ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Nr 79 Górnictwo z.6 1963

MIROSŁAW CHUDEK

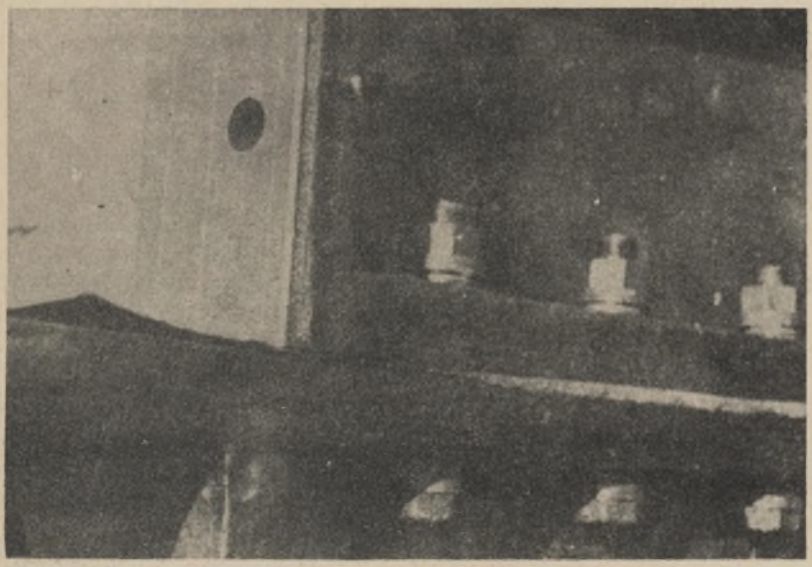
OBLICZANIE GRUBOŚCI I ROZKŁADU NAPRĘŻEŃ W OBUDOWIE TUBINGOWO-BETONOWEJ W KTÓREJ PIERŚCIENIE POŁĄCZONE SĄ NATURALNĄ PRZYCZEPNOŚCIĄ MATERIAŁÓW

Streszczenie. W pracy opisano warunki w jakich wykonuje się obudowę tubingowo-betonową i zwrócono uwagę na celowość równomiernego wykorzystania materiałów obu pierścieni. W celu umożliwienia projektowania takiej obudowy w granicach optymalnych, technicznie i ekonomicznie uzasadnionych wyprowadzono wzory na naprężenia promieniowe i obwodowe panujące w obudowie tubingowo-betonowej. Podano wzory na wielkość promieni dla pierścienia tubingowego i betonowego oraz przedstawiono wykreślny sposób określania grubości takiej obudowy. Wyprowadzono wzory na grubość pierścienia tubingowego i betonowego. Podano przykłady określania współpracy i stopnia wykorzystania materiałów obu pierścieni. Z przeprowadzonych rozważań wyciągnięto wnioski.

W budownictwie przemysłowym z obudową taką możemy się spotkać przy wykonywaniu budowli ziemnych jak np. studnie do ciągłego odlewania stali, a znacznie częściej przy głębieniu szybów dla potrzeb górnictwa. Tubingi mogą być wykonywane ze stali (rys.1, 2), z żeliwa, względnie z żelbetu (rys.3).

Pierścień betonowy wykonywany jest głównie w celu uzyskania właściwego połączenia pierścienia tubingowego z górotworem. W obudowie tej beton połączony jest z tubingiem na skutek naturalnej przyczepności tych materiałów. Całkowite ciśnienie zewnętrzne (p_z) działa na płaszcz betonowy, a tylko pośrednio na pierścień tubingowy (pomijając ciśnienie wody, które wskutek nieszczelności betonu może działać bezpośrednio na tubingi).

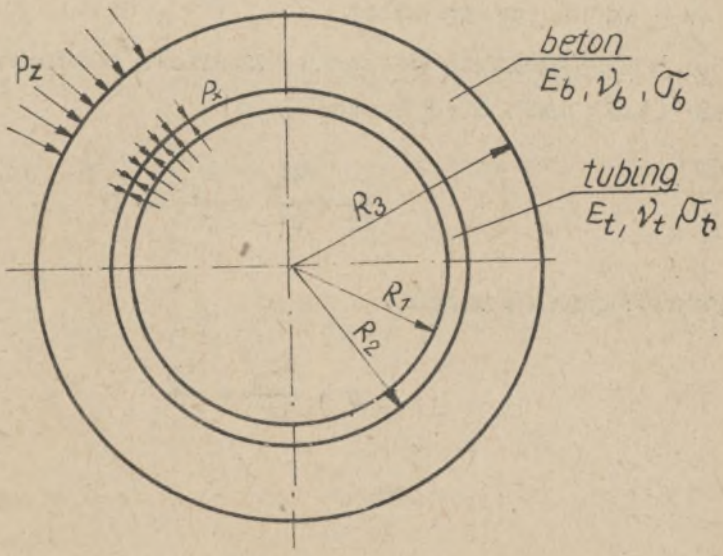
Celem niniejszej pracy jest ustalenie właściwej współpracy pierścienia betonowego i tubingowego przy uwzględnieniu optymalnych warunków technicznych. Właściwie wykorzystany



Rys.1

Rys.2

Rys. 3



Rys.4

będzie materiał, jeżeli w pierścieniu tubingowym i w pierścieniu betonowym maksymalne naprężenia zastępcze osiągną wartość naprężeń dopuszczalnych dla tych materiałów.

2. Rozkład naprężeń w rurach tubingowo-betonowych

Dla ustalenia współpracy pierścieni obudowy z górotworem (rys.4) posłużono się podanymi przez Hubera w pracy [1] (dla rur grubościennych) wzorami na naprężenia promieniowe (σ_r), obwodowe (σ_t), oraz przemieszczenia promieniowe (U_r).

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\gamma^2}\left(\frac{du_r}{dr} + \gamma\frac{u_r}{r}\right) \tag{1.1}$$

$$\sigma_t = \frac{E}{1-\gamma^2}\left(\gamma\frac{du_r}{dr} + \frac{u_r}{r}\right) \tag{1.2}$$

$$\frac{du^2}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2} = 0 \tag{1.3}$$

gdzie:

E - moduł sprężystości

γ - współczynnik Poissona materiału obudowy.

Wzór (1.3) może mieć postać (1.4)

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{du_r}{dr} + \frac{u_r}{r}\right) = 0 \tag{1.4}$$

Wprowadzając oznaczenie

$$A = \frac{du_r}{dr} + \frac{u_r}{r}$$

po pomnożeniu przez rdr i przekształceniu wzór (1.4) przybierze postać

$$u_r = Ar + \frac{B}{r} \tag{1.5}$$

gdzie:

A, B - stałe całkowania.

Wstawiając wartości (1.5) do wzorów (1.1), (1.2) otrzymamy

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\gamma^2}\left[\frac{A}{2}(1+\gamma) - \frac{B}{r^2}(1-\gamma)\right]$$

$$\sigma_t = \frac{E}{1-\gamma^2}\left[\frac{A}{2}(1+\gamma) + \frac{B}{r^2}(1-\gamma)\right] \tag{1.6}$$

Uwzględniając warunki brzegowe dla poszczególnych pierścieni otrzymamy naprężenia:

Pierścień tubingowy (rys.5)

dla $r = R_1$; $\sigma r_t = 0$

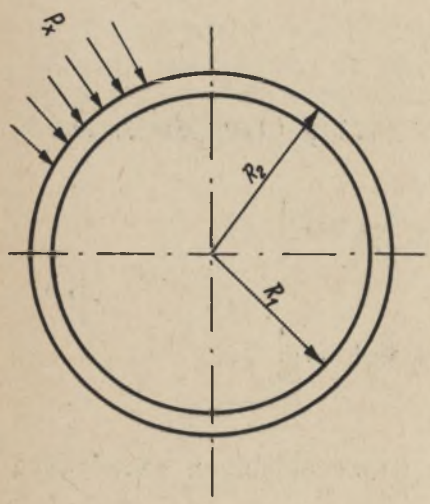
dla $r = R_2$; $\sigma r_t = -p_x$

otrzymuje się dla pierścienia tubingowego zależności

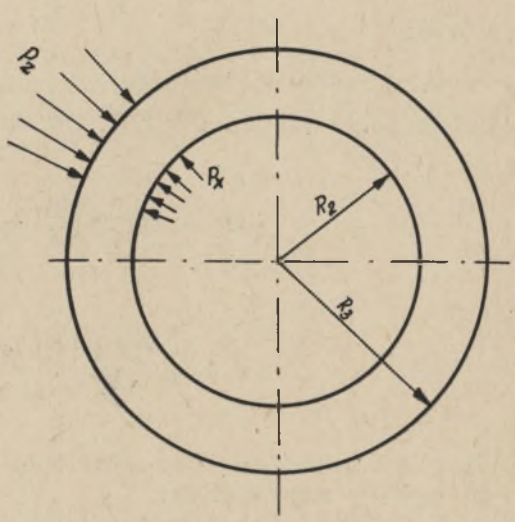
$$0 = \frac{E_t}{1-\gamma_t}\left[\frac{A}{2}(1+\gamma_t) - \frac{B}{R_1^2}(1-\gamma_t)\right] \tag{1.7}$$

$$-p_x = \frac{E_t}{1-\gamma_t}\left[\frac{A}{2}(1+\gamma_t) - \frac{B}{R_2^2}(1-\gamma_t)\right] \tag{1.8}$$

Po wyliczeniu stałych całkowania z równań (1.7), (1.8), oraz po wstawieniu obliczonych stałych całkowania do wzorów (1.6)



Rys.5



Rys.6

i po ich przekształceniu naprężenia promieniowe, obwodowe i przemieszczenia promieniowe dla pierścienia tubingowego wyniosą

$$\left.\begin{aligned}
\sigma r_t &= \frac{-p_x R_2^2}{R_2^2-R_1^2}\left(1-\frac{R_1^2}{r^2}\right)\\
\sigma t_t &= \frac{-p_x R_2^2}{R_2^2-R_1^2}\left(1+\frac{R_1^2}{r^2}\right)\\
u_t &= -\frac{1-\nu_t}{E_t}\,\frac{p_x R_2^2 r}{R_2^2-R_1^2} - \frac{p_x(1+\nu_t)R_1^2 \cdot R_2^2}{E_t(R_2^2-R_1^2)r}
\end{aligned}\right\} \qquad (1.9)$$

gdzie:

p_x - ciśnienie między pierścieniem tubingowym i betonowym (wzajemne oddziaływanie pierścieni).

Stosownie do oznaczeń (rys.6) oraz dla warunków brzegowych

$$r = R_2;\ \sigma r_b = \sigma r_t$$

$$r = R_2;\ \sigma r_b = -p_x$$

$$r = R_3;\ \sigma r_b = -p_z$$

analogicznie wzory dla pierścienia betonowego wyniosą

$$\left.\begin{aligned}
\sigma r_b &= \frac{p_x R_2^2 - p_z R_3^2}{R_3^2 - R_2^2} - \frac{R_2^2 R_3^2 (p_x - p_z)}{r^2 (R_3^2 - R_2^2)} \\
\sigma t_b &= \frac{p_x R_2^2 - p_z R_3^2}{R_3^2 - R_2^2} + \frac{R_2^2 R_3^2 (p_x - p_z)}{r^2 (R_3^2 - R_2^2)} \\
u_b &= \frac{1-\nu_b}{E_b} \frac{p_x R_2^2 - p_z R_3^2}{R_3^2 - R_2^2} + \frac{1+\nu_b}{E_b} \frac{(p_x - p_z) R_2^2 \cdot R_3^2}{r (R_3^2 - R_2^2)}
\end{aligned}\right\} \quad (1.10)$$

3. Wzajemne oddziaływanie pierścieni

Dla pierścieni współpracujących według schematu (rys.4) można napisać dodatkowy warunek brzegowy, a mianowicie

$$\text{dla } r = R_2;\ u_t = u_b$$

Uwzględniając tę zależność wyznacza się oddziaływanie pierścieni, które w przypadku rury tubingowo-betonowej wyniesie

$$p_x = \frac{2p_z \dfrac{R_3^2}{R_3^2-R_2^2}}{\dfrac{E_b}{E_t}\left(\dfrac{R_2^2+R_1^2}{R_2^2-R_1^2} - \gamma_t\right) + \dfrac{R_3^2+R_2^2}{R_3^2-R_2^2} + \gamma_b} \tag{1.11}$$

4. Współpraca obudowy tubingowo-betonowej

Obliczone ciśnienie p_x jest ciśnieniem, które zewnętrzny pierścień obudowy kombinowanej przenosi na pierścień wewnętrzny. Wielkość ta decyduje o współpracy obudowy tubingowo-betonowej. Przez wstawienie wartości obliczonej wzorem (1.11) do wzorów (1.9) otrzymuje się liczbowe wartości naprężeń w pierścieniu tubingowym. Analogicznie wstawiając ze wzoru (1.11) do wzorów (1.10) otrzymamy wartość naprężeń w pierścieniu betonowym.

Dla sprawdzenia wytrzymałości obudowy tubingowo-betonowej obliczono naprężenia zastępcze według hipotezy Hubera-Missesa-Henkyego. Z uwagi na stosunkowo małe odcinki rur tubingowo-betonowych (20-40 m), jak również na ich posadowienia, jeżeli chodzi o budownictwo szybowe można z dobrym przybliżeniem przyjąć naprężenia pionowe pochodzące od ciężaru własnego za równe zeru. Wówczas naprężenia zastępcze według podanej hipotezy dla pierścienia tubingowego i betonowego wyniosą:

$$\sigma_{o_t} = \sqrt{\left(\frac{p_x R_2^2}{R_2^2-R_1^2}\right)^2 + 3\left(\frac{p_x R_1^2 R_2^2}{/R_2^2-R_1^2/r^2}\right)^2} \tag{2.1}$$

$$\sigma_{o_b} = \sqrt{\left(\frac{R_2^2 p_x - R_3^2 p_z}{R_3^2-R_2^2}\right)^2 + 3\left(\frac{/p_x-p_z/R_2^2 R_3^2}{/R_3^2-R_2^2/r^2}\right)^2} \tag{2.2}$$

W pierścieniu tubingowym naprężenie zastępcze osiąga wartość maksymalną dla $r = R_1$, wówczas

$$\sigma_{o_{t\max}} = 2\,\frac{p_x R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \tag{2.3}$$

natomiast w pierścieniu betonowym dla wartości $r = R_2$, zatem

$$\sigma_{o_{b\max}} = \sqrt{\frac{\left|R_2^2 p_x - R_3^2 p_z\right| + 3\left(\left|p_x - p_z\right| R_3^2\right)^2}{\left|R_3^2 - R_2^2\right|^2}} \tag{2.4}$$

Korzystając ze wzorów (2.3), (2.4) wyprowadzono zależności na promień zewnętrzny pierścienia tubingowego i pierścienia betonowego, które mają postać

$$R_2 = R_1\sqrt{\frac{\sigma_{o_t}}{\sigma_{o_t} - 2p_x}} \tag{2.5}$$

$$R_3 = R_2\sqrt{\frac{\sigma_{o_b}^2 - p_x^2}{\sigma_{o_b}^2 - p_x p_z - \sqrt{\left|\sigma_{o_b}^2 - p_x p_z\right|^2 + \left|\sigma_{o_b}^2 - p_x^2\right|\left(3\left|p_x - p_z\right|^2 + p_z^2 - \sigma_{o_b}^2\right)}}} \tag{2.6}$$

Przyjmując $\sigma_{o_{t\max}}$ i $\sigma_{o_{b\max}}$ pierścieni równe dopuszczalnym naprężeniom materiału tubinga k_t i betonu k_b, przy danej średnicy wyrobiska pionowego w świetle obudowy (R_1) oraz ciśnieniu zewnętrznemu (p_z) można korzystając ze wzorów (2.5), (2.6) wyprowadzić wzór na grubość pierścienia tubingowego, tudzież wzór na grubość pierścienia betonowego. Wzór taki miałby jednak postać równania ósmego stopnia o bardzo skomplikowanym składzie.

Prostszą drogą zaprojektowania rury kombinowanej obudowy tubingowo-betonowej, której materiały mają być wykorzystane do granic dopuszczalnych naprężeń jest liczbowe przeliczenie

kilku zestawień grubości rur tubingowo-betonowych. Projektowanie grubości obudowy sposobem matematyczno-wykreślnym przedstawiono na rysunku 7.

Przedstawiony przykładowo sposób określania grubości obudowy dwupierścieniowej (rys.7) odnosi się do danych:

Średnica szybu w świetle obudowy	$R_1 = 300$ cm
Ciśnienie hydrostatyczne	$p_h = 12$ kG/cm^2
Ciśnienie górotworu	$p_g = 3$ kG/cm^2
Ciśnienie zewnętrzne całkowite	$p_z = 15$ kG/cm^2
Moduł sprężystości żeliwa	$E_ż = 10^6$ kG/cm^2
Moduł sprężystości betonu	$E_b = 0{,}26 \cdot 10^6$ kG/cm^2
Współczynnik Poissona dla żeliwa	$\nu_ż = 0{,}3$
Współczynnik Poissona dla betonu	$\nu_b = 0{,}15$
Dopuszczalne naprężenie w żeliwie	$k_{tż} = 1000$ kG/cm^2
Dopuszczalne naprężenie w betonie	$k_b = 50$ kG/cm^2

Punkty przecięcia się krzywych K_1 i K_2 wykreślonych dla tych samych wartości R_2 (np. $K_1 = 301$ i $K_2 = 301$, $K_1 = 305$ i $K_2 = 305$ itd.) pozwalają na wykreślenie krzywej L. Krzywa L jest więc funkcją $p_x = f(R_3)$:

Wyznaczenie grubości pierścienia betonowego za pomocą odciętej (przecinającej oś R_3 rysunek 7) wyprowadzonej z punktu leżącego na krzywej L świadczy o tym, że maksymalne naprężenia zastępcze w tubingu i w betonie są równe naprężeniom dopuszczalnym materiału obu pierścieni (k_t, k_b). Posługując się rysunkiem można dla przyjętej wartości promieni R_2 i R_3 określić grubość obudowy kombinowanej czyli grubość tubinga i pierścienia betonowego, które wynoszą

$$d_t = R_2 - R_1 = R_1\left(\sqrt{\frac{\sigma_{o_t}}{\sigma_{o_t} - 2p_x}} - 1\right) \qquad (2.7)$$

$$d_b = R_3 - R_2 =$$

$$= R_2\left(\sqrt{\frac{\sigma_{o_b}^2 - p_x^2}{\sigma_{o_b}^2 - p_x p_z - \sqrt{\left|\sigma_{o_b}^2 - p_x p_z\right|^2 + \left|\sigma_{o_b}^2 - p_x^2\right|\left(3\left|p_x - p_z\right|^2 + p_z^2 - \sigma_{o_b}^2\right)}}} - 1\right) \tag{2.8}$$

gdzie:

$\sigma_{o_t} = k_t$ - dopuszczalne naprężenie materiału pierścienia tubingowego

$\sigma_{o_b} = k_b$ - dopuszczalne naprężenie materiału pierścienia betonowego.

5. Przykłady liczbowe

5.1. Rury żeliwno-betonowe

Współpraca rur tubingowych żeliwnych z rurami betonowymi dla poprzednio podanych wartości w rozdziale czwartym oraz dla

$$R_2 = 305 \text{ cm}$$

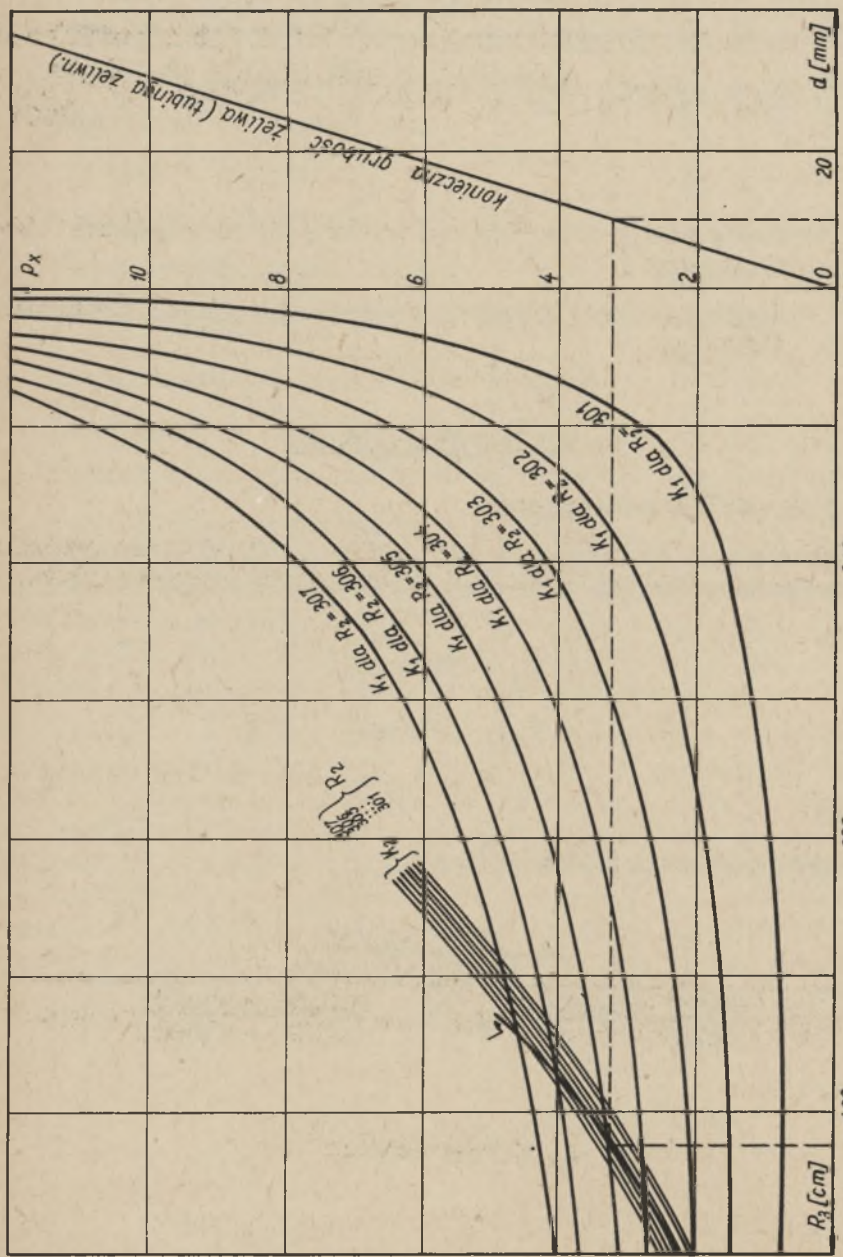
$$R_3 = 427 \text{ cm}$$

wyniesie:

Oddziaływanie między pierścieniami

$$p_x = \frac{15\,\dfrac{2 \cdot 182329}{182329 - 93025}}{0{,}26\left(\dfrac{93025 + 90000}{93025 - 90000} - 0{,}3\right) + \dfrac{182329 + 93025}{182329 - 93025} + 0{,}15}$$

$$p_x = 3{,}25 \text{ kG/cm}^2$$


x_d
10
8
6
4
2
0
d [mm]
20
300
340
380
420
R_3 [cm]
K1 dla R2=301
K1 dla R2=302
K1 dla R2=303
K1 dla R2=304
K1 dla R2=305
K1 dla R2=306
K1 dla R2=307
K2
R2
301
302
303
304
305
306
307
Końcowa grubość żeliwa (tuleja żeliwn.)

Rys. 7

Naprężenia w pierścieniu betonowym według wzorów (1.10) wynoszą

dla $r = 305$ cm

$$\sigma_{r_b} = 3{,}25 \text{ kG/cm}^2$$

$$\sigma_{t_b} = \frac{3.25.93025 - 15.182329 - 11.75 \cdot 182329}{182329 - 93025} =$$

$$= 51{,}22 \text{ kG/cm}^2$$

dla $r = 427$ cm

$$\sigma_{r_b} = 15 \text{ kGcm}^2$$

$$\sigma_{t_b} = \frac{3{,}25 \cdot 93025 - 15 \cdot 182329 - 11{,}75 \cdot 93025}{182329 - 93025} =$$

$$= 39{,}47 \text{ kG/cm}^2$$

Wytężenie pierścienia betonowego dla $r = 305$ cm

$$\sigma_o = \sqrt{3{,}25^2 + 51{,}22^2 - 3{,}25 \cdot 51{,}22} = 49{,}67 \text{ kG/cm}^2$$

dla $r = 427$ cm

$$\sigma_o = \sqrt{15^2 + 39{,}47^2 - 15 \cdot 39{,}47} = 34{,}51 \text{ kG/cm}^2$$

Naprężenia w pierścieniu tubingowym żeliwnym według wzorów (1.9) wynoszą:

dla $r = 300$ cm

$$\sigma_{r_t} = 0$$

$$\sigma_{t_t} = \frac{3{,}25 \cdot 93025}{93025 - 90000}\left(1 + \frac{90000}{90000}\right) = 200{,}06 \text{ kG/cm}^2$$

dla $r = 305$ cm

$$\sigma_{r_t} = 3{,}25 \text{ kG/cm}^2$$

$$\sigma_{t_t} = \frac{3{,}25 \cdot 93025}{93025 - 90000}\left(1 + \frac{90000}{93025}\right) = 196{,}76 \text{ kG/cm}^2$$

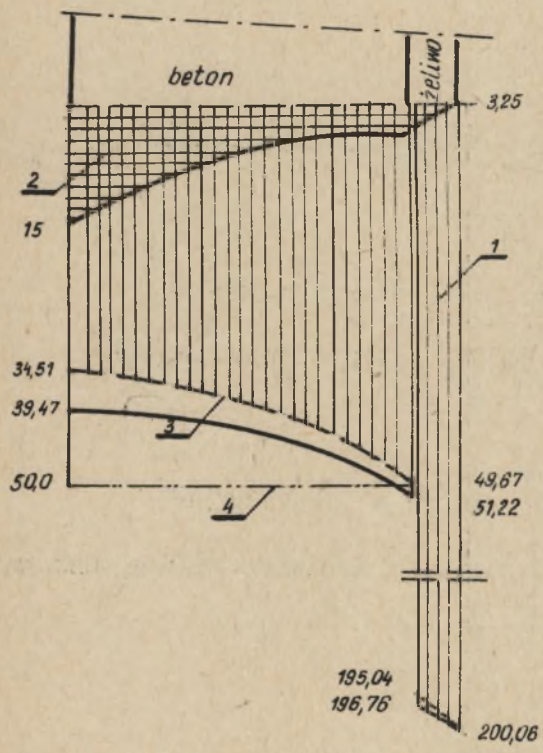
Wytężenie pierścienia tubingowego żeliwnego

przy r = 300 cm

σ_o = 200,06 cm

przy r = 305 cm

$$\sigma_o = \sqrt{3,25^2 + 196,76^2 - 3,25 \cdot 196,76} = 195,04 \text{ kG/cm}^2$$



Rys.8. 1-naprężenia obwodowe, 2-naprężenie promieniowe, 3-wytężenie materiału, 4-obciążenie dopuszczalne

poprzednich oraz dla

R_2 = 304 cm

R_3 = 378 cm

Z powyższego wynika, że beton wykorzystany jest w 99,3% w stosunku do dopuszczalnych naprężeń, a żeliwo jest wykorzystane w 20% w stosunku do dopuszczalnych naprężeń (rys.8).

Większe wykorzystanie żeliwa przy tym typie współpracy rur tubingowo betonowych można uzyskać przez zwiększenie grubości płaszcza żeliwnego. Z przedstawionego przykładu wynika, że współpraca rur żeliwno-betonowych nie jest właściwa.

5.2. Rury staliwno-betonowe

Stosując tubingi staliwne można uzyskać dobre wykorzystanie materiałów dla rur tubingowo-betonowych i tak np. dla danych

$$p_z = 15 \text{ kG/cm}^2$$

$$E_{st} = 1{,}75 \cdot 10^6 \text{ kG/cm}^2$$

$$E_b = 0{,}26 \cdot 10^6 \text{ kG/cm}^2$$

$$\sigma_{st} = 900 \text{ kG/cm}^2$$

$$\sigma_b = 60 \text{ kG/cm}^2$$

$$\nu_{st} = 0{,}33$$

$$\nu_b = 0{,}16.$$

Otrzymuje się współpracę i wykorzystanie materiałów jak niżej:

$$p_x = \frac{2 \cdot 15 \cdot \dfrac{378^2}{378^2 - 304^2}}{\dfrac{0.26 \cdot 10^6}{1{,}75 \cdot 10^6}\left(\dfrac{304^2 + 300^2}{304^2 - 300^2} - 0{,}33\right) + \dfrac{378^2 + 304^2}{378^2 - 304^2} + 0{,}16} =$$

$$= 5{,}23 \text{ kG/cm}^2$$

potrzebna grubość tubingu, obliczona ze wzoru (2,3,1) wynosi:

$$R_2 = 300\sqrt{\frac{900}{900 - 2.5{,}23}} = 303{,}6 \text{ cm}$$

stąd grubość tubinga $d_t = 36$ mm

Potrzebna grubość betonu:

$$R_3 = 304\sqrt{\frac{60^2 - 5.23^2}{60^2 - 15.5{,}23 - \sqrt{(60^2 - 15.5{,}23)^2\left[3(5{,}23 - 15)^2 + 15^2 - 60^2\right]}}}$$

$$R_3 = 374 \text{ cm}$$

stąd grubość betonu $d_b = 70$ cm

Wykorzystanie materiałów:

$$\text{betonu} - \frac{74}{78} = 0{,}95 = \frac{d_b}{d_t+d_b} \cdot 100 = 95\%$$

$$\text{staliwa} - \frac{36}{40} = 0{,}9 = \frac{d_t}{R_2-R_1} 100 = 90\%$$

6. Uwagi końcowe

Rury tubingowo-betonowe są stosowane w tych odcinkach budowli podziemnych w których występuje duże ciśnienie górotworu. Współpraca obudowy tubingowo-betonowej (rys.4) zależy od wymiarów rur, własności mechanicznych, jak i od rodzaju materiału użytego do wykonania analizowanej obudowy kombinowanej. Można znaleźć takie grubości pierścieni, przy których materiały użyte na obudowę kombinowaną zostaną wykorzystane w maksymalnym stopniu.

LITERATURA

[1] M.T.Huber - Pisma t.III. Warszawa, 1957 r.

[2] M.Chudek - Obudowa kombinowana wyrobisk pionowych. Przegląd Górniczy nr 12, 1961 r.

ВЫЧИСЛЕНЕ ТОЛЩИНЫ И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ ТЮБИНГО-БЕТОННОГО КРЕПЛЕНИЯ В КОТОРОМ ОТДЕЛЬНЫЕ КОЛЬЦА СОЕДИНЕНЫ ПРИ ПОМОЩИ ЕСТЕСТВЕННОГО СЦЕПЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ

Содержание

В научной работе описаны исловия в каких делается тюбинго-бетонная крепь и обращено внимание на целесообразность равномерного использования материалов обеих кольцов.

Для предоставления возможности проектирования этого крепления в оптимальных пределах, технически и экономически приемлимых, выведено формулы определяющие, радиальные и окружные напряжения, действующие в тюбинго-бетонном креплении.

Приведены формулы определяющие значение радиусов для тюбинговогой бетонного кольцов и представлен графическии метод определения толщины этово крепления. Выведены формулы определяющие толщину тюбингового и бетонного.

Приведены примеры определения совместной работы и степени использования материалов обеих кольцов с проведенных рассуждений сделано выводы.

DIE BERECHNUNG UND SPANNUNGVERTEILUNGEN IN EINEM TÜBBINGS -UND BETONAUSBAU IN DENEN DIE SCHACHTRINGE MIT HILFE DER NATÜRLICHEN ADHESION DES MATERIALS VERBUNDEN SIND

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde beschrieben wann und in welchen Umstanden man den Tübbings -und Betonausbau auwenden kann, es wurde auch auf die Zweckmässigkeit der gleichmässigen Materialausnützrzung beider Ringe aufmerksam gemacht. Es wurden Formeln für die Radialen und Ringspanungen die in den Tübbings und Betonausbau stattfinden abgeleitet. Diese Formeln erlauben uns solchen technisch, wirtschaftlich begründeten ausbau in optimalen Grenzen zu projektieren. Man stellte auch Formeln für die Halbmessergrössen der Tübbings- und Betonringe dar. Ferner wurde gezeigt, wie man auf analytische und graphischer weise die Stärke der Tübbings und Betonringe bestimmen kann.

Im letzten Abschnitt sind Beispiele für Mitwirken und Ausnützungsgrad des Materials beider Ringe dargestellt. Wurden Schlussfolgerungen beigefügt.