

DER STAHLBAU

Schriftleitung:

Dr.-Ing. A. Hertwig, Geh. Regierungsrat, Professor an der Technischen Hochschule Berlin, Berlin-Charlottenburg 2, Technische Hochschule
Fernsprecher: C I Steinplatz 0011
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61

Beilage
zur Zeitschrift

DIE BAUTECHNIK

Fachschrift für das ge-
samte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

7. Jahrgang

BERLIN, 31. August 1934

Heft 18

Alle Rechte vorbehalten.

Hängebrücken mit einem Zweigelenkrahmen-Versteifungsträger.

Von Dr.-Ing. Alfred Hawranek, o. ö. Prof. an der Deutschen Technischen Hochschule in Brünn.

Die Verbindung einer Kette mit einem Bogen ist hinsichtlich ihrer gemeinsamen Wirkung als unvollkommen und das Trägersystem überhaupt nicht als ein vorteilhaftes bezeichnet worden (Melan, Handbuch der Ingenieurwissenschaften: Theorie der eisernen Bogenbrücken 1925, S. 196), und zwar wegen eines möglichen Schlaffwerdens der Hängestangen bei einer Temperaturerhöhung.

Wenn schon dieser von verschiedenen Faktoren abhängige Umstand bei Brücken von größeren Spannweiten von geringerem Einfluß ist, da der Anteil des Eigengewichtes und damit auch der Spannungen diesen Nachteil wesentlich mildern kann, so ist doch der die Momentenwirkung des Bogens vermindernde Einfluß des Horizontalschubes bei Anwendung eines Bogens als Versteifungsträger von Wert, weshalb untersucht werden soll, ob nicht dieses System in anderer Form von dem anfangs erwähnten Nachteil befreit werden kann. Und dies ist möglich, wenn man an Stelle eines Bogens einen Rahmen setzt.

In der vorliegenden Abhandlung soll als Versteifungsträger vorläufig ein Zweigelenkrahmen gesetzt werden. Wird auf diesen über dem Stiel eine Pendelstütze aufgesetzt, so ist der eingangs erwähnte Nachteil behoben, während die Vorteile bestehen bleiben.

Schon der Umstand, daß mit einer Erhöhung der Temperatur der Rahmenstiel länger wird, ebenso die sich auf ihn absetzende Pendelstütze, womit sich der Lagerpunkt der Kette hebt, ließ erwarten, daß sich dieses neue Tragsystem bei Wärmewirkung jenem einer Kette mit einem Versteifungsbalken nähert, was auch nach den folgenden Untersuchungen tatsächlich der Fall ist.

Dabei wurde ein Beispiel mit einem Drahtseilkabel gewählt, wiewohl eine Ausführung mit einer Kette noch günstigere Ergebnisse gehabt hätte, weil deren E größer und damit deren Längenänderungen für Nutzlasten kleiner sind.

Dieses vorgeschlagene System eignet sich besonders für Brücken, bei denen noch eine Überbrückung von Qualstraßen durchzuführen ist, die mit Hilfe einfacher Balkenträger erfolgen kann, wenn die seitlichen Stützweiten gegenüber der Hauptöffnung klein sind und die sich unmittelbar auf den Versteifungsrahmen abstützen können. Erfolgt diese Abstützung auf Kragarmen des Versteifungsrahmens, so ergeben sich unter gewissen Bedingungen weitere Vorteile.

Die verschiedenen Gestaltungen des neuen Systems sind in den Bildern 1 bis 6 wiedergegeben, wobei in Bild 1 ein solches System mit einem Dreigelenkrahmen dargestellt ist.

Dieses Mittelgelenk kann aus Montagegründen zweckmäßig sein und kann bei Anordnung in bestimmtem Abstände von der Rahmenriegelachse noch weitere Vorteile hinsichtlich der Beanspruchung des Versteifungsrahmens bringen. Das System ist bei Anordnung von Pendelstützen einfach statisch unbestimmt.

In Bild 2 ist die Anordnung einer Hängebrücke mit einem Zweigelenkrahmen-Versteifungsträger gegeben, die in folgendem eingehender behandelt wird. Das System ist bei Anordnung von Pendelstützen zweifach statisch unbestimmt.

Bild 3 zeigt eine Anordnung, bei welcher der Rahmenstiel und der Pylon miteinander steif verbunden sind, wobei am oberen Ende des letzteren waagrecht verschiebbliche Kettensättel angeordnet sind. Auch dieses System ist zweifach statisch unbestimmt.

Bei den bisher angeführten Systemen ist eine vom Tragsystem gesonderte Verankerung der Kettenstäbe vorgesehen.

Es ist natürlich auch eine Rückverankerung der Kettenstäbe in den Versteifungsrahmen möglich, wie dies beispielsweise in Bild 4 bei einer Brücke mit zwei Öffnungen ersichtlich gemacht ist. Das System ist bei einfacher Abstützung des Rahmenriegels auf der Mittelstütze dreifach statisch unbestimmt, wenn die Mittelstütze als Pendelsäule ausgebildet ist.

Auch die Verwendung eines durchlaufenden Rahmenträgers mit mehreren Öffnungen als Versteifungsträger wäre möglich.

In Bild 5 ist eine Hängebrücke mit drei Öffnungen wiedergegeben. Das System ist vierfach statisch unbestimmt, und in Bild 6 ist die Anwendung eines Rahmenträgers mit Kragarmen und Gelenken in den Außenöffnungen und Einhängträgern gezeigt (zweifach statisch unbestimmt). Die Gelenke ließen sich aber auch in die Mittelöffnung legen, was für die Montage bei Anordnung einhüftiger Rahmen in den Seitenfeldern zweckmäßig wäre.

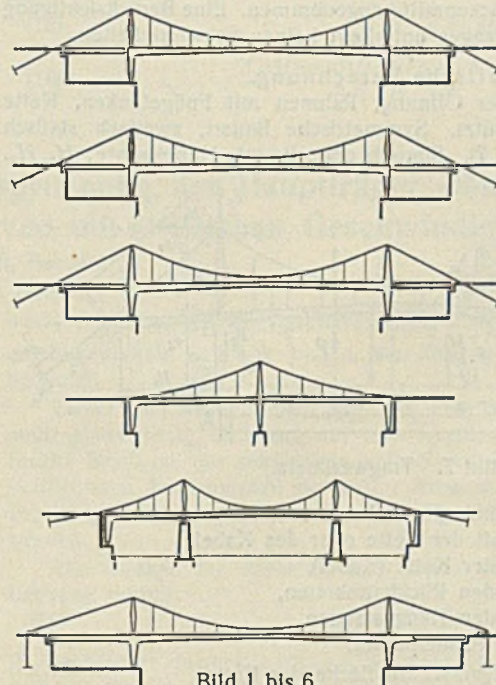


Bild 1 bis 6.

Versteifungsrahmens erst nach der Einbringung des Fahrbahngrippes bzw. eines großen Teiles der Fahrbahndecke vernietet werden.

Dies hat zur Folge, daß für die Zeit bis zur Vernietung der Versteifungsrahmen die Pendelstützen, wo solche angeordnet sind, vorübergehend mit dem Rahmenstiel steif verbunden werden müssen, was konstruktiv leicht, eventuell mit Heranziehung von Fahrbahnträgern der Seitenöffnung durchgeführt werden kann. Werden eingespannte Rahmenfüße verwendet, so ist diese Maßnahme einfacher durchzuführen.

Als ein weiterer Vorteil dieses Systems ist die Möglichkeit zu bezeichnen, bei exzentrischer Aufstellung der Pendelstützen in bezug auf die Achsen der Rahmenstiele die Rahmeneckmomente derart zu regulieren, daß die größten negativen Momente des Rahmenriegels und die größten positiven ausgeglichen werden können. Die dabei erforderliche Exzentrizität ist im Verhältnis zur Spannweite und selbst im Verhältnis zur Breite der Rahmenstiele in der Ansichtfläche klein, so daß selbst in diesem Falle auch eine ästhetisch befriedigende Linienführung des Systems leicht möglich ist.

Auch bei Rahmen mit eingespannten Füßen ist die Ausnutzung dieses Vorteils sowie eine günstige ästhetische Lösung möglich.

Ein anderer Vorteil des Systems liegt in der günstigen Wirkung des Versteifungsrahmens für den Windverband. Durch die verhältnismäßig steifen Rahmenstiele und die dort eingebauten Endquerträger erhält der Windträger eine teilweise Einspannung an den Enden, deren Grad ver-

hältnismäßig groß ist, weil der Torsionswiderstand der Rahmenstiele ein bedeutendes Maß erreicht. Dieser Umstand wirkt sich auch bei großen Brücken günstig aus, selbst wenn die Fahrbahnbreite nicht groß ist. Eine genaue Berechnung des Windverbandes folgt später.

Wenn erforderlich, können die Rahmenträger kleine Kragarme erhalten, um einen Ballast aufzunehmen, der die Momente des Versteifungsriegels und den Horizontalzug vermindert. Diese Anordnung wäre möglich, wenn sich außerhalb des Rahmenstiels kein Einhängträger befindet; sie wurde anlässlich eines Entwurfes des Verfassers getroffen.

Weitgespannte Brücken mit großer Durchfahrts Höhe eignen sich besonders für das vorliegende System, da die Rahmenstiele hoch werden können und der Horizontalschub des Versteifungsrahmens bei geschickter Montage klein wird, welchen auch hohe Mittelpfeiler leicht aufnehmen können.

Wegen der bereits besprochenen Möglichkeit, die Momente der Versteifungsriegel zu vermindern bzw. deren Maxima auszugleichen, wird die Veränderlichkeit der Gurtquerschnitte über die Stützweite kleiner. Man kann auch mit einer geringeren Trägerhöhe auskommen.

Den angeführten Vorteilen dieses Systems steht die Tatsache gegenüber, daß die Rahmenstiele außer der lotrechten Belastung noch Biegemomente aufzunehmen haben, die aber, weil der Horizontalschub im allgemeinen nicht groß ist, bei der Breite der Rahmenstiele keinen wesentlichen Mehrbedarf an Querschnittsfläche zur Folge haben.

Um den Unterschied der Wirkungsweise dieses neuen Systems gegenüber einer Hängebrücke mit einfachen Versteifungsbalken zu zeigen, wurden ziffermäßige Durchrechnungen für beide Systeme für die Stützweite von $L = 342$ m vorgenommen und verglichen. Auch der Momentenausgleich ist für das neue System behandelt worden.

Da die Fahrbahnnivellette besonders bei großen Spannweiten eine gewisse Neigung gegen die Mitte erhalten muß und damit auch der Versteifungsrahmen, so wurde im folgenden eine geradlinige Neigung der Fahrbahn gegen die Brückenmitte angenommen. Eine Berücksichtigung eines parabolischen Überganges unterliegt keinen Schwierigkeiten.

Statische Berechnung.

Hängebrücke mit einer Öffnung, Rahmen mit Fußgelenken, Kette auf Pendelpfeilern abgestützt. Symmetrische Bauart, zweifach statisch unbestimmtes System (Bild 7). Statisch unbestimmte Unbekannte: H_1, H_2 .

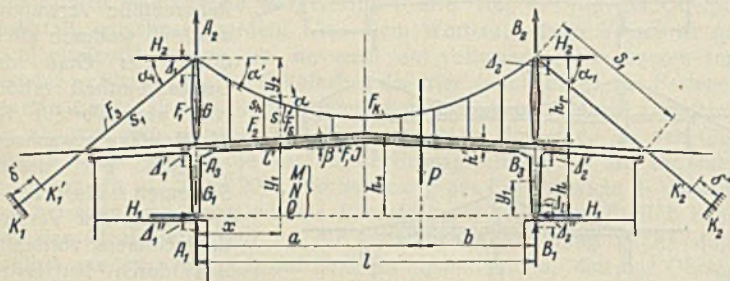


Bild 7. Tragwerknetz.

Es bedeuten:

- H_1 den Horizontalschub des Rahmens,
- H_2 die Horizontalkraft der Kette oder des Kabels,
- S die Stabkraft in der Kette (Kabel),
- S_1 die Stabkraft in den Rückhalteketten,
- L die Stabkraft in den Hängestangen,
- A_p die Stabkraft im Pendelpfeiler,
- s, F_s Stablänge bzw. Querschnittsfläche der Kette,
- F_k Querschnittsfläche der Kette in der Mitte,
- s_1, F_3 Stablänge bzw. Querschnittsfläche der Rückhalteketten,
- s_2, F_2 " " " Hängestangen,
- h_p, F_1, G " " " " und Gewicht des Pendelpfeilers,
- α_1 den Neigungswinkel der Rückhalteketten gegen die Waagerechte,
- α' den Neigungswinkel des letzten Kettenstabes gegen die Waagerechte,
- α den Neigungswinkel eines beliebigen Kettenstabes gegen die Waagerechte,
- f Pfeilhöhe der Kette,
- h, l Stielhöhe und Stützweite des Rahmens,
- h_1 Scheitelhöhe des Rahmens,
- h' Querschnittshöhe des Rahmenriegels,
- β Neigungswinkel des Riegels gegen die Waagerechte.
- y_1, y_2 Ordinaten des Riegels bzw. der Kette im Abstände x ,
- F, J Querschnitt und Trägheitsmoment des Rahmenriegels (Versteifungsträger),
- F_4, J_4, G_1 Querschnitt, Trägheitsmoment und Gewicht des Rahmenstiels,
- E_1 Elastizitätsziffer der Kette (Kabel) und der Hängestangen,
- E Elastizitätsziffer des Versteifungsrahmens und der Pendelstützen,
- P eine wandernde Einzellast mit den Abständen a und b von den Stützen,
- A_1, B_1 Stützendrücke des Rahmens in A und B,

- A_2, B_2 Stützendrücke der Kette auf den Pendelpfeiler in A und B,
- A_3, B_3 Auflasten von den Pendelstützen auf den Rahmen,
- A, B die Gesamtdrücke in den Fußpunkten des Rahmens,
- M, N, Q Moment, Normalkraft und Querkraft im Versteifungsrahmen in C,
- l_k Gesamtlänge der Kettenstäbe zwischen A_2 und B_2 ; für ein Kabel ist:

$$(1) \quad l_k = l \left[1 + \frac{8}{3} \left(\frac{f}{l} \right)^2 - \frac{32}{5} \left(\frac{f}{l} \right)^4 \right].$$

1. Auflager- und Schnittkräfte.

a) Kette.

$$(2) \quad \begin{cases} \text{Kettenstäbe} & S = H_2 \cdot \sec \alpha \\ \text{Rückhalteketten} & S_1 = H_2 \cdot \sec \alpha_1 \\ \text{Hängestänge} & L = H_2 (\tg \alpha_l - \tg \alpha_r) \\ \text{Pendelpfeiler} & A_p = -H_2 (\tg \alpha_l + \tg \alpha_r) = B_p. \end{cases}$$

b) Versteifungsrahmen:

$$(3) \quad \begin{cases} A_1 + A_2 = \frac{Pb}{l} & B_1 + B_2 = \frac{Pa}{l} & A_2 = H_2 \cdot \tg \alpha' = B_2 \\ A_1 = \frac{Pb}{l} - H_2 \cdot \tg \alpha' & B_1 = \frac{Pa}{l} - H_2 \cdot \tg \alpha' \\ A_3 = |A_p| + G = B_3 \\ A = A_1 + |A_p| + G + G_1 & B = B_1 + |B_p| + G + G_1. \end{cases}$$

Querkräfte:

Die lotrechte Querkraft im statisch bestimmten System ist Q_0 .

$$(4) \quad \begin{cases} \text{Für } x < a \text{ ist } Q_0 = \frac{Pb}{l} \\ \text{Für } x > a \text{ ist } Q_0 = -\frac{Pa}{l}. \end{cases}$$

Im Querschnitt C wird die Querkraft Q_x mit Berücksichtigung des Neigungswinkels β :

$$Q_x = Q_0 \cdot \cos \beta - H_2 \cdot \tg \alpha \cdot \cos \beta + H_1 \cdot \sin \beta.$$

Normalkräfte:

$$(5) \quad N_x = -Q_0 \cdot \sin \beta + H_2 \cdot \tg \alpha \cdot \sin \beta - H_1 \cdot \cos \beta.$$

Momente:

$$(6) \quad M_x = (A_1 + A_2)x - H_1 y_1 - H_2 y_2 = \frac{Pb}{l} \cdot x - H_1 y_1 - H_2 y_2 = M_0 - H_1 y_1 - H_2 y_2.$$

Stiel: $M_x = -H_1 y_1 / h_0$

$$Q_x = H_1$$

$$(7) \quad N_x = -A_1 - \frac{G_1}{h} (h - y_1) = -A_0 + H_2 \cdot \tg \alpha' - \frac{G_1}{h} (h - y_1).$$

2. Allgemeine Elastizitätsgleichungen.

Es bedeuten:

L_1, L_2 die virtuellen Arbeiten der Auflagerkräfte für die Zustände $H_1 = 1$ bzw. $H_2 = 1$.

δ_1, δ_2 die Durchbiegungen des Versteifungsrahmens.

Dann lauten die Elastizitätsgleichungen:

$$(8) \quad \begin{cases} L_1 = P \delta_1 + \int \frac{M_x M' ds}{EJ} + \int \frac{N_x N' ds}{EF} + \psi \int \frac{Q_x Q' ds}{GF} \\ \quad + \omega t \int N' ds + \sum \frac{S_x S' s}{E_1 F} + \omega t \sum S' s + \omega \int \frac{\Delta t M' ds}{h'} \\ L_2 = P \delta_2 + \int \frac{M_x M'' ds}{EJ} + \int \frac{N_x N'' ds}{EF} + \psi \int \frac{Q_x Q'' ds}{GF} \\ \quad + \omega t \int N'' ds + \sum \frac{S_x S'' s}{E_1 F} + \omega t \sum S'' s + \omega \int \frac{\Delta t M'' ds}{h'}. \end{cases}$$

Hierin sind einzusetzen, wenn die Querkräfte vernachlässigt werden:

Für den Versteifungsrahmen:

$$M_x = -H_1 y_1 - H_2 y_2 \quad N_x = + H_2 \cdot \tg \alpha \cdot \sin \beta - H_1 \cdot \cos \beta$$

$$\begin{matrix} \text{Zustand} & & \\ H_1 = 1 & M' = -y_1 & N' = -\cos \beta \\ H_2 = 1 & M'' = -y_2 & N'' = + \tg \alpha \cdot \sin \beta. \end{matrix}$$

Für den Rahmenfuß:

$$\begin{matrix} M_x = -H_1 y_1 & N_x = + H_2 \cdot \tg \alpha' \\ M' = -y_1 & N' = 0 \\ M'' = 0 & N'' = + \tg \alpha'. \end{matrix}$$

Für die Kette:

$$S_x = H_2 S'' \quad \text{wobei } S' = 0 \text{ wird}$$

und für den Zustand $H_2 = 1$:

$$\begin{matrix} \text{für die Kettenstäbe:} & S'' = \sec \alpha \\ \text{Hängestänge:} & S'' = (\tg \alpha_l - \tg \alpha_r) \\ \text{Rückhalteketten:} & S'' = \sec \alpha_1 \\ \text{Pendelpfeiler:} & S'' = -(\tg \alpha_l + \tg \alpha_r). \end{matrix}$$

Die Integrale sind über den Versteifungsträger samt Stielen auszudehnen, die Summe über Ketten, Hängestangen, Pendelpfeiler.

3. Verschiebungen der Lagerpunkte.

Es bedeuten:

- δ' die Verschiebung des Ankerpunktes K_1 in der Richtung $K_1 K_1'$ (Bild 7).
- δ'' die Verschiebung des Ankerpunktes K_2 in der Richtung $K_2 K_2'$,
- $\mathcal{J}_1 \mathcal{J}_2$ die Verschiebungen der Punkte $A_2 B_2$ infolge der Zusammen-drückung der Pendelstützen lotrecht nach abwärts,
- $\mathcal{J}_1' \mathcal{J}_2'$ die Verschiebungen der Punkte $A_3 B_3$ infolge der Zusammen-drückung der Rahmenstiele lotrecht nach abwärts,
- $\mathcal{J}_1'' \mathcal{J}_2''$ die Verschiebungen der Punkte $A_1 B_1$ infolge Nachgebens der Widerlager,
- $\mathcal{J} l$ die Vergrößerung der Stützweite.

Die gesamte Arbeit der Stützenkräfte ist dann:

$$(10) \quad \mathfrak{A} = -H_1 \mathcal{J} l - H_2 \cdot \text{sek } \alpha_1 (\delta' + \delta'') - H_2 (\text{tg } \alpha_1 + \text{tg } \alpha') \cdot (\mathcal{J}_1 + \mathcal{J}_2 + \mathcal{J}_1' + \mathcal{J}_2' + \mathcal{J}_1'' + \mathcal{J}_2'')$$

mit

$$(11) \quad \mathcal{J} = \mathcal{J}_1 + \mathcal{J}_2 + \mathcal{J}_1' + \mathcal{J}_2' + \mathcal{J}_1'' + \mathcal{J}_2''$$

wird für den Zustand:

$$(12) \quad \begin{aligned} H_1 &= 1 & L_1 &= -\mathcal{J} l \\ H_2 &= 1 & L_2 &= -(\delta' + \delta'') \text{sek } \alpha_1 - \mathcal{J} (\text{tg } \alpha_1 + \text{tg } \alpha') = -\mathcal{J} z. \end{aligned}$$

4. Berechnung der Hilfwerte $\delta_1 \delta_2$.

$\delta_1 \delta_2$ sind die Ordinaten der Biegelinien für $H_1 = 1$ und $H_2 = 1$ an der Laststelle P für einen freilaufenden Träger AB und errechnen sich aus:

$$-\frac{d^2 \delta_1}{dx^2} = \frac{M'}{EJ} + \frac{d \left(\frac{N'}{EF} \cdot \text{tg } \beta \right)}{dx} \quad -\frac{d^2 \delta_2}{dx^2} = \frac{M''}{EJ} + \frac{d \left(\frac{N''}{EF} \cdot \text{tg } \beta \right)}{dx}$$

a) Berechnung von δ_1 (J, F, E konstant) (Bild 8).

$$\text{tg } \beta = \frac{2(h_1 - h)}{l} = c = \text{konst.} \cdot \frac{1}{l^2}$$

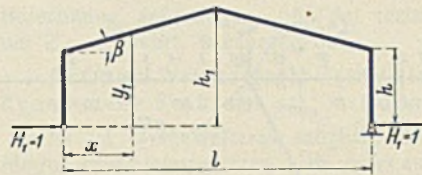


Bild 8.

$$(13) \quad \begin{aligned} \cos \beta &= c_1 \\ \text{für } x < \frac{l}{2} &\text{ ist } y_1 = h + c x \\ x > \frac{l}{2} &\text{ ist } y_1 = h + c(l - x) \\ M' &= -y_1; \quad N' = -\cos \beta \\ &= \text{konst.} = -c_1 \end{aligned}$$

$$\frac{d^2 \delta_1}{dx^2} = + \frac{y_1}{EJ} + \frac{d(\sin \beta)}{dx EF} = \frac{y_1}{EJ},$$

woraus für $x = a$:

$$(14) \quad \delta_1 = \frac{a [c(4a^2 - 3l^2) - 12bh]}{24EJc_1}$$

Für einen waagerechten Riegel ist:

$$(14a) \quad c_1 = 0 \quad \text{und} \quad \delta_1 = -\frac{abh}{2EJ}$$

b) Berechnung von δ_2 (Bild 9).

$$-\frac{d^2 \delta_2}{dx^2} = -\frac{y_2}{EJ} + \frac{d \left(\frac{\text{tg } \alpha \cdot \sin \beta}{EF} \cdot \text{tg } \beta \right)}{dx}$$

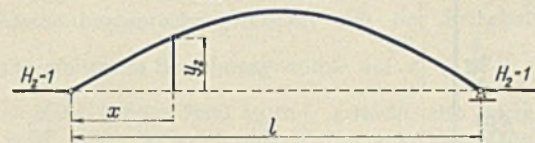


Bild 9.

$$\begin{aligned} y_2 &= \frac{4fx(l-x)}{l^2}, \\ \text{tg } \alpha &= \frac{dy_2}{dx} \\ &= \frac{4f}{l^2} \cdot (l - 2x), \end{aligned}$$

$$\frac{d \cdot \text{tg } \alpha}{dx} = -\frac{8f}{l^2}, \quad \frac{EJ d^2 \delta_2}{dx^2} = \frac{4f}{l^2} \cdot x(l-x) + \frac{\sin^2 \beta}{c_1} \cdot \frac{J}{F} \cdot \frac{8f}{l^2}$$

mit

$$(15) \quad r = \frac{2 \cdot \sin^2 \beta}{c_1} \cdot \frac{J}{F} = \text{konst.},$$

$$(16) \quad \delta_2 = -\frac{fa(l-a)(l^2 + la - a^2)}{3EJl^2} - \frac{2fabr}{EJl^2}$$

(Schluß folgt.)

Beitrag zur Berechnung der dynamischen Beanspruchung der Hauptträger stählerner Brücken infolge Befahrens durch Dampflokomotiven mit kritischen Geschwindigkeiten.

Alle Rechte vorbehalten.

Von Dr.-Ing. R. Bernhard.

(Schluß aus Heft 16.)

5. Bestimmung der lotrechten Zusatzkräfte.

Der Größtwert aller lotrechten Zusatzkräfte Z ergibt sich aus der deutschen Vorschrift, daß der Achsdruck A der Triebräder bei der zulässigen Höchstgeschwindigkeit der Lokomotiven ungünstigstenfalls 0,15 A nicht übersteigen darf.

Infolge Versetzung der Gegengewichte um 90° auf beiden Seiten der Lokomotive entstehen noch Momente¹⁹⁾ in zwei verschiedenen Ebenen, deren Berücksichtigung jedoch einer späteren Arbeit vorbehalten bleiben muß¹⁹⁾. Auch soll hier für A der Achsdruck und nicht der 1,4 fache Raddruck eingeführt werden, schon um einen Vergleich mit der statischen Berechnung, wo gleichfalls mit den Achsdrücken der theoretischen Lastenzüge N, E oder G gerechnet wird, zu vereinfachen. Die freien Kräfte der verschiedenen Triebräder einer Lokomotive seien nicht einzeln verfolgt, sondern für die weitere Rechnung zu einer Mittelkraft Z vereinigt gedacht.

Da die Zentrifugalkräfte Z mit dem Quadrat der Geschwindigkeit (Winkelgeschwindigkeit) wachsen, gilt die Gleichung:

$$(9) \quad Z = 0,15 n A \left(\frac{\mathfrak{Q}_{\text{krit}}}{\mathfrak{Q}_{\text{max}}} \right)^2,$$

¹⁹⁾ Die um 90° versetzten, gleich großen Zentrifugalkräfte $a_1 - b_1$ greifen am Ende jeder Triebachse an (Bild 3). Denkt man sich in der Mitte der Triebachse zwei gleich große, aber entgegengesetzte Kräfte $a_2 - a_3$ sowie $b_2 - b_3$ angebracht, so ergeben sich zwei um 90° versetzte Kräftepaare $a_1 - a_2$ und $b_1 - b_2$.

Übrig bleiben zwei um 90° versetzte Einzelkräfte a_3 und b_3 in Fahrzeugmitte, die als Mittelkraft $a \sqrt{2} = 1,4 a$ ergeben, falls $a_3 = b_3 = a$ ist.

Das erste Kräftepaar $a_1 - a_2$ wird die Brücke in erster Linie zu Torsionsschwingungen, das zweite Kräftepaar $b_1 - b_2$ zu waagerechten Schwingungen anregen; beide Kräftepaare können hier vernachlässigt werden. Nur die sinusförmig verlaufende lotrechte Komponente der in Brückenmitte angreifend gedachten Kraft $a \sqrt{2}$ ist demnach weiter zu verfolgen.

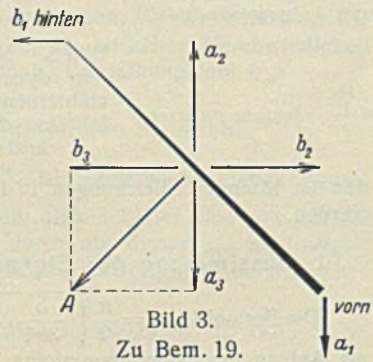


Bild 3. Zu Bem. 19.

worin $\mathfrak{Q}_{\text{krit}}$ die kritische Geschwindigkeit, $\mathfrak{Q}_{\text{max}}$ die zulässige Höchstgeschwindigkeit der Lok und n die Zahl der Triebachsen einer Lok bedeutet.

Dabei wird angenommen, daß der Fall, daß zwei Lokomotiven und mehr gleichphasig in bezug auf ihre Ausgleichgewichte gleichzeitig die Brücke befahren, nur sehr selten auftritt und daher einen nicht zu berücksichtigenden Ausnahmefall darstellt. Auch soll die dämpfende Wirkung angehängter Fahrzeuge, insbesondere bei größeren Brücken, vernachlässigt werden.

Die infolge der Aufschauklung wirksamen lotrechten Zusatzkräfte betragen mithin:

$$(10) \quad Z_w = k_w Z.$$

Z_w bedeutet dann diejenige Belastung der Brücke in Tonnen, die bei Überfahrt der gewählten Belastungslokomotive unter Berücksichtigung der dynamischen Aufschauklung (Verstärkungszahl k_w) ungünstigstenfalls zur Wirkung kommt.

6. Bestimmung der dynamischen Stoßzahl.

Die Gesamtbeanspruchung kann man sich aus einer statischen Vorlast und einer der statischen Vorlast überlagerten, dynamischen Beanspruchung zusammengesetzt denken (Bild 4).

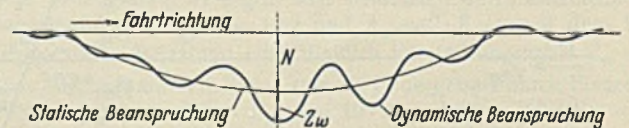
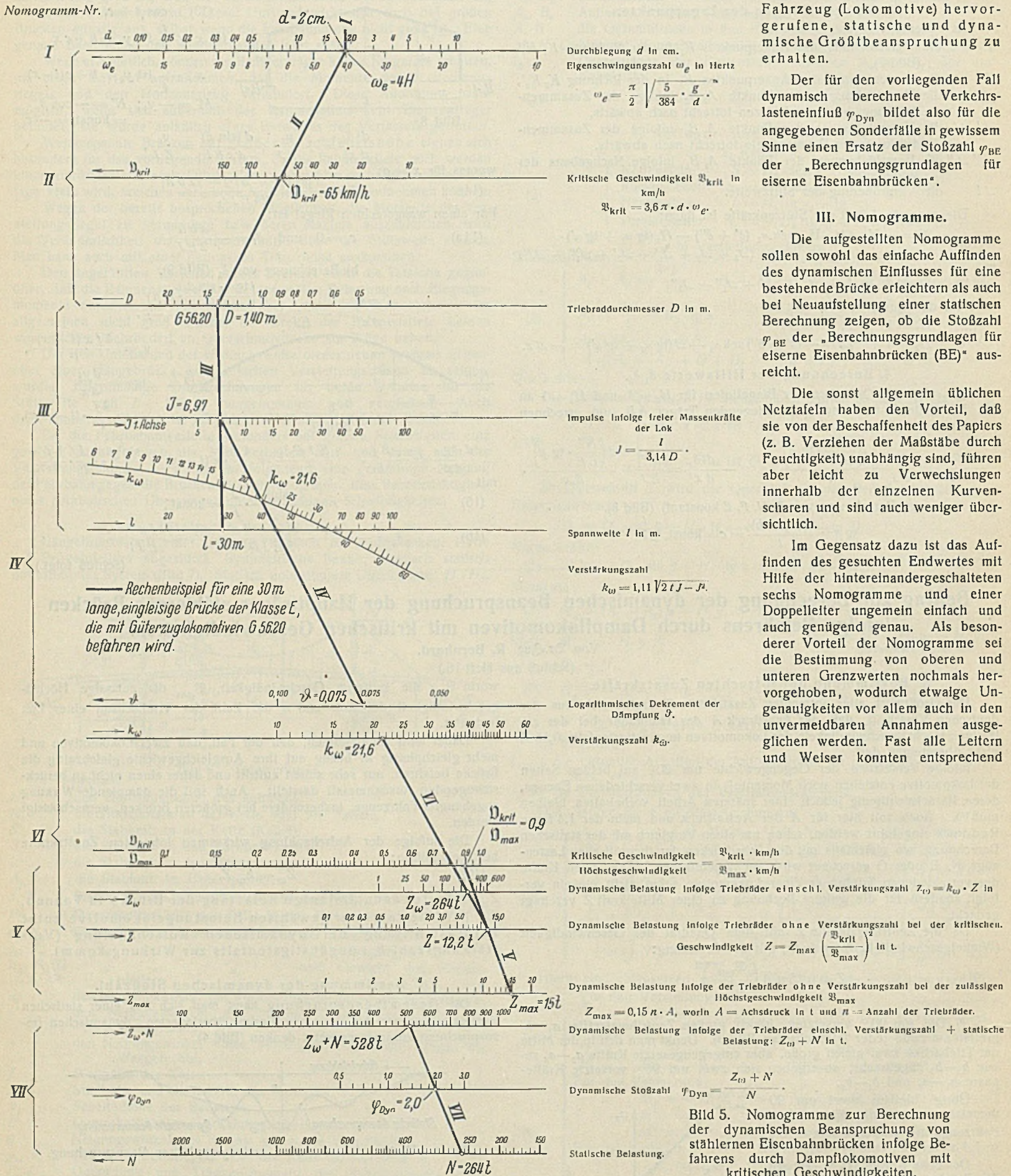


Bild 4. Verlauf der statischen und dynamischen Beanspruchung.

Der Größtwert der statischen Vorlast könnte z. B. der statischen Berechnung entnommen werden, jedoch darf bei dieser Berechnung die Stoßzahl γ_{BE} der „Berechnungsgrundlagen für eiserne Eisenbahnbrücken“ nicht berücksichtigt sein; die Vorlast kann aber auch für die statischen Achslasten der dynamisch ungünstigsten Belastungslokomotive umgerechnet werden.

Die auf diese Weise bestimmten statischen Lasten mögen N Tonnen betragen.

Nomogramm-Nr.



Fahrzeug (Lokomotive) hervorgerufene, statische und dynamische Größtbeanspruchung zu erhalten.

Der für den vorliegenden Fall dynamisch berechnete Verkehrslasteneinfluß φ_{Dyn} bildet also für die angegebenen Sonderfälle in gewissem Sinne einen Ersatz der Stoßzahl φ_{BE} der „Berechnungsgrundlagen für eiserne Eisenbahnbrücken“.

III. Nomogramme.

Die aufgestellten Nomogramme sollen sowohl das einfache Auffinden des dynamischen Einflusses für eine bestehende Brücke erleichtern als auch bei Neuaufstellung einer statischen Berechnung zeigen, ob die Stoßzahl φ_{BE} der „Berechnungsgrundlagen für eiserne Eisenbahnbrücken (BE)“ ausreicht.

Die sonst allgemein üblichen Netztafeln haben den Vorteil, daß sie von der Beschaffenheit des Papiers (z. B. Verziehen der Maßstäbe durch Feuchtigkeit) unabhängig sind, führen aber leicht zu Verwechslungen innerhalb der einzelnen Kurvenscharen und sind auch weniger übersichtlich.

Im Gegensatz dazu ist das Auffinden des gesuchten Endwertes mit Hilfe der hintereinandergeschalteten sechs Nomogramme und einer Doppelleiter ungemein einfach und auch genügend genau. Als besonderer Vorteil der Nomogramme sei die Bestimmung von oberen und unteren Grenzwerten nochmals hervorgehoben, wodurch etwaige Ungenauigkeiten vor allem auch in den unvermeidbaren Annahmen ausgeglichen werden. Fast alle Leitern und Weiser konnten entsprechend

Die dynamische Beanspruchung ist durch die Belastung Z_ω Tonnen in Abschnitt 5 bestimmt worden.

Dann wird nach Formel (11) die dynamische Stoßzahl:

$$(11) \quad \varphi_{Dyn} = \frac{N + Z_\omega}{N}$$

φ_{Dyn} gibt also diejenige Zahl an, mit der die statischen Lasten zu vervielfachen sind, um die durch ein bestimmtes

den zu lösenden Gleichungen in logarithmischen Maßstäben aufgetragen werden.

1. Bestimmung der Eigenschwingungszahl der Brücke.

Die Formel $\omega_e = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{5 \cdot g}{384 \cdot d}}$ ist in Form der Doppelleiter I (Bild 5) als Anfang der Nomogrammfolge dargestellt. Der linke Leitermaßstab

gibt die Durchbiegungen d , der rechte die Eigenschwingungszahlen ω_e wieder. Für Brückendurchbiegungen d von 0,1 bis 10 cm findet man Eigenschwingungszahlen von 2 bis 20 Hertz. Bei Bestimmung der oberen Grenzwerte muß man die Durchbiegung infolge Eigengewicht + Verkehrslast, für die unteren Grenzwerte nur infolge Eigengewicht einsetzen. Für eingleisige Brücken mittlerer Spannweiten von etwa 30 bis 60 m mit Durchbiegungen von 1 bis 5 cm ergeben sich Eigenschwingungszahlen von 3 bis 6 Hertz.

2. Bestimmung der kritischen Geschwindigkeiten infolge Radwirkung auf die Brücke.

Formel 2 $\mathfrak{B}_{krit} = 3,6\pi D \omega_e$ ist durch Nomogramm II (Bild 5) vereinfacht. Die auf der rechten Leiter aufgetragenen Raddurchmesser schwanken bei den üblichen Dampflokomotiven zwischen den Grenzwerten 1 bis 2 m. Die linke Leiter bildet die Eigenschwingungszahlen ω_e , der Weiser ergibt die kritische Geschwindigkeit \mathfrak{B}_{krit} .

Für Brücken mittlerer Spannweiten von etwa 30 m (d rd. 3 cm) beginnen die kritischen Geschwindigkeiten bei etwa 40 km/h, eine Zahl, die bei praktischen Meßversuchen oft festgestellt werden konnte.

In vielen Fällen wird man, falls sich Geschwindigkeiten über 120 km/h als kritisch ergeben, schon nach diesem Ergebnis auf eine weitere Rechnung verzichten können.

3. Bestimmung der Anzahl der auf einer Brücke durch darüberfahrende Lokomotiven infolge unausgeglichener Massenkräfte abgegebenen lotrechten Impulse.

Formel 3 $J = \frac{1}{\pi D}$ ist durch Nomogramm III (Bild 5) vereinfacht. Die rechte Leiter zeigt die Spannweite l , die linke die Raddurchmesser D , der Weiser die Impulszahlen J .

Für Brückenspannweiten von 20 bis 100 m ergeben sich für ein Rad von 1 bis 2 m Durchmesser 3 bis 35 Impulse. Vorausgeschickt sei, daß selbst bei dem kleinsten Dämpfungsdekrement von nur 0,05, Impulszahlen über 46 ausscheiden, da im Resonanzfall höchstens 46 Perioden ($\frac{2,3}{\vartheta} = \frac{2,3}{0,05}$) zur vollen Aufschaukelung erforderlich sind. Impulse unter 3 fallen gleichfalls fort, da dann im allgemeinen noch keine nennenswerte Aufschaukelung eingetreten sein wird. Die Grenzwerte für die Impulszahlen liegen mithin zwischen 3 und 46.

4. Bestimmung der Aufschaukelung.

Die Formel 8 $k_w = 1,11\sqrt{2tJ - J^2}$ ist im Nomogramm IV (Bild 5) umgeformt. Da t nach Formel 5 nur von ϑ abhängt, ist auf der rechten Leiter ϑ und auf der linken J aufgetragen. Der Weiser für k_w erscheint nicht als eine Parallele zwischen den Leitern, sondern ist eine Hyperbel²⁰⁾, weil eine elliptische Funktion (quadratische Gleichung für J) vorliegt. Die Grenzwerte für k_w liegen zwischen 10 und 60. Brauchbare Mittelwerte ergeben sich bei Annahme eines Dämpfungsdekrements ϑ von 0,075 zu $k_w = 15$ bis 30.

5. Bestimmung der lotrechten Zusatzkräfte.

Nach Formel 9 $Z = 0,15 n A \left(\frac{\mathfrak{B}_{krit}}{\mathfrak{B}_{max}} \right)^2$ ist Nomogramm V (Bild 5) aufgestellt. Auf der rechten Leiter ist $0,15 n A$ aufgetragen, also der ohne Verstärkungszahl wirksame Anteil (0,15) der lotrechten Zusatzkräfte (A) sämtlicher Triebräder (n) der Lokomotive bei der Höchstgeschwindigkeit \mathfrak{B}_{max} ; die linke Leiter stellt die Quadratzahlen des Bruches $\frac{\mathfrak{B}_{krit}}{\mathfrak{B}_{max}}$ dar. Der Weiser Z ergibt mithin die bei der kritischen Geschwindigkeit wirkenden Zusatzkräfte, und zwar mit Grenzwerten zwischen 0,1 und 15.

Nach Formel 10 $Z_w = k_w Z$ ist ferner Nomogramm VI aufgestellt. Auf der rechten Leiter sind die Z -Werte, auf der linken die k_w -Werte aufgetragen. Auf dem Weiser ergibt sich dann Z_w als Belastung der Brücke infolge lotrechter Zusatzkräfte bei der kritischen Geschwindigkeit unter Berücksichtigung der Aufschaukelung (Verstärkungszahl k_w).

6. Bestimmung der dynamischen Stoßzahl.

Nach Formel 11 $\varphi_{Dyn} = \frac{N + Z_w}{N}$ ist endlich das letzte Nomogramm VII (Bild 5) aufgestellt. Auf der linken Leiter sind alle auf die Brücke entfallenden Lasten entweder durch die dynamisch ungünstigste Lokomotive oder nach Lastenzug N , E oder G entsprechend der statischen

Berechnung aufgetragen, auf der rechten Seite dieselben Lasten, aber um Z_w vermehrt, wiedergegeben.

Auf dem Weiser ergibt sich als gesuchtes Endergebnis die dynamische Stoßzahl φ_{Dyn} mit den Grenzwerten 1 bis 3.

Es ist ohne weiteres möglich, die sechs Nomogramme zu einem Modell zusammenzusetzen. Die sechs auf Zelluloidstreifen zu zeichnenden Verbindungsgeraden könnten z. B. gelenkig miteinander verbunden werden und müßten auf den Leitern in Führungsschienen laufen. Dann ergibt die einfache Einstellung einiger Leiterwerte ganz selbsttätig das gesuchte Endergebnis.

Vergleicht man, um einen Anhalt über die Auswirkung des Berechnungsverfahrens zu erhalten, die Zahlen für φ_{Dyn} mit den Stoßzahlen φ_{BE} aus den Berechnungsgrundlagen für eiserne Eisenbahnbrücken, die im Höchsfalle 1,8 erreichen, so erkennt man, daß sehr wohl Fälle eintreten können, in denen die dynamische Stoßzahl größer wird. Zu beachten ist jedoch, daß selbst dynamische Stoßzahlen von 3 noch keineswegs zum Einsturz führen müssen. Bei einer zulässigen Beanspruchung für eine Brücke aus St 37 von $\sigma_{zul} = 1400$ kg/cm² und $\varphi_{BE} = 1,4$ betrage der Anteil der Verkehrslast σ_p rd. $\frac{3}{4} \sigma_{zul} = 1050$ kg/cm². Die Gesamtbeanspruchung erhöht sich bei Beibehaltung des Lastenzuges der statischen Berechnung mithin auf $\sigma_g + \frac{\varphi_{Dyn}}{\varphi_{BE}} \cdot \sigma_p = 350 + \frac{3}{1,4} \cdot 1050 = 350 + 2250 = 2600$ kg/cm², erreicht also nicht die Bruchgrenze von St 37. Die Schweißfestigkeit für gelochte Stäbe aus St 37 σ_{Schw} von 1800 kg/cm² würde, soweit ein derartiger Vergleich zulässig ist, zwar überschritten werden, die Brücke könnte aber noch eine große Zahl von Betriebsjahren, insbesondere bei geringem Verkehr, ohne Einsturz überdauern.

IV. Rechnungsbeispiel.

Die ganze dynamische Untersuchung einer Brücke besteht nunmehr in dem wenige Minuten erfordernden Einzeichnen von sechs Graden in die entsprechenden Nomogramme (vgl. Bild 5).

Es sei die Aufgabe gestellt, für eine eingleisige, nach dem Lastenzug E berechnete Brücke von 30 m Spannweite aus St 37, einer Durchbiegung d von 2 cm und einem Dämpfungsdekrement ϑ von 0,075, die dynamische Stoßzahl φ_{Dyn} zu bestimmen. Der Überbau habe offene Fahr- und geschweißte Schienenstöße. Ferner werde die Brücke durch Einheitsgüterzuglokomotiven G 56.20 mit 5 Triebädern von 1,40 m ϕ und einem Raddruck von 20 t sowie einer zulässigen Höchstgeschwindigkeit von 70 km/h befahren.

1. Aus Doppelleiter I ergibt sich zunächst für $d = 2$ cm die Eigenschwingungszahl: $\omega_e = 4$.

2. Aus Nomogramm II bestimmt man dann durch Einzeichnen der Verbindungsgeraden II — $\omega_e = 4$ und Triebraddurchmesser $D = 1,40$ m — auf dem Weiser für die kritische Geschwindigkeit: $\mathfrak{B}_{krit} = 65$ km.

Die kritische Geschwindigkeit überschreitet also nicht die für die G 56.20 Lokomotive zulässige Höchstgeschwindigkeit von 70 km/h.

3. Aus Nomogramm III ergibt sich weiter durch Einzeichnen der Verbindungsgeraden III — $D = 1,40$ m und Brückenspannweite $l = 30$ m — auf dem Weiser für die Impulszahlen: $J = 6,97$.

4. Aus dem Nomogramm IV findet man danach durch Einzeichnen der Verbindungsgeraden IV — $J = 6,97$ und dem Dekrement der Dämpfung $\vartheta = 0,075$ — auf dem Weiser für die Verstärkungszahl: $k_w = 21,6$.

5. Aus dem Nomogramm V bestimmt man ferner durch Einzeichnen der Verbindungsgeraden V — freie lotrechte Zusatzkraft der G 56.20 $Z_{max} = 0,15 \cdot 5 \cdot 20 = 15$ t und $\frac{\mathfrak{B}_{krit}}{\mathfrak{B}_{max}} = 0,9$ — auf dem Weiser für die dynamische Belastung: $Z = 12,2$.

6. Aus Nomogramm VI ergibt sich schließlich durch Einzeichnen der Verbindungsgeraden VI — $Z = 12,2$ und $k_w = 21,6$ — auf dem Weiser für die dynamische Belastung einschließlich Verstärkungszahl: $Z_w = 264$.

7. Aus Nomogramm VII findet man als Endergebnis durch Einzeichnen der Verbindungsgeraden VII — $E_{30m} = 12 \cdot 20$ t + $(30 - 27) 8$ t/m = 264 t und $E + Z_w = 528$ t — die dynamische Stoßzahl: $\varphi_{Dyn} = 2,0$.

Zusammenfassung: Die Stoßzahl nach den Berechnungsgrundlagen für eiserne Eisenbahnbrücken (BE) beträgt $\varphi_{BE} = 1,43$ und wird mithin überschritten.

Die Höchstbeanspruchung aus der Verkehrslast betrage $\frac{3}{4} \sigma_{p+g} = \frac{3}{4} \cdot 1400 = 1050$ kg/cm², mit Berücksichtigung der dynamischen Stoßzahl $1050 \cdot \frac{\varphi_{Dyn}}{\varphi_{BE}} = 1050 \cdot \frac{2,00}{1,43} = 1470$ kg/cm². Die Beanspruchung aus Eigengewicht beläuft sich auf $\frac{1}{4} (\sigma_{p+g}) = 350$ kg/cm², die Gesamtbeanspruchung also auf 1820 kg/cm².

²⁰⁾ P. Luckey, Einführung in die Nomographie, II. Teil, S. 50. B. G. Teubner.

Die dynamische Berechnung ergibt, daß die Schwellfestigkeit für gelochte Stäbe von St 37 ($\sigma_{Schw} = 1800 \text{ kg/cm}^2$), soweit ein derartiger Vergleich zulässig ist, um 20 kg/cm^2 überschritten wird.

V. Ergebnisse.

Vervollständigt man das vorliegende Rechenbeispiel, sowohl für Brückenspannweiten von 20 bis 100 m als auch für drei Einheitslokomotiven, die Schnellzuglok S 36.20, die Personenzuglok P 34.15 und die Güterzuglok G 56.20, so erhält man den in Bild 6 eingezeichneten Verlauf der dynamischen Stoßzahlen φ_{Dyn} . Es sei angenommen, daß die statische Belastung durch den theoretischen Lastenzug E erfolgt. Würde man als statische Belastung die jeweils dynamisch ungünstigste Belastungslokomotive zugrunde legen, so ergäben sich für kürzere Überbauten etwas kleinere und für längere Überbauten etwas größere dynamische Stoßzahlen φ_{Dyn} .

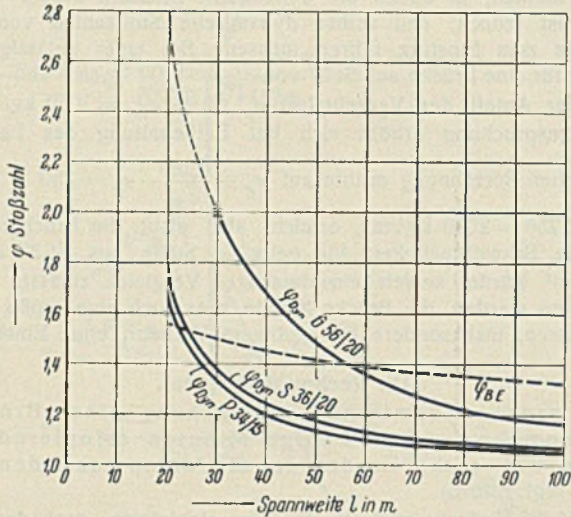


Bild 6. Vergleich zwischen den Stoßzahlen φ_{Dyn} der drei Einheitslokomotiven S 36.20, P 34.15 und G 56.20 mit den Stoßzahlen φ_{BE} der Berechnungsgrundlagen für eiserne Eisenbahnbrücken für eingeleisige, der Klasse E zugehörige Überbauten mit offener Fahrbahn und nicht geschweißten Schienenstößen von 20 bis 100 m Spannweite.

Die drei Einheitslokomotivtypen sind zunächst einmal in der Annahme gewählt worden, daß sie in absehbarer Zeit weiter verwendet und auch gebaut werden. Die drei Zweizylinder-Einheitstypen erzeugen im allgemeinen die größten Werte in bezug auf die dynamische Stoßzahl, und zwar ergibt die Güterzuglokomotive (G 56.20) mit einem größten Achsdruck von rd. 20 t der fünf Triebachsen von nur 1,40 m Raddurchmesser, sowie der verhältnismäßig niedrigen Höchstgeschwindigkeit von 70 km/h, die weitaus ungünstigsten Zahlen für φ_{Dyn} .

Es ist also kein Widerspruch in der wiederholt festgestellten Beobachtung zu erblicken, daß nicht Zweizylinder-Schnellzug- und Personenzuglokomotiven, sondern im allgemeinen Zweizylinder-Güterzug- und Tenderlokomotiven mit ihren verhältnismäßig kleinen Triebdardurchmessern (zahlreichen Impulsen auf die Brücke) und geringeren zulässigen Höchstgeschwindigkeiten (Ausnutzung der 15% Raddrucküberschreitung) die größeren dynamischen Zusatzbeanspruchungen ergeben.

Wenn man auch für hohe Geschwindigkeiten in Zukunft möglicherweise Mehrzylinderlokomotiven, elektrische Lokomotiven oder gar Triebwagen bevorzugen wird, die keinerlei unausgeglichene Massen aufweisen, so werden schwere Zweizylinder-Güterzuglokomotiven jedoch kaum fortfallen, die die weitaus ungünstigsten Stoßzahlen ergeben.

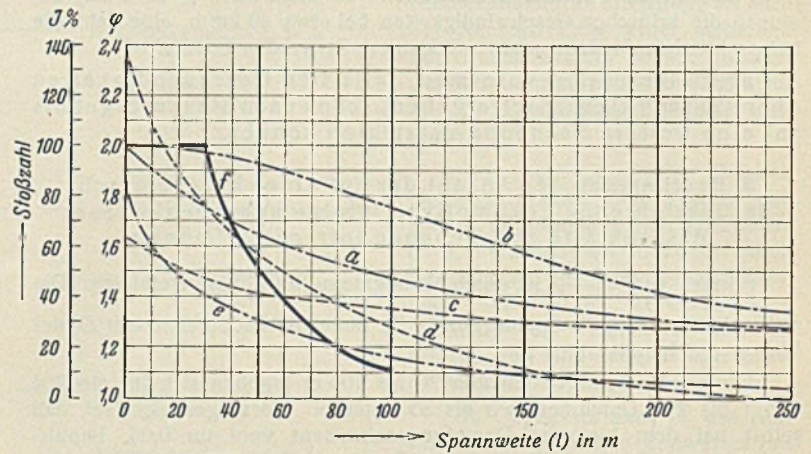
Man erkennt aus Bild 6 das erhebliche Ansteigen von φ_{Dyn} bei Brücken kleinerer Spannweiten (20 bis 40 m). Dieses wichtige Ergebnis stimmt mit dem Bericht des englischen Brückenuntersuchungsausschusses⁶⁾ im wesentlichen überein, der auch zu dem Schluß kommt, daß sowohl bei großen, jedoch auch bei sehr kleinen Spannweiten (unterhalb 20 m) der dynamische Einfluß infolge Resonanz der Brückeneigenschwingung mit den unausgeprägten Massen von Lokomotivtriebwerksteilen abnimmt. Die Stoßzahl φ_{BE} der „Berechnungsgrundlagen für eiserne Eisenbahnbrücken (BE)“ sowie der nach Prof. Hort ermittelte Verlauf des Triebtradedeffektes⁷⁾ haben für Brückenspannweiten größer als 30 m mit der hier gefundenen dynamischen Stoßzahl φ_{Dyn} eine mit größer werdender Spannweite abnehmende Tendenz grundsätzlich gemein.

Vergleicht man ferner die verschiedenen Stoßformeln anderer Länder mit dem für die Einheitsgüterzuglok G 56.20 und Brücken der Klasse E bestimmten, am ungünstigsten verlaufenden Wert der dynamischen Stoßzahl (φ_{Dyn}), so ergibt sich (vgl. Bild 7), daß die spanische Formel φ_{Dyn} am nächsten kommt. Bei der Berechnung von φ_{Dyn} ist als statische Belastung der Lastenzug E zugrunde gelegt worden.

Es sei besonders betont, daß bei Spannweiten kleiner als 30 m jedoch aus anderen Gründen mit einem erheblichen Anstieg des dynamischen Einflusses gerechnet werden muß. Dieses Ansteigen ist keine Folge des Triebtradedeffektes, da die kritische Geschwindigkeit für kleinere Brücken im allgemeinen höher als die zulässige Höchstgeschwindigkeit liegt, sondern wird durch unmittelbare Stoßwirkungen, u. a. auch infolge verkürzter Stoßwege hervorgerufen. Der Stoßweg, d. h. der Abstand zwischen Stoßursache (Rad auf Schiene) und ihre Auswirkung in den einzelnen Baugliedern, wird bei kürzeren Trägern, vor allem Fahrbahnträgern, wesentlich kleiner.

Die dynamisch berechnete Stoßzahl φ_{Dyn} stimmt also für Spannweiten größer als 50 m bei den vorliegenden Fällen selbst für die ungünstigsten Annahmen mit der Stoßzahl der BE (φ_{BE}) genügend genau überein. Nur unterhalb Spannweiten von 50 m kann φ_{Dyn} die Werte der Berechnungsgrundlagen für eiserne Eisenbahnbrücken überschreiten.

Es sind mithin systematische Versuche, insbesondere an Überbauten kleinerer Spannweiten, durchzuführen und zu prüfen, ob die vor-



a Amerika $J\%_0 = \frac{9150}{l + 91,50}$
 b Kanada $J\%_0 = \frac{3\,000\,000}{l^2 + 30\,000}$
 c Deutschland $\varphi = 1,19 + \frac{21}{l + 46}$
 d Spanien $J\%_0 = 14 - 0,56 \sqrt{500 l - l^2}$
 e Frankreich $\varphi = l + \frac{0,4}{l + 0,2 l} + \frac{0,6}{l + 4 \cdot \frac{P}{S}}$
 f φ_{Dyn} für G 56.20.

Bild 7. Graphische Darstellung der verschiedenen Stoßformeln für Eisenbahnbrücken.

liegende dynamische Berechnung mit der Wirklichkeit übereinstimmt. Die gemachten Annahmen sind zu ergänzen bzw. zu berichtigen.

Gleichzeitig müssen aber auch an Fahrzeugen (Lokomotiven) ähnliche Versuche durchgeführt werden, da es zur Zeit nicht möglich ist, genaue Angaben über die dynamischen Raddruckdiagramme, Federkonstanten, Eigenschwingungszahlen, Dämpfungen, sowie schwingende Massen von Fahrzeugen zu erhalten.

Mit den in den letzten Jahren neu geschaffenen dynamischen Meßverfahren sind alle diese Versuche einwandfrei auszuführen.

VI. Zusammenfassung.

1. Eine dynamische Berechnung von Eisenbahnbrücken ist in manchen Fällen, insbesondere dort, wo die Stoßzahlen der Berechnungsgrundlagen für eiserne Eisenbahnbrücken zu günstige Werte ergeben, also zunächst bei Brücken mittlerer Spannweiten, wünschenswert.

2. Eine dynamische Berechnung ist nur durch Erfassung der schwingungstechnischen Eigenschaften (dynamische Konstanten), sowohl des Überbaues als auch der darüberfahrenden Fahrzeuge, möglich.

Die jeweils verkehrenden Fahrzeuge sind dabei in bezug auf ihre schwingungstechnischen Eigenschaften gesondert in die Berechnung einzuführen.

3. Mit Hilfe der aufgestellten Nomogramme ist dabei eine einfache, übersichtliche, dynamische Untersuchung für einen großen Teil von Brücken ohne Rechenarbeit leicht durchführbar.

Dabei hat sich herausgestellt, daß die ungünstigsten dynamischen Beanspruchungen nicht durch S- oder P-Lokomotiven, sondern im allgemeinen durch G- oder T-Lokomotiven hervorgerufen werden.

4. Das Verfahren muß an Hand von vorhandenen und neu zu erbauenden Brücken auf seine Anwendbarkeit geprüft und gegebenenfalls weiter ausgebaut werden; insbesondere bleibt festzustellen, ob die zur Vereinfachung gemachten Annahmen genau genug sind.

5. Es sind systematische Versuche an Überbauten und Fahrzeugen, sowohl vor als auch während der Überfahrt, zur Bestimmung ihrer schwingungstechnischen Eigenschaften (Eigenschwingungszahl, Dämpfung, Federkonstante, schwingende Masse, Durchbiegungs- und Spannungsdiagramme, Einfluß der Bewegung der Last usw.) durchzuführen.

Für die Unterstützung bei Abfassung des Berichtes bin ich Herrn Dr. W. Späth und Herrn Reg.- u. Baurat a. D. Brodersen zu besonderem Dank verpflichtet.

Ermittlung der Momente eines Zweigelenrahmens mit Hilfe des Modellverfahrens nach Dr.-Ing. Schaechterle.

Von Dr.-Ing. W. Wolf, Dortmund - Derne.

Alle Rechte vorbehalten.

Das von Herrn Oberbaurat Dr.-Ing. K. Schaechterle, Stuttgart, entwickelte „Modellverfahren zur Ermittlung der inneren Kräfte von beliebig belasteten, statisch unbestimmten Tragwerken mit Hilfe der Drehwinkelverformungslehre“¹⁾ wurde von der Brückenbauanstalt Johannes Dörnen, Dortmund-Derne, auf einen Zweigelenrahmen angewandt, der bereits exakt durchgerechnet war, so daß die Ergebnisse des Modellverfahrens denen der Rechnung vergleichsweise gegenübergestellt werden konnten.

Es handelt sich dabei um geschweißte Zweigelenrahmen für den Personentunnel Duisburg mit einer Stützweite von 18 m und einer Pfeilhöhe von 3,25 m. Die obere und untere Gurtplatte des Rahmens gehen in einer Stärke durch, so daß die Trägheitsmomente des Riegels nur von der langsam nach der Mitte zu abnehmenden Riegelhöhe abhängig sind und Sprünge im Trägheitsmoment, wie sie bei verschiedenen starken Gurtplatten unvermeidlich sind, nicht auftreten. Aus diesem Grunde ist dieser Rahmen für den Modellversuch besonders geeignet.



Bild 1.

Die für die Versuche verwandten Modelle wurden aus 3 mm starkem Zelluloid im Maßstab 1:50 als Scheibenmodelle hergestellt, wobei nach Vorschlag von Herrn Oberbaurat Dr.-Ing. Krabbe, Essen, für den Umriß des Modells folgendes beachtet werden mußte. Die Herstellung eines naturgetreuen Modells ist wegen der anzubringenden Gurtplatten schwierig und völlig überflüssig. Stellt in Bild 1 der ausgezogene Umriß das naturgetreue Modell dar, so wird dieses als Scheibe richtig nachgeahmt werden können, wenn man senkrecht zur Schwerachse, die natürlich beibehalten werden muß, die Höhen des punktiert angedeuteten Scheibenmodells so bemißt, daß überall

$$\frac{h_0^3}{h_m^3} = \frac{J_0}{J_m} \text{ oder } h_m = h_0 \sqrt[3]{\frac{J_m}{J_0}}$$

wobei J_0 und J_m die wirklichen Trägheitsmomente des Rahmens sind. Die etwas veränderte Umrißform entsteht dadurch, daß beim wirklichen Rahmen wegen des überwiegenden Einflusses der Gurtplatten die Trägheitsmomente sich annähernd verhalten wie die Quadrate der Höhen, beim Scheibenmodell dagegen wie die dritten Potenzen der Höhen.

Die Modellverfahren zur Lösung von statischen Aufgaben beruhen bekanntlich auf der Elastizitätslehre. Jede statisch unbestimmte Größe eines statisch unbestimmten Tragwerkes aus einem gegebenen Belastungszustand läßt sich unter Anwendung des Satzes von der Gegenseitigkeit der Verschiebungen in der Weise ermitteln, daß die gesuchte Größe an dem System ausgeschaltet wird. Bei der Zeißschen Drehwinkelverformungslehre kann man am Modell in jedem beliebigen Querschnitt kleine Winkeländerungen hervorrufen, denen bestimmte Verschiebungen der Schwerlinien des Modells entsprechen, wodurch Biegemomente ausgeschaltet werden.



Bild 2.

Schaltet man beispielsweise im Schnitt $d-d$ (Bild 2) des Modells das dort wirkende Biegemoment M_d durch ein Gelenk aus, so bedingt dies unter dem Einfluß einer im Punkte m wirkenden äußeren Last P_m eine Verdrehung der Schnittflächen um $P_m \delta_{dm}$. Um den ursprünglichen Zustand wiederherzustellen, müssen zwei Kräftepaare vom Moment M_d eingeführt werden, die die Schnittflächen in die parallele Lage zurückdrehen. Somit gibt

$$P_m \delta_{dm} + M_d \delta_{dd} = 0$$

oder

$$M_d = -P_m \cdot \frac{\delta_{dm}}{\delta_{dd}}$$

oder nach Anwendung des Satzes von der Gegenseitigkeit der Verschiebungen

$$M_d = -P_m \cdot \frac{\delta_{md}}{\delta_{dd}}$$

Hierin bedeutet δ_{dd} die gegenseitige Verdrehung der Schnittflächen infolge $M_d = +1$ und δ_{md} den Weg des Angriffspunktes m in Richtung P_m infolge $M_d = +1$.

Bei dem Modellversuch geht man nun wie folgt vor: Man erzwingt mittels der Verformungslehre eine bestimmte gegenseitige Verdrehung δ_{dd} der Schnittflächen um die Gelenkachse und mißt die dadurch bedingten Verschiebungen δ_{md} des Angriffspunktes m einer äußeren Kraft P_m

in Richtung von P durch Ablesung am Meßmikroskop. Der Quotient $\frac{\delta_{md}}{\delta_{dd}}$ stellt den Einfluß der äußeren Kraft $P_m = 1$ im Angriffspunkt m auf das Biegemoment M_d im Querschnitt $d-d$ dar. Um die Einflußlinie von M_d für eine wandernde Last $P_m = 1$ zu erhalten, muß die Ablesung an verschiedenen Angriffsstellen wiederholt werden.

Den bei der analytischen Rechnung als statisch unbestimmte Größe eingeführten Horizontalschub kann man beim Modellversuch mit der Drehwinkelverformungslehre nicht unmittelbar bestimmen; er läßt sich jedoch in einfacher Weise aus dem Biegemoment eines beliebigen Querschnitts nach der Gleichung

$$H = \frac{\mathfrak{M} - M}{y}$$

ermitteln.

Die aus der Rechnung gewonnenen Einflußordinaten für H müssen mit den aus den einzelnen Versuchen jeweils aus der Gleichung $H = \frac{\mathfrak{M} - M}{y}$ ermittelten H -Werten (Horizontalschub aus der Last $P = 1$ in dem untersuchten Querschnitt) übereinstimmen. Diese Kontrollrechnung wurde bei jedem Versuch durchgeführt.

Durchführung der Versuche.

Die Versuche wurden an vier verschiedenen Querschnitten durchgeführt, und zwar bei a, b, c, d . Diese Schnitte entsprechen den bei der Berechnung betrachteten Querschnitten, so daß ein guter Vergleich mit der Rechnung möglich ist. Als Meßpunkte wurden die Punkte 1, 2, 3, 4, 5, 4', 3', 2', 1' gewählt, die ebenfalls den Abszissen der Einflußlinie der Rechnung entsprechen (Bild 3).

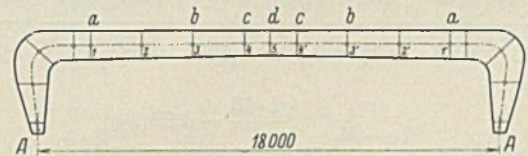


Bild 3.

Die Modelle wurden auf einem ebenen Brett durch Schrauben in den Auflagerpunkten A unverschieblich befestigt und ebenso wie die im Schnitt angebrachte Verformungslehre auf kleinen Kugellagern, die durch Führungsringe am Abrollen verhindert wurden, nahezu reibungslos gelagert und durch Bleiklötzchen beschwert.

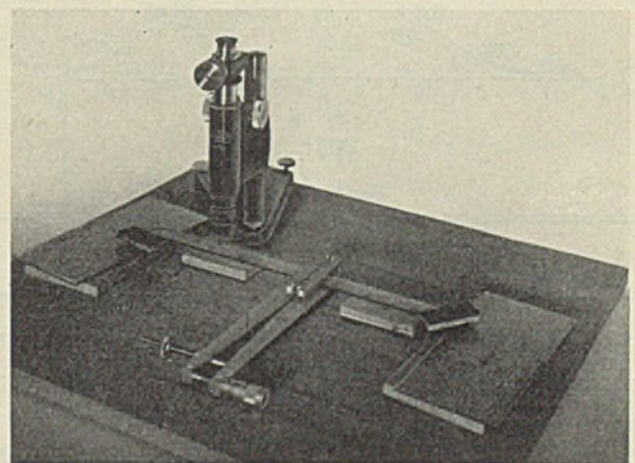


Bild 4.

Die Achsenfigur wurde durch feine Reißlinien gekennzeichnet, ebenso die Meßpunkte. Die Gesamtanordnung des Versuches zeigt das Bild 4. Zunächst wurde nun mit dem zur Messung bestimmten Mikroskop die Meßkonstante der Verformungslehre bestimmt. Für eine an der Verformungslehre mit der Mikrometerschraube eingestellte Winkeländerung

¹⁾ Schaechterle, B. u. E. 1933, Heft 11, S. 174; ferner Bautechn. 1933, Heft 27, S. 390.

von der Größe 1 mm im Abstand 200 mm am Drehpunkt wurden am Okularschraubenmikrometer 718 Einheiten abgelesen. Also ist ein Teilstrich am Okularschraubenmikrometer = $\frac{1}{718}$ und auf das Bogenmaß bezogen $\frac{200}{718} = \frac{1}{3,59}$.

Die Ordinaten der Einflußlinie sind daher

$$y = \frac{50 \cdot \frac{\Delta_m}{1000}}{3,590 \cdot \Delta_{dd}} \text{ in m}$$

und bei einer Verschiebung von 2 mm am Mikrometer der Verformungslehre

$$y = \frac{50 \cdot \frac{\Delta_{md}}{1000}}{2 \cdot 3,59}$$

$$M_d = 1 \cdot \frac{\Delta_{md}}{143,6}$$

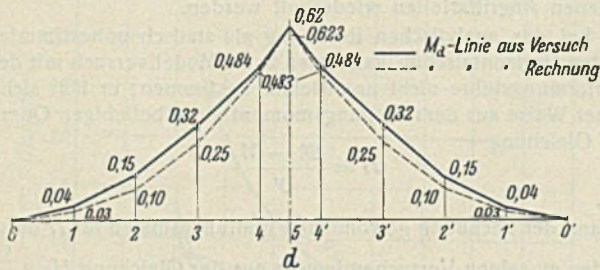


Bild 5.
Versuch I.

Schnitt d im Punkt 5 nach Bild 5. Das Mittel aus mehreren Ablesungen beträgt für:									
Punkt	1	2	3	4	5	4'	3'	2'	1'
Δ_{md}	18	70	160	230	286	229	160	69	19
η	0,13	0,49	1,04	1,60	1,99	1,60	1,04	0,49	0,13
$\frac{\eta}{y}$	0,04	0,15	0,32	0,484	0,62	0,484	0,32	0,15	0,04
aus der Rechg.	0,03	0,10	0,25	0,483	0,623	0,483	0,25	0,10	0,03

$$H_5 = \frac{M_5 - M_5}{y_5} = \frac{1 \cdot 18 - 1,99}{3,254} = 0,772$$

$$H_5 \text{ aus der Rechnung} = 0,758$$

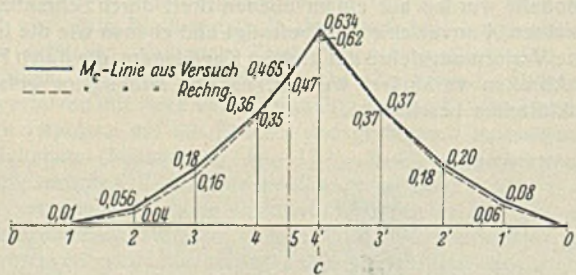


Bild 6.
Versuch II.

Schnitt c im Punkt 4' nach Bild 6. Das Mittel aus mehreren Ablesungen beträgt für:									
Punkt	1	2	3	4	5	4'	3'	2'	1'
Δ_{mc}	—	28	90	180	230	294	184	100	40
η	—	0,195	0,625	1,25	1,60	2,05	1,28	0,70	0,28
$\frac{\eta}{y}$	—	0,056	0,18	0,36	0,465	0,634	0,37	0,20	0,08
aus der Rechg.	0,01	0,04	0,16	0,35	0,47	0,62	0,37	0,18	0,06

$$H_4' = \frac{M_4' - M_4'}{y_4'} = \frac{8 \cdot 10 - 2,05}{3,245} = 0,767$$

$$H_4' \text{ aus der Rechnung} = 0,747$$

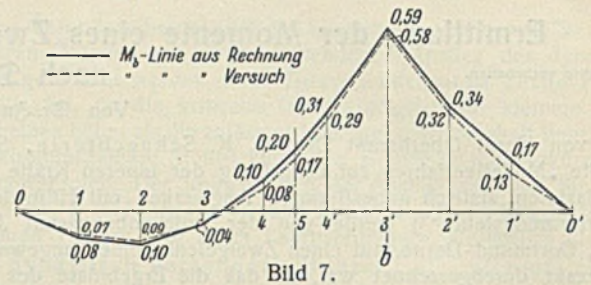


Bild 7.
Versuch III.

Schnitt b im Punkt 3' nach Bild 7. Das Mittel aus mehreren Messungen beträgt für:									
Punkt	1	2	3	4	5	4'	3'	2'	1'
Δ_{mb}	— 37	— 46	— 19	46	93	145	272	158	80
η	— 0,26	— 0,32	— 0,13	0,32	0,65	1,01	1,90	1,10	0,55
$\frac{\eta}{y}$	— 0,08	— 0,10	— 0,04	0,10	0,20	0,31	0,59	0,34	0,17
aus der Rechg.	— 0,07	— 0,09	— 0,04	0,08	0,17	0,29	0,58	0,32	0,13

$$H_3' = \frac{M_3' - M_3}{y_3'} = \frac{6 \cdot 12 - 1,90}{3,229} = 0,652$$

$$H_3' \text{ aus der Rechnung} = 0,662$$

Versuch IV.
Schnitt a im Punkt 1'.

Aus diesem Versuch konnten brauchbare Werte nicht gewonnen werden, da in der Hauptsache Längverschiebungen in Richtung der Schwerlinie des Riegels festgestellt wurden.

Versuchsergebnis.

Die Abweichungen der Versuchswerte von den errechneten Werten dürften in erster Linie darauf zurückzuführen sein, daß bei den Modellversuchen die Einflüsse der Achsform, der Steifigkeit der Ecken und der Auflagerverbindungen genauer wiedergegeben werden als bei der Rechnung, bei der zur Vereinfachung der Rechenarbeit im vorliegenden Falle beispielsweise der Einfluß der Längs- und Querkräfte bei Ermittlung des Horizontalschubes vernachlässigt wurden. Im allgemeinen konnte aber bei den Versuchen eine ziemlich gute Übereinstimmung mit der Rechnung festgestellt werden.

Berichtigung

zum Aufsatz „Beitrag zum durchlaufenden Träger mit Gelenkvierecken an den Stützen“ von Dipl.-Ing. K. Schmelter, Berlin. Stahlbau 1934, Heft 13.

S. 101, 1. Spalte, Zeile 11 von oben lies: Laststellung statt Feststellung.

S. 101, 1. Spalte, Zeile 26 von oben lies: $Y = Y_0 + Y_a Z_a = 0$
statt $Y = Y_0 + Y_a Z_a$.

S. 101, 1. Spalte, Zeile 41 von oben lies:

$$\frac{M_{k+1} - M_k}{l_{k+1}} \text{ statt } \frac{M_{k+1} - M_k}{l_k}$$

S. 101, 1. Spalte, Zeile 43 von oben lies:

$$(2) \quad \frac{M_{k-1}}{l_k} + \dots \text{ statt } \frac{M_{k+1}}{l_k} + \dots$$

S. 102, 2. Spalte, Zeile 3 und 4 von oben lies:

$$+ \frac{2}{EJ_{15}} \cdot \mu \int \text{ statt } \frac{2}{EJ_{15} \mu} \int$$

S. 102, 2. Spalte, Zeile 19 von unten lies: Hier ist eine Abänderung der Gelenkkonstanten oder eine begrenzende Hilfskonstruktion nicht notwendig — statt ... meist notwendig.

Dipl.-Ing. K. Schmelter.

INHALT: Hängebrücken mit einem Zweigelenrahmen-Versteltungsträger. — Beitrag zur Berechnung der dynamischen Beanspruchung der Hauptträger stählerner Brücken infolge Befahrens durch Dampflokomotiven mit kritischen Geschwindigkeiten. (Schluß) — Ermittlung der Momente eines Zweigelenrahmens mit Hilfe des Modellverfahrens nach Dr. Ing. Schaechtere. — Berichtigung.