ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Nr 18 Górnictwo z.2 1959

ALEKSANDER KARGE

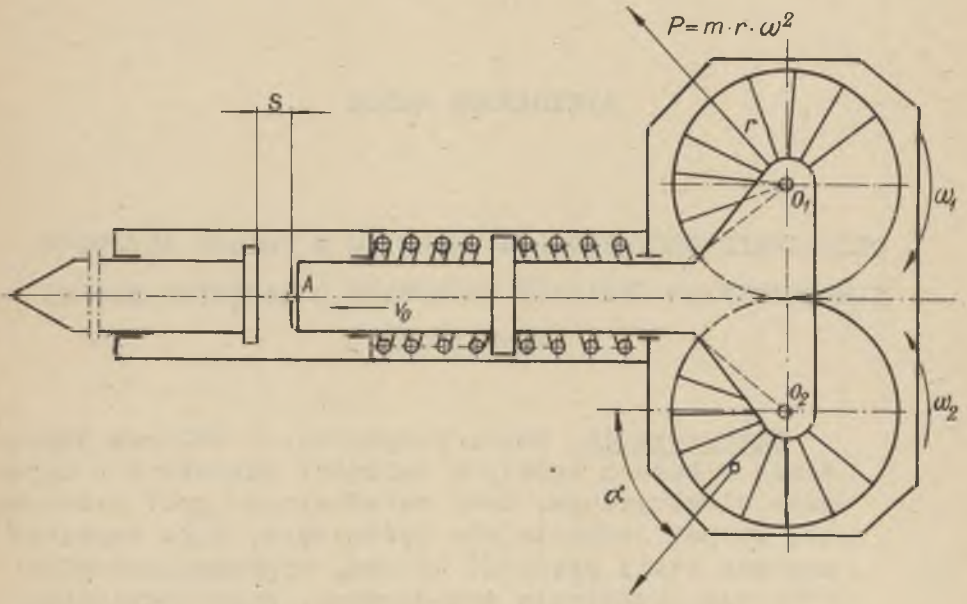
# OBLICZENIE OBCIĄŻEŃ DYNAMICZNYCH W KOŁACH ZĘBATYCH ELEKTRYCZNYCH URZĄDZEŃ UDAROWYCH O NAPĘDZIE MASAMI WIRUJĄCYMI

Streszczenie: Autor rozpatruje i oblicza naprężenia w kołach zębatych narzędzi udarowych o napędzie elektrycznym. Przy założeniach: grot przesuwa się ruchem jednostajnie opóźnionym, koło napędowe posiada stałą prędkość kątową, wyprowadzono wzór /10/ dla urządzenia wahadłowego, przedstawionego na rys.1 oraz wzór /12/ dla urządzenia o ruchu prostoliniowym /rys.2/. Z porównania wzorów /10/ i /12/ widać, że nadwyżka dynamiczna w urządzeniach typu wahadłowego jest parokrotnie wyższa niż w urządzeniach o ruchu prostoliniowym. Przeprowadzono obliczenie naprężeń dla dwu istniejących urządzeń i otrzymano $\sigma = 1140$ kG/cm$^2$ oraz $\sigma = 2220$ kG/cm$^2$. Na podstawie wyprowadzonych wzorów zaproponowano inny układ napędowy, przedstawiony na rys.3, mający dużo lepsze własności wytrzymałościowe.

W ostatnich latach skonstruowane i wypróbowane zostały w Polsce dwa typy elektrycznych urządzeń udarowych o napędzie masami niewyważonymi a mianowicie: o prostoliniowym /rys.1/ i o wahadłowym ruchu bijaka /rys.2/. Ponieważ przekładnie zębate tych urządzeń poważnie różniły się trwałością, w artykule zajmiemy się obliczeniem obciążeń dynamicznych występujących w kołach zębatych.

Cały cykl pracy odbywa się ruchem niejednostajnym, a najwyższe przyspieszenia występują w chwili uderzenia bijaka w grot. Następuje wtedy zatrzymanie bijaka i jego

ruch powrotny, a zazębienie przenosi najwyższe obciążenie siłami bezwładności.




Rys. 1. Urządzenie o ruchu prostoliniowym

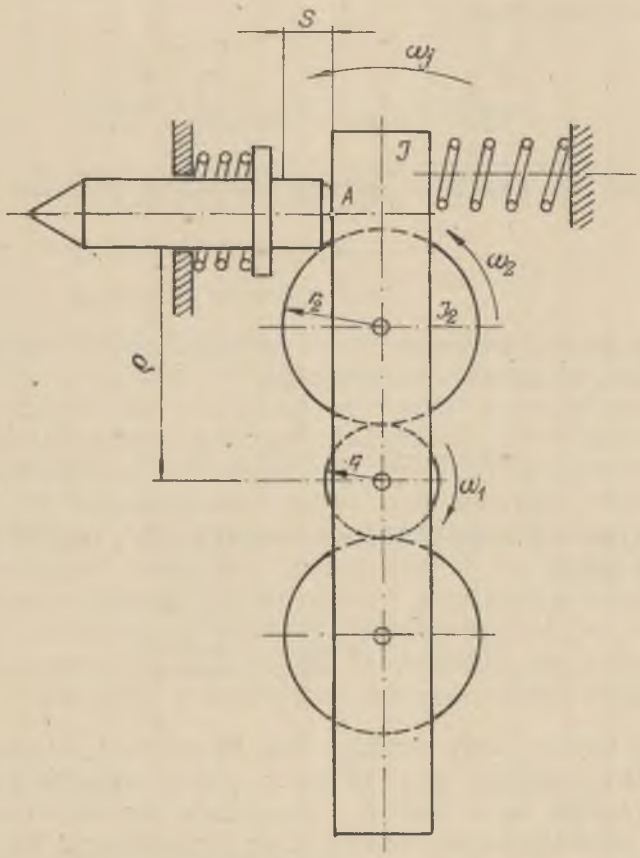
Zakładając, że pod wpływem uderzenia grot przesuwa się ruchem jednostajnie opóźnionym, możemy napisać jego równanie ruchu:

$$s = v_o \cdot t - \frac{at^2}{2}. \qquad /1/$$

Ponieważ bijak po uderzeniu porusza się razem z grotem, równanie /1/ przedstawia również ruch punktu A bijaka. Przy znanej prędkości uderzenia $v_o$ wyliczymy opóźnienie:

$$b = \frac{v_o^2}{2s}. \qquad /2/$$

Jak widać, opóźnienie jest zależne jedynie od prędkości uderzenia i skoku /s/, jaki może wykonać bijak z grotem. Przyspieszenia rosną w przypadku małych skoków groty to jest przy pracy w twardych materiałach.




Rys.2. Urządzenie o ruchu wahadłowym

Z drugiej strony ruch kół urządzenia wahadłowego, które jest przekładnią różnicową, możemy określić wzorem znanym z mechaniki

$$\omega_2 = \left(1 + \frac{r_1}{r_2}\right) \omega_j \mp \frac{r_1}{r_2} \cdot \omega_1, \qquad /3/$$

gdzie: $\omega_{1,2,j}$ - prędkości kątowe kół 1,2, oraz jarzma,
$r_{1,2}$ - promienie podziałowe kół 1,2.

Przyjmując prędkość kątową koła napędzającego za stałą, tj. $\omega_1$ = const, otrzymamy na przyspieszenie kątowe koła z masą niewyważoną:

$$\frac{d\omega_2}{dt} = \varepsilon_2 = \left(1 + \frac{r_1}{r_2}\right) \frac{d\,\omega_j}{dt}, \qquad /4/$$

korzystając ze wzoru na przyspieszenie styczne

$$p_t = \varrho \cdot \varepsilon \qquad /5/$$

otrzymamy po wstawieniu b z równania /2/ opóźnienie kątowe bijaka w chwili uderzenia

$$\varepsilon = \frac{p_t}{\varrho} = \frac{v_o^2}{2s} \cdot \frac{1}{\varrho}, \qquad /6/$$

a wstawiając tę wartość do równania /4/, opóźnienie kątowe koła z masą

$$\varepsilon_2 = \left(1 + \frac{r_1}{r_2}\right) \cdot \frac{v_o^2}{2s \cdot \varrho}. \qquad /7/$$

Otrzymany wynik jest ścisły dla konstrukcji łupacza, gdzie połączenie pomiędzy silnikiem a kołem napędowym jest sztywne i przyjęcie $\omega_1$ = const odpowiada rzeczywistości, natomiast da przesądne wartości przy urządzeniu ręcznym, gdzie połączenie jest sprężyste, koło napędowe ma małą bezwładność i nie pracuje przy stałej ilości obrotów.

Wyliczywszy $\varepsilon_2$ możemy wyliczyć moment dynamiczny

$$M = J \cdot \varepsilon \qquad /8/$$

$$M_2 = J_2 \left(1 + \frac{r_1}{r_2}\right) \cdot \frac{v_o^2}{2 \cdot \varrho \cdot s} \qquad /9/$$

podstawiając

$$v_o = \varrho \cdot \omega_j; \quad U = \frac{J \cdot \omega^2}{2},$$

gdzie: U - energia uderzenia bijaka, otrzymamy:

$$M_2 = \frac{J_2}{J}\left(1 + \frac{r_1}{r_2}\right)\frac{\varrho}{s} \cdot U, \qquad /10/$$

gdzie: $J_2$ - jest momentem bezwładności koła 2,

$J$ - jest momentem bezwładności wszystkich uderzających elementów,

$\varrho$ - promień uderzenia,

$U$ - energia uderzenia.

Wyliczone wzorem /10/ wartości momentu dynamicznego są wielokrotnie wyższe od momentu statycznego.

Przechodząc do obliczeń obciążeń w urządzeniach o ruchu prostoliniowym można stwierdzić, że w przypadku idealnego wyważenia kół zębatych i prostoliniowego ruchu bijaka siły bezwładności wywołują jedynie reakcję na osiach kół 1,2, dodatkowo obciążając łożyska, nie dając jednak żadnych nadwyżek dynamicznych na zębach. Ponieważ koła zębate omawianych urządzeń posiadają masy niewyważone /m/, których środek ciężkości wykonuje ruch po cykloidzie, wystąpi dodatkowe obciążenie na zazębieniu. Moment dynamiczny powodujący identyczność ruchu kół wyniesie:

$$M = P \cdot r = m \cdot b \cdot r \cdot \cos\alpha, \qquad /11/$$

gdzie: m - masa niewyważona,
b - opóźnienie bijaka przy uderzeniu,
r - odległość środka ciężkości masy wirującej od osi obrotu.

Podstawiając za b wartość z równania /2/, za $U = \frac{M \cdot v^2}{2}$, otrzymamy:

$$M_{max} = \frac{m}{M} \cdot \frac{r}{s} \cdot U, \qquad /12/$$

gdzie: M - całkowita uderzająca masa.

Podstawiając wartości konstrukcyjne z istniejącego urządzenia wyliczono moment dynamiczny równy około 1,5 momentu statycznego. Wielkość ta nie odbiega więc zasadniczo od współczynników przeciążenia przyjmowanych dla urządzeń

silnie przeciążanych w cyklu pracy. Dlatego koła zębate obliczane normalnymi sposobami wykazują wystarczającą trwałość.

Przejdzmy do obliczenia naprężeń. W tym celu możemy posłużyć się np. wzorem znanym z Elementów Maszyn W.Moszyńskiego.

$$\sigma = \frac{2 \cdot M \cdot q}{\lambda \cdot Z \cdot m^3}, \qquad /13/$$

gdzie: M - moment obciążenia,
q - współczynnik zależny od ilości zębów,
$\lambda$ - stosunek szerokości koła do modułu,
z - ilość zębów.

W równaniu po podstawieniu za M wartości ze wzorów /10/ i /12/ otrzymamy dwie niewiadome $\sigma$ i s.
Ze wzorów widać, że naprężenia przyjmą najwyższe wartości przy najmniejszym skoku. Teoretyczne $s_{min}$ występuje, gdy
a/ opór urabianego materiału jest nieskończenie wielki, a energia uderzenia amortyzowana jedynie odkształceniem sprężystym grota,
b/ korpus maszyny jest nieruchomy.

Skrócenie pod wpływem siły przyłożonej z prędkością $v \neq 0$ obliczamy wzorem:

$$f_d = f_{st} + \sqrt{f_{st}^2 + f_{st} \cdot \frac{v^2}{g}} \qquad /14/$$

gdzie: $f_d$ - ugięcie dynamiczne,
$f_{st}$ - ugięcie statyczne pod wpływem tej samej siły.

Przyjmując najgorszy wypadek, kiedy energia uderzenia przemieni się na energię sprężystą grota, możemy napisać:

$$U = \frac{P \cdot f_d}{2}; \quad \text{z czego} \quad P = \frac{2 \cdot U}{f_d} \qquad /15/$$

ponieważ

$$f_{st} = \frac{P \cdot L}{E \cdot F},$$

więc po podstawieniu /15/ otrzymamy:

$$f_{st} = \frac{2 \cdot U}{f_d} \cdot \frac{L}{E \cdot F}, \qquad /16/$$

podstawiając /16/ do /14/ otrzymamy po uporządkowaniu

$$f_d^3 - 2a \cdot f_d - b = 0, \qquad /17/$$

gdzie:

$$a = \frac{2U \cdot L}{E \cdot F}; \qquad b = \frac{a \cdot v^2}{g},$$

gdzie: L - długość grota,
E - stała sprężystości,
F - powierzchnia grota.

Wyniki obliczeń wykonanych dla istniejących dwu urządzeń wahadłowych przedstawione są w tabeli:

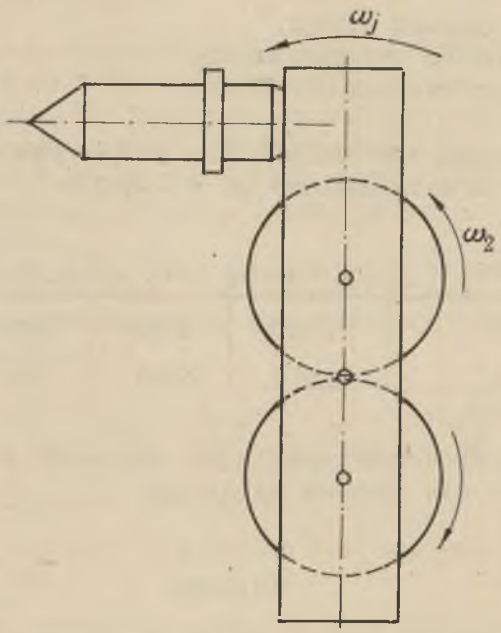
| Urządzenie | $f_d$ | U | v | $\sigma$ |
|---|---|---|---|---|
| Ręczne | 0,340 | 200 | 300 | 2220 |
| Łupacz | 0,505 | 2000 | 150 | 1140 |

Z braku danych konstrukcyjnych naprężeń dla układu prostoliniowego nie mogłem wyliczyć.

## Wnioski

Porównując wzory /10/ i /12/ zauważymy przy podobnych wielkościach konstrukcyjnych dużą rozbieżność liczbową. Przy urządzeniu o ruchu prostoliniowym na obciążenie wpływa tylko masa niewyważona /m/ natomiast w typie wahadłowym moment bezwładności całego koła /$J_2$/ z masą. Dalszą różnicę stanowią promienie r i $\varrho \cdot r^2$ jako odległość środka ciężkości masy wirującej od osi obrotu jest 4-6-krotnie mniejsza od promienia uderzenia $\varrho$, który przyjmuje się możliwie największy. Parametr $(1 + \frac{r_1}{r_2})$ podwyższa obciążenie w stosunku $\frac{r_1 + r_2}{r_2}$, co praktycznie może zbli-

żać się do 50%. Oprócz wymienionych różnic obciążeń zachodzi różnica konstrukcyjna, pogłębiająca dysproporcje. W ruchu wahadłowym koło napędowe jest obciążone dwukrotnie w cyklu jednego uderzenia, pracuje zatem w zdecydowanie gorszych warunkach. W sumie układ wahadłowy pracuje pod obciążeniem wielokrotnie wyższym niż w układzie prostoliniowym i dlatego moduły kół zębatych muszą być dobierane wyższe.




Rys.3. Korzystniejszy wytrzymałościowo układ młotka wahadłowego

Z powyższej analizy wynika, że korzystniejszy wytrzymałościowo byłby młotek pokazany na rys.3. Przez ominięcie koła centralnego /najsłabszego/ $r_1 = 0$, moment obciążający zmalał o około 35%. Koła 2 mogą być większej średnicy; umożliwiają dobranie większego modułu, a jako obciążone jednostronnie i tylko raz w cyklu pracy będą znacznie trwalsze.

## РЕЗЮМЕ

### Расчет динамической нагрузки зубчатых колес электрического ударного инструмента с приводом от вращающихся грузов

Автор рассматривает напряжения выступающие в зубчатых колесах ударного инструмента с электрическим приводом.

Если принять, что боек передвигается с равномерно замедленным движением и приводное колесо имеет постоянную угловую скорость, можно вывести формулу /I0/ для колебающегося устройства представленного на рис. I и формулу /I2/ для устройства с прямолинейным движением /рис.2/.

Со сравнения формул I0 и I2 видно, что динамика колебающегося устройства в несколько раз выше чем в устройстве с прямолинейным движением.

Провели расчеты для обоих существующих устройств и получили $\sigma$ = II40 кг/см$^2$ и $\sigma$ = 2220 кг/см$^2$.

На основании выведенных формул автор предлагает другую систему привода /рис.3/, которая обладает лучшими механическими свойствами.

## ZUSAMMENFASSUNG


### Berechnung der dynamischen Belastungen in den Zahnrädern der elektrischen Abbauhammer mit Unwuchtantrieb

Der Verfasser behandelt die Spannungen in den Zahnrädern der elektrischen Abbauhammern. Bei der Verausssetzung dass die Bohrstange mit gleichformiger Verzögerung verschoben wird, dass das Antriebsrad konstante Winkelgeschwindigkeit hat, wurde die Gleichung /10/ für die Pendeleinrichtung /siehe Bild 1/ und die Formel /12/ für die Anlage mit geradliniger Bewegung /Bild 2/ abgeleitet. Aus dem Vergleich der Formeln /10/ und /12/ ist zu ersehen, dass der dynamische Überschuss im Pendeleinrichtung mehrfach grösser ist als in der geradegeführten Einrichtung. Für zwei vorhandene Einrichtungen wurden die Spannungen berechnet und $\sigma$ = 1140 kG/cm$^2$ und $\sigma$ = 2220 kG/cm$^2$ gefunden. Auf Grund der abgeleiteten Gleichungen wurde ein anderes Antriebssystem vorgeschlagen /Bild 3/, das bedeutende Wiederstandsvorteile besitz.