ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Nr 79 Górnictwo z.6 1963

JERZY ANTONIAK

ODKSZTAŁCENIA I PRZEMIESZCZENIA WYKŁADZINY KOŁA PĘDNEGO KOEPE

Streszczenie. Wykładzinę koła pędnego będącą jednym z elementów pracujących w sprzężeniu ciernym liny z wykładziną, potraktowano jako materiał sprężysty anizotropowy. Dla tak pojętej wykładziny w stanie zmontowanym na kole określono zależność między przemieszczeniem stycznym i promieniowym oraz współczynniki sprężystości stycznej i promieniowej. Otrzymane wyniki teoretyczne porównano z danymi z doświadczenia i uzyskano dość dobrą zgodność. Wykazano, że stosowanie wzoru Eulera-Eytelweina prowadzi do zupełnie błędnych wyników w określeniu przemieszczeń wykładziny.

1. Wstęp

W maszynach wyciągowych pracujących w oparciu o zasadę sprzężenia ciernego ważną rolę odgrywają ruchy względne liny i wykładziny w stosunku do wieńca koła pędnego oraz ruchy względne między liną a wykładziną. Ruchy te są wynikiem sprężystości zarówno liny jak i wykładziny oraz przenoszonych sił. W wyciągach jednolinowych następstwem tych ruchów jest zużycie wykładzin. W wyciągach wielolinowych jak wykazały dociekania teoretyczne prof. dr Popowicza [1] zaznacza się silny wpływ sprężystości wykładziny na wyrównanie naciągów poszczególnych lin. Wysunął się w związku z tym problem określenia sprężystości stycznej i promieniowej wykładziny w stanie zmontowanym na kole pędnym. Niniejszy artykuł poświęcony jest temu zagadnieniu.

2. Zależność między przemieszczeniem stycznym i promieniowym wykładziny koła pędnego

Wszystkie materiały używane na wykładziny kół pędnych jak skóra, cięta taśma przenośnikowa, drewno, becorit, kautex mają w pewnym zakresie własności sprężyste, zależne od kierunku. Wyróżnionymi kierunkami dla wykładzin zmontowanych na kole będą kierunek promieniowy i obwodowy (styczny). W rozpatrywaniu odkształcenia wykładziny koła pędnego jako ciała sprężystego założono, że istnieją odpowiednie więzy, które zapobiegają ruchowi wykładziny jako bryły sztywnej, to znaczy, że nie istnieje żadna możliwość przemieszczeń poszczególnych płytek wykładziny bez ich odkształcenia. Ma to swoje uzasadnienie w tym, że na całym obwodzie koła pędnego w regularnych odstępach przyspawane są poprzeczne żebra, uniemożliwiające przesuwanie się wykładziny po kole. Boki wykładziny ściśnięte są klinami drewnianymi przykręconymi śrubami do płaszcza koła jak na rys.1. Tak więc jedynie obszar znajdujący się pod liną ma możliwość przemieszczania i odkształcania się zarówno w kierunku obwodowym jak i promieniowym. W pierwszym przybliżeniu rozpatrzono jedynie małe odkształcenia i założono, że materiał wykładziny podlega prawu Hooke'a, pominięto odkształcenia samego korpusu koła pędnego, ze względu na ich bardzo małe wartości nie mające większego wpływu na odkształcenia wykładziny.

Przyjmując oznaczenia jak na rys.2, jednostkowe odkształcenie postaciowe wyrazi się zależnością

$$\gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{x}{h-y} \qquad (1)$$

Oznaczając przez p - obciążenie styczne i przez q - obciążenie promieniowe elementu wykładziny, otrzymuje się

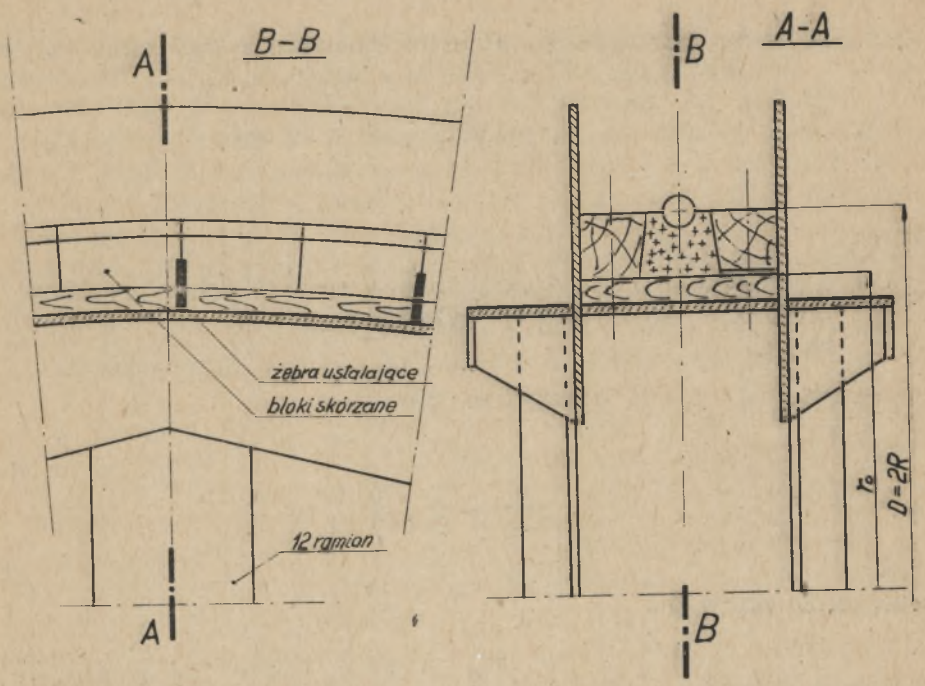
$$p = \frac{\Delta S}{b} = \frac{\Delta S}{R \cdot \Delta \varphi} \qquad (2)$$

gdzie:

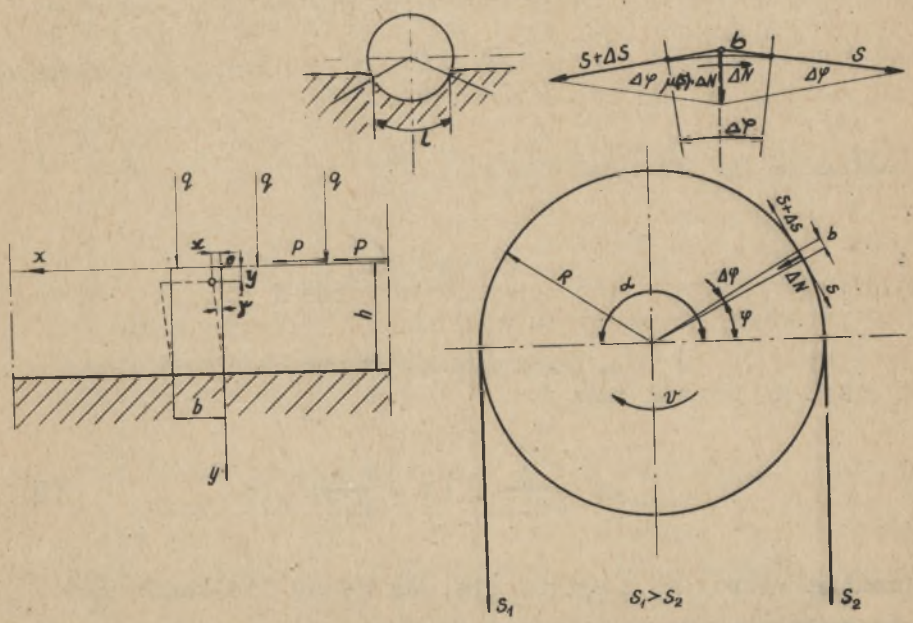
ΔS - spadek napięcia w linie na długości łuku odpowiadającej grubości płytki wykładziny b,

i

$$q = \frac{S}{R} \qquad (3)$$



Rys.1. Sposób utwierdzenia wykładziny na kole pędnym



Rys.2. Rozkład sił w cięgnie opasującym koło, deformacja płytki wykładziny po przyłożeniu sił q i p, oraz przyleganie liny do żłobka wykładziny

W związku z tym naprężenie styczne można wyrazić następująco

$$\tau = \frac{p \cdot b}{b \cdot l} = \frac{p}{l} \tag{4}$$

gdzie:

l - długość odcinka odpowiadająca części średnicy liny na której występuje przyleganie jej do wykładziny rys.2.

Wstawiając (4) w (1) otrzymuje się

$$\frac{x}{h-y} = \frac{1}{G} \cdot \frac{p}{l} \tag{5}$$

Naprężenie normalne

$$\sigma = \varepsilon \cdot E$$

$$\varepsilon = \frac{y}{h}$$

i

$$\frac{q}{l} = \frac{y}{h} \cdot E \tag{6}$$

Z równania (6) otrzymuje się

$$y = \frac{h}{E \cdot l} \cdot q \tag{7}$$

Wstawiając (7) w (5), po przekształceniach przemieszczenie styczne x wyrazi się

$$x = \frac{h}{G \cdot l} \cdot \left(1 - \frac{q}{E \cdot l}\right) \cdot p \tag{8}$$

Odnośnie wzoru (8) zauważa się, że gdyby wielkość $\frac{q}{E \cdot l}$ była mała w porównaniu z jednością to można ją zaniedbać i wówczas przemieszczenie x byłoby tylko funkcją liniowo

zależną od obciążenia stycznego p. Ułatwiłoby to znacznie doświadczalne określenie współczynnika sprężystości stycznej. Wprowadzenie do rozważań nad przemieszczeniami wykładziny w stanie zmontowanym na kole współczynników sprężystości stycznej i promieniowej, określonych doświadczalnie ma na celu uniknięcie używania niezbyt znanych wartości na E, G i l, wchodzących w wzór (8) i następne. Zmniejszy się przez to także błąd wynikający z założenia, że materiały na wykładziny jak skóra, kautex itp. podlegają prawu Hooke'a. Określając przez c_s współczynnik sprężystości stycznej i przez c_p współczynnik sprężystości promieniowej otrzymuje się

$$c_s = \frac{G \cdot l}{h} \text{ kG/cm}^2 \tag{9}$$

$$c_p = \frac{E \cdot l}{h} \text{ kG/cm}^2 \tag{10}$$

W związku z tym dla

$$\frac{q}{E \cdot l} \ll 1$$

otrzymuje się z (8)

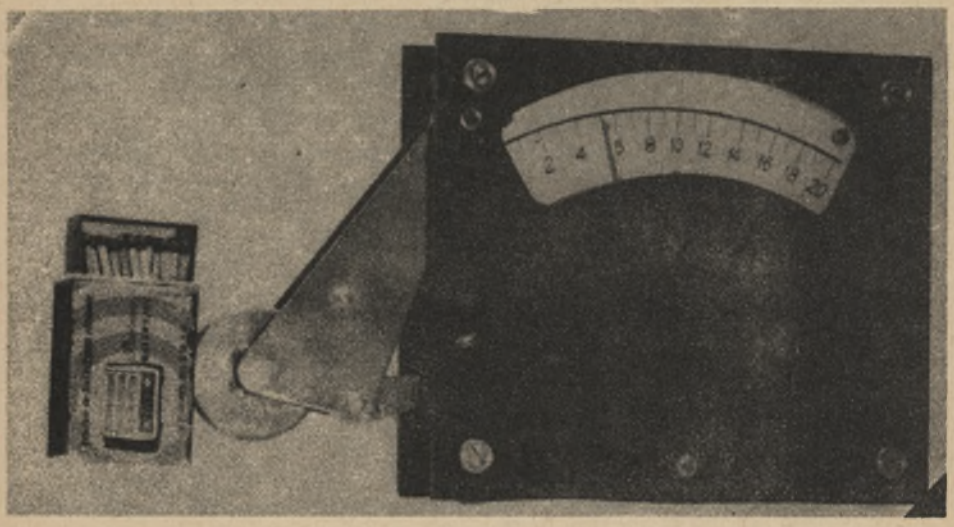
$$x = \frac{h}{G \cdot l} \cdot p = \frac{1}{c_s} \cdot p \tag{11}$$

Podobnie z (7) otrzymuje się

$$y = \frac{h}{E \cdot l} \cdot q = \frac{1}{c_p} \cdot q \tag{12}$$

Mierząc wielkość przemieszczenia x i y wykładziny jedną z metod np. mechaniczną i znając p i q, obciążenie styczne i promieniowe z wzoru (11) i (12) można określić współczynniki sprężystości stycznej i promieniowej. Jeśli założyć, że wielkości E, G i l są stałe dla danej wykładziny i liny, natomiast h zmienia się wraz z upływem czasu pracy wykładziny, to znaczy maleje na skutek wycierania jej przez linę, to

współczynniki sprężystości stycznej i promieniowej wzrastają i jednocześnie maleją odpowiadające im przemieszczenia x i y, dla tych samych sił. W związku z tym mówiąc o współczynniku sprężystości będziemy mieć na uwadze przedział jego zmienności w granicach dla h_{max} i h_{min}.



Rys.3. Czujnik mechaniczny do pomiaru bicia dna żłobka wykładziny

Na podstawie licznych pomiarów dna rowka linowego wykładzin, przeprowadzonych w czasie ruchu przy użyciu czujnika mechanicznego specjalnej konstrukcji przedstawionego na rys.3 stwierdzono, że rowek wykładziny nie jest wycierany równomiernie na całym obwodzie koła pędnego przez stalową linę, jak tego należałoby się spodziewać, lecz tworzy się krzywa zbliżona do sinusoidy. O równaniu

$$W = A \cdot \sin\left(\frac{m}{2} \cdot \beta\right) \qquad (13)$$

gdzie:

m - ilość ramion koła pędnego, a w przypadku dodatkowych usztywnień poprzecznych, suma ramion i usztywnień,

A - amplituda, mm,

β - kąt środkowy zawarty w przedziale $0 \leq \beta \leq 2\pi$, którego wartość początkową należy liczyć od symetralnej cięciwy łuku koła zawartej między usztywnieniami poprzecznymi płaszcza koła pędnego.

Na wykładzinach pracujących kilkanaście miesięcy obserwowano amplitudy dochodzące do 10 mm, których wzrost związany był z ilością pracy użytecznej wykonanej przez urządzenie wyciągowe i przypadającej na daną wykładzinę. Krzywa ta nie posiada jednak przebiegu zbyt regularnego, a zaburzenia spowodowane są nadmiernym miejscowym wycieraniem wykładziny wskutek nagłych hamowań, poślizgów liny itp. Tak więc wysokość wykładziny i związane z nią współczynniki sprężystości są zmienne wzdłuż obwodu koła pędnego.

Z założeń przedstawionych początkowo wynika, że p - obciążenie styczne wykładziny zależy od gradientu S, to znaczy czym większy jest gradient S to tym większe jest p. Odnośnie więc wzoru (8) można stwierdzić, że w przypadku gdy

$$q = \text{const}$$

i

$$S = \text{const}$$

jest przemieszczenie styczne $x = 0$, dzieje się tak dlatego, że

$$\Delta S = 0$$

wobec tego $p = 0$ i zgodnie z (8) $x = 0$.

Tak więc przemieszczenie styczne wykładziny staje się możliwe tylko wtedy, gdy jest $q \neq \text{const}$ na odcinku łuku przylegania liny do wykładziny. Ugięcia promieniowe y występują natomiast i przy $q = \text{const}$. Jako dalszy wniosek można wysunąć tezę o możliwości analizowania rozkładu nacisków na wykładzinę na podstawie znajomości wielkości x i y, to znaczy p i q - które to wielkości powiązane są ze sobą.

Jeśli założyć ciągłość funkcji, to

$$dS = R \cdot dq$$

i

$$p = \frac{dq}{d\varphi} \tag{14}$$

Słuszność wzoru (14) z rozważaniami przeprowadzonymi odnośnie wzoru (8) jest oczywista, gdyż dla

$$q = \text{const}$$

jest $dq = 0$ i zgodnie z (14)

$$p = 0$$

Jeśli zróżniczkować zależność podaną w (12)

$$dq = c_p \cdot dy$$

i wprowadzić do wzoru (14), to otrzymuje się

$$p = c_p \cdot \frac{dy}{d\varphi} \tag{15}$$

Wstawiając zależność (12) i (15) w (8) otrzymuje się

$$x = \frac{c_p}{c_s} \cdot \frac{dy}{d\varphi} \cdot \left(1 - \frac{y}{h}\right) \tag{16}$$

Oznaczając przez k stosunek sprężystości promieniowej do stycznej

$$k = \frac{c_p}{c_s} = \frac{E}{G}$$

i wprowadzając to oznaczenie do wzoru (16) otrzymuje się

$$x = k \cdot \frac{dy}{d\varphi} \cdot \left(1 - \frac{y}{h}\right) \tag{16a}$$

Równanie (16) i (16a) podaje zależność między przemieszczeniem stycznym i promieniowym w postaci różniczkowej.

3. Wykładzina jako pręt kołowy słabo zakrzywiony na podłożu ortotropowym

Do określenia przemieszczeń stycznych i promieniowych można dojść na drodze innej np. zakładając, że wykładzina z płytek stanowi pręt na podłożu o podatności sprężysto liniowej w kierunku promieniowym i obwodowym. Podłoże to charakteryzuje się stałymi k_1 i k_2. Naprężenie styczne dla tak pojętego pręta można obliczyć następująco [2]

$$\tau = \frac{x \cdot k_2}{l} \tag{17}$$

Stałą k_2 charakteryzującą rodzaj podłoża w kierunku obwodowym wyprowadzono przy założeniu, że brzeg tarczy obciążony jest obciążeniem ciągłym o wartości stałej na całym obwodzie, wobec tego przytaczając wynik końcowy za [2]

$$k_2 = \frac{2 \cdot G \cdot r_o^2 \cdot l}{R \cdot (R^2 - r_o^2)} \tag{18}$$

gdzie:

R - promień koła pędnego wg rys.1,

r_o - promień koła, które jest miejscem utwierdzenia wykładziny na kole pędnym wg rys.1 i w miejscu tym przemieszczenia styczne $x = 0$.

Jeśli uwzględnić, że dla kół pędnych o dużym promieniu jest w przybliżeniu

$$r_o \cong R$$

i

$$R - r_o = h$$

to wyrażenie (18) upraszcza się następująco

$$k_2 = \frac{G \cdot l}{h} = c_s \tag{19}$$

Mając określoną stałą charakteryzującą rodzaj podłoża, zgodnie z założeniem o podatności sprężysto liniowej podłoża, przemieszczenie styczne

$$x = \frac{p}{k_2} = \frac{1}{c_s} \cdot p$$

Równanie to różni się nieco od równania przedstawionego poprzednio (8) o wartość drugiego człona równania (8) wyrażającego nieliniową zależność między przemieszczeniem stycznym x a obciążeniem stycznym. Drugi człon równania (8) można interpretować działaniem ograniczającym przemieszczenia styczne x przez opór sąsiednich płytek wykładziny, który rośnie z postępem geometrycznym. I tak siła r wywieraną przez płytkę odkształconą na sąsiednią płytkę rozdziela się na część z, która wywołuje przegięcia x oraz f, siłę która spowoduje proporcjonalny zgniot płytki $b-b'$ i przenosi się na następną płytkę. A zatem dla n-tej płytki będzie

$$z_n + f_n = r_n$$

i (20)

$$z_n = (1-a) \cdot r_n$$

$$f_n = a \cdot r_n$$

dla $n+1$ płytki

$$z_{n+1} + f_{n+1} = f_n \qquad (21)$$

gdzie:

$a < 1$, ułamek właściwy, którego wartość zależy od rodzaju materiału wykładziny, sposobu mocowania itp.

W związku z tym

$$z_n = (1-a) \cdot a^{n-1} \cdot r_1 \qquad (22)$$

$$f_n = a^n \cdot r_1 \qquad (23)$$

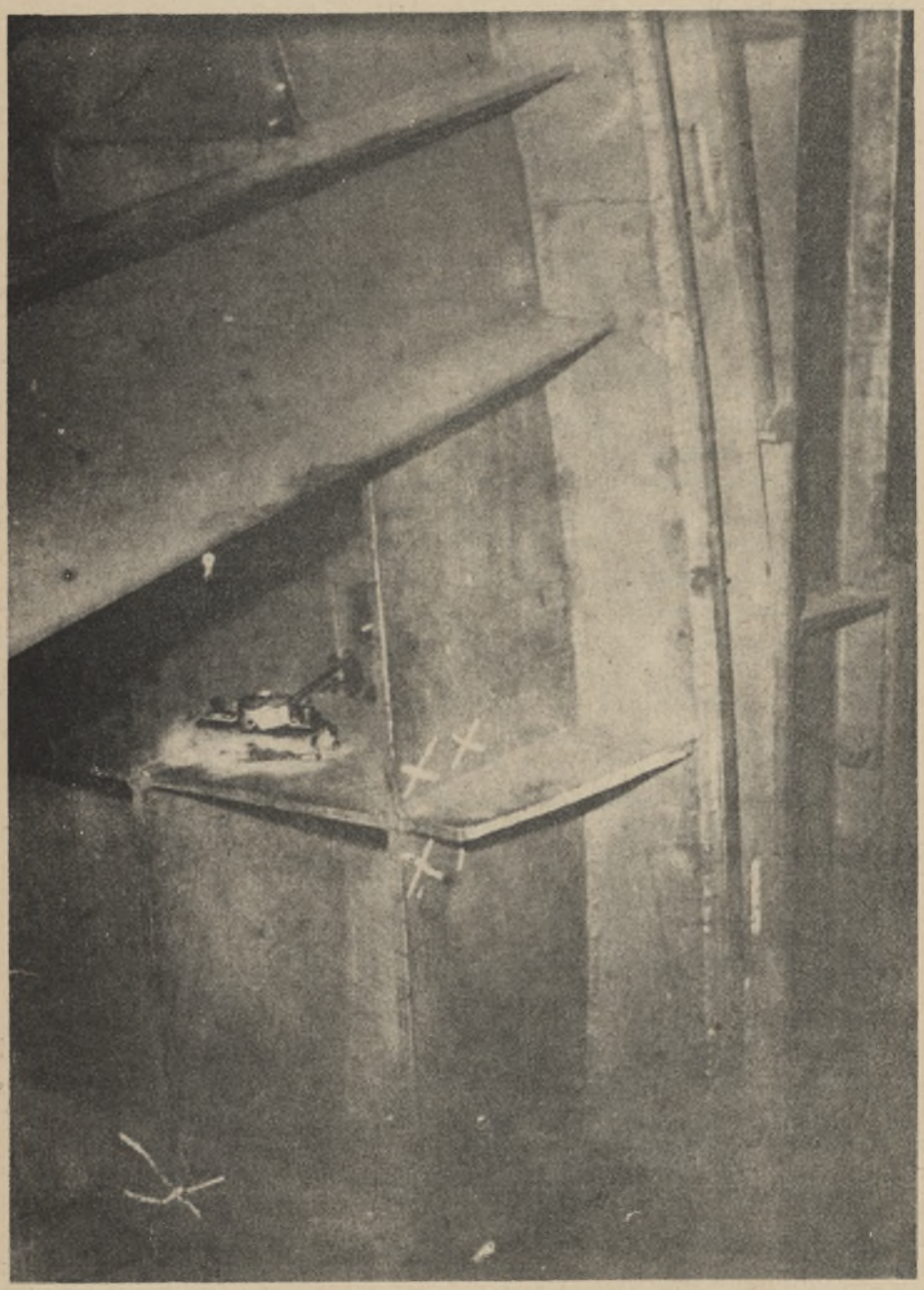
i

$$b-b' = \text{const} \cdot a^{n-1} \cdot r_1 \qquad (24)$$

Najwyraźniej zależności te występują na obwodzie koła pędnego w miejscu na krótko przed wejściem wykładziny pod linę o największym naciągu. W miejscu zetknięcia się wykładziny z nabiegającą liną o naciągu S_1 następuje gwałtowny wzrost przegięcia płytki wykładziny i siła r wywierana przez tę pierwszą płytkę odkształconą na sąsiednie mające dopiero wejść w kontakt z liną jest znaczna. Wobec tego ilość płytek wykładziny n jeszcze nieobciążonej liną, które doznają przegięcia o kierunku przeciwnym do kierunku obrotu koła będzie dość znaczna i łatwa do pomierzenia. Ze wzrostem ilości obrotów koła pędnego na jednostkę czasu przegięcia styczne wykładziny dokonane na łuku opasania nie są w stanie powrócić do normalnego położenia na wolnym od opasania łuku ze względu na brak czasu i potrzebnej siły. A zatem wystąpi zjawisko mocniejszego za każdym obrotem koła przeginania obwodowego płytek i zmiana własności sprężystych wykładziny.

4. Sprawdzenie otrzymanych wyników teoretycznych na drodze pomiaru

Pomiary mające na celu sprawdzenie wniosków teoretycznych przeprowadzono na wykładzinach kół pędnych będących w ruchu. Użyto do tego celu dwóch metod. Jednej mechanicznej przy pomocy czujników zegarowych a drugiej rentgenograficznej. W pierwszej metodzie badania sprężystości promieniowej przeprowadzono w ten sposób, że czujniki zegarowe mocowano wewnątrz koła pędnego jak na rys.4, w kole przewiercano promieniowo od środka otwory o średnicy 5 mm przechodzące na wylot wykładziny. Od strony liny zabezpieczano otwór cieniutką blaszką. W otwory te wchodziły trzpienie miernicze czujników, które dotykały blaszki zakrywającej otwór. Ugięcia promienio-



Rys.4. Zamocowanie czujnika zegarowego na kole pędnym w czasie pomiaru ugięć promieniowych wykładziny

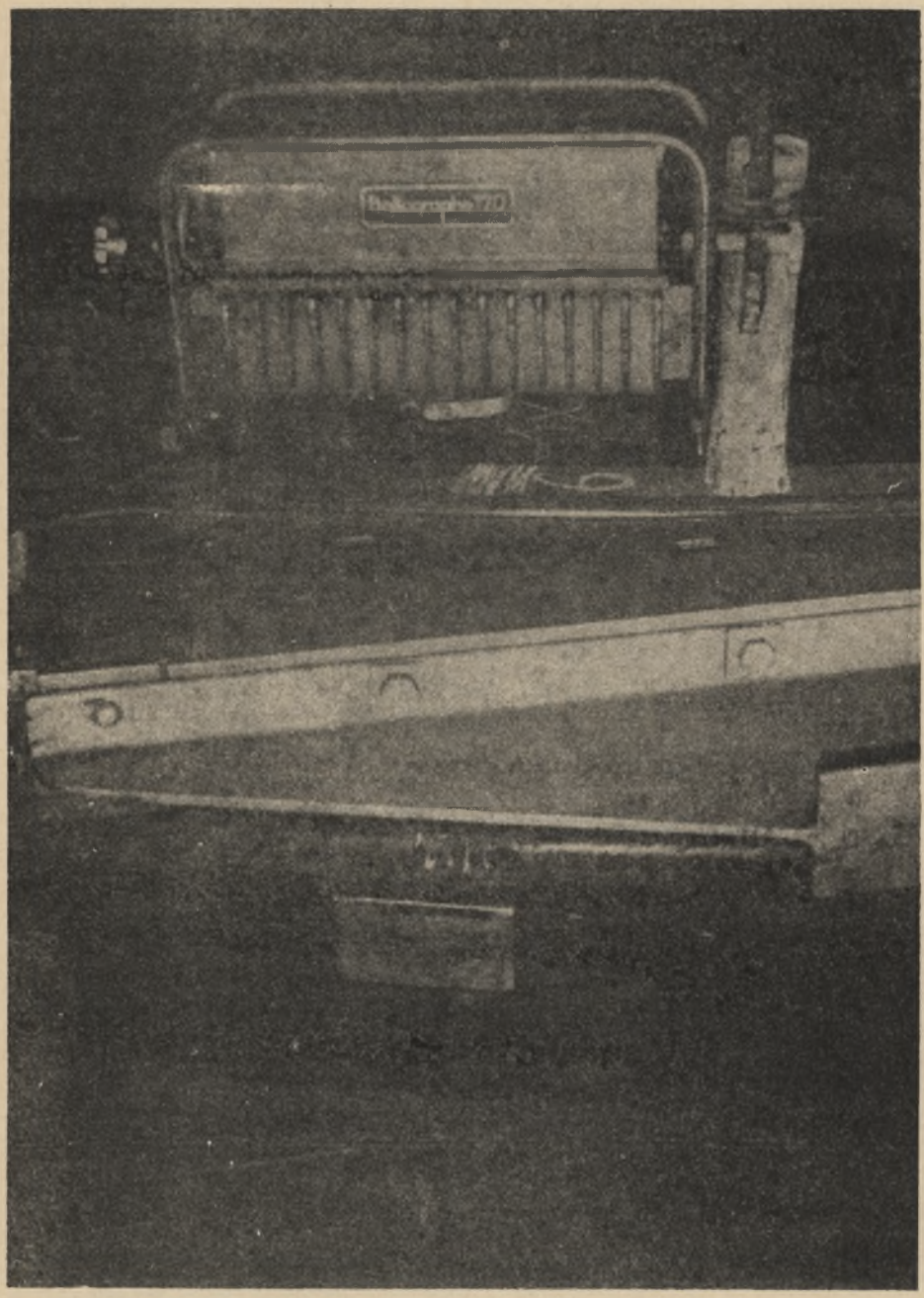
Rys.5. Zamocowanie czujników zegarowych do pomiaru przegięć stycznych wykładziny

we mierzono bezpośrednio w czasie ruchu maszyny a przy zwolnionych obrotach koła pędnego obserwator umieszczony wewnątrz koła prowadził ciągłą obserwację wskazań czujnika.

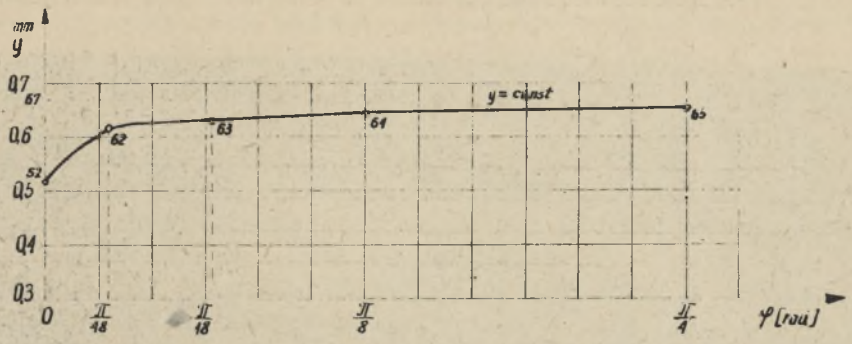
Badania sprężystości w kierunku obwodowym prowadzono również przy użyciu czujników zegarowych umocowanych jak na rys.5, po 3 obok siebie na nieprzesuwnych klinach drewnianych mocujących wykładzinę. Trzpienie miernicze czujników dotykały specjalnie wykształconych wskazówek z blachy stalowej. Wskazówki te o różnej długości wsunięte były w wykładzinę a samą wykładzinę odpowiednio nacinano aby zapewnić swobodę ruchu wskazówek. Obserwatorzy jednocześnie podawali odczyty z czujników mierzących ugięcia promieniowe i przegięcia styczne, po przejechaniu przez koło pędne określonego kąta. Metoda rentgenograficzna polegała na prześwietlaniu wykładziny koła pędnego przy użyciu aparatu rentgenowskiego typu "Baltographe 120". Aparat przymocowano w ten sposób, że mógł się obracać razem z kołem pędnym co przedstawia rys.6 i w ten sposób nie zmieniać swojego położenia względem korpusu koła i kliszy. Do wykładziny wciśnięto kulki ołowiane o zróżnicowanej średnicy. Najmniejsze były średnicy 1,5mm. Klisza wkładana była w wycięcie wykonane w bocznym klinie drewnianym, znajdującym się z przeciwnej strony wykładziny w stosunku do aparatu. Tuż przed kliszą w klinie drewnianym umiejscowione były trzy kulki ołowiane w celu dokładnego, stałego orientowania położenia kliszy.

Posługując się wynikami otrzymanymi z pomiarów przedstawiono zależność wyrażoną wzorem (16) w postaci wykreślnej. I tak najpierw na rys.7 wykreślono zależność ugięcia promieniowego y od kąta opasania φ, mierzonego odwrotnie do kierunku ruchu koła. Po zróżniczkowaniu wykreślnym tej krzywej otrzymano nową krzywą w układzie współrzędnych $dy/d\varphi$ i φ rys.8. Następnie na rys.8 znając wysokość wykładziny h pod liną, wykreślono nową krzywą w układzie współrzędnych $\frac{dy}{d\varphi}(1-\frac{y}{h})$ i φ. W rzeczywistości obie krzywe z rys.8 pokrywają się, a to z powodu małej wartości stosunku $\frac{y}{h} = \frac{0,61}{65} \ll 1$. Na rys.9 wykreślono zależność między przemieszczeniem stycznym x i kątem φ, na podstawie wzoru (16). Na rys.10 przedstawiono analogiczną zależność między x i φ, będącą wynikiem pomiaru. Wykresy te sporządzono na podstawie pomiarów przeprowadzonych metodą mechaniczną na wykładzinie skórzano-gumowej koła pędnego szybu "Fortuna III" kopalni "Klecfag".

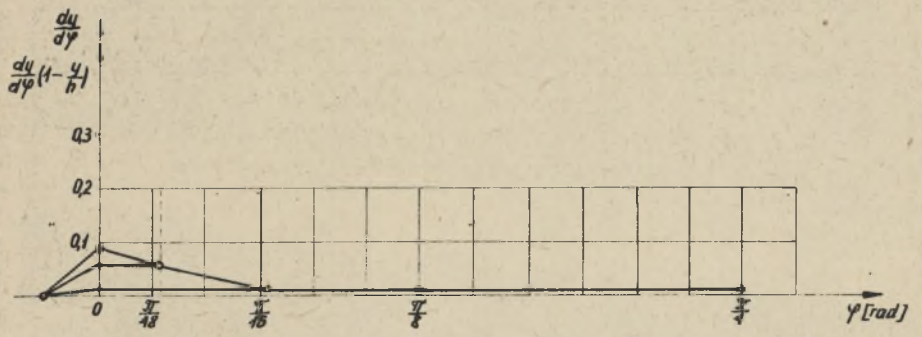
Porównując wykresy na rys.9 i 10 można wykazać dość duże, bliskie pokrewieństwo przebiegu obu krzywych. W tym celu



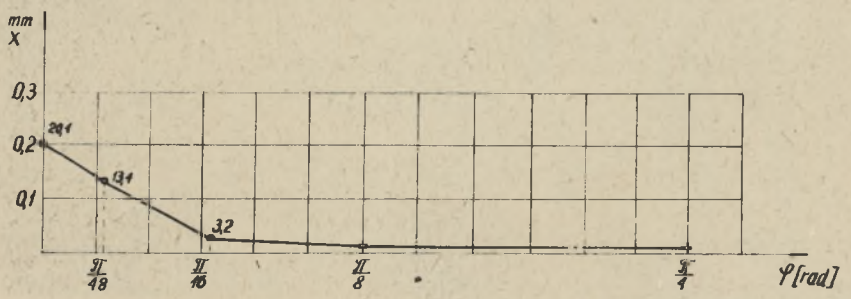
Rys.6. Pomiar przemieszczeń wykładziny koła pędnego przy użyciu aparatu rentgenowskiego "Baltographe 120"



Rys.7. Wykres ugięcia promieniowego wykładziny skórzano-gumowej w zależności od kąta φ, otrzymany na podstawie pomiaru

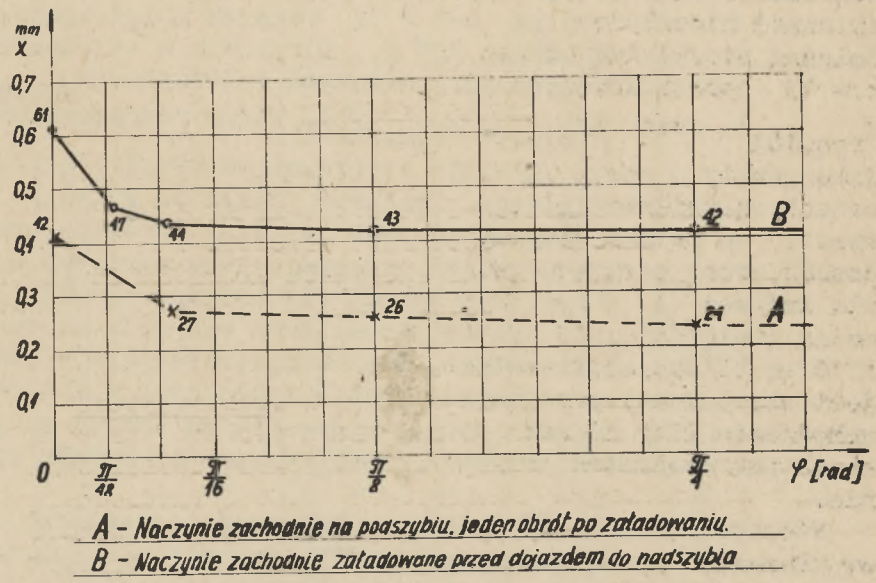


Rys.8. Wykres otrzymany po zróżniczkowaniu wykreślnym krzywej z rys.7

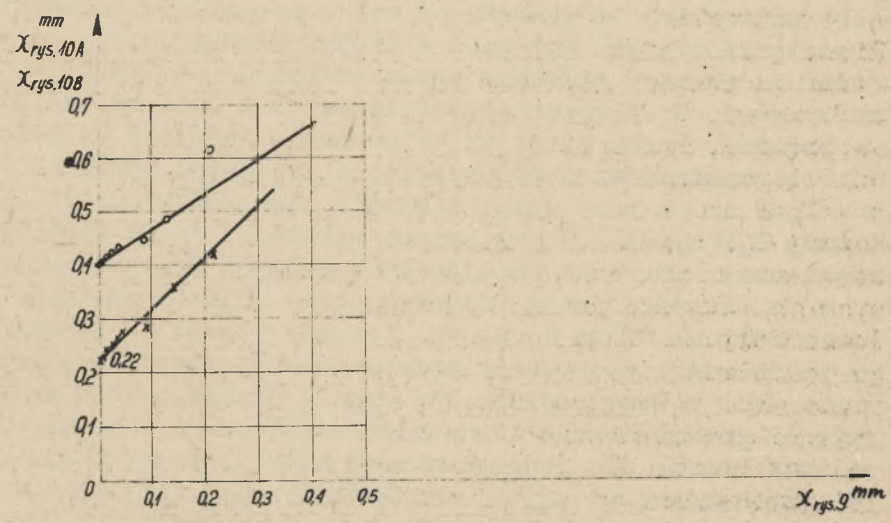


Rys.9. Wykres krzywej otrzymanej na podstawie równania

$$k \cdot \frac{dy}{d\varphi} \cdot \left(1 - \frac{y}{h}\right)$$



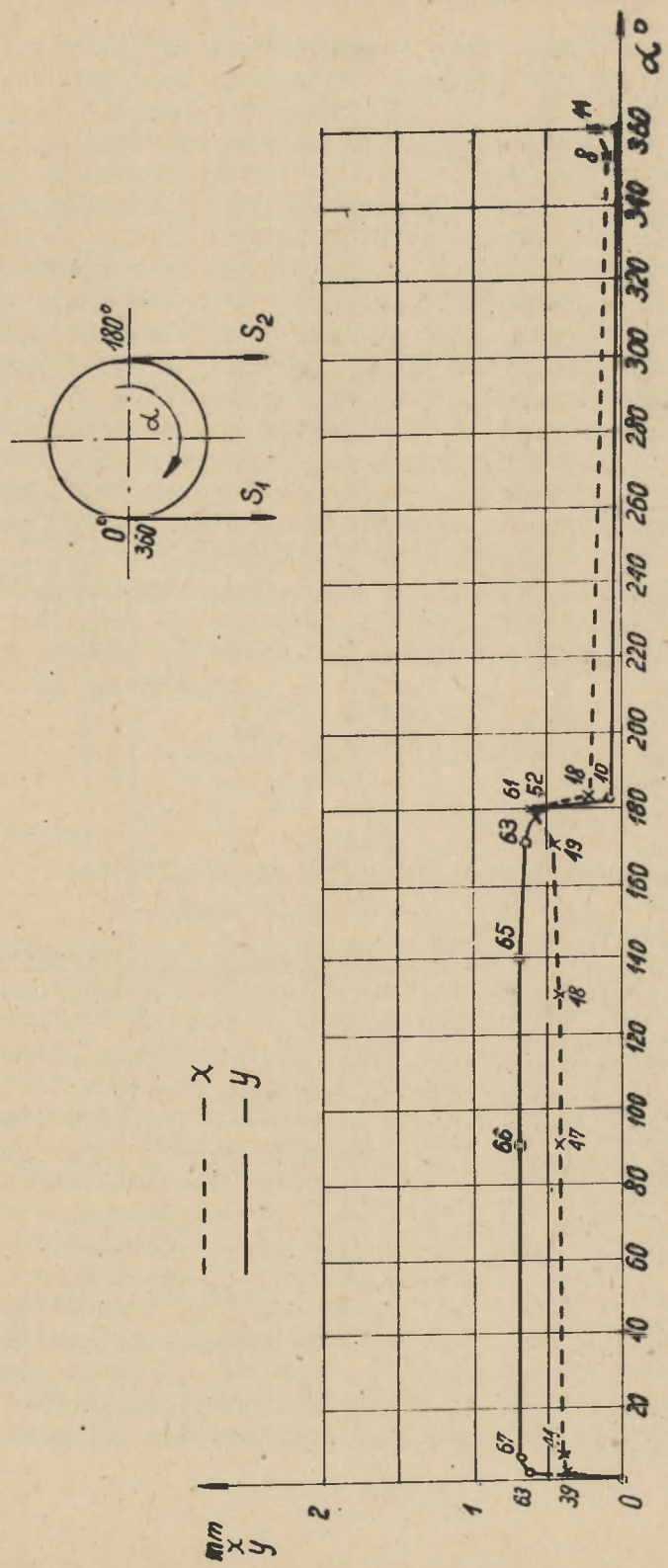
Rys.10. Wykres zależności przegięcia stycznego x od kąta φ, otrzymany na podstawie pomiarów równoczesnych z pomiarami ugięcia promieniowego przedstawionych na rys.7



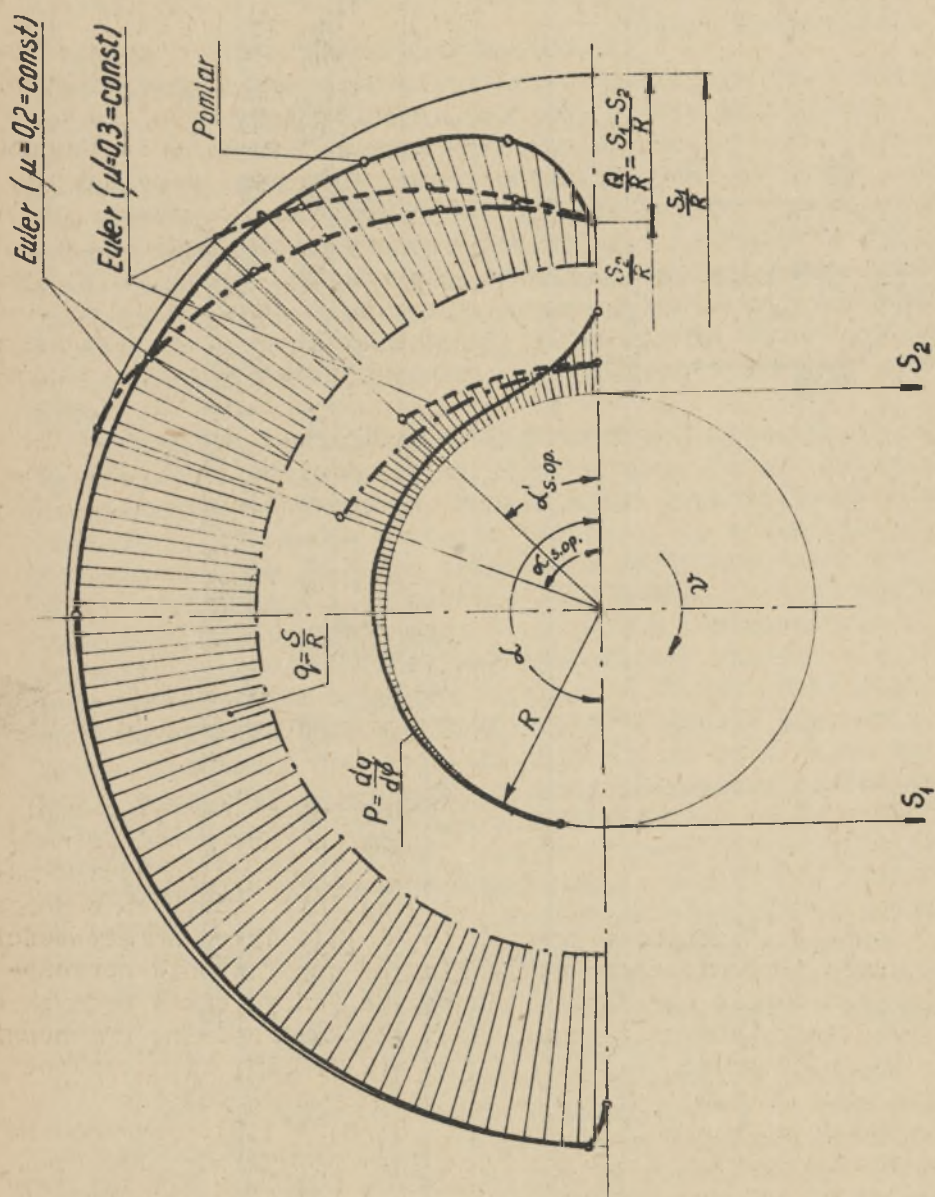
Rys.11. Podobieństwo krzywych z rys.9 i 10

podzielono dla każdej krzywej z rys.9 i 10, przedział zmiennej niezależnej na $n-1 = 12$ równych przedziałów. Zmienną niezależną obrano kąt φ. Otrzymano w ten sposób $n = 13$ uporządkowanych par zmiennych zależnych ($x_{rys.9}$, $x_{rys.10A}$) oraz ($x_{rys.9}$, $x_{rys.10B}$), które przedstawiono jako punkty w nowym układzie prostokątnym rys.11, gdzie na osiach są zmienne zależne. Ponieważ punkty na wykresie rys.11 są blisko ułożone do średniej linii prostej przechodzącej przez początek układu przesunięty do wartości 0,22 dla krzywej A z rys.10 i do 0,4 dla krzywej B z rys.10, można stwierdzić, że krzywe pierwotne z wykresów na rys.9 i 10 są blisko spokrewnione. Przesunięcie początków układów jest spowodowane przegięciem płytek wykładziny w miejscu wchodzenia liny na koło pędne, które nie ma wpływu na porównanie pokrewieństwa krzywych, dotyczących tylko łuku opasania.

Niezupełną zgodność przebiegu krzywych pierwotnych należy tłumaczyć opóźnieniem sprężystym oraz uproszczeniami poczynionymi w założeniach. Pewien wpływ posiada także błąd pomiaru. Stwierdzono w czasie pomiarów, że wykładzina koła pędnego pracuje na całym obwodzie a najintensywniej w miejscach nachodzenia i schodzenia liny z koła. W tych miejscach występują największe zmiany w ugięciach promieniowych i przegięciach stycznych płytek wykładziny. Okazało się, że przegięcia płytek były tym większe im dłużej trwał ruch oraz im większa była szybkość ruchu. W czasie przejścia przez nieopasaną część obwodu koła nie ma dość czasu ani siły potrzebnej do powrotu płytek w początkowe położenie. Przegięcia styczne mierzone w środku żłobka rosły w miarę ruchu do pewnego maksimum przedstawionego na rys.10 w postaci krzywej B z górną wartością na $x = 0,61$ mm. Natomiast na początku ruchu zaraz po załadowaniu naczynia na podszybiu odpowiednia wartość przegięcia stycznego wynosiła $x = 0,42$ mm a sama jazda odbywała się bardzo powoli z szybkością 0,5 m/sek. Dla większych szybkości jazdy i obciążeń użytecznych mierzona różnica maksymalnych przegięć stycznych na długości jazdy odpowiadającej różnicy poziomów H dochodziła do 10 mm i więcej. Zupełny powrót do początkowego położenia i wychylenia przeciwne występowały dopiero w ruchu koła w drugą stronę. Na rys.12 przedstawiono zmianę ugięcia promieniowego i przegięcia stycznego w zależności od kąta obrotu dla jednego obrotu koła pędnego. O ile ugięcie promieniowe po wyjściu wykładziny spod liny szybko wraca do położenia zerowego jakie było przed wejściem pod linę



Rys.12. Wykres zależności x i y od kąta obrotu koła α, otrzymany na podstawie pomiarów metodą mechaniczną. Wykładzina skórzano-gumowa



Rys.13. Rozkład obciążeń promieniowych i stycznych na kole pędnym otrzymany na podstawie pomiarów oraz wyliczonych z wzoru Eulera-Eytelweina

(przy małych szybkościach jazdy naczynia) to przegięcie płytek najpierw dość szybko maleje, aby na krótko przed ponownym wejściem wykładziny pod linę odchylić się mocniej. Wyniki pomiaru potwierdzają ujęty poprzednio rachunkowo wniosek, o malejących z postępem geometrycznym siłach działających na kolejne płytki wykładziny. Dane te otrzymano w czasie pomiaru metodą mechaniczną wykładziny skórzano-gumowej i koła pędnego w ruchu. Na rys.13 przedstawiono odpowiadające tym przemieszczeniom obciążenia promieniowe i styczne na długości jednego łuku opasania. Można więc stwierdzić, że aktywny łuk opasania zaczyna się krótko po wejściu liny o napięciu S_1 na wykładzinę. Jednakże początkowy spadek napięcia w linie jest bardzo minimalny i rzadko przekracza 10% końcowego. Ten stan utrzymuje się przez około 160° i dopiero na ostatnich 20° następuje gwałtowny spadek napięcia aż do końcowego S_2. W tym też miejscu występują największe przegięcia styczne płytek wykładziny i odpowiadające im obciążenia styczne. Równocześnie gwałtownie maleją ugięcia promieniowe i odpowiadające im obciążenie promieniowe. Obciążenia promieniowe i styczne są powiązane wzajemnie za pośrednictwem współczynnika sprzężenia

$$p = \mu(S) \cdot q \qquad (25)$$

gdzie:

(S) - oznacza, że współczynnik sprzężenia zależy od naciągu liny S.

Ponieważ jak stwierdzono p wzrasta, q maleje więc musi nastąpić wzrost współczynnika sprzężenia, który osiąga największą wartość w miejscu schodzenia liny o najmniejszym naciągu z wykładziny. Co jest zgodne w ogólnych zarysach z wnioskami przedstawionymi w pracach [3] i [4]. Wpływ sprężystości stycznej i promieniowej wykładziny na współczynnik sprzężenia jest bardzo wyraźny. I tak np. na jednym z kół pędnych o wykładzinie skórzanej przetykanej płytkami z taśmy przenośnikowej, naciągu S_1 = 30200 kG, S_2 = 22700 kG, lina stalowa trójkątnosplotowa d_1 = 56 mm, średnicy koła pędnego D = 6000 mm, H = 583 m, stosunku S_1/S_2 = 1,34, obserwowano nieznaczne poślizgi niesprężyste liny po wykładzinie. Poślizg ten zarówno według Eulera jak i rozważań Hajduka [4] nie powinien wystąpić. Okazało się tymczasem, że wykładzina była bardzo mocno ściśnięta na obwodzie koła pędnego i współczynniki sprężystości były znacznie większe od średnich war-

tości dla tego typu wykładzin. Wartości współczynników wynosiły $c_p = 1500$ kG/cm^2 i $c_s = 900$ kG/cm^2 wobec tego ugięcia promieniowe i przegięcia styczne płytek wykładziny były odpowiednio niecałe trzy i około cztery razy mniejsze niż przeciętne dla wykładzin z tego samego materiału. Tak więc wykładzina skórzano-gumowa "upodobniła się" do wykładziny drewnianej, co w rezultacie spowodowało zmniejszenie się osiąganego współczynnika sprzężenia między liną a wykładziną dla tego koła.

Jeśli równanie (25) odpowiednio przekształcić to otrzyma się

$$\frac{c_s}{c_p} \cdot \frac{x}{y} = \mu(S) \qquad (25a)$$

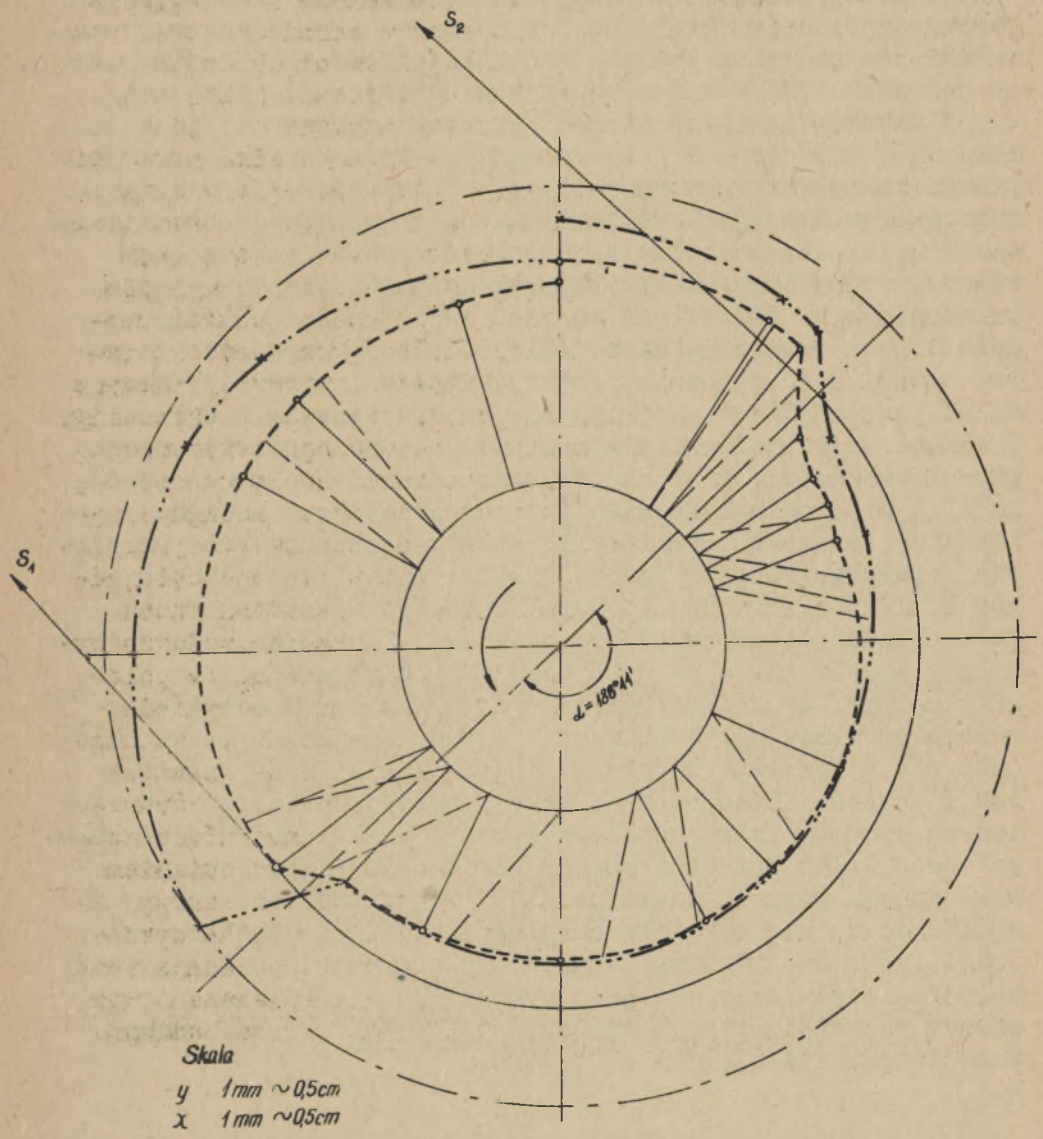
Stosunek c_s/c_p dla danego sposobu zamocowania wykładziny na kole pędnym i materiału jest w zasadzie stały. Stałość współczynnika sprzężenia $\mu(S)$ = const pociągałaby za sobą konieczność stałości stosunku przegięć stycznych do ugięć promieniowych na całym łuku opasania. Natomiast szybkości pełzania liny musiałaby odpowiadać taka sama szybkość przeginania się płytek wykładziny, a więc nie byłoby ruchów względnych między liną i wykładziną. Przypadek ten jest teoretycznie możliwym, co wykazał prof. dr Popowicz [1]. Jednakże tego rodzaju stan rzeczy na kołach pędnych będących w ruchu nie zachodzi. Znacząc np. równocześnie linę i wykładzinę w miejscu rozpoczęcia się łuku opasania, po obrocie koła o kąt odpowiadający kątowi opasania (około 180°) stwierdza się, że punkt na linie odsunął się od punktu na wykładzinie w kierunku przeciwnym do obrotu koła. Tak więc przegięcia styczne nie nadążają za pełzaniem liny, chociaż odchylają się w tym samym kierunku. Odsunięcia wzrastają ze wzrostem współczynnika sprężystości stycznej i maleją przy wzroście współczynnika sprężystości promieniowej. Jakiekolwiek ograniczenie sprężystości obwodowej wykładziny (miękkiej) powoduje wzrost współczynnika sprężystości stycznej i jednoczesny spadek osiąganego współczynnika sprzężenia, co jest zjawiskiem bardzo niekorzystnym przy wszelkiego rodzaju przeciążeniach. Należy tutaj zaznaczyć, że współczynnik sprzężenia liny stalowej z wykładziną koła pędnego zależy od prędkości względnej liny w stosunku do wykładziny a nie od szybkości pełzania liny.

Na rys.14 przedstawiono ugięcia promieniowe i przegięcia styczne wykładziny skórzanej, otrzymane w czasie postoju załadowanego naczynia (skipu) w odległości dwóch obrotów koła od podszybia. Metoda pomiaru rentgenograficzna. Skuteczna część łuku opasania na której przyrosty naciągu w linie dS równoważy siła tarcia $\mu(S).q.R.d\varphi$ a która to siła powoduje przegięcia płytek występuje tutaj po stronie wejścia liny o największym naciągu i w tym też miejscu występują odkształcenia liny i przesunięcia jej przekrojów. W tej części łuku opasania odchylają się płytki wykładziny i doznają ugięcia promieniowego. Odchylenie to jest największe w punkcie wejścia liny i następnie nieco maleje. Dalej przegięcie na dużej części łuku opasania pozostaje stałe i wyraźniej zaczyna maleć przy zbliżaniu się liny do punktu zejścia z wykładziny. W czasie ruchu podnoszenia naczynia obciążonego stwierdzono przeniesienie się łuku skutecznego opasania na drugą stronę koła, w miejsce schodzenia liny o najmniejszym naciągu z wykładziny, któremu towarzyszyło stałe zwiększanie się przegięcia stycznego zobrazowane na rys.12. Wzrost ten nie był jednak linijny w stosunku do kąta liczonego w kierunku ruchu koła. Pomiary przeprowadzone na kilkunastu kołach pędnych wykazały i odstępstwa od tych rozważań. Niezgodności te polegały na tym, że zmiany ugięcia promieniowego i przegięcia stycznego wykazywały zaburzenia w tych miejscach gdzie należało się spodziewać wartości stałych tak na łuku opasania jak i w części nieopasanej. Należy przypuszczać, że zaburzenia te wywoływane są poluzowaniem się wykładziny wzdłuż całego obwodu, lub też zbyt mocnym miejscowym unieruchomieniem wykładziny. Drgania wzdłużne liny, jej nieznaczne obroty na wykładzinie, niejednolite przyleganie liny do żłobka wykładziny, jakość użytego smaru itp. czynniki posiadają duży wpływ na ruchy liny względem wykładziny i na związane z tym przede wszystkim przegięcia styczne płytek. Dalsze badania zachodzących tu zjawisk są w toku.

5. Porównanie otrzymanych wyników z wynikami otrzymanymi przy zastosowaniu wzoru Eulera-Eytelweina

Jak wiadomo przy nierównomiernym obciążeniu liny po obu stronach koła pędnego sprzężenie cierne wynika ze statycznego warunku równowagi sił

$$p = \mu \cdot q$$



Rys. 14. Wykres przemieszczeń x i y wzdłuż kąta opasania α, otrzymany na podstawie pomiarów metodą rentgenograficzną. Koło pędne w spoczynku i wykładzina skórzana

Skąd dla μ = const wynika

$$q = \frac{S_2}{R} \cdot e^{\mu\varphi} \tag{26}$$

$$p = \mu \cdot \frac{S_2}{R} \cdot e^{\mu\varphi} \tag{27}$$

Podstawiając do równania (8) zależności (26) i (27), dla h, l, E, G, R, S_2, μ = const, otrzymuje się

$$x = f(\varphi)$$

w postaci

$$x = \frac{h \cdot S_2 \cdot \mu}{G \cdot l \cdot R} \cdot e^{\mu\varphi} \cdot \left(1 - \frac{S_2 \cdot e^{\mu\varphi}}{E \cdot l \cdot R}\right) \tag{28}$$

Wartość przemieszczenia x na wyjściu wykładziny spod liny, po stronie S_2 otrzymuje się z równania (28) dla $\varphi = 0$. Po wprowadzeniu współczynników sprężystości stycznej i promieniowej oraz po przekształceniach, otrzymuje się

$$x_{\varphi=0} = \frac{S_2 \cdot \mu}{c_s \cdot R} \cdot \left(1 - \frac{S_2}{c_p \cdot R \cdot h}\right) \tag{29}$$

Wartość przemieszczenia x w miejscu rozpoczęcia się skutecznego łuku opasania otrzymuje się dla

$$\varphi = \alpha_{s.op.} = \frac{1}{\mu} \cdot \ln \frac{S_1}{S_2}$$

i

$$x_{\varphi=\alpha_{s.op.}} = \frac{S_2 \cdot \mu}{c_s \cdot R} \cdot e^{\mu\alpha_{s.op.}} \left(1 - \frac{S_2 \cdot e^{\mu\alpha_{s.op.}}}{c_p \cdot R \cdot h}\right) \tag{30}$$