

**Ewa Straszeczka**Instytut Elektroniki\*  
Politechnika Śląska**PORÓWNANIE NIEKTÓRYCH SCHEMATÓW WNIOSKOWANIA OPARTYCH NA PRAWDOPODOBIEŃSTWIE**

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono cztery metody wnioskowania wykorzystujące prawdopodobieństwo jako czynnik pewności lub podstawę obliczenia miary pewności wnioskowania. Opisano metodę obliczania prawdopodobieństwa zastosowaną w systemie ILIAD, schemat wnioskowania wykorzystujący sieci zaufania Pearla, udoskonalone wnioskowanie oparte na miarach zaufania systemu MYCIN i teorię Dempstera-Shafera. Rozpatrzono je z punktu widzenia przydatności w medycznych systemach ekspertowych. Na przykładzie problemu medycznego - wnioskowania o eutyreozie lub nadczynności tarczycy przedstawiono zalety i wady każdej z opisanych metod.

**A COMPARISON OF SOME PROBABILITY BASED REASONING METHODS**

**Summary.** Four probability measure based methods are described in the paper. These are: ILIAD's interpretation of Bayes formula, Pearl's belief networks, an improved scheme of MYCIN's reasoning and Dempster - Shafer theory. A usefulness of the methods to medical expert systems reasoning is analysed. Advantages and drawbacks of them are presented on an example of thyroidism and euthyroidism diagnosis.

---

\*Częściowo praca wykonana podczas stypendium TEMPUS w Instytucie Matematyki Uniwersytetu w Liege.

## VERGLEICH EINIGE FOLGERUNGSMETHODEN DIE AUF DER WAHRSCHEINLICHKEIT BASIEREN

**Zusammenfassung.** In diesem Artikel sind vorgelegt vier Folgerungsmethoden, die die Wahrscheinlichkeit ausnutzen als Gewissheitsfaktor, oder als Grund für die Berechnung des Gewissheitstufe des Konklusionsprozesses. Das sind:

- die Wahrscheinlichkeitsabrechnungmethode im ILIAD System,
- das Pearlsgewährnetz,
- eine verbesserte Folgerung, die gestützt ist auf den Vertranensmass des MYCIN Systems,
- die Theorie von Dempster-Shafer.

Die Methoden sind untersucht bezüglich zu der Gebrauchbarkeit in den medizinischen Expertesysteme. Die Mangeln und die Vorzüge diesen Methoden sind beschrieben exemplarisch in dem Diagnoseproblem in der Schilddrüsenkrankheit.

### 1. Wstęp

Komputerowe bazy danych w dużych szpitalach wysoko rozwiniętych krajów stały się już faktem. Kwestią najbliższych kilku lat jest stworzenie krajowych systemów służby zdrowia, umożliwiających uzyskanie, pod pewnymi, dość ostro sformułowanymi warunkami, informacji o danym pacjencie w każdej placówce medycznej i o każdej porze.

Otwierają się więc nowe perspektywy w dziedzinie konstrukcji i wykorzystania medycznych systemów doradczych. Krajowe, a nawet szpitalne bazy danych zawierające tysiące wyników badań i informacji z wywiadów oraz setki diagnoz umożliwiają prowadzenie opracowań statystycznych na wielką skalę, a co za tym idzie, mogą dostarczyć danych o prawdopodobieństwie występowania chorób w populacji, prawdopodobieństwach występowania pewnych symptomów itd. Obliczenia mogą być bezpośrednio wykorzystane w systemach doradczych, w których wnioskowane oparte jest na prawdopodobieństwie. Systemy takie działają wykorzystując reguły zapisane w ich bazach wiedzy, sugerując rozpatrzenie przez lekarza możliwych wariantów diagnozy. Mogą mieć znaczenie edukacyjne, pozwalają na uporządkowanie znanych lekarzowi faktów, upewnienie się, czy nie zapomniał o przeprowadzeniu badania, którego wynik może ułatwić diagnozę. Wyposażenie szpitalnego systemu gromadzenia danych o pacjencie w system doradczy nie nastrocza większych problemów.

Na podstawie wyżej przytoczonych przesłanek można przypuszczać, że wkrótce wzrośnie zainteresowanie wykorzystaniem danych statystycznych do obliczeń współ-

czynników pewności dla systemów doradczych, dotychczas mocno ograniczone przez dostępność niezbędnych danych. Nie oznacza to, że systemy doradcze będą wykorzystywać zależności czysto statystyczne, ponieważ dowodzi się [5], że w pewnych wypadkach system może zachować swoje własności mimo zmiany wartości miar pewności. Możliwe jest natomiast obliczenie miar pewności opartych na częstościowej definicji prawdopodobieństwa.

Mimo iż wielu jest przeciwników systemów ekspertowych, nawet oni nie mogą zaprzeczyć, że niektóre z nich są bardzo efektywne, a więc ważne są nie tyle ogólne przesłanki budowy systemu, ile implementacja [2]. Dla efektywnego modelowania wnioskowania należy właściwie dobrać metodę i konieczne założenia (ograniczenia). Niestety, chociaż twórcy systemów ekspertowych chętnie prezentują gotowe produkty, niewiele jest opracowań omawiających cechy charakterystyczne zastosowanej metody wnioskowania, które mogą warunkować jej przydatność lub zawodność w rozwiązaniu problemu medycznego. Niniejszy artykuł ma na celu przedstawienie możliwości i ograniczeń zastosowania niektórych, opartych na prawdopodobieństwie metod wnioskowania. Metody te zostały z powodzeniem zaimplementowane w pewnych specyficznych problemach medycznych lub mogą znaleźć zastosowanie w modelowaniu wnioskowania diagnostycznego. Są to: metoda obliczania prawdopodobieństwa zastosowana w systemie ILIAD, schemat wnioskowania wykorzystujący sieci zaufania Pearla, udoskonalone wnioskowanie oparte na miarach zaufania systemu MYCIN i teoria Dempstera - Shafera. Dla każdej z metod przedstawiono przykład obliczeń, omówiono jej wady i zalety.

W przykładach do modelowania wnioskowania za pomocą powyższych metod wykorzystano zależności statystyczne zaczerpnięte z literatury medycznej. Dane medyczne dotyczą problemu różnicowania nadczynności tarczycy i eutyreozy (czyli prawidłowego funkcjonowania tarczycy), na podstawie objawów stwierdzonych przez lekarza podczas wywiadu i badania przedmiotowego.

## 2. Wzór Bayesa

Znany z rachunku prawdopodobieństwa wzór Bayesa nie jest zbyt często stosowany w medycznych systemach doradczych z trzech głównych powodów: konieczności założenia niezależności występowania objawów, dużej komplikacji obliczeń przy wielu objawach lub pośrednich etapach wnioskowania i trudności w uzyskaniu wartości prawdopodobieństwa warunkowego. Pierwsza przeszkoda jest praktycznie nie do usunięcia - organizm jest systemem zbyt skomplikowanym, aby określić zależności między objawami choroby. Tak więc założenie ich niezależności jest obecne, często milcząco, we wszystkich metodach wnioskowania.

Prawdopodobieństwa warunkowe można łatwo określić, jeżeli dysponuje się odpowiednio wielką medyczną bazą danych. Konstruktorom ILIAD-a [6], systemu ekspertowego dla lekarzy internistów, udało się znacznie uprościć algorytm obliczeń przez zastosowanie ciekawej interpretacji wzoru Bayesa. Przyjmijmy oznaczenia prawdopodobieństw:

- $P(D)$  - *a priori* występowania choroby.
- $P(ND) = 1 - P(D)$  - braku choroby.
- $P(D|S)$  - choroby pod warunkiem wystąpienia objawu  $S$ .
- $P(S|D)$  - pojawienia się objawu  $S$  u pacjenta cierpiącego na daną chorobę.
- $P(S|ND)$  - zaobserwowania objawu  $S$  u pacjenta nie cierpiącego na daną chorobę.

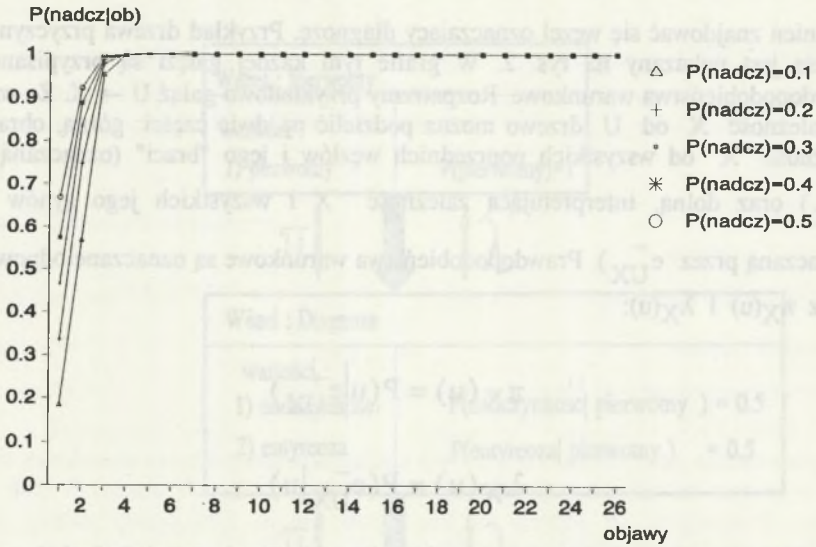
Wówczas wzór Bayesa [6]:

$$P(D|S) = \frac{P(S|D) \cdot P(D)}{P(S|D) \cdot P(D) + P(S|ND) \cdot P(ND)}$$

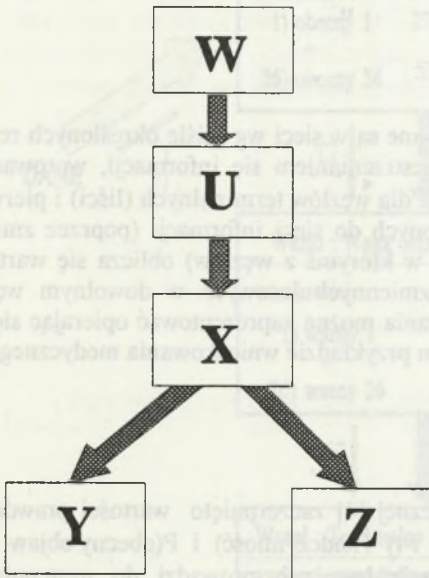
Wprowadzona w ILIADzie modyfikacja polega na interpretacji  $P(D)$ . Zakłada się, że objawy są rozpatrywane kolejno, jak gdyby informacje były stopniowo gromadzone. Na początku sesji konsultacyjnej  $P(D)$  jest równe prawdopodobieństwu występowania choroby w społeczeństwie. Po rozpatrzeniu pierwszego objawu  $S_1$  przyjmuje się, że  $P(D)$  zmienia wartość na równą  $P(D|S_1)$ , jak gdyby "ukonkretniając"  $P(D)$  dla danego przypadku chorobowego. Następnie oblicza się  $P(D|S_2)$  itd. Taka interpretacja sprzyja uproszczeniu algorytmu obliczeń, ale, jak to pokazuje przykład, nie rozwiązuje innych problemów związanych z zastosowaniem wzoru Bayesa.

### 3. Przykład - wersja pierwsza

Zalóżmy, że na podstawie danych statystycznych [4] znaleziono prawdopodobieństwa  $P(S_i|D)$  i  $P(S_i|ND)$  dla  $i = 1, 2, \dots, 26$  objawów nadczynności tarczycy. Jeżeli prawdopodobieństwo *a priori* występowania nadczynności tarczycy w społeczeństwie,  $P(D)$ , potraktujemy jako parametr, stosując algorytm obliczeń ILIAD-a, dla kolejno rozpatrywanych objawów, otrzymamy rezultaty jak na rys. 1. Na osi odciętych zaznaczono liczbę występujących objawów (o ustalonej kolejności). Jedyńka na tej osi oznacza, że jeden (pierwszy) objaw występuje, reszta objawów nie jest obecna, dwójka, że występują tylko dwa pierwsze objawy itd. W celu zwiększenia przejrzystości na wykresie punkty połączono łamaną. Niezależnie od tego, jaką wartość początkową przyjmuje  $P(D)$ , wynik działania algorytmu obliczeń jest różny od jeden tylko dla kilku występujących objawów. Ta cecha algorytmu praktycznie uniemożliwia korzystanie z powyższego schematu obliczeń przy większej liczbie objawów. Poza tym, ponieważ nie ma podstaw do zmiany  $P(D)$ , jeżeli nie wiadomo, czy symptom występuje, niemożliwe jest również rozróżnienie sytuacji: "nie wiem, czy objawy występują" i "objawy nie występują". Jest to poważna wada, zwłaszcza w zastosowaniach medycznych. Algorytm obliczeń przetestowano po zmianie kolejności objawów, nie uzyskując znaczącej poprawy wyników, dla rozważanego przykładu.



Rys. 1. Rezultaty testowania algorytmu ILIAD-a  
 Fig. 1. ILIAD's algorithm testing results



Rys. 2. Przykład drzewa przyczynowego Bayesa  
 Fig. 2. An example of Bayes' reasoning tree

#### 4. Sieć zaufania Pearl'a

Sieć zaufania zaproponowana przez Pearl'a [7] jest to graf, w którym każdy węzeł ma tylko jednego ojca i w którym nie występują pętle. Taka postać grafu jest nazywana drzewem przyczynowym Bayesa. Reprezentuje ono bezpośrednie zależności (gałęzie grafu) między zmiennymi losowymi (węzły).

Pearl proponuje metody dekompozycji złożonych problemów do postaci takiego drzewa przyczynowego Bayesa [8], ale zwykle łatwiejsza jest analiza samego zadania i zapisanie go w wymaganej postaci grafu. Analizy takiej trzeba w każdym przypadku dokonać, ponieważ należy określić wartości prawdopodobieństw warunkowych. W zastosowaniach medycznych nie

nastęcza to na ogół nadmiernych trudności, ponieważ wiadomo, że u szczytu grafu

powinien znajdować się węzeł oznaczający diagnozę. Przykład drzewa przyczynowego Bayesa jest pokazany na rys. 2. W grafie tym każdej gałęzi są przypisane dwa prawdopodobieństwa warunkowe. Rozpatrzmy przykładowo gałąź  $U \rightarrow X$ . Ze względu na zależność  $X$  od  $U$  drzewo można podzielić na dwie części: górną, obrazującą zależność  $X$  od wszystkich poprzednich węzłów i jego "braci" (oznaczaną przez  $e_{UX}^+$ ) oraz dolną, interpretującą zależność  $X$  i wszystkich jego synów od  $U$  (oznaczaną przez  $e_{UX}^-$ ). Prawdopodobieństwa warunkowe są oznaczane odpowiednio przez  $\pi_X(u)$  i  $\lambda_X(u)$ :

$$\pi_X(u) = P(u | e_{UX}^+)$$

$$\lambda_X(u) = P(e_{UX}^- | u)$$

Opierając się na powyższych prawdopodobieństwach, Pearl definiuje funkcję zaufania dla poszczególnych wartości węzła  $X$ ,  $Bel(x)$ :

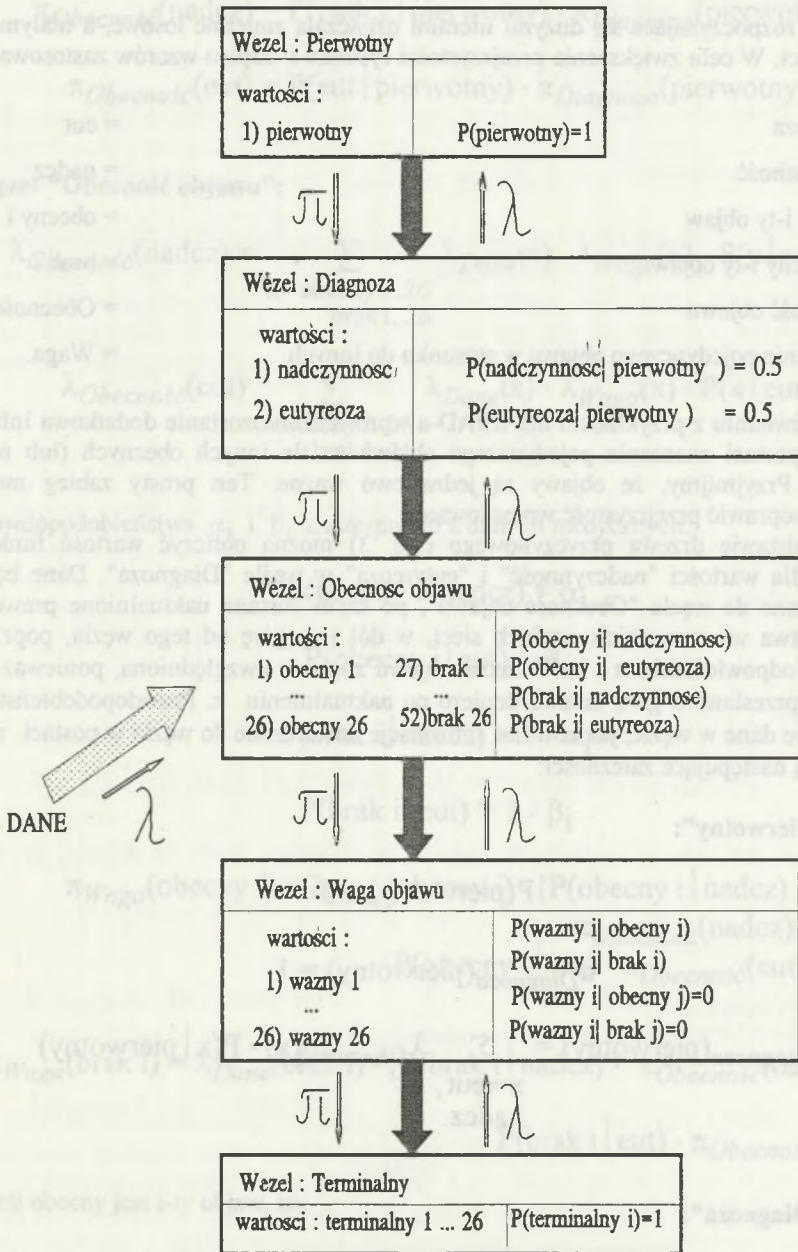
$$Bel(x) = \alpha \cdot \lambda_Y(x) \cdot \lambda_Z(x) \cdot \sum_u P(x|U) \cdot \pi_X(u)$$

gdzie  $\alpha$  jest stałą normalizacji.

Prawdopodobieństwa  $\pi$  i  $\lambda$  przekazywane są w sieci wg ściśle określonych reguł, zapewniających m.in. kontrolę nad rozprzestrzenianiem się informacji, wprowadzaniem nowych informacji, interpretacji  $\pi$  i  $\lambda$  dla węzłów terminalnych (liści) i pierwotnego (korzenia). Na podstawie wprowadzonych do sieci informacji (poprzez zmianę prawdopodobieństwa wystąpienia wartości w którymś z węzłów) oblicza się wartości funkcji zaufania dla żądanych wartości zmiennych losowych w dowolnym węźle. Działanie powyższego schematu wnioskowania można zaprezentować opierając się na poprzednim, odpowiednio zmodyfikowanym przykładzie wnioskowania medycznego.

## 5. Przykład - wersja druga

Jak już wspomniano, z literatury medycznej [4] zaczerpnięto wartości prawdopodobieństw warunkowych  $P(\text{obecny objaw i-ty} | \text{nadczynność})$  i  $P(\text{obecny objaw i-ty} | \text{eutyreoza})$ . Analiza zależności zmiennych losowych prowadzi do następującej, niezwykle prostej sieci Pearla (rys. 3).



Rys. 3. Drzewo przyczynowe Bayesa dla problemu różnicowania między nadczynnością tarczycy a eutyreozą

Fig. 3. Bayes' reasoning tree for the problem of hyperthyroidism and euthyroidism differentiation

Nazwy rozpoczynające się dużymi literami oznaczają zmienne losowe, a małymi - ich wartości. W celu zwiększenia przejrzystości rysunku i zapisu wzorów zastosowano skróty:

- eutyreoza = eut
- nadczynność = nadcz
- obecny i-ty objaw = obecny i
- nieobecny i-ty objaw = brak i
- Obecność objawu = Obecność
- Znaczenie pojedynczego objawu w stosunku do innych = Waga.

W porównaniu z przykładem dla ILIAD-a wprowadzona zostanie dodatkowa informacja w postaci znaczenia pojedynczego objawu na tle innych obecnych (lub nie) objawów. Przyjmijmy, że objawy są jednakowo ważne. Ten prosty zabieg może znacznie poprawić przejrzystość wnioskowania.

Na podstawie drzewa przyczynowego (rys. 3) można obliczyć wartość funkcji zaufania dla wartości "nadczynność" i "eutyreoza" w węźle "Diagnoza". Dane będą wprowadzane do węzła "Obecność objawu", po czym zostaną uaktualnione prawdopodobieństwa we wszystkich węzłach sieci, w dół i w górę od tego węzła, poprzez generację odpowiednich  $\pi$  i  $\lambda$ . Ważność objawu zostanie uwzględniona, ponieważ  $\lambda$  zostanie "przesłane w górę drzewa dopiero po uaktualnieniu  $\pi$ . Prawdopodobieństwa warunkowe dane w węźle, jak również informacje dostarczane do węzła w postaci  $\pi$  i  $\lambda$ ., opisują następujące zależności:

**Węzeł "Pierwotny":**

$$P(\text{pierwotny}) = 1$$

$$\pi_{\text{Diagnoza}}(\text{pierwotny}) = 1$$

$$\lambda_{\text{Diagnoza}}(\text{pierwotny}) = \sum_{\substack{x=\text{eut}, \\ \text{nadcz.}}} \lambda_{\text{Obecność}(x)} \cdot P(x \mid \text{pierwotny})$$

**Węzeł "Diagnoza":**

$$P(\text{nadcz} \mid \text{pierwotny}) = 0.5$$

$$P(\text{eut} \mid \text{pierwotny}) = 0.5$$



$$\pi_{Obecność}(\text{nadcz}) = P(\text{nadcz} \mid \text{pierwotny}) \cdot \pi_{Diagnoza}(\text{pierwotny})$$

$$\pi_{Obecność}(\text{eut}) = P(\text{eut} \mid \text{pierwotny}) \cdot \pi_{Diagnoza}(\text{pierwotny})$$

Węzeł "Obecność objawu":

$$\lambda_{Obecność}(\text{nadcz}) = \sum_{\substack{x=\text{obecny 1..26} \\ \text{brak 1..26}}} \lambda_{Dane}(x) \cdot \lambda_{Waga}(x) \cdot P(x \mid \text{nadcz})$$

$$\lambda_{Obecność}(\text{eut}) = \sum_{\substack{x=\text{obecny 1..26} \\ \text{brak 1..26}}} \lambda_{Dane}(x) \cdot \lambda_{Waga}(x) \cdot P(x \mid \text{eut})$$

Prawdopodobieństwa  $\alpha_i$  i  $\beta_i$  zaczerpnięto z danych medycznych.

$$P(\text{obecny } i \mid \text{nadcz}) = \alpha_i$$

$$P(\text{obecny } i \mid \text{eut}) = \beta_i$$

$$P(\text{brak } i \mid \text{nadcz}) = 1 - \alpha_i$$

$$P(\text{brak } i \mid \text{eut}) = 1 - \beta_i$$

$$\pi_{Waga}(\text{obecny } i) = \lambda_{Dane}(\text{obecny } i) \cdot [P(\text{obecny } i \mid \text{nadcz}) \cdot \pi_{Obecność}(\text{nadcz}) + P(\text{obecny } i \mid \text{eut}) \cdot \pi_{Obecność}(\text{eut})]$$

$$\pi_{Waga}(\text{brak } i) = \lambda_{Dane}(\text{brak } i) \cdot [P(\text{brak } i \mid \text{nadcz}) \cdot \pi_{Obecność}(\text{nadcz}) + P(\text{brak } i \mid \text{eut}) \cdot \pi_{Obecność}(\text{eut})]$$

Jeżeli obecny jest i-ty objaw, to:

$$\lambda_{Dane}(\text{obecny } i) = 1 \quad \lambda_{Dane}(\text{brak } i) = 0$$

Jeżeli  $i$ -ty objaw nie jest obecny, to:

$$\lambda_{Dane}(\text{brak } i) = 1 \quad \lambda_{Dane}(\text{obecny } i) = 0$$

Węzeł "Waga objawu":

$$\lambda_{Waga}(\text{obecny } i) = \sum_{\substack{x=\text{ważny } 1 \\ \text{ważny } 26}} \lambda_{Terminalny}(x) \cdot P(x \mid \text{obecny } i)$$

$$\lambda_{Waga}(\text{brak } i) = \sum_{\substack{x=\text{ważny } 1 \\ \text{ważny } 26}} \lambda_{Terminalny}(x) \cdot P(x \mid \text{brak } i)$$

Ponieważ brak jest jakichkolwiek podstaw do stwierdzenia, że  $i$ -ty objaw zyskuje bądź traci na wartości diagnostycznej, jeżeli wystąpi (lub nie) objaw  $j$ -ty, przyjęto, że jeżeli  $i \neq j$ , to:

$$P(\text{ważny } i \mid \text{obecny } j) = P(\text{ważny } i \mid \text{brak } j) = 0$$

Natomiast:

$$P(\text{ważny } i \mid \text{obecny } i) = w_{1i} \quad P(\text{ważny } i \mid \text{brak } i) = w_{2i}$$

Jeżeli brak jest innych wiadomości o znaczeniu objawów, to można przyjąć, że  $w_{1i} = w_{2i} = \frac{1}{26}$ .

$$\begin{aligned} \pi_{Terminalny}(\text{ważny } i) = & \sum_{\substack{x=\text{obecny } 1\dots \\ \text{obecny } 26}} P(\text{ważny } i \mid x) \cdot \pi_{Waga}(x) \\ & + \sum_{\substack{x=\text{brak } 1\dots \\ \text{brak } 26}} P(\text{ważny } i \mid x) \cdot \pi_{Waga}(x) \end{aligned}$$

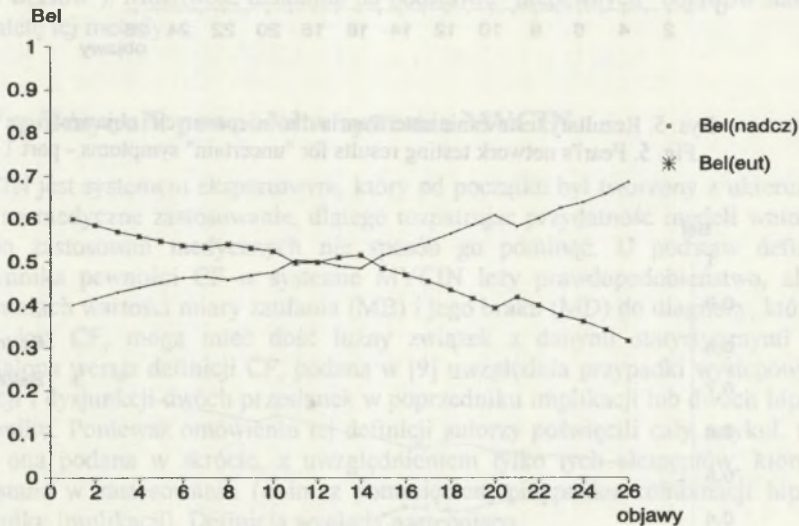
$$\lambda_{Terminalny}(\text{ważny } i) = 1 \quad i = 1, \dots, 26$$

### Węzeł "Terminalny":

$$P(\text{terminalny } i) = 1 \quad i = 1, \dots, 26$$

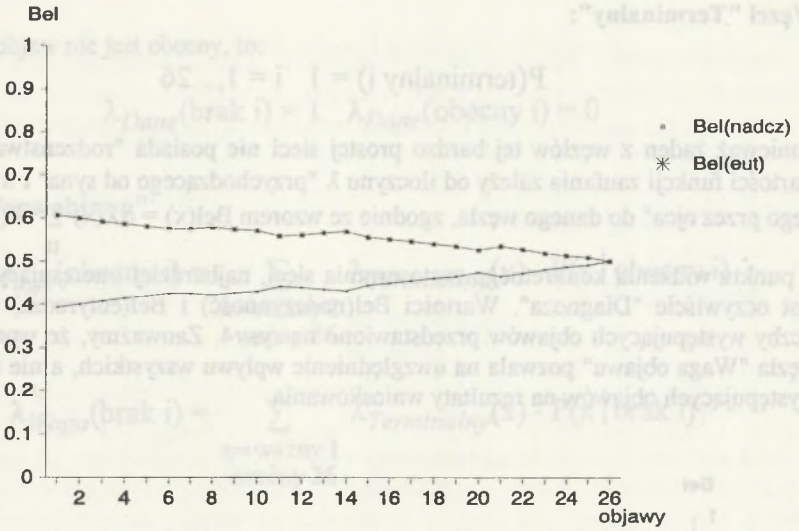
Ponieważ żaden z węzłów tej bardzo prostej sieci nie posiada "rodzeństwa", zmiana wartości funkcji zaufania zależy od iloczynu  $\lambda$  "przychodzącego od syna" i  $\pi$  "przysyłanego przez ojca" do danego węzła, zgodnie ze wzorem  $Bel(x) = \alpha \lambda(x) \sum_u P(x|u) \pi(u)$ .

Z punktu widzenia konkretnego zastosowania sieci, najbardziej interesującym węzłem jest oczywiście "Diagnoza". Wartości  $Bel(\text{nadczynność})$  i  $Bel(\text{eutyreoza})$  dla różnej liczby występujących objawów przedstawiono na rys. 4. Zauważmy, że wprowadzenie węzła "Waga objawu" pozwala na uwzględnienie wpływu wszystkich, a nie tylko kilku występujących objawów na rezultaty wnioskowania.

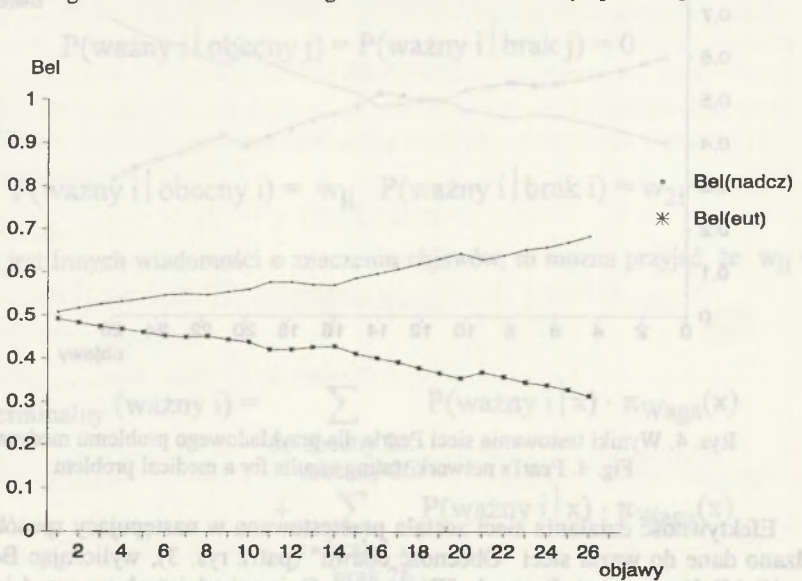


Rys. 4. Wyniki testowania sieci Pearl'a dla przykładowego problemu medycznego  
Fig. 4. Pearl's network testing results for a medical problem

Efektywność działania sieci została przetestowana w następujący sposób. Wprowadzono dane do węzła sieci "Obecność objawu" (patrz rys. 3), wyliczając  $Bel(\text{nadczynność})$  i  $Bel(\text{eutyreoza})$  dla węzła "Diagnoza". Opis osi odczytanych na rys. 4 jest taki sam jak na rys. 2. Można zauważyć, że zastosowana w sieciach Pearl'a metoda obliczania miary zaufania na podstawie prawdopodobieństwa warunkowego umożliwia uwzględnienie wpływu pojedynczego objawu na diagnozę, a rezultaty testowania są zgodne z intuicją (należy rozumieć: jakościową ocenę lekarza), tzn. wartość  $Bel(\text{nadczynność})$  jest mała przy obecności zaledwie kilku objawów, prawie równa  $Bel(\text{eutyreoza})$  dla mniej więcej jednakowej liczby objawów obecnych i nieobecnych, duża zaś



Rys. 5. Rezultaty testowania sieci Pearl'a dla "niepewnych" objawów - cz. 1  
 Fig. 5. Pearl's network testing results for "uncertain" symptoms - part 1



Rys. 6. Rezultaty testowania sieci Pearl'a dla "niepewnych" objawów - cz. 2  
 Fig. 6. Pearl's network testing results for "uncertain" symptoms - part 2

przy wielu obecnych objawach nadczynności. Wartości Bel(eutyreoz) zachowują się odwrotnie.

Co więcej, ponieważ Pearl dopuszcza wprowadzenie wartości różnych od 1 i od 0 dla  $\lambda$  poprzez wprowadzenie "pustych węzłów" ("dummy nodes" [7]), w ramach istniejącego modelu drzewa przyczynowego Bayesa, można również zinterpretować sytuację: "nie wiem, czy objaw wystąpił", za pomocą  $\lambda = 0.5$ . Rezultaty testowania przedstawiają rysunki 5 i 6. Na rys. 5, na osi odciętych oznaczono liczbę "niepewnych" ( $\lambda = 0.5$ ) objawów, reszta z założenia nie jest obecna. Na rys. 6 na osi odciętych zaznaczono liczbę obecnych objawów, reszta z założenia jest "niepewna". Także w tym wypadku obliczone wartości funkcji zaufania zgodne są z intuicją. Metoda Pearl'a ma na celu uproszczenie obliczeń poprzez rozłożenie ich na szereg etapów - węzłów sieci. Chociaż działanie sieci jest oparte na prawdopodobieństwie warunkowym, sam ich autor widział konieczność wprowadzenia subiektywnej wiedzy eksperta (za pomocą "pustych węzłów"). Możliwość działania na podstawie "niepewnych" objawów stanowi ważną zaletę tej metody.

## 6. Współczynnik pewności w systemie MYCIN

MYCIN jest systemem ekspertowym, który od początku był tworzony z ukierunkowaniem na medyczne zastosowanie, dlatego rozpatrując przydatność modeli wnioskowania do zastosowań medycznych nie sposób go pominąć. U podstaw definicji współczynnika pewności CF w systemie MYCIN leży prawdopodobieństwo, ale w zastosowaniach wartości miary zaufania (MB) i jego braku (MD) do diagnozy, których różnicą jest CF, mogą mieć dość luźny związek z danymi statystycznymi [9]. Udoskonalona wersja definicji CF, podana w [9] uwzględnia przypadki występowania koniunkcji i dysjunkcji dwóch przesłanek w poprzedniku implikacji lub dwóch hipotez w następniku. Ponieważ omówieniu tej definicji autorzy poświęcili cały artykuł, tutaj zostanie ona podana w skrócie, z uwzględnieniem tylko tych elementów, które są wykorzystane w zastosowaniu (m.in. z pominięciem przypadku kombinacji hipotez w następniku implikacji). Definicja wygląda następująco.

1)  $CF = MB - MD$ .

2) Jeżeli  $h$  oznacza hipotezę,  $e$  - fakt potwierdzający  $h$  lub zaprzeczający  $h$ ,  $MB[h,e]$  miarę wzrastającego zaufania do  $h$  na podstawie zaistnienia faktu  $e$ ,  $MD[h,e]$  miarę wzrastającego braku zaufania do  $h$  na podstawie obserwowanego  $e$ , to:

$$MB[h,e] = \begin{cases} 1 & P(h) = 1 \\ \frac{\max(P(h|e), P(h)) - P(h)}{1 - P(h)} & P(h) < 1 \end{cases}$$

$$MD[h, e] = \begin{cases} 1 & P(h) = 1 \\ \frac{\min(P(h|e), P(h)) - P(h)}{-P(h)} & P(h) < 1 \end{cases}$$

(oczywiście  $P(h) \in [0, 1]$ ).

Jeżeli  $MB[h, e] = MD[h, e]$ , występuje sprzeczność i CF nie jest zdefiniowane.

3) Przy stopniowym gromadzeniu informacji, gdy  $s_1, s_2$  oznaczają objawy pierwszy i drugi:

$$MB[h, s_1 \wedge s_2] = \begin{cases} 0 & MD[h, s_1 \wedge s_2] = 1 \\ MB[h, s_1] + MB[h, s_2](1 - MB[h, s_1]) & MD[h, s_1 \wedge s_2] \neq 1 \end{cases}$$

$$MD[h, s_1 \wedge s_2] = \begin{cases} 0 & MB[h, s_1 \wedge s_2] = 1 \\ MD[h, s_1] + MD[h, s_2](1 - MD[h, s_1]) & MB[h, s_1 \wedge s_2] \neq 1 \end{cases}$$

Należy zwrócić uwagę, że eutyreoza i nadczynność tarczycy stanowią w tym przypadku osobne hipotezy, tzn. można określić  $CF[\text{nadczynność}, \text{objaw}]$  oraz  $CF[\text{eutyreoza}, \text{objaw}]$ . Ponieważ  $MB[h, s]$ ,  $MD[h, s]$  są zdefiniowane na podstawie  $P(h|e)$ , a literatura dostarcza informacji na temat  $P(e|h)$ , należy obliczyć pierwsze prawdopodobieństwo zgodnie ze wzorem Bayesa, traktując jako parametr prawdopodobieństwo *a priori* eutyreozy (lub prawdopodobieństwo nadczynności tarczycy dla obliczenia MB i MD eutyreozy). Autorzy [9] rozpatrują przypadek, kiedy wprawdzie wiadomo, że jeżeli objaw  $s_i$  jest z pewnością dany, to pociąga za sobą zwiększenie wartości  $CF[h, s_i]$ , ale fakt  $e$  nie w pełni potwierdza symptom  $s_i$ . Wtedy:

$$MB[h, s_i] = MB'[h, s_i] \cdot \max(0, CF[s_i, e])$$

$$MD[h, s_i] = MD'[h, s_i] \cdot \max(0, CF[s_i, e])$$

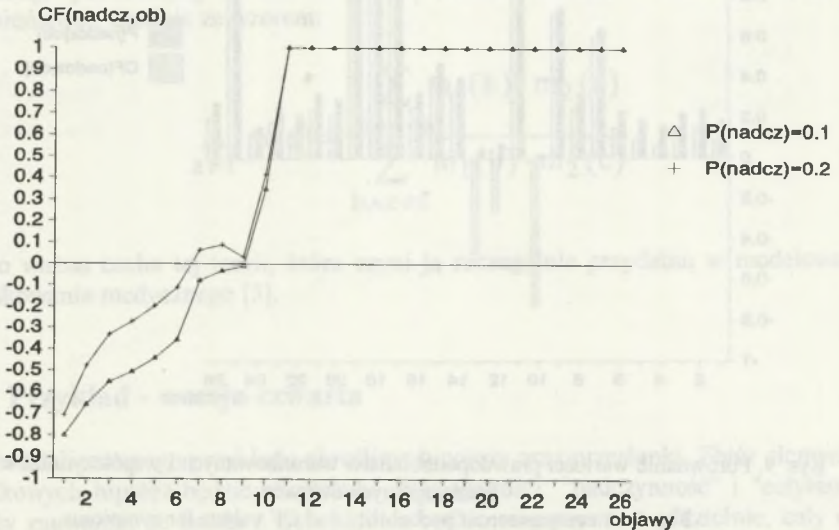
Zwróćmy uwagę, że jeżeli nie wiadomo, czy objaw wystąpił czy nie, wtedy  $CF[s_i, e] = 0$  i miary zaufania i braku zaufania nie zmieniają się (podobnie jak we wnioskowaniu w systemie ILIAD). Można natomiast zinterpretować sytuację niewielkiej pewności wystąpienia objawu, np.  $CF[s_i, e] = 0.5$ . Wówczas zmniejsza się wartość  $MB[h, s_i]$ , w tym przypadku do połowy.

## 7. Przykład - wersja trzecia

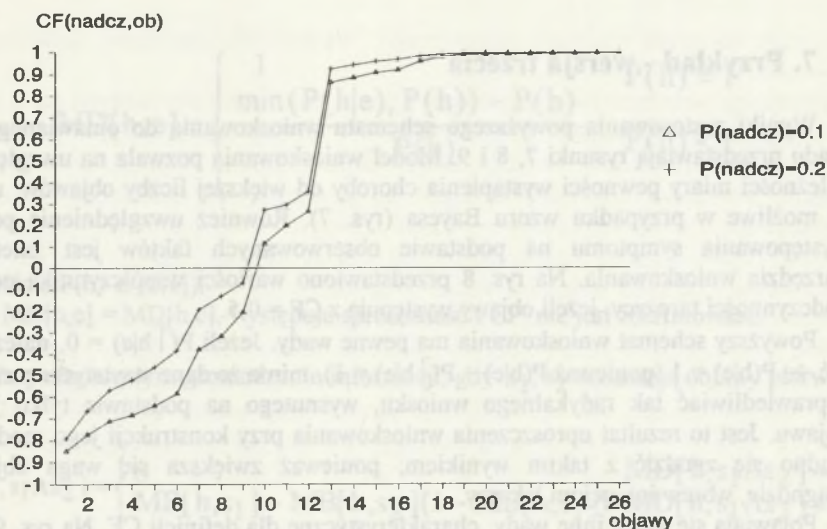
Wyniki zastosowania powyższego schematu wnioskowania do omawianego przykładu przedstawiają rysunki 7, 8 i 9. Model wnioskowania pozwala na uwzględnienie zależności miary pewności wystąpienia choroby od większej liczby objawów, niż było to możliwe w przypadku wzoru Bayesa (rys. 7). Również uwzględnienie pewności występowania symptomu na podstawie obserwowanych faktów jest zaletą tego narzędzia wnioskowania. Na rys. 8 przedstawiono wartości współczynnika pewności nadczynności tarczycy, jeżeli objawy występują z  $CF = 0.5$ .

Powyższy schemat wnioskowania ma pewne wady. Jeżeli  $P(\bar{h}|e) = 0$ , należy przyjąć, że  $P(h|e) = 1$  (ponieważ  $P(h|e) + P(\bar{h}|e) = 1$ ), mimo że dane statystyczne mogą nie usprawiedliwiać tak radykalnego wniosku, wysnutego na podstawie tylko jednego objawu. Jest to rezultat uproszczenia wnioskowania przy konstrukcji jego modelu, ale trudno się zgodzić z takim wynikiem, ponieważ zwiększa się waga objawu w diagnozie, wbrew intencjom lekarzy.

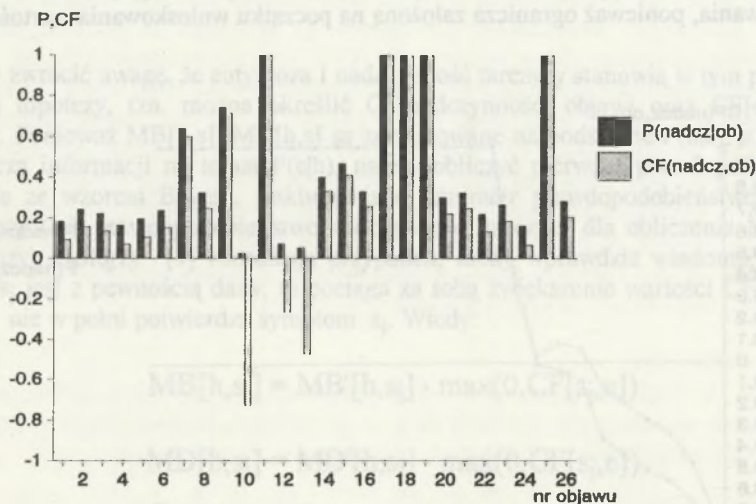
Pojawiają się także inne wady, charakterystyczne dla definicji CF. Na rys. 9 przedstawiono wartości prawdopodobieństwa  $P(\text{nadcz,objaw})$  i  $CF(\text{nadcz,objaw})$  obliczonego dla tego prawdopodobieństwa i  $P(\text{nadcz}) = 0.1$ . Zgodnie z definicją, jeżeli  $P(h|e) < P(h)$ , to  $CF = -1$ , a więc pojawiający się objaw zamiast w małym stopniu wspierać diagnozę, będzie ją negował. Być może jest to jedna z najistotniejszych wad schematu wnioskowania, ponieważ ogranicza założoną na początku wnioskowania wartość  $P(h)$ .



Rys. 7. Wyniki testowania współczynnika CF systemu MYCIN dla problemu medycznego  
Fig. 7. MYCIN's certainty factor values for a medical problem



Rys. 8. Wyniki testowania współczynnika CF dla "niepewnych" objawów  
 Fig. 8. MYCIN's certainty factor values for "uncertain" symptoms



Rys. 9. Porównanie wartości prawdopodobieństw warunkowanych i współczynników CF dla poszczególnych objawów  
 Fig. 9. A comparison of probability and CF values for symptoms



## 8. Teoria Dempstera - Shafera

Teoria Dempstera - Shafera [1] opiera się na zdefiniowaniu tzw. elementów ogniskowych i przypisaniu im rozkładu bazowego prawdopodobieństwa. Elementy ogniskowe są to zdania, o których posiadamy informacje. Informacje te wyraża rozkład bazowego prawdopodobieństwa. Zdania nie muszą być rozłączne ani elementarne, dlatego każda informacja może być wykorzystana w procesie wnioskowania. Rozkład  $m$  jest określony jako:

$$m(f) = 0$$

$$\sum_{a \in T} m(a) = 1$$

Gdzie  $f$  oznacza zdanie fałszywe, a  $T$  zbiór elementów ogniskowych. Jeżeli przesłanka  $b$  wskazuje na hipotezę  $a$  ( $b \Rightarrow a$ ), wówczas wartość zaufania do hipotezy  $a$  na podstawie informacji o  $b$  wylicza się:

$$\text{Bel}(a) = \sum_{(b \Rightarrow a)=t} m(b)$$

Miara Bel nie jest w żaden sposób związana z funkcją zaufania Pearla. Podaje się także definicję miary dualnej do Bel, to jest  $\text{Pl}(a)$  [1]. W ramach teorii możliwe jest łączenie informacji pochodzącej z dwóch źródeł (dwóch rozkładów bazowych prawdopodobieństwa), zgodnie ze wzorem:

$$\bigwedge_{a \neq f} m(a) = \frac{\sum_{b \wedge c = a} m_1(b) \cdot m_2(c)}{\sum_{b \wedge c \neq f} m_1(b) \cdot m_2(c)}$$

Jest to ważna cecha tej teorii, która czyni ją szczególnie przydatną w modelowaniu wnioskowania medycznego [3].

## 9. Przykład - wersja czwarta

Dla analizowanego przykładu określimy hipotezy oraz przesłanki. Zbiór elementów ogniskowych hipotez będzie obejmował dwie wartości: "nadczytność" i "eutyreozę". Należy zauważyć, że każda z tych hipotez będzie rozpatrywana oddzielnie, cały ciąg wnioskowania dotyczy za każdym razem tylko jednej hipotezy. W zbiorze przesłanek znajdują się następujące elementy ogniskowe: "objaw 1 obecny", ..., "objaw 26 obecny",

"brak 1 objawu", ... , "brak 26 objawu". Stosując oznaczenia ogólne, można zapisać rozkłady bazowe prawdopodobieństwa:

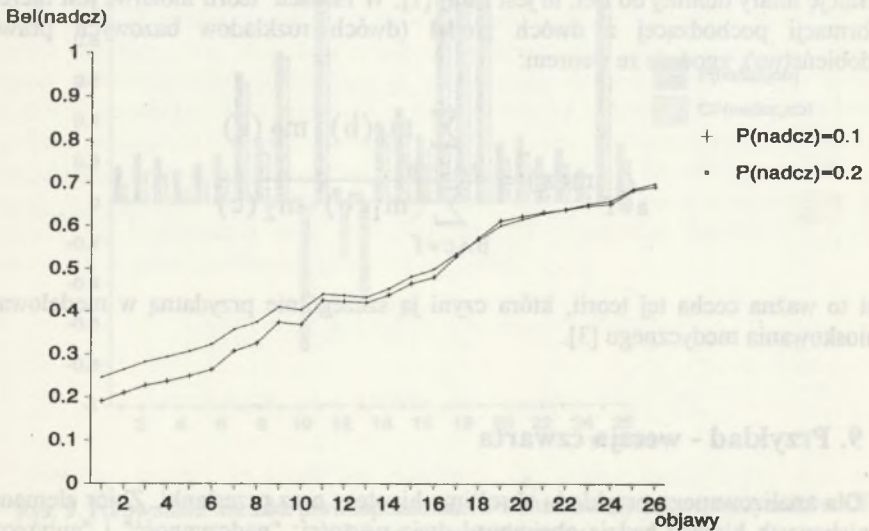
$$m_{\text{eut}}(s_i) = [P(\text{eut}|s_i)] \quad i = 1, \dots, 52$$

$$m_{\text{nadczy}}(s_i) = [P(\text{nadczy}|s_i)] \quad i = 1, \dots, 52$$

gdzie nawias kwadratowy oznacza znormalizowanie wartości  $m(s_i)$ , aby była spełniona definicja rozkładu osobno dla każdej hipotezy (rozkładu bazowego).

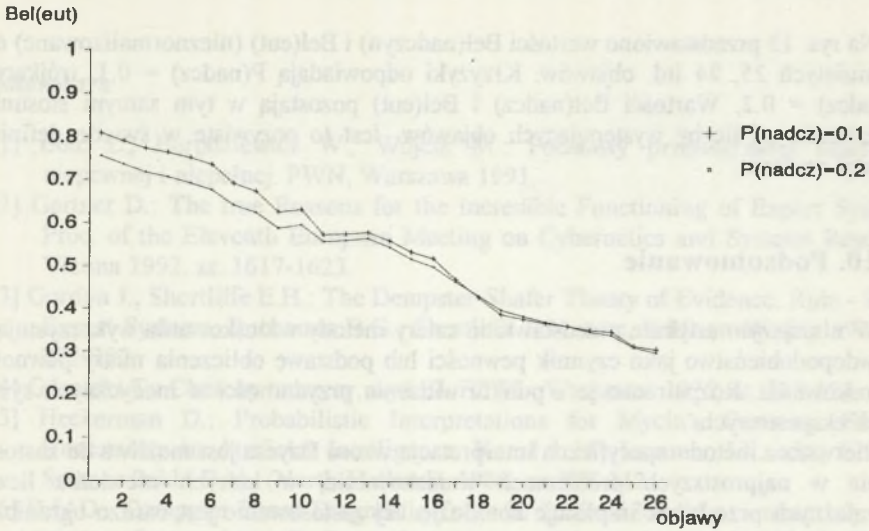
Oczywiście uzupełnienie schematu wnioskowania o dodatkowe źródło informacji, dla którego będzie zapisany równomierny rozkład bazowy prawdopodobieństwa (równej ważności objawów) nic nie zmieni w rezultatach wnioskowania. Przeprowadzono więc obliczenia opierając się na jednym rozkładzie bazowym dla każdej hipotezy. Rezultaty ilustrują rys. 10 i 11. Na obu tych rysunkach  $\text{Bel}(\text{eut})$  i  $\text{Bel}(\text{nadczy})$  występują w tej samej skali (znormalizowane dla celów porównawczych). Wnioskowanie jest zamodelowane prawidłowo, ponieważ zwiększenie liczby występujących objawów w stosunku do ich braku powoduje zwiększenie wartości  $\text{Bel}(\text{nadczy})$ . Można również zaobserwować zależności wartości od przyjętego prawdopodobieństwa *a priori* choroby.

Teoria Dempstera - Shafera nie umożliwia niestety interpretacji sytuacji, w której nie jest pewne występowanie niektórych objawów - muszą one zostać pominięte we wnioskowaniu, co prowadzi do błędnych jego rezultatów.

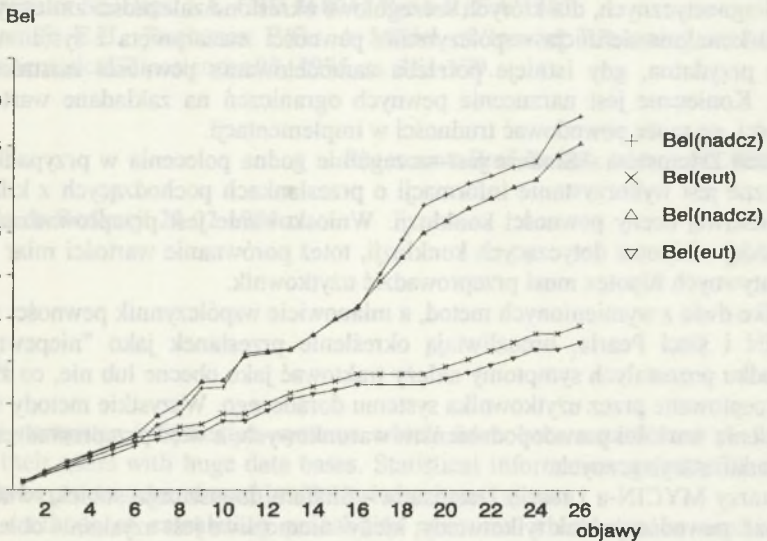


Rys. 10. Wartości funkcji zaufania w teorii Dempstera -Shafera dla hipotezy "nadczyność tarczycy"

Fig. 10. Dempster - Shafer's belief function values for the hypothesis "hyperthyroidism"



Rys. 11. Wartości funkcji zaufania w teorii Dempstera - Shafera dla hipotezy "eutyreoza"  
 Fig. 11. Dempster - Shafer's belief function values for the hypothesis "euthyroidism"



Rys. 12. Wartości funkcji zaufania Dempstera - Shafera dla wskazanej liczby występujących objawów - opis w tekście  
 Fig. 12. Dempster - Shafer's belief function values for limited number of present symptoms (details in the text)

Na rys. 12 przedstawiono wartości  $Bel(nadczyn)$  i  $Bel(eut)$  (nieznormalizowane) dla pominiętych 25, 24 itd. objawów. Krzyżyki odpowiadają  $P(nadcz) = 0.1$ , trójkąty -  $P(nadcz) = 0.2$ . Wartości  $Bel(nadcz)$  i  $Bel(eut)$  pozostają w tym samym stosunku niezależnie od liczby występujących objawów. Jest to oczywiste w świetle definicji funkcji zaufania.

## 10. Podsumowanie

W niniejszym artykule przedstawiono cztery metody wnioskowania wykorzystujące prawdopodobieństwo jako czynnik pewności lub podstawę obliczenia miary pewności wnioskowania. Rozpatrzono je z punktu widzenia przydatności w medycznych systemach ekspertowych.

Pierwsza z metod - specyficzna interpretacja wzoru Bayesa jest możliwa do zastosowania w najprostszych problemach wnioskowania, w których niewielka liczba niezależnych przesłanek implikuje konkluzję. Jej zastosowanie jest bardzo ograniczone, ale może być użyta do modelowania wnioskowania diagnostycznego o chorobie na podstawie niewielu niezależnych symptomów.

Sieci zaufania Pearla opierają się również na koncepcji prawdopodobieństwa warunkowego, ale stanowią rozwiązanie pozwalające na określenie zależności między wieloma zmiennymi. Dlatego można je zastosować do modelowania wszelkich problemów diagnostycznych, dla których szczególnie określono zależności zmiennych.

Udoskonalona definicja współczynnika pewności zaczerpnięta z systemu MYCIN będzie przydatna, gdy istnieje potrzeba zamodelowania pewności zaistnienia przesłanki. Konieczne jest narzucenie pewnych ograniczeń na zakładane wartości miar pewności, co może powodować trudności w implementacji.

Teoria Dempstera - Shafera jest szczególnie godna polecenia w przypadkach, gdy konieczne jest wykorzystanie informacji o przesłankach pochodzących z kilku źródeł dla właściwej oceny pewności konkluzji. Wnioskowanie jest przeprowadzane osobno dla każdej z hipotez dotyczących konkluzji, toteż porównanie wartości miar pewności alternatywnych hipotez musi przeprowadzić użytkownik.

Tylko dwie z wymienionych metod, a mianowicie współczynnik pewności z systemu MYCIN i sieci Pearla, umożliwiają określenie przesłanek jako "niepewnych". W przypadku pozostałych symptomów należy traktować jako obecne lub nie, co zwykle nie jest akceptowane przez użytkownika systemu doradczego. Wszystkie metody wymagają znalezienia wartości prawdopodobieństw warunkowych, a więc przeprowadzenia szerokich badań statystycznych.

Autorzy MYCIN-a i teoria Dempstera - Shafera dopuszczają subiektywne określenie miar pewności jednak tylko wtedy, kiedy niemożliwe jest uzyskanie obiektywnych wartości prawdopodobieństw.

Zastosowanie każdej z omówionych metod w medycznym systemie doradczym jest możliwe i celowe przy zachowaniu założeń i przy właściwej interpretacji wyników, zgodnej ze specyfiką narzędzia wnioskowania.

**Literatura**

- [1] Bolc L., Borodziejewicz W., Wójcik M.: Podstawy przetwarzania informacji niepewnej i niepełnej. PWN, Warszawa 1991.
- [2] Gertner D.: The true Reasons for the incredible Functioning of Expert Systems. Proc. of the Eleventh European Meeting on Cybernetics and Systems Research, Vienna 1992, ss. 1617-1623.
- [3] Gordon J., Shortliffe E.H.: The Dempster-Shafer Theory of Evidence. Rule - Based Expert Systems. Buchanan B.G., Shortliffe E.H. eds, Addison Wesley 1984, ss. 272-292.
- [4] Górnicki T.: Choroby tarczycy, wyd. II. PZWL, Warszawa 1975, ss. 123-128.
- [5] Heckerman D.: Probabilistic Interpretations for Mycin's Certainty Factors. Uncertainty in Artificial Intelligence, Kanal L.N., Lemmer J.F. eds, Elsevier Science Publ. B.V., (North-Holland), 1986, ss. 298-312.
- [6] ILIAD - Computer-Based Diagnostic Tools for Internal Medicine - materiały dotyczące softwar-u i wersja demonstracyjna programu (version 1.0 DEMO 1991) - Applied Informatics, Inc. Salt Lake City, Utah, USA.
- [7] Pearl J.: Fusion, Propagation and Structuring in Belief Networks. Artificial Intelligence 29 (1986), ss. 241-288.
- [8] Pearl J.: Distributed Revision of Composite Beliefs. Technical Report UCLA Computer Sc. Dept. LA, CSD 860045 R-64-II, Feb 1987.
- [9] Shortliffe E.H., Buchanan B.G.: A Model of Inexact Reasoning in Medicine. Mathematical Biosciences 23, 1975, ss. 351-379.

Recenzent: Prof. dr hab. Marek **KURZYŃSKI**

Wpłynęło do Redkacji 22.02.1994 r.

**Abstract**

Great computer information systems which have been established in hospitals provide their users with huge data bases. Statistical information gathered in the data bases can be processed and used in a knowledge based system.

Four methods of calculating probability measures which can be used in such systems as measures of reasoning certainty are described in the paper. Two of the methods: an interpretation of Bayes formula and a certainty factor of MYCIN expert system have already their application to diagnosis-support systems. The other two: Dempster-Shafer theory of evidence and Pearl's belief networks can be used in such systems. Suggestions for their application are given.

The paper aims at comparison of the methods and showing their advantages and drawbacks in medical applications. At the beginning a very short theoretical introduction to the methods is given to establish the meaning of symbols. Next an example of reasoning is interpreted. A discussion of results and conclusions are presented in the last part of the paper.