

WALERY SZUŚCIK

OBCIĄŻENIE GRANICZNE PRZY MIMOŚRODOWYM ROZCIĄGANIU
I ŚCISKANIU BELEK

Streszczenie: W artykule oparto się na pracach dotyczących momentu granicznego przy zginaniu belek z materiału o niesymetrycznej wytrzymałości [1] i [2].

Otrzymano wzór na moment graniczny przy danej sile podłużnej dla belek wykonanych z materiału o niesymetrycznej wytrzymałości.

Wyprowadzono funkcję momentu granicznego w zależności od osiowego obciążenia granicznego. Podano przykład zastosowania.

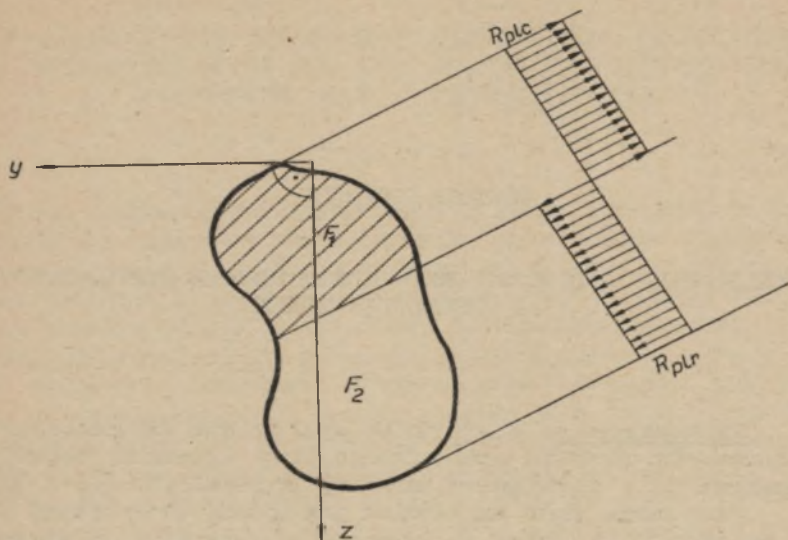
Mimośrodowe rozciąganie (ściskanie) jest jak wiadomo, równoważne równoczesnemu rozciąganiu (ściskaniu) oraz zginaniu. Przy obciążeniu granicznym (siłą podłużną i momentem gnącym) wykresy naprężeń w przekroju mają przebieg jak na rysunku 1.

Jeżeli na wykresie tym wydzielimy, w przypadku mimośrodowego ściskania, wartość naprężenia ściskającego:

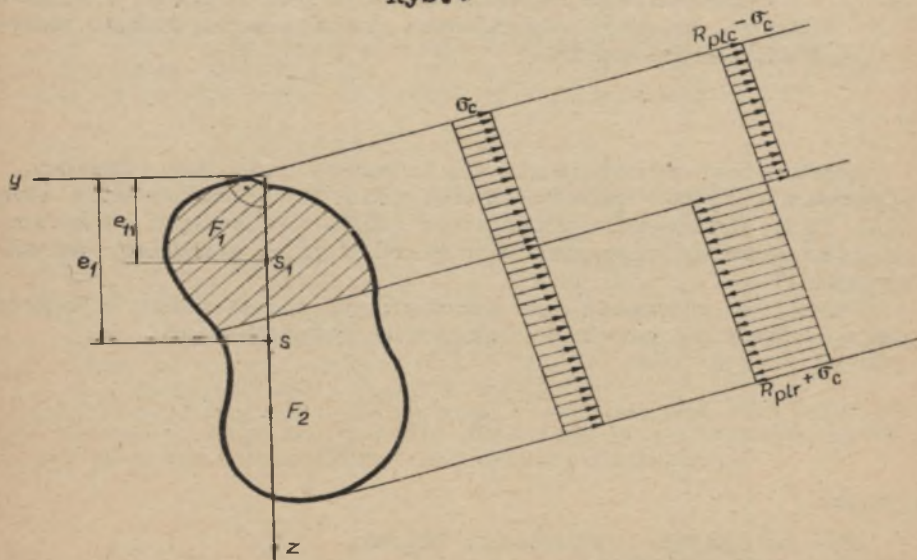
$$\sigma_c = \frac{P}{F} \quad (1)$$

gdzie:

- P - działające obciążenie osiowe,
- F - przekrój belki,



Rys. 1



Rys. 2

Otrzymamy wykres jak na rysunku 2 na którym przedstawiono przekrój ściskany naprężeniem σ_c , nadto, część F_2 jest rozciągana naprężeniem $R_{plr} + \sigma_c$, zaś część F_1 jest ściskana naprężeniem $R_{plc} - \sigma_c$.

W pracach [1] i [2] wprowadzono pojęcie współczynnika niesymetrii wytrzymałości

$$m = \frac{R_{plc}}{R_{plr}} \quad (2)$$

gdzie:

R_{plr} - naprężenie na granicy plastyczności przy rozciąganiu

R_{plc} - naprężenie na granicy plastyczności przy ściskaniu

otrzymano wzór na wielkość części ściskanej przekroju:

$$F_1 = \frac{F}{m + 1} \quad (3)$$

oraz wartość granicznego momentu gnącego

$$M = F \cdot R_{plr} \cdot (e_1 - e_{11}) \quad (4)$$

gdzie:

e_1 - odległość środka ciężkości przekroju od osi y stycznej do przekroju a prostopadłej do śladu płaszczyzny działania momentu gnącego,

e_{11} - odległość środka ciężkości części ściskanej od osi y. Położenie środka ciężkości wyznacza się korzystając z faktu, że środek ciężkości S_1 obszaru ściskanego F_1 jak również środek ciężkości S przekroju F , leżą na śladzie płaszczyzny działania momentu gnącego. [2].

W pracach tych otrzymano podobny wykres naprężeń pochodzących od zginania jak na rys.2 z tym, że na rysunku 2 otrzymano zamiast R_{plc} , naprężenie $R_{plc} - \sigma_c$ i zamiast R_{plr} , naprężenie $R_{plr} + \sigma_c$.

Korzystając z tego podobieństwa otrzymamy analogiczny do (2) współczynnik, który nazwiemy pozornym współczynnikiem niesymetrii wytrzymałości:

$$m_p = \frac{R_{plc} - \sigma_c}{R_{plr} + \sigma_c}, \quad (5)$$

analogiczny do (3) wzór na wielkość części ściskanej przekroju:

$$F_1 = \frac{F}{m_p + 1} \quad (6)$$

oraz analogiczną do (4) wartość momentu granicznego przy danej sile P :

$$M = F \cdot (R_{plr} + \sigma_c) \cdot (e_1 - e_{11}) \quad (7)$$

Z powyższych wzorów można wyprowadzić funkcję:

$$M = f(P) \quad (8)$$

przedstawiającą zależność granicznego momentu gnącego od granicznej siły ściskającej.

Znajomość funkcji (8) daje podstawy do porównania różnych przekrojów belek i wyboru najodpowiedniejszego z nich przy różnych obciążeniach, granicznych ze względu na mimośrodowe ściskanie.

Po podstawieniu wzorów (5) i (6) do wzoru (7) otrzymamy:

$$M = F_1 \cdot (R_{plr} + R_{plc}) \cdot (e_1 - e_{11}) \quad (9)$$

Przekształcając wzory (5) i (6) i wstawiając wzór (1) otrzymamy:

$$P = R_{plr} \cdot (F_1 - F) + R_{plc} \cdot F_1 \quad (10)$$

Wzory (9) i (10) przedstawiają funkcję (8) wyrażoną w formie parametrycznej, gdzie parametrem jest F_1 oraz zależna od F_1 odległość e_{11} .

Funkcję (8) można przedstawić w formie bezpośredniej tylko dla danego konkretnego przekroju.

Wzory (9) i (10) przyjmują znacznie prostszą postać dla materiałów o symetrycznej wytrzymałości, dla których współczynnik niesymetrii wytrzymałości, wzór (2)

$$m = \frac{R_{plc}}{R_{plr}} = 1 \quad (11)$$

wtedy:

$$M = 2 \cdot F_1 \cdot R_{pl} \cdot (e_1 - e_{11}) \quad (12)$$

$$P = R_{pl} \cdot (2 \cdot F_1 - F) \quad (13)$$

Równania (12) i (13) po podzieleniu przez R_{pl} dają funkcje przekroju niezależne od materiału.

W przypadku mimośrodowego rozciągania otrzymamy identyczne wzory (6), (8), (9), (10), (11), (12) i (13). W pozostałych wzorach zamiast σ_c należy wtedy podstawić

$$\sigma_c = - \frac{P_r}{F} \quad (14)$$

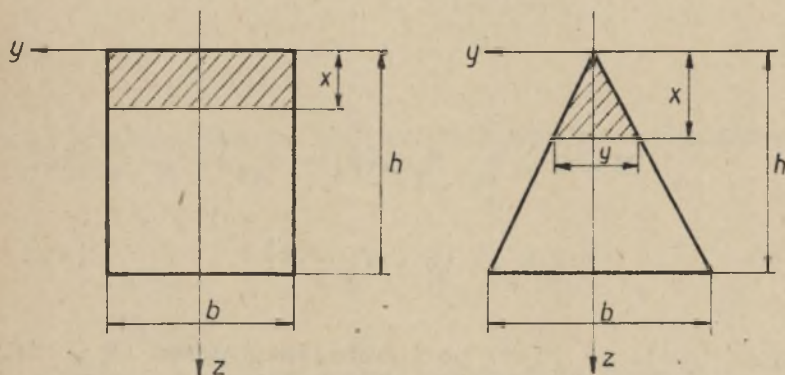
gdzie:

P_r - siła rozciągająca.

Wzory wyżej wyprowadzone są ważne wtedy, gdy oś y narysujemy jako styczną do części ściskanej przekroju.

Kształt pola F_1 (ograniczony konturem przekroju belki i prostą) oraz odległość e_{11} można otrzymać analitycznie lub za pomocą siatek [3]. Grafoanalitycznie lub za pomocą siatek uzyskuje się je przez kolejne przybliżenia.

Przykład: Przeanalizować przy jakich parametrach obciążenia, granicznego ze względu na mimośrodowe ściskanie, należy stosować pręt o przekroju prostokątnym i wymiarach $H = 4$ cm i $b = 2,5$ cm, kiedy zaś przekrój trójkątny o wymiarach $h = 6$ cm i $b = 3$ cm. Oba pręty są wykonane z tego samego materiału o symetrycznej wytrzymałości np. St5. Osie działania środków sił będące śladami płaszczyzn działania momentów gnących pokazano na rysunku 3.



Rys.3

Rozwiązanie:

Przekrój prostokątny:

$$F = b \cdot h$$

$$F_1 = x \cdot b$$

$$e_1 = \frac{h}{2}$$

$$e_{11} = \frac{x}{2}$$

Po wstawieniu do wzorów (12) i (13) i wyrugowaniu zmiennej x otrzymamy zależność:

$$\frac{M}{R_{pl}} = \frac{1}{4 \cdot b} \left(F^2 - \frac{P^2}{2} \right) \quad (15)$$

Przekrój trójkątny:

$$F = \frac{b \cdot h}{2}$$

a) przy ściskaniu mimośrodowym w którym środek obciążenia leży powyżej środka ciężkości przekroju (rys.3.).

$$F_1 = \frac{x \cdot y}{2}$$

$$e_1 = \frac{2}{3} h$$

$$e_{11} = \frac{2}{3} x$$

$$y = \frac{b}{h} x$$

Po wstawieniu do wzorów (12) i (13) i wyrugowaniu zmiennej otrzymamy zależność:

$$\frac{M}{R_{pl}} = \frac{2}{3} \left(\frac{P}{R_{pl}} + \frac{b \cdot h}{2} \right) \cdot \left(h - \sqrt{\frac{h}{b} \left(\frac{h}{R_{pl}} + \frac{b \cdot h}{2} \right)} \right) \quad (16)$$

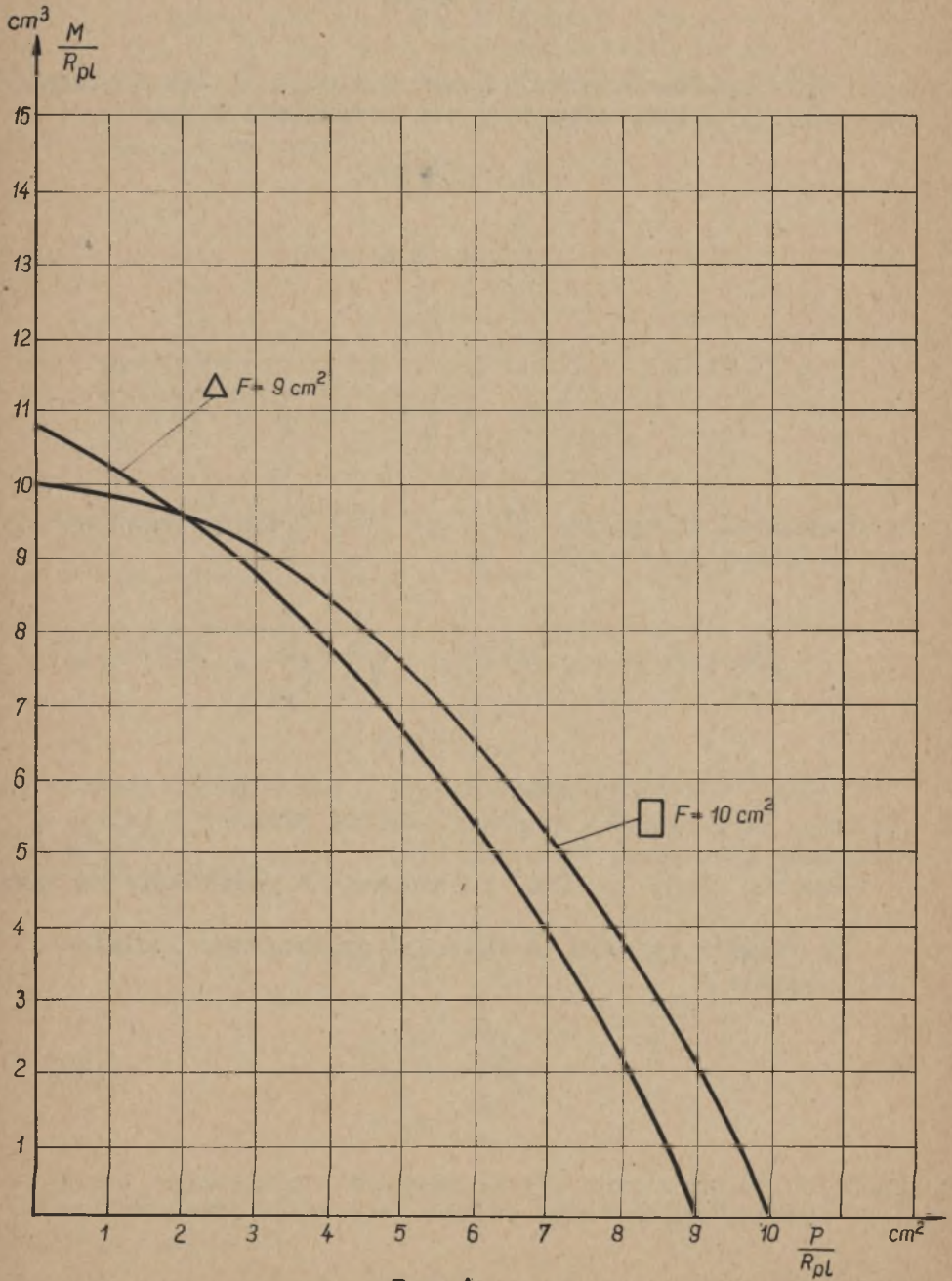
b) przy ściskaniu mimośrodowym, dla którego środek obciążenia leży poniżej środka ciężkości przekroju (rys.3), otrzymamy identyczny wzór jak (16).

Równania (15) i (16) przedstawiono graficznie na rysunku 4.

Jak widać z rysunku do wartości granicznego obciążenia ściskającego

$$\frac{P}{R_{pl}} = 2 \text{ cm}^2 \quad (17)$$

bardziej celowym jest użycie profilu trójkątnego. Powyżej tej wartości należy użyć belkę o przekroju prostokątnym.



Rys.4

Wykresy (rys.4) można także łatwo uzyskać grafoanalitycznie, lub za pomocą siatek, przyjmując różne wartości na x .

LITERATURA

- [1] SZUSCIK WALERY - Plastyczne zginanie płaskie belek z materiałów o niesymetrycznej wytrzymałości. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej - Górnictwo, zeszyt 2.
- [2] SZUSCIK WALERY - Moment graniczny przy ogólnym zginaniu belek z materiału o niesymetrycznej wytrzymałości. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej-Górnictwo, zeszyt 2.
- [3] LAWINA MICHAŁ - Wyznaczanie momentów statycznych i położień środków geometrycznych za pomocą siatek. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej - Górnictwo, zeszyt 2.

ПРЕДЕЛЬНАЯ НАГРУЗКА ПРИ ЭКСЦЕНТРОВОМ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ БАЛОК

Резюме

В статье исходили из работ относящихся к предельному моменту при изгибе балок выполненных из материала с несимметрической прочностью [1] и [2].

Получена формула для расчета предельного момента при данном продольном усилии в случае балок выполненных из материала с несимметрической прочностью.

Выведена зависимость предельного момента от предельной осевой нагрузки.

Приведен пример применения.

DIE GRENZBELASTUNG BEI EXZENTRISCHEN ZUG ODER DRUCK

Zusammenfassung

In der Arbeit wird an vorige Veröffentlichungen [1] u. [2], über das Grenzmoment beim Biegen von Stäben aus Werkstoff von unsymmetrischer Festigkeit verwiesen.

Man hat ein Formel für den Grenzwert des Biegemomentes bei einer gegebenen Achselkraft erhalten.

Es wurde weiterhin eine Funktion, die die Abhängigkeit des Biegemomentes von der Achsenbelastung beschreibt, hergestellt.

Ein Anwendungsbeispiel wurde hinzugefügt.