ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Nr 83 Automatyka z.3 1963

RYSZARD DOBRZELECKI

Energopomiar Gliwice

ISTOTA ZAŁOŻEŃ ODNOŚNIE STACJONARNOŚCI I DŁUGOŚCI CZASU OBSERWACJI PRZY WYZNACZANIU FUNKCJI PRZEJŚCIA METODĄ STOCHASTYCZNĄ[x]

Streszczenie. W artykule pokazano, że założenie stacjonarności przebiegów i stosowanie odpowiednio długiego przedziału obserwacji przy wyznaczaniu funkcji przejścia metodami stochastycznymi podyktowane są wyłącznie koniecznością eliminacji obcych przypadkowych zaburzeń (tj. zaburzeń wchodzących na obiekt przez inne wejścia).

Przy praktycznym stosowaniu metody stochastycznej wyznaczania funkcji przejścia obiektów opartej na równaniu Wienera-Hopfa posługujemy się funkcjami R_x i R_{xy}, wyznaczonymi dla skończonych przedziałów czasowych.

Dopiero przy spełnieniu warunków stacjonarności przebiegów i koniecznej długości próbki funkcje te odpowiadają i to tylko w przybliżeniu funkcjom korelacji.

Okazuje się jednak, że funkcje R_x i R_{xy} wyznaczone dla dowolnego skończonego przedziału czasowego o długości T, tj. funkcje:

$$R_{Tx}(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\, x(t+\tau)dt \qquad (1)$$

$$R_{Txy}(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)y(t+\tau)dt \qquad (2)$$

x) Praca powyższa powstała w wyniku przeprowadzonej dyskusji na jednym z zebrań seminaryjnych automatyki.

są związane zależnością identyczną z równaniem Wienera-Hopfa:

$$R_{Txy}(\tau) = \int_0^{\infty} W(\lambda)\, R_{Tx}(\tau-\lambda)\,d\lambda \qquad (3)^{x)}$$

Należy więc odpowiedzieć na pytanie, co powoduje konieczność wprowadzania dodatkowych założeń odnośnie stacjonarności i długości próbki, czyli innymi słowy skąd pochodzi wymaganie, by funkcje R_{Tx} i R_{Txy} odpowiadały funkcjom korelacji.

Przy rozwiązywaniu równania (3) względem $W(\lambda)$ (np. metodą numeryczną) zakłada się, że dla czasów większych od wartości T_{gr} szukana impulsowa funkcja przejścia jest równa zeru. Wówczas całkę w równaniu (3) możemy brać w granicach od 0 do T_{gr}

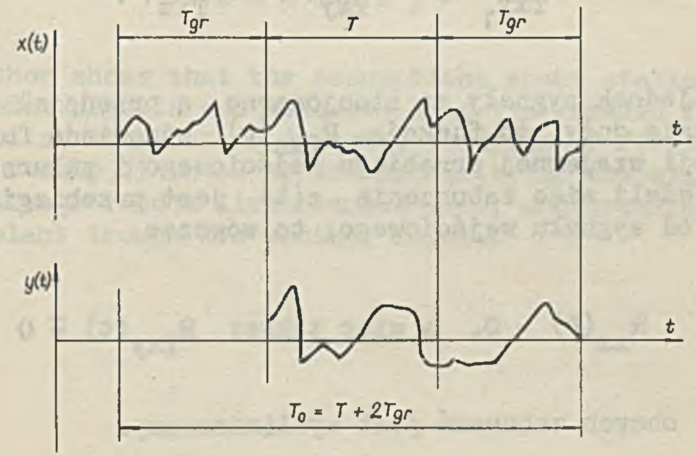
$$R_{Txy}(\tau) \cong \int_0^{T_{gr}} W(\lambda) R_{Tx}(\tau-\lambda)\,d\lambda \qquad (4)$$

Funkcję $R_{Txy}(\tau)$ należy wówczas wyznaczyć dla τ od 0 do T_{gr}, a funkcję $R_{Tx}(\tau)$ dla τ od $- T_{gr}$ do $+ T_{gr}$.
W tym miejscu korzysta się z faktu, że funkcja $R_{Tx}(\tau)$, odpowiadając w myśl dodatkowych założeń funkcji autokorelacji jest parzysta i dzięki temu wystarczy wyznaczyć funkcję $R_{Tx}(\tau)$ tylko dla dodatnich wartości τ (od 0 do $+ T_{gr}$), podobnie jak funkcję $R_{Txy}(\tau)$. Jednakże można nie zakładać parzystości funkcji R_{Tx}, a wyznaczyć ją po prostu również dla τ ujemnych. Wówczas konieczny czas obserwacji przebiegu $x(t)$ (długość próbki) wynosi $T_o = T + 2\,T_{gr}$. Czas obserwacji przebiegu wyjściowego $y(t)$ najwygodniej przyjąć ten sam, chociaż wystarczyłby czas krótszy o T_{gr} (patrz rys. 1).

---

x) Zależność (3) wyprowadza się tak samo jak równanie Wienera-Hopfa; do wyrażenia (2) wstawia się za $y(t+\tau)$ całkę splotu sygnału wejściowego z impulsową funkcją przejścia $W(t)$ i po zmianie kolejności całkowania i uwzględnieniu wyrażenia (1) otrzymuje się wyrażenie (3).

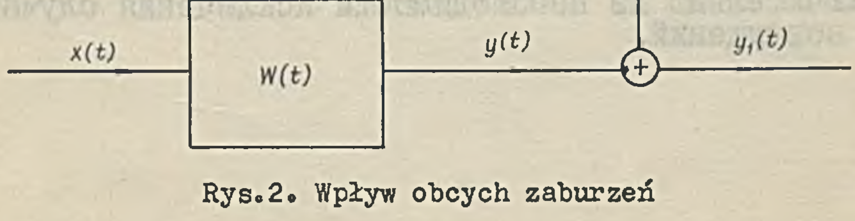
Można by więc stosować omawianą metodę bez założeń odnośnie stacjonarności i długości próbki. (Długość próbki byłaby jedynie zależna od T_{gr}).



Rys.1. Konieczny czas obserwacji przebiegów: wejściowego - x(t) i wyjściowego - y(t)

Otóż okazuje się, że <u>konieczność wprowadzenia tych założeń spowodowana jest obcymi przypadkowymi zaburzeniami</u> wchodzącymi na obiekt podczas zdejmowania oscylogramów x(t) i y(t).

Te obce zaburzenia można sprowadzić do jednego zaburzenia z(t), dodającego się do sygnału wyjściowego obiektu (rys.2).



Rys.2. Wpływ obcych zaburzeń

Wówczas do funkcji $R_{Txy}(\tau)$ dodaje się funkcja $R_{Txz}(\tau)$, powodując błędy przy wyznaczaniu $W(t)$:

$$R_{Txy_1}(\tau) = R_{Txy}(\tau) + R_{Txz}(\tau).$$

Jeżeli jednak sygnały są stacjonarne, a przedział T dostatecznie duży, to funkcja $R_{Txz}(\tau)$ odpowiada funkcji korelacji wzajemnej przebiegu wejściowego i zaburzenia $z(t)$. Jeżeli więc zaburzenie $\dot{z}(t)$ jest przebiegiem niezależnym od sygnału wejściowego, to wówczas

$$R_{xz}(\tau) = 0, \quad \text{a więc także:} \quad R_{Txy}(\tau) \cong 0$$

i wpływ obcych zaburzeń jest wyeliminowany.

Rękopis złożono w Redakcji w dniu 10.XI.1961 r.

СМЫСЛ ПРЕДПАСЫЛОК КАСАЮЩИХСЯ СТАЦИОНАРНОСТИ И ДЛИНЫ ОТРЕЗКА ВРЕМЕНИ НЕОБХОДИМОГО ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ СТАТИСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

С о д е р ж а н и е

В статье представлено, что предпосылка стационарности процессов и применение соответствующего интервала срока наблюдений при определении передаточной функции статистическими методами походит исключительно из необходимости исключения случайных возмущений.

THE SENCE OF ASSUMPTIONS ABOUT THE STATIONARITY AND TIME OF OBSERVATION AT CORRELATION ANALYSIS

S u m m a r y

The author shows that the assumptions about stationarity of the random signals and adequate long time needed for observation at correlation dynamics analysis of feedback systems are only dictated by the necessity of the elimination of strange random disturbances i.e., disturbances passing the plant trough its another inputs.