

DER STAHLBAU

Schriftleitung:

Dr.-Ing. A. Hertwig, Geh. Regierungsrat, Professor an der Technischen Hochschule Berlin, Berlin-Charlottenburg 2, Technische Hochschule
Fernsprecher: C I Steinplatz 0011

Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61

Beilage
zur Zeitschrift

DIE BAUTECHNIK

Fachschrift für das ge-
samte Bauingenieurwesen

Prels des Jahrganges 10 RM und Postgeld

7. Jahrgang

BERLIN, 26. Oktober 1934

Heft 22

Alle Rechte vorbehalten.

Über Dauerversuche mit I-Trägern aus St 37.

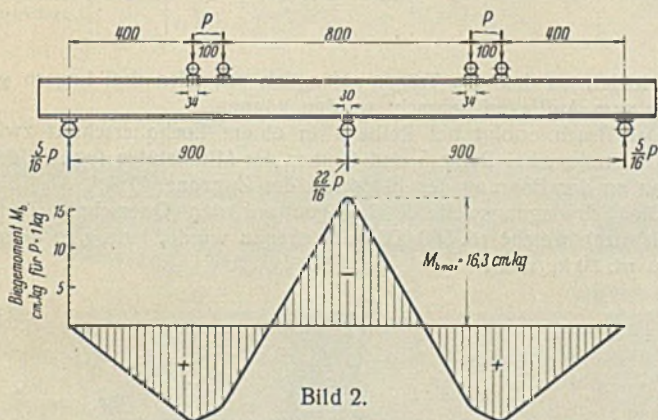
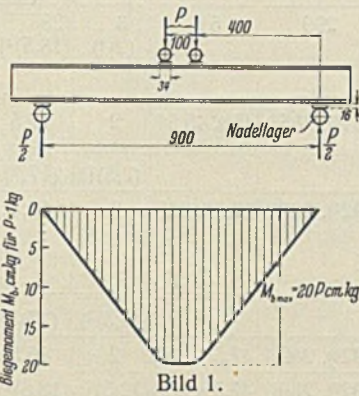
Von Otto Graf.

Durch die bisher bekanntgewordenen Dauerversuche mit Bauelementen aus Stahl mit Walzhaut ist für diese der Zug- oder der Druckwiderstand bei oftmals wiederholter Belastung ohne und mit gleichzeitig wirkender ruhender Last festgestellt worden. Auf Grund der dabei gesammelten Beobachtungen erschien es geboten, Dauerversuche bei Biegebelastung aufzunehmen¹⁾. Dies geschah in den Jahren 1931 und 1932 zunächst durch die Schaffung einer geeigneten Versuchseinrichtung, weiterhin im Jahre 1933 durch die Ausführung der im folgenden beschriebenen Versuche²⁾.

Arbeitsplan.

Untersucht wurden:

1. I-Träger NP 12 auf 2 Stützen gemäß Bild 1, und zwar:
 - a) im Einlieferungszustand (Reihe 1),
 - β) mit Bohrungen im Flansch der Zugzone (Reihe 2),
 - γ) mit Bohrungen im Steg (Reihe 3);



2. I-Träger NP 12 auf 3 Stützen gemäß Bild 2, und zwar:

- a) mit Bohrungen im Flansch der Zugzone und zwar, je 2 Bohrungen bei den Feldmitten und über der Mittelstütze, zunächst ohne Versteifungswinkel über der Mittelstütze (Reihe 4), dann mit Versteifungswinkel über der Mittelstütze (Reihe 5),
- β) wie a), jedoch über der Mittelstütze nur eine Bohrung, auch im Steg nur eine Bohrung (Reihe 6).

Über die Abmessungen der Träger geben die Spalten 5 bis 7 der Zusammenstellung Auskunft. Die Querschnitte wurden durch sorgfältiges Messen und durch Wiegen von Trägerabschnitten an der Luft und unter

¹⁾ Die Ausführung der Versuche wurde durch die Helmholtzgesellschaft zur Förderung der physikalisch-technischen Forschung ermöglicht.

²⁾ Die Durchführung wurde verzögert durch gleichzeitig aufgenommene Biegeversuche mit genieteten und geschweißten Trägern für die Brückenbauanstalt Dortmunder Union. Bei der Ausführung der Versuche hat mich Herr Ingenieur Munzinger unterstützt.

Wasser festgestellt. In den Spalten 8 bis 13 derselben Zahlentafel sind die Belastungen angegeben, die jeweils aufgebracht worden sind. Hiernach wirkte eine ruhende Grundlast von $\sigma_u = 2$ oder 3 kg/mm^2 . Die bewegte Last $\sigma_o - \sigma_u$ ist minutlich 45mal wiederholt worden.

Nach der Prüfung der Träger sind aus den Flanschen der Zugzone und aus dem Steg Flachstäbe entnommen worden zur Normenprüfung und zur Ermittlung der Ursprungszugfestigkeit des Werkstoffs³⁾.

1. Träger der Reihe 1.

(Ohne Bohrung.)

Die Träger der Reihe 1 sind nicht gebrochen. Bei $\sigma_o - \sigma_u = 33$ und $30,5 \text{ kg/mm}^2$ erfolgte nach 520 bzw. 30 960 Lastwechseln seitliches Ausweichen. Bei $\sigma_o - \sigma_u = 29,5 \text{ kg/mm}^2$ zeigte der Träger nach 1 061 000 Lastwechseln keinerlei Mängel. Träger ohne Bohrung können hiernach sehr hohe Anstrengungen ertragen, wie nach früheren Dauerversuchen bei Zugbelastung zu erwarten stand).

2. Träger der Reihe 2.

(Mit Bohrungen in der Zugzone.)

Die Träger brachen im Querschnitt *aa* (vgl. Spalte 3 der Zusammenstellung); der Bruch begann an der unteren Trägerfläche an der Kante einer Bohrung bei *bb* in Bild 3. Die Schwingungswerte $S = \sigma_o - \sigma_u$, welche 449 500mal getragen wurde, betrug $18,5 \text{ kg/mm}^2$.

Dauerversuche mit gebohrten Flachstäben (Anordnung wie im Träger), die der Zugzone der Träger entnommen worden sind, und bei denen die Löcher wie bei den Trägern angeordnet und hergestellt waren

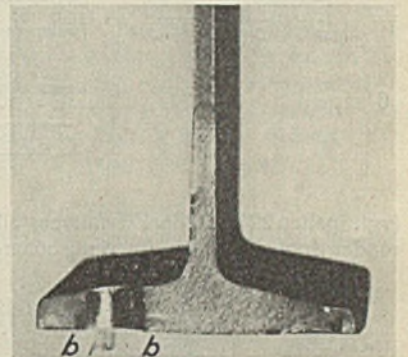
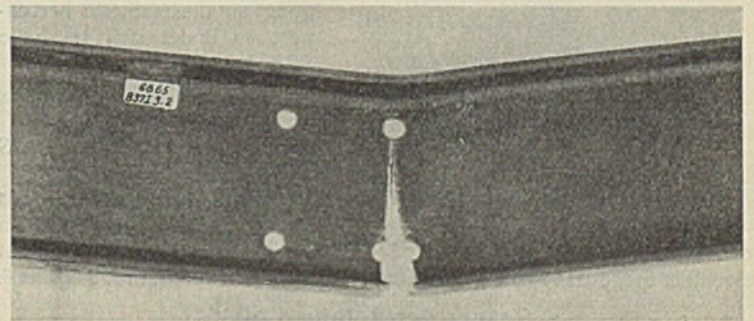


Bild 3. Träger der Reihe 2 nach 449 500 Lastwechseln zwischen $\sigma_u = 2$ und $\sigma_o = 20,5 \text{ kg/mm}^2$.



Träger der Reihe 3 nach rd. 799 600 Lastwechseln zwischen $\sigma_u = 3$ und $\sigma_o = 28 \text{ kg/mm}^2$ bzw. zwischen $\sigma'_u = 2$ und $\sigma'_o = 18,5 \text{ kg/mm}^2$.

³⁾ Die Ursprungszugfestigkeit ist an Flachstäben mit $b = \text{rd. } 58 \text{ mm}$ Breite (Stäbe aus dem Flansch) bzw. $\text{rd. } 70 \text{ mm}$ Breite (Stäbe aus dem Steg) festgestellt worden. Die Stäbe erhielten Bohrungen von 10 mm Durchmesser.

Zusammen-

Reihe	Lastanordnung	Trägermitte	4	5	6	7	Dauerbiegeversuche, $n = 45$ Lastwechsel						14	
							8	9	10	11	12	13		
														Größte rechnerische Anstrengungen zwischen den Laststellen ⁸⁾ an der unteren Belastungsgrenze σ_u kg/mm ²
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
1			B 37 I 1.2	13,9	315	52,5	2,5	35,5	33	—	—	—	—	520
			B 37 I 1.3	13,9	315	52,5	2	32,5	30,5	—	—	—	—	30 960
			B 37 I 1.4	13,9	315	52,5	2	31,5	29,5	—	—	—	—	1 061 000
2			B 37 I 2.2	12,9 ⁵⁾	281	47	3	31	28	—	—	—	17 300	
			B 37 I 2.3	13,2	292	47,5	3	23,5	20,5	—	—	—	55 050	
			B 37 I 2.4	13,2	292	47,5	2	20,5	18,5	—	—	—	449 500	
3			B 37 I 2.5	13,0	304	52	2 (1,5) ⁴⁾	30,5 (20) ⁴⁾	28,5 (18,5) ⁴⁾	—	—	—	—	75 990
			B 37 I 2.6	13,0	304	52	3 (2) ⁴⁾	29,5 (19,5) ⁴⁾	26,5 (17,5) ⁴⁾	—	—	—	—	415 370
			B 37 I 3.2	12,5	299	51	3 (2) ⁴⁾	28 (18,5) ⁴⁾	25 (16,5) ⁴⁾	—	—	—	—	799 630
4			B 37 I 3.4	12,6	284 ⁵⁾ , 285 ⁵⁾	45 ⁵⁾ , 45,5 ⁵⁾	2	17,5	15,5	3	23	20	540 700	
5			B 37 I 2.7	12,2	292 ⁵⁾ , 283 ⁵⁾	47,5 ⁵⁾ , 44 ⁵⁾	2	16,5	14,5	3	23,5	20,5	415 300	
			B 37 I 2.8	12,7	292 ⁵⁾ , 289 ⁵⁾	47,5 ⁵⁾ , 45 ⁵⁾	2	16,5	14,5	3	23	20	1 019 200	
6			B 37 I 2.8	12,7	292 ⁵⁾ , 289 ⁵⁾	47,5 ⁵⁾ , 45 ⁵⁾	2	18	16	3	25	22	202 890	

(vgl. Spalten 22 bis 27 der Zusammenstellung), lieferten bei oftmals wiederkehrenden Zugbelastungen ein wenig höhere Schwingungswerten als die Träger⁴⁾.

eingerrichtet, so daß die Träger anfänglich auf allen drei Lagern gleichwertig zum Aufliegen gebracht werden können.

3. Träger der Reihe 3.
(Mit Bohrungen im Steg.)

Der Bruch erfolgt bei Reihe 4 in einem Lochquerschnitt zwischen den Laststellen, bei Reihe 5 und 6 über der Mittelstütze (vgl. Bild 7); er begann an der Bohrung des Flansches der Zugzone.

Die Schwingungswerte S (bezogen auf den Querschnitt über der Mittelstütze), welche rd. 500 000 mal ertragen wurde, betrug in allen drei Fällen rd. 20 kg/mm².

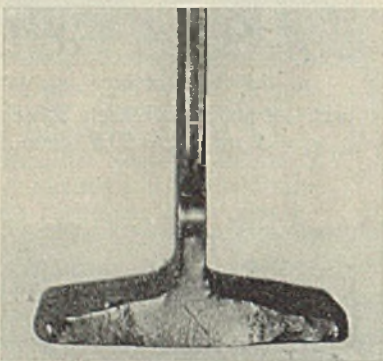


Bild 5.
Bruchfläche des Trägers Bild 4.

Auch der Bruch dieser Träger begann an den Rändern der Bohrungen der Zugzone. Bild 4 u. 5 zeigen anschaulich den Ausgang des Bruchs vom unteren Lochrand einer Bohrung. Wird die Anstrengung an dieser Stelle berechnet, so findet sich im Falle Bild 4 u. 5

$$\sigma_u = 2 \text{ kg/mm}^2,$$

$$\sigma_o = 18,5 \text{ kg/mm}^2,$$

also die Schwingungswerte $S = 16,5 \text{ kg/mm}^2$ ⁵⁾.

Gebohrte Flachstäbe aus dem Steg der Träger trugen bei Zugbelastung deutlich höhere Schwingungswerten als die Träger mit gelochtem Steg; das Mehr betrug für rd. 800 000 Lastwechsel rd. 2 kg/mm².

4. Träger der Reihen 4 bis 6.

(Träger auf 3 Stützen mit Bohrungen im Flansch der Zugzone über der Mittelstütze und unter den Laststellen.)

Bild 6 zeigt die Versuchseinrichtung. Die Lager sind leichtbewegliche Nadellager. Das mittlere Lager ist noch in der Höhe verstellbar

⁴⁾ An diesem Unterschied dürfte die verschiedene Lastwechselzahl beteiligt sein (bei den Trägern $n = 45/\text{min}$, bei den Zugstäben $n = 350/\text{min}$).

⁵⁾ An der unteren Fläche der Flansche betrug die Anstrengung gleichzeitig $\sigma_o = 28 \text{ kg/mm}^2$, vgl. Spalte 9 der Zusammenstellung.

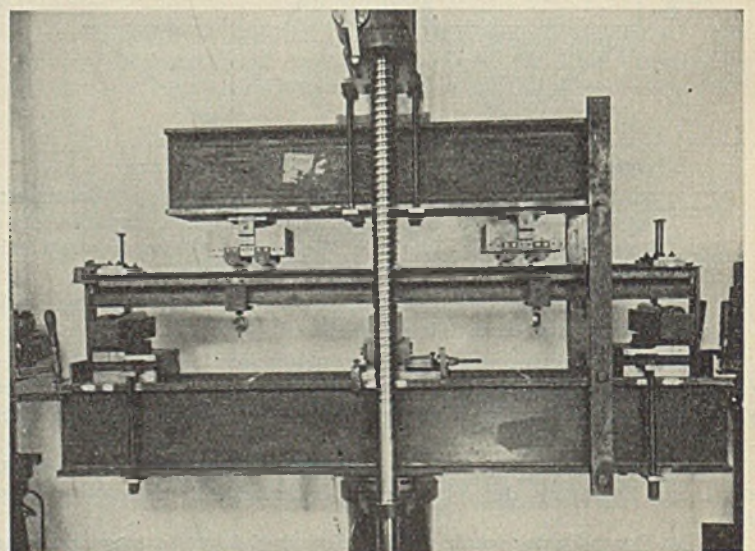


Bild 6.
Versuchseinrichtung zu den Reihen 4 bis 6.

15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Bemerkungen	Normenprüfung nach DIN 1605 I (Lange Proportionalstäbe)						Dauerzugversuche mit Flachstäben $n = 350$ Lastwechsel/min						
	Träger- teil, Probe von Träger	Quer- schnitt F mm ²	Obere Streck- grenze σ_{F_o} bzw. untere Streck- grenze σ_{F_u} kg/mm ²	Zug- festig- keit σ_B kg/mm ²	Bruch- deh- nung δ_{10} %	Quer- schnitts- vermin- derung ψ %	Träger- teil, Probe von Träger	Be- zeich- nung der Stäbe	Rechnungs- mäßige Anstren- gungen an der Belastungsgrenze σ_u σ_o kg/mm ² kg/mm ²		$\sigma_o - \sigma_u$ kg/mm ²	Zahl der Lastwechsel bis zum Bruch bzw. bis zum Ende des Versuchs	Bemerkungen
Träger seitlich verbogen													
Träger seitlich verbogen													
Nicht gebrochen													
Träger im Querschnitt $a-a$ gebrochen	Zugflansch B 37 I 3.1	7,5 × 20	26,8 25,8	38,7	28,0	56	Zugflansch B 37 I 3 B 37 I 2	1 4	2 2	25 22	23 20	205 600 277 200	Stab gebrochen Stab gebrochen
Träger im Querschnitt $a-a$ gebrochen	Zugflansch B 37 I 2.3	7,8 × 20	27,2 26,6	40,1	28,4	58	Zugflansch B 37 I 3 B 37 I 2	2 3	2 2	20 21	18 19	2 052 600 565 800	Stab nicht gebrochen Stab gebrochen
	Mittelwerte		27,0 26,2	39,4	28,2	57							
Träger seitlich verbogen	Steg B 37 I 3.1	4,8 × 20	29,1 28,6	42,7	23,8	54	Steg B 37 I 3 B 37 I 2 B 37 I 3	1 4 2	2 2 2	25,1 22 20	23,1 20 18	357 100 654 500 2 034 300	Stab gebrochen Stab gebrochen Stab nicht gebrochen
Träger im Querschnitt $a-a$ gebrochen	Steg B 37 I 2.3	4,9 × 20	29,1 28,3	42,2	29,6	57							
Träger im Querschnitt $a-a$ gebrochen	Mittelwerte		29,1 28,4	42,4	26,7	55							

Bruch im äußeren Lochquerschnitt zwischen den Laststellen

Bruch im Lochquerschnitt über der Mittelstütze C

Nicht gebrochen; Belastung erhöht

Bruch im Lochquerschnitt über der Mittelstütze C

- 1) Bezogen auf den Schwerpunkt.
- 2) 2 Bohrungen 5 mm ϕ in der Druckzone (Bohrungen versetzt).
- 3) Vorher 9110 Lastwechsel mit $\sigma_o = 22,5$ kg/mm².
- 4) Anstrengungen am unteren Rand der Löcher in der Zugzone.
- 5) Lochquerschnitte zwischen den Laststellen.
- 6) Lochquerschnitt über der Mittelstütze C.
- 7) Mit Berücksichtigung der Einsenkungen über der mittleren Stütze.
- 8) Durchbiegung des Biegebalkens der Prüfmaschine nicht berücksichtigt (Trägheitsmoment $J_B = 30\ 900$ cm⁴).

Hier ist S etwas größer ausgefallen als bei den gebohrten Flachstäben ($S = rd. 19$ kg/mm² bei rd. 500 000 Lastwechseln; vgl. bei Reihe 2 die Spalten 22 bis 28 der Zusammenstellung).

5. Einsenkungen.

Bei einem Teil der Träger wurde die Einsenkung bei oftmals wiederholter Belastung verfolgt. Der Einfluß der oftmaligen Belastung auf die Größe der Einsenkung blieb praktisch unerheblich. Die gemessenen Einsenkungen der Träger auf 2 Stützen standen mit den rechnerisch ermittelten ausreichend im Einklang, wenn der Einfluß der Querkräfte und der Bohrungen beachtet wurde. Die Träger auf 3 Stützen erwiesen sich etwas nachgiebiger, als die gewählte Rechnung erwarten ließ.

Schlußbemerkung.

Die Dauerbiegeversuche mit Trägern auf 2 Stützen, mit unsymmetrisch angeordneten Bohrungen im Flansch der Zugzone, lieferten Festigkeiten, die ein wenig kleiner ausfielen als die, welche der Werkstoff bei Dauerzugversuchen in Flachstäben mit Bohrungen ergab. Für Träger auf 3 Stützen war dagegen der Widerstand in der Zugzone mit Bohrung über der Mittelstütze rechnerisch etwas größer als beim Zugstab.

Über Träger ohne Bohrung im Zugflansch vgl. unter 1. und 3.

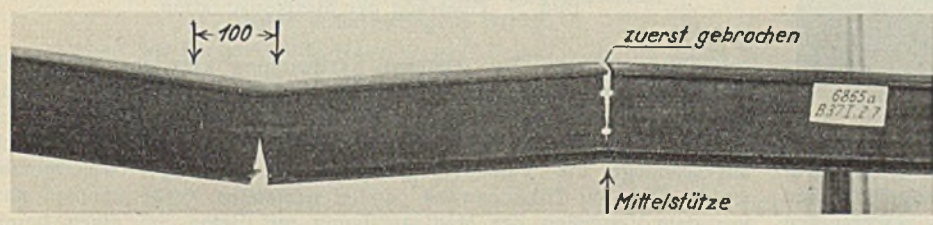


Bild 7. Träger der Reihe 5 nach 415 300 Lastwechseln zwischen $\sigma_u = 3$ und $\sigma_o = 23,5$ kg/mm² über der Mittelstütze.

Die Fahnenmaste der Reichsparteitage in der Luitpoldarena zu Nürnberg.

Alle Rechte vorbehalten.

Von Ing. K. Schurig, Nürnberg.

Gleich nach Beendigung der Veranstaltungen des Reichsparteitages 1933 ging die Stadtverwaltung von Nürnberg an den endgültigen Ausbau der neugeschaffenen Luitpoldarena. Durch die Ausführung fester Bauten sollte für alle Zukunft den gewaltigen Aufmärschen des neuen Deutschlands ein würdiger Rahmen gegeben werden.

Seinen besonderen Ausdruck findet der baukünstlerische Gedanke der Gesamtanlage in den an der Ehrentribüne aufragenden vier stählernen Fahnenmasten mit den drei riesigen Hakenkreuzfahnen (Bild 1).

Die Maste stehen unmittelbar an der Ehrentribüne im gegenseitigen Abstand von 7,5 m und sind mit ihr verankert; ihre Höhe über der Straße beträgt rd. 33 m. Sie entstanden in enger Zusammenarbeit zwischen dem Stahlbau- und Maschinenbauingenieur, handelte es sich doch nicht um ihre bautechnische Gestaltung allein. Der Zweck der Anlage erforderte außerdem den Einbau einer maschinellen Einrichtung zum Spannen der Fahnen.

Es scheint nicht allzu schwierig zu sein, selbst derart große Fahnen aufzuziehen, wie sie zu den Masten des Reichsparteitages gehören; die sichtbare Fläche einer Fahne beträgt 6 × 24 m. In Wirklichkeit handelt es sich bei Windbelastung um solch große Kräfte, daß die Überlegung dazu führte, jede Fahne mit einer besonderen Spannvorrichtung zum Zwecke des Windausgleichs zu versehen und so einem Zerreißen der Fahnen auch bei starkem Sturm vorzubeugen.

Der Berechnung der Spannvorrichtung wurden 125 kg Winddruck je m² zugrunde gelegt. Damit ergibt sich bei Annahme einer Blähung der Fahne von rd. 5 m aus der Lotrechten — nach einer Parabel geformt und der Festigkeit des verwendeten Segeltuches angepaßt — eine in Richtung der Endtangente wirkende Zugkraft von etwa 16 000 kg in jeder Fahne. Mit dieser Kraft wird die Fahne über einem heb- und senkbaren, nach dem Aufziehen der Fahnen fest verriegelten oberen Holm und über eine drehbare untere Wickeltrommel durch die pneumatisch-

hydraulische Antriebsvorrichtung nachgiebig gespannt. Je nach Größe des Winddrucks wickelt sich die für die Blähung zugegebene Mehrlänge an Tuch im ständigen Spiel der Fahne ab (Bild 2).

Nun zur Konstruktion der Maste selbst. Der Architekt verlangte äußerst straffe Linienführung mit völlig geschlossenem Querschnitt. Neben den Fahnen sollten die Maste in der Stirnansicht nur wenig in Erscheinung treten. Wer die fertigen hellgestrichenen Maste etwa von der Versammlungsfläche aus gesehen hat, weiß, wie gut diese Absicht gelang.

Der Mastquerschnitt besteht aus zwei $\square 38$ zwischen 12 mm starken Wandblechen; die Flanschen sind nach innen gerichtet. Die Querschnittshöhe beträgt am Mastfuß etwa 2 m, an der Mastspitze rd. 0,5 m. Die an die Wand der Tribüne angelehnte Schmalseite des Mastes ist lotrecht; an ihr ist die zum Hochziehen der oberen Fahnenholme notwendige Führung, bestehend aus einem IP 20, befestigt. Die Verbindung sämtlicher Konstruktionsteile erfolgte durch Schweißung.



Bild 1. Ansicht der Ehrentribüne mit den Fahnenmasten.

Von vornherein war klar, daß keinerlei Baustellenschweißung in Frage kam, andererseits war bei der Forderung völlig glatter Außenflächen jede Möglichkeit der Ausführung eines genieteten oder geschraubten Montagestoßes genommen. Die Maste konnten nur im ganzen Stück zur Montage gelangen. Die Anfuhrmöglichkeit sowie der Raum an der Baustelle ließen dies zu.

Auch beim Zusammenbau der Maste in der Werkstätte wurde grundsätzlich danach gehandelt, den Mastkörper aus Einheiten in möglichst endgültigen Längen zusammenzufügen; so wurden zuerst die Bleche, \square -Profile usw. je für sich durch Stumpfschweißung zur gesamten Mastlänge verbunden. Die weitere Stoßdeckung erfolgte durch Verlaschung. Wirtschaftliche Überlegungen führten zu zwei Stößen; die \square -Profilstöße sind gegenüber den Blechstößen versetzt angeordnet.

Die Arbeitsgänge des eigentlichen Zusammenbaues waren kurz folgende:

1. Auflegen einer vollständigen Blechwand;
2. Aufbringen der beiden \square -Profile unter gleichzeitigem Heftschiessen;
3. Einbau von Querschotten alle 7 m sowie Einschweißen von Blechanschlüssen aus aufgestellten Flachstählen;
4. Schließen des Mastes durch Auflegen der zweiten Blechwand, Heftschiessungen an den Rändern, Schlitzschweißungen an den Querschotten.

Die Vorbereitungen zum späteren Einbau der Maschinenteile waren vorher berücksichtigt. Die Fertigschweißung der vier Mastkanten erfolgte

gleichzeitig von mehreren Stellen aus nach einem Schema, das möglichst große Abschnitte auf einmal bewältigen ließ. Der Erfolg befriedigte vollkommen.

Zur Ausführung sämtlicher Nähte wurde die Lichtbogenschweißung angewendet.

5. Zuletzt Aufbringen der Anschlüsse für die Verankerung, Aufschweißen dekorativer Leisten, der Steigseisen und andere Fertigarbeiten.

Für die Konstruktion der Maste war, wie bereits angedeutet, von Anfang an die Möglichkeit der zweckmäßigsten Aufstellung maßgebend gewesen. Es mußte nach dem Hochziehen der Maste und dem darauf folgenden Anschluß der Verankerung die Gewähr für ihre sofortige statische Wirksamkeit gegeben werden.

Die Verankerung der Maste mit den Eisenbetonrahmen der Tribüne liegt dicht unter der Brüstung; die Mastfüße stecken in den zu einem Schuh vorgezogenen Rahmenfundamenten. Die einwandfreie konstruktive Lösung der Verankerung war deshalb schwierig, weil es nicht anging, außer den Ankerlaschen noch irgendwelche Teile des Anschlusses sichtbar vorstehen zu lassen.

Anzuschließen waren aus Winddruck senkrecht zur Fahnenebene etwa 75 000 kg und aus Wind auf die Breitseite der Maste etwa 16 000 kg

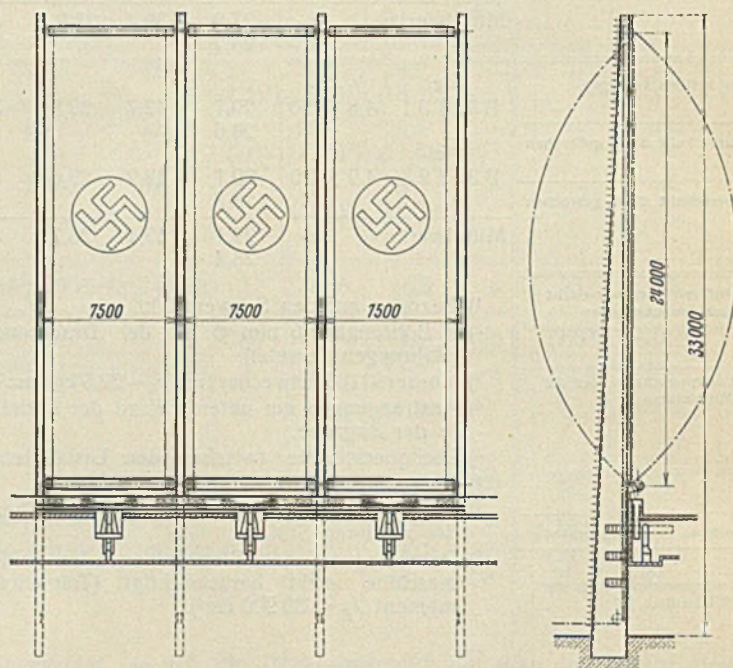


Bild 2. Übersicht der Mastkonstruktion.

horizontal wirkend. Zur letzteren Kraftwirkung kam noch das Drehbestreben der Maste um die Verankerung hinzu. Man half sich hier durch die kastenförmige Ausbildung der überstehenden Ankerlaschen, von denen durch die Tribünenwand hindurch am Rahmenriegel dicht angeschmiegt die Verankerung zu einem Querriegel weitergeführt wurde. Die zur Tribünenwand parallel wirkenden Kräfte konnten noch vor dem Vergießen der Montageöffnung mit Beton auf einen bereits vorher eingebauten und abgebundenen Träger übergeleitet werden (Bild 3).

Das Hochziehen der Maste erfolgte mit nur einem Montagemast unter Verwendung einer eigens für den vorliegenden Fall konstruierten Aufhängevorrichtung (Bild 3 und 4). Nach dem Hochziehen wurde beidrehend, abgesenkt, in der Fundamentaussparung verkeilt und die Verankerung angeschlossen.

Hier ist noch anzufügen, daß die vier Maste an ihrem oberen Ende zur Vermeidung ungleicher Durchbiegungen druckfeste Verbindungsriegel erhielten. Diese bleiben ständig oben. Durch ihre Wirkung erhöhen sie die Knicksicherheit der Maste. Sie sind gelenkig angeschlossen und erleichterten das spätere Richten der Maste wesentlich.

Die Berechnung der Maste wurde abweichend von derjenigen für die Spannvorrichtung für einen Winddruck von 150 kg/m^2 durchgeführt. Mit den zulässigen Spannungen konnte mit Rücksicht auf den Zweck der Anlage und auf die fast ausschließliche Beanspruchung der Maste durch Wind für den Mastkörper selbst über das normale Maß gegangen werden. Die Beanspruchungen der Verankerung dagegen wurden wesentlich niedriger gehalten, als für den gewählten Baustoff üblich ist. Zur Verwendung gelangte in der Hauptsache Stahl 37.12.

Sämtliche vier Maste wurden gleich stark bemessen. Das Gewicht eines Mastes beträgt annähernd 17 t.

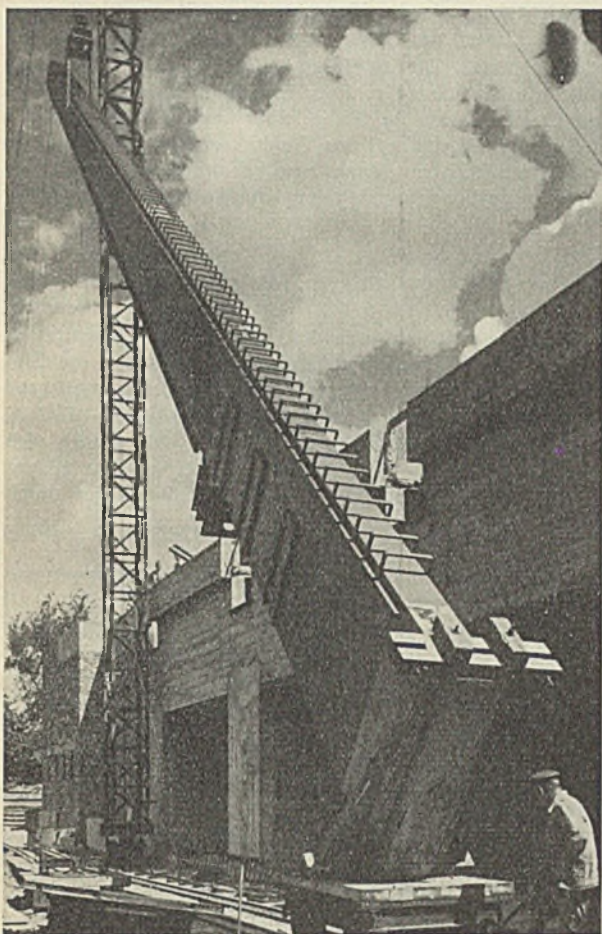


Bild 3. Montagebeginn.

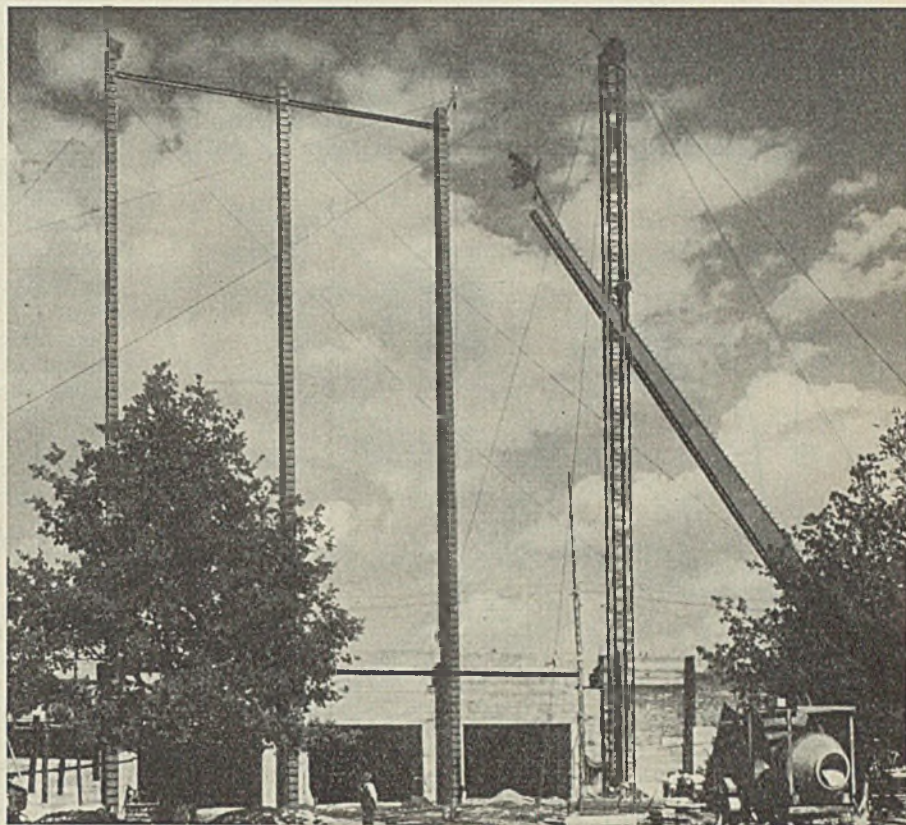


Bild 4. Hochziehen des letzten Mastes.

Die vorstehend beschriebenen Fahnenmaste sind ein weiteres Beispiel für die vielseitige Verwendung des Stahlbaues sowie für seine künstlerische Gestaltungsmöglichkeit.

Die Projektierung der Anlage sowie die örtliche Bauleitung übernahm das Städtische Hochbauamt I, Nürnberg. Die gesamte Leitung lag in Händen des Architekten Speer.

Der Ausführungsentwurf der Stahlkonstruktion sowie der maschinellen Einrichtung, die Ausführung selbst und die Montage waren der M.A.N., Werk Nürnberg, vorbehalten. — Die Tribüne baute die Firma Dyckerhoff & Widmann, Zweigniederlassung Nürnberg.

Alle Rechte vorbehalten.

Theorie des außermittig gedrückten Stabes aus Baustahl.

Von Prof. Dr.-Ing. Ernst Chwalla, Brünn.

(Fortsetzung aus Heft 21.)

V. Die Bestimmung der Gleichgewichtszustände unter außermittigem Druck.

Haben wir für gewählte Werte $\sigma_0 = P/F$ und y_0/h , für einen vorgegebenen Stabquerschnitt und ein zugrunde gelegtes Formänderungsgesetz die Grundkurven $y = f(x)$ bestimmt, dann können wir, wie Bild 7 zeigt,

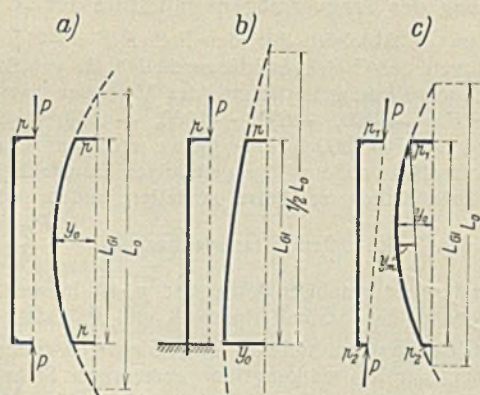


Bild 7a bis c.

aus diesen Grundkurven unmittelbar die „Gleichgewichtslängen L_{Gl} “ für den Fall eines außermittigen Angriffes der Druckkraft P entnehmen. Greift die Kraft mit den beiderseits gleichen Hebelarmen $p_1 = p_2 = p$ an und sind die Stabenden gelenkig gelagert, dann haben wir in Bild 7a bloß jenes Stück der Grundkurve herauszugreifen, das innerhalb der Orte $y = p$ gelegen ist; beispielsweise erhalten wir im Fall $P/bh = -1500 \text{ kg/cm}^2$, $y_0/h = 0,30$ und $p/h = 1/6$, wie in Bild 5c dargestellt ist, für die Gleichgewichtslänge den Wert $L_{Gl}/2h = 6,43$ und daraus $L_{Gl} = 12,86 \cdot h$ als jene Länge, die der untersuchte Stab besitzen muß, um die gegebene außer-

mittige Belastung bei einer gesamten Scheitelauslenkung $y_0 = 0,30 \cdot h$ (also bei Ausbildung einer effektiven seitlichen Scheitelausbiegung $\bar{y}_0 = y_0 - p = 0,133 \cdot h$) im Gleichgewicht zu tragen. An Stelle des Wertes L_{Gl}/h wollen wir zweckmäßiger die „Gleichgewichts-Schlankheit“

$$\lambda_{Gl} = \frac{L_{Gl}}{i} = \frac{L_{Gl}}{h} \sqrt{12} = 44,50 \text{ und an Stelle der Größe } p/h \text{ das „Exzentrizitäts- oder Hebelmaß“ } p/k \text{ einführen; } i \text{ ist hierbei der Querschnitts-Hauptträgheitsradius in der Richtung der untersuchten Ausbiegung und } k \text{ stellt allgemein die „verschränkt“ gemessene, also dem Kraftangriffspunkt gegenüberliegende Querschnitts-Kernweite vor. Die dem gefundenen Gleichgewichtszustand zugeordnete Wertegruppe lautet dann } \lambda = 44,50,$$

$\frac{P}{F} = -1500 \text{ kg/cm}^2$, $\frac{p}{k} = 1,00$, $\frac{y_0}{h} = 0,30$. Halten wir σ_0 fest und variieren das Hebelmaß p/k , dann können wir in der geschilderten Weise die den verschiedenen Werten y_0/h zugeordneten Schlankheitsgrade λ_{Gl}

berechnen und die Kurve $\lambda_{Gl} = \Phi\left(\frac{y_0}{h}\right)$ zeichnen. In Bild 8 sind diese Kurven, die wir „Kurven der Gleichgewichtszustände“ nennen wollen, für die Laststufe $P/bh = -1500 \text{ kg/cm}^2$ und die Hebelmaße $p/k = 0, 0,125, 0,25, 0,50, 0,75, 1,00, 1,25, 1,50, 1,75, 2,00$ und 2,43 dargestellt. Die oberste Grenzkurve „ $p/k = 0$ “ der Schar stellt eine affine Verzerrung der in

Bild 6 gestrichelt eingetragenen Kurve $\frac{x_0}{h} = \frac{L_0}{2h} = F\left(\frac{y_0}{h}\right)$ vor; sie verläßt die Ordinatenachse mit waagerechter Tangente in der Höhe der Eulerschen

Knickschlankheit $\lambda_{Gl} = \lambda_k = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_0}} = 120,6$, die der mittleren Druckspannung $\sigma_0 = -1500 \text{ kg/cm}^2$ entspricht. Die Kurven für $p/k > 0$ zweigen von der Abszissenachse an den Stellen $y_0/h = p/h = p/6k$ mit lotrechter Tangente ab, steigen steil aufwärts, erreichen eine ausgeprägte Extremstelle und fallen dann bis zur „Grenzlinie des Untersuchungsbereiches“

(Scheitelauslenkung $y_0 = \bar{y}_0 + p = 0,582$, größte Randspannungen

$\sigma_z = +3940$, $\sigma_d = -4500$ kg/cm²) ab. Um die größten im Stab auftretenden Randspannungen in den einzelnen Gleichgewichtszuständen leicht abschätzen zu können, wurde die Grenzgerade H des Hookeschen Bereiches, das Quetschintervall Qu und das Streckintervall St in Bild 8 eingetragen; Kurvenpunkte, deren Abszisse in eines dieser beiden Intervalle fällt, gehören Gleichgewichtszuständen an, in denen die größte im

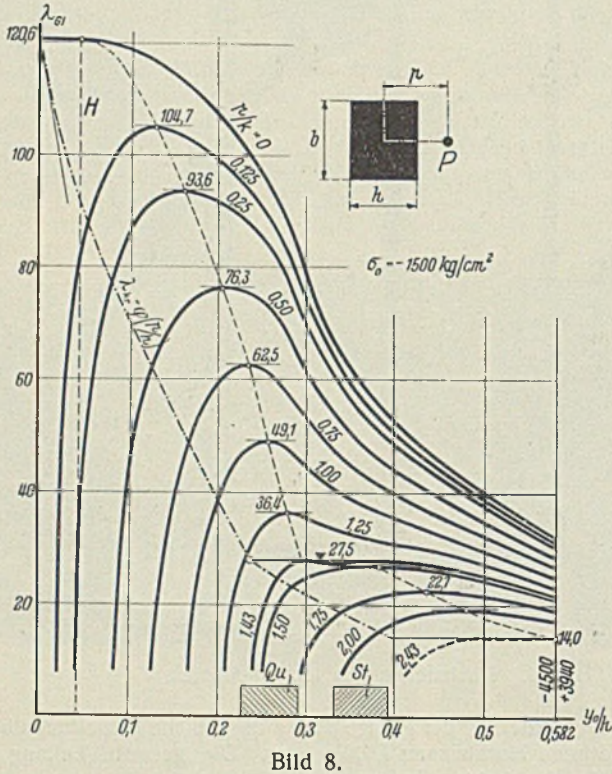


Bild 8.

Stabscheitel auftretende Druckspannung den Quetschbereich bzw. die größte im Stab auftretende Zugspannung den Streckbereich (Bereich FF' in Bild 1) durchläuft. Das Streckintervall ist in Bild 8 zu klein gezeichnet worden und soll schon bei $y_0/h = 0,310$ beginnen.

VI. Die Bestimmung der kritischen Gleichgewichtszustände.

Die Extremstellen, die die „Kurven der Gleichgewichtszustände“ in Bild 8 für alle $p/k < 1,43$ besitzen und die grundsätzlich außerhalb des Hookeschen Bereiches liegen, wollen wir „Maxima erster Ordnung“ nennen; die zugeordnete Ordinate $\max \lambda_{GI}$ stellt den größten Wert des Schlankheitsgrades vor, den der untersuchte Stab aufweisen darf, wenn er unter der gegebenen außermittigen Druckbelastung noch einen Gleichgewichtszustand ausbilden soll. Betrachten wir z. B. den Fall $\lambda = 60$, $P/bh = -1500$ kg/cm², $p/k = 0,5$, dann können wir aus der Kurve für $p/k = 0,5$ in Bild 8 unmittelbar ersehen, daß der Stab nach Erreichen einer Scheitelauslenkung $y_0 = 0,122 h$ (also nach Ausbildung einer effektiven Scheitelausbiegung $y_0 = y_0 - p = 0,039 h$) zur Ruhe kommt und daß die größte Randpressung in diesem Gleichgewichtszustand zwischen σ_P und σ_Q gelegen ist. Eine geringe Vergrößerung der vorhandenen Scheitelausbiegung würde einen positiven Arbeitsaufwand erfordern und nach einer solchen Störung des Gleichgewichts würde der belastete Stab wieder nach seiner ursprünglichen Lage zurückstreben¹⁸⁾; denn die „Kurve der Gleichgewichtszustände“ steigt hier von links unten nach rechts oben an, so daß einem Wert $y_0/h > 0,122$ ein Wert $\lambda_{GI} > 60$ entspricht, der untersuchte Stab also zu wenig schlank ist, um in der gestörten, neuen Lage zu verharren. Da auch zu einer gewaltsamen Verminderung von y_0 , wie eine ähnliche Überlegung lehrt, ein positiver Aufwand an Störungsarbeit erforderlich ist, dürfen wir die untersuchte Gleichgewichtslage als „stabil“ bezeichnen. Erstrecken wir die Überprüfung der Gleichgewichtsfigur auf beliebig große „störende“ Ausbiegungen, dann können wir an Hand von Abb. 8 feststellen, daß der Stab nach Erreichen der Scheitelauslenkung $y_0 = y_0 + p = 0,307 h$ einen neuen Gleichgewichtszustand ausbildet, bei dem die größten Druckspannungen schon im Verfestigungsbereich und die größten Zugspannungen unmittelbar unterhalb der Streckgrenze liegen. Würden wir hier die Scheitelausbiegung ein wenig vergrößern, dann würde sich der belastete Stab aus eigenem immer mehr ausbiegen; denn zu einem $y_0/h > 0,307$

gehört im Gleichgewichtsfall, wie die Kurve „ $p/k = 0,5$ “ in Bild 8 zeigt, ein $\lambda_{GI} < 60$, so daß der untersuchte Stab zu schlank ist, um die gegebene Belastung tragen zu können. Die zweite mögliche Gleichgewichtsfigur ist somit als „labil“ zu bezeichnen und ihr Erreichen bedeutet die Einleitung des „Zusammenbruches“ im Sinne einer nur durch äußere Stützung begrenzten Ausbiegung; eine Gefügetrennung kann hierbei auf der Biegezugseite natürlich nur dann zustande kommen, wenn die Ausbildung der relativ großen Bruchdehnung am Stabrand geometrisch möglich ist.

Wird der Schlankheitsgrad größer, z. B. $\lambda = 70$ gewählt, dann rücken die beiden vorhandenen Gleichgewichtslagen, die stabile und die labile, näher aneinander und wenn wir speziell $\lambda = \max \lambda_{GI} = 76,3$ annehmen, dann liegen beide Gleichgewichtsfiguren bei $y_0/h = 0,206$ unmittelbar benachbart, so daß das Erreichen dieses Zustandes auch schon die Einleitung des „Zusammenbruches“ bedeutet. Ist der Schlankheitsgrad $\lambda > 76,3$, dann existiert unter der gegebenen Belastung $P = -1500 F$, $p = 0,5 k$ überhaupt kein Gleichgewichtszustand; der Stab würde sich nach Aufbringung der Last immer mehr ausbiegen, bis er eine äußere Stützung findet. Wir bezeichnen den Gleichgewichtszustand, der durch die Wertegruppe $\frac{P}{F} = -1500$ kg/cm², $\frac{p}{k} = 0,5$, $\lambda = 76,3$, $\frac{y_0}{h} = 0,206$

gekennzeichnet ist, als „kritischen“ Gleichgewichtszustand. Die geringste Vermehrung von y_0 oder (wie sich in ähnlicher Weise leicht zeigen läßt) auch von P , p oder λ hat den endgültigen Zusammenbruch des Stabes im angegebenen Sinn zur Folge, so daß die Ausbildung des kritischen Zustandes gleichbedeutend mit dem Erreichen der obersten Grenze des Tragvermögens ist. Die größte Randpressung, die in den kritischen Zuständen im Stabscheitel auftritt, ist zwar grundsätzlich größer als die Proportionalitätsgrenze des Baustahls, kann aber, wie die Extremstellen der Kurven für $p/k = 0,5$, $0,25$ und $0,125$ in Bild 8 zeigen, auch etwas unterhalb der Quetschgrenze gelegen sein.

An der Kurve „ $p/k = 1,25$ “ erkennen wir die ersten Anzeichen eines sekundären Rückens, der in der Regel zur Ausbildung gelangt, wenn auch die biegezugseitigen Größtspannungen den Fließbereich überwunden haben und in den Verfestigungsbereich gelangt sind. Bei der Kurve „ $p/k = 1,43$ “ liegt dieser sekundäre Rücken in derselben Höhe „ $\max \lambda_{GI} = 27,5$ “ wie das Extrem erster Ordnung (so daß z. B. ein Stab mit $P/F = -1500$, $p/k = 1,43$ und $\lambda = 27,0$ theoretisch vier verschieden stark ausgebogene Gleichgewichtsfiguren besitzt!), und bei den Kurven für $p/k = 1,50$, $1,75$ und $2,00$ ist der sekundäre Rücken allein ausgebildet. Wir nennen solche sekundäre Extremstellen sinngemäß „Maxima zweiter Ordnung“. Sie legen die kritischen Zustände der stark gedrunghenen Stäbe (hier für $\lambda < 27,5$) fest und sind, was den Kurvenabfall nach der Extremstelle betrifft, erheblich schwächer ausgeprägt als die Maxima erster Ordnung; Stäbe, deren Tragvermögen durch das Erreichen eines Extrems zweiter Ordnung begrenzt wird, zeigen kein ausgeprägtes „Knicken“, sondern ähneln hinsichtlich der äußeren Erscheinung ihrer Widerstandsüberwindung den querbelasteten Baustahlbalken. Im Fall $p/k = 2,43$ gelangt selbst ein derartiges schwach ausgeprägtes Extrem zweiter Ordnung innerhalb unseres Untersuchungsbereiches nicht mehr zur Ausbildung.

VII. Darstellung des Tragvermögens mit Hilfe der „Lastkurven“.

Sind die im V. Abschnitt für den Fall $P/F = -1500$ kg/cm² geschilderten „Kurven der Gleichgewichtszustände“ für verschiedene Werte der mittleren Druckspannung bestimmt (der Verfasser hat die Kurvenscharen für $P/F = -300, -600, -1000, -1500, -1900, -2200, -2500, -2700$ und -2900 kg/cm² genau ermittelt¹⁹⁾), dann können wir das Tragverhalten außermittig gedrückter Baustahlstäbe auch in anderer, viel übersichtlicherer Weise darstellen, indem wir λ und p/k

$$\text{festhalten und den funktionalen Zusammenhang } \sigma_0 = \frac{P_{GI}}{F} = \psi \left(\frac{y_0}{h} \right) \text{ als}$$

sogenannte „Lastkurve“ graphisch festlegen; y_0 ist hierbei die effektive seitliche Ausbiegung des Stabmittelpunktes und P_{GI} stellt die zur Herstellung des Gleichgewichts notwendige „Gleichgewichtslast“ vor, die wertgleich dem in der Kraftwirkungslinie gemessenen Stabwiderstand ist. Aus dem Lastkurvenverlauf können wir somit ersehen, wie sich die Kraftanzeige der Prüfmaschine bei einem gedachten, „statisch“ gesteuerten Druckversuch im Zuge der anwachsenden Scheitelausbiegung des Stabes verändern würde. In Bild 9 und 10 sind solche Lastkurven für den Fall einer verhältnismäßig großen und einer sehr kleinen Angriffsexzentrizität ($p/k = 2,0$ bzw. $1/8$) dargestellt; sie beziehen sich auf beiderseits

¹⁸⁾ Ein Erreichen der früheren Lage ist mit Rücksicht auf das in Geltung tretende Entlastungsgesetz und die dadurch bedingte Veränderung des inneren Widerstandes im allgemeinen nicht mehr möglich.

¹⁹⁾ Bei den umfangreichen Rechnungen haben die Herren Dr. L. Seltenhammer, Dr. F. Günste und Ing. H. Klose in Wien sowie die Herren Ing. A. Novak und Ing. W. Joscht in Brünn dem Verfasser wertvolle Hilfe geleistet, wofür auch an dieser Stelle der Dank zum Ausdruck gebracht sei.

gelenkig gelagerte Stäbe mit Rechteckquerschnitt, die aus dem Baustahl (Bild 1) bestehen und deren Druckkraft mit beiderseits gleichen Hebelarmen wirksam ist. Alle Lastkurvenpunkte auf den gestrichelt eingetragenen Grenzlinien „ $\sigma_d = -1900$ “ und „ $\sigma_z = +4000$ “ gehören Gleichgewichtszuständen an, in denen die größte Druckspannung die Proportionalitätsgrenze $\sigma_p = 1900 \text{ kg/cm}^2$ bzw. in denen die größte Zugspannung im Stab den Wert $\sigma = +4000 \text{ kg/cm}^2$ erreicht; rechts außerhalb der Grenzlinie $\sigma_z = +4000$ würden die im II. Abschnitt angeführten Voraussetzungen der Theorie auch nicht mehr angenähert erfüllt sein und die Lastkurven stark abfallen. Die Lastkurvenscharen für $p/k = 1,0$ und $1/4$, die wir uns zwischen Bild 9 und 10 eingeschoben zu denken haben, wurden in dieser Zeitschrift (17, 1934, S. 18) veröffentlicht und in ihrem Verlaufe durch eine experimentelle Überprüfung bestätigt.

Der Zusammenhang zwischen der „Lastkurve“ und den „Kurven der Gleichgewichtszustände“ ist leicht herzustellen; beispielsweise entspricht dem Gleichgewichtszustand, der in Bild 8 durch die Wertegruppe $\sigma_0 = -1500$, $\frac{p}{k} = \frac{1}{8}$, $\lambda = 100$, $\frac{y_0}{h} = 0,086$ festgelegt wird, in Bild 10 ein Punkt auf der Lastkurve „ $\lambda = 100$ “ mit den Koordinaten $\frac{P_{Gl}}{F} = -1500 \text{ kg/cm}^2$, $\frac{y_0}{h} = \frac{y_0}{h} - \frac{p}{h} = 0,0652$. Den Maxima erster

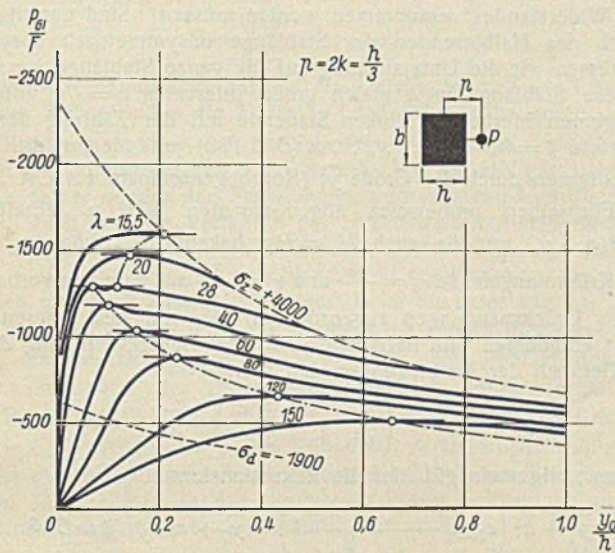


Bild 9.

und zweiter Ordnung der „Kurven der Gleichgewichtszustände“ entsprechen die denselben kritischen Gleichgewichtszuständen zugeordneten Maxima erster und zweiter Ordnung der „Lastkurven“. Die Ausprägung dieser Maxima und daher auch die Ausprägung der äußeren Erscheinung

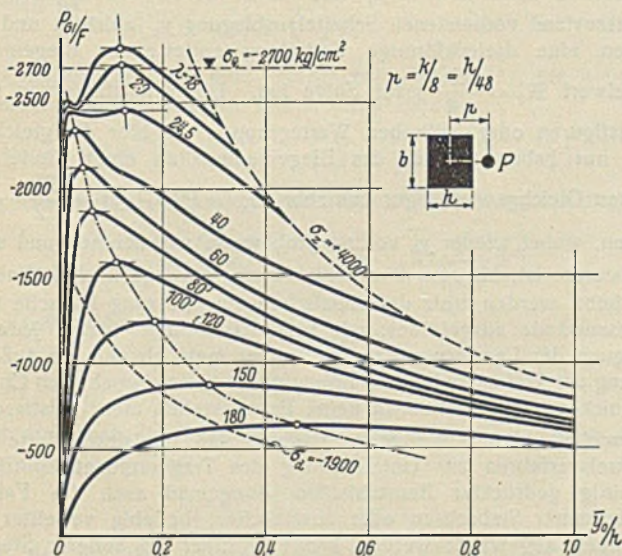


Bild 10.

des „Knickens“ nimmt mit anwachsendem Hebelmaß und anwachsendem Schlankheitsgrad, wie Bild 9 und 10 zeigt, immer mehr ab; am deutlichsten kommt der Widerstandsabfall nach Erreichen der Traggrenze (sofern wir die Ausbiegung auf h und nicht auf die Stablänge beziehen)

im Falle sehr kleiner Hebelmaße bei Schlankheitsgraden von etwa $\lambda = 40 \rightarrow 100$ zum Ausdruck (Bild 10)²⁰⁾.

Greift die Druckkraft mit einem extrem kleinen Hebelmaß $p/k < 1/8$ an, dann macht sich, wie wir im II. Abschnitt geschildert haben, der Einfluß des linearen Entlastungsgesetzes im Spannungsbild immer mehr bemerkbar und die Lastkurvenschar schmiegt sich immer mehr der Schar in Bild 11 an, die für ideal zentrischen Kraftangriff unter Berücksichtigung

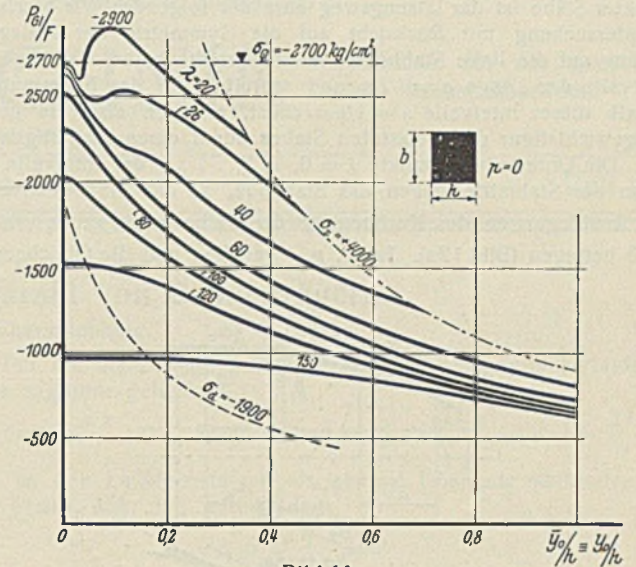


Bild 11.

sichtigung des Entlastungsgesetzes gefunden wurde. Die Kurven dieser Grenzchar gehen nicht vom Koordinatenursprung aus, sondern zweigen von der Ordinatenachse mit waagerechter Tangente in der Höhe der

Euler-Engesser-Kármánschen Knickspannung $\frac{P_{Gl}}{F} = \sigma_k = \frac{\pi^2 T}{\lambda^2}$

ab, wobei T den Knickmodul vorstellt; die Ordinatenachse bildet hier einen gleichberechtigten Ast der Kurvenschar. Das Gleichgewichtsproblem wird ein „Stabilitätsproblem mit Gleichgewichtsverzweigung“ (ein Knickproblem im alten Sinne des Wortes), während der außermittig gedrückte Baustahlstab im Falle nicht zu großer Angriffsexzentrizitäten ein „Stabilitätsproblem ohne Gleichgewichtsverzweigung“ lieferte; das Wort „Knicken“ ist bei dieser Terminologie mit Absicht vermieden und dient, wie es wohl die überwiegende Zahl der Ingenieure wünscht, einzig zur Beschreibung der typischen äußeren Erscheinung der Widerstandsüberwindung.

Ist der Schlankheitsgrad und das Hebelmaß sehr klein, dann kann das Lastkurven-Extrem zweiter Ordnung, das hier die Traggrenze bestimmt, auch oberhalb der Quetschgrenze des Baustahls liegen (Bild 10); der Stab vermag dann noch Lasten zu tragen, die größer als die Quetschlast $P_Q = \sigma_Q F$ sind. Auch im Falle des zentrischen Druckes können solche hoch liegenden Extreme zweiter Ordnung auftreten (Kurve $\lambda = 20$ in Bild 11); der Stab beginnt an der Verzweigungsstelle des Gleichgewichts (die dann mit Rücksicht auf die Kleinheit des Schlankheitsgrades schon knapp unterhalb der Quetschlast $P_Q = \sigma_Q F$ liegt) mit der Ausbiegung, erholt sich jedoch gleich wieder und vermag nun eine Laststeigerung zu ertragen, die über die Quetschlast bis zur Höhe des Maximums zweiter Ordnung führt. Die Tragfähigkeit erweist sich somit in diesen Ausnahmefällen größer als die Engesser-Kármánsche Knicklast, während bei allen mittelschlanken und schlanken Bauwerkstäben das Erreichen der Gleichgewichts-Verzweigungsstelle zugleich auch das Erreichen der Traggrenze bedeutet.

VIII. Näherungsweise Ermittlung der Tragfähigkeit mit Hilfe des Krümmungskreisverfahrens.

Der in den früheren Abschnitten geschilderten, theoretisch strengen Ermittlung der Gleichgewichtsfiguren und Lastkurvenextreme wollen wir in diesem Abschnitt ein Lösungsverfahren gegenüberstellen, das in ganz elementarer, übersichtlicher Weise baupraktisch brauchbare Nähe-

²⁰⁾ Es sei hier erwähnt, daß der dargestellte Verlauf der abfallenden Äste der Lastkurven insofern nur näherungsweise Gültigkeit besitzt, als im Stab durch das Absinken der Last P_{Gl} zonenweise Entlastungen unelastisch gestauchter Fasern auftreten können, die in den Spannungsbildern nicht berücksichtigt wurden. Die Untersuchung dieses Einflusses hat jedoch gezeigt, daß die dadurch bedingten Änderungen des Lastkurvenverlaufes in sehr kleinen, praktisch vernachlässigbaren Grenzen bleiben.

rungslösungen des Problems liefert und insofern als „konvergent“ bezeichnet werden darf, als die Abweichungen von den strengen Werten durch entsprechenden Arbeitsmehraufwand in beliebig engen Grenzen gehalten werden können. Das Verfahren, das an das bekannte Lord Kelvinsche Krümmungskreisverfahren anknüpft, wurde vom Verfasser zur Bestimmung der Engeßer-Kármánschen Knicklasten von Stäben mit veränderlichem Querschnitt angewandt und in dieser Zeitschrift (7, 1934, S. 121) geschildert. Bei der näherungsweise Berechnung außermittig gedrückter Stäbe ist der Lösungsweg kurz der folgende: Wir beschränken die Untersuchung mit Rücksicht auf die Symmetrie der Anlage und Belastung auf die linke Stabhälfte, teilen hier die halbe Stablänge $l/2$ in n Intervalle der Länge $a = l/2n$ und schreiben für das Krümmungsmaß innerhalb dieser Intervalle $\kappa = 1/\rho = \text{const.}$, ersetzen also die gesuchte Gleichgewichtsfigur des belasteten Stabes durch einen $2n$ -teiligen Korbog. Die Unterteilungspunkte $\zeta = 0, 1, 2, \dots, n$ der Intervalle zählen wir von der Stabmitte gegen das Stabende, so daß die effektiven seitlichen Ausbiegungen des Korbogens der Reihe nach $\bar{y}_0, \bar{y}_1, \dots, \bar{y}_n = 0$ betragen (Bild 12a). Ist P, p, l gegeben und die Gleichgewichts-

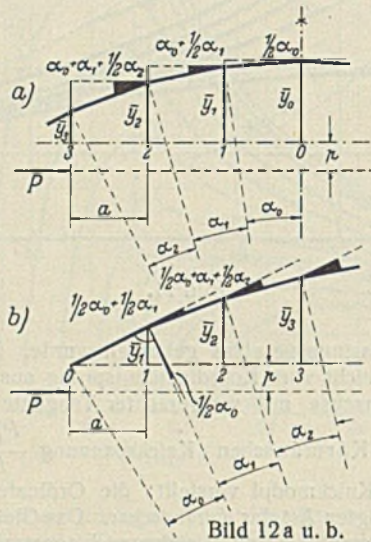


Bild 12a u. b.

figur gesucht, dann nehmen wir einen Wert \bar{y}_0 für die effektive Scheitel-
ausbiegung probeweise an, berechnen das Scheitelmoment $M_0 = P(p + \bar{y}_0)$
und entnehmen hierfür aus der „Kurve des inneren Widerstandes“, die der
vorhandenen mittleren Druckspannung P/F entspricht (Bild 4), das zugeord-
nete Maß der Achsenkrümmung κ_0 . Nach Bild 12a ist dann mit Rücksicht auf
die relative Kleinheit der Ausbiegungen $\bar{y}_1 = \bar{y}_0 - a \cdot \frac{\kappa_0}{2} = \bar{y}_0 - a^2 \cdot \frac{\kappa_0}{2}$
 $= \bar{y}_0 - a^2 c_0$, womit sich $M_1 = P(p + \bar{y}_1)$ und daher auch das Krümmungs-
maß κ_1 ergibt und die Ordinate

$$\bar{y}_2 = \bar{y}_1 - a \left(\kappa_0 + \frac{1}{2} \cdot \kappa_1 \right) = \bar{y}_1 - a^2 \left(c_0 + \frac{\kappa_0 + \kappa_1}{2} \right) = \bar{y}_1 - a^2 c_1$$

berechnet werden kann usw.; allgemein gilt hier die einfache Rekursions-
formel

$$\bar{y}_{\zeta+1} = \bar{y}_{\zeta} - a^2 \left(c_{\zeta-1} + \frac{\kappa_{\zeta-1} + \kappa_{\zeta}}{2} \right) = \bar{y}_{\zeta} - a^2 c_{\zeta}, \quad \zeta = 1, 2, 3, \dots, n,$$

mit deren Hilfe wir schließlich auf den Wert \bar{y}_n gelangen, der bei rich-
tiger Annahme von \bar{y}_0 verschwinden muß. Kommt $\bar{y}_n > 0$ heraus, dann
muß \bar{y}_0 vergrößert werden und kommt $\bar{y}_n < 0$ heraus, dann muß \bar{y}_0 kleiner
gewählt werden. Für praktische Zwecke reicht die Intervallzahl $n = 8$
vollkommen aus und nach der ersten oder zweiten Wiederholung der
Rechnung kann die Lösung schon durch einfache Interpolation bestimmt
werden.

Sind P und l gegeben und soll der kritische Gleichgewichtszustand
ermittelt werden, dann haben wir für anwachsende Werte \bar{y}_0 die dem
Gleichgewichtszustand zugeordneten Hebelarme p_{G1} aufzusuchen und die
Kurve $p_{G1} = f(\bar{y}_0)$ zu zeichnen; Ihre Extremstelle liefert das gesuchte
Wertepaar $(\bar{y}_0)_{kr}$ und p_{kr} . Besitzt der Stab z. B. rechteckigen Querschnitt
 $F = bh$ und gilt $P/bh = -1000 \text{ kg/cm}^2$, $\lambda = \frac{l}{h} \sqrt{12} = 64,7$ sowie das

Formänderungsgesetz Bild 1, dann wählen wir beispielsweise $\bar{y}_0/h = 0,16$
und suchen den zugehörigen Wert p_{G1} . Wir versuchen $p/h = 0,325$ und
gelangen mit Hilfe unserer Rekursionsformel ($n = 8$, also $a/h = 1,167$)
auf den Wert $y_8/h = -0,00027595 < 0$, wiederholen daher die Rechnung
mit $p/h = 0,324$ und finden dann nach einfacher Interpolation die Lösung

$(p/h)_{G1} = 0,3246$. In gleicher Weise erhalten wir für $\bar{y}_0/h = 0,17, 0,18,$
 $0,19, 0,20$ der Reihe nach $(p/h)_{G1} = 0,3265, 0,3274, 0,3259, 0,3226$ und

entnehmen aus diesem Verlauf, daß die Kurve $\left(\frac{p}{h}\right)_{G1} = f\left(\frac{\bar{y}_0}{h}\right)$ an der
Stelle $\left(\frac{\bar{y}_0}{h}\right)_{kr} = 0,18$, $\left(\frac{p}{h}\right)_{kr} = 0,3274$ ein ausgeprägtes Maximum auf-
weist und daß daher $p_{kr} = 0,3274h$ der größte noch ein Gleichgewicht
ermöglichende Angriffshebel der gegebenen Druckkraft ist; die Wertegruppe

$$\lambda = 64,7, \quad \frac{P}{F} = -1000 \text{ kg/cm}^2, \quad \frac{p}{h} = 0,3274, \quad \frac{\bar{y}_0}{h} = 0,18$$

legt somit den gesuchten kritischen Zustand fest. Würden wir die
Rechnung mit $n = 12$ oder $n = 16$ Intervallen durchführen, dann würden
wir mit entsprechend größerem Arbeitsaufwand die kritischen Hebelarme
 $p_{kr} = 0,3283h$ bzw. $0,3298h$ erhalten; die strenge Lösung beträgt
 $p_{kr} = 0,333h$ (vgl. den Abschnitt X), so daß die nach dem Krümmungs-
kreisverfahren erhaltenen Näherungswerte im Fall $n = 8, 12, 16$ bloß um
1,77 bzw. 1,34 bzw. 1,06 % kleiner als der genaue Wert sind.

Ist der Stabquerschnitt nicht konstant, dann sind die Werte der
mittleren Druckspannung $\sigma_0 = P/F$ (und auch die Querschnittshöhen h) in
den einzelnen Unterteilungspunkten $\zeta = 0, 1, 2, \dots, n$ verschieden groß,
so daß die Krümmungsmaße $\kappa_0, \kappa_1, \kappa_2, \dots$ aus verschiedenen „Kurven des
inneren Widerstandes“ entnommen werden müssen. Sind derartige Stäbe
bezüglich der Halbierenden der Stablänge unsymmetrisch ausgebildet,
dann müssen wir die Untersuchung auf die ganze Stablänge l erstrecken
und diese Stablänge in n gleich große Intervalle $a = l/n$ unterteilen.
Wir beginnen hierbei am linken Stabende mit der Zählung der Unter-
teilungsorte $\zeta = 0, 1, 2, \dots, n$ (Bild 12b) und legen die Gleich-
gewichtsfiguren durch die Größe \bar{y}_1 (Korbogennordinate am Ort „ $\zeta = 1$ “)
fest. Für einen probeweise angenommenen Wert \bar{y}_1 erhalten wir
 $M_1 = P(p + \bar{y}_1)$ und da auch $M_0 = Pp$ bekannt ist, können wir die
beiden Krümmungsmaße $\kappa_0 = \frac{\alpha_0}{a}$ und $\kappa_1 = \frac{\alpha_1}{a}$ aus den (den vorhandenen
mittleren Druckspannungen zugeordneten) „Kurven des inneren Wider-
standes“ entnehmen und nach Bild 12b unter Berücksichtigung der rela-
tiven Kleinheit der Ausbiegungen den Wert

$$\bar{y}_2 = \bar{y}_1 + a^2 \left(\frac{\bar{y}_1}{a^2} - \frac{\kappa_0 + \kappa_1}{2} \right) = \bar{y}_1 + a^2 c_1$$

berechnen; allgemein gilt hier die Rekursionsformel

$$\bar{y}_{\zeta+1} = \bar{y}_{\zeta} + a^2 \left(c_{\zeta-1} - \frac{\kappa_{\zeta-1} + \kappa_{\zeta}}{2} \right) = \bar{y}_{\zeta} + a^2 c_{\zeta}, \quad \zeta = 2, 3, \dots, n,$$

die auf $\bar{y}_n = 0$ führen muß, wenn die Größe \bar{y}_1 richtig angenommen
wurde.

Ist der symmetrisch ausgebildete Stab in seiner Mitte elastisch quer-
gestützt, wobei der Grad der Querstützung durch die Federkonstante (den
spezifischen Widerstand) $W \text{ kg/cm}$ gekennzeichnet wird, dann wirkt auf
den ausgebogenen Stab außer der exzentrischen Druckkraft noch die
querstützende Kraft $\mathfrak{B} = W\bar{y}_0$ ein, deren Größe von der im Gleich-
gewichtszustand vorhandenen Scheitelausbiegung \bar{y}_0 abhängt und deren
Auftreten eine dreieckförmige Verteilung entlastender Biegemomente
(Scheitelwert $\mathfrak{M}_0 = \frac{\mathfrak{B}l}{4}$) zur Folge hat. Die Ermittlung von Gleich-
gewichtsfiguren oder kritischen Wertegruppen ist hier die gleiche wie
früher, nur haben wir für das Biegemoment an einer Stelle x der
gesuchten Gleichgewichtsfigur nunmehr $M_x = P(p + \bar{y}) - \frac{Wx}{2} \cdot \bar{y}_0$ zu
schreiben, wobei wieder \bar{y}_0 vorerst probeweise anzunehmen und solange
zu verbessern ist, bis $\bar{y}_n = 0$ erhalten wird. Solange W verhältnismäßig
klein bleibt, werden trotz der elastischen Querstützung kritische Gleich-
gewichtszustände ausgebildet; mit anwachsendem W nimmt jedoch die
Ausprägung der Lastkurven-Extreme immer mehr ab und die äußere Er-
scheinung der Widerstandsüberwindung verliert immer mehr den Charakter
des „Knickens“, bis schließlich keine Extremstellen mehr existieren.

Abschließend sei hier noch erwähnt, daß das geschilderte Krüm-
mungskreisverfahren zur Untersuchung des Tragvermögens mittig oder
außermittig gedrückter Baustahlstäbe sinngemäß auch im Falle be-
liebig krummer Stabachsen oder zusätzlicher, beliebig verteilter Quer-
belastungen angewandt werden kann, worüber an anderer Stelle be-
richtet werden soll. (Schluß folgt.)

INHALT: Über Dauerversuche mit 1-Trägern aus St 37. — Die Fahnenmaste der Reichs-
parteilage in der Luitpoldarena zu Nürnberg. — Theorie des außermittig gedrückten Stabes aus
Baustahl. (Fortsetzung.)

Für die Schriftleitung verantwortlich: Geh. Regierungsrat Prof. A. Hertwig, Berlin-Charlottenburg.
Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W8.
Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.