DER STAHLBAU

Schriftleitung:
Dr.-Ing. A. Hertwig, Geh. Regierungsrat, Professor an der Technischen Hochschule Berlin, Berlin-Charlottenburg 2, Technische Hochschule
Fernsprecher: C 1 Steinplatz 0011
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61

Beilage zur Zeitschrift **DIE BAUTECHNIK** Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

7. Jahrgang | BERLIN, 21. Dezember 1934 | Heft 26

Biegeversuche mit einem gewalzten und einem genieteten Stahlträger.

Mitgeteilt von Reichsbahnrat I. Zillinger, Weißenfels.

Als Ende 1933 die 3. Auflage der „Berechnungsgrundlagen für stählerne Eisenbahnbrücken" der Deutschen Reichsbahn bearbeitet wurde, tauchte die Frage auf, ob die bei der Berechnung stählerner Brücken ermittelten Spannungen nicht vielleicht an einzelnen Stellen der Querschnitte durch die wirklich auftretenden Spannungen erheblich überschritten würden. Es wurde die Meinung vertreten, wir seien nicht sicher, daß die Spannungen sich geradlinig über I-Querschnitte verteilten. Es könnten also, auch wenn bei der Berechnung die zulässigen Spannungen eingehalten würden,

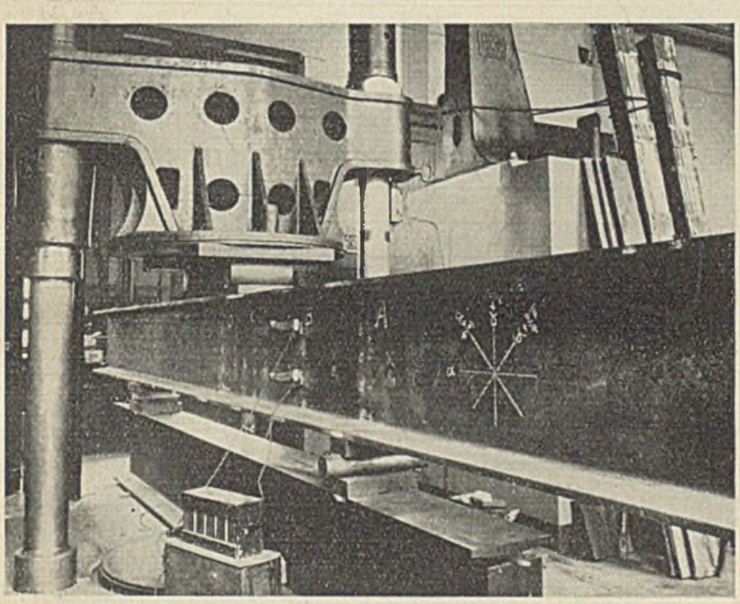

Bild 1. Der Walzträger unter der 600 t-Presse.

doch am Bauwerk wesentlich über diese hinausgehende Beanspruchungen auftreten. Solche Erscheinungen könnten für Konstruktionen aus St 52 gefährlich werden, weil hochwertiger Baustahl bekanntlich gegen Spannungsspitzen weit empfindlicher ist als St 37.

Wenn diese Befürchtungen auch nach den Ergebnissen älterer Versuche als unbegründet angesehen werden konnten, entschloß sich die Reichsbahn doch, durch Messungen feststellen zu lassen, ob sich die Spannungen in auf Biegung beanspruchten vollwandigen I-Trägern von der Nullinie aus nach einem Dreieck verteilen, wie es bei der Berechnung angenommen wird. Die Messungen wurden im Staatlichen Materialprüfungsamt Berlin-Dahlem durchgeführt, und zwar an einem gewalzten und an einem genieteten Träger aus St 37. Es handelt sich um statische Versuche im elastischen Bereich.

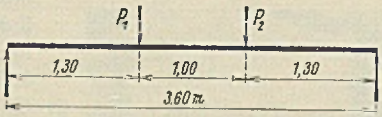

Bild 2. Belastung des Walzträgers.

Zur Prüfung benutzte man eine 600 t-Presse (Bild 1). Die Spannungen wurden durch Dehnungsmessungen mit Huggenberger Tensometern bestimmt. Die Meßlänge betrug im allgemeinen 50 mm, teilweise auch 20 mm. Zur Umrechnung der Dehnungen in Spannungen wurde die Elastizitätszahl des Stahles mit 2 100 000 kg/cm² und die Querdehnungszahl m mit 3 angenommen. Die Meßstellen lagen teils unter den Lastangriffspunkten, teils in geringerer oder größerer Entfernung von diesen. Die Anordnung geht im einzelnen aus den Bildern hervor.

An erster Stelle wurde ein I P 60 untersucht (Bild 1 u. 3). Aus den gemessenen Querschnittgrößen des Trägers ergaben sich

das Trägheitsmoment $I = 184\,216$ cm⁴
und das Widerstandsmoment $W = 6\,140$ cm³.

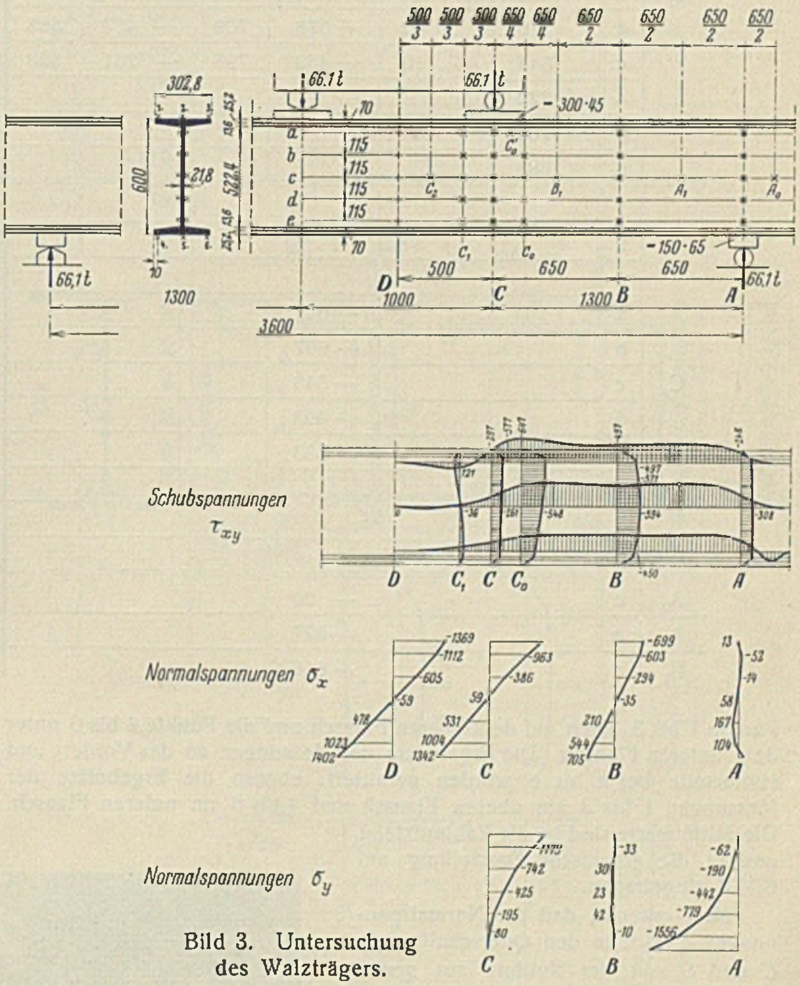

Bild 3. Untersuchung des Walzträgers.

Der Träger wurde nach Bild 2 belastet:

Aus der Stützweite $l = 3{,}60$ m und den Einzellasten $P_1 = P_2 = 66{,}1$ t wurde das Biegungsmoment $M = 66{,}1 \cdot 1{,}3 = 86$ tm berechnet. Die Querkraft war $Q = 66{,}1$ t.

Hieraus folgt die Biegungsspannung

$$\sigma_x = \frac{M}{W} = 1400 \text{ kg/cm}^2.$$

Das statische Moment war $\mathfrak{S} = 3527$ cm³ und die Schubspannung $\tau_{xy} = \frac{Q\,\mathfrak{S}}{I\,d} = 580$ kg/cm², wobei d die mit 21,8 mm gemessene Stegdicke des Trägers bedeutet.

Die Normalspannungen σ_x parallel zur Trägerachse wurden in vier Querschnitten A, B, C und D gemessen (Bild 3). Die Meßpunkte a bis e lagen in jedem Querschnitt auf dem Trägersteg übereinander, und zwar sowohl auf der Vorderseite wie auf der Hinterseite des Steges. Die

Zahlentafel 1. Spannungen im Breitflanschträger I P 60 in kg/cm².

Meßstelle		σ_x	σ_y	τ_{xy}	σ_{max}	σ_{min}	τ_{max}
A	1						
	2	13			13		
	3						
	a	− 52	− 62	− 248	193	− 305	248
	b	− 14	− 190	− 285	196	− 400	298
	c	58	− 442	− 308	205	− 589	397
	d	167	− 779	− 318	264	− 876	570
	e	104	− 1556	− 292	154	− 1606	880
	4						
	5						
	6						
B	1	− 617					
	2	− 702					
	3	− 777					
	a	− 603	− 33	− 497	254	− 890	572
	b	− 294	30	− 571	634	− 898	766
	c	− 35	23	− 594	587	− 599	593
	d	210	42	− 578	709	− 457	583
	e	544	− 10	− 450	795	− 261	528
	4	722					
	5	705					
	6	688					
C_0	1						
	2						
	3						
	a			− 647			
	b			− 607			
	c			− 548			
	d			− 493			
	e			− 383			
	4						
	5						
	6						
A_0	c			− 29			
A_1	c			− 627			
B_1	c			− 616			

Meßstelle		σ_x	σ_y	τ_{xy}	σ_{max}	σ_{min}	τ_{max}
C	1						
	2						
	3						
	a	− 963	− 1179	− 297	− 527	− 1615	544
	b	− 386	− 742	− 279	− 234	− 894	330
	c	59	− 425	− 261	172	− 538	355
	d	531	− 195	− 266	618	− 282	450
	e	1004	− 80	− 233	1052	− 128	590
	4	1345					
	5	1370					
	6	1312					
C_1	1						
	2						
	3						
	a			121			
	b			68			
	c			− 36			
	d			− 89			
	e			− 102			
	4						
	5						
	6						
D	1	− 1318					
	2	− 1363					
	3	− 1426					
	a	− 1112					
	b	− 605					
	c	− 59					
	d	478					
	e	1023					
	4	1427					
	5	1383					
	6	1397					
C_2	c			6			
C'_0	a			− 577			

Punkte 1 bis 3 lagen auf dem oberen Flansch und die Punkte 4 bis 6 unter dem unteren Flansch. Die Ergebnisse der Messungen an der Vorder- und Hinterseite bei a bis e wurden gemittelt, ebenso die Ergebnisse der Messungen 1 bis 3 am oberen Flansch und 4 bis 6 am unteren Flansch. Die Mittelwerte sind in die Zahlentafel 1 und in die graphische Darstellung auf Bild 3 eingetragen.

Man erkennt, daß die Normalspannungen σ_x sich in den Querschnitten B, C und D von der Nullinie aus genau dreieckförmig über den Querschnitt verteilen. Die größten Randspannungen in den Querschnitten C und D sind 1342, 1369 und 1402 kg/cm². Sie stimmen gut mit der berechneten Randspannung von 1400 kg/cm² überein. Im Querschnitt B ergibt sich nach der Rechnung $\sigma_x = 700$ kg/cm². Gemessen sind oben 699 und unten 705 kg/cm². Die Übereinstimmung ist auch hier außerordentlich genau.

In der zweiten Spalte der Zahlentafel 1 findet man die Normalspannung σ_y senkrecht zur Trägerlängsachse, also in Richtung der äußeren Kräfte. σ_y ist naturgemäß im Querschnitt A unten und im Querschnitt C oben am größten, weil hier die äußeren Kräfte unmittelbar einwirken. Im Querschnitt B verschwindet σ_y fast ganz.

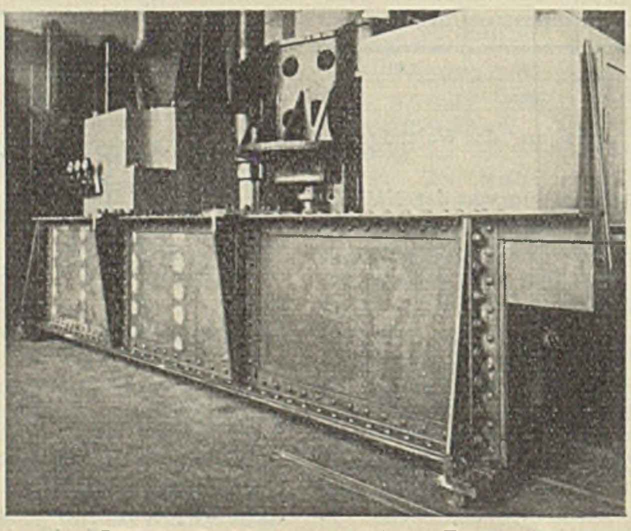

Bild 4. Ansicht des genieteten Trägers.

Die in der dritten Spalte der Zahlentafel 1 angegebenen und auf Bild 3 graphisch dargestellten Schubspannungen τ_{xy} entsprechen im Schnitt B am besten der Theorie. Hier findet man die größte Schubspannung in der Nullinie mit $\tau_{xy} = 594$ kg/cm², während die Rechnung als größte Schubspannung 580 kg/cm² ergab. In den Schnitten A, C_0 und C liegen die größten Schubspannungen in der Nähe der Lastangriffspunkte. Sie nehmen nach der gegenüberliegenden Seite des Querschnitts allmählich ab.

Die folgenden Spalten der Zahlentafel 1 enthalten die Hauptspannungen σ_{max} und σ_{min}, die sich aus

$$\sigma_{\substack{max\\min}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

ergeben,

$$\text{und } \tau_{max} = + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}.$$

Zahlentafel 2. Spannungen im Blechträger in kg/cm².

Meßstelle		σ_x	σ_y	τ_{xy}	σ_{max}	σ_{min}	τ_{max}
A	a	— 59	29	— 512	499	— 529	514
	b	— 31	— 11	— 567	546	— 588	567
	c	— 6	— 48	— 593	566	— 620	593
	d	35	— 137	— 612	567	— 669	618
	e	108	— 204	— 572	545	— 641	593
B	1	— 683					
	2	— 567	— 599 im Mittel				
	3	— 578					
	4	— 504					
	5	— 452					
	6	— 473					
	a	— 411	3	— 552	386	— 794	590
	b	— 210	42	— 607	536	— 704	620
	c	— 19	9	— 650	645	— 655	650
	d	207	3	— 625	738	— 528	633
	e	435	21	— 545	811	— 355	583
	7	494					
	8	431					
	9	546					
	10	746					
	11	609	657 im Mittel				
	12	641					
C_0	1	— 1019					
	2	— 1145	— 1069 im Mittel				
	3	— 967					
	a	— 739	— 275	— 521	63	— 1077	570
	b	— 325	— 215	— 584	317	— 857	587
	c	43	— 97	— 598	575	— 629	602
	d	418	— 22	— 523	765	— 369	567
	e	809	73	— 453	1025	— 143	584
	10	1050					
	11	1197	1111 im Mittel				
	12	998					

Meßstelle		σ_x	σ_y	τ_{xy}	σ_{max}	σ_{min}	τ_{max}
C_1	a	— 891	— 244	31	— 243	— 893	325
	b	— 382	— 182	— 6	— 182	— 382	100
	c	41	— 77	— 49	59	— 95	77
	d	480	0	— 62	488	— 8	248
	e	906	42	— 52	909	39	435
D	1	— 1082					
	2	— 1239	— 1182 im Mittel				
	3	— 1166					
	4	— 1103					
	5	— 1019					
	6	— 1092					
	a	— 858	— 36				
	b	— 427	7				
	c	0	0				
	d	453	9				
	e	920	64				
	7	1124					
	8	966					
	9	1061					
	10	1124					
	11	1239	1182 im Mittel				
	12	1124					
C_0) C_1)		1197					

Für den zweiten Versuch wurde ein genieteter Träger benutzt (Bild 4 u. 6). Aus dem in Bild 6 dargestellten Querschnitt des Trägers folgen

das Trägheitsmoment ohne Nietabzug $I = 439\,200$ cm⁴
das Trägheitsmoment mit „ $I_n = 370\,500$ cm⁴
das Widerstandsmoment ohne „ $W = 8\,550$ cm³ und
das Widerstandsmoment mit „ $W_n = 7\,208$ cm³.

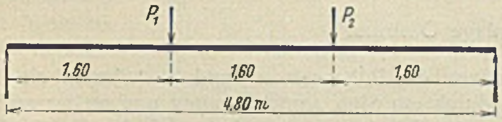

Bild 5. Belastung des genieteten Trägers.

Der Träger hatte 4,80 m Stützweite. Er wurde durch zwei Einzellasten

$$P_1 = P_2 = 62{,}5 \text{ t}$$

nach Bild 5 belastet.

Das Biegungsmoment ist $M = 62{,}5 \cdot 1{,}6 = 100$ tm
und die Querkraft $Q = 62{,}5$ t.

Hieraus wurden die Biegungspannung ohne Nietabzug

$$\sigma_x = \frac{M}{W} = 1160 \text{ kg/cm}^2$$

und die Biegungspannung mit Nietabzug

$$\sigma_{nx} = \frac{M}{W_n} = 1388 \text{ kg/cm}^2$$

berechnet.

Das statische Moment ist $\mathfrak{S} = 4900$ cm³
und die Schubspannung $\tau_{xy} = 664$ kg/cm².

Die Ergebnisse der Spannungsmessungen sind zahlenmäßig in Tafel 2 zusammengestellt. Es war schwierig, für die Gurtplatten und

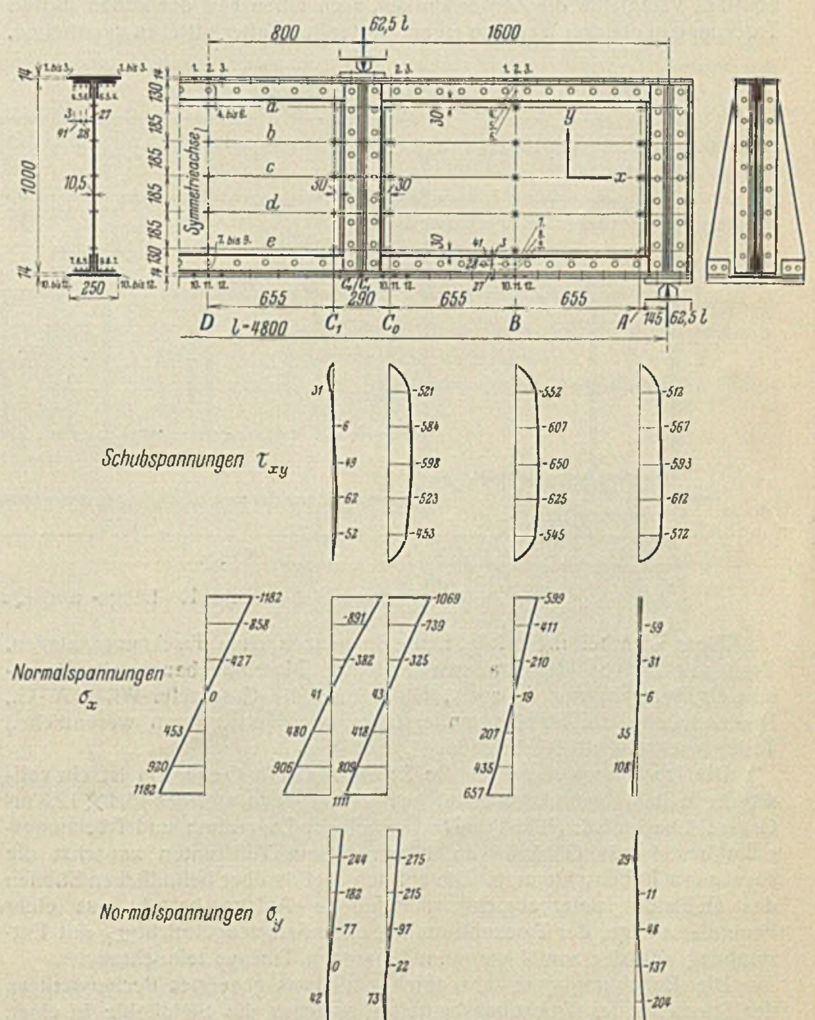

Bild 6. Untersuchung des genieteten Trägers.

Winkel eine mittlere Spannung anzugeben, weil der Spannungsverlauf hier infolge der Nietlöcher unregelmäßig war. Die Spannung der Gurtplatten wurde an den beiden Schmalseiten gemessen und als mittlere Spannung diejenige betrachtet, die sich aus dem Mittel zwischen der

Spannung in einem Nietriß und der Spannung in der Mitte zwischen zwei Nietrissen ergab. Bezeichnet man die für die Gurtplattenquerschnitte 1, 2 und 3 (Bild 6) aus den Messungen an den beiden Schmalseiten der Platte ermittelten Spannungen mit σ_1, σ_2 und σ_3, so wurde als mittlere Spannung der Gurtplatte

$$\sigma_m = \frac{1}{2}\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \sigma_2\right)$$

berechnet. In den Gurtwinkeln wurde die Spannung an drei in einem Querschnitt des waagerechten Winkelschenkels nebeneinanderliegenden Punkten 4, 5, 6 und 7, 8, 9 gemessen (Bild 6). Wie man aus den in Tafel 2 eingetragenen Ergebnissen erkennt, sind die Spannungen in den Winkeln durchweg erheblich niedriger als in den Gurtplatten. Der geringste Wert wurde bei allen Winkeln in der Mitte des Schenkels gemessen.

Auf Bild 6 sind die Ergebnisse der Messungen in den Gurtplatten und im Stegblech graphisch dargestellt. Die größte gemessene Randspannung σ_x ist 1182 kg/cm², also etwas größer als die ohne Nietabzug berechnete Spannung $\sigma_x = 1160$ kg/cm². Im Punkte B ist die größte errechnete Normalspannung ohne Nietabzug $\sigma_x = 580$ kg/cm², gemessen sind 599 und 657 kg/cm². Die Normalspannungen σ_x verteilen sich auch beim Blechträger außerordentlich gleichmäßig dreieckförmig von der Nullinie aus über den Querschnitt.

Die Normalspannungen σ_y senkrecht zur Trägerlängsachse bleiben weit hinter den beim Breitflanschträger gemessenen Werten zurück. Das ist eine Wirkung der Aussteifungen des Stegblechs. Man erkennt auch aus diesem Versuch wieder, wie wichtig es ist, stählerne Träger an den Lastangriffspunkten kräftig auszusteifen.

Die Schubspannung τ_{xy} hatte wie beim Walzträger im Querschnitt B ihren größten Wert. In der Nullinie wurde hier $\tau_{xy} = 650$ kg/cm² gemessen, wogegen die errechnete größte Schubspannung $\tau_{xy} = 664$ kg/cm² war. In den Querschnitten A und C_0 fand sich abweichend von den Ergebnissen beim Walzträger die größte Schubspannung ungefähr in der Mitte des Querschnitts, was auf die Aussteifung des Blechträgers zurückzuführen ist. Immerhin wurden auf der Seite der angreifenden Kräfte größere Werte von τ_{xy} gemessen als in der Nullinie und auf der von den äußeren Kräften abliegenden Seite des Querschnitts.

Zusammenfassung.

Die für einen auf Biegung beanspruchten Träger von I-Form errechneten Spannungen stimmen gut mit der Wirklichkeit überein. Die Normalspannungen σ_x verteilen sich von der Nullinie aus nach einem Dreieck über den Querschnitt. Die Normalspannung σ_y erreicht ihren größten Wert unter den Lastangriffspunkten. Sie ist im ausgesteiften Blechträger erheblich geringer als im Walzträger. Die Schubspannung τ_{xy} ist in allen ausgesteiften Querschnitten in der Nähe der Nullinie am größten, ebenso in dem Querschnitt des nicht ausgesteiften Walzträgers, in dem keine Last angreift. In den Querschnitten des Walzträgers, in denen die äußeren Kräfte einwirken, ergab sich τ_{xy} dagegen in der Nähe der Lastangriffspunkte größer als in der Nullinie und im gegenüberliegenden Teil des Querschnitts.

Stahlbauten für Trocknungsanlagen für Zuckerfabriken.

Von Oberingenieur **H. Maushake**, Braunschweig.

Während die Rübenrückstände der Zuckerfabrikation, die Schnitzel, früher mit grünen Rübenblättern zusammen eingemietet als Futtermittel Verwendung fanden, werden sie heute durch die Zuckerfabriken selbst getrocknet, um als Trockenfuttermittel noch umfangreichere Verwendung zu finden. Der in den Nachkriegsjahren einsetzende Rückgang des Zuckerabsatzes veranlaßte die Zuckerfabriken, auch einen Teil der Rüben mittels Trocknung in gleicher Weise zu einem wertvollen Futtermittel zu verarbeiten.

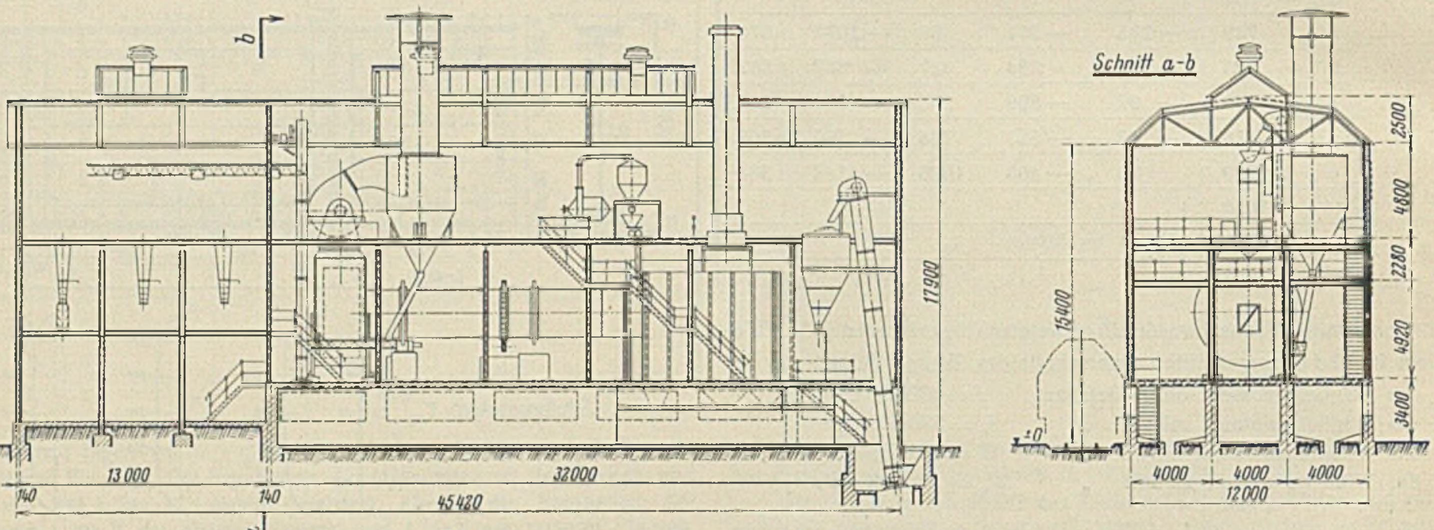

Bild 1. Längs- und Querschnitt der Anlage Oestrum.

Diese Verarbeitung erfolgt heute in neuzeitlichen Trocknungsanlagen. Zwei solcher von der Braunschweigischen Maschinenbauanstalt, Braunschweig, ausgeführter Anlagen, für welche die Gasometer-Wilke A.-G., Braunschweig, die Stahlbauten erstellte, werden in ihren wesentlichen Teilen nachstehend beschrieben.

Die Trocknungsanlage für die Zuckerfabrik Oestrum ist ein vollständig in Stahlkonstruktion erstelltes Fabrikgebäude, welches 45,4 × 12,3 m² Grundfläche umfaßt (Bild 1). Das aus einem Lagerraum und Trocknungsraum bestehende Gebäude enthält in diesem Teil unten zunächst die sogenannte Rübenschlemme. Die auf den drei darüber befindlichen Bühnen des Gebäudes untergebrachte maschinelle Anlage besteht aus einer Feuerungsanlage, der Trockentrommel, einer Saugzugeinrichtung mit Entstaubung und der zum Lagerraum führenden Transporteinrichtung.

Die Bekohlung geschieht durch ein etwas geneigtes Becherwerk an der Stirnseite des Trocknungsbauteiles, welches die Steinkohle in einen Stahlbunker fördert. Die Entladung der angelieferten und gewogenen Rüben erfolgt entweder von Hand auf die Rübenschwemmen oder durch Abspritzen mit dem Wasserstrahl. Von jedem Fuder wird eine Probe entnommen um die Schmutzprozente festzustellen.

Mittels der Schwemmrinne werden die Rüben einer Wäsche zugeführt, wo sie durch entsprechende Vorrichtungen zwecks Reinigung durcheinander gewirbelt werden. Gesäubert gleiten die Rüben auf einer Schurre einem Becherwerk zu, das sie in eine automatische Waage befördert, von wo aus die Weiterführung zwecks Zerschneidung der Rüben in die Schnitzelmaschine erfolgt.

Mittels eines Rechenförderers erfolgt die Weiterleitung in Rinnen oder Rohren den Diffusionsbatterien zu. In diesen Gefäßen strömt heißes Wasser hin und her, umspült die Schnitzel und entzieht ihnen den Saft. Das Wasser nimmt den Rübensaft auf und führt ihn mit sich fort, wogegen die Schnitzel durch ein Sieb zurückgehalten und weiter entlaugt werden. Darauf werden die Schnitzel durch Umkippen der Gefäße in eine Rinne gebracht und dann mittels eines Becherwerkes den Pressen zugeführt. Hier wird das überschüssige Wasser herausgequetscht und die dampfenden Schnitzel werden auf einem Boden bzw. zur Abführung mittels eines Rohres auf Ackerwagen oder Eisenbahnwagen entladen, soweit nicht der Schnitzeltrocknung der Vorzug eingeräumt wird.

Bei einer Trocknungsanlage für Rübenschnitzel erfolgt das Heranholen der nassen Schnitzel nach dem neuzeitlichen Ansaugeverfahren, das bedeutende Vorteile bietet. Damit bei älteren Ausführungen die Anlage der Transportschnecken oder -bänder nicht zu kostspielig wurde, war von vornherein die Lage des Schnitzelherstellungs- und des Trockenraumes zueinander gegeben, während das Ansaugeverfahren einen größeren Spielraum bezüglich der Lage der Gebäude gestattet, ohne daß dadurch eine wesentliche Verteuerung der Saugzuganlage entsteht.

Die Schnitzel werden bei der Schnitzeltrocknung mittels einer Saugzuganlage im Falle Oestrum auf der Bühne oberhalb des Ofens und der Trommel aus dem Nebengebäude durch eine Rohrleitung angesaugt; letztere mündet tangential in einen Sammelbehälter. Die angesaugten Schnitzel werden durch den Behältermantel aus ihrer Eintrittsrichtung abgelenkt, verlieren zum Teil die lebendige Kraft und fallen durch ihre Schwere in den unteren Teil des Behälters, von wo aus sie durch einen sternförmigen und zur Aufrechterhaltung des Vakuums luftdicht abschließenden Drehschieber in einen Schneckentrog und dann in die Trockentrommel geleitet werden. Die Saugluft geht aus der Mitte des oben genannten Sammelbehälters weiter durch zwei Staubsäcke, die etwa mitgerissenes Material zurückhalten, und dann durch die Saugzugmaschine in das Freie.

Eine zweite Saugzuganlage auf der Bühne am Ende der Trommel zieht die heiße Luft des Ofens durch die sich langsam um ihre Achse drehende Trockentrommel. Im Innern der letzteren sind parallel zur Längsachse der Trommel laufende Schaufeln angebracht. Die Vorwärtsbewegung des zu trocknenden Materials innerhalb der Trommel erfolgt lediglich durch die Einwirkung des starken Saugzuges auf die bei der Drehung von den Schaufeln herabrieselnden Schnitzel. Am Ende der Trommel fällt das getrocknete Gut in einen feststehenden Blechkasten, von wo es durch Ausräumer in die Schneckenrinne und von hier nach dem Lagerraum gelangt. Die angesaugte heiße Luft einschließlich des entzogenen Wasserdampfes der Schnitzel geht weiter durch die Saugzugmaschine, alsdann durch einen Behälter, in welchem mitgerissenes Material zurückgehalten wird, ins Freie.

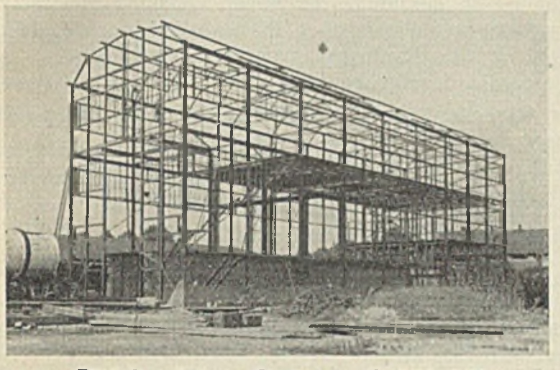

Bild 2. Anlage Oestrum. Stahlskelett.

Außer dem Winddruck hat das Bauwerk erhebliche Lasten aufzunehmen. Infolgedessen mußte überlegt werden, ob die Stahlkonstruktion nur bis auf den 3,4 m hohen Mauerwerksunterbau zu führen möglich war. Die Überprüfung der Belastung für das Mauerwerk erforderte jedoch solche Abmessungen, daß von dieser Lösung Abstand genommen werden mußte. Da der Unterbau der Trocknung mit Rücksicht auf Anordnung der Rübenschlemme, Entaschung usw. in der Längsrichtung dreiteilig auszubilden war, wurden die mittleren Trennungsmauern zur Aufnahme der Feuerung und Trommel mit Lasten von 290 t und 110 t entsprechend kräftiger ausgeführt. Alle übrigen Lasten (Maschinen, Decken, Bunker, Material usw.) werden von der Stahlkonstruktion auf die unter Flurhöhe angeordneten Fundamente heruntergeführt, so daß die Außenwände keine besonderen Belastungen erhalten.

Die Hauptstützen des Stahlgerippes bestehen aus I P-Trägern. Sie finden gegen Winddruck ihre Abstützung an den Decken und dem oberen in Binderuntergurtebene über das ganze Gebäude vorgesehenen Windverband. Durch die Decken, die aus Trägerlagen mit Betonplatten bestehen, sowie den oberen waagerechten Windträger, werden die Windkräfte nach den Stirnwänden und der Mittelwand zwischen Trocknungs- und Lagerraum und durch Verbände dieser Wände nach den Fundamenten abgeleitet. Da sich die Decken nicht immer über das ganze Gebäude erstrecken, ist an den offenen Stellen ein Ersatz durch eine waagerechte Windverstrebung geschaffen, die auch um den Bunker herumgeführt ist, wodurch gleichzeitig für die Bunkerunterstützung eine gute Steifigkeit erreicht wurde.

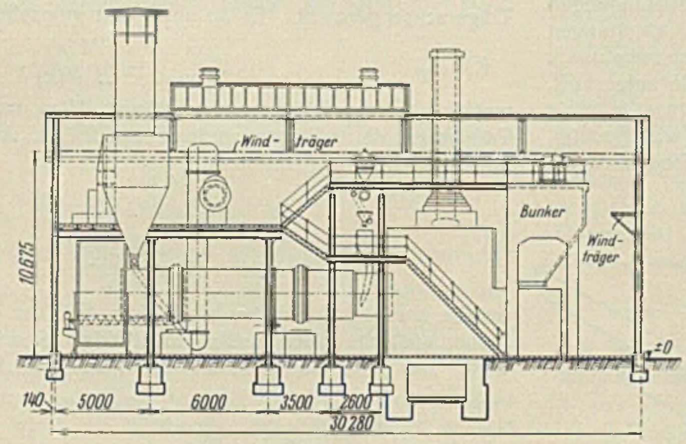

Bild 4.
Längsschnitt der Anlage Groß-Mahner.

An der Bekohlungsseite mußte der Windverband in dieser Stirnwand wegen Anordnung des Becherwerks und der Türen portalartig ausgebildet werden. Diese starken und doppelwandigen Verstrebungen sind unsichtbar vermauert und beeinträchtigen das Gesamtbild nicht. Die übrigen Wandverbände liegen innen und sind von außen ebenfalls nicht zu sehen.

Da auch die in ihrer Größe und Höhenlage verschiedenen Decken nach außen nicht in Erscheinung treten, konnte dem Bauwerk durch Anordnung durchgehender Mauerwerks- und Glasflächen eine gute architektonische, einheitliche Wirkung gegeben werden. Das ganze Gebäudebild sollte dem Auge einen ruhigen Eindruck verleihen, was auch erreicht sein dürfte. Die Räume sind durchweg gut belichtet und für eine genügende Entlüftung ist durch eine Anzahl in die Lichtbandflächen eingebauter Entlüftungsflügel gesorgt. Zur Aufnahme des Mauerwerks sind oberhalb der Lichtbänder durchgehende Entlastungszüge vorgesehen und die Mauerstürze sind nach den Decken abgefangen. Die Wände oberhalb des Unterbaues sind aus einem halben Stein starken Fachwerksmauerwerk gebildet, deren Flächen durch die hochgeführten Pfeilervorlagen und das obere unterhalb der Traufe angeordnete stärkere Mauerwerksband eine vorteilhafte Belebung verliehen wird. In dem 3,4 m hohen Unterbau ist die Konstruktion durch das Mauerwerk verdeckt, durch diese massige

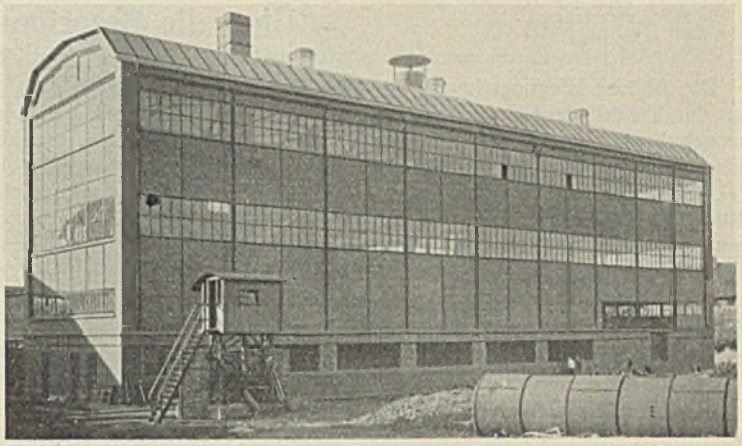

Bild 3. Anlage Oestrum. Ansicht des fertigen Bauwerkes.

Fläche wird die Wirkung des Gesamtbildes günstig beeinflußt.

Das Dach ist mittels Bimsbetonplatten und einer darüberliegenden teerlosen Pappabdeckung eingedeckt. Der Dachschub wird von einer Traufpfette aufgenommen sowie auch die entfallende Dachlast. Diese Traufpfette dient außerdem noch als Gurtung des in Binderuntergurthöhe liegenden Windträgers. Die im Dach für den Lager- und Trockenraum eingebauten Oberlichte bestehen aus einem kittlosen System mit 6 bis 8 mm Drahtglaseindeckung und mit einem Einstegsprossenprofil, welches gegenüber den Riemensprossen den Vorteil guter Reinigungs- und Unterhaltungsmöglichkeit bietet. Die Oberlicht-Abdichtungen bestehen aus verzinktem Eisenblech. Um eine gute Durchlüftung des ganzen Gebäudes zu erzielen, wurden außer den in den Lichtbändern angebrachten Entlüftungflügeln in die Oberlichte verschließbare Entlüfter eingebaut, die durch Seilzug von den Decken zu betätigen sind.

Die Treppen bestehen aus kräftigen Stahlwangen mit Riffelblechstufen und Gasrohrgeländer. Die Laufstegabdeckung erfolgt durch Riffelblech. Sämtliche Tore und Türen wurden aus gepreßtem Stahlblech verschließbar gewählt und teilweise mit Oberlicht versehen.

Die Bilder 2 u. 3 zeigen das Gebäude bei der Aufstellung der Stahlkonstruktion und in vollendetem Zustand.

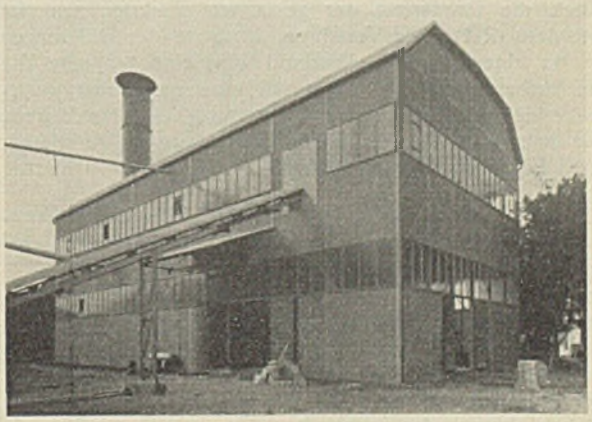

Bild 5.
Anlage Groß-Mahner. Ansicht des fertigen Bauwerkes.

Ähnlich der Anlage Oestrum ist die Trocknungsanlage für die Zuckerfabrik Groß-Mahner nach den Bildern 4 u. 5 zur Ausführung gekommen, jedoch mit dem Unterschied, daß nur ein Trocknungsgebäude erstellt worden ist und auch der 3,4 m hohe Unterbau fortfiel.

Im übrigen sind die Angaben über die Abmessungen der Einrichtung zur Anlage Oestrum auch für diese ganz neuzeitlich ausgebildete Trocknung maßgebend.

Dieser Fachwerkbau hat etwa 30,3 $\times$ 12,3 m Grundrißfläche und etwa 10,7 m Traufenhöhe. Das ganze Stahlgerippe ist durch innenliegende

Wandverbände versteift, die insbesondere die Windlasten von dem in Traufenhöhe liegenden waagerechten Windträger nach den Fundamenten überzuleiten haben. Um auch hier den Raum möglichst wenig zu beeinträchtigen, wurden die Hauptstützen aus IP-Trägern gewählt. — Für gute Belichtung und Entlüftung ist auch hier durch den Einbau durchgehender Lichtbänder und eines kittlosen Oberlichts mit Entlüftern gesorgt.

Die Lichtbänder sind durch gegen die Fachwerkwand gelegte ⊥-Profile gebildet, welche oben und unten mit einem Winkel bezäunt sind. Das obere Winkelprofil ist auf den inneren Flansch des Riegels gelegt, um durch diese Schräglage das Wasser gut abzuleiten und gleichzeitig Ersatz für eine besondere Zinkblechabdichtung zu bilden. — Die Dacheindeckung besteht aus Bimsbetonplatten mit teerloser Papplage und die Wände aus einem halben Stein starken Fachwerkmauerwerk. Die Decken wurden aus Trägerlagen mit Hohlsteinen gebildet, wogegen die Laufstege des besseren Lichtdurchfalles wegen mit Tezettrosten abgedeckt wurden. Tore und Türen wurden aus gepreßtem Stahlblech gewählt.

Während die Trommel sich unmittelbar auf Betonfundamenten abstützt, sind sämtliche übrigen Belastungen (Maschinen, Decken usw.) von dem Stahlgerüst zu übertragen.

Bild 5 zeigt das fertiggestellte Bauwerk.

Über die Berechnung von Plattenbalken.

Von Erich Reißner in Berlin.

Die übliche Biegungstheorie der Träger mit gerader Mittellinie geht von der Voraussetzung aus, daß ein in einer Hauptträgheitsebene der Querschnitte wirkendes Biegungsmoment quer zu dieser Ebene konstante Spannungsverteilung erzeugt. Im allgemeinen führt diese Annahme auch zu keinen unzulässigen Widersprüchen mit den Ergebnissen der Elastizitätstheorie. Es ist jedoch seit langem bekannt, daß die erwähnte Annahme bei Plattenbalken und Kastenträgern mit einigermaßen breitem Gurt auch näherungsweise nicht mehr zutrifft. Man hat in diesen Fällen den Begriff der „mittragenden Breite" eingeführt, worunter man diejenige Gurtbreite versteht, mit der bei der Annahme konstanter Spannung nach der Breite hin sich dieselbe maximale Biegungsspannung ergeben würde, wie diejenige des Plattenbalkens mit nach der Seite abklingenden Spannungen.

Eine rationelle Methode zur Berechnung der mittragenden Breite bei durchlaufenden ⊤-Trägern hat zuerst Prof. v. Kármán angegeben[1]). Vorausgesetzt wird dabei — was auch hier geschehen soll — daß die Plattenstärke klein ist im Vergleich zur Trägerhöhe, und daß die Biegungssteifigkeit der Gurtplatte senkrecht zu ihrer Ebene zu vernachlässigen ist gegen die des Steges[2]). Es wird also angenommen, daß in der Platte ein ebener Spannungszustand herrscht. Dieser Spannungszustand ist offenbar abhängig von der Belastung und von den Abmessungen des Systems. Den Zusammenhang zwischen Steg und Platte berücksichtigt v. Kármán mit Hilfe des Prinzips vom Minimum der Formänderungsarbeit. Zahlenbeispiele nach dieser Methode für verschiedene Lastverteilungen rechnete Dr. Metzner[3]). Es ergab sich aus diesen Rechnungen, daß die tragende Breite längs der Trägerachse durchaus nicht immer konstant, sondern von der Momentenverteilung abhängig ist.

Erweiterungen der Theorie auf Kastenträger, auch auf Fälle nicht durchlaufender Träger finden sich in zwei Arbeiten von Prof. G. Schnadel[4]).

Im folgenden soll zunächst eine Methode angegeben werden, mit der ebenfalls der elastische Zusammenhang zwischen Steg und Gurt berücksichtigt, die Aufgabe aber auf ein reines Randwertproblem der Spannungsfunktion der Gurtplatte zurückgeführt wird. Auf diesem Wege können die formelmäßigen Ergebnisse der bisherigen Arbeiten mit sehr wenig Rechenaufwand erhalten werden. Weiter ergibt sich die prinzipielle Möglichkeit, diejenigen Näherungsverfahren zur Lösung von Randwertaufgaben anzuwenden, welche die Angabe sämtlicher Randbedingungen durch die Randwerte der gesuchten Funktion und ihrer Ableitungen erfordern (Ritzsches Verfahren, Methode der Differenzenrechnung usw.).

In einem zweiten Abschnitt wird eine genauere Theorie aufgestellt, die insbesondere für Träger mit einer gegenüber der Spannweite nicht mehr kleinen Steghöhe von Bedeutung sein kann. Ferner wird gezeigt, wie man auch aus ihr durch Grenzübergang zu kleinen Steghöhen die alten Ergebnisse erhalten kann.

I. Einfache Theorie. Steg als Balken.

Hier ist die folgende Aufgabe zu lösen: Gegeben nach Bild 1 ein Steg, in dem der Charakter der Spannungsverteilung nach der üblichen Näherungstheorie, und eine Gurtplatte, in der ein ebener Spannungszustand vorausgesetzt werden soll. Die Berücksichtigung des elastischen Zusammenhangs erfolgt in der Weise, daß man an der Anschlußstelle Steg—Gurt die Dehnung in der Platte derjenigen Dehnung gleichsetzt, die dort herrschen würde, wenn man einen Plattenbalken vor sich hätte von der Gurtbreite 2λ und der Breite nach konstanter Spannung.

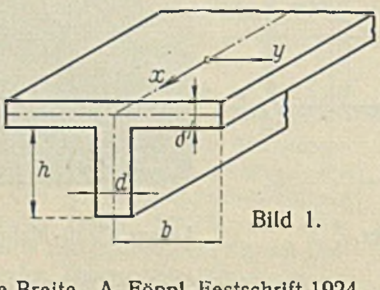

Bild 1.

Nun lassen sich bekanntlich die Spannungen σ_x, σ_y, τ eines ebenen Spannungszustandes folgendermaßen als Ableitungen einer Spannungsfunktion F schreiben:

$$(1)\qquad \sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}; \qquad \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}; \qquad \tau = -\frac{\partial^2 F}{\partial x\,\partial y},$$

wobei F der folgenden Differentialgleichung genügen muß:

$$(2)\qquad \Delta\Delta F \equiv \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2\,\frac{\partial^4 F}{\partial x^2\,\partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0.$$

Den Zusammenhang zwischen den Dehnungen und den Spannungen gibt das verallgemeinerte Hookesche Gesetz, wenn man die Verschiebungen in der x- bzw. y-Richtung mit u bzw. v, die Winkeländerung mit γ bezeichnet, folgendermaßen:

$$(3)\qquad \left\{\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{E}\left(\sigma_x - \frac{1}{m}\cdot\sigma_y\right) \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{E}\left(\sigma_y - \frac{1}{m}\cdot\sigma_x\right) \\ \gamma &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{G}\cdot\tau, \end{aligned}\right.$$

wobei E den Dehnungsmodul, G den Schubmodul und m das Querkontraktionsverhältnis bedeutet. Zwischen E und G besteht überdies die Gleichung

$$(4)\qquad E = \frac{2(m+1)}{m}\cdot G.$$

Das Koordinationssystem möge nach der in Bild 1 angegebenen Weise gewählt werden.

Die Randbedingungen für die Anschlußstelle Steg—Gurt können ein für allemal angegeben werden. Aus Symmetriegründen folgt, daß die Verschiebung quer zur Stegachse verschwinden muß.

$$(5)\qquad (v)_{y=0} = 0.$$

Zur zweiten Bedingung werde die Aussage über die Dehnung längs der Trägerachse gemacht. Es ist unter den gemachten Voraussetzungen:

$$(6)\qquad (\varepsilon_x)_{y=0} = \frac{M(x)}{E\,W(x)},$$

wobei $M(x)$ das Biegungsmoment und $W(x)$ das Widerstandsmoment des Trägers mit der vollmittragenden Breite 2λ ist. Andererseits ist λ durch die folgende Gleichung definiert

$$(7)\qquad \lambda = \frac{\int_0^b \sigma_x\,dy}{\dfrac{M(x)}{W(x)}},$$

welche ausdrückt, daß der Inhalt der nach der Seite abklingenden Gurtspannungsfläche einer ideellen rechteckigen Spannungsfläche gleichgesetzt wird. Das Widerstandsmoment wird, wie man leicht ausrechnet,

$$(8)\qquad W = \frac{h}{6}\,(h\,d + 8\,\lambda\,\delta),$$

oder, wenn man nach λ auflöst,

$$(8\text{a})\qquad \lambda = \frac{6\,W - h^2 d}{18\,\delta\,h}.$$

Aus (8a) und aus der Definitionsgleichung (7) der tragenden Breite bekommt man das zugeordnete Widerstandsmoment

$$(9)\qquad W\left(\frac{3}{4\,\delta\,h} - \frac{1}{M}\int_0^b \sigma_x\,dy\right) = \frac{h\,d}{8\,\delta}.$$

Wenn man (9) in die Randbedingung (6) einsetzt, erhält man schließlich als Randbedingung aus (6)

$$(\varepsilon_x)_{y=0} + \frac{8\,\delta}{h\,d}\int_0^b \sigma_x\,dy = \frac{6}{h^2 d}\cdot M(x).$$

[1]) Th. v. Kármán, Die mittragende Breite. A. Föppl-Festschrift 1924. S. a. S. Timoshenko, Theory of Elasticity, S. 156. Mc Graw-Hill Book Comp. Inc. New York und London 1934.

[2]) In einer späteren Mitteilung wird gezeigt werden, daß es möglich ist, die Aufgabe in gewissen Fällen auch ohne diese einschränkende Voraussetzung streng zu lösen.

[3]) W. Metzner, Die mittragende Breite. Lufo IV, 1929.

[4]) G. Schnadel, Die Spannungsverteilung in Flanschen dünnwandiger Kastenträger. Jahrb. d. Schiffbautechn. Ges. 1926. — Die mittragende Breite in Kastenträgern. WRH 1928.

und unter Berücksichtigung der Beziehungen (3) und (1)

$$\text{(6a)}\quad \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}-\frac{1}{m}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right)_{y=0}+\frac{8\,\delta}{h\,d}\left[\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_{y=b}-\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_{y=0}\right]=\frac{6}{h^2 d}M(x)^{5)}.$$

Für die tragende Breite λ ergibt sich aus (7) unter Berücksichtigung von (8) die folgende Gleichung:

$$\text{(7a)}\quad \frac{1}{h\,\delta\left(\frac{4}{3}+\frac{h\,d}{6\,\lambda\,\delta}\right)}=\frac{\int_0^b \sigma_x\,dy}{M(x)}.$$

Durchführung für einen besonderen Fall.

Nimmt man als Spannungsfunktion F die M. Lévysche Lösung der biharmonischen Differentialgleichung

$$\text{(10)}\quad F=\sum_1^\infty \cos\nu x\left\{e^{-\nu y}\left[A_n+B_n(1+\nu y)\right]+e^{\nu y}\left[C_n+D_n(1+\nu y)\right]\right\}$$

mit $\nu=n\pi/l$, so läßt sich durch sie einmal, wie v. Kármán gezeigt hat, der Spannungszustand in der Gurtplatte eines durchlaufenden Trägers von der Stützweite $2\,l$, der ein ebenfalls periodisches Moment von der Form

$$\text{(11)}\quad M(x)=\sum_1^\infty M_n\cdot\cos\nu x$$

aufzunehmen hat, darstellen (s. Bild 2a). Man muß dann für den durchlaufenden Träger mit überall positiver Belastung an den Stützpunkten, d. h. für $x=0$ und $x=2\,l$ aus Symmetriegründen fordern

$$\text{(12)}\quad u=0.$$

Aus der Form der Spannungsfunktion ergibt sich damit, daß ebenda

$$\text{(13)}\quad \tau=0.$$

Man kann aber auch, wie G. Schnadel zuerst bemerkt hat, den Spannungszustand in der Platte eines gelenkig gestützten Trägers von der Spannweite l darstellen, denn (10) erfüllt die Bedingung

$$\text{(14)}\quad \sigma_x=0$$

für $x={}^1/_2$ und $x={}^3/_2\,l$ in jedem Gliede der Spannungsfunktion für sich. Man erhält als zweite Randbedingung an denselben Stellen

$$\text{(15)}\quad v=0,$$

d. h. die Lösung ist streng, wenn durch Versteifungen an den freien Rändern für die Erfüllung der Gl. (15) gesorgt wird, was in der Praxis oft der Fall ist[6]. (Man kann sich diesen gelenkig gestützten Träger auch als Teil eines durchlaufenden Trägers vorstellen mit periodischer, abwechselnd positiver und negativer Belastung (s. Bild 2b).

Beschränken wir uns hier für die weitere Durchführung auf den Fall des unendlich breiten Gurtes, so werden wegen des Verschwindens der Spannungen für $y=\infty$

$$\text{(16)}\quad C_n=0 \quad\text{und}\quad D_n=0.$$

Drückt man die Bedingung $v\,(x,\,0)=0$ mit Hilfe von (3) durch die Ableitungen der Spannungsfunktion aus, so erhält man folgenden Zusammenhang zwischen A_n und B_n

$$\text{(17)}\quad B_n=-\frac{m+1}{2\,m}\cdot A_n.$$

Damit nimmt die Spannungsfunktion die folgende Gestalt an

$$\text{(10a)}\quad F=\frac{1}{2\,m}\sum_1^\infty A_n\cdot\cos\nu x\,[m-1-(m+1)\,\nu y]\,e^{-\nu y}.$$

Die Ausdrücke für die Spannungen werden

$$\text{(10b)}\quad \sigma_x=\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}=\frac{1}{2\,m}\sum\nu^2 A_n\cdot\cos\nu x\,[3\,m+1-(m+1)\,\nu y]\,e^{-\nu y}$$

$$\text{(10c)}\quad \sigma_y=\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}=-\frac{1}{2\,m}\sum\nu^2 A_n\cdot\cos\nu x\,[m-1-(m+1)\,\nu y]\,e^{-\nu y}$$

$$\text{(10d)}\quad \tau=-\frac{\partial^2 F}{\partial x\,\partial y}=-\frac{1}{2\,m}\sum\nu^2 A_n\cdot\sin\nu x\,[2\,m-(m+1)\,\nu y]\,e^{-\nu y}.$$

Die vierte Randbedingung [Gl. (6a)] des stetigen Überganges vom Gurt auf den Steg ist die folgende:

$$\text{(6b)}\quad -\sum\nu A_n\left[\nu\cdot\frac{3\,m^2+2\,m-1}{2\,m^2}+\frac{8\,\delta}{h\,d}\right]\cos\nu x=\frac{6}{h^2 d}\sum M_n\cdot\cos\nu x,$$

also:

$$\text{(6c)}\quad \nu\,A_n=-\frac{M_n}{h\,\delta}\cdot\frac{1}{\left(\frac{4}{3}+\frac{\nu\,d\,h}{6\,\delta}\cdot\frac{3\,m^2+2\,\mathrm{m}-1}{2\,m^2}\right)},$$

damit erhalten wir aus Gl. (7a) die folgende Bestimmungsgleichung für λ

$$\text{(7b)}\quad \frac{1}{\frac{4}{3}+\frac{h\,d}{6\,\delta\,\lambda}}=\frac{1}{M(x)}\sum M_n\cdot\frac{\cos\nu x}{\frac{4}{3}+\frac{\nu\,h\,d}{6\,\delta}\cdot\frac{3\,m^2+2\,m-1}{2\,m^2}},$$

welche also erlaubt, den Plattenbalken nach der elementaren Theorie mit σ_x unabhängig von y zu berechnen, wenn die sich daraus ergebende ideelle Gurtbreite λ eingeführt wird.

Für $M(x)=M\cdot\cos\nu x$, eine Momentenverteilung, wie sie sich sehr angenähert für den gelenkig gestützten Träger unter gleichmäßiger Volllast ergibt, wird z. B.: mit $m=10/3$

$$\lambda=\frac{2\,m^2}{(3\,m^2+2\,\mathrm{m}-1)\,\pi}\cdot l=0{,}18\,l.$$

Formel (7b) findet sich bereits in der Arbeit von Herrn v. Kármán, der mit ihrer Hilfe feststellt, daß für eine einfach harmonische Momentenverteilung $\lambda=\text{const.}$ wird (was man übrigens bei der gewählten Spannungsfunktion unmittelbar aus (6) und (7) ersehen kann, so daß dieses Resultat unabhängig von der Randbedingung (6a) ist), und daß die tragende Breite durch die späteren harmonischen Glieder nicht unerheblich vermindert werden kann. Es ist möglich, aus Gl. (7b) die folgende schärfere und wie es scheint bis jetzt unbekannt gewesene Folgerung zu ziehen, daß es Momentenverteilungen gibt, für die im gefährlichen Querschnitt die tragende Breite beliebig klein wird. Hinreichend dafür ist die genügende Kleinheit von

$$\frac{1}{M^2_{\max}}\int_0^{2l} M^2(x)\,dx,$$

d. h. bei Spitzen in der Momentenfläche ist die Materialausnutzung besonders schlecht[7]).

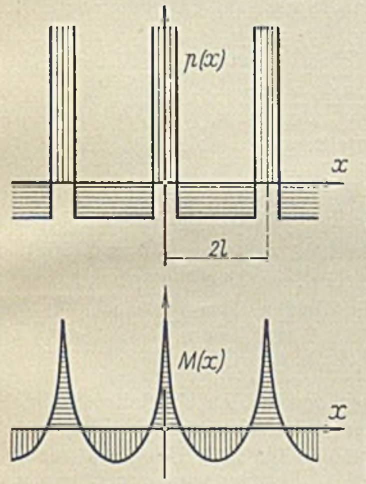

Bild 2a.

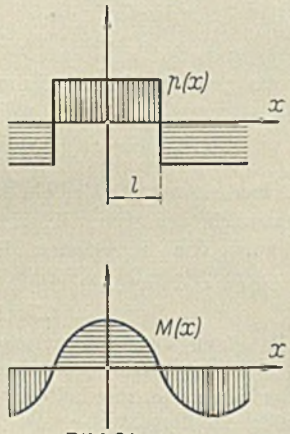

Bild 2b.

[5]) Es erscheint auf den ersten Blick korrekter, an Stelle von (7) zu schreiben:

$$\text{(7*)}\quad \lambda=\frac{\int_0^b \sigma_x\,dy}{(\sigma x)_{y=0}}.$$

Es ergibt sich dann unter Benutzung von (8) aus (6) als Randbedingung

$$\text{(6a*)}\quad \left(\sigma_x-\frac{1}{m}\cdot\sigma_y\right)\left(h\,d+8\,\delta\cdot\frac{\int_0^b \sigma_x\,dy}{\sigma_x}\right)_{y=0}=\frac{6}{h}\cdot M(x),$$

ein Ausdruck, der nur dann linear in den Ableitungen der Spannungsfunktion ist, wenn $\frac{1}{m}=0$ gesetzt wird. In diesem Falle stimmt aber (6a*) mit der im Text gegebenen Formel (6a) überein. Im andern Falle führt die Aufgabe bei der gewählten Spannungsfunktion auf die Auflösung eines unendlichen Gleichungssystems.

Ebenso richtig scheint es, da der Steg auf den Gurt durch die übertragene Schubspannung wirkt, als Randbedingung die folgende Aussage zu wählen:

$$\text{(6**)}\quad 2\,\delta\cdot(\tau)_{y=0}=\frac{Q\,S}{J\,d}\cdot d.$$

Da $\frac{S}{J}=\frac{2\,\lambda\,\delta}{W}$, erhält man unter Benutzung von (7)

$$\text{(6a**)}\quad M(x)\,(\tau)_{y=0}=Q\,(x)\int_0^b \sigma_x\,dy,$$

deren Anwendung wieder auf die Auflösung eines unendlichen Gleichungssystems führen würde. Diese Unsicherheit in der Wahl der Randbedingung, die durch die Näherungsvoraussetzung über die Spannungsverteilung im Steg hineinkommt, vermeidet man, wenn man wie in Abschnitt II vorgeht, und den Steg ebenfalls als Platte rechnet, wodurch die im Abschnitt I getroffene Wahl für nicht zu hohe Stege gerechtfertigt wird.

[6]) Eine Methode den Träger mit spannungsfreien Gurträndern zu berechnen hat neuerdings Prof. H. Reißner mitgeteilt. (Spannungsverteilung in der Gurtplatte einer Rippendecke. Z. A. M. M. Okt. 1934.)

[7]) Dies beweist man folgendermaßen: aus Gl. (7b) folgt mit den abkürzenden positiven Konstanten c_1 und α_n

$$\lambda=\frac{1}{\dfrac{M(x)}{\sum M_n\,\alpha_n\cdot\cos\nu x}-c_1}$$

$$(\lambda)_{M(x)=M_{\max}}\leqq\frac{1}{\dfrac{M_{\max}}{\sum M_n\,\alpha_n}-c_1};$$

Fortsetzung der Fußnote [7]) umstehend.

II. Genauere Theorie. Steg als Platte (s. Bild 3).

Es ist nicht schwierig und soll im folgenden geschehen, an Stelle dieser Theorie eine genauere aufzustellen, die in den Fällen von Wert sein kann, wo das Verhältnis h/l nicht mehr $\ll 1$ ist. Man hat dann folgende

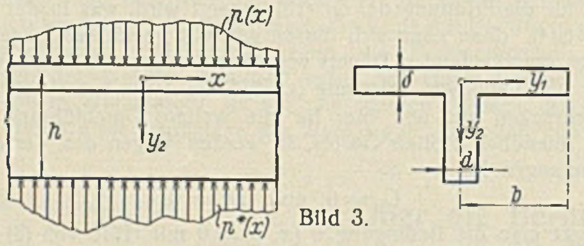

Bild 3.

Aufgabe zu lösen. Ein ebener Spannungszustand in der Gurtplatte, dargestellt durch eine Spannungsfunktion F_1, und ebenfalls ein ebener Spannungszustand im Steg, dargestellt durch eine Spannungsfunktion F_2, ist so zu bestimmen, daß folgende Randbedingungen befriedigt werden:

für $y_1 = y_2 = 0$ soll sein

(17) $$v_1 = 0,$$

(18) $$\varepsilon_{x_1} = \varepsilon_{x_2},$$

(19) $$2\,\delta\,\tau_1 + d\,\tau_2 = 0,$$

(20) $$d\,\sigma_{y_2} = p(x);$$

für $y_1 = b$ muß man fordern

(21) $$\sigma_{y_1} = 0,$$

(22) $$\tau_1 = 0;$$

für $y_2 = h$ hat man

(23) $$d\,\sigma_{y_2} = p^*(x),$$

(24) $$\tau_2 = 0.$$

Wählt man wieder wie in Abschnitt I die übrigen Randbedingungen so, daß man mit in der x-Richtung periodischen Spannungsfunktionen arbeiten kann, und nimmt man, um einfache Formeln zu erhalten, $b = \infty$ an, so wird die Lösung — wieder Symmetrie um $x = 0$ vorausgesetzt — durch die folgenden Funktionen geliefert:

(25) $$F_1 = \sum_1^\infty \cdot \cos \nu x\,[A_n + B_n(1 + \nu y)]\,e^{-\nu y},$$

(26) $$F_2 = \sum_1^\infty \cdot \cos \nu x\,[(C_n + \nu y E_n)\,\mathfrak{Sin}\,\nu y + (D_n + \nu y\,G_n)\,\mathfrak{Cos}\,\nu y].$$

Weiter nimmt man entsprechend dieser Symmetrie die Belastungen p bzw. p^* auf der Ober- bzw. Unterseite des Steges an:

(27) $$p(x) = \sum_1^\infty P_n \cdot \cos \nu x,$$

(28) $$p^*(x) = \sum_1^\infty P_n^* \cdot \cos \nu x.$$

Durch den Ansatz (25) sind die Bedingungen (21) und (22) des Verschwindens im Unendlichen bereits erfüllt. Die Bedingungen (17) bis (20), (23), (24) liefern die folgenden 6 Gleichungen für die 6 Unbekannten A_n, B_n, C_n, D_n, E_n, G_n

(17a) $$B_n = -\frac{m+1}{2\,m} \cdot A_n,$$

(18a) $$\left(1 + \frac{1}{m}\right) A_n - \left(1 - \frac{1}{m}\right) B_n = 2\,E_n + \left(1 + \frac{1}{m}\right) D_n,$$

(19a) $$2\,\delta\,A_n = d\,(C_n + G_n),$$

(20a) $$d\,\nu^2 D_n = P_n,$$

(23a) $$d\,\nu^2\,[C_n \cdot \mathfrak{Sin}\,\nu h + D_n \cdot \mathfrak{Cos}\,\nu h + E_n\,\nu h \cdot \mathfrak{Sin}\,\nu h + G_n\,\nu h \cdot \mathfrak{Cos}\,\nu h] = P_n^*,$$

(24a) $$C_n \cdot \mathfrak{Cos}\,\nu h + D_n \cdot \mathfrak{Sin}\,\nu h + E_n\,(\nu h \cdot \mathfrak{Cos}\,\nu h + \mathfrak{Sin}\,\nu h) + G_n\,(\nu h \cdot \mathfrak{Sin}\,\nu h + \mathfrak{Cos}\,\nu h) = 0.$$

Aus (19a), (23a), (24a) ergibt sich

(29) $$E_n = \frac{A_n\,\delta\,(2\,\nu h - \mathfrak{Sin}\,2\,\nu h) - \frac{1}{\nu^2} P_n \cdot \mathfrak{Sin}^2 \nu h + \frac{1}{\nu^2} \cdot P_n^*\,\nu h \cdot \mathfrak{Sin}\,\nu h}{d\,[\mathfrak{Sin}^2\,\nu h - (\nu h)^2]}$$

und damit aus (17a), (18a), (20a) und (29) als Gleichung, die (6c) ersetzt:

(30) $$A_n = \frac{P_n\left[\left(1 - \frac{1}{m}\right)\mathfrak{Sin}^2\,\nu h + \left(1 + \frac{1}{m}\right)(\nu h)^2\right] - 2\,P_n^*\,\nu h \cdot \mathfrak{Sin}\,\nu h}{\left[\frac{3\,m^2 + 2\,m - 1}{2\,m^2}\,(\mathfrak{Sin}^2\,\nu h - (\nu h)^2) + \frac{2\,\delta}{d}\,(\mathfrak{Sin}\,2\,\nu h - 2\,\nu h)\right] d\,\nu^2}.$$

Setzt man (wie für kleine $\alpha = n\,\pi\,h/l$ offenbar zulässig) in (30)

im Zähler $\mathfrak{Sin}\,\alpha = \alpha$, im Nenner $\mathfrak{Sin}\,\alpha = \alpha + \frac{\alpha^3}{3!}$,

so erhält man nach kurzer Rechnung

(31) $$A_n = \frac{-P_n + P_n^*}{\nu^2\,\delta\,\nu h\left[\frac{3\,m^2 + 2\,m - 1}{2\,m^2} \cdot \frac{\nu\,d\,h}{6\,\delta} + \frac{4}{3}\right]}.$$

Man sieht, daß, wenn die Belastung nur am Obergurt oder nur am Untergurt angreift wegen $P_n = \nu^2 M_n$ Gl. (31) identisch ist mit dem Ergebnis (6c) der Näherungstheorie des Abschnitts I.

Für die Berechnung der Gurtspannungen genügt die Kenntnis der Koeffizienten A_n. Man kann ebenso die übrigen Koeffizienten berechnen und damit die Verteilung der Normal- und Schubspannungen im Steg und die Biegungslinie in bezug auf ihre Abweichung von der elementaren Theorie diskutieren, wie es für den Balken mit schmalem Rechteckquerschnitt in den Arbeiten von Filon, Bleich, v. Kármán und Seewald geschehen ist[8]). Die Abweichungen von der elementaren Theorie werden im vorliegenden Falle vermutlich stärker sein, als in dem von den genannten Autoren betrachteten.

Es ist noch von Interesse, das asymptotische Verhalten der A mit wachsendem n in den Formeln (30) und (31) zu betrachten. Man erhält aus dem Ergebnis der Näherungstheorie

(6d) $$A_n \sim \frac{M_n}{(\nu h)^2} \cdot \frac{12\,m^2}{d\,(3\,m^2 + 2\,m - 1)};$$

aus Formel (30) ergibt sich, wenn die Last am Obergurt angreift:

(30a) $$A_n \sim M_n \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{d\left(\frac{3\,m^2 + 2\,m - 1}{2\,m^2} + \frac{4\,\delta}{d}\right)},$$

wenn die Last am Untergurt angreift, wird

(30b) $$A_n \sim M_n \cdot \frac{\nu h}{\mathfrak{Sin}\,\nu h} \cdot \frac{2}{d\left(\frac{3\,m^2 + 2\,m - 1}{2\,m^2} + \frac{4\,\delta}{d}\right)}.$$

Bemerkenswert ist der Unterschied zwischen (6d) und (30a). Daraus folgt nämlich, daß, wenn M_n die Größenordnung n^{-2} hat, d. h. z. B. unter Einwirkung von Einzellasten die beiden Theorien auch für die Gurtspannungen prinzipiell verschiedene Werte liefern.

Zahlenbeispiel.

Um einen Vergleich zwischen den beiden abgeleiteten Ergebnissen, die den Steg entweder als Balken nach der elementaren Theorie, oder als Scheibe behandeln, zu erhalten, wurden für einige Werte des Verhältnisses Steghöhe zu Spannweite die für die Gurtspannungen maßgebenden Koeffizienten A_n berechnet.

$k = \frac{n\,\pi\,h}{l}$	$\frac{A_n}{M_n} = \frac{0{,}7\,\mathfrak{Sin}^2 k + 1{,}3\,k^2}{1{,}75(\mathfrak{Sin}^2 k - k^2) + 2(\mathfrak{Sin}\,2\,k - 2\,k)}$	$\frac{A_n}{M_n} = \frac{3}{(0{,}87\,k + 4)\,k}$
0,5	1,32	1,353
1,0	0,578	0,616
1,5	0,338	0,374
2,0	0,231	0,262
2,5	0,177	0,193
3,0	0,151	0,151
3,5	0,134	0,122
4,0	0,128	0,10

So ergibt sich z. B. für einen gelenkig gestützten Träger unter gleichmäßiger Vollast von der Spannweite 1 m und der Steghöhe 32 cm, wenn Steg- und Plattendicke gleich sind nach der in Abschnitt I dargestellten Berechnungsweise $A = 0{,}616\,M$, während nach der genaueren Theorie $A = 0{,}578\,M$ wird, was eine Abweichung von $6{,}5\,\%$ bedeutet; bei einem Verhältnis $h : l = 48 : 100$ beträgt der Fehler sogar $10\,\%$.

Auf welchen Abweichungen von der linearen Normalspannungs- bzw. parabolischen Schubspannungsverteilung nach der elementaren Theorie im Steg diese Unterschiede beruhen, soll an anderer Stelle untersucht werden.

---

unter Benutzung der Schwartzschen Ungleichheit wird

$$(\lambda)_{M(x) = M_{max}} \leqq \frac{1}{\frac{M_{max}}{\sqrt{\Sigma\,M_n^2\,\Sigma\,\alpha_n^2}} - c_1}$$

und infolge der Beziehung zwischen den Fourierkoeffizienten und dem Integralquadrat einer Funktion (Besselsche Ungleichheit) mit $\frac{\Sigma\,\alpha_n^2}{l} = \left(\frac{1}{c_2}\right)^2$

$$(\lambda)_{M(x) = M_{max}} \leqq \frac{1}{\frac{M_{max}}{\sqrt{\frac{2}{l}\int M^2(x)\,dx}} - c_1}.$$

[8]) Phil. Trans. Roy. soc. ser. A Bd. 201. — Bauing. 1923. — Abh. a. d. Aerodyn. Inst. Aachen, Heft 7.

INHALT: Biegeversuche mit einem gewalzten und einem genieteten Stahlträger. — Stahlbauten für Trocknungsanlagen für Zuckerfabriken. — Über die Berechnung von Plattenbalken.

Für die Schriftleitung verantwortlich: Geh. Regierungsrat Prof. A. Hertwig, Berlin-Charlottenburg. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 8. Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

Ende des Jahrgangs 1934.