

Adam **BŁASZKOWSKI**

Instytut Elektroniki

Politechniki Śląskiej

CYFROWA REALIZACJA MEMRYSTORA I JEGO ZASTOSOWANIE DO MODELOWANIA OBWODÓW I PRZETWARZANIA SYGNAŁÓW

Streszczenie. Memrystor to czwarty podstawowy element obwodu elektrycznego, wiążący ładunek elektryczny q ze strumieniem skojarzonym ψ . Wprawdzie jego istnienie jako fizycznego elementu biernego nie zostało dotychczas potwierdzone, może on jednak zostać zrealizowany tak w postaci analogowej, jak i cyfrowej, oraz z powodzeniem wykorzystany w wielu specyficznych zastosowaniach, poszerzających możliwości modelowania obwodów elektrycznych i przetwarzania sygnałów. W pracy przedstawiono cyfrową realizację memrystora oraz szereg jego aplikacji.

DIGITAL MEMRISTOR AND ITS APPLICATIONS FOR CIRCUITS MODELLING AND SIGNAL PROCESSING

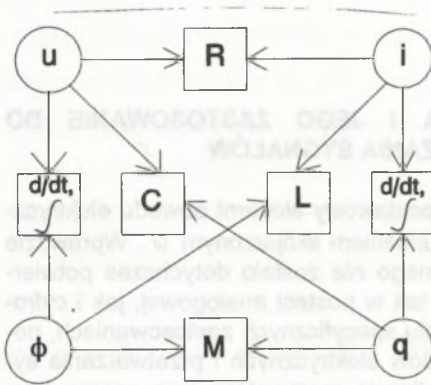
Summary. Memristor is the fourth basic circuit element, giving a relationship between electrical charge q and flux-linkage ψ . Although its existence in the form of a physical, passive device has not yet been confirmed, his analog and digital realizations are possible. Memristor applications for modelling of electrical circuits and signal processing lead to novel, unique structures. This paper presents the digital realization of memristor and some its applications.

DER DIGITALE MEMRISTOR UND SEINE ANWENDUNGEN IN DER SCHALTUNGSMODELIERUNG UND SIGNALVERARBEITUNG

Zusammenfassung. Ein Memristor ist das vierte Netzwerkelement, dessen Gleichung einen Zusammenhang zwischen dem elektrischen Ladung q und dem Induktionsfluß ψ bildet. Obwohl die Existenz eines Memristors in Form des physikalischen, passiven Elements bisher nicht bestätigt wurde, seine analoge und digitale Realisierung ist durchaus möglich. Memristoranwendungen zur Schaltungsmodellierung und Signalverarbeitung führen zu den neuen, interessanten Systemstrukturen. Im Aufsatz wird eine digitale Memristorrealisierung vorgestellt und einige Anwendungsbeispiele gezeigt.

1. Wprowadzenie [1]

W teorii obwodów zdefiniowane są trzy podstawowe dwuzaciskowe elementy biernie: rezystancja, pojemność i indukcyjność. Definicja polega na podaniu związku między dwoma z czterech podstawowych zmiennych obwodowych: prądem i , napięciem u , ładunkiem q i strumieniem skojarzonym ψ . Z sześciu możliwych kombi-



Rys. 1. Związki między podstawowymi zmiennymi obwodowymi

Fig. 1. Relationships between fundamental circuit variables

nacji, pięć prowadzi do dobrze znanych zależności. Ilustruje to rys. 1. Dwie z nich stanowią znane związki fizyczne między ładunkiem i prądem oraz napięciem i strumieniem skojarzonym

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad (1)$$

$$u(t) = \frac{d\psi(t)}{dt}$$

a trzy pozostałe są aksjomatycznymi definicjami wspomnianych klasycznych elementów obwodów. Brakuje

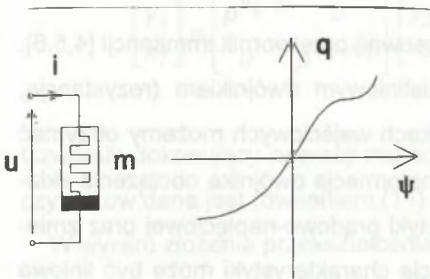
jedynie związku między strumieniami skojarzonymi ψ i ładunkiem q . Nasuwa się więc logiczny wniosek uzupełnienia tego braku i zdefiniowania czwartego podstawowego elementu obwodu wiążącego strumień skojarzony z ładunkiem. Element ten nazwany został memrystorem [1] ze względu na fakt, że - jak to pokażemy niżej - zachowuje się jak nieliniowy rezystor z pamięcią. Symbol graficzny i przykładową charakterystykę statyczną memryстора przedstawia rys. 2.

2. Własności memryстора

Memrystor opisany jest za pomocą funkcji typu

$$f(\psi, q) = 0,$$

a więc jest elementem zależnym od ładunku lub strumienia skojarzonego. Spadek napięcia na memrystorze sterowanym ładunkiem $M(q)$ jest równy



Rys. 2. Symbol graficzny i charakterystyka statyczna memrystora

Fig. 2. Symbol for memristor and its ψ - q curve

$$v(t) = M[q(t)] i(t) \quad (2)$$

gdzie

$$M(q) \equiv \frac{dq(q)}{dq} \quad (3)$$

Analogicznie dla memrystora sterowanego strumieniem otrzymamy

$$i(t) = W[\psi(t)]u(t) \quad (4)$$

gdzie

$$W(\psi) \equiv \frac{dq(\psi)}{d\psi} \quad (5)$$

Ze względu na fakt, że wielkość $M(q)$ ma wymiar rezystancji, można ją nazwać memrystancją przyrostową. Podobnie wielkość $W(\psi)$, o wymiarze przewodności, można nazwać memduktancją przyrostową. Zwróćmy uwagę, że wartość memrystancji (memduktancji) przyrostowej w dowolnej chwili czasu t_0 zależy od całki z prądu (napięcia) memrystora w czasie od $-\infty$ do t_0 . Dlatego też o ile w określonym momencie czasu t_0 memrystor zachowuje się tak jak zwykły rezystor, to jego rezystancja (przewodność) zależy od całej historycznej przeszłości prądu (napięcia) memrystora. Dlatego też [1] dla tego elementu wybrano nazwę „pamiętający rezystor” (ang. memory resistor, memristor). Interesujący jest fakt, że jeżeli dane jest tylko napięcie lub prąd memrystora, memrystor zachowuje się tak jak liniowy rezystor zależny od czasu, a więc jak element parametryczny. W przypadku szczególnym, gdy charakterystyka ψ - q memrystora jest linią prostą, otrzymujemy $M(q)=R$ lub $W(\psi)=G$, a memrystor zostaje zredukowany do liniowej rezystancji, niezależnej od czasu. Między innymi dlatego nie wprowadzono go do liniowej teorii obwodów elektrycznych.

Udowodniono, że jeżeli memrystancja przyrostowa $M(q)$ jest nieujemna, memrystor jest elementem biernym. Jego istnienie można również uzasadnić za pomocą równań Maxwella.

3. Cyfrowa realizacja memrystora

Do realizacji memrystora wygodnie jest zastosować przetwornik immitancji [4,5,6]. Obciążając zaciski wyjściowe przetwornika nieliniowym dwójnikiem (rezystancją, indukcyjnością lub pojemnością) na jego zaciskach wejściowych możemy otrzymać memrystor o zadanej charakterystyce ψ - q . Transformacja dwójnika obciążenia składa się z dwu kroków: transformacji charakterystyki prądowo-napięciowej oraz zmiany rodzaju elementu, tzw. mutacji. Transformacja charakterystyki może być liniowa lub nieliniowa, zależnie od realizującego ją czwórnika.

Liniowa transformacja charakterystyki to transformacja współrzędnych, przy której charakterystykę

$$p^\beta y_1 = f_1(p^\alpha x_1) \quad (6)$$

uzyskuje się z charakterystyki

$$p^\beta y_2 = f_2(p^\alpha x_2) \quad (7)$$

gdzie: p - operator różniczkowania, x, y - znormalizowane prądy i napięcia.

Realizowane jest to przez pomnożenie wektora wyjściowego przez macierz przekształcenia

$$\begin{bmatrix} p^\beta y_1 \\ p^\alpha x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p^\beta y_2 \\ -p^\alpha x_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Otrzymujemy wówczas następujący związek między znormalizowanym prądem i napięciem

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & Bp^{\alpha-\beta} \\ Cp^{\beta-\alpha} & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_2 \\ -x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_2 \\ -x_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Mutacja związana jest ze zmianą potęgi p . Opisuje ją układ równań

$$\begin{cases} p^{\beta_1} y_1 = p^{\beta_2} y_2 \\ p^{\alpha_1} x_1 = -p^{\alpha_2} x_2 \end{cases} \quad (10)$$

lub

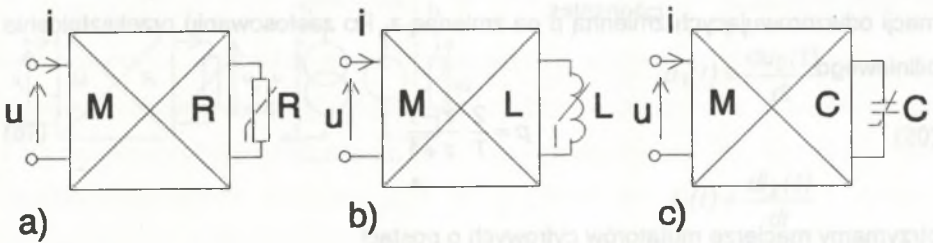
$$\begin{bmatrix} y_1 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p^{\beta_2 - \beta_1} & 0 \\ 0 & p^{\alpha_2 - \alpha_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_2 \\ -x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{M11} & A_{M12} \\ A_{M21} & A_{M22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_2 \\ -x_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Czwórnik dokonujący operacji mutacji nosi nazwę mutatora, a jego macierz współczynników dana jest równaniem (11).

W wyniku złożenia przekształcenia liniowego z mutacją uzyskujemy interesujący z punktu widzenia realizacji memrystora przypadek przekształcenia liniowego z mutacją, opisany macierzą

$$A_{MTC} = \begin{bmatrix} p^{\beta_2 - \beta_1} & 0 \\ 0 & p^{\alpha_2 - \alpha_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & Bp^{\alpha_2 - \beta_1} \\ Cp^{\beta_2 - \alpha_1} & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ap^{\beta_2 - \beta_1} & Bp^{\alpha_2 - \beta_1} \\ Cp^{\beta_2 - \alpha_1} & dp^{\alpha_2 - \alpha_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{MTC11} & A_{MTC12} \\ A_{MTC21} & A_{MTC22} \end{bmatrix} \quad (12)$$

W zależności od założonego obciążenia mutatora do realizacji memrystora potrzebne będą trzy rodzaje mutatorów, pokazane na rys. 3.



Rys. 3. Podstawowe realizacje memrystora: a) MR, b) ML, c) MC
 Fig. 3. Basic memristor realizations: a) MR, b) ML, c) MC

Macierze łańcuchowe mutatorów z rys. 3 dane są równaniami

$$A_{MR}(p) = \begin{bmatrix} p & 0 \\ 0 & p \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$A_{ML} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & p \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$A_{MC} = \begin{bmatrix} p & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

gdzie dla równania (13) obowiązuje przyporządkowanie

$$(q, \psi) \equiv (i_R, u_R),$$

dla równania (14) przyporządkowanie

$$(q, \psi) \equiv (i_L, \psi_L),$$

a dla równania (15)

$$(q, \psi) \equiv (q_C, u_C).$$

Cyfrowa realizacja zależności (13) - (15) wymaga zastosowania jednej z transformacji odwzorowujących zmienną p na zmienną z . Po zastosowaniu przekształcenia biliniowego

$$p = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \quad (16)$$

otrzymamy macierze mutatorów cyfrowych o postaci

$$M_{MR} = \begin{bmatrix} \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} & 0 \\ 0 & \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \end{bmatrix} \quad (17)$$

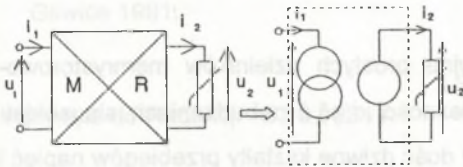
$$M_{ML} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$M_{MR} = \begin{bmatrix} \frac{2}{T} & \frac{z-1}{z+1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

Równania (17) - (19) stanowią podstawę realizacji biliniowych MR, ML i MC, służących do syntezy memrystora cyfrowego. Możliwe są również oparte na innych rodzajach przekształceń.

4. Memrystor cyfrowy w modelowaniu obwodów i przetwarzaniu sygnałów

Dla zbadania przydatności memrystora do modelowania obwodów rozważmy memrystor zrealizowany za pomocą mutatora MR obciążonego nieliniową rezystancją. Zagadnienie to jest podobne do opisanego w [5] problemu konwertora reaktancyjnego z obciążeniem nieliniowym. Schemat zastępczy takiego mutatora pokazano na rys. 4.



Dla układu z rys. 4. obowiązują zależności

$$u_1(t) = \frac{du_2(t)}{dt} \quad (20)$$

$$i_1(t) = \frac{di_2(t)}{dt}$$

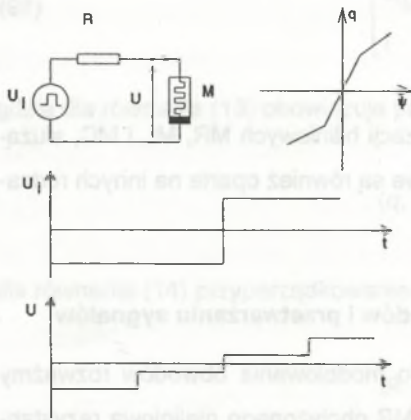
Rys. 4. Schemat zastępczy memrystora z mutatorem MR

Fig. 4. Representation of memristor using MR mutator

Wynika stąd, że charakterystyka

$q(\psi)$ takiego memrystora jest odpowiednikiem charakterystyki statycznej $I(U)$ rezystora nieliniowego zastosowanego do syntezy memrystora. Ta odpowiedniość nie odnosi się jednak do kształtu przebiegów czasowych prądu i napięcia na zaciskach memrystora. Dlatego też można sądzić, że nadaje się on do modelowania obwodów i niekonwencjonalnego przetwarzania sygnałów.

Znane zastosowania memrystora do modelowania i przetwarzania sygnałów obejmują m.in. symulację diod waraktorowych, generację napięciowego przebiegu schodkowego i generację opóźnień czasowych [1]. Na rys. 5. pokazano schemat



Rys. 5. Układ do generacji napięcia schodkowego
 Fig. 5. Circuit for generating staircase waveforms

5. Podsumowanie

Przeprowadzone badania symulacyjne prostych dzielników memrystorowo-rezystancyjnych przy różnych typach zależności $q(\psi)$ i pobudzeniach sinusoidalnych, prostokątnych i trójkątnych wykazały dość dziwne kształty przebiegów napięć i prądów w obwodzie. Układy te raczej nie mają znaczenia praktycznego, ale ze względów poznawczych zasługują na przeanalizowanie. Memrystor - ze względu na swoją na ogół nieliniową charakterystykę prądowo-napięciową, nie może być również stosowany w układach filtrów. Mogłby natomiast zostać wykorzystany do badań chaosu w obwodach elektrycznych.

Dlatego też w konkluzji należy stwierdzić, że chyba dopiero odkrycie elementu fizycznego o właściwościach zaciskowych memrystora mogłoby zwiększyć zainteresowanie tym elementem.

omówionego wyżej układu z memrystorem MR, służącego do generacji przebiegu schodkowego zamodelowanego cyfrowo za pomocą programu MATLAB [2].

Zmieniając kształt charakterystyki statycznej układu obciążającego wyjście mutatora służącego do realizacji memrystora można uzyskać większą liczbę schodków.

LITERATURA

1. Chua L.O.: Memristor - The Missing Circuit Element. Trans. on CT, vol. CT-18, No 5, September 1971, str. 507-519.
2. Philippow E.: Lineare und nichtlineare Transformationsvierpole - Grundlagen, Entwurf, Anwendung. Zeitschrift für elektronische Informationstechnik und Energietechnik, Leipzig 1977.
3. MATLAB Users Guide, The Mathworks Inc., 21 Elliot Street, South Natick, MA 01760.
4. Błaszowski A.: Przetworniki immitancji - własności i zastosowanie. Raport z prac badawczych Instytutu Elektroniki Pol. Śląskiej, Gliwice 1994.
5. Błaszowski A.: Simulation von zetvariablen und nichtlinearen Netzwerkelementen. 29. Intern. Wiss. Koll. TH Ilmenau 1984, Votragsreihe „Theoretische Elektrotechnik“, str. 217-220.
6. Glinka H.: Analiza pracy i badania doświadczalne przetworników impedancji obciążonych nieliniowo. Praca dyplomowa magisterska. Instytut Elektroniki Pol. Śl., Gliwice 1981.

Recenzent: Prof.dr hab.inż. Lech Tomowski

Wpłynęło do Redakcji 15.10.1994 r.

Abstract

Memristor is the fourth basic circuit element, giving a relationship between electrical charge q and flux-linkage ψ . Although its existence in the form of a physical, passive device has not yet been confirmed, his analog and digital realizations are possible. Memristor applications for modelling of electrical circuits and signal processing lead to novel, unique structures. Based on original Chua's paper the basic relationships and equations describing an analog memristor are presented. Three basic memristor realizations using chosen types of immitance converters called mutators are described and their matrix description is given. To demonstrate of the signal processing properties of memristors the digital models of memristors using

MATLAB programming language have been built. Some simple memristor - resistor voltage divider circuits for sine, square and triangle inputs have been also simulated and their timing diagrams have been observed.