

# DER STAHLBAU

Schriftleitung:

Dr.-Ing. A. Hertwig, Geh. Regierungsrat, Professor an der Technischen Hochschule Berlin, Berlin-Charlottenburg 2, Technische Hochschule  
Fernsprecher: C 1 Steinplatz 0011  
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61

Beilage  
zur Zeitschrift

## DIE BAUTECHNIK

Fachschrift für das ge-  
samte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

7. Jahrgang

BERLIN, 9. November 1934

Heft 23

Alle Rechte vorbehalten.

### Zur Berechnung der Eigenschwingungszahl von Balkenträgern.

Von Prof. Dr.-Ing. K. Pohl VDI, Charlottenburg.

Die Gleichung für freie, ungedämpfte Schwingungen eines stabförmigen Balkens lautet bekanntlich

$$EJ \cdot \frac{d^4 y}{dx^4} = \mu \omega^2 y,$$

worin  $y$  die Schwingungsamplitude,  $\omega$  die Kreisfrequenz,  $J$  das Trägheitsmoment des Stabes und  $\mu$  die Masse je Längeneinheit bedeuten.

Die Gleichung sagt aus, daß die Schwingungsordinaten  $y$  sich berechnen lassen als Durchbiegungen eines Balkens mit der stetigen Belastung  $\mu \omega^2 y$ , die selber wieder den Schwingungsordinaten verhältnismäßig ist. Es ist also auch hier das Verfahren der „schrittweisen Annäherung“ anwendbar, wie es zuerst Vianello für die Knickgleichung gezeigt hat<sup>1)</sup>. Es wird eine Biegelinie  $y$  von beliebigem Pfeil angenommen, die der zu erwartenden möglichst ähnlich ist; hierdurch ist die Belastung  $\mu \omega_1^2 y_1$  gegeben. Dann wird hierzu über das Moment die zweite Biegelinie  $y_{II}$  bestimmt. Es muß sich nun für jeden Punkt  $y_{II} = y_1$  ergeben, oder mit den Flächeninhalten  $F$  der Biegelinien  $F_{II} = F_1$ , hieraus erhält man den ersten Näherungswert  $\omega_1$  und kann nun das Verfahren mit der Belastung  $\mu \omega_{II}^2 y_{II}$  wiederholen<sup>2)</sup>. Bei Stäben mit veränderlichem Trägheitsmoment ist die zeichnerische Durchführung der Arbeit mit Seilpolygonen am Platze, wie Ehlers in der „Festschrift Wayss & Freytag“ an dem Beispiel eines Rahmenriegels (Turbinenfundament) zeigt.

Nachstehend soll gezeigt werden, daß sich nach diesem Verfahren auch leicht brauchbare Formeln für  $\omega$  ableiten lassen und daß es auch auf das Balkenfachwerk anwendbar ist.

1. Beim einfachen Balken mit der gleichmäßig verteilten Masse

$$\mu = \frac{q}{g} \quad (g = \text{Erdbeschleunigung})$$

nehmen wir als erste Biegelinie  $y_1$  eine Parabel vom Pfeil  $f$  an, der Flächeninhalt ist

$$F_1 = \frac{2}{3} \cdot f \cdot l.$$

Die Lastfläche ist dann eine Parabel vom Pfeil  $\mu \omega_1^2 f$ , die hierdurch entstehenden Biegemomente haben die Ordinaten

$$M_1 = \mu \omega_1^2 f \cdot \frac{l^2}{3} \cdot \omega_p'', \quad \left( \omega_p'' = \frac{x^4}{l^4} - \frac{2x^3}{l^3} + \frac{x}{l} \right).$$

Nach zweimaliger Integration erhält man die Gleichung der Biegelinie

$$y_{II} = \frac{\mu \omega_1^2 f}{90 EJ l^2} (3 l^5 x - 5 l^3 x^3 + 3 l x^5 - x^6).$$

Der Flächeninhalt ist  $F_{II} = \frac{17 \mu \omega_1^2 f l^5}{7 \cdot 12 \cdot 30 EJ}$ .

Aus  $F_{II} = F_1$  folgt  $\omega_1^2 = \frac{40 \cdot 42}{17 l^4} \cdot \frac{EJ}{\mu} = \frac{98,82}{l^4} \cdot \frac{EJ}{\mu}$ .

Wiederholt man die Rechnung mit der Belastung  $\mu \omega_{II}^2 y_{II}$ , so liefert der Vergleich  $F_{III} = F_{II}$ :

$$\omega_{II}^2 = \frac{97,424}{l^4} \cdot \frac{EJ}{\mu},$$

ein Wert, der mit der genauen Zahl  $\pi^4 = 97,409$  fast übereinstimmt. Praktisch hätte der Wert  $\omega_1$  schon genügt.

2. Symmetrischer durchlaufender Balken über drei Feldern (Bild 1). Spannweiten  $l_1$  und  $l$ , Trägheitsmomente  $J_1$  und  $J$ , Belastungen  $q_1$

und  $q$ . Für die erste Biegelinie sei diesmal eine stetig verlaufende Sinuslinie zugrunde gelegt.

$$y_1 = f \cdot \sin \frac{\pi x}{l}, \quad \text{Flächeninhalt} = f \int_0^l \sin \frac{\pi x}{l} \cdot dx = f \cdot \frac{2l}{\pi}.$$

Soll an den Zwischenstützen ein stetiger Übergang stattfinden, so muß der Pfeil  $f_1$  über den Seitenfeldern

$$f_1 = f \cdot \frac{l_1}{l} \text{ sein.}$$

Der Gesamtinhalt der ersten Fläche ist dann

$$F_1 = 2 f_1 \cdot 2 \cdot \frac{l_1}{\pi} + f \cdot \frac{2l}{\pi} = \frac{2fl}{\pi} (1 + 2\alpha^2),$$

wenn wir das Verhältnis der Spannweiten

$$l_1 : l = \alpha \text{ einführen.}$$

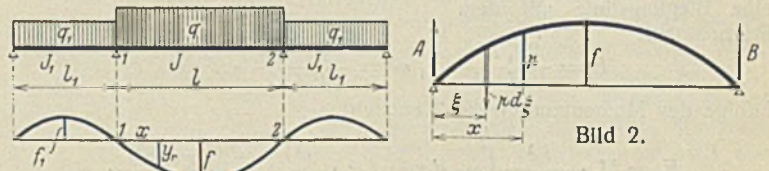


Bild 1.

Bild 2.

Belastet man einen einfachen Balken mit einer solchen sinusförmigen Belastung  $p = f \cdot \sin \frac{\pi x}{l}$ , so ist die Gesamtlast

$$\int_0^l p dx = f \cdot \frac{2l}{\pi},$$

die Auflagerkräfte sind

$$A = B = \frac{fl}{\pi}$$

und das Biegemoment

$$M_x = Ax - \int_0^x p d\xi (x - \xi) = f \cdot \frac{l^2}{\pi^2} \cdot \sin \frac{\pi x}{l},$$

das Moment ist also der Belastung proportional (Bild 2).

Der Inhalt der Momentenfläche ist

$$F_M = f \cdot \frac{l^2}{\pi^2} \cdot \frac{2l}{\pi} = 2f \cdot \frac{l^3}{\pi^3}.$$

Um die Durchbiegung zu erhalten, nehmen wir  $M$  als Lastordinate an und wiederholen die Rechnung. Da  $f(x)$  sich nicht geändert hat, braucht man das Ergebnis für  $M$  nur mit  $\frac{l^2}{\pi^2} \cdot \frac{1}{EJ}$  zu multiplizieren, um  $y$  zu erhalten:

$$y = \frac{f l^4}{EJ \pi^4} \cdot \sin \frac{\pi x}{l},$$

der Inhalt der Biegefläche ist

$$F_y = \frac{f l^4}{EJ \pi^4} \cdot \frac{2l}{\pi} = 2f \cdot \frac{l^5}{EJ \pi^5}.$$

Multipliziert man die Lastordinaten  $p = f \sin \frac{\pi x}{l}$  noch mit  $\mu \omega^2$ , so ergibt sich als zweite Biegefläche

$$F_{II} = \frac{2fl^5}{EJ \pi^5} \cdot \mu \omega^2,$$

aus  $F_1 = F_{II}$  oder

$$f \cdot \frac{2l}{\pi} = \frac{2fl^5}{EJ \pi^5} \cdot \mu \omega^2$$

erhält man sofort den endgültigen Wert für die Kreisfrequenz beim einfachen Balken

$$\omega^2 = \frac{\pi^4 EJ}{\mu l^4}.$$

<sup>1)</sup> Vianello, Z. d. Vdl 1898; Pohl, Stahlbau 1933.

<sup>2)</sup> Hohenemser-Prager, Dynamik der Stabwerke, S. 53.

In unserm Falle des durchlaufenden Balkens sind die Lastordinaten im Mittelfeld

$$\mu \omega^2 f \cdot \sin \frac{\pi x}{l}$$

und in den Seitenfeldern  $-\mu_1 \omega^2 f_1 \cdot \sin \frac{\pi x}{l_1}$  negativ, weil aufwärts gerichtet.

Im statisch bestimmten Hauptsystem ( $M_1 = M_2 = 0$ ) entstehen die  $M_0$ -flächen:

Mittelfeld:  $M_0 = f \cdot \frac{l^2}{\pi^2} \cdot \sin \frac{\pi x}{l} \cdot \mu \omega^2, \quad F_0 = 2f \cdot \frac{l^3}{\pi^3} \cdot \mu \omega^2,$

Seitenfelder:  $M_0 = -f_1 \cdot \frac{l_1^2}{\pi^2} \cdot \sin \frac{\pi x}{l_1} \cdot \mu_1 \omega^2, \quad F_0 = 2f_1 \cdot \frac{l_1^3}{\pi^3} \cdot \mu_1 \omega^2.$

Für die Stützenmomente des symmetrischen durchlaufenden Balkens gelten die Formeln:

$$M_1 = \frac{2N_1(l+l_1) - N_2 l}{(l+2l_1')(3l+2l_1')},$$

$$M_2 = \frac{-N_1 l + 2N_2(l+l_1)}{(l+2l_1')(3l+2l_1')},$$

hierin ist  $l_1' = l_1 \cdot \frac{J}{J_1}, \quad N_1 = -6 \cdot \frac{L_1}{l_1} - 6 \cdot \frac{R_2}{l_2},$  entsprechend  $N_2,$   $L$  und  $R$  sind die statischen Momente der  $M_0$ -flächen.

Bei symmetrischer Belastung wird  $N_1 = N_2 = N$  und

$$M_1 = M_2 = \frac{N}{3l+2l_1'}$$

$$N = -\frac{6}{l_1} \left( -2 \frac{f_1 l_1^3}{\pi^3} \cdot \mu_1 \omega^2 \right) \frac{l_1}{2} - \frac{6}{l} \cdot \frac{2fl^3}{\pi^3} \cdot \mu \omega^2 \cdot \frac{l}{2}$$

$$= -6 \cdot \frac{fl^3 \mu \omega^2}{\pi^3} (1 - \epsilon \alpha^4),$$

worin  $\epsilon = \mu_1 : \mu = q_1 : q.$

$$M_1 = -\frac{6fl^2 \mu \omega^2}{\pi^3} \cdot \frac{(1 - \epsilon \alpha^4)}{3 + 2\alpha x}, \quad x = \frac{J}{J_1}.$$

Bild 3 zeigt die Momentenfläche; es lassen sich nun zu den Lastflächen 1 bis 4 die Biegungsflächen berechnen.

Zur Lastfläche 1 gehört eine Biegungsfläche mit dem Flächeninhalt

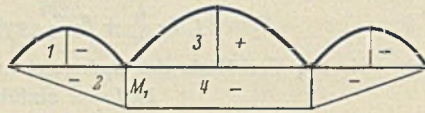


Bild 3.

$$F_1 = \frac{2f_1 l_1^5}{E J_1 \pi^5} \cdot \mu_1 \omega^2 = \frac{2fl^5 \mu \omega^2}{E J \pi^5} \cdot \alpha^6 \epsilon x.$$

Infolge des Momentendreiecks 2 entsteht

$$F_2 = M_1 \cdot \frac{l_1^2}{6EJ_1} \int_0^{l_1} \omega_D dx = fl^5 \cdot \frac{\alpha^3 x \mu \omega^2 (1 - \epsilon \alpha^4)}{4\pi^3 EJ (3 + 2\alpha x)}.$$

In der Mittelöffnung wird  $F_3 = \frac{2fl^5}{EJ\pi^5} \cdot \mu \omega^2$

und  $F_4 = \frac{M_1 l^2}{EJ2} \int_0^l \omega_R dx = \frac{fl^5 \mu \omega^2 (1 - \epsilon \alpha^4)}{2\pi^3 EJ (3 + 2\alpha x)}.$

Die gesamte Biegungsfläche ist

$$F_{II} = \frac{fl^5 \mu \omega^2}{\pi^3 EJ} \left[ \frac{2}{\pi^2} (1 + 2\alpha^6 \epsilon x) - \frac{(1 - \alpha^4 \epsilon)(1 - \alpha^3 x)}{2(3 + 2\alpha x)} \right].$$

Setzt man diesen Wert  $F_1 = \frac{2fl}{\pi} (1 + 2\alpha^2),$  so erhält man den ersten Näherungswert

$$\omega_1^2 = \frac{\pi^4 EJ}{\mu l^4} \cdot \frac{(1 + 2\alpha^2)}{\left[ 1 + 2\alpha^6 \epsilon x - \frac{(1 - \alpha^4 \epsilon)(1 - \alpha^3 x)}{4(3 + 2\alpha x)} \right]}$$

Für das Beispiel im Buche von Hohensmser-Prager mit

$$x = 1 (J_1 = J), \quad \epsilon = 1 (q_1 = q) \text{ und } \alpha = \frac{2}{3}$$

erhält man

$$\omega_1 = \frac{14,68}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\mu}}$$

Der genaue Wert des Faktors lautet nach vorstehender Quelle 14 statt 14,68; mit Rücksicht auf die in Wirklichkeit vorhandenen Unregelmäßigkeiten in bezug auf die Verteilung der Trägheitsmomente und Massen wird man den Näherungswert noch als praktisch brauchbar bezeichnen dürfen.

Die Energiegleichung  $\omega^2 = g \cdot \frac{\int p dx y}{\int \mu dx y^2}$

liefert einen etwas besseren Näherungswert. Auch aus dieser Gleichung läßt sich eine Formel bilden, wenn man eine Biegungslinie  $y$  erzeugt, indem man die Mittelöffnung gleichmäßig mit  $p,$  die Seitenöffnungen ebenso mit  $p_1$  belastet, beide Belastungen zunächst abwärts,  $p_1 : p = \epsilon_1.$

Das Stützenmoment ist  $M_1 = -\frac{pl^2}{8} \cdot \gamma,$  worin

$$\gamma = \frac{2(1 + \epsilon_1 \alpha^3)}{3 + 2\alpha x}$$

Dann lautet die Formel für  $\omega^2:$

$$\omega^2 = \frac{g}{\mu} \cdot \frac{70 \cdot 24 EJ}{l^4} \cdot \gamma,$$

$$\frac{1}{5} (1 + 2\epsilon_1^2 \alpha^5 x) - \frac{\gamma}{4} (1 + \epsilon_1 \alpha^3 x)$$

$$\gamma = \frac{31}{9} (1 + 2\epsilon \epsilon_1^2 \alpha^5 x) - \frac{17}{2} \cdot \gamma (1 + \epsilon \epsilon_1 \alpha^7 x) + \frac{\gamma^2}{12} (63 + 32\epsilon \alpha^6 x^2)$$

Im vorigen Beispiel war  $\epsilon = 1, \quad x = 1, \quad \alpha = \frac{2}{3},$

zur Erzeugung der Biegelinie werde  $p_1 = -p$  angenommen, also aufwärts wirkend, dann ist  $\epsilon_1 = -1$  und es wird

$$\gamma = 0,12145, \quad \omega^2 = \frac{EJ}{\mu l^4} \cdot 70 \cdot 24 \cdot 0,12145 = 204 \cdot \frac{EJ}{\mu l^4},$$

$$\omega = \frac{14,28}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\mu}}$$

3. Fachwerkparallelträger. Wir wählen das mehrfach, zuerst von Bleich<sup>3)</sup> behandelte Beispiel; Bild 4 zeigt die Stabquerschnitte und Knotenlasten für den halben Träger. Die waagerechten Verschiebungskomponenten können außer acht bleiben, ferner wollen wir die Pfosten als starr annehmen, so daß die Biegungslinien beider Gurte gleich werden und die Knotenlasten

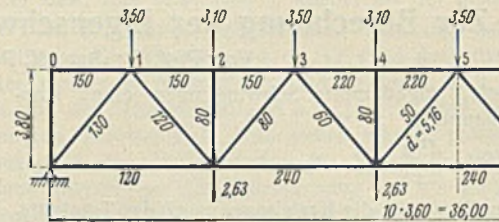


Bild 4.

sämtlich auf die Obergurtung gebracht werden können.

Als erste Biegungslinie wird eine Parabel von 1 m Pfeil angenommen, die Ordinaten sind dann

in	1	2	3	4	5
$y =$	0,36	0,64	0,84	0,96	1,00 m;

da die Feldweiten gleich sind, kann man hier den Inhalt der Biegungsfläche durch die Summe der Ordinaten ersetzen.

$$\sum_1^9 y = 6,60 \text{ m.}$$

Wir belasten nun das System mit den Knotenlasten  $\frac{P}{g} \cdot \omega^2 y;$  diese sind ohne den Faktor  $\omega^2 : g$

in	1	2	3	4	5
	1,260	3,667	2,940	5,501	3,500.

Hierdurch entstehen die Spannkkräfte in Spalte 4 und 9 der folgenden Zahlentafel.

Um die Biegungslinie für die Obergurtung eines Parallelträgers zu bestimmen, berechnen wir die  $\omega$ -Gewichte nach folgenden Formeln:

$$EF_c \cdot \frac{h}{a} \cdot \omega_r = -O_r \cdot 2 \cdot \frac{F_c}{F_{Or}} + D_r \left( \frac{d}{a} \right)^2 \frac{F_c}{F_{Dr}} + D_{r+1} \left( \frac{d}{a} \right)^2 \frac{F_c}{F_{D(r+1)}}$$

und

$$EF_c \cdot \frac{h}{a} \cdot \omega_r = +U_r \cdot 2 \cdot \frac{F_c}{F_{Ur}} - D_r \left( \frac{d}{a} \right)^2 \frac{F_c}{F_{Dr}} - D_{r+1} \left( \frac{d}{a} \right)^2 \frac{F_c}{F_{D(r+1)}}$$

je nachdem ein Obergurt- oder ein Untergurtstab dem Knoten  $r$  gegenüberliegt. Die folgende Zahlentafel enthält die Berechnung dieser Glieder mit  $F_c = 240 \text{ cm}^2.$

$$\frac{h}{a} = \frac{3,80}{3,60} = 1,05556, \quad \frac{d}{a} = \frac{5,16}{3,60} = 1,4333, \quad \left( \frac{d}{a} \right)^2 = 2,0544.$$

Stab	$x = \frac{F_c}{F}$	$2x$	$S$	$S2x$	Stab	$x = \frac{F_c}{F}$	$\left( \frac{d}{a} \right)^2 x$	$S$	$S \left( \frac{d}{a} \right)^2 x$
$U_1$	2,00	4,00	+ 14,32	+ 57,28	$D_1$	1,85	3,80	- 20,53	- 78,01
$O_2$	1,60	3,20	- 27,45	- 87,84	$D_2$	2,00	4,11	+ 18,82	+ 77,35
$U_3$	1,00	2,00	+ 37,11	+ 74,22	$D_3$	3,00	6,16	- 13,84	- 85,25
$O_4$	1,09	2,18	- 43,98	- 95,88	$D_4$	4,00	8,22	+ 9,85	+ 80,97
$U_5$	1,00	2,00	+ 45,63	+ 91,26	$D_5$	4,80	9,86	- 2,38	- 23,47

In der nachfolgenden Zahlentafel sind zunächst die Gewichte  $EF_c \omega \cdot \frac{h}{a}$  berechnet, der Auflagerdruck ist

$$\mathcal{Q} = 379,76 + \frac{1}{2} \cdot 138,20 = 448,86.$$

Nach Berechnung der Querkkräfte  $\mathcal{Q}$  erhält man die Momente  $\mathcal{M} : a.$  Die Biegungsordinaten sind dann

$$y_{II} = \frac{\mathcal{M}}{a} \cdot a \cdot \frac{1}{h} \cdot \frac{1}{EF_c}, \text{ hierzu der Faktor } \frac{\omega^2}{g}.$$

<sup>3)</sup> Bleich, Theorie der Brücken, S. 70.

		$\Sigma$	$\Sigma : a$
1	$EF_c \cdot \frac{h}{a} \cdot w_1 = + 57,28 + 78,01 - 77,35 = + 57,94$	448,86	448,86
2	$EF_c \cdot \frac{h}{a} \cdot w_2 = + 87,84 + 77,35 - 85,25 = + 79,94$	390,92	839,78
3	$EF_c \cdot \frac{h}{a} \cdot w_3 = + 74,22 + 85,25 - 80,97 = + 78,50$	310,98	1150,76
4	$EF_c \cdot \frac{h}{a} \cdot w_4 = + 95,88 + 80,97 - 23,47 = + 163,38$	232,48	1383,24
5	$EF_c \cdot \frac{h}{a} \cdot w_5 = + 91,26 + 23,47 + 23,47 = + 138,20$	69,10	1452,34

$$\sum_1^9 \mathfrak{M} : a = 2 \cdot 3822,64 + 1452,34 = 9098.$$

$$\sum_1^9 y_{11} = \frac{\omega^2}{g} \cdot \frac{9098 \cdot a}{EF_c} \cdot \frac{a}{h} = \frac{\omega^2 \cdot 9098 \cdot 3,60}{9,81 \cdot 21\,500\,000 \cdot 0,0240 \cdot 1,0556} = 0,006\,130 \cdot \omega^2.$$

$\Sigma y_{11} = \Sigma y_1$  gibt

$$0,006\,130 \cdot \omega^2 = 6,60, \quad \omega^2 = 1076,67, \quad \omega = 32,8.$$

Dann ist die Schwingungsdauer

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \cdot 3,1416}{32,8} = 0,192,$$

und die Schwingungszahl  $\nu = 1 : 0,192 = 5,2$   
ein brauchbarer Näherungswert gegenüber dem genaueren Wert  $\nu = 5,07^a$ ).

## Der neue britische hochwertige Baustahl für Brücken und Stahlhochbauten.

Alle Rechte vorbehalten.

Von Baurat Dr.-Ing. Dr.-Ing. e.h.r. F. Bohny, Lindau i. B.

Die durch eine Königliche Verordnung eingesetzte Einrichtung der „British Standards Institution“ entspricht etwa unserem Deutschen Normenausschuß. Unter Nr. 548/1934 hat die Abteilung für Eisen und Stahl der Institution nun die Vorschriften — kurz B. S. S. genannt — herausgegeben für den britischen hochwertigen Baustahl. Die Veröffentlichung erfolgte am 14. Mai d. J.<sup>1)</sup> Damit sind die Engländer nunmehr den Vorbildern der Amerikaner und Deutschen gefolgt — etwas reichlich spät —, wobei sie sich hinsichtlich der Festigkeitswerte mehr an die amerikanischen Vorschriften für Siliciumstahl anlehnten. Im übrigen folgen die Vorschriften sichtlich unseren Vorschriften — den Vorschriften der Deutschen Reichsbahngesellschaft — für den Baustahl St 52. Viele Daten und Einzelangaben sind beinahe wörtlich unseren Vorschriften entnommen, wobei es als besonders wohlthuend empfunden wird, daß neben den englischen Tons und Zollmaßen überall die umgerechneten Werte in Kilo und Millimeter angegeben werden. Die Notwendigkeit der Schaffung des britischen Hochbaustahles wird im Vorwort kurz nur durch den Hinweis auf die sich steigende Tendenz auf Anwendung höherer Beanspruchungen der Baustähle und die dadurch erreichbare erhebliche Gewichtsersparnis begründet. Die bei uns vielfach erkannte bessere Bewältigung großer Stab- und Trägerquerschnitte mit Hilfe hochwertiger Stähle fehlt.

Die Herstellung des neuen Stahles wird völlig freigestellt, es kommt die Herstellung im Siemens-Martin-Ofen — sauer oder basisch — oder in der Bessemer Birne — in England nur sauer — nach Wahl und Einrichtung der Stahlwerke in Frage. Auch die Zusammensetzung des neuen Stahles ist, wie bei uns, freigestellt. Nur die Größtwerte für den Gehalt an Kohlenstoff, Schwefel, Phosphor und Kupfer sind vorgeschrieben, wobei die Beigabe des Kupfers jedoch ganz dem Besteller überlassen sein soll. Die Größtwerte sollen sein:

- an Kohlenstoff 0,30 % für den normalen Walzstahl,
- „ Kohlenstoff 0,25 % für den Nietstahl,
- „ Schwefel und Phosphor je 0,05 %,
- „ Kupfer bis zu 0,6 % mit der obigen Erweiterung.

Die Festigkeitswerte des neuen Stahles sind wie folgt festgesetzt:

- a) für Winkel- und Stabprofile, für I-Profile, C-Profile und Bleche  
Bruchspannung 58,26 bis 67,72 kg/mm<sup>2</sup>.

Die Spannung an der Fließgrenze — Streckgrenze — soll mindestens sein:

bei $\frac{1}{4}$ '' bis $1\frac{1}{4}$ '' = 6,35 bis 31,75 mm Dicke der Profile = 36,22 kg/mm <sup>2</sup>
„ $1\frac{1}{4}$ '' „ $1\frac{3}{4}$ '' = 31,75 „ 44,45 „ „ „ = 34,65 „
„ $1\frac{3}{4}$ '' „ $2\frac{1}{4}$ '' = 44,45 „ 57,15 „ „ „ = 33,07 „
„ $2\frac{1}{4}$ '' „ $2\frac{3}{4}$ '' = 57,15 „ 69,85 „ „ „ = 31,50 „
„ über $2\frac{3}{4}$ '' = 69,85 „ „ „ = 29,92 „

Die Bruchdehnung am Normalstab — Meßlänge 8'' = 203,20 mm — soll mindestens sein:

- bei Proben von 9,53 mm und dicker = 18 %,
- bei Proben von unter 9,53 mm Dicke = 14 %;

bis zu 12'' = 305 mm Höhe	$\frac{1}{8}$ '' = 3,18 mm nach oben und $\frac{1}{32}$ '' = 0,79 mm nach unten
von über 12 bis 16'' = 305 bis 406 „ „	$\frac{5}{32}$ '' = 3,97 „ „ „ $\frac{1}{16}$ '' = 1,59 „ „ „
„ „ 16 „ 24'' = 406 „ 610 „ „	$\frac{3}{16}$ '' = 4,76 „ „ „ $\frac{1}{16}$ '' = 1,59 „ „ „

- b) für Rund- und Quadratstahl  
Bruchspannung . . . wie bei a).

<sup>1)</sup> „British Standard Specification for High Tensile Structural Steel“ for Bridges etc., London, Mai 1934.

Die Spannung an der Fließgrenze soll mindestens sein:

bis 1'' =	25,40 $\phi$ oder Quadratseite der Stäbe = 36,22	kg/mm <sup>2</sup>
bei 1'' „ $1\frac{1}{2}$ '' = 25,40 bis 38,10 $\phi$ „ „ „	34,65	
„ $1\frac{1}{2}$ '' „ 2'' = 38,10 „ 50,80 $\phi$ „ „ „	33,07	
„ 2'' „ $2\frac{1}{2}$ '' = 50,80 „ 63,50 $\phi$ „ „ „	31,50	
„ über $2\frac{1}{2}$ '' = 63,50 $\phi$ „ „ „	29,92	

Die Bruchdehnung am Rundstabe — Meßlänge mindestens das 8fache des Durchmessers — soll mindestens sein:

- bei Proben von 9,53 mm und mehr  $\phi = 18 \%$ ,
- bei Proben von unter 9,53 mm  $\phi = 14 \%$ .

Wie aus a) und b) hervorgeht, ist bei der Fließgrenze eine große Staffelung der Mindestwerte in Abhängigkeit von der Dicke bzw. dem Durchmesser der Profile und Stäbe vorgesehen, was auf eine gründliche Erprobung dieser wichtigen Frage schließen läßt.

c) für Nietstahl

Bruchspannung 47,24 bis 55,10 kg/mm<sup>2</sup>.

Die Bruchdehnung soll mindestens 22 % betragen.

Bei der Kaltbiegeprobe sollen ohne Bruch Schleifen erreicht werden, deren innerer Radius die  $1\frac{1}{2}$ fache Größe der Probedicke beträgt. Dabei sind die Proben an ihren Ecken und Kanten bestens abzurunden. Bei Rundstahlproben von 1'' = 25,4 mm  $\phi$  und geringer soll die Schleife nur einen Radius gleich der einfachen Stärke des Probestabes erreichen. Nietstähle sollen sich völlig flach zusammenschlagen lassen — eine sehr scharfe Probe. Die Stauchprobe des Nietstahles im rotwarmen Zustande ist wie bei uns vorgesehen, indem Stücke von der doppelten Länge des Durchmessers ohne Bruch auf Durchmesserstärke zusammengestaucht werden sollen.

Von jeder Schmelzung ist dem Besteller oder dessen mit der Abnahme beauftragten Vertreter — in England immer „the Engineer“ genannt — auf Wunsch die chemische Analyse auszuhändigen zur Durchsicht und gegebenenfalls zum Vergleich bei Kontrolluntersuchungen an anderer Stelle als im Laboratorium des Stahlwerkes.

Die Sorge um Verwechslungen des neuen Stahles im Stahlwerk, beim Walzen und in der Brückenbauanstalt haben in den Vorschriften eingehende Maßnahmen für die Kennzeichnung des Stahles veranlaßt, und schon im Vorwort der neuen B.S.S. wird eindringlich darauf hingewiesen. Jedes Stahlstück, beginnend vom Block im Stahlwerk, soll auf seinem ganzen Wege bis zum fertigen Walzstab und Blech so gezeichnet werden, daß die Schmelznummer noch festgestellt werden kann. Außerdem sollen die fertigen Teile den charakteristischen Werksnamen und die Buchstaben H. T. — High Tensile — erhalten, letztere und die Schmelznummer bestens mit Aluminiumfarbe unterstrichen oder umringt. Ein mindestens  $\frac{1}{2}$ '' breiter Strich aus derselben Farbe soll jeden Stab auf volle Länge durchziehen, die Bleche über die Diagonale. Kleine Profile sind sorgfältig zu bündeln und in gleicher Weise zu bezeichnen.

Die neuen B.S.S. enthalten dann noch die Vorschriften über die Zahl der gestatteten Proben, den Ersatz bei einer Fehlprobe, die Ermittlung der Gewichte, die Toleranzen bei den Abmessungen und Gewichten usw. Bei den Toleranzen der Profilabmessungen interessieren vielleicht die der Träger und I-Profile. Die Abweichungen von den genauen Maßen in der Höhe nach oben oder unten dürfen sein:

Soweit die neuen B. S. S. Die Vorschriften über die zulässigen Beanspruchungen des neuen britischen Stahles sind noch nicht erschienen. Erst dann wird es möglich sein, einen endgültigen Vergleich mit den Vorschriften über den deutschen St 52 zu ziehen und ein Urteil über die wirtschaftlichen Vorteile des Stahles — worauf es zunächst hauptsächlich ankommt — zu fällen.

Alle Rechte vorbehalten.

## Theorie des außermittig gedrückten Stabes aus Baustahl.

Von Prof. Dr.-Ing. Ernst Chwalla, Brünn.

(Schluß aus Heft 22.)

### IX. Vergleichende Darstellung des Tragverhaltens außermittig gedrückter Stäbe.

Um die kennzeichnenden Eigenschaften der im VI. und VII. Abschnitt gefundenen Lösung des Gleichgewichtsproblems außermittig gedrückter Baustahlstäbe deutlich vor Augen führen zu können, wollen wir uns eines elementaren Gleichnisses aus der Punktmechanik bedienen. Ist die Lastkurve  $P_{GI} = \psi(y_0)$  gegeben, dann können wir auf Grund einer einfachen Überlegung den typischen Verlauf der Bahnkurven  $A = \psi(y_0)$  skizzieren, die der Schwerpunkt einer kleinen Kugel vom Gewicht „Eins“ beschreiben muß, damit die Arbeit zur seitlichen Verschiebung  $y_0$  der Kugel ebenso groß wird wie die Arbeit, die theoretisch aufgewendet werden muß, um dem mit einer Last  $P$  belasteten Druckstab die seitliche Scheitelausbiegung  $y_0$  zu erteilen<sup>21)</sup>. Zur Ermöglichung dieses einfachen Gleichnisses müssen wir allerdings einschränkend voraussetzen, daß der belastete Stab im Zuge der Erzwingung der Scheitelausbiegung  $y_0$  die Serie aufeinanderfolgender Gleichgewichtsfiguren durchläuft; nur in diesem einschränkenden Sinne gleicht das Verhalten der Kugel dem Verhalten des belasteten Stabes bei seitlichen Verschiebungen (Scheitelausbiegungen)  $y_0$ .

In Bild 13a sind die Kugelbahnen, die einem zentrisch gedrückten, geraden Stab aus Hookeschem Idealmaterial entsprechen, ihrem kennzeichnenden Verlaufe nach skizziert, wobei für die Druckkraft zuerst  $P < P_k$ , dann  $P = P_k$  und schließlich  $P > P_k$  gewählt wurde ( $P_k$  bedeutet hier die Eulersche Knicklast). Wir erkennen, daß im Fall  $P < P_k$  bloß eine einzige Ruhelage an der Stelle  $y_0 = y_0 = 0$  existiert, die als „unbeschränkt stabil“ bezeichnet werden darf, da für jede unendlich kleine (es ist offenbar  $\delta A = 0, \delta^2 A > 0$ ) und auch für jede endlich große störende Verschiebung der Kugel ein positiver Arbeitsaufwand  $A$  erforderlich wird. Im Fall  $P = P_k$  gibt es am Orte  $y_0 = 0$  zwei unmittelbar benachbart liegende Ruhelagen, so daß die Gleichgewichtslage  $y_0 = 0$  hinsichtlich einer unendlich kleinen Verschiebung als „indifferent“ (es ist  $\delta A = 0, \delta^2 A = 0$ <sup>22)</sup>), hinsichtlich einer endlich großen Verschiebung jedoch wegen des positiven Arbeitsaufwandes als „stabil“ bezeichnet werden muß. Im Fall  $P > P_k$  existieren in der untersuchten Verschiebungsrichtung zwei Ruhelagen, eine bei  $y_0 = 0$  und eine bei  $y_0 = c_1$ ; die erste ist „labil“ ( $\delta A = 0, \delta^2 A < 0$ ), die zweite „stabil“.

Ist der zentrisch gedrückte Stab nicht aus einem Hookeschen Idealmaterial, sondern aus Baustahl ausgeführt, dann bedeutet  $P_k$  die Euler-Engesser-Kármánsche Knicklast und die Kugelbahnen nehmen, sofern wir Stäbe extrem kleinen Schlankheitsgrades hier ausschließen, die in Bild 13b gezeichneten Formen an. Im Fall  $P < P_k$  sind, bezogen auf die untersuchte Verschiebungsrichtung, zwei Ruhelagen der Kugel vorhanden, eine an der Stelle  $y_0 = y_0 = 0$  und eine bei  $y_0 = c_2$ . Die erste ist hinsichtlich einer unendlich kleinen, störenden Verschiebung „stabil“ (es ist  $\delta A = 0, \delta^2 A > 0$ ), muß jedoch, wenn wir die Überprüfung auf beliebig endlich große Störungen ausdehnen, als „beschränkt stabil“ bezeichnet werden, da die Kugel zum endgültigen Abrollen kommt („Zusammenbruch“ des Stabes), wenn die störende Verschiebung den Wert  $c_2$  erreicht; die Größe  $c_2$  oder die Störungsarbeit  $A_2$ , die zu dieser Verschiebung erforderlich ist, kann als „Stabilitätsmaß“ der Gleichgewichtslage  $y_0 = 0$  dienen. Je mehr sich  $P$  dem Wert  $P_k$  nähert, um so kleiner wird dieses Stabilitätsmaß, so daß schließlich schon ganz geringe Störungen (wie sie bei den im Tragwerk eingebauten Druckstäben z. B. durch Schwingungen usw. zustande kommen können) genügen, um den Zusammenbruch des belasteten Stabes zu bewirken. Im Fall  $P = P_k$  gibt es bei  $y_0 = 0$  zwei unmittelbar benachbarte Ruhelagen der Kugel, von

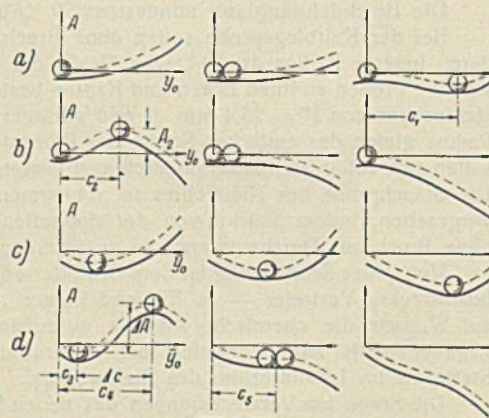


Bild 13.

denen die erste hinsichtlich einer unendlich kleinen Verschiebung „indifferent“ ( $\delta A = \delta^2 A = 0$ ) und die zweite „labil“ ist, so daß das Erreichen dieses Zustandes die Einleitung des Zusammenbruchs bedeutet. Im Fall  $P > P_k$  existiert einzig die labile Gleichgewichtslage  $y_0 = 0$ , die mit Rücksicht auf die idealisierenden Voraussetzungen der Theorie den Gleichgewichtsbedingungen zwar Genüge leistet, aber praktisch nicht dauernd realisierbar ist.

Besteht der untersuchte Stab aus einem Hookeschen Idealmaterial und greift die Druckkraft  $P$  außermittig an, dann liegt ein Spannungsproblem vor, das nach der Theorie 2. Ordnung (d. h. mit Berücksichtigung des Einflusses der Formänderung auf das Kräftespiel) zu lösen ist. Die Lastkurve  $P_{GI} = \psi(y_0)$  weist hier einen Wendepunkt auf, der die Ordinate  $P'$  besitzen möge und dadurch gekennzeichnet sei, daß die Neigung der Kurventangente hier ein Minimum wird. In Bild 13c sind die Kugelbahnen für die Fälle  $P \leq P'$  dargestellt. Sie lassen erkennen, daß hier stets nur eine einzige Ruhelage existiert, daß also die Lösung des Gleichgewichtsproblems hier immer eindeutig bleibt; diese einzig vorhandenen Ruhelagen sind „unbeschränkt stabil“, bloß der „Grad“ der Stabilität (die Neigung der Bahnkurven beiderseits des Tiefpunktes) ist verschieden.

Wird der außermittig gedrückte Stab aus Baustahl hergestellt, dann existiert, wie wir im VI. Abschnitt gezeigt haben, ein kritischer Lastwert  $P_{kr}$ , der das Tragvermögen nach oben begrenzt. Das Kugelgleichnis liefert hier für die drei Fälle  $P \leq P_{kr}$  die in Bild 13d dargestellten Bahnkurven. Im Fall  $P < P_{kr}$  sind in der untersuchten Verschiebungsrichtung zwei Gleichgewichtslagen, eine bei  $y_0 = c_3$  und eine bei  $y_0 = c_4$  vorhanden. Die erstere ist „stabil“ (es ist offenbar  $\delta A = 0, \delta^2 A > 0$ ), doch müssen wir sie, wenn wir die Überprüfung des Gleichgewichts wieder auf endlich große störende Verschiebungen ausdehnen, als „beschränkt stabil“ bezeichnen; denn nach einer störenden Verschiebung  $\Delta c = c_3 - c_4$  wird die labile Gleichgewichtslage erreicht und damit das endgültige Abrollen der Kugel eingeleitet. Die Größe  $\Delta c$  und die Größe  $\Delta A$  der erforderlichen Störungsarbeit können wieder als „Stabilitätsmaße“ der Gleichgewichtslage in  $y_0 = c_3$  bezeichnet werden. Je mehr sich  $P$  dem kritischen Wert  $P_{kr}$  nähert, um so näher rücken die beiden möglichen Gleichgewichtslagen gegeneinander und um so kleiner wird das Stabilitätsmaß, so daß schließlich schon kleine Störungen, wie sie im Tragwerk durch Schwingungen usw. zustande kommen können, ausreichen, um den Zusammenbruch des belasteten Stabes herbeizuführen. Im Grenzfall  $P = P_{kr}$  liegen beide Ruhelagen an der Stelle  $y_0 = c_3$  unmittelbar benachbart; die erste ist hinsichtlich einer unendlich kleinen Vergrößerung der Verschiebung „indifferent“ ( $\delta A = \delta^2 A = 0$ ), die zweite ist „labil“. Ebenso wie die vom Ort  $y_0 = 0$  abrollende Kugel über die Stelle  $y_0 = c_3$  hinwegrollt, würde auch der Druckstab, wenn die Last  $P_{kr}$  auf den (vorerst gestützten) Stab unmittelbar in voller Größe aufgebracht werden würde, bei Erreichen der Scheitelausbiegung  $y_0 = c_3$  nicht zur Ruhe kommen; eine Realisierung der „kritischen“ Gleichgewichtsfigur wäre theoretisch nur bei unendlich langsamer Laststeigerung möglich. Im Fall  $P > P_{kr}$  weist die Kugelbahn keine Stelle mit waagerechter Bahntangente ( $\delta A = 0$ ) auf, so daß keine Ruhelage der Kugel existiert.

Aus dem Vergleich der Bilder 13a, b und 13c, d kann auf die grundlegende Bedeutung geschlossen werden, die dem Formänderungsgesetz im Rahmen des Gleichgewichtsproblems gedrückter Stäbe zukommt.

### X. Darstellung der Tragfähigkeit gedrückter Stäbe aus Baustahl.

Ist die Schar der „Kurven der Gleichgewichtszustände“ für eine ausreichende Zahl von Werten der mittleren Druckspannung  $\sigma_0 = P/F$  ermittelt und sind aus diesen Kurvenscharen die den Extremen erster und zweiter Ordnung zugeordneten, die „kritischen Gleichgewichtszustände“ festlegenden Wertegruppen  $\lambda, \sigma_0, \frac{P}{k}, \frac{y_0}{h}$  entnommen worden, dann können wir das Tragvermögen der untersuchten Stäbe in Übereinstimmung mit Koechlin<sup>2)</sup>, Ros-Brunner<sup>5)</sup> und Westergaard-Osgood<sup>7)</sup> durch die nach dem Parameter  $p/k$  geordnete Schar der Kurven  $\sigma_0 = \sigma_{kr} = F(\lambda)$  darstellen (Bild 14); die im kritischen Zustand auftretende Scheitelausbiegung  $y_0$  bleibt hierbei, da sie baupraktisch jeden Interesses entbehrt, außer Betracht. Bild 14 bezieht sich auf den „Normalfall“ beiderseits gelenkiger Lagerung, beiderseits gleicher Angriffshebel sowie rechteckiger Stabquerschnitte und setzt das Formänderungsgesetz (Bild 1) voraus. Bild 8 liefert zu diesem Diagramm alle auf der waagerechten Geraden  $\sigma_{kr} = -1500 \text{ kg/cm}^2$  liegenden Kurvenpunkte und legt die Abszissen dieser Punkte für  $p/k = 0,125$ ,

<sup>21)</sup> Vgl. die Anwendung dieses Kugelgleichnisses in einem anderen Fall bei E. Chwalla, Z. ang. Math. 13, 1933, S. 48.

<sup>22)</sup> Diese Beziehung dient bekanntlich als „Energiekriterium“ der Stabilitätsgrenze zentrisch gedrückter Stäbe.

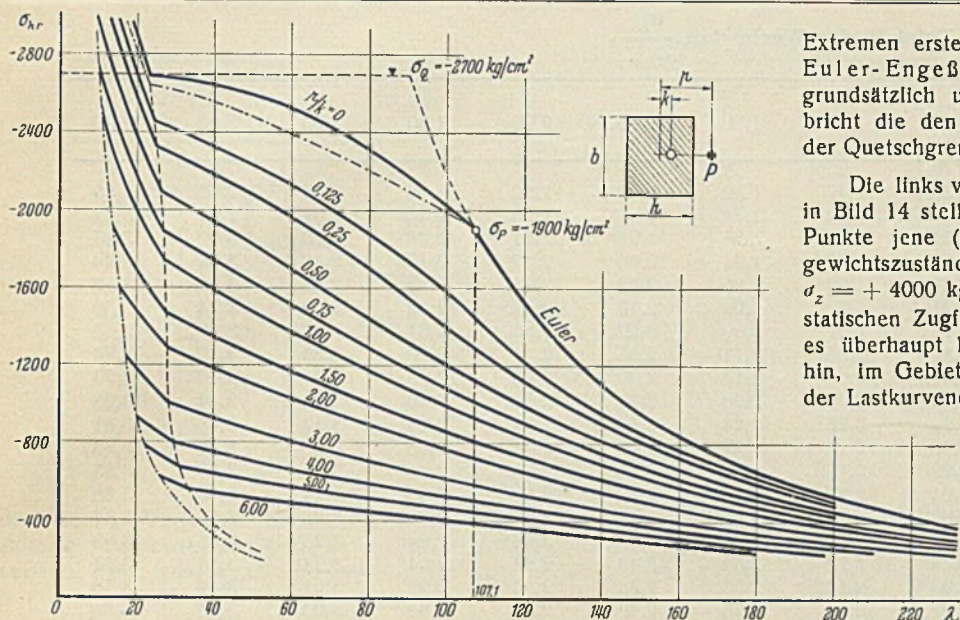


Bild 14.

0,25, 0,50, 0,75 ... der Reihe nach mit  $\lambda = \lambda_{kr} = 104,7, 93,6, 76,3, 62,5 \dots$  (Maximal-Ordinaten in Bild 8) fest. Im Fall  $p/k = 1,43$ ,  $\lambda = 27,5$  wurde in Bild 8 jener Grenzzustand erreicht, in welchem das Maximum erster Ordnung ebenso hoch gelegen ist wie das Maximum zweiter Ordnung; die Kurve  $\lambda_{kr} = \eta \left( \frac{p}{6k} \right) = \eta \left( \frac{p}{h} \right)$ , die in Bild 8 strichpunktiert eingetragen ist, weist an dieser Stelle eine Ecke auf, der nun in Bild 14 ein Punkt ( $\lambda = 27,5, \sigma_{kr} = -1500, \frac{p}{k} = 1,43$ ) auf der gestrichelt gezeichneten „Grenzlinie der Extreme erster und zweiter Ordnung“ entspricht. Durch diese Grenzlinie wird in Bild 14 der Bereich, in dem die Lastkurvenextreme erster Ordnung für die Tragfähigkeit maßgebend sind, von dem Bereich geschieden, in welchem die schwach ausgeprägten und schon nahe der „Grenze des Untersuchungsgebietes“ gelegenen Maxima zweiter Ordnung das Tragvermögen begrenzen. Während die den

Extremen erster Ordnung zugeordnete Schar grundsätzlich unterhalb der Euler-Engesser-Kármán'schen Knickspannungslinie und damit auch grundsätzlich unterhalb der Quetschgrenze des Baustahls bleibt, durchbricht die den Maxima zweiter Ordnung zugeordnete Schar das Niveau der Quetschgrenze  $\sigma_Q = -2700 \text{ kg/cm}^2$  und steigt steil aufwärts.

Die links von der gestrichelten Kurve liegende strichpunktierte Kurve in Bild 14 stellt die „Grenzlinie des Untersuchungsgebietes“ vor, deren Punkte jene (schon äußerst schwach ausgeprägten) kritischen Gleichgewichtszustände festlegen, in denen die größte Stabzugspannung den Wert  $\sigma_z = +4000 \text{ kg/cm}^2$  erreicht und damit in die unmittelbare Nähe der statischen Zugfestigkeit gelangt. Links außerhalb dieser Grenzlinie gibt es überhaupt keine Extremstellen der Lastkurven und auch nach unten hin, im Gebiet der großen  $p/k$  und kleinen  $\lambda$ , nimmt die Ausprägung der Lastkurvenextreme immer mehr ab (vgl. Bild 9,  $\lambda = 150$ ), so daß sich auch hier die äußere Erscheinung der Widerstandsüberwindung immer mehr der des Falles reiner Biegung nähert.

Nach oben ist die Kurvenschar (Bild 14) durch einen Linienzug begrenzt, der sich aus der Eulerschen Knickspannungshyperbel (nach Bild 1 ist hierbei  $E = 2,210\,000 \text{ kg/cm}^2$ ) und im Bereich  $\lambda < 107,1$  aus den beiden strichpunktiert gezeichneten Kurvenästen zusammensetzt; die letzteren besitzen keinerlei praktische Bedeutung, da sie ungeachtet des mittigen Kraftangriffes  $P/F > \sigma_p$  aus den „Grundkurven“ (IV. Abschnitt) abgeleitet wurden und daher an die Voraussetzung entlastungsfreier Normalspannungs-Verteilungen gebunden sind. Die Lösungskurve, die dem Fall des zentrischen Kraftangriffes zugeordnet und in Bild 14 mit „ $p/k = 0$ “ beschrieben ist, liegt isoliert außerhalb der dargestellten Schar, da zu ihrer Festlegung eine Normalspannungs-Verteilung in Rücksicht gezogen werden mußte, die auf der Biegezugseite dem Entlastungsgesetz unterliegt. Sie besteht im Bereich  $\lambda \geq \pi \sqrt{E/\sigma_p} = 107,1$  aus der Eulerschen Knickspannungshyperbel, im Bereich  $23,8 < \lambda < 107,1$  aus der Engesser-Kármán'schen Knickspannungslinie und im Bereich  $\lambda < 23,8$  aus dem steil aufwärts strebenden, den Lastkurven-Extremen zweiter Ordnung (vgl. Bild 11) zugeordneten Kurvenast. Der Punktbereich innerhalb der Kurven  $p/k = 0$  und  $p/k = 0,125$  gehört jenen kritischen Gleichgewichtszuständen zu, deren Ausbildung, wie wir im II. Abschnitt ge-

Tafel I der Werte  $\alpha = \frac{\sigma_{kr}}{\sigma_Q}$ .

$\lambda$	0,00	0,125	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00
20	1,074	1,002	0,953	0,870	0,796	0,731	0,675	0,627	0,585	0,548	0,483	0,428	0,382	0,344
25	0,993	0,908	861	791	722	663	612	569	533	502	446	396	353	318
30	990	895	844	763	692	631	579	536	501	470	416	367	329	297
35	985	879	825	740	669	608	558	517	484	454	402	355	318	287
40	978	863	806	717	647	587	538	499	468	439	389	344	308	278
45	970	846	787	694	625	566	519	482	452	424	376	333	299	270
50	960	828	767	671	603	546	501	465	436	409	363	323	291	263
55	948	809	746	648	581	526	483	449	421	395	351	313	283	256
60	934	788	724	625	559	507	466	433	406	381	339	303	275	249
65	918	766	701	602	537	488	449	417	391	367	327	293	267	242
70	900	743	677	579	515	469	432	402	377	354	316	284	259	236
75	880	719	652	556	494	450	415	387	363	341	305	275	251	230
80	858	694	626	533	474	432	399	372	349	329	295	266	243	223
85	834	668	599	510	455	415	384	358	336	317	285	257	235	216
90	808	641	572	488	437	399	370	345	324	306	275	249	227	209
95	780	613	545	466	419	383	356	333	312	295	265	240	219	203
100	750	584	518	445	402	368	343	321	301	284	255	232	212	197
105	718	553	491	425	385	354	330	309	290	273	246	224	206	191
110	668	518	465	406	369	340	317	297	279	263	238	216	199	186
115	611	486	440	387	353	326	304	285	268	253	229	209	193	181
120	561	458	417	370	338	312	291	273	257	243	221	203	188	176
125	517	431	396	353	323	299	280	263	248	234	214	197	183	171
130	478	406	376	337	309	287	269	253	239	226	207	191	177	166
135	443	383	357	322	295	275	258	243	229	217	199	184	172	161
140	412	362	339	307	282	263	247	232	220	209	192	178	166	156
145	384	342	322	293	270	251	236	222	211	201	185	172	161	151
150	359	323	304	279	258	240	225	213	202	193	179	167	156	146
155	337	306	289	266	246	229	215	204	194	186	173	161	150	141
160	316	290	275	253	234	219	206	196	187	179	167	155	145	136
165	297	275	261	241	224	210	198	188	180	172	161	150	140	131
170	280	261	248	230	214	201	190	181	173	166	155	144	135	127
175	264	247	235	219	205	193	183	174	167	160	149	139	131	123
180	249	234	223	209	196	184	175	167	160	154	143	134	126	119
185	236	222	212	199	187	176	167	160	154	148	138	130	122	115
190	224	211	202	190	179	169	161	154	148	143	133	125	118	111
195	213	201	193	182	171	162	155	149	143	138	129	121	114	107
200	202	192	185	174	164	156	149	143	138	133	125	117	110	104

Tafel II der Werte  $\beta = \frac{\sigma_k}{\sigma_{kr}}$ .

$\frac{p}{k}$ $\lambda$	0,125	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00
20	0,99	1,04	1,14	1,25	1,36	1,47	1,59	1,70	1,82	2,06	2,32	2,60	2,89
25	1,09	1,15	1,26	1,38	1,50	1,62	1,74	1,86	1,98	2,22	2,51	2,81	3,12
30	1,11	1,17	1,30	1,43	1,57	1,71	1,85	1,98	2,11	2,38	2,70	3,02	3,35
35	1,12	1,19	1,33	1,47	1,62	1,77	1,91	2,04	2,17	2,45	2,78	3,11	3,44
40	1,13	1,21	1,36	1,51	1,67	1,82	1,96	2,09	2,23	2,52	2,85	3,18	3,52
45	1,14	1,23	1,40	1,55	1,71	1,87	2,01	2,15	2,29	2,58	2,91	3,24	3,59
50	1,16	1,25	1,43	1,59	1,75	1,91	2,06	2,20	2,35	2,64	2,97	3,30	3,65
55	1,17	1,27	1,46	1,63	1,80	1,96	2,11	2,25	2,40	2,70	3,03	3,35	3,70
60	1,18	1,29	1,49	1,67	1,84	2,00	2,15	2,30	2,45	2,75	3,08	3,40	3,74
65	1,20	1,31	1,52	1,71	1,88	2,04	2,20	2,35	2,50	2,80	3,13	3,44	3,78
70	1,21	1,33	1,55	1,75	1,92	2,08	2,24	2,39	2,54	2,84	3,17	3,48	3,81
75	1,22	1,35	1,58	1,78	1,96	2,12	2,27	2,42	2,58	2,88	3,20	3,51	3,83
80	1,24	1,37	1,61	1,81	1,99	2,15	2,30	2,45	2,61	2,91	3,22	3,53	3,85
85	1,25	1,39	1,63	1,83	2,01	2,17	2,33	2,48	2,63	2,93	3,24	3,55	3,86
90	1,26	1,41	1,65	1,85	2,03	2,19	2,34	2,49	2,64	2,94	3,25	3,56	3,87
95	1,27	1,43	1,67	1,86	2,04	2,19	2,34	2,49	2,64	2,94	3,25	3,56	3,85
100	1,29	1,45	1,68	1,87	2,04	2,19	2,34	2,49	2,64	2,94	3,24	3,54	3,81
105	1,30	1,46	1,69	1,87	2,03	2,18	2,33	2,48	2,63	2,92	3,21	3,49	3,76
110	1,29	1,44	1,65	1,81	1,97	2,11	2,26	2,40	2,54	2,81	3,09	3,35	3,59
115	1,26	1,39	1,58	1,74	1,88	2,01	2,15	2,28	2,42	2,67	2,92	3,16	3,38
120	1,23	1,35	1,52	1,67	1,80	1,93	2,06	2,18	2,31	2,54	2,76	2,98	3,19
125	1,20	1,31	1,47	1,60	1,73	1,85	1,97	2,09	2,21	2,42	2,62	2,82	3,02
130	1,18	1,27	1,42	1,55	1,67	1,78	1,89	2,00	2,12	2,31	2,50	2,69	2,88
135	1,16	1,24	1,38	1,50	1,61	1,72	1,83	1,93	2,04	2,23	2,41	2,58	2,75
140	1,14	1,21	1,34	1,46	1,57	1,67	1,77	1,87	1,97	2,15	2,32	2,48	2,64
145	1,12	1,19	1,31	1,42	1,53	1,63	1,73	1,82	1,91	2,07	2,23	2,39	2,54
150	1,11	1,18	1,29	1,39	1,49	1,59	1,69	1,78	1,86	2,00	2,15	2,30	2,45
155	1,10	1,16	1,27	1,37	1,47	1,56	1,65	1,73	1,81	1,94	2,08	2,23	2,38
160	1,09	1,15	1,25	1,35	1,44	1,53	1,61	1,69	1,76	1,89	2,03	2,17	2,32
165	1,08	1,14	1,23	1,33	1,41	1,50	1,58	1,65	1,72	1,85	1,98	2,12	2,26
170	1,07	1,13	1,22	1,31	1,39	1,47	1,55	1,62	1,69	1,81	1,94	2,07	2,20
175	1,07	1,12	1,21	1,29	1,37	1,44	1,52	1,58	1,65	1,77	1,90	2,02	2,15
180	1,06	1,12	1,20	1,27	1,35	1,42	1,49	1,55	1,62	1,74	1,86	1,98	2,10
185	1,06	1,11	1,19	1,26	1,34	1,41	1,47	1,53	1,59	1,71	1,82	1,94	2,06
190	1,06	1,10	1,18	1,25	1,32	1,39	1,45	1,51	1,57	1,68	1,79	1,90	2,02
195	1,06	1,10	1,17	1,24	1,31	1,37	1,43	1,49	1,54	1,65	1,76	1,87	1,98
200	1,05	1,09	1,16	1,23	1,29	1,35	1,41	1,47	1,52	1,62	1,73	1,83	1,94

schildert haben, schon merkbar durch das Entlastungsgesetz beeinflusst wird und deren theoretisch exakte Erfassung daher auf große Schwierigkeiten stößt.

An Stelle des Graphikons (Bild 14) können wir zur Darstellung der Lösung auch die kritischen mittleren Druckspannungen  $\sigma_{kr} = P_{kr}/F$  mit der Quetschgrenze des Baustahls  $\sigma_Q = 2700 \text{ kg/cm}^2$  in Verbindung

bringen und die Verhältniszahlen  $\alpha = \frac{\sigma_{kr}}{\sigma_Q}$  als Funktion von  $\lambda$  und  $p/k$  tabellarisch festlegen. In der Tafel I (S. 181) sind die aus Bild 14 abgeleiteten Werte  $\alpha$  zusammengestellt; ihre Kenntnis ermöglicht eine bequeme Bemessung von Stäben, deren Werkstoff dem „zugrunde liegenden“ Formänderungsgesetz in Bild 1 (vgl. dazu die Fußnote 15) und deren Belastung dem „Normalfall“ entspricht. Für Stäbe aus einem Baustahl mit  $\sigma_Q \cong 2700 \text{ kg/cm}^2$  dürfen diese  $\alpha$ -Werte näherungsweise nur im Bereich kleiner Schlankheitsgrade, wo die kritische Druckspannung  $\sigma_{kr}$  vornehmlich durch die Höhenlage der Quetschgrenze beeinflusst wird, verwendet werden. Auf die nicht unbedeutende Abhängigkeit der Verhältniszahlen  $\alpha$  von der Querschnittsform des Stabes kann hier nicht näher eingegangen werden.

**XL Die praktische Bemessung außermittig gedrückter Baustahlstäbe.**

Um die Darstellung der Lösung von der Baustahlorte (vor allem von der Höhenlage der Quetschgrenze) möglichst unabhängig zu machen, beziehen wir die gefundenen strengen Werte der kritischen mittleren Druckspannung  $\sigma_{kr}$  zweckmäßig auf die Euler-Engesser-Kármánsche Knickspannung  $\sigma_k$ , die für den untersuchten Stab in Geltung stehen würde, wenn der Kraftangriff nicht außermittig sondern mittig erfolgen würde.

Die so gefundenen Verhältniszahlen  $\beta = \frac{\sigma_k}{\sigma_{kr}}$  sind, sofern wir vom Fall extrem kleiner  $\lambda$  und  $p/k$  absehen, durchwegs größer als Eins und zeigen eine verhältnismäßig geringe Abhängigkeit von der Baustahlqualität, was zu erwarten war, da sich die praktisch vorkommenden Schwankungen der Werte  $E$ ,  $\sigma_p$ ,  $\sigma_Q$  in der Bezugskurve „ $p/k = 0$ “ angenähert in gleichem Maße auswirken wie in den Kurven für  $p/k > 0$ . Auf eine exakte quantitative Behandlung dieser Frage (wie auch der Frage nach dem Einfluß, den eine Variation der Querschnittsform des Stabes auf die Zahl  $\beta$  nimmt) kann hier nicht eingegangen werden; es mag der Hinweis genügen, daß die in der Tafel II zusammengestellten, für Stäbe mit Rechteckquerschnitt und ein „zugrunde gelegtes“ Formänderungsgesetz nach Bild 1

strenge geltenden Verhältniszahlen  $\beta$  im Bereich  $\lambda \cong 30$  mit einer praktisch noch ausreichenden Annäherung auch im Fall einer anderen Querschnittsform oder Baustahlqualität verwendet werden dürfen;  $k$  ist allgemein „verschränkt“ zu messen.

Wird die Sicherheitszahl  $\nu$  bei der Bemessung außermittig gedrückter Stäbe der Knicksicherheitszahl zentrisch gedrückter Stäbe gleichgesetzt (was bei den baupraktisch in Betracht kommenden, relativ kleinen Angriffsexzentrizitäten mit Rücksicht auf die Gefahr eines mehr oder minder ausgeprägten „Knickens“ der Stäbe gerechtfertigt erscheint), dann läßt sich das „ $\beta$ -Verfahren“ unmittelbar mit dem bekannten „ $\omega$ -Verfahren“ in Verbindung bringen, das im Jahre 1925 in Deutschland und seither auch in anderen Ländern zur Bemessung mittig gedrückter Stäbe eingeführt wurde. Die Bemessungsformel für außermittig gedrückte

Stäbe lautet dann  $\frac{P}{F} \leq \frac{\sigma_{kr}}{\nu}$  oder wegen  $\frac{\sigma_{kr}}{\nu} = \frac{\sigma_k}{\nu} \cdot \frac{1}{\beta} = \frac{\sigma_{zul}}{\omega} \cdot \frac{1}{\beta}$  auch einfach  $\frac{P}{F} \leq \frac{\sigma_{zul}}{\omega \beta}$  oder  $\beta \omega \cdot \frac{P}{F} \leq \sigma_{zul}$ .

Im Sinne dieser Formel haben wir die Stabkraft  $P$  mit der vorgeschriebenen, dem Schlankheitsgrad und der Baustahlorte des Stabes entsprechenden Knickzahl  $\omega$  sowie mit der dem Schlankheitsgrad und dem Hebelmaß zugeordneten Zahl  $\beta$  zu multiplizieren und erhalten so eine ideale Last, die nach Division durch die Brutto-Querschnittsfläche den gegebenen zulässigen Wert  $\sigma_{zul}$  nicht überschreiten darf; die diesem Bemessungsverfahren zugrunde liegende Sicherheitszahl  $\nu$ , die konstant (z. B. Önorm oder U.S. Norm) oder mit der Schlankheit veränderlich (Deutsche Vorschrift) sein kann, ist in der Knickzahl  $\omega$  schon berücksichtigt. Die  $\beta$ -Werte sind amtlich vorzuschreiben, wobei es praktisch genügen mag, für alle Baustahlqualitäten und Stabprofilformen dieselbe Tafel zu verwenden; sie können unmittelbar aus der Tafel II übernommen oder aber unter Berücksichtigung der dem  $\omega$ -Verfahren zugrunde liegenden Knickspannungslinie, die von der Kurve „ $p/k = 0$ “ in Bild 14 etwas abweicht, neu berechnet und eventuell auch ausgeglichen und vereinfacht werden.

Ist der Schlankheitsgrad des außermittig gedrückten Stabes klein, dann pflegt man den Stab vielfach so zu bemessen, daß die größte im Endquerschnitt auftretende Randpressung die zulässige Inanspruchnahme nicht überschreitet; die Stabkraft  $P$  muß dann der Forderung  $\frac{P}{F} + \frac{Pp}{W} = \frac{P}{F} \left(1 + \frac{p}{k}\right) \leq \sigma_{zul}$  genügen. Wird nun Wert darauf gelegt, daß die

Tafel III der Werte  $\beta$ .

$\lambda$	$\frac{p}{k}$	0,125	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00
20		1,10	1,23	1,47	1,72	1,96	2,21	2,45	2,70	2,94	3,43	3,92	4,42	4,90
25		1,09	1,21	1,45	1,70	1,93	2,18	2,42	2,66	2,90	3,38	3,87	4,35	4,83
30		1,11	1,19	1,43	1,67	1,90	2,14	2,38	2,62	2,86	3,33	3,81	4,28	4,76
35		1,12	1,19	1,40	1,63	1,86	2,10	2,33	2,56	2,80	3,26	3,73	4,19	4,66
40		1,13	1,21	1,36	1,59	1,82	2,05	2,27	2,50	2,73	3,18	3,64	4,09	4,55
45		1,14	1,23	1,40	1,55	1,76	1,99	2,21	2,43	2,65	3,09	3,53	3,97	4,41
50		1,16	1,25	1,43	1,59	1,75	1,92	2,14	2,35	2,56	2,99	3,42	3,85	4,27
55		1,17	1,27	1,46	1,63	1,80	1,96	2,11	2,26	2,47	2,89	3,30	3,71	4,12
60		1,18	1,29	1,49	1,67	1,84	2,00	2,15	2,30	2,45	2,78	3,18	3,57	3,97
65		1,20	1,31	1,52	1,71	1,88	2,04	2,20	2,35	2,50	2,80	3,13	3,44	3,78
70		1,21	1,33	1,55	1,75	1,92	2,08	2,24	2,39	2,54	2,84	3,17	3,48	3,81

nach dem „ $\beta$ -Verfahren“ (d. h. die vom Standpunkt der Tragfähigkeit) als zulässig nachgewiesene Stabkraft  $P$  diese Randspannungsbedingung nicht verletzt, dann müssen wir die Zahlen  $\beta$  im Bereich der kleinen Schlank-

heitsgrade nach unten hin durch den Wert  $\min \beta = \frac{1 + \frac{p}{k}}{\omega}$  begrenzen.

Sehen wir hierbei z. B. die in der deutschen Vorschrift für den Stahl St 37 angegebenen Knickzahlen als maßgebend an, dann müssen wir die Tafel II im Bereich der kleinen Schlankheitsgrade so korrigieren, wie in der Tafel III oberhalb des dicken Striches angedeutet wurde; die Forderung nach Einhaltung „zulässig großer“ Randpressungen erscheint dann bei den gedungenen Stäben der Forderung nach einer bestimmten Bestandsicherheit übergeordnet.

Das Anwendungsgebiet der in der Tafel II zusammengestellten  $\beta$ -Werte reicht über den „Normalfall“ (Rechteckquerschnitt, beiderseits gleich große Angriffshebel  $p_1 = p_2 = p$  und beiderseits gelenkige Lagerung) weit hinaus, da sich auf Grund von strengen Lösungen nachweisen läßt, daß nicht nur Stäbe beliebiger Querschnittsform sondern auch Stäbe, deren Druckkraft mit verschiedenen großen Hebelarmen  $p_1 \neq p_2$  (vgl. Bild 7c) wirksam ist, mit praktisch ausreichender Annäherung nach dem „ $\beta$ -Verfahren“ mit den  $\beta$ -Werten der Tafel II berechnet werden können; sofern sich  $p_2$  nicht allzusehr dem Wert  $-p_1$  nähert (der Grenzfall  $p_2 = -p_1$  führt auf ein „Stabilitätsproblem mit Gleichgewichtsverzweigung“, das der Verfasser in der Z. ang. Math., 11, 1931, S. 335, Bild 3, erwähnte), kann der Fall verschieden großer Angriffshebel näherungsweise durch Einführung des mittleren Hebelarmes  $p_m = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)$  auf den „Normalfall“ zurückgeführt werden. Der Belastungsfall Bild 7b ist mit Hilfe unserer  $\beta$ -Werte streng lösbar, wenn wir bei der Bestimmung der Schlankheit die doppelte Stablänge in Rechnung stellen. Schließlich läßt sich auch der Fall des primär gekrümmten, mittig oder außermittig gedrückten Baustahlstabes wie auch der damit verwandte Fall des querbelasteten, mittig oder außermittig gedrückten Baustahlstabes, des hier nicht näher ausgeführt werden kann, mit überraschend guter Annäherung auf den „Normalfall“ zurückführen und mit Hilfe des  $\beta$ -Verfahrens und der Tafel II der baupraktischen Lösung zuführen.

**XII. Vergleich mit den üblichen Bemessungsverfahren.**

Außermittig gedrückte Baustahlstäbe werden heute vielfach mit Hilfe der Formel

$$\omega \cdot \frac{P}{F} + \frac{Pp}{W} = \left(1 + \frac{p}{k\omega}\right) \omega \cdot \frac{P}{F} \leq \sigma_{zul}$$

Tafel IV.

$\lambda$	$\frac{p}{k} = \frac{1}{8}$		$\frac{p}{k} = 1$		$\frac{p}{k} = 4$	
	$1 + \frac{p}{\omega k}$	$\beta$	$1 + \frac{p}{\omega k}$	$\beta$	$1 + \frac{p}{\omega k}$	$\beta$
	30	1,119	1,11	1,952	1,57	4,810
40	1,114	1,13	1,909	1,67	4,636	3,52
50	1,107	1,16	1,855	1,75	4,419	3,65
60	1,099	1,18	1,794	1,84	4,175	3,74
70	1,090	1,21	1,719	1,92	3,878	3,81
80	1,079	1,24	1,629	1,99	3,516	3,85
90	1,067	1,26	1,532	2,03	3,128	3,87
100	1,053	1,29	1,424	2,04	2,695	3,81
110	1,044	1,29	1,350	1,97	2,399	3,59
120	1,037	1,23	1,293	1,80	2,173	3,19
130	1,031	1,18	1,250	1,67	2,000	2,88
140	1,027	1,14	1,215	1,57	1,862	2,64
150	1,024	1,11	1,188	1,49	1,752	2,45

bemessen. Um die auf diese Weise erhaltenen Ergebnisse mit den strengen Lösungen vergleichen zu können, sind in der Tafel IV die Werte  $\left(1 + \frac{p}{k\omega}\right)$  den Verhältniszahlen  $\beta$  gegenübergestellt worden. Für die Knickzahlen  $\omega$  sind hierbei die in der deutschen Vorschrift für den Stahl St 37 angegebenen Größen und für die Zahlen  $\beta$  näherungsweise die in der Tafel II zusammengestellten Werte verwendet worden. Wir erkennen, daß unterhalb der stark ausgezogenen Linie  $\left(1 + \frac{p}{k\omega}\right) < \beta$  ist, so daß das erwähnte Bemessungsverfahren hier zu große Stabkräfte liefert und zu kleine Sicherheiten gewährleistet; an diesem Ergebnis wird nichts geändert, auch wenn wir an Stelle der Tafel II die Tafel III für die  $\beta$ -Werte zugrunde legen. Für Stäbe der Schlankheit  $\lambda = 90 \rightarrow 110$  ergibt sich (wegen der hier geltenden relativ hohen Knickspannung  $\sigma_k$ ) die Zahl  $\beta$  und damit auch das Maß der Abweichung in der Tafel IV am größten; die für mittigen Druck und  $\lambda = 110$  geforderte Sicherheitszahl  $\nu = 3,50$  sinkt bei den nach dem erwähnten Näherungsverfahren bemessenen Stäben in den Fällen  $p/k = 0,125, 1,00$  und  $4,00$  auf  $\nu' = 2,84$  bzw.  $2,40$  bzw.  $2,34$  herunter, doch werden die Abweichungen kleiner, wenn die Nietlochschwächung (wie es z. B. von der Deutschen Reichsbahn vorgeschrieben wird) bei der Berechnung des Widerstandsmoments  $W$  eine Berücksichtigung erfährt.

Werden dem Lösungsvergleich die von der österreichischen Normung angegebenen, unter Voraussetzung einer konstanten Sicherheitszahl  $\nu = 2,5$  gewonnenen Knickzahlen  $\omega$  zugrunde gelegt, dann erhalten wir die in der Tafel V angeführten Werte. Im Fall  $\lambda = 110$  und  $p/k = 0,125, 1,00, 4,00$  ergibt sich für die nach dem erwähnten Näherungsverfahren bemessenen Stäbe an Stelle von  $\nu = 2,5$  eine rechnermäßige Bestandsicherheit von  $\nu' = 2,06$  bzw.  $1,89$  bzw.  $2,06$ , doch werden auch hier die Abweichungen bei Berücksichtigung des Netto-Widerstandsmoments  $W_n$  geringer.

Tafel V.

$\lambda$	$\frac{p}{k} = \frac{1}{8}$		$\frac{p}{k} = 1$		$\frac{p}{k} = 4$	
	$1 + \frac{p}{\omega k}$	$\beta$	$1 + \frac{p}{\omega k}$	$\beta$	$1 + \frac{p}{\omega k}$	$\beta$
30	1,099	1,11	1,788	1,57	4,152	3,35
40	1,095	1,13	1,758	1,67	4,032	3,52
50	1,091	1,16	1,725	1,75	3,900	3,65
60	1,086	1,18	1,690	1,84	3,760	3,74
70	1,082	1,21	1,658	1,92	3,632	3,81
80	1,078	1,24	1,625	1,99	3,500	3,85
90	1,074	1,26	1,592	2,03	3,368	3,87
100	1,070	1,29	1,558	2,04	3,232	3,81
110	1,061	1,29	1,490	1,97	2,960	3,59
120	1,051	1,23	1,412	1,80	2,648	3,19
130	1,044	1,18	1,351	1,67	2,404	2,88
140	1,038	1,14	1,302	1,57	2,208	2,64
150	1,033	1,11	1,263	1,49	2,052	2,45

Im Rahmen des alten Oenorm-Entwurfes<sup>23)</sup> wurde ein Bemessungsverfahren angegeben, das auch heute noch vielfach Verwendung findet. Es wurde jene mit dem gegebenen Hebelarm wirksame Druckkraft  $P'$  bestimmt, unter der die größte (im Scheitelquerschnitt auftretende) Randpressung an die Proportionalitätsgrenze gelangt, und nun  $P_{zul} = \frac{1}{2}P'$  gesetzt, hierbei jedoch zusätzlich noch der Nachweis der vorgeschriebenen „Knicksicherheit“ verlangt. Um den Vergleich der nach diesem Verfahren erhaltenen Lösungen mit den strengen Werten durchführen

<sup>23)</sup> Vgl. Z. d. OeIAV, 77, 1925, S. 379.

zu können, bringen wir die Vorschrift  $P_{zul} = 1/2 P'$  auf die Formel  $\frac{2P_{zul}}{F} \left(1 + \frac{y_0}{k}\right) = \sigma_p$ , wobei  $y_0 = \frac{p}{\cos l \sqrt{P_{zul}/2EJ}}$  bedeutet, und

untersuchen einen Stab mit dem Rechteckquerschnitt  $F = bh$ , dem Schlankheitsgrad  $\lambda = 246$ , dem Hebelmaß  $p/k = 1,0$  und dem Formänderungsgesetz Bild 1. Der Wert  $P_{zul}$ , der eine zweifache Sicherheit gegen Überschreiten des Hookeschen Bereiches gewährleistet, wird hier mit  $P_{zul} = 141,8 bh$  erhalten, während sich die oberste Grenze des Tragvermögens für diesen Stab aus Bild 14 mit  $\sigma_{kr} = \frac{P_{kr}}{bh} = 300 \text{ kg/cm}^2$  ergibt; die Bestandsicherheit ist somit hier trotz der exakt nachgewiesenen zweifachen Sicherheit gegen Überschreiten von  $\sigma_p$  eine bloß  $\nu' = \frac{300}{141,8} = 2,12$ fache. In ähnlicher Weise wurden in der Tafel VI die Werte  $P_{zul}/bh$  in neun anderen Fällen den Werten  $P_{kr}/bh$  gegenübergestellt und die Sicherheitszahlen  $\nu'$  angegeben, die hinsichtlich der Traggrenze in Geltung stehen, wenn der Stab nach dem geschilderten Ver-

fahren bemessen wird; im Rahmen der erwähnten Normung würde hierbei dem Absinken des Wertes  $\nu'$  durch den zusätzlich geforderten Nachweis der „Knicksicherheit“ nur im Fall  $\lambda = 230$ ,  $p/k = 1/8$  und 1 eine untere Schranke gesetzt werden.

Abschließend seien noch Näherungsformeln angeführt, die für die Verhältniszahl  $\beta$  angegeben und an Stelle der tabellarischen Fassung dieser Zahlen bei gewissen theoretischen Untersuchungen Verwendung finden können. Die älteste dieser Formeln stammt von Tetmajer<sup>2)</sup>, der  $\beta$  in der Form  $\beta = 1 + C \cdot y_0/k$  ansetzte, wobei die Scheitelausbiegung  $y_0 = y_0 + p$  unter Voraussetzung des Hookeschen Gesetzes zu berechnen war und  $C$  empirisch festgelegt wurde. Eine einfache Faustformel, bei der der Einfluß des Schlankheitsgrades unberücksichtigt bleibt, hat der Verfasser in der Form  $\beta = 1 + C_1 \cdot p/i$  mit  $C_1 \approx 1,5$  vorgeschlagen<sup>24)</sup>, die auch in der Form  $\beta = 1 + C_2 \cdot p/k$  mit  $C_2 \approx 0,86$  angeschrieben werden kann; im Bereich kleiner Hebelmaße stimmt dann das Ergebnis mit den von Roß<sup>25)</sup> angegebenen Werten überein, der für  $p/k = 0,5, 1,0, 2,0, 3,0$  der Reihe nach  $1/\beta = 0,70, 0,55, 0,40$  und  $0,33$  setzt. Sollen die Abweichungen der Näherungswerte von den in der Tafel II zusammen gestellten strengen Werten durchwegs weniger als 10% betragen, dann können wir uns im Bereich  $25 < \lambda < 105$  der rein geometrisch begründeten Beziehung  $\beta = 1 + 0,6 \cdot p/k + \lambda/250$  und im Bereich  $105 < \lambda < 230$  der Beziehung  $\beta = 1 + (0,42 + 0,6 \cdot p/k) \left(\frac{105}{\lambda}\right)^2$  bedienen.

Tafel VI.

$\lambda$	$p/k = 1/8$			$p/k = 1$			$p/k = 4$		
	$P_{zul}/F$	$P_{kr}/F$	$\nu'$	$P_{zul}/F$	$P_{kr}/F$	$\nu'$	$P_{zul}/F$	$P_{kr}/F$	$\nu'$
30	836,0	2418	2,89	464,0	1704	3,68	187,0	802	4,29
110	633,5	1400	2,21	343,5	919	2,67	157,0	502	3,20
230	197,0	400	(2,03)	157,0	335	(2,13)	98,7	232	2,35

<sup>24)</sup> E. Chwalla, Ber. II. Int. Tagg. Brücken- u. Hochbau in Wien 1928, S. 614.

<sup>25)</sup> M. Roß, Vorbericht I. Int. Kongr. Brücken- u. Hochbau in Paris 1932, S. 64.

Verschiedenes.

Die Stahlkuppel für die Sternwarte auf dem Mount Locke (Texas). Im Laufe des Jahres 1934 wurde für die Universität in Texas die neue Mc Donald-Sternwarte auf dem Gipfel des Mount Locke (2140 m ü. M.) fertiggestellt. Das Verwaltungsgebäude ist ein durch kräftige Verstrebungen und eine sorgfältige Verankerung erdbebensicher ausgeführter Stahlrippenbau. Das eigentliche Observatorium, das im übrigen mit dem zweitgrößten Spiegelteleskop der Welt ausgerüstet ist (2,03 m Durchmesser und 7,9 m Länge), besteht aus einer Stahlkuppel von 18,9 m Durchmesser und 22,25 m Höhe (Bild 1); sie wiegt 125 t und ist mit verzinktem Blech (25 t)

2,75 m in die zweite Kuppelhälfte hineinragt. Zwei leicht bewegliche Schubtore (Bild 2) dienen zum Verschluß; trotz ihres beträchtlichen Gewichtes von 16 t genügt für ihre Betätigung ein Motor von 2 PS. Das Kuppelgehäuse läßt sich um seine senkrechte Achse drehen; diesem Zwecke dienen 26 Räder von 760 mm Durchmesser, welche auf einem Ringgleise laufen, das an besondere, mit den Stützenköpfen des Stahlgewölbes der Unterkonstruktion fest verbundene Aufnahmeträger angeschlossen ist. Der Bewegungsmechanismus (Seilantrieb) wird durch einen 5 PS-Motor betätigt.

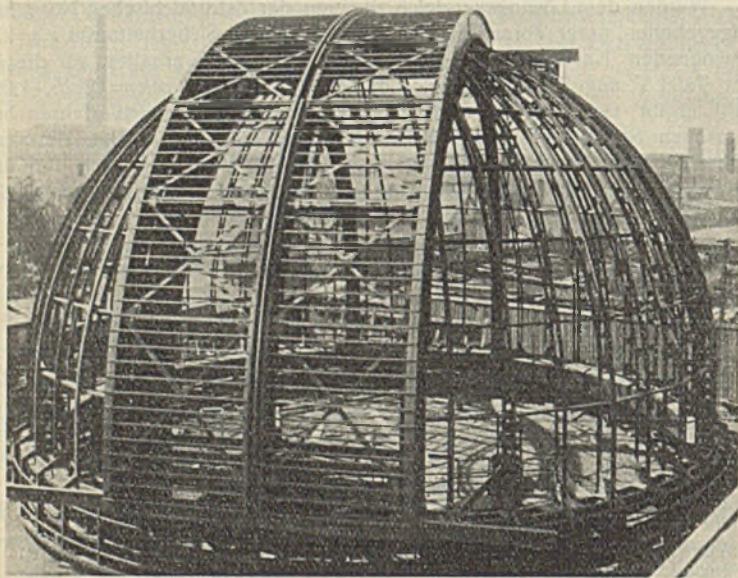


Bild 1. Das Kuppelgerippe.



Bild 2. Die zwischen den Hauptrippen freigelassene, zum Teil geschlossene Beobachtungsöffnung.

abgedeckt. Entwurf und Berechnung stammen von der Warner u. Swasey Company, Cleveland (Ohio). Ihre Herstellung und den Zusammenbau besorgte die Paterson-Leitch Company unter reichlichster Anwendung des Lichtbogenschweißverfahrens der Lincoln Electric Company, Cleveland. Die Kuppel wird aus zwei im Abstand von 4,8 m angeordneten halbkreisförmigen Hauptrippen und einem mit diesen fest verbundenen Fußringträger gebildet. Dieser besteht aus zwei 254 mm hohen, durch eine 150 mm breite Kopfplatte verstärkten und durch Bindebleche miteinander verbundenen C-Profilen; die I-förmigen Rippen sind aus einem 1370 mm hohen, 9,5 mm starken Stehblech und je zwei Fuß- und Kopfwinkeln (203/152/12,7 bzw. 152/152/12,7 mm) zusammengesetzt. Die entsprechend gebogenen und durch Zwischenringe gegenseitig abgesteiften Hilfsrippen sind unmittelbar an den Fußring bzw. die Hauptrippen angeschlossen. Zum Zwecke unbehinderter Beobachtungsmöglichkeit wurde zwischen den Hauptrippen eine ihrem Abstände entsprechend breite Öffnung freigelassen, die sich über eine Kuppelhälfte erstreckt und noch etwa

Die gesamte Stahlkonstruktion wurde in Cleveland zusammengepaßt und sodann in zerlegtem Zustande etwa 64 km bis zur nächsten Bahnstation befördert; der anschließend mit der Bahn bis zur Verwendungsstelle zurückgelegte Weg betrug 2400 km. Damit ist neuerdings unter Beweis gestellt, daß die Anpassungsfähigkeit der Stahlbauweise an die Gegebenheiten der Umwelt eine schier unbegrenzte ist. (Nach einem Bericht von A. F. Davis, Lincoln Electric Company.)

INHALT: Zur Berechnung der Eigenschwingungszahl von Balkenträgern. — Der neue britische hochwertige Baustahl für Brücken und Stahlhochbauten. — Theorie des außermittig gedrückten Stabes aus Baustahl. (Schluß). — Verschiedenes: Die Stahlkuppel für die Sternwarte auf dem Mount Locke (Texas).

Für die Schriftleitung verantwortlich: Geh. Regierungsrat Prof. A. Hertwig, Berlin-Charlottenburg. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 8. Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.