

MIROSŁAW CHUDEK

ODKSZTAŁCENIA I STAN NAPRĘŻEŃ
WODOPRZEPUSZCZALNEJ OBUDOWY MUROWEJ SZYBÓW

Streszczenie: W pracy zwrócono uwagę na niewłaściwe stosowanie obecnych wzorów do obliczania naprężeń w wodoprzepuszczalnej kołowej obudowie murowej szybów oraz wyprowadzono i uzasadniono nowe wzory, które mogą być wykorzystane przy projektowaniu takiej obudowy.

Dokonano porównania przebiegu naprężeń w ścianie obudowy szybowej wykorzystując do tego celu wzory Lamé i autora. Wyprowadzone przez autora wzory na naprężenia obwodowe (σ_t) i radialne (σ_r) dają podstawę do przeprowadzenia bardziej ścisłej analizy współpracy obudowy murowej szybów z górotworem zawodnionym.

1. WPROWADZENIE

Przy projektowaniu murowej obudowy szybowej bardzo często mamy do czynienia z określaniem naprężeń promieniowych (σ_r) i obwodowych (σ_t).

Wielkość tych naprężeń najczęściej ustala się w oparciu o wzory Lamé, które mają postać:

$$\sigma_r = \frac{p \cdot r_1^2}{r_1^2 - r_0^2} \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2}\right) \quad (1)$$

$$\sigma_t = \frac{p \cdot r_1^2}{r_1^2 \cdot r_0^2} \left(1 + \frac{r_0^2}{r^2}\right)$$

gdzie:

- p - ciśnienie poziome górotworu działającego na obudowę,
- r_0 - promień szybu w świetle obudowy,
- r_1 - promień zewnętrzny obudowy szybu,
- r - promień rozpatrywanego elementu obudowy.

Przebieg tych naprężeń w ścianie rury grubościennej obrazuje (rys.1).

Dotychczasowe wzory pozwalające obliczać wielkości naprężeń panujących w obudowie odnoszą się do rur grubościennych wodoszczelnych wykonanych z takich materiałów jak np. stal. Autor w tej pracy pragnie ustalić czy przepływająca woda przez przepuszczalną obudowę murową szybów wpływa na zmianę naprężeń w niej panujących, a jeżeli tak to w jakim stopniu.

Postawione zamierzenia zostaną przeprowadzone w warunkach, gdy na obudowę wywiera nacisk skała i woda oraz sama woda (przypadek ten zachodzi w górotworze zbudowanym z mocnych skał i zawodnionych) przepływająca przez ścianki obudowy ruchem laminarnym. Wykonana w górotworze zawodnionym nieuszczelna obudowa murowa może infiltrować wodę do szybu: według schematu (rys.2).

Wzór na prędkość wypływu wody do szybu (v_0) wyprowadzony w pracy [2] posiada postać:

$$V_0 = k \frac{P_1 - P_0}{r_0 \cdot \gamma_w \cdot \ln \frac{r_1}{r_0}} \quad (2)$$

natomiast wzór na spadek ciśnienia wody jaki wytworzy się przy przepływie przez ściankę obudowy [2] określa wzór (3)

$$dp = \frac{P_1 - P_0}{r_1 \cdot \ln \frac{r_1}{r_0}} \cdot \frac{dr}{r} \quad (3)$$

we wzorze (2) i (3) oznaczają:

- P_1 - ciśnienie wody działające na obudowę szybu od strony górotworu,
- P_0 - ciśnienie wody wypływającej do wnętrza rury szybowej z wycinka obudowy szybowej,
- dr - grubość rozpatrywanego segmentu obudowy szybowej,
- γ_w - ciężar objętościowy wody.

2. RÓZKŁAD NAPRĘŻEŃ, CIŚNIEŃ I ODKSZTAŁCIEŃ
W ELEMENTARNYM WYCINKU OBUDOWY BETONOWEJ SZYBÓW

Rozkład naprężeń, ciśnień i wynikłych stąd odkształceń działających na elementarny wycinek obudowy szybowej przedstawiono na rys. 2, 3, 4. Rozpatrywany elementarny wycinek obudowy ABCD będzie w równowadze jeżeli suma rzutów sił działających na niego odniesiona na dwie wzajemnie prostopadłe osie (x,y) równa się zero.

Równanie rzutów sił na oś y obrazuje wzór (4)

$$(p + \sigma_r)r \cdot d\varphi \cdot 1 + (p + \frac{dp}{2} + \sigma_t) \cdot dr \cdot d\varphi \cdot 1 - (p + dp)(\sigma_r + d\sigma_r) \cdot (r + dr)d\varphi \cdot 1 = 0 \quad (4)$$

gdzie:

$d\sigma_r$ - przyrost naprężeń radialnych wzdłuż promienia r,
 $d\sigma_t$ - przyrost naprężeń obwodowych.

Po przekształceniu otrzymuje postać (5)

$$- dr \cdot \sigma_r - r \cdot d\sigma_r + dr \sigma_t - r \cdot dp - dr \cdot d\sigma_r - dp \cdot dr = 0 \quad (5)$$

Po uproszczeniu w równaniu (5) iloczyn dwóch bardzo małych przyrostów $dr \cdot d\sigma_r$ i $dp \cdot dr$, oraz po pomnożeniu równania przez (-1) otrzymuje postać (6)

$$dr \cdot r + r \cdot d\sigma_r - dr \cdot \sigma_t + r \cdot dp = 0 \quad (6)$$

Z podzielenia równania (6) przez dr wynika postać (7):

$$\sigma_r - \sigma_t + \frac{r \cdot d\sigma_r}{dr} + r \cdot \frac{dp}{dr} = 0 \quad (7)$$

Podstawiając do wzoru (7) wartość za dp z wzoru (3), po uproszczeniu otrzymuje:

$$\sigma_r + \sigma_t + r \frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{p_1 - p_0}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \quad (8)$$

W celu uzależnienia naprężeń (w przepuszczalnej obudowie szybów) od prędkości wypływu wody do szybu (v) podstawiam do równania (7) wartości z wzoru (2) wówczas otrzymuję postać (9)

$$\sigma_r + \sigma_t + r \frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{1}{k} r_0 v_0 \gamma_w = 0 \quad (9)$$

Pod wpływem obciążenia zewnętrznego tj. ciśnienia skał górotworu i ciśnienia wody następuje ściśnięcie obudowy w kierunku osi szybu (rys.4) w czasie, którego ulegają przemieszczeniu wszystkie punkty tej obudowy w poszczególnych elementarnych jej wycinkach.

Punkty obudowy znajdujące się od strony górotworu przemieszczają się wzdłuż promienia o wartość ($u+du$) (rys.4), w wyniku czego grubość wydzielonego wycinka o szerokości dr zmniejszy się o wartość (du).

Zatem ściśnięcie (skrócenie) jednostkowe elementarnego wycinka obudowy szybu w kierunku promienia wyniesie:

$$\epsilon_r = - \frac{du}{dr} \quad (10)$$

Natomiast skrócenie jednostkowe ϵ_t w kierunku działania naprężenia σ_t będzie równe jednostkowemu skróceniu łuku MN (rys.4) który po odkształceniu zajmie położenie OP.

Ponieważ skrócenie łuku Mn jest identyczne ze skróceniem jednostkowym promienia r przeto:

$$\epsilon_t = - \frac{u}{r} \quad (11)$$

W celu określenia zależności odkształceń od naprężeń rozpatruję kostkę o wymiarach jednostkowych (rys.3) w której, wskutek działania na nią ciśnienia wody i oddziaływania elementarnych wycinków obudowy (na które z zewnątrz działa ciśnienie skały i wody) występują naprężenia pokazane na rys.3.

Przyjęcie rozkładu naprężeń działających prostopadle do powierzchni wyciętego sześcianu jest dopuszczalne z uwagi na to, że działające w rzeczywistości na rozpatrywany sześcian naprężenia obwodowe σ_t są odchylone od osi głównej o

kąt $\frac{\Delta\varphi}{2}$, który jest bardzo mały z powodu znacznego promienia szybu w stosunku do wielkości wydzielonej kostki. Korzystając z zasady superpozycji wyznaczam poszczególne skrócenia kostki od każdego naprężenia i spadku ciśnienia przepływającej przez nią wody. Sumując otrzymuję całkowite jednostkowe odkształcenia występujące wzdłuż rozpatrywanej osi x, y.

Wskutek działania naprężenia σ_r i spadku ciśnienia przepływającej wody Δp skrócenie wzdłuż osi r wyniesie:

$$\varepsilon'_r = -\frac{1}{E} \left(\sigma_r + \frac{\Delta p}{2} \right) \quad (12)$$

natomiast wskutek działania naprężeń σ_t i σ_z rozpatrywana kostka wodoprzepuszczalnej obudowy w formie sześcianu ulegnie wydłużeniu wzdłuż promienia r o wartość

$$\varepsilon''_r = -\frac{1}{E} \mu \sigma_t \quad (13)$$

$$\varepsilon'''_r = -\frac{1}{E} \mu \sigma_z \quad (14)$$

gdzie:

E - moduł Younga dla materiału z którego wykonana jest obudowa

μ - współczynnik Poissona materiału obudowy

Δp - spadek ciśnienia przy przepływie wody przez kostkę obudowy o wymiarach 1 x 1 x 1 - wzdłuż σ_r

ε'_r - radialne odkształcenia jednostkowe wynikłe z działania naprężeń radialnych i spadku ciśnienia wody - na drodze równej jedności i wzdłuż promienia r

ε'''_r - jednostkowe odkształcenia radialne wynikłe z działania naprężeń wzdłuż osi szybu

ε''_r - jednostkowe odkształcenia radialne wynikłe z działania naprężeń obwodowych

Całkowite skrócenie jednostkowe wzdłuż promienia r rozpatrywanej kostki jest sumą skróceń i wydłużeń, czyli że:

$$\varepsilon_r = \varepsilon'_r + \varepsilon''_r + \varepsilon'''_r \quad (15)$$

Wstawiając do wzoru (15) wartości z wzorów (12), (13), (14) otrzymujemy:

$$\varepsilon_r = -\frac{1}{E} \left[\sigma_r + \frac{\Delta p}{2} - \mu (\sigma_t + \sigma_z) \right] \quad (16)$$

i analogicznie wzory na odkształcenia ε_t i ε_z wyniosą:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_t &= -\frac{1}{E} \left[\sigma_t - \mu \left(\sigma_r + \frac{\Delta p}{2} + \sigma_z \right) \right] \\ \varepsilon_z &= -\frac{1}{E} \left[\sigma_z - \mu \left(\sigma_r + \frac{\Delta p}{2} + \sigma_t \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Wymienioną we wzorach wartość spadku ciśnienia wody Δp , który wytworzy się przy przepływie wody ruchem laminarnym przez kostkę obudowy szybowej (rys.2) wyliczam przez scałkowanie wzoru (2), a zatem

$$\int_p^{p+\Delta p} dp = \int_r^{r+1} \frac{p_1 - p_0}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \frac{dr}{r}$$

skąd

$$\int_p^{p+\Delta p} dp = \frac{p_1 - p_0}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \int_r^{r+1} \frac{dr}{r}$$

po scałkowaniu i uproszczeniu

$$\Delta p = \frac{p_1 - p_0}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \ln \frac{r+1}{r} \quad (18)$$

Po uwzględnieniu we wzorach (16) i (17) wartości Δp ze wzoru (18) otrzymujemy:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= -\frac{1}{E} \left[\sigma_r + \frac{1}{2} \frac{p_1 - p_0}{r_1} \ln \frac{r+1}{r} - \mu (\sigma_t + \sigma_z) \right] \\ \varepsilon_t &= -\frac{1}{E} \left[\sigma_t - \mu (\sigma_r + \sigma_z) + \frac{1}{2} \frac{p_1 - p_0}{r_1} \ln \frac{r+1}{r} + \sigma_z \right] \\ \varepsilon_z &= -\frac{1}{E} \left[\sigma_z - \mu (\sigma_r + \sigma_t) + \frac{1}{2} \frac{p_1 - p_0}{r_1} \ln \frac{r+1}{r} + \sigma_t \right] \end{aligned} \right\} (19)$$

3. UŁOŻENIE RÓWNANIA RÓŻNICZKOWEGO ZALEŻNOŚCI NAPRĘŻEŃ RADIALNYCH W KOŁOWEJ OBUDOWIE BETONOWEJ (MUROWEJ) SZYBÓW OD ODDZIAŁYWANIA NA NIĄ SKAŁY I WODY

Dla zdefiniowania wzorów na naprężenia radialne i obwodowe panujące w obudowie szybowej przez którą przepływa woda ruchem laminarnym porównuję wartości ε_r i ε_t ze wzoru (19) do odpowiednich wartości ujętych wzorami (10), (11) w wyniku czego otrzymujemy:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{du}{dr} &= -\frac{1}{E} \left[\sigma_r + \frac{1}{2} \frac{p_1 - p_0}{r_1} \ln \frac{r+1}{r} - \mu (\sigma_t + \sigma_z) \right] \\ -\frac{u}{r} &= -\frac{1}{E} \left[\sigma_t - \mu (\sigma_r + \sigma_z) + \frac{1}{2} \frac{p_1 - p_0}{r_1} \ln \frac{r+1}{r} + \sigma_z \right] \end{aligned} \right\} (20)$$

Ze zróżniczkowania wartości na ε_t względem dr wynika postać (21):

$$\frac{d\varepsilon_t}{dr} = -\frac{1}{r} \left(\frac{du}{dr} - \frac{u}{r} \right) \quad (21)$$

Po podstawieniu do wzoru (21) wartości za $\frac{du}{dr}$ i $\frac{u}{r}$ z wzorów (10) i (11) oraz po wprowadzeniu wielkości ze wzoru (19) otrzymujemy postać (22)

$$\frac{d\varepsilon_t}{dr} = -\frac{1}{r} \left\{ \frac{1}{E} \left[\sigma_r + \frac{1}{2} \frac{P_1 - P_0}{r_1} \ln \frac{r+1}{r} - \mu(\sigma_t + \sigma_z) \right] \right. \quad (22)$$

$$\left. - \frac{1}{E} \left[\sigma_t - \mu(\sigma_r + \frac{1}{2} \frac{P_1 - P_0}{r_1} \ln \frac{r+1}{r} + \sigma_z) \right] \right\}$$

a po uproszczeniu i przekształceniu wzór (23)

$$\frac{d\varepsilon_t}{dr} = -\frac{1+\mu}{r \cdot E} \left(\sigma_r - \sigma_t + \frac{1}{2} \frac{P_1 - P_0}{r_1} \ln \frac{r+1}{r} \right) \quad (23)$$

Przez zróżniczkowanie we wzorze (19) wartości na ε_t względem dr otrzymujemy:

$$\frac{d\varepsilon_t}{dr} = -\frac{1}{E} \left\{ \frac{d\sigma_t}{dr} - \mu \left[\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{1}{2} \frac{P_1 - P_0}{r_1} \left(\frac{1}{r+1} - \frac{1}{r} \right) \right] \right\} \quad (24)$$

Z porównania wzorów (23) i (24) - po przekształceniu otrzymujemy:

$$-\frac{1+\mu}{r \cdot E} \left(\sigma_r - \sigma_t + \frac{1}{2} \frac{P_1 - P_0}{r_1} \ln \frac{r+1}{r} \right) = -\frac{1}{E} \left\{ \frac{d\sigma_t}{dr} - \mu \left[\frac{d\sigma_r}{dr} + \right. \quad (25)$$

$$\left. + \frac{1}{2} \frac{P_1 - P_0}{r_1} \left(\frac{1}{r+1} - \frac{1}{r} \right) \right] \right\}$$

Dzieląc równanie (8) przez r - po przekształceniu otrzymujemy wzór (26)

$$\frac{\sigma_r - \sigma_t}{r} = - \frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{1}{r} \frac{p_1 - p_2}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \quad (26)$$

Wstawiając do wzoru (25) za $\frac{\sigma_r - \sigma_t}{r}$ wartość ze wzoru (26) otrzymujemy postać (27)

$$(1+\mu) \left(- \frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{1}{r} \frac{p_1 - p_0}{\ln \frac{r_1}{r_0}} + \frac{1}{2r} \frac{p_1 - p_0}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \ln \frac{r+1}{r} \right) = \quad (27)$$

$$= \frac{d\sigma_t}{dr} - \mu \left[\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{p_1 - p_0}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \left(\frac{1}{r+1} - \frac{1}{r} \right) \right]$$

Ze zróżniczkowania równania (8) względem dr wynika postać (28)

$$\frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{d\sigma_t}{dr} + \frac{d^2\sigma_r}{dr^2} \cdot r + \frac{d\sigma_r}{dr} = 0 \quad (28)$$

skąd

$$\frac{d\sigma_t}{dr} = \frac{d^2\sigma_r}{dr^2} \cdot r + 2 \frac{d\sigma_r}{dr} \quad (29)$$

Wstawiając do wzoru (29) wartość $\frac{d\sigma_t}{dr}$ ze wzoru (28) otrzymujemy podstawowe równanie podające zależność naprężeń radialnych w porowatej przepuszczalnej kołowej budowie betonowej (murowej) szybów wskutek oddziaływania na nią skały i wody - przepływającej przez tę obudowę ruchem laminarnym.

Równanie ma postać (30)

$$(1+\mu) \left(-\frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{1}{r} \frac{P_1 - P_0}{\ln \frac{r_1}{r_0}} + \frac{1}{2r} \cdot \frac{P_1 - P_0}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \ln \frac{r+1}{r} \right) =$$

$$= \frac{d^2\sigma_r}{dr^2} \cdot r + 2 \frac{d\sigma_r}{dr} - \mu \left[\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{1}{2} \frac{P_1 - P_0}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \left(\frac{1}{r+1} - \frac{1}{r} \right) \right] \quad (30)$$

Po przekształceniu wzoru (30) i podzieleniu go przez r otrzymujemy wzór (31)

$$\frac{d^2\sigma_r}{dr^2} + \frac{3}{r} \frac{d\sigma_r}{dr} +$$

$$+ \frac{P_1 - P_0}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{2r^2} \ln \frac{r+1}{r} \right) + \frac{\mu}{r^2} - \frac{\mu}{2r^2} \ln \frac{r+1}{r} - \frac{\mu}{2r(r+1)} + \frac{\mu}{2r^2} = 0$$

$$(31)$$

Ponieważ wyrobiska szybowe wykonywane w praktyce górniczej posiadają średnicę powyżej 200 cm przeto nie popełni się dużego błędu jeżeli w równaniu (31) wartość $(r+1)$ zaokrągli się do wartości (r) .

Uwzględniając powyższe w równaniu (31) otrzymujemy wzór (32)

$$\frac{d^2\sigma_r}{dr^2} + \frac{3}{r} \frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{P_1 - P_0}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \left(\frac{1}{r^2} + \frac{\mu}{r^2} \right) = 0 \quad (32)$$

który przedstawia podstawowe równanie różniczkowe podające stan naprężeń radialnych panujących w wodoprzepuszczalnej obudowie szybowej.

Rozwiązując to równanie [1] w którym stałe całkowania wyznaczam z warunków brzegowych:

$$r = r_1 = r_0 + d ; \quad \sigma_r = p_2$$

$$r = r_0 ; \quad \sigma_r = p_3$$

gdzie:

p_2 - ciśnienie poziome górotworu działające na obudowę szybu

p_3 - ciśnienie wody wypływającej do szybu

otrzymuję ogólne równanie naprężeń radialnych i obwodowych panujących w wodoprzepuszczalnej obudowie szybowej, które przyjmuje postać (33)

$$\sigma_r = p_2 + \frac{p_2 - p_3}{r_1^2 - r_0^2} r_0^2 \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2}\right) + \frac{1}{2} \frac{p_1 - p_0}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \frac{r_0^2}{r_1^2 - r_0^2}$$

$$\left(\ln \frac{r_1}{r_0} + \mu \ln \frac{r_1}{r_0}\right) \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2}\right) + \frac{1}{2} \frac{p_1 - p_0}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \left(\ln \frac{r_1}{r} + \mu \ln \frac{r_1}{r}\right)$$

(33)

$$\sigma_t = p_2 + \frac{p_2 - p_3}{r_1^2 - r_0^2} \cdot r_0^2 \left(1 + \frac{r_1^2}{r^2}\right) + \frac{1}{2} \frac{p_1 - p_0}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \frac{r_0^2}{r_1^2 - r_0^2}$$

$$\left(\ln \frac{r_1}{r_0} + \mu \ln \frac{r_1}{r_0}\right) \left(1 + \frac{r_1^2}{r^2}\right) + \frac{1}{2} \frac{p_1 - p_0}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \left(\ln \frac{r_1}{r} + \mu \ln \frac{r_1}{r}\right) +$$

$$+ \frac{1}{2} (1 - \mu) \frac{p_1 - p_0}{\ln \frac{r_1}{r_0}}$$

Wyprowadzone przez autora wzory (33) podają stan naprężeń w kołowej obudowie szybowej w zależności od ciśnienia skały (p_2), ciśnienia wody (p_1) ($p_3 = p_0$) oraz ciśnienia panującego w świetle obudowy (p_3).

4. SPRAWDZENIE SŁUSZNOŚCI WYPROWADZONYCH WZORÓW W ODNIESIENIU DO OBLICZANIA NAPRĘŻEŃ W KOŁOWEJ OBUDOWIE SZYBOWEJ WYKONANEJ W SKAŁACH NIEZAWODNIONYCH

Celem wykazania, że przeprowadzone wywody są w szczególnym przypadku podobne do rozwiązania Lamego dla rur grubościennych podstawiam do wzorów (33) za $p_1 = 0$ i $p_0 = 0$.

Takie podstawienie jest słuszne jeżeli na obudowę szybu po jej zewnętrznej stronie działa tylko skała niezawodniona o ciśnieniu p_2 , natomiast w świetle obudowy występuje ciśnienie p_3 .

W praktyce przyjmuje się, że ciśnienie p_3 jest równe jednej atmosferze co pozwala sprowadzić powyższe wzory (po przekształceniu) do postaci (34)

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= p_2 \frac{r_1^2}{r_1^2 - r_0^2} \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2}\right) \\ \sigma_t &= p_2 \frac{r_1^2}{r_1^2 - r_0^2} \left(1 + \frac{r_0^2}{r^2}\right) \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Dla warunków brzegowych (dotyczących zewnętrznej i wewnętrznej ścianki obudowy szybowej) naprężenia promieniowe i obwodowe wyniosą:

$$\left. \begin{aligned} \text{dla } r = r_0; \quad \sigma_r &= 0 \\ \sigma_t &= 2 \frac{p_2}{r_1^2 - r_0^2} r_1^2 \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{dla } r = r_1 \quad \sigma_r &= p_2 \\ \sigma_t &= p_2 \frac{r_1^2 + r_0^2}{r_1^2 - r_0^2} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Z wyprowadzonych powyżej wzorów wynika, że posiadają one postać analogiczną do wzorów w zagadnieniu Lamego dla rur grubościennych co pozwala sądzić iż wyprowadzone przez autora wzory (33) są słuszne do obliczenia naprężeń w obudowie szybowej w przypadku gdy na nią działa sama skała, skała i woda czy też sama woda.

5. NAPRĘŻENIA W KOŁOWEJ OBUDOWIE SZYBOWEJ W PRZYPADKU GDY NA JEJ ZEWNĘTRZNĄ ŚCIANKĘ DZIAŁA TYLKO WODA PRZEPLYWAJĄCA PRZEZ NIĄ RUCHEM LAMINARNYM

Gdy na porowatą kołową obudowę murową szybu wywiera nacisk tylko woda (np. w przypadku występowania zawodnionego związłego piaskowca) o ciśnieniu p_1 a ciśnienie wpływającej wody z obudowy do szybu jest liczone względem jednej atmosfery, które panuje wewnątrz szybu - wówczas $p_2 = 0$, $p_0 = 0$ i $p_2 = 0$. Dla wyprowadzenia wzorów określających stan naprężeń w rozpatrywanej obudowie szybowej korzystam z wyprowadzonego w pracy [1] wzoru, który posiada postać

$$\sigma_r = -\frac{1}{2} \frac{p_1 - p_0}{\ln \frac{r_1}{r_0}} (\ln r + \mu \ln r) - \frac{B}{2r^2} + C \quad (37)$$

gdzie:

B, C = stałe całkowania

Stałe całkowania wyliczam w oparciu o warunki brzegowe, a mianowicie że:

$$\text{dla } r = r_0 ; \quad \sigma_r = 0 \quad i$$

$$\text{dla } r = r_1 ; \quad \sigma_r = 0$$

Rozwiązując równanie (37) otrzymujemy stałe całkowania oznaczone wzorami (37), (38):

$$B = p_1 (1 + \mu) \frac{r_1^2 - r_0^2}{r_1^2 - r_0^2} \quad (37)$$

$$C = \frac{1}{2} \frac{p_1}{\ln \frac{r_1}{r_0}} (\ln r_1 - \mu \ln r_1) + \frac{1}{2} p_1 (1 + \mu) \frac{r_0^2}{r_1^2 - r_0^2} \quad (38)$$

Wprowadzając warunki brzegowe do równania (37) otrzymujemy postać (40)

$$\left. \begin{aligned} -\frac{1}{2} \frac{p_1}{\ln \frac{r_1}{r_0}} (\ln r_0 + \mu \ln r_0) - \frac{B}{2 r_0^2} + C &= 0 \\ -\frac{1}{2} \frac{p_1}{\ln \frac{r_1}{r_0}} (\ln r_1 + \mu \ln r_1) - \frac{B}{2 r_1^2} + C &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

a po wprowadzeniu wartości za stałe B i C wzór na naprężenia radialne i obwodowe w postaci:

$$\sigma_r = \frac{1}{2} p_1 (1 + \mu) \frac{r_0^2}{r_1^2 - r_0^2} \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2}\right) + \frac{1}{2} \frac{p_1}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \left(\ln \frac{r_1}{r} + \mu \ln \frac{r_1}{r}\right) \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \sigma_t = \frac{1}{2} p_1 (1 + \mu) \frac{r_0^2}{r_1^2 - r_0^2} \left(1 + \frac{r_1^2}{r^2}\right) + \frac{1}{2} \frac{p_1}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \left(\ln \frac{r_1}{r} + \mu \ln \frac{r_1}{r}\right) + \\ + \frac{1}{2} \frac{r_1}{\ln \frac{r_1}{r_0}} (1 - \mu) \end{aligned}$$

Wartość naprężeń σ_r i σ_t panujących w świetle obudowy określam podstawiając do wzoru (41) za $r = r_0$.

Zatem

$$\sigma_r = \frac{1}{2} p_1 (1+\mu) \frac{r_0^2}{r_1^2 - r_0^2} \left(1 - \frac{r_1^2}{r_0^2}\right) + \frac{1}{2} \frac{p_1}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \left(\ln \frac{r_1}{r_0} + \mu \ln \frac{r_1}{r_0}\right) \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \sigma_t = \frac{1}{2} p_1 (1+\mu) \frac{r_0^2}{r_1^2 - r_0^2} \left(1 + \frac{r_1^2}{r_0^2}\right) + \frac{1}{2} \frac{p_1}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \left(\ln \frac{r_1}{r_0} + \mu \ln \frac{r_1}{r_0}\right) + \\ + \frac{1}{2} \frac{p_1}{\ln \frac{r_1}{r_0}} (1-\mu) \end{aligned}$$

a po uproszczeniu otrzymujemy:

$$\sigma_r = 0$$

$$\sigma_t = \frac{1}{2} p_1 (1+\mu) \frac{r_0^2 + r_1^2}{r_1^2 - r_0^2} + \frac{1}{2} p_1 (1+\mu) + \frac{1}{2} p_1 \frac{1-\mu}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \quad (43)$$

Wartość naprężeń radialnych i obwodowych (σ_r i σ_t) występujących na zewnętrznej ścianie kołowej obudowy szybu obliczam wprowadzając do wzoru (41) za $r = r_1$ wówczas:

$$\sigma_r = \frac{1}{2} p_1 (1+\mu) \frac{r_0^2}{r_1^2 - r_0^2} \left(1 - \frac{r_1^2}{r_1^2}\right) + \frac{1}{2} \frac{p_1}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \left(\ln \frac{r_1}{r_1} + \mu \ln \frac{r_1}{r_1}\right) \quad (44)$$

$$\sigma_t = \frac{1}{2} p_1 (1+\mu) \frac{r_0^2}{r_1^2 - r_0^2} \left(1 + \frac{r_1^2}{r_1^2}\right) + \frac{1}{2} \frac{p_1}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \left(\ln \frac{r_1}{r_1} + \mu \ln \frac{r_1}{r_1}\right) + \frac{1}{2} \frac{p_1}{\ln \frac{r_1}{r_0}} (1-\mu)$$

a po uproszczeniu (45)

$$\sigma_r = 0 \quad (45)$$

$$\sigma_t = p_1(1+\mu) \frac{r_o^2}{r_1^2 - r_o^2} + \frac{1}{2} \frac{p_1}{\ln \frac{r_1}{r_o}} (1-\mu)$$

Uzależniając wielkość naprężeń od wypływu wody do szybu oraz od współczynnika wodoprzepuszczalności k ¹⁾ wzory na naprężenia radialne i obwodowe przyjmą postać:

dla naprężeń panujących w świetle obudowy

$$\sigma_r = 0$$

$$\sigma_t = \frac{1+\mu}{2} \frac{v_o}{k} r_o \gamma_w \frac{r_1^2 + r_o^2}{r_1^2 - r_o^2} \cdot \ln \frac{r_1}{r_o} + \frac{1+\mu}{2} \frac{v_o}{k} r_o \gamma_w \ln \frac{r_1}{r_o} +$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{v_o}{k} r_o \gamma_w \cdot \ln \frac{r_1}{r_o} \cdot \frac{1-\mu}{\ln \frac{r_1}{r_o}}$$

po uproszczeniu

$$\sigma_r = 0$$

$$\sigma_t = \frac{1+\mu}{2} \frac{v_o}{k} r_o \frac{r_1^2 + r_o^2}{r_1^2 - r_o^2} \cdot \ln \frac{r_1}{r_o} + \frac{1+\mu}{2} \frac{v_o}{k} r_o \gamma_w \ln \frac{r_1}{r_o} +$$

$$+ \frac{1-\mu}{2} \frac{v_o}{k} r_o \gamma_w$$

1) Które to wielkości autor oznaczył na modelach betonowej obudowy szybowej używając do tego aparatu własnego pomysłu rys.6.

i przekształceniu

$$\sigma_r = 0$$

$$\sigma_t = \frac{1}{2} \frac{v_0}{k} r_0 \gamma_w \left[\frac{r_1^2 + r_0^2}{r_1^2 - r_0^2} (1+\mu) + (1+\mu) + \frac{1-\mu}{r_1} \right] \ln \frac{r_1}{r_0} \quad (46)$$

dla naprężeń panujących na zewnętrznej ścianie obudowy:

$$\sigma_r = 0$$

$$\sigma_t = \frac{v_0}{k} r_0 \gamma_w \left[\frac{(1+\mu)r_0^2}{r_1^2 - r_0^2} + \frac{1-\mu}{2 \ln \frac{r_1}{r_0}} \right] \ln \frac{r_1}{r_0} \quad (47)$$

Z wyżej wyprowadzonych wzorów (43), (45) wynika, że maksymalne naprężenia obwodowe występują na wewnętrznej ścianie obudowy - natomiast naprężenia radialne w pobliżu ścianki wewnętrznej.

W celu przedstawienia na wykresie przebiegu naprężeń (rys. 6, 7) panujących wewnątrz rozpatrywanej obudowy szybkoj przekształcam równanie (41) do postaci (48), (49):

$$\frac{\sigma_r}{p_1} = \frac{1}{2} (1+\mu) \frac{r_0^2}{r_1^2 - r_0^2} \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2} \right) + \frac{1}{2} \frac{1}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \left(\ln \frac{r_1}{r} + \mu \ln \frac{r_1}{r} \right)$$

skąd

$$\frac{\sigma_r}{p_1} = \frac{1+\mu}{2} \frac{\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2}{1 - \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2} \left[1 - \frac{1}{\left(\frac{r}{r_1}\right)^2} \right] + \frac{1}{2} \frac{1}{\ln \frac{1}{\frac{r_0}{r_1}}} \left(\ln \frac{1}{\frac{r}{r_1}} + \mu \ln \frac{1}{\frac{r}{r_1}} \right) \quad (48)$$

natomiast

$$\frac{\sigma_t}{p_1} = \frac{1+\mu}{2} \frac{\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2}{1-\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2} \left[1 + \frac{1}{\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2} \right] + \frac{1}{2} \frac{1}{\ln \frac{r_0}{r_1}} \left(\ln \frac{1}{\frac{r_0}{r_1}} + \mu \ln \frac{1}{\frac{r_0}{r_1}} \right) +$$

$$+ \frac{1-\mu}{2 \ln \frac{r_0}{r_1}} \quad (49)$$

Wprowadzając do wzorów (48), (49) za:

$$\frac{\sigma_r}{p_1} = y_1$$

$$\frac{\sigma_t}{p_1} = y_2$$

$$\frac{r_0}{r_1} = x_0$$

$$\frac{r}{r_1} = x$$

otrzymuje równania w postaci:

$$y_1 = \frac{1+\mu}{2} \frac{x_0^2}{1-x_0^2} \left(1 - \frac{1}{x^2} \right) + \frac{1}{2 \ln \frac{1}{x_0}} \left(\ln \frac{1}{x} + \mu \ln \frac{1}{x} \right)$$

$$(50)$$

$$y_2 = \frac{1+\mu}{2} \frac{x_0^2}{1-x_0^2} \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) + \frac{1}{2 \ln \frac{1}{x_0}} \left(\ln \frac{1}{x} + \mu \ln \frac{1}{x} \right) + \frac{1-\mu}{2 \ln \frac{1}{x_0}}$$

które po uproszczeniu przyjmują postać (51)

$$y_1 = \frac{1+\mu}{2} \frac{x_0^2}{1-x_0^2} \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) + \frac{1+\mu}{2} \frac{\ln x}{\ln x_0} \quad (51)$$

$$y_2 = \frac{1+\mu}{2} \frac{x_0^2}{1-x_0^2} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right) + \frac{1+\mu}{2} \frac{\ln x}{\ln x_0} - \frac{1-\mu}{2 \ln x_0}$$

Dla porównania na wykresie wielkości naprężeń obwodowych i radialnych otrzymanych z wzorów wyprowadzonych przez autora z analogicznymi wzorami (obrazującymi wielkości naprężeń) Lamego - przekształcam równanie (34) do postaci (52).

Zatem

$$\sigma_r = \frac{p_2 \cdot r_1^2}{r_1^2 - r_0^2} \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2}\right) \quad (34)$$

$$\sigma_t = \frac{p_2 r_1^2}{r_1^2 - r_0^2} \left(1 + \frac{r_0^2}{r^2}\right)$$

po przekształceniu

$$\frac{\sigma_r}{p_2} = \frac{1}{1-x_0^2} \left(1 - \frac{x_0^2}{x^2}\right) \quad (52)$$

$$\frac{\sigma_t}{p_2} = \frac{1}{1-x_0^2} \left(1 + \frac{x_0^2}{x^2}\right)$$

i po przyjęciu, że ciśnienie działające na obudowę jest jednakowe czyli $p_1 = p_2$ mogą napisać:

$$\frac{\sigma_r}{p_2} = \frac{\sigma_r}{p_1} = y_1$$

$$\frac{\sigma_t}{p_2} = \frac{\sigma_t}{p_1} = y_2$$

Powyższe równania posłużyły autorowi do sporządzenia krzywych (rys.6,7)

$$y_1 = \frac{1}{1 - x_0^2} \left(1 - \frac{x_0^2}{x^2}\right) \quad (53)$$

$$y_2 = \frac{1}{1 - x_0^2} \left(1 + \frac{x_0^2}{x^2}\right)$$

Wykres naprężeń (rys.6,7) dotyczy zakresu najczęściej wykonywanych średnic szybów i grubości obudowy oraz średniego współczynnika Poissona wynoszącego dla rozpatrywanej obudowy betonowej $\mu = 0,15$.

Wartości dla których został sporządzony wykres (rys.6,7) wynoszą zatem:

$$r_{0 \min} = 1,5 \text{ m}$$

$$d_{\max} = 0,7 \text{ m}$$

$$r_{1 \max} = 2,2 \text{ m}$$

dla których

$$x_0 = 0,68$$

czyli

$$r_{0 \max} = 3,75 \text{ m}$$

$$r_{1 \min} = 4,0 \text{ m}$$

$$d_{\min} = 0,25 \text{ m}$$

dla których $x_0 = 0,94$, natomiast przy średnich wartościach tj.

$$r_0 = 3,0 \text{ m}$$

$$d = 0,5 \text{ m}$$

$$r_1 = 3,5 \text{ m}$$

x_0 wynosi 0,85.

6. PRZYKŁADY LICZBOWE OBLICZANIA NAPRĘŻEŃ W OBUDOWIE MUROWEJ SZYBÓW

Przykład 1

Przyjmując, że obudowa jest wodoprzepuszczalna i że na nią działa ciśnienie wody (p_1) - w tabelicy 1 przedstawiłem wielkości naprężeń w obudowie szybowej dla różnych średnic zewnętrznych i wewnętrznych wykorzystując do tego celu wzory własne i wzory Lamé.

Do określenia granicznego ciśnienia wody (p_1) działającego na obudowę od strony górotworu do którego woda przez nią przepływa ruchem laminarnym wykorzystuję zależność przedstawioną w pracy [1] [2].

$$\nabla P_{gr} \approx 0,07 \text{ (atn/cm)} \cdot d \text{ (cm)}$$

Przykład 2

Przyjmując, że obudowa jest wodoprzepuszczalna a na nią od strony górotworu wywiera nacisk skała (p_2) i woda (p_1) naprężenia w tej obudowie dla różnych średnic szybów osiągną wartości podane w tabelicy 2.

7. WNIOSKI KOŃCOWE

Z przeprowadzonych rozważań dotyczących stanu naprężeń panujących w wodoprzepuszczalnej obudowie betonowej (murowej) szybów można wnioskować:

- przepływająca woda przez obudowę murową szybów wpływa na rozkład naprężeń radialnych i obwodowych panujących w tej obudowie,
- wielkość naprężeń radialnych i obwodowych w kołowej obudowie murowej szybów można obliczyć w oparciu o wzory wprowadzone przez autora które mają postać:

w przypadku działania na obudowę skały i wody

$$\sigma_r = p_2 + \frac{p_2 - p_3}{r_1^2 - r_0^2} r_0^2 \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2}\right) + \frac{1}{2} (p_1 - p_0) \frac{r_0^2}{r_1^2 - r_0^2} (1 + \mu) \cdot \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2}\right) + \frac{1}{2} \frac{p_1 - p_0}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \left(\ln \frac{r_1}{r} + \mu \ln \frac{r_1}{r}\right)$$

$$\sigma_t = p_2 + \frac{p_2 - p_3}{r_1^2 - r_0^2} r_0^2 \left(1 + \frac{r_1^2}{r^2}\right) + \frac{1}{2} (p_1 - p_0) \frac{r_0^2}{r_1^2 - r_0^2} (1 + \mu) \cdot$$

$$\cdot \left(1 + \frac{r_1^2}{r^2}\right) + \frac{1}{2} \frac{p_1 - p_0}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \left(\ln \frac{r_1}{r} + \mu \ln \frac{r_1}{r}\right) + \frac{1}{2} \frac{p_1 - p_0}{\ln \frac{r_1}{r_0}} (1 - \mu)$$

w przypadku działania na obudowę samej wody

$$\sigma_r = \frac{1}{2} p_1 (1 + \mu) \frac{r_0^2}{r_1^2 - r_0^2} \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2}\right) + \frac{1}{2} \frac{p_1}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \left(\ln \frac{r_1}{r} + \mu \ln \frac{r_1}{r}\right)$$

$$\sigma_t = \frac{1}{2} p_1 (1 + \mu) \frac{r_0^2}{r_1^2 - r_0^2} \left(1 + \frac{r_1^2}{r^2}\right) + \frac{1}{2} \frac{p_1}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \left(\ln \frac{r_1}{r} + \ln \frac{r_1}{r}\right) + \frac{1}{2} \frac{p_1}{\ln \frac{r_1}{r_0}} (1 - \mu)$$

- naprężenia radialne w wodoprzepuszczalnej obudowie murowej szybów - w wyniku działania na obudowę ciśnienia wody - wynoszą zero w świetle i na zewnątrz obudowy czyli dla $r = r_0$; $\sigma_r = 0$, dla $r = r_1$; $\sigma_r = 0$,
- ponieważ dotychczas wykonywane obudowy murowe szybów w górotworze zawodnionym są wodoprzepuszczalne dlatego dopełnia się nieściskość korzystając np. z wzorów Lamé do określania naprężeń panujących w takiej obudowie. Wielkości te jak widać z przykładów liczbowych różnią się od wartości przedstawionych przez autora (tablica 1) (rys. 6,7).

LITERATURA

- [1] M.Chudek - Zagadnienie grubości i stanu naprężeń kołowej obudowy betonowej szybów w zależności od ciśnienia wody - przepływającej przez nią ruchem laminarnym. Praca doktorska, Gliwice 1962.
- [2] M.Chudek - Wodoprzepuszczalność obudowy murowej szybów. Przegląd Górniczy. W druku.
- [3] J.Galanka - Jak obliczać ciśnienie górotworu na obudowę szybów w skałach zwięzłych niezawodnionych. Drogi postępu w górnictwie t.I. Referaty zasadnicze, Warszawa 1956.
- [4] J.Kostrz - Wykonywanie wyrobisk. Część 1, Głębianie szybów metodą zwykłą z powierzchni. Wydawnictwo Górniczo-Hutnicze, Katowice 1961.
- [5] A.Sałustowicz - Mechanika górotworu. Wydawnictwo Górniczo-Hutnicze, Stalinogród 1955.
- [6] M.Markowski - Wodoczułność betonowej obudowy szybów górniczych. Szyby i Ludzie, Bytom 1959.
- [7] I.H.Kacaurow - Kamienna krep, betonowa i żelazobetonowa krep. Gornoje Dżeło, Encyklopediczeskij sprawocznik. Moskwa Ugletechizdat 1958 r.

ДЕФОРМАЦИИ И СОСТОЯНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ВОДОПРОНИЦАЕМОЙ КАМЕННОЙ (КИРПИЧНОЙ, БЕТОННОЙ, ВЕТОНИТОВОЙ) КРЕПИ ШАХТНЫХ СТВОЛОВ

С о д е р ж а н и е

Автор статьи указывает на то, что при расчетах напряжений имеющихся в водопроницаемой каменной крепи шахтных стволов круглого поперечного сечения ошибочно применяются существующие ныне расчетные формулы.

Автор вывел свои расчетные формулы которыми предлагает пользоваться при проектировании подобных крепей.

Дано сравнение распределения напряжений в стенке шахтной крепи вычисленных по формулам Ламе и автора статьи.

Выведенные автором формулы позволяют произвести более точно анализ механизма взаимодействия крепи и боковой водонасыщенной породы.

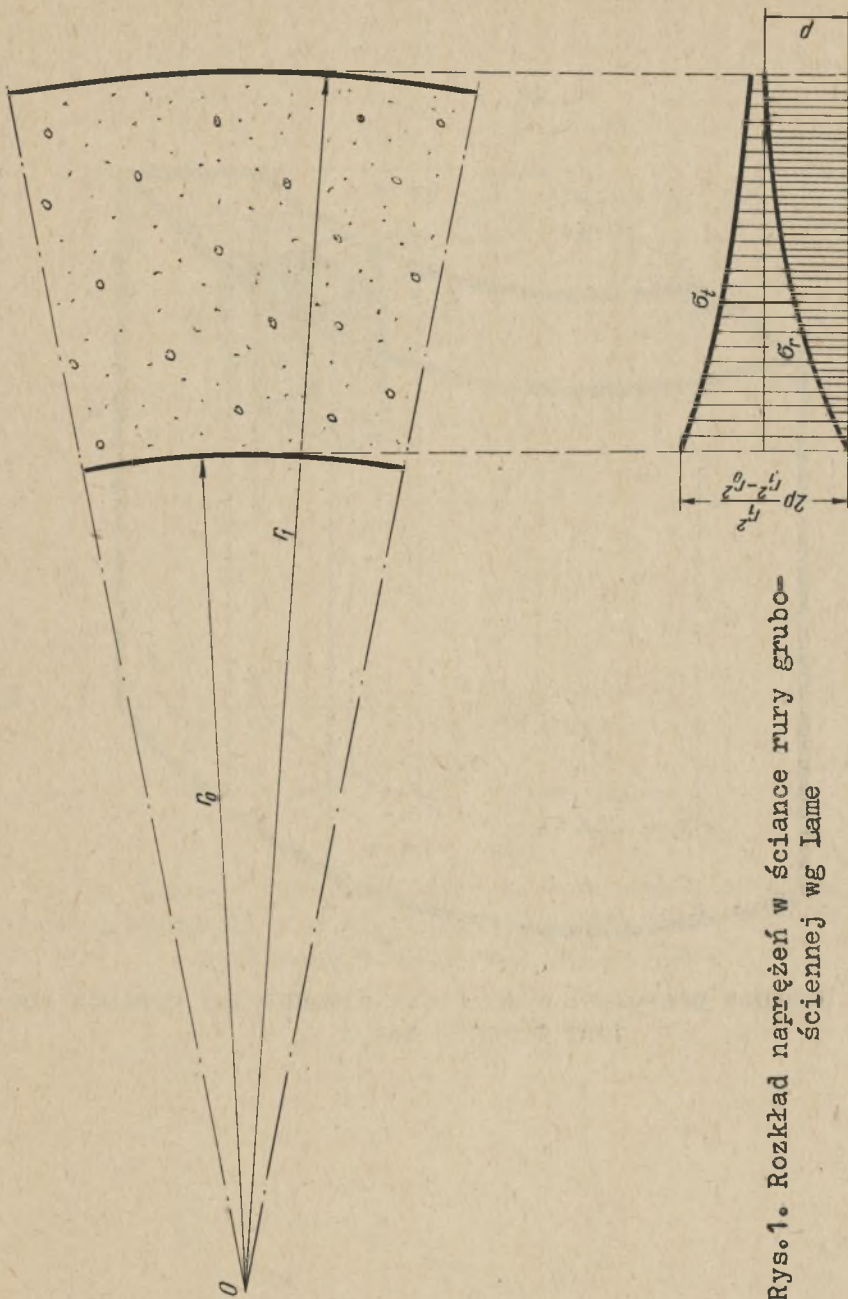
SPANNUNGEN UND DEFORMATIONEN DES WASSERDURCH- LÄSSIGEN SCHACHTAUSBAUS

Z u s a m m e n f a s s u n g

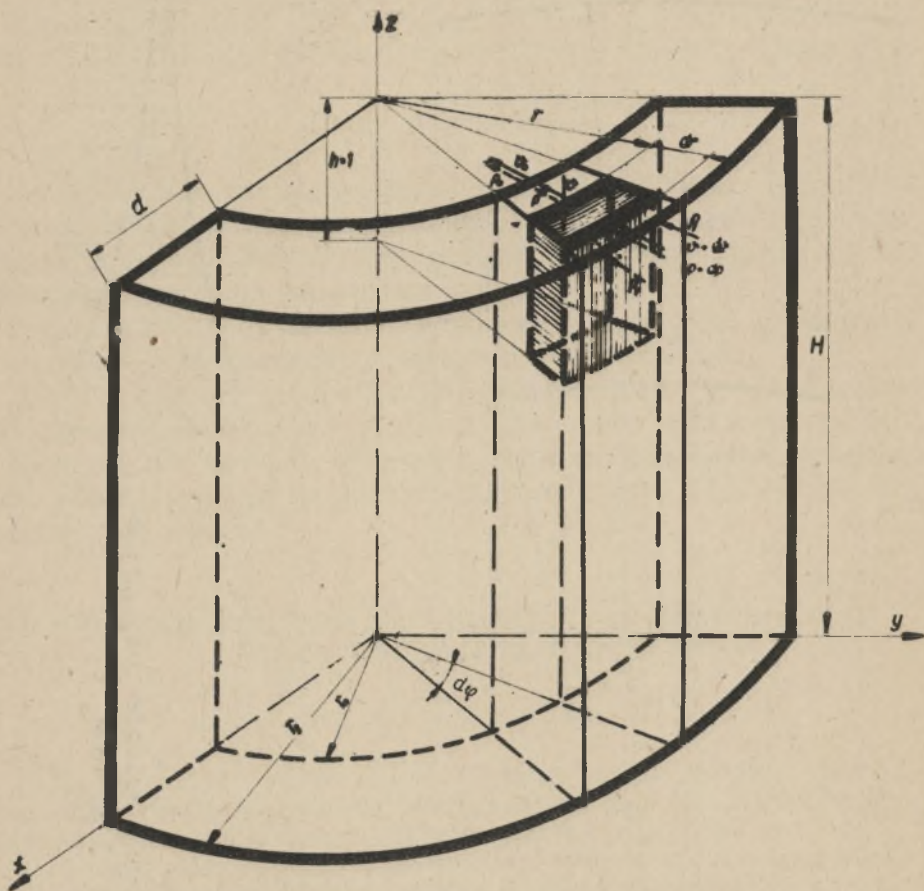
In diesem Artikel wurde Aufmerksamkeit auf die Tatsache gelenkt, dass die gegenwärtigen Formeln, die zur Berechnung des kreisförmigen Mauerschachtausbaus dienen, nicht ganz richtig angewandt sind.

Es wurden neue Formeln abgeleitet und motiviert, die beim Projektieren solchen Ausbaus benützt werden können. Ausserdem wurde ein Vergleich der Spannungsverteilungen im Schachtausbau durchgeführt, zu dem man die Formeln Lamé's und Autors benutz hat.

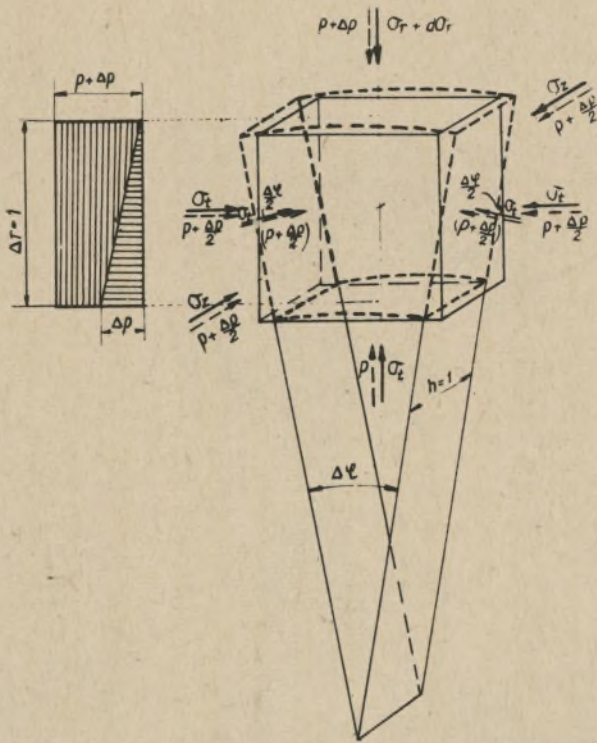
Die durch den Autor abgeleiteten neue Formeln ermöglichen eine strengere Analyse der Mitarbeit des Schachtausbaus und des wasserführenden Gebirges.



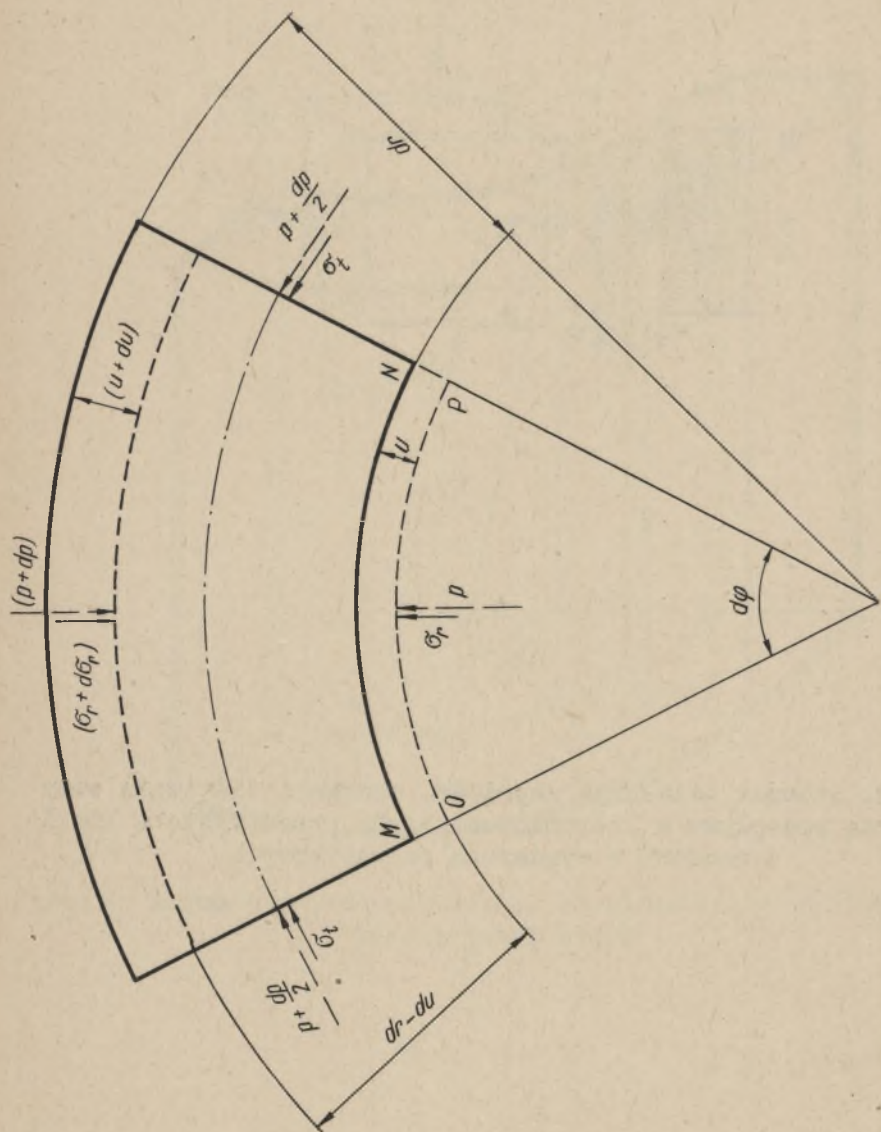
Rys. 1. Rozkład naprężeń w ścianie rury grubościennnej wg Lamé



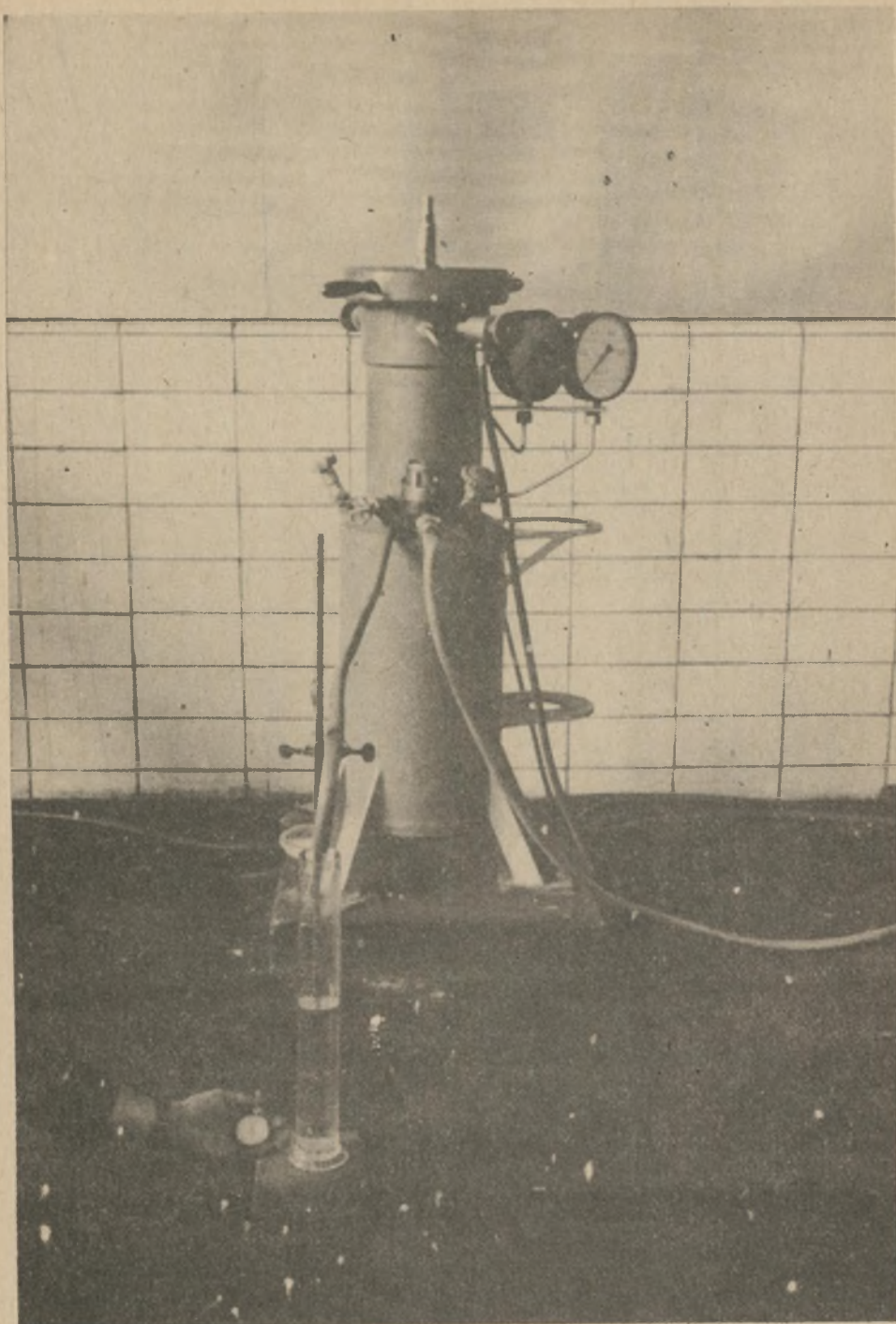
Rys.2. Schemat przepływu wody przez elementarny wycinek obudowy murowej szybu



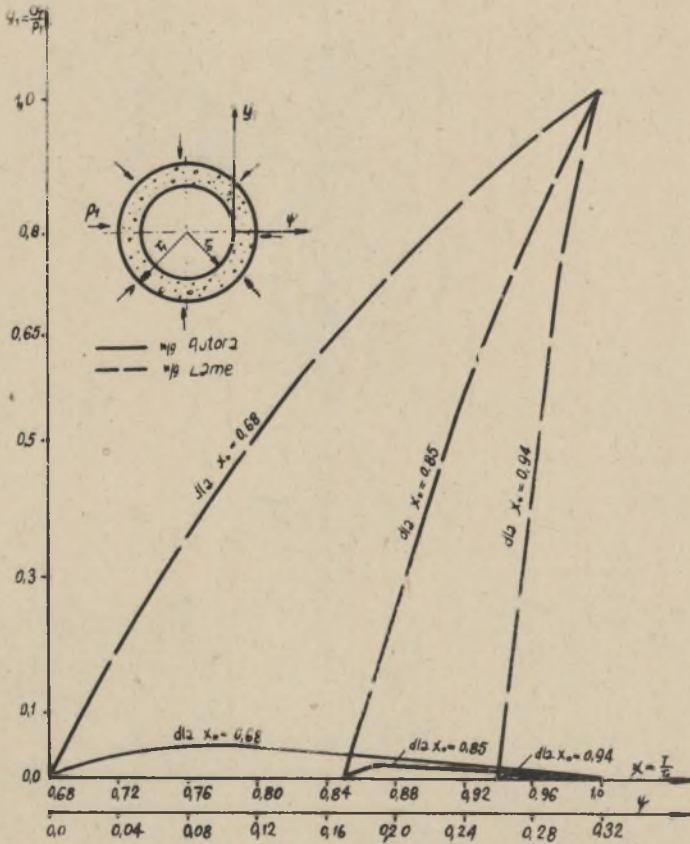
Rys.3. Schemat działania naprężeń, spadku i ciśnienia wody podczas przepływu w kierunku osi szybu przez wyciętą kostkę z obudowy o wymiarach jednostkowych



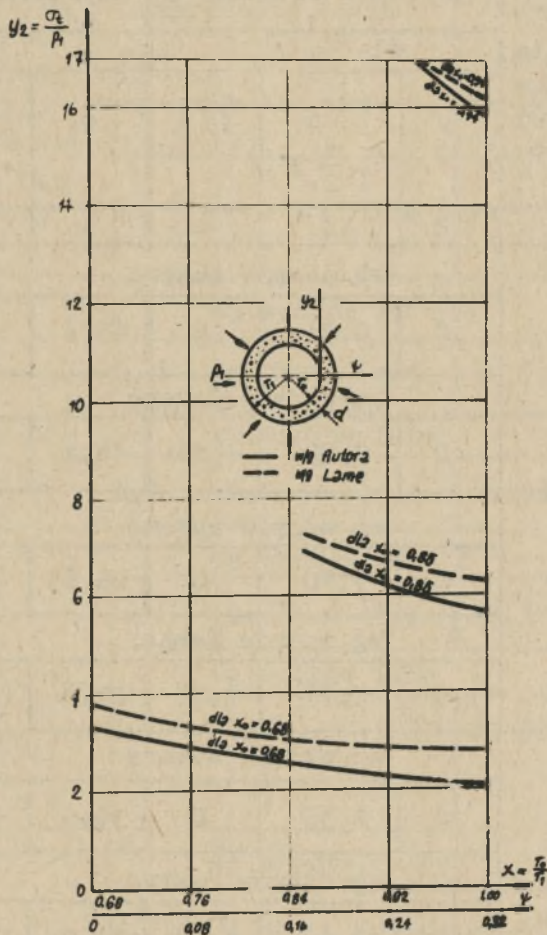
Rys.4. Schemat przemieszczeń rozpatrywanego elementu obudowy szybowej



Rys.5. Aparat do oznaczania wodoprzepuszczalności modeli obudowy



Rys.6. Porównanie rozkładu naprężeń obwodowych dla różnych grubości obudowy szybu i skał wg autora i wg Lamé



Rys.7. Porównanie rozkładu naprężeń promieniowych (radialnych) dla różnych grubości obudowy szybowej wg autora i wg Lamé

Porównanie liczbowych wartości naprężeń obwodowych i radialnych wyliczonych wzorami autora i Lamego

Charakterystyka obudowy i wielkości ciśnienia wody (działającego na obudowę od strony górotworu)	Naprężenia radialne σ_r			Naprężenia obwodowe σ_t		
	dla			dla		
	$r=r_0$	$r=r_0 + \frac{1}{2} d$	$r=r_1$	$r=r_0$	$r=r_0 + \frac{1}{2} d$	$r=r_1$
1	2	3	4	5	6	7
$r_0 = 3,0 \text{ m}$ $r_1 = 3,3 \text{ m}$ $\mu = 0,15$ $P_1 = 2,0 \text{ atn}$	wg wzorów autora					
	0	0,24	0	15,3	14,4	12,6
	wg wzorów Lamego					
	0	0,82	2,46	16,4	15,58	13,4
$r_0 = 3,5 \text{ m}$ $r_1 = 4,0 \text{ m}$ $\mu = 0,15$ $P_1 = 3,2 \text{ atn}$	wg wzorów autora					
	0	1,70	0	26,65	24,87	23,18
	wg wzorów Lamego					
	0	1,77	3,27	27,3	25,43	24,02
$r_0 = 3,75 \text{ m}$ $r_1 = 4,4 \text{ m}$ $\mu = 0,15$ $P_1 = 4,5 \text{ atn}$	wg wzorów autora					
	0	1,36	0	30,5	26,66	25,30
	wg wzorów Lamego					
	0	4,10	4,59	32,8	30,34	28,20

Tablica 2

Wielkość naprężeń obwodowych panujących w wodoprzepuszczalnej obudowie szybowej gdy na nią działa ciśnienie skał i wody - obliczone wzorami autora i wzorami Lamé

Charakterystyka obudowy i ciśnienia skały (p_2), oraz ciśnienia wody (p_1) (działających na obudowę od strony górotworu)	Naprężenia radialne σ_r kg/cm^2			Naprężenia obwodowe σ_t kg/cm^2		
	dla			dla		
	$r=r_0$	$r=\frac{1}{2}d+r_0$	$r=r_1$	$r=r_0$	$r=\frac{1}{2}d+r_0$	$r=r_1$
$r_0 = 3,0 \text{ m}$ $r_1 = 3,3 \text{ m}$ $\mu = 0,15$ $p_1 = 1,5 \text{ kg/cm}^2$ $p_2 = 0,5 \text{ kg/cm}^2$ $p_3 = 0 \quad p_0 = 0$	wg wzorów autora					
	0,0	0,053	0,50	15,79	14,27	12,10
	wg wzorów Lamé					
	0,0	0,82	2,46	16,40	15,58	13,40
$r_0 = 3,5 \text{ m}$ $r_1 = 4,0 \text{ m}$ $\mu = 0,15$ $p_1 = 2,0 \text{ kg/cm}^2$ $p_2 = 1,2 \text{ kg/cm}^2$ $p_3 = 0 \quad p_0 = 0$	wg wzorów autora					
	0,0	0,72	1,2	26,30	24,52	23,18
	wg wzorów Lamé					
	0,0	1,77	3,27	27,30	25,43	24,30
$r_0 = 3,75 \text{ m}$ $r_1 = 4,4 \text{ m}$ $\mu = 0,15$ $p_1 = 2,5 \text{ kg/cm}^2$ $p_2 = 2,0 \text{ kg/cm}^2$ $p_3 = 0 \quad p_0 = 0$	wg wzorów autora					
	0,0	1,42	2,00	31,97	29,42	27,99
	wg wzorów Lamé					
	0,0	4,10	4,59	32,8	30,34	28,20