achse.) Dies läßt sich auch ausdrücken durch $\frac{\partial F}{\partial x} = 0$ und $\frac{\partial F}{\partial y} = 0$ ³⁾. Durch Integration der Differentialgleichung (10) kann die Spannungsfunktion F unter Berücksichtigung der Randbedingungen gefunden werden. Die Schrumpfspannungen σ_y und σ_x werden daraus durch zweimalige Differentiation nach x und y gefunden.

Es soll hier auf eine Analogie hingewiesen werden. Die Biegegleichung einer Platte (Durchbiegung = δ) lautet:

$$(11) \quad \frac{\partial^4 \delta}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \delta}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \delta}{\partial y^4} = p \frac{12(m^2 - 1)}{m^2 E h^3}.$$

Diese Gleichung ist genau so aufgebaut, wie die Gl. (10), wenn man statt F ein δ und statt $E \beta \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right)$ ein $p \frac{12(m^2 - 1)}{m^2 E h^3}$ setzt. Die Spannungsfunktion F ist deshalb der Durchbiegung δ einer Platte gleichzusetzen, die mit $p = \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right) \frac{\beta m^2 h^3}{12(m^2 - 1)} \cdot E^2$ belastet ist. Entsprechend den Randbedingungen der geschweißten Platte lauten hier die Randbedingungen $\frac{\partial \delta}{\partial x} = 0$ und $\frac{\partial \delta}{\partial y} = 0$. Es handelt sich also für die Biegeanalogie um eine an den Rändern starr eingespannte Platte. Beachtet man weiterhin, daß bei der geschweißten Platte $\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}$, bei der gebogenen Platte aber $\epsilon_y = \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial^2 \delta}{\partial y^2}$ ist, so

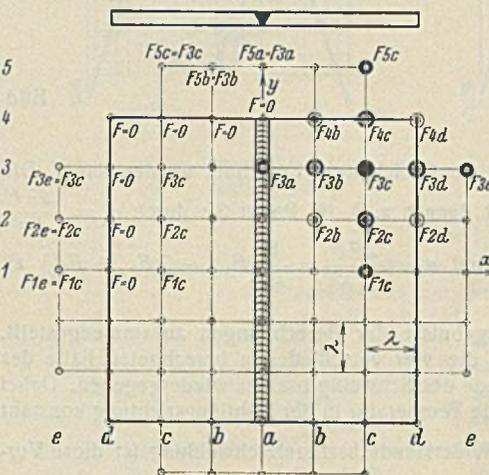


Bild 3. Gewebenetz zur Berechnung der Airyschen Spannungsfunktion F .

$$\begin{aligned} \frac{\Delta F}{\Delta x} &= \frac{1}{2a} [F_{3d} - F_{3b}] \\ \frac{\Delta^2 F}{\Delta x^2} &= \frac{1}{a^2} [F_{3d} - 2F_{3c} + F_{3b}] \\ \frac{\Delta^3 F}{\Delta x^3} &= \frac{1}{2a^3} [F_{3e} - 2F_{3d} + 2F_{3c} - 2F_{3b} + F_{3a}] \\ \frac{\Delta^4 F}{\Delta x^4} &= \frac{1}{a^4} [F_{3e} - 4F_{3d} + 6F_{3c} - 4F_{3b} + F_{3a}] \\ \frac{\Delta^4 F}{\Delta x^2 \Delta y^2} &= \frac{1}{a^2 b^2} [F_{4d} + F_{4b} + F_{2d} + F_{2b} \\ &\quad - 2(F_{4c} + F_{2c} + F_{3d} + F_{3b}) + 4F_{3c}]. \end{aligned}$$

Gl. (10) nimmt als Differenzgleichung danach folgende Gestalt an:

$$(12) \quad 20F_{3c} - 8(F_{4c} + F_{3d} + F_{2c} + F_{3b}) + 2(F_{4d} + F_{2d} + F_{2b} + F_{4b}) + F_{5c} + F_{3e} + F_{1c} + F_{3a} = E \beta a^2 (t_{3d} + t_{2c} + t_{3b} + t_{4c} - 4t_{3c}).$$

Für die Randpunkte braucht eine solche Gleichung nicht aufgestellt zu werden, dagegen sind in den Gleichungen für die den Rändern nach innen benachbarten Punkte die Randpunkte und die den Rändern nach außen benachbarten Punkte enthalten. Aus den Randbedingungen ergeben sich die Punkte auf dem Rande selbst zu 0 und die nach außen benachbarten Punkte gleich den nach innen benachbarten Punkten. Es besteht damit für die Funktion F in jedem Punkt eine Bestimmungsgleichung, so

²⁾ A. Martens, Einfluß der Wärme auf die Festigkeitseigenschaften des Eisens. Mitt. aus d. Königl. techn. Versuchsanstalt, VIII (1890).

³⁾ Föppl, Drang und Zwang I, S. 238.

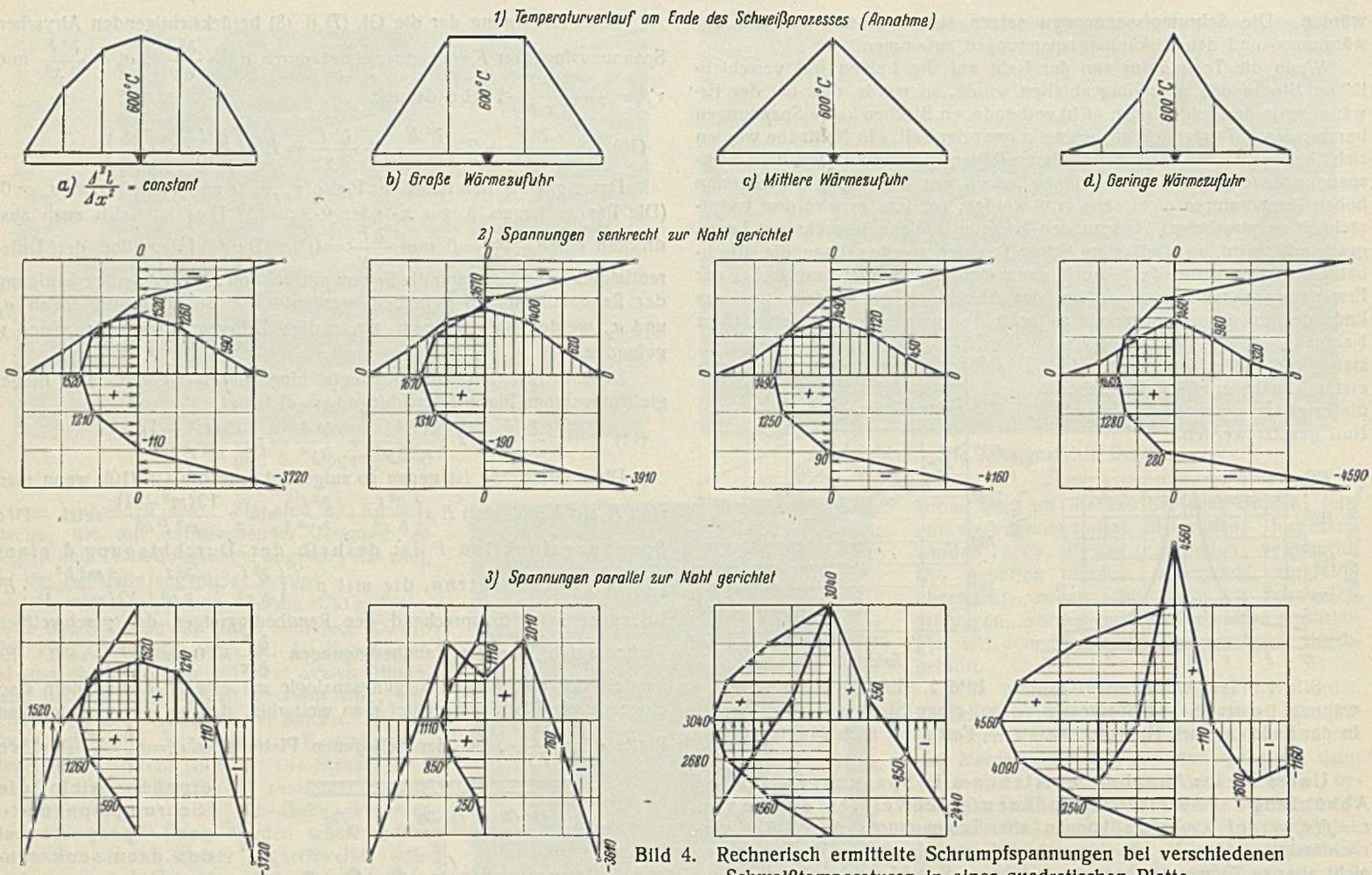


Bild 4. Rechnerisch ermittelte Schrumpfspannungen bei verschiedenen Schweißtemperaturen in einer quadratischen Platte.

daß F durch die Auflösung der Gleichungen berechnet werden kann. Die Spannungen σ_x und σ_y sind danach z. B. im Punkt 3c durch $\sigma_x = \frac{\int^2 F}{\int y^2}$ $= \frac{1}{\lambda^2} [F_{4c} - 2 F_{3c} + F_{2c}]$ und $\sigma_y = \frac{\int^2 F}{\int x^2} = \frac{1}{\lambda^2} [F_{3d} - 2 F_{3c} + F_{3b}]$ zu berechnen.

In Bild 4 sind die Ergebnisse der Berechnungen zusammengestellt. In der oberen Reihe sind die vier verschiedenen berechneten Fälle des Temperaturverlaufes am Ende des Schweißprozesses wiedergegeben. Dabei wurde angenommen, daß die Temperatur in der Nahtlängsrichtung konstant sei ($\frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = 0$). Bei der Widerstandsabschmelzschweißung ist diese Voraussetzung gut erfüllt. Bekanntgewordene Versuchsergebnisse für die Schmelzschweißung lassen aber auch erkennen, daß bei nicht allzu langen Nähten und entsprechend kurzer Schweißzeit die Rechnungsergebnisse auf Grund der vorher gemachten Voraussetzung mit den gemessenen Schrumpfspannungen in Einklang zu bringen sind. Von den verschiedenen Temperaturannahmen stellt der Fall a (Parabel) eine praktisch selten vorhandene Schweißbedingung dar. Er ist als Ausgangspunkt deshalb gewählt worden, weil er besonders einfach zu berechnen ist. Fall b zeigt einen Temperaturverlauf mit sehr großer Wärmezufuhr beim Schweißen (Gasschmelzschweißung), Fall c einen solchen mit mittlerer und Fall d einen solchen mit geringer Wärmezufuhr (Elektrische Schweißung).

In der zweiten Reihe des Bildes 4 sind die Spannungen senkrecht zur Naht und in der dritten Reihe die Spannungen in Richtung der Naht aufgetragen. Soweit die Spannungen die Streckgrenze überschreiten, ist mit plastischen Verformungen und damit verbundenen geringeren Spannungen zu rechnen, ohne daß sich das Gesamtbild dadurch wesentlich verschiebt.

In den in der zweiten Reihe dargestellten Querspannungsverhältnissen ergeben sich trotz der sehr verschiedenen Temperaturbedingungen nur wenig verschiedene Verhältnisse. An den Nahtenden treten immer sehr starke Druckspannungen auf, innen wesentlich kleinere, aber auf eine größere Länge verteilte Zugspannungen. Der Charakter der Kurven stimmt mit den im Staatlichen Materialprüfungsamt Berlin-Dahlem festgestellten Schrumpfspannungsverhältnissen für eine 300 mm lange durchlaufend geschweißte Naht gut überein⁴⁾. Die an den Kanten errechneten

Druckspannungen liegen etwas über der Streckgrenze von St 37, so daß dort kleine bleibende Verformungen zu erwarten sind.

Sehr verschiedene Verhältnisse mit den wechselnden Temperaturbedingungen ergeben sich für die Längsspannungen. Für sehr schmale Erhitzungszonen (Fall c und d) errechnen sich Nahtlängsspannungen von 3040 bis 4560 kg/cm². Für St 37 werden sich praktisch als Folge des Spannungsausgleiches in solchen Fällen immer Längsspannungen in Höhe der Streckgrenze ergeben, also ziemlich gleiche Verhältnisse, während bei Stählen höherer Festigkeit Unterschiede je nach den Wärmebedingungen zu erwarten sind. Für St 37 wurden in den Versuchen des M. P. A. bei elektrisch geschweißten Proben bei verschiedenen Drähten, Wurzelabständen und Schweißwegen immer ziemlich gleich große Längsspannungen in Größe der Streckgrenze ermittelt.

Für große Wärmezufuhr und entsprechend breite Erhitzungszonen (Fall a und b) ergeben sich an der Naht wesentlich kleinere Längsspannungen. Der Längsspannungsverlauf für den Fall b stimmt überraschend gut mit dem Ergebnis der vom M. P. A. durchgeführten Untersuchung an einer gasgeschweißten Platte⁵⁾ überein. Die Zugspannungen wirken im Fall a und b aber auf eine wesentlich größere Breite und haben deshalb bedeutend höhere Reaktionsdruckspannungen (praktisch bis zur Quetschgrenze) als in den Fällen c und d zur Folge. Deshalb werden in solchen Fällen häufig größere Verwerfungen trotz kleinerer Längsspannungen zu beobachten sein.

Zusammenfassend ist zu sagen, daß die auf Grund des Abkühlungsvorganges errechneten Schrumpfspannungen geschweißter Platten mit den gemessenen Werten meist zahlenmäßig, immer aber dem Verlauf nach recht gut übereinstimmen. Teilweise wurden Spannungen oberhalb der Streckgrenze ermittelt, so daß auch unterhalb $t = 600^\circ$ mit geringen plastischen Verformungen gerechnet werden kann. Die Größtspannungen sind in dem Fall der Streckgrenze des Materials gleichzusetzen. Die Nahtzugspannungen in der Nahtlängsrichtung werden kleiner bei größerer Wärmezufuhr. Im übrigen sei darauf hingewiesen, daß für zugbeanspruchte Glieder die großen Druckspannungen senkrecht zur Naht am Nahtende keine Minderung, sondern eine Erhöhung der Konstruktionsdauerfestigkeit zur Folge haben können.

⁵⁾ a. a. O.

INHALT: Die Berechnung von T-Gurten auf Ausbeulung. — Eine vollständig geschweißte Bogenbrücke in Pilsen. — Die Schrumpfspannungen beim Schweißen.

Für die Schriftleitung verantwortlich: Geh. Regierungsrat Prof. A. Hertwig, Berlin-Charlottenburg. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 8. Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

⁴⁾ Bicrett, Versuche zur Ermittlung der Schrumpfspannungen in geschweißten Stumpfnahverbindungen. Z. d. VDI 1934, S. 709.