

DIE BAUTECHNIK

19. Jahrgang

BERLIN, 28. Februar 1941

Heft 9

Alle Rechte vorbehalten.

Wahl der Bauweise für Eisenbahndeckbrücken mit beschränkter Bauhöhe.

(Gegenüberstellung der Plattentragwerke aus Stahlträgern in Beton, Eisenbeton und Stahl, Vorschläge für die Abänderung der einschlägigen Vorschriften.)

Von Regierungsbaurat Rudolf Bühner, Berlin.

Für den Bau von Eisenbahn- und Straßenbrücken ist seit vielen Jahren die Bauweise mit einbetonierten Stahlträgern mit Vorliebe angewendet worden. Die dieser Bauweise nachgesagten Vorteile ließen den großen Nachteil, der in dem sehr hohen Stahlbedarf liegt, in Kauf nehmen. Das heute geltende Bestreben, Stahl zu sparen, führte dazu, die Anwendung der Stahlträger in Beton zu unterbinden und, wo es irgendwie geht, andere Bauweisen zu wählen. Im folgenden soll an Hand der bisherigen Erfahrungen und Versuchsergebnisse besprochen werden, welche Möglichkeiten für den Bau von Eisenbahndeckbrücken aus Platten mit Stützweiten bis etwa 15 m in Frage kommen.

1. Überbauten aus Stahlträgern in Beton.

Im Vergleich zur Eisenbetonbauweise werden bei Brückenplatten aus einbetonierten Stahlträgern folgende Vorteile genannt:

- einfache Herstellung,
- Herstellung ohne Lehrgerüst,
- Erzielung einer niederen Bauhöhe.

Gegenüber den Stahlbauwerken kommt als Vorteil der Wegfall der rost-schützenden Anstriche hinzu.

Bei Platten aus Stahlträgern in Beton mit der geforderten Querbewehrung muß aber bei der Herstellung annähernd dieselbe Sorgfalt wie bei der Eisenbetonbauweise aufgewendet werden, zumal dem Beton die Aufgabe des Rostschutzes zukommt, die einwandfrei durchzuführen hier weit schwieriger ist als bei Eisenbeton.

Als Vorteil verbleibt sicher die Möglichkeit, daß man den Überbau ohne Lehrgerüst herstellen kann (aufgehängte Schalung). Bei Eisenbahnbrücken ist es nicht immer möglich, die Überbauten aus Eisenbeton während des Betriebes herzustellen, da selbst eine Schalung auf Unterlehtträgern oft eine unerträgliche Einschränkung des Lichtraumes zur Folge hätte. Zum anderen verbleibt noch der Vorteil gegenüber Eisenbetonbauweisen, daß man mit einer sehr kleinen Bauhöhe auskommen kann. Zum Vergleich mit der reinen Stahlbauweise wird in Abschnitt 3 noch einiges gesagt werden.

Um nun in den Fällen, bei denen auf die Bauweise mit Stahlträgern in Beton zurückgegriffen werden muß, mit einem geringeren Stahlaufwand als bisher auszukommen, können in Zukunft die durch Beobachtungen und Versuche gemachten Erfahrungen nutzbar gemacht werden, ohne dabei die praktische Ausführung unnötig zu erschweren. Als Maßnahmen für die Stahlersparnis kämen die schon früher erwogene Berücksichtigung der mittragenden Wirkung des Betons und die Annahme einer günstigeren Lastverteilung in Frage. Dabei hat man eine mittragende Wirkung des Betons längs und quer zur Brückenachse zu unterscheiden.

a) Mittragende Wirkung des Betons in Richtung der Stützweite.

Aus Durchbiegungsmeßversuchen (Abb. 1 bis 5)¹⁾ ist bekannt, daß die tatsächlichen Einsenkungen weit geringer sind als die errechneten. Selbst wenn in der Berechnung die Last auf die ganze Plattenbreite verteilt wird, machen die gemessenen nur rund $\frac{1}{5}$ bis $\frac{1}{10}$ der errechneten Werte aus. Diese Tatsache läßt sich durch ein Mitwirken des Betons erklären.

Berücksichtigt man, daß selbst bei sehr geringer Querbewehrung (einzelne Abstandsbolzen) die Last nicht, wie der Berechnung zugrunde gelegt, auf 3,5 m, sondern, wenn auch nicht gleichmäßig, doch auf die ganze Breite der Platte quer verteilt wird, so ist klar, daß viele bisher ausgeführte Platten mit ihren Stahlträgern überbemessen wurden. Die Abbildungen zeigen außerdem, wie die durch seitliche Schotterabschlüsse gebildeten starken Randstreifen die Querdurchbiegungen besonders bei kurzen Platten stark beeinflussen, und lassen auf eine Entlastung der mittleren Träger schließen. Bei vielen Bauarten ohne besondere Gehwegaustragungen oder bei Platten über Bahntgeltunneln ist das Verhältnis der vorhandenen Plattenbreite zu der der Berechnung zugrunde gelegten oft sogar 5:3,5. Es wäre also möglich, daß die schon allein durch das Mitwirken einer größeren Plattenbreite kleiner werdenden Einsenkungen eine Verbundwirkung zwischen Beton und Stahl zulassen.

¹⁾ Meßversuche des Reichsbahnzentralamts München im Jahre 1940, nicht veröffentlicht.

Durch diese Verbundwirkung würde sich dann eine noch kleinere Einsenkung ergeben. Die Möglichkeit des Zustandekommens dieser Verbundwirkung ist weiter dadurch gegeben, daß die zulässig erachteten Lasten, die noch mit einer verhältnismäßig hohen Stoßzahl vervielfältigt sind, gar nicht aufgebracht werden und infolgedessen zu einer starken Bemessung der Platten führen. Noch größer wird der Abstand von den wirklichen Verhältnissen, wenn man berücksichtigt, daß bei kurzen Brücken das Mittragen des Rahmens der Lokomotive lastvermindernd wirkt.

Die Durchbiegungen sind bei ruhender Last gemessen. Die größten Durchbiegungen stellten sich nach etwa 5 bis 10 Minuten Belastungsdauer ein.

Zur Frage der Stoßzahl ist zu erwähnen²⁾, daß der dynamische Einfluß bewegter Lasten verhältnismäßig gering ist, wie die Beobachtungen an ausgeführten Bauwerken bestätigt haben. Die dynamischen Messungen bei verschiedenen Geschwindigkeiten zeigten, daß die fahrenden Lasten nur die Eigenschwingungen der Bauwerke anfachten. Eine Aufschwingung infolge der Triebtradwirkung ist nicht möglich, weil die kurzen Brücken nur ganz wenige Erregerstöße erhalten. Ein Mitschwingen (Resonanz) wurde bei den hohen Eigenschwingzahlen der Brücken nicht beobachtet. Die Dämpfungen waren sehr groß, so daß alle Schwingungen sehr rasch wieder abklängen. Die erreichten Schwingausschläge blieben gering, so daß sich verhältnismäßig kleine „Stoßzahlen“ (besser wäre der Ausdruck „Schwingbeiwerte“) ergaben.

Wollte man die Verbundwirkung für ein neues Berechnungsverfahren bei Annahme einer größeren Verteilungsbreite und voller Ausnutzung des Querschnitts berücksichtigen, so müßte sie in allen Fällen und an allen Stellen der Platten dauernd gewährleistet sein. Wie beim Eisenbetonbau ist die Forderung zu erheben, daß die Sicherheit gegen die Wirkung der Schubkräfte im gleichen Maße wie gegen Momente hergestellt wird.

Wenn auch bei einbetonierten Stahlträgern die Trägerstege allein in der Lage sind, die schiefen Hauptzugspannungen aufzunehmen, ist es wichtig, die auftretenden Spannungen im Beton zu kennen. Die auftretenden Schubspannungen müssen zum Teil vom Beton aufgenommen werden.

Ein Zusammenwirken der Stege mit dem Beton ist bei der Übertragung der schiefen Zugkräfte nur insofern möglich, als der Beton die erforderlichen Dehnungen in schräger Richtung mitzumachen in der Lage ist. Die geringe Dehnungsfähigkeit des Betons und die fehlende Haftung an den Flanschen bei Beanspruchung lotrecht von den Flächen weg werden eine Trennung des Betons von den Trägern zur Folge haben. Die schiefen Hauptzugkräfte müssen also allein von den Trägerstegen aufgenommen werden. Der Knick in den Querdurchbiegungslinien der Abb. 6 u. 7 zeigt besonders deutlich, daß schon bei der Ausführung der Platten Längsfugen entstehen können (Arbeitsfugen, Schwindrisse), also eine vollständige Trennung des Betons vom Trägersteg auftritt. Man sieht also, eine Verbundwirkung ließe sich nur durch tüpfige Maßnahmen, wie etwa durch den Steg gesteckte Rundeisenschleifen, die ein sicheres statisches Zusammenwirken von Beton und Träger erzwingen, erreichen.

Würde man die Platten unter Voraussetzung einer Verbundwirkung nach Zustand II berechnen, so wären aber zur Sicherstellung eines statischen Zusammenwirkens zwischen dem Träger und dem auf Druck beanspruchten Betonteil unter voller Ausnutzung der Baustoffe so weitgehende Maßnahmen erforderlich, daß von einer Ersparnis an Stahl gegenüber den nach dem folgenden Vorschlag berechneten Platten keine Rede mehr sein könnte.

Wenn bisher bei den mit Stahlträgern überbemessenen Platten das Vorhandensein des Betons die Durchbiegung der Platten herabminderte und das Tragwerk seinem Spannungszustand nach einem Verbundkörper entsprach, so war das in der Hauptsache nur infolge der durch die Rechnungsannahmen bedingten hohen Überbemessung des Plattenquerschnitts möglich.

Die beste Erklärung für das Mitwirken des Betons, selbst an Bauwerken, an denen Risse zu beobachten waren, scheint folgende zu sein. Durch die teilweise Verbundwirkung an den Trägerenden und an den

²⁾ Versuchsergebnisse des Reichsbahnzentralamts München, nicht veröffentlicht.

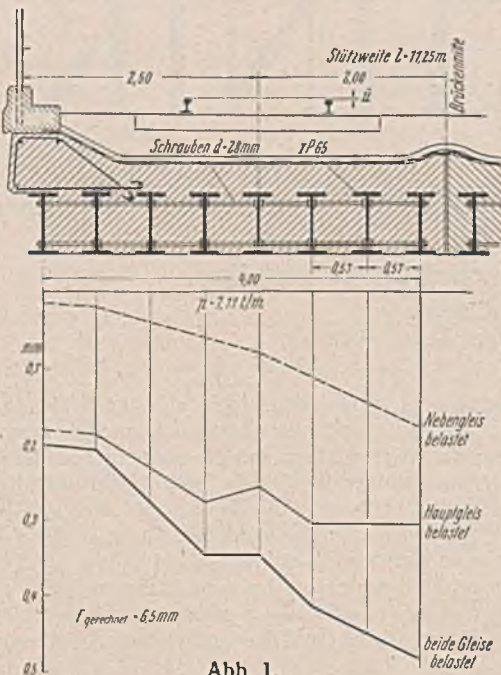


Abb. 1. Stützweite 11,25 m, Querbewehrung Bolzen.

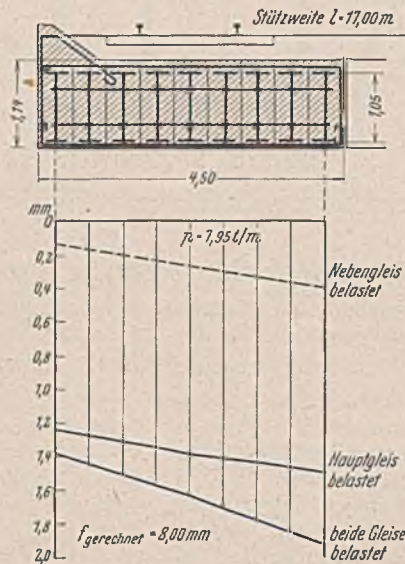


Abb. 2. Stützweite 17,00 m, Querbewehrung Bolzen und Rundisen.

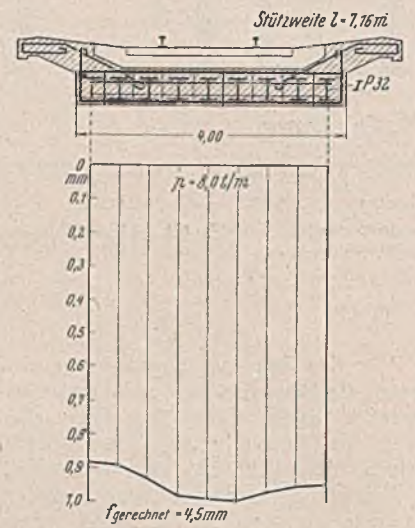


Abb. 3. Stützweite 7,16 m, Querbewehrung Bolzen und Rundisen.

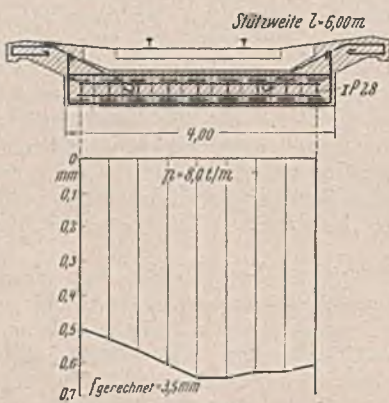


Abb. 4. Stützweite 6,00 m, Querbewehrung Bolzen und Rundisen.

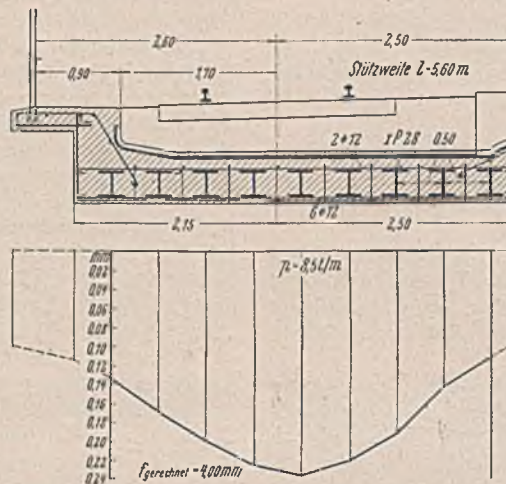


Abb. 5. Stützweite 5,60 m, Querbewehrung Rundisen.

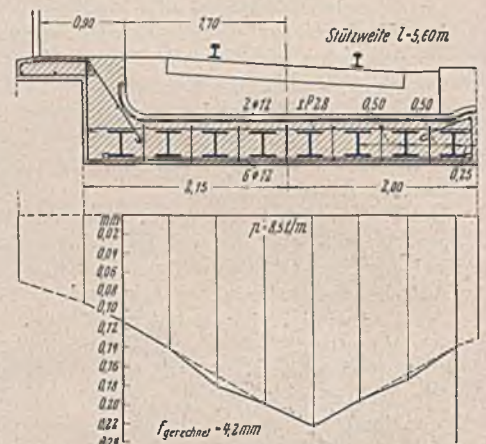


Abb. 6. Stützweite 5,60 m, Querbewehrung Rundisen.

Randstreifen, die wegen der Bewehrung der Gehwegauskragung einem mit Bügeln bewehrten Balken ähnlich sind (Abb. 5 u. 6), und durch die Mitwirkung der Betonquader zwischen den Trägerflanschen, die die Träger versteifen, wird die Einsenkung der Träger und damit die der ganzen Platte herabgemindert. Überbauten mit guter Querbewehrung und geringer Stützweite wirken als auf den Widerlagern frei aufliegende und an den Randträgern eingespannte Platten. Die begünstigenden Umstände aber rechnermäßig zu erfassen, ist äußerst schwierig.

Wie beim Eisenbetonbau kann man in der Berechnung nicht die im Gebrauchszustand vorhandenen Verhältnisse voraussetzen, da auch hier zwei verschiedene Baustoffe miteinander verbunden sind, deren Zusammenwirken bei einer Laststeigerung bis zum Bruch sich bedeutend ändern kann. Daß die in der üblichen Weise ermittelten Spannungen nicht mit den im tatsächlichen Belastungszustand vorhandenen Beanspruchungen übereinstimmen können, ist klar.

Endlich sei noch festgestellt, daß bei den Platten ohne dachförmige Träger bei der Berechnung nach Zustand II Infolge der ungünstigen Verlagerung der Null-Linie nach oben (oberer Trägerflansch und Null-Linie fallen annähernd zusammen) kein großer Vorteil für die Stahlsparnis zu erwarten ist. Die Vergleichsberechnung für eine Platte mit 7,2 m Stützweite, einer Lastverteilung in Querrichtung auf 4,5 m, einer nutzbaren

Plattenhöhe $h = 48$ cm (bei dachförmiger Ausbildung der Plattenoberfläche) und mit Trägern P 38 ergab bei Annahme der Verbundwirkung die Spannungen $\sigma_b = 60$ kg/cm² und $\sigma_e = 1402$ kg/cm² gegenüber $\sigma_e = 1540$ kg/cm² bei der Annahme, daß die Last allein von den Trägern aufgenommen wird. Wenn auch die Träger dachförmig sind, ist der Unterschied selbstverständlich nur noch gering.

b) Mittragende Wirkung des Betons in Richtung quer zur Brückenachse.

Aus Abb. 1 bis 5 ist ersichtlich, daß den Platten in der Querrichtung eine größere Lastübertragung zugemutet werden kann, als bisher angenommen wurde. Weiter ist ersichtlich, wie das Verhältnis von Breite zur Länge und die mit der Zunahme der Stützweite wachsende Plattendicke die Verdrehungssteifigkeit der Platten und damit die Querdurchbiegungen beeinflußt. Alle Fälle zeigen jedoch, daß bei genügender Querbewehrung eine Lastverteilung auf 4,5 m, bei mehrgleisigen Brücken höchstens jedoch auf das Maß des Gleisabstandes der Rechnung zugrunde gelegt werden darf (sehr kurze Plattendurchlässe sind davon ausgeschlossen).

Aus den Durchbiegungslinien ist zu ersehen, daß bei der Querverteilung der Lasten die mittleren Träger gegenüber denen an den Rändern höher beansprucht sind. Infolgedessen werden bei Ausnutzung bis zur vollen zulässigen Stahlspannung die mittleren Träger rechnermäßig über-

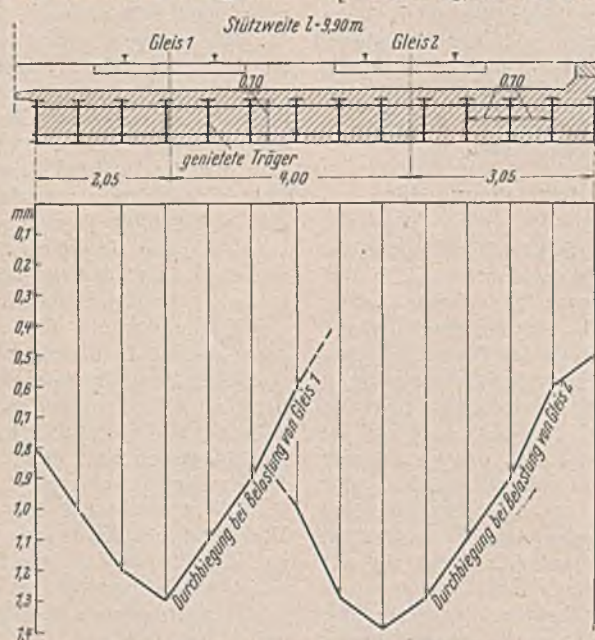


Abb. 7. Stützweite 9,90 m, Querbewehrung Bolzen.

Abb. 1 bis 7. Durchbiegung von verschiedenen gestalteten Überbauten aus Stahlträgern in Beton, gemessen in Brückenmitte.

beansprucht werden. Dieser Unterschied kann in Kauf genommen werden. Bei dickeren Platten ist die Querverteilung besser und die Ausnutzung der Träger annähernd gleichmäßig. Bei den Querdurchbiegungslinien, besonders nach Abb. 3, 4 u. 5, kommt der starke Unterschied durch das schon oben erwähnte Mitwirken der starken Randstreifen zustande. Es darf aber daraus nicht auf eine unzulässige Überbeanspruchung der mittleren Träger geschlossen werden.

Die genaue Berechnung der Querbewehrung solcher Platten ist eine schwierige Aufgabe der mathematischen Elastizitätslehre. Für den Fall der praktischen Ausführung kann deshalb die Querbewehrung in folgender Weise bemessen werden. Von einer Platte denkt man sich einen 1 m breiten Plattenstreifen quer zur Längsachse in Feldmitte herausgeschnitten.

An diesem Streifen läßt man von oben unter jeder Schiene das halbe laufende Metergewicht des Lastzugs und von unten auf die ganze Breite das laufende Metergewicht des Lastzugs, nach der Anzahl der Träger aufgeteilt, angreifen. Das sich ergebende größte Moment ist für die Querbewehrung maßgebend.

Mindestens sollen aber fünf Rundisen von 10 mm oder vier Rundisen von 12 mm Durchm. eingelegt werden. Die untere Querbewehrung soll, wie in Abb. 8 gezeigt, durch die Trägerstege gesteckt werden. Die Querbewehrung wird zweckmäßig auf die ganze Länge der Platte angeordnet, obwohl es rechnerisch ausreichend wäre, sie nur im mittleren Teil der Platte unterzubringen.

Die Abdeckplatten der Gehwege sind in einem Guß mit der Platte selbst zu betonieren. Kleinere Platten werden zweckmäßig mit den Widerlagern verankert. In der Untersicht der Platte sollen, wenn nicht ganz besondere Umstände dafür sprechen, die Trägerflansche nicht mit Beton umhüllt werden. Beobachtungen haben gezeigt, daß in den meisten Fällen, selbst beim Aufwand größter Sorgfalt während des Betonierens, sich Hohlräume unter den unteren Trägerflanschen bilden. Die Erklärung dafür liegt darin, daß, wenn zum Betonieren erdfrechter und weicher Beton verwendet wird, es praktisch nicht möglich ist, bei den eingegengten Arbeitsverhältnissen den Beton überall gleichmäßig satt unter die Flansche zu stopfen. Der Beton wird dann undicht und haftet schlecht am Stahl. Bei gießfähigem Beton bilden sich durch das Stochern an der unteren Fläche der Flansche Wasserpfützen, die bei den meist sehr breiten Trägern die Ursache für die Hohlräume sind. Auf die verschiedenen früher angewendeten Ausführungsarten für das Umhüllen der Flansche mit Beton (Einlage von Rabitzgeweben, Stahlgeweben usw.) sei hier nicht näher eingegangen, weil auch dadurch meist keine befriedigenden Ergebnisse erzielt werden. Das Anstreichen der sichtbar gelassenen Flansche bietet nach den bisherigen Erfahrungen einen guten Schutz gegen Feuchtigkeit und Rauchgase.

Die letzte Möglichkeit, Stahl zu sparen, wäre, durch Anordnung von Hohlräumen zwischen den Trägern das Eigengewicht der Platte herabzudrücken. Die hohen Verkehrslasten und die geforderte geringe Bauhöhe bedingen aber meist eine so enge Trägerlage, daß Hohlräume praktisch nicht untergebracht werden können. Bei Brücken, bei denen die Forderung einer geringen Bauhöhe nicht so sehr im Vordergrund steht, würde man nur sehr wenig gewinnen und auf die sehr günstige

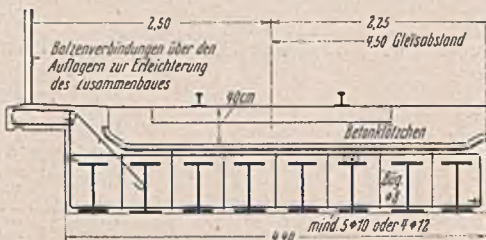


Abb. 8. Querschnitt eines Überbaues aus einbetonierten Stahlträgern mit Querbewehrung aus Rundisen.

Plattenwirkung verzichten müssen. Wegen des schlechten Rauchabzuges in den durch Hohlräume gebildeten Vertiefungen, wird man über Gleisen immer eine glatte Untersicht wählen.

Es empfiehlt sich, die Überbauten für Eisenbahnbrücken aus Stahlträgern in Beton in Zukunft wie seither so zu berechnen, als ob die Stahlträger allein trügen, wobei die Last auf 4,5 m Breite, bei mehrgleisigen Brücken höchstens jedoch auf daß Maß des Gleisabstandes verteilt werden darf.

2. Überbauten aus Eisenbeton.

Infolge der Forderung der DIN 1075, nach der die Last bei Eisenbetonplatten in der Querrichtung auf die Breite von $60 + 2s$ unter jeder Schiene zu verteilen ist, ist die volle Ausnutzung der Platten nicht möglich. Die Folge sind große Bauhöhen bei Eisenbetonplatten und die häufige Verwendung der Platten aus Stahlträgern in Beton wegen ihrer geringeren Bauhöhe. Durchbiegungsmeßversuche haben, wie nicht anders zu erwarten war, selbst bei Platten mit geringer Querbewehrung (Abb. 9) gezeigt, daß eine ziemlich gleichmäßige Lastverteilung bei mittlerer Laststellung auf die ganze Breite der Platten stattfindet. Abb. 9 gibt außerdem die Querdurchbiegungen bei verschiedener Laststellung wieder. Die Vergleichsrechnung ergab unter Berücksichtigung der Lastverteilung auf die ganze Plattenbreite Übereinstimmung zwischen der errechneten und der gemessenen Durchbiegung, wenn man in der Rechnung $E = 385000 \text{ kg/cm}^2$ zugrunde legt. Es bestehen keine Bedenken, in Zukunft die Last bei einem eingleisigen Bauwerk über die ganze Plattenbreite (bis zu 4,5 m) und bei mehrgleisigen Bauwerken bis zu einer Breite gleich dem Gleisabstand, höchstens jedoch 4,5 m, verteilt anzunehmen. Auf die erhöhte Mitwirkung der durch Schotterabschlüsse gebildeten stärkeren Randstreifen soll bei der Bemessung der Platten verzichtet werden. Diese Randstreifen bieten, wie starke Randträger, bei außermittiger Belastung der Platten ein willkommenes Mehr an Sicherheit.

Die in der obersten Zone der Gehwegauskragungen auftretenden tatsächlichen Spannungen im Beton sind naturgemäß höher als die der Berechnung zugrunde gelegten zulässigen Spannungen, können aber in Kauf genommen werden. Auf jeden Fall brauchen die Gehwegauskragungen nicht getrennt von dem übrigen Tragwerk angeordnet zu werden. Bei sehr kleinen Plattendurchlässen mit einer Plattenbreite, die gleich oder größer ist als die Stützweite, muß bei der Bemessung auf die Verhältnisse einer auf den Widerlagern frei aufliegenden und an den Randträgern eingespannten Platte Rücksicht genommen werden.

Als weitere Maßnahme zur Einsparung an Bauhöhe, nicht aber an Stahl könnte ohne weiteres die zulässige Betonspannung beim Nachweis der Würfelfestigkeit W_{b28} auf $W_{b28}/3,5$, jedoch nicht auf mehr als 60 kg/cm^2 erhöht werden.

Bei der Querschnittsbemessung ist im allgemeinen der Wirtschaftlichkeit wegen die gleichzeitige Ausnutzung der zulässigen Spannungen σ_e und σ_b anzustreben. Sehr häufig wird aber der Fall eintreten, daß die Nutzhöhe h kleiner genommen werden muß, als sich bei der Ausnutzung beider Baustoffe ergeben würde. Um nun die zulässige Betonbeanspruchung nicht zu überschreiten, muß ein größerer Eisenquerschnitt gewählt werden. Die Null-Linie verschiebt sich jetzt nach unten, und σ_b nimmt ab.

Für die Berechnung der Platten auf Schub könnte, wie es bereits für Einzellasten bei Straßenbrücken gemäß DIN 1075 zugelassen ist, am Auflager unter jeder Schiene eine mitwirkende Plattenbreite von $5d$ zugrunde gelegt werden. Für ein Gleis wäre also mit $1,5 + 5d$ zu rechnen. Für die weiter nach der Feldmitte liegenden Lasten und Schnitte kann eine Verbreiterung unter 45° bis auf das Maß 4,5 m, bei mehreren Gleisen höchstens jedoch auf das Maß des Gleisabstandes erhöht werden. Die Schubsicherung ist aus der Linie der größten Querkräfte zu ermitteln.

Die Querbewehrung kann nach dem unter 1. gezeigten Verfahren ermittelt werden. Dabei soll das größere Trägheitsmoment der Randstreifen durch entsprechende Verteilung der von unten angreifend gedachten Lasten berücksichtigt werden. Mindestens wären jedoch 5 Rundisen von 10 mm Durchm. einzulegen. Von den Querbewehrungseisen ist ein Teil aufzulegen (Abb. 10). Die Bewehrungseisen der Gehwegauskragungen sind so zu führen, daß der durch den Schotterabschluß überhöhte Randstreifen einen mit Bügeln bewehrten Balken darstellt. Es kann dann unter Umständen auf ein Aufbiegen der Zugseisen in Richtung der Stützweite bei einfeldrigen Platten in diesem Streifen verzichtet werden.

Bei Brücken unter mehreren Gleisen und Weichenverbindungen ist es zweckmäßiger, die Längsfugen nur in dem unbedingt notwendigen Abstand anzuordnen. Die Fugen sind so anzuordnen,

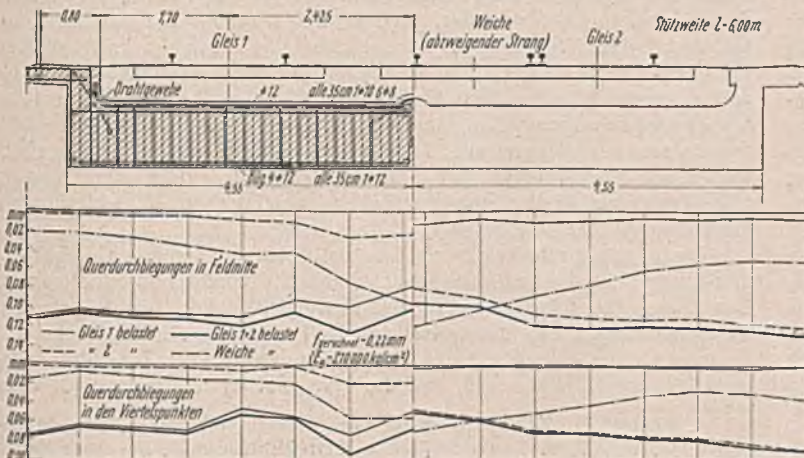


Abb. 9. Durchbiegung eines zweigleisigen Überbaues aus Eisenbeton, gemessen in der Mitte und in den Viertelpunkten der Stützweite.

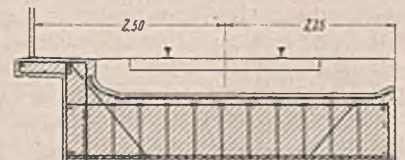


Abb. 10. Querschnitt einer Eisenbeton-Plattenbrücke.

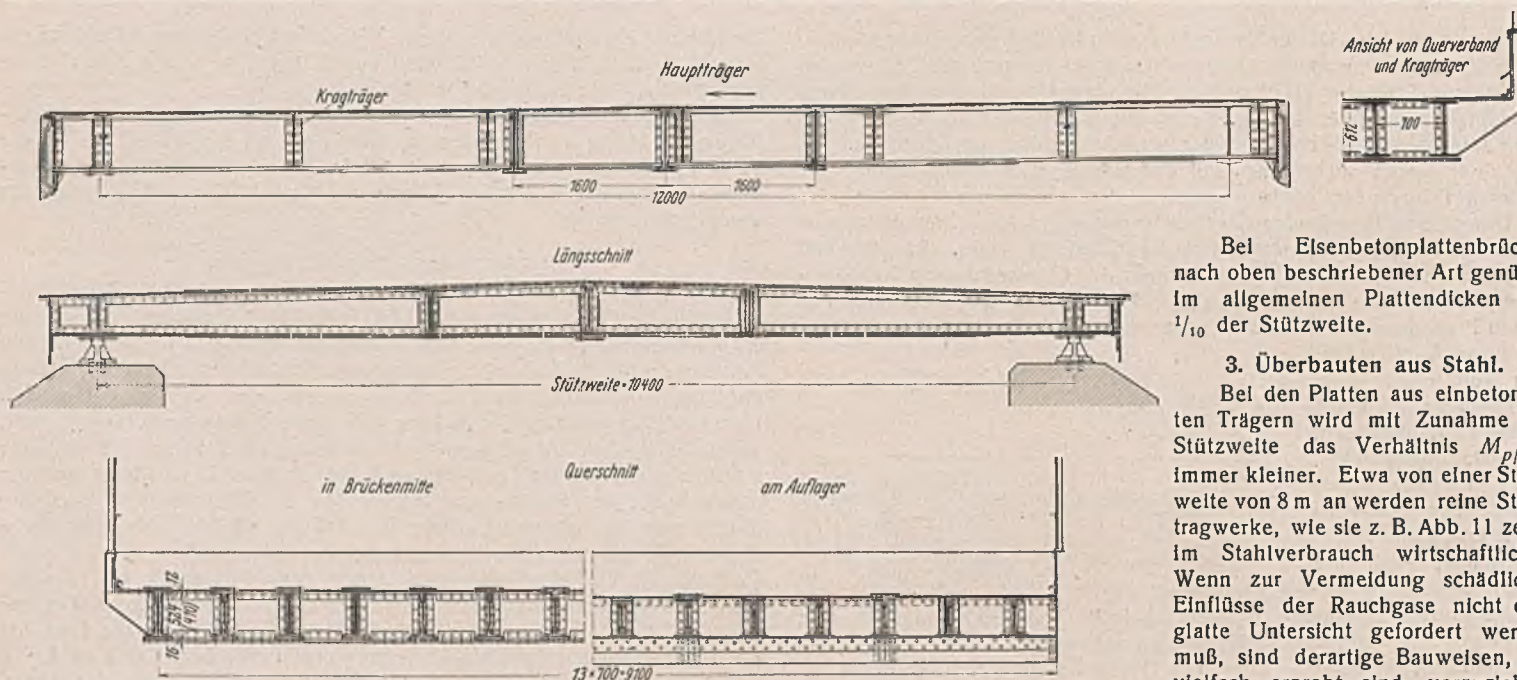


Abb. 11. Stahlüberbau.

daß das Maß zwischen Fuge und der nächstgelegenen Gleisachse mindestens gleich ist der halben der Berechnung zugrunde gelegten Verteilungsbreite. Es empfiehlt sich, die Plattenstreifen in der Nähe der Fugen etwas stärker zu bewehren.

Bei Platten unter mehreren Gleisen müssen die oberen und unteren Eisen der Querbewehrung auf die ganze Breite der Platte durchgehen, und beim Übergang zu den stärkeren Randstreifen muß für eine entsprechende Schubsicherung gesorgt werden. Um die unvermeidliche Haarrissbildung unschädlich zu machen und die Bewehrungseisen gegen Rosten zu schützen, müssen nachfolgend genannte bauliche Maßnahmen getroffen werden:

- keine zu großen Abstände der Eisen untereinander,
- gleichmäßige Verteilung der aufgebogenen Eisen in der Platten-Längs- und Querrichtung,
- ausreichende Betonüberdeckung (3 cm),
- sorgfältige Verarbeitung des Betons (nach Möglichkeit Rüttelbeton),
- gute Trennung der Platten von den Auflagervorderkanten durch eine Einlage.

Es bestehen keine Bedenken, gegebenenfalls einfeldrige Platten bis zu 15 m Stützweite mit beiden Widerlagern zu verspannen. Auf die richtige Anordnung der Trennfugen zwischen Flügel und Widerlager ist dabei wegen der Gefahr des Abreißen der Flügel zu achten.

Bei Eisenbetonplattenbrücken nach oben beschriebener Art genügen im allgemeinen Plattendicken von $\frac{1}{10}$ der Stützweite.

3. Überbauten aus Stahl.

Bei den Platten aus einbetonierten Trägern wird mit Zunahme der Stützweite das Verhältnis M_p/M_g immer kleiner. Etwa von einer Stützweite von 8 m an werden reine Stahltragwerke, wie sie z. B. Abb. 11 zeigt, im Stahlverbrauch wirtschaftlicher. Wenn zur Vermeidung schädlicher Einflüsse der Rauchgase nicht eine glatte Unterseite gefordert werden muß, sind derartige Bauweisen, die vielfach erprobt sind, vorzuziehen.

Die Träger sind mit einem ebenen Blech überdeckt, das als Teil des Druckgurts bei der Bemessung berücksichtigt wird. Zur Erzielung einer guten Querstelligkeit sind Schotte eingebaut, die zusammen mit dem Abdeckblech und einer unter allen Trägern durchgehenden Gurtplatte lastverteilende Querträger bilden. Der senkrecht liegende Schotterabschluß an beiden Enden ist gleichzeitig Endquerträger. Aufgeschweißte Rundisen gestalten das Gegenbetonieren einer Betonschutzschicht an dem Schotterabschlußblech selbst.

Als Dichtung bietet eine 2,5 cm dicke Asphaltenschicht mit einer 2,5 cm dicken Schutzschicht aus Asphaltbeton eine gute Sicherung gegen Rostgefahr. Bei waagrecht liegenden Parallelträgern erhält man das notwendige Gefälle durch eine dachförmig aufgebraute Unterlage aus Asphaltbeton, deren Haften auf dem Deckblech durch Auftragen einer Bitumenklebemasse oder durch aufgeschweißte Rundisen sichergestellt wird.

Bei derartigen Bauweisen mit lastverteilenden Querträgern kann für die Bemessung der Zwischenträger die Verkehrslast bei eingleisigen Bauwerken bis auf 4,5 m gleichmäßig verteilt angenommen werden, bei mehrgleisigen Brücken bis zum Maß des Gleisabstandes, jedoch auf nicht mehr als 4,5 m. Die Randträger mehrgleisiger Überbauten werden dabei zweckmäßig unter Berücksichtigung der Rostwirkung unter Zugrundelegung einer starren Querverteilung bemessen.

Bei ausgeführten Brücken nach oben beschriebener Art genügen im allgemeinen Trägerhöhen von $\frac{1}{20}$ der Stützweite.

Grundlagen zur zeichnerischen Kräfteermittlung an statisch bestimmten ebenen Fachwerken.

Alle Rechte vorbehalten.

Von Professor Dr.-Ing. habil. Robert Kraus, Kunming (China).

Einleitung.

Das übliche Verfahren der Kräftebestimmung an statisch bestimmten ebenen Fachwerken, die unter ruhenden Lasten im Gleichgewicht stehen, besteht darin, daß die Stützkräfte ermittelt, der Cremonaplan angesetzt und im Falle des Versagens zu Hilfsmitteln gegriffen wird, die die vorhandenen Schwierigkeiten überbrücken. So gibt es Fälle, in denen zur Weiterzeichnung des Kräfteplans die Berechnung einer Stabkraft nach dem Ritterschen Schnittverfahren eingeschaltet oder, wie bei den sogenannten schwierigen Fachwerken, zu Stabvertauschungen und Umrechnungen nach Henneberg gegriffen wird. Eine einheitliche Lehre der zeichnerischen Statik muß ohne die genannten nichtzeichnerischen Hilfsmittel und auch ohne Anleihen an die Getriebelehre (Kinematik) auskommen, wenn sie ein zügig entwickeltes, in sich geschlossenes Lehrgebiet umfassen soll. Die Aufgabe dieser Arbeit ist es, die Möglichkeit einer rein zeichnerischen Statik aufzuzeigen, die sich im Zusammenhang über einfache und schwierige Fachwerke erstreckt und als Rüstzeug allein die zeichnerischen Gleichgewichtsbestimmungen am starren Körper benötigt. Nichtzeichnerische Hilfsmittel behalten dieser Statik gegenüber ihren Wert als Mittel zur abgekürzten Bestimmung einzelner Stabkräfte oder zur Nachprüfung des Ergebnisses auf anderen Wegen.

Fachwerksaufbau.

Das statisch bestimmte Fachwerk ist ein Gebilde aus starren Körpern, die so unter sich und mit der Gründung verbunden sind, daß das Gebilde den Freiheitsgrad Null hat. In der Technischen Getriebelehre

(Kinematik) sind Gleichungen bekannt¹⁾, die zum Aufbau der den Getrieben zugrunde liegenden Ketten oder Mechanismen dienen und für beliebige Freiheitsgrade anwendbar sind. Diese Gleichungen werden zu Aufbaugleichungen für statisch bestimmte, einfach oder mehrfach statisch unbestimmte Fachwerke, wenn sie für die Freiheitsgrade Null, minus Eins, minus Zwei usw. angewendet werden. Sie erlauben entsprechend dem Vorgang in der Getriebelehre auch im Fachwerksbau ein geordnetes Aufsuchen und Darstellen der Scheibenfachwerke, die als solche verwendet oder durch Fachwerksausführung der Scheiben in reine Stabfachwerke verwandelt werden können. Da ebene Fachwerke theoretisch nur Bolzenverbindungen mit dem Freiheitsgrad 1 und räumliche Fachwerke nur Kugelgelenke mit dem Freiheitsgrad 3 oder Verbindungen mit geringerem Freiheitsgrad enthalten, vereinfachen sich hierfür die genannten Aufbaugleichungen²⁾.

Die in einer rein zeichnerischen Statik vorzunehmende Gelenkkraftermittlung geht der Bestimmung der Stabkräfte voraus und zerfällt in die Ermittlung des Lageplans und des Kräfteplans. Für ihre Begründung ist es notwendig, hier die einfachsten Ergebnisse der Aufbaugleichungen zu zeigen. Die Grundlage für den Aufbau bildet die Zahl der Stützlagere, die nur Gelenke sind, und die von zwei an vergrößert wird. Über

¹⁾ Kraus, Zur Zahlsynthese ebener kinematischer Ketten. Maschinenbau 1935, S. 707, u. 1936, S. 335. — Zur Zahlsynthese der räumlichen Mechanismen. Getriebelehre 1940, Heft 1.

²⁾ Über die Entwicklung und Anwendung der Aufbaugleichungen wird an anderer Stelle dieser Zeitschrift berichtet werden.

den Lagerstellen werden die sich aus den Aufbaugleichungen ergebenden Scheiben, beginnend mit der Mindestscheibenzahl, aufgebaut. Mehrfachgelenke entstehen durch Ausführung der Scheiben als Fachwerke oder als Sonderfälle durch Zusammenlegen einfacher Gelenke, die möglich sind, weil für den Aufbau die Scheibenabmessungen keine Rolle spielen. Im Grenzfall entstehen reine Stabfachwerke.

In Abb. 1 bis 6 sind einige einfache statisch bestimmte Fachwerke dargestellt, wie sie sich aus den ersten planmäßigen Anwendungen der Aufbaugleichungen ergeben. Die Fachwerksglieder sind durchweg als Scheiben zu betrachten, die durch eine beliebige Anzahl von Gelenken mit anderen Scheiben und den Stützpunkten verbunden sein können.

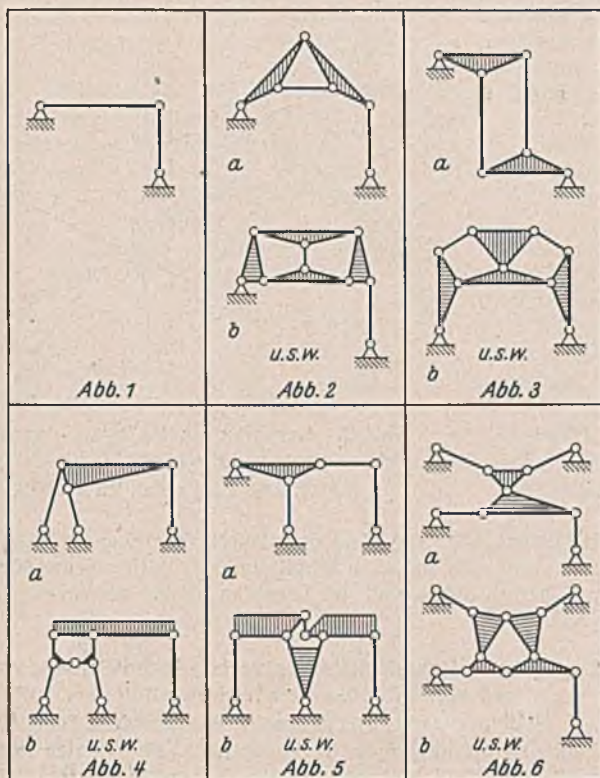


Abb. 1 bis 6. Anfang einer Fachwerksordnung.



Abb. 1a. Dreigelenkbogen mit unendlich langem Glied.
Abb. 1b. Dreigelenkbogen mit Ersatz eines Gliedes durch ein Krümmungspaar.

Es sind also auch die in der Darstellung als Stäbe erscheinenden Glieder mit zwei Gelenken (die sogenannten binären Glieder) Scheiben, die belastet werden können.

Das einfachste Fachwerk ist der Dreigelenkbogen (Abb. 1). Wegen der beliebigen Scheibenabmessungen kann eines der Zweigelenkglieder unendlich lang sein, wodurch eine Geradföhrung des im Endlichen liegenden Gelenks entsteht. Die praktische Ausführung eines unendlich langen Zweigelenkgliedes ist in Abb. 1a angedeutet.

Ein Zweigelenkglied kann nach Abb. 1b auch durch ein Krümmungspaar ersetzt werden, dessen Krümmungshalbmesser r und r' als Summe die Länge des Zweigelenkgliedes haben. Der Ersatz ist deshalb möglich, weil die Bewegungsweise des Fachwerks in beiden Fällen dieselbe ist.

Die Abwandlungsmöglichkeiten der Zweigelenkglieder nach Abb. 1a und b können in beliebiger Weise auf die aus den Aufbaugleichungen ermittelten Scheibenfachwerke angewendet werden. Sie führen, wie gezeigt, keine grundlegende Änderung des Fachwerks herbei und sind deshalb für die Art der Lageplan- und Kräfteermittlung bedeutungslos. Daher erübrigt es sich, in einer Fachwerksordnung, deren Anfang Abb. 1 bis 6 darstellen, auf die Ausführung der Zweigelenkglieder Rücksicht zu nehmen.

Die Fachwerksordnung teilt die Fachwerke waagrecht nach der Zahl und Art der Stützglieder. Sie beginnt mit zwei Stützgliedern, die wie in Abb. 1 beide zwei, wie in Abb. 2 zwei und drei, wie in Abb. 3 beide drei Gelenke usw. haben können. Danach folgen waagrecht die Fachwerke mit drei Stützgliedern, die wie in Abb. 4 alle zwei Gelenke haben können, wie in Abb. 5 aus zwei Gliedern mit zwei und einem mit drei Gelenken oder anders zusammengestellt sein können. In Abb. 6 ist noch auf die Fachwerkentwicklung bei vier Stützgliedern hingewiesen.

In lotrechter Richtung folgen die Fachwerke mit gleichen Stützgliedern, aber mit steigender Zwischengliederzahl aufeinander, wobei jeweils nach der Art der Zwischenglieder und ihren Anordnungsmöglichkeiten einzuteilen ist. Der Dreigelenkbogen (Abb. 1) steht als einziges Fachwerk in der Spalte, weil er nicht erweiterungsfähig ist, ohne daß die Zweigelenkglieder in andere verwandelt werden. Die Abb. 2a bis 6a stellen die einfachsten Fachwerke dar, die mit den gegebenen Stützgliedern hergestellt werden können. In Abb. 2b bis 6b folgen lotrecht die Fachwerke mit der nächst höheren Gliederzahl.

Zweiteilung der Kräftebestimmung.

Nach der Erkenntnis, daß sämtliche Fachwerke in erster Linie Scheibenfachwerke und nur im Sonderfall auch Stabfachwerke sind, drängt sich von selbst für die Kräfteermittlung das Verfahren auf, nach dem auch ein Stabfachwerk zuerst als Scheibenfachwerk behandelt wird und durch einen Kräfteplan seine Gelenkkräfte bestimmt werden. In zweiter Linie erst werden die Kräftepläne für die Fachwerksscheiben gezeichnet. Da diese Zweiteilung der Kräftebestimmung dem Fachwerksaufbau entspricht, führt sie ohne Schwierigkeiten und nur mit zeichnerischen Hilfsmitteln in allen Fällen zum Ziel.

Die allgemeine Übung der Kräftebestimmung besteht bei den einfachsten Fachwerken (Abb. 1, 1a u. 1b) bereits in der Anwendung des genannten Verfahrens, indem man bei diesen Fachwerken stets zuerst die Gelenkkräfte bestimmt und dann erst den Cremonaplan ansetzt, falls die Scheiben Fachwerksscheiben sind. Man spricht hier gewöhnlich von Stützkräften, und diese Bezeichnung mag dazu geführt haben, daß man merkwürdigerweise schon beim nächst einfachen Fachwerk (Abb. 2a) tatsächlich nur die beiden Stützkräfte bestimmt, den Cremonaplan ansetzt, dann wie beim Wiegmannträger unter Umständen nicht weiterkommt und zur Bestimmung der Kraft des Zwischenstabes, falls er unbelastet ist, das Rittersche Schnittverfahren einschalten muß. Würde man zuerst die Gelenkkräfte bestimmen und danach den Cremonaplan ansetzen, dann wäre die Einschaltung des Rechenverfahrens nicht nötig. Dieser kurze Hinweis zeigt, daß in der zeichnerischen Statik die Regel, vor Beginn des Cremonaplanes die Stützkräfte zu bestimmen, richtig lautet: Vor Beginn des Cremonaplanes sind die Gelenkkräfte zu bestimmen!

Die genannte Schwierigkeit bei dem Fachwerk der Abb. 2a fällt bezeichnenderweise weg, wenn die beiden Dreigelenkscheiben nicht als solche, sondern als Stabdreiecke ausgeführt werden, weil dann dieses Fachwerk in ein Stabfachwerk nach Abb. 1 übergeht.

Der Lageplan als Voraussetzung zum Kräfteplan.

Um einen Plan der Gelenkkräfte des Scheibenfachwerks zeichnen zu können, müssen die Wirkungslinien der Kräfte durch einen Lageplan bekannt sein. Da die Wirkungslinien bekanntlich von der Größe und Pfeilrichtung der Lasten und Gelenkkräfte unabhängig sind, zerfällt die Kräftebestimmung in die beiden Aufgaben der Ermittlung des Lageplans, die zuerst und an dem Fachwerk selbst durchzuführen ist, und der Ermittlung der Größe und Richtung der Kräfte, die als zweite und durch den Kräfteplan gelöst wird. So besteht auch der Satz, daß bei einem Körper mit drei ebenen Kräften sich im Gleichgewichtszustand die Wirkungslinien in demselben Punkt schneiden und die Kräfte keine Mittelkraft bilden, aus zwei Aussagen, von denen die über den Schnittpunkt der Wirkungslinien den Lageplan angeht und daher die übergeordnete ist. Die zweite Aussage geht den Kräfteplan an und ist erst anwendbar, wenn der Lageplan bekannt ist. Die Kräftebestimmung am Scheibenfachwerk erfordert also zunächst Verfahren zur Bestimmung des Lageplans der Wirkungslinien, wobei diese Verfahren mit dem später zu zeichnenden Kräfteplan nichts zu tun haben. Sie sind vollkommen unabhängig vom Kräfteplan, der nach der Ermittlung des Lageplans in allen Fällen ohne Schwierigkeiten gezeichnet werden kann.

Allgemeines für die Lageplanermittlung.

Als Wirkungslinien sind in einem Scheibenfachwerk zunächst diejenigen der Lasten und die Achsen der Zweigelenkscheiben bekannt, sofern diese Scheiben nicht belastet sind. Es ist deshalb immer einfacher, den Lageplan an Fachwerken ohne belastete Scheiben mit zwei Gelenken zu bestimmen. Von den bekannten Wirkungslinien ausgehend sucht man diejenigen an den nächst einfachen, d. h. an den Scheiben mit drei Gelenken zu ermitteln, wobei der Satz zu Hilfe genommen wird, daß sich bei drei Kräften die Wirkungslinien in demselben Punkt schneiden. Greifen an einem Glied mit drei Gelenken infolge einer Last vier Kräfte an bei einer unbekanntem Wirkungslinie, so versucht man, diese Wirkungslinie auf dem Umweg über unbelastete Scheiben zu bestimmen. Mißlingt dies, dann bleibt noch die Möglichkeit, so viele Lasten zu entfernen, daß die gesuchte Wirkungslinie gefunden werden kann. Diese Maßnahme, an verschiedenen Scheiben angreifende Lasten bis auf eine zu entfernen, ist außer beim Dreigelenkbogen fast immer notwendig und deshalb als Regel zu betrachten. Für jede Teilbelastung werden durch einen Kräfteplan die Gelenkkräfte ermittelt und durch geometrische Summenbildung der Gesamtkräfteplan sowie zur Nachprüfung der endgültige Lageplan hergestellt.

Lageplan bei zwei unmittelbar verbundenen Scheiben mit drei unbekanntem Wirkungslinien.

Bei zahlreichen Fachwerken stößt man nach Wegnahme aller Lasten bis auf eine auf zwei zusammenhängende Scheiben, bei denen außer an dem Verbindungsgelenk noch an jeder Scheibe die Wirkungslinie eines Kraftangriffspunktes, z. B. eines Gelenks oder Schnittpunktes bekannter Wirkungslinien, unbekannt sind. Wenn dazu an jeder Scheibe eine Wirkungslinie mit der Lage der Mittelkraft der Kräfte dieses Linienpaares bekannt ist, ist die Aufgabe des beiderseitig belasteten Dreigelenkbogens zu lösen. Die Lage der Mittelkraft kann durch den übrigen Aufbau des Fachwerks oder durch Lasten oder Stützkräfte in dem Linienpaar gegeben sein.

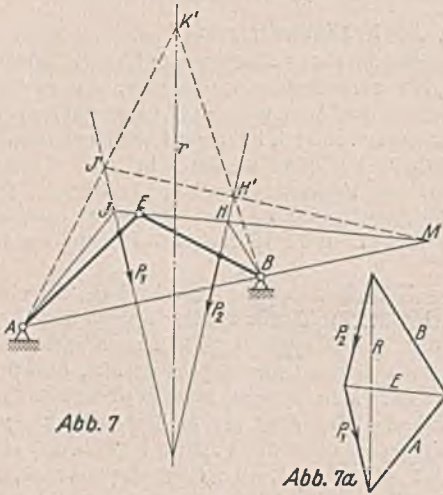


Abb. 7.

Abb. 7a.

Abb. 7. Lageplanbestimmung am beiderseitig belasteten Dreigelenkbogen.

Abb. 7a. Kräfteplan zu Abb. 7.

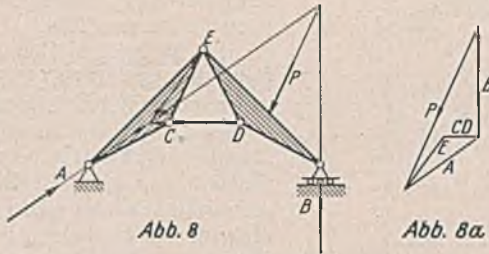


Abb. 8.

Abb. 8a.

Abb. 8. Lageplan bei belastetem Glied mit drei Gelenken.

Abb. 8a. Kräfteplan zu Abb. 8.

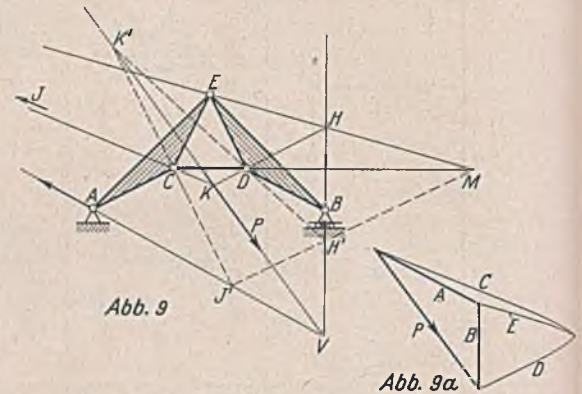


Abb. 9.

Abb. 9a.

Abb. 9. Lageplan am Fachwerk der Abb. 8 bei belastetem Glied mit zwei Gelenken.

Abb. 9a. Kräfteplan zu Abb. 9.

Zur Ermittlung des Lageplans im Dreigelenkbogen (Abb. 7) zieht man die Verbindungsgeraden von den Angriffspunkten A, B zu einem beliebigen Punkt K' auf der Mittelkraft r der Kräfte P_1, P_2 und weiterhin die Geraden durch A, B und J', H' bis zu ihrem Schnittpunkt M , der von der Wahl des Punktes K' unabhängig ist. Die Gerade ME ist die Wirkungslinie des Gelenks E und liefert durch die Schnittpunkte J, H die Wirkungslinien der Gelenke A, B). Den zu diesem Fachwerk gehörenden einfachen Kräfteplan zeigt Abb. 7a.

Beim Scheibenfachwerk der Abb. 8 tritt dieser Fall nicht auf, wenn eine der Dreigelenkscheiben belastet ist. Die Wirkungslinien ergeben sich aus dem Gleichgewicht von Last und Stützkräften ohne weiteres. Der zugehörige Kräfteplan (Abb. 8a) ist für den Fall der Ausführung der Scheiben als Stabfachwerke der Vorläufer für die Cremonapläne der einzelnen Scheiben, die mit ihm zu einem Plan vereinigt werden können.

Die Bestimmung der Wirkungslinien am Fachwerk der Abb. 8 verlangt bei der Belastung des Zweigelenkgliedes CD ein teilweise anderes Vorgehen. Die Wirkungslinien der Gelenke C und D sind nicht bekannt, so daß auch die Wirkungslinie E nicht unmittelbar angegeben werden kann. Wenn man aber das belastete Glied CD als Grundlinie betrachtet, dann ist CE ein Dreigelenkbogen über dieser Grundlinie, der an den Punkten A, B bekannte Wirkungslinien hat, deren Mittelkraft die Wirkungslinie der Last P ist. Man kann (Abb. 9) demnach das Verfahren nach Abb. 7 anwenden und zieht von dem beliebigen Punkt K' der Wirkungslinie P die Strahlen durch C und D bis zu den Schnittpunkten J' und H' , deren Verbindungsgerade auf der Grundlinie CD den unveränderlichen Punkt M schneidet. Die Gerade ME ist die Wirkungslinie des Gelenks E und bestimmt durch ihren Schnittpunkt J und H die Wirkungslinien der Gelenke C und D , die sich im Punkt K der Mittelkraft P schneiden. Mit dem nun bekannten Lageplan ergibt sich der einfache Kräfteplan der Abb. 9a.

Ein Beispiel dafür, wie beim Dreigelenkbogen die fehlende Mittelkraft aus dem Fachwerkaufbau und der Lage der Last gefunden wird, bietet das Scheibenfachwerk der Abb. 10. Die Wirkungslinien der Stützgelenke A, B und der Zwischengelenke D, G, N sind mit Hilfe der Schnittpunkte S_1 und S_2 ohne weiteres anzugeben. Der Rest des Fachwerks bildet über der Grundlinie CE einen Dreigelenkbogen CEF , an dem die Wirkungslinien dieser Gelenke zu bestimmen sind. Hierzu fehlt noch die

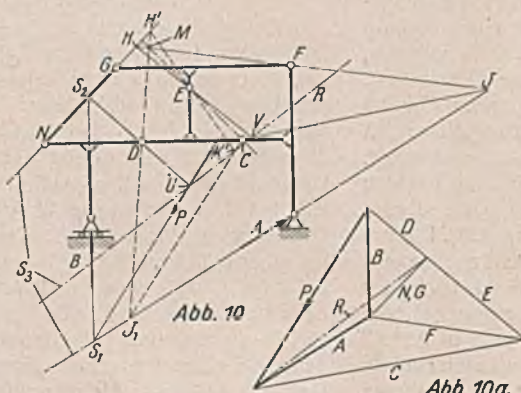


Abb. 10.

Abb. 10a.

Abb. 10. Scheibenfachwerk mit Dreigelenkbogenaufgabe nach Abb. 7.

Abb. 10a. Kräfteplan zu Abb. 10.

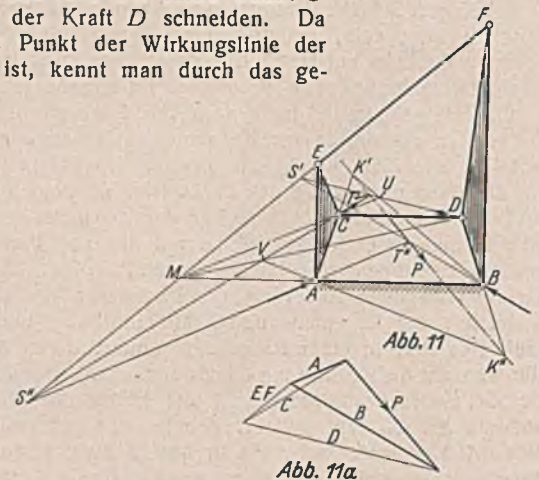


Abb. 11.

Abb. 11a.

Abb. 11. Grundaufgabe der Lageplanbestimmung bei mittelbar verbundenen Scheiben und belastetem Verbindungsglied.

Abb. 11a. Kräfteplan zu Abb. 11.

Lage der Mittelkraft R . Die bekannten Wirkungslinien der Gelenke A und G schneiden sich im Punkt S_3 , durch den die Mittelkraft R gehen muß. Da sie auch die Mittelkraft der Kräfte bei C und E und somit ebenfalls die Mittelkraft der Kraft bei D und der Last ist, geht sie auch durch den Schnittpunkt U und liegt damit fest. Der Lageplan wird nun in der bekannten Weise dadurch fertig gezeichnet, daß die Geraden durch die Grundlinienpunkte C und E und durch einen beliebigen Punkt K' der Mittelkraft R gelegt werden, die auf den Wirkungslinien G und A die Schnittpunkte H' und J' ergeben, deren Verbindungsgerade die Grundlinie im unveränderlichen Punkt M schneidet. Die Gerade MF ist die Wirkungslinie F und legt durch die Schnittpunkte H und J die Wirkungslinien E und C fest. Zur Nachprüfung mag man feststellen, ob sich diese Wirkungslinien auf der Mittelkraft V schneiden.

Im Kräfteplan (Abb. 10a) kann man zur Nachprüfung die Mittelkraft R angeben, die man statt mit dem Schnittpunkt S_3 auch aus den Kräften P, A, B, D, N hätte finden und im Lageplan durch den Punkt U allein festlegen können.

Lageplan bei zwei mittelbar verbundenen Scheiben und vier unbekanntem Wirkungslinien.

Abb. 11 stellt das einfachste Fachwerk dar, bei dem Scheiben ACE und BDF durch Zwischenglieder verbunden sind und infolge der Last P an einem Zwischenglied vier unbekanntem Wirkungslinien haben. Unter dem Einfluß der Gelenkkräfte sind die Scheiben im Gleichgewicht, wobei

1. die Kräfte E, F entgegengesetzt gleich sind,
2. sich die Wirkungslinien der Kräfte A, C und B, D auf der Wirkungslinie EF in den Punkten S', S'' schneiden,
3. die Kräfte A, B und C, D mit der Kraft P im Gleichgewicht sind oder sie als Mittelkraft haben.

Um unter diesen Umständen den Lageplan zu finden, beachtet man, daß die Stützlinie $AS''S'B$ ein Seileck mit den Lasten C, D und ihrer Mittelkraft P sowie den Stützkräften A, B darstellt. Die Seileckseite $S'S''$ schneidet die Grundlinie in dem Punkt M , der bekanntlich ein unveränderlicher Schnittpunkt der mittleren Seileckseite ist, wenn bei gleichen äußeren Kräften über der Grundlinie AB neue Seilecke gezeichnet werden. Wenn man vom Grundlinienpunkt A die Seileckseite ACK' und von B die Seite BK' zieht, ferner dazu die mittlere Seileckseite MC legt, so müssen sich BK' und MC auf einem Punkt U der Wirkungslinie der Kraft D schneiden. Da das Gelenk D als Punkt der Wirkungslinie der Kraft D bekannt ist, kennt man durch das ge-

⁹⁾ Über den Beweis des Verfahrens und hier nicht gebotene Anwendungsbeispiele s. Bautechn. 1940, Heft 19, S. 215.

nannte Vorgehen die bisher unbekannte Wirkungslinie der Kraft D , damit auch ihren Schnittpunkt T' auf der Wirkungslinie der Last P und somit auch die Wirkungslinie CT' des Gelenks C .

Die Wirkungslinien DT' und CT' schneiden die Wirkungslinie EF in den Punkten S' , S'' , durch die, wie oben erwähnt, die Wirkungslinien A , B laufen, die somit ebenfalls bekannt sind und sich in einem Punkt T'' auf der Wirkungslinie P schneiden, weil die zugehörigen Kräfte im Gleichgewicht sind.

Da keines der Glieder ACE , BDF bevorzugt ist, erhält man dasselbe Ergebnis, wenn statt der Seileckseiten ACK' und BK' die Seiten BDK'' und AK'' sowie statt der Seite MC die Seite MD gezogen wird. Die Seiten AK'' und MD treffen sich in einem dem Punkt U entsprechenden Punkt V , der die Wirkungslinie CVT' und damit auch die übrigen Wirkungslinien wie vorher festlegt.

Beispiel mit im Fachwerk liegender Grundlinie.

Ein einfaches Anwendungsbeispiel, das weniger durchsichtig ist, bietet das Scheibenfachwerk der Abb. 12. Nach der Bestimmung der Wirkungslinien A , B liegt für die weitere Ermittlung des Lageplans ein Fachwerk wie in

Abb. 11 vor, wenn man z. B. die Linie DG (Abb. 12) als Grundlinie betrachtet. Das Fachwerk von A bis D , G hat die Lasten P und A an verschiedenen Gliedern, für die die Lagepläne nach verschiedenen Verfahren und daher für jede Last allein zu ermitteln sind.

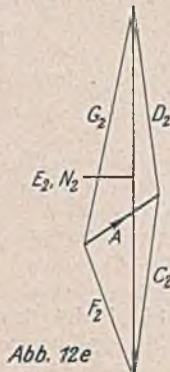
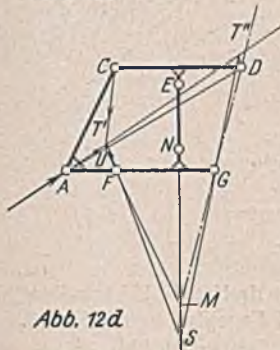
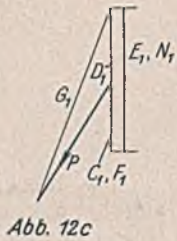
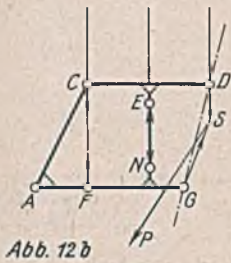
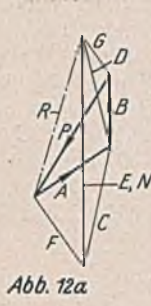
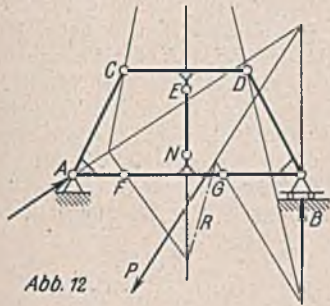


Abb. 12. Scheibenfachwerk mit Gelenkvierecken.
Abb. 12a. Kräfteplan zu Abb. 12.
Abb. 12b. Lageplan für die Last P .
Abb. 12c. Plan der Gelenkteilkräfte zu Abb. 12b.
Abb. 12d. Lageplan für die Stützkraft A .
Abb. 12e. Plan der Gelenkteilkräfte zu Abb. 12d.

Bei der Belastung P allein sind nach Abb. 12b die Wirkungslinien CF und EN bekannt, deren Schnittpunkt die Wirkungslinie D angibt. Durch den Schnittpunkt S findet man danach die Wirkungslinie G und kann nun nach Abb. 12c den Kräfteplan für die durch die Last P hervorgerufenen Gelenkteilkräfte zeichnen.

Die Stützkraft A erscheint in Abb. 12d als Last an der jetzt mit zwei Gelenken versehenen Scheibe CF , wodurch hier an den Gelenken nur die Wirkungslinie EN bekannt und wegen der nur mittelbaren Verbindung der Scheiben DCE und GFN das Ermittlungsverfahren nach Abb. 11 anzuwenden ist. Die Grundlinie DG und die Wirkungslinie EN schneiden sich im unveränderlichen Punkt M , von dem aus der Strahl durch F gelegt wird. Infolgedessen ist GF die Gerade, die die Wirkungslinie A im Punkt K' schneidet, der hier zufällig mit dem Gelenk A zusammenfällt. Man hat daher weiter nach dem Vorbild der Abb. 11 die Gerade AD zu ziehen, die den Strahl von M durch F in U schneidet, den Punkt U mit dem Gelenk C zu verbinden und vom Schnittpunkt T' dieser Ver-

bindungsgeraden mit der Wirkungslinie A die Gerade $T'F$ zu ziehen. Damit sind die Wirkungslinien CT' und FT' der Gelenke C und F bekannt. Der Schnittpunkt S liefert nun die Wirkungslinie G und diese durch den Schnittpunkt T'' mit der Wirkungslinie A schließlich die Wirkungslinie D . Nachdem so der Lageplan in Abb. 12d hergestellt ist, wird nach Abb. 12e der Kräfteplan für die durch die Stützkraft A hervorgerufenen Gelenkteilkräfte gezeichnet.

Die Zusammenfassung der Kräftepläne in Abb. 12c u. e ergibt den endgültigen Kräfteplan der Abb. 12a. Zur Nachprüfung der Richtigkeit und Genauigkeit der vorgenommenen Ermittlungen kann man den Lageplan in Abb. 12 zeichnen und hat dabei zu beachten, ob die Schnittpunkte der Wirkungslinien richtig liegen und die an der Scheibe GFN angreifenden vier Kräfte paarweise eine Mittelkraft R bilden.

Einfache Rückführung der Lageplanermittlung auf das Verfahren nach Abb. 11.

Die am Fachwerk der Abb. 11 vorgenommene Ermittlung des Lageplans bildet die Grundlage für die Kräfteermittlung an denjenigen Gelenkfachwerken, bei denen die Feststellung der Wirkungslinien letzten Endes nicht auf Gelenkreiecke wie beim Dreigelenkbogen, sondern auf Gelenkvierecke führt. Bei den letztgenannten Fachwerken bemüht man sich, das Bild der Wirkungslinien so zu vereinfachen, daß die Lageplanermittlung nach Abb. 11 vorgenommen werden kann. Die Einführung von Zwischenwirkungslinien, die als Hilfslinien erscheinen, bedeutet keine Fachwerksänderung wie bei der Stabvertauschung, auch wenn zum besseren Verständnis eine Fachwerksvereinfachung als Vergleich bei der Erklärung herangezogen wird. Es handelt sich tatsächlich nur um Hilfslinien, die geometrisch gedeutet werden könnten, die aber hier im Rahmen der Statik als Wirkungslinien gedeutet zum Verständnis der Lageplanermittlung nur die Kenntnis der Gesetze der Statik erfordern.

Abb. 13 zeigt ein Scheibenfachwerk, das aus dem Fachwerk der Abb. 11 dadurch erhalten werden kann, daß das unbelastete Zwischenglied EF durch die Glieder FE , GE , LE ersetzt wird. Statt der Wirkungslinie EF mit den Schnittpunkten S' , S'' hat man in Abb. 13 zwei Wirkungslinien FE , FG und versucht nun, den Lageplan auf den der Abb. 11 zurückzuführen. Dazu sind die Wirkungslinien FE , GE , LE durch solche zu ersetzen, die am Gleichgewicht des Fachwerks nichts ändern. In Abb. 13 werden zu diesem Zweck von einem beliebigen Punkt auf der Geraden EL , z. B. dem Punkt O , durch die Stützpunkte A und B die Wirkungslinien OA und OB bis zum Schnitt M_1 und M_2 mit den Wirkungslinien FE und EG gezogen. Die Gerade M_1M_2 ist die gesuchte Wirkungslinie, die nun die Grundlage der Lageplanermittlung am Fachwerk der Abb. 13 auf diejenige am Fachwerk der Abb. 11 zurückführt.

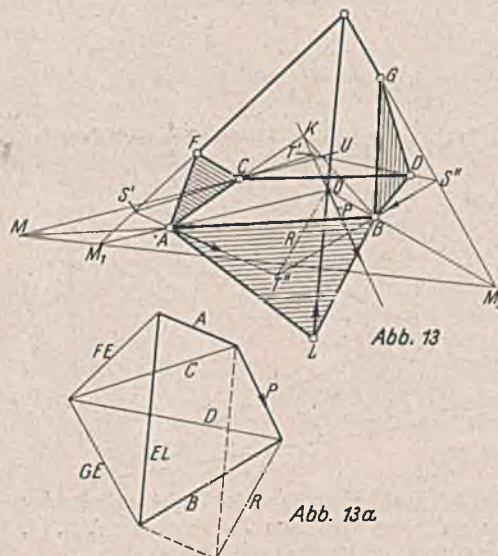


Abb. 13. Allgemeine Lageplanermittlung bei mittelbar verbundenen Scheiben und belastetem Zwischenglied.
Abb. 13a. Kräfteplan zu Abb. 13.

Zum Beweis der ausgesprochenen Behauptung läßt man die Glieder FE , GE , LE weg und ersetzt sie durch ihre Kräfte in F , G , L , wodurch das Gleichgewicht offenbar nicht gestört wird. Diese in M_1 F und M_2 G liegenden, jetzt äußeren Kräfte erzeugen in der Wirkungslinie M_1M_2 zwei entgegengesetzt gleiche Kräfte und in M_1 A , M_2 B zwei Stützkkräfte, die im Schnittpunkt O in der Wirkungslinie EL die frühere Kraft E erzeugen oder mit der Kraft L im Gleichgewicht stehen, womit erwiesen ist, daß am Gleichgewicht des Fachwerks durch Weglassung der Glieder FE , GE , LE , Anbringung der Kräfte F und G an M_1 und

M_2 und Einführung der Wirkungslinie M_1M_2 nichts geändert wurde.

Nach dieser Maßnahme hat man es weiterhin mit einem Fachwerk zu tun, das die Zweigelenkglieder AB , CD , M_1M_2 und die Dreigelenkglieder ACM_1 , BDM_2 enthält, also im Aufbau dem Fachwerk der Abb. 11 entspricht und dementsprechend behandelt wird. Da die Kräfte F und G über die Wirkungslinien M_1M_2 , M_1A , M_2B ein eigenes Gleichgewichtstragwerk bilden und die Wirkungslinien der Gelenke C und D nicht beeinflussen, läßt man sie außer acht und ermittelt diese Wirkungslinien mit der Last P nach dem in Abb. 11 dargelegten Verfahren. Man verlängert die Wirkungslinie M_1M_2 bis zum Schnitt M mit der Grundlinie AB , zieht AC bis zum Schnitt K mit der Wirkungslinie P , verbindet K mit B und zieht den Strahl MC bis zum Schnittpunkt U . Die Gerade UD ist bekanntlich die Wirkungslinie D , die im Punkt T' die Wirkungslinie P schneidet, wodurch auch die Wirkungslinie CT' des Gelenks C bekannt ist.

Mit den nunmehr bekannten Wirkungslinien C , D werden in Abb. 13 die Schnittpunkte S' , S'' bestimmt, durch die wegen des Gleichgewichts

der Glieder ACF und BDG die Wirkungslinien der Gelenke A und B gehen müssen. Damit ist der Lageplan fertig, und der Kräfteplan (Abb. 13a) kann gezeichnet werden, wobei man zur Nachprüfung darauf achtet, daß die Kräfte L und P dieselbe Mittelkraft R wie die Kräfte A und B ergeben. Im Lageplan schneiden sich diese Kräfte im Punkt O und T' auf der Wirkungslinie der Mittelkraft R .

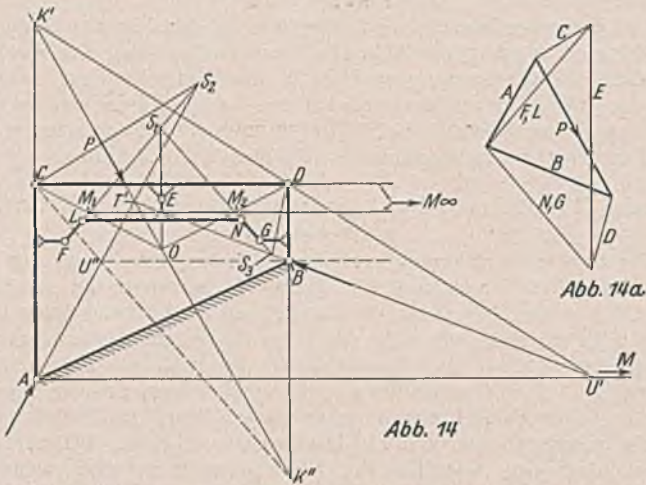


Abb. 14. Scheibenfachwerk mit belastetem Glied mit drei Gelenken und Lageplanermittlung nach Abb. 13.
Abb. 14a. Kräfteplan zu Abb. 14.

Als Beispiel für die Anwendung des geschilderten Verfahrens diene das Scheibenfachwerk der Abb. 14, an dem bemerkenswert ist, daß die Last P zwar an einem Glied mit drei Gelenken angreift, die Belastung eines Gliedes mit zwei Gelenken und damit die Bereitstellung der Aufgabe für das beabsichtigte Lösungsverfahren jedoch dadurch vorgenommen werden kann, daß das belastete Dreigelenkglied CDE als Bezugsglied und die mit zwei Gelenken versehene Grundlinie AB als das belastete Glied der Lageplanermittlung zugrunde gelegt wird. Es entsprechen also das Glied AB in Abb. 14 dem Glied CD in Abb. 13 und die Wirkungslinien FS_1, GS_1, ES_1 in Abb. 14 den Wirkungslinien FE, GE, LE in Abb. 13. Demnach wird in Abb. 14 auf der Wirkungslinie S_1E der beliebige Punkt O gewählt und die Gerade OC und OD gezogen, deren Schnittpunkte mit den Wirkungslinien FS_1, GS_1 die Gerade $M_1 M_2$ festlegen, deren Schnitt M mit der Grundlinie CD hier zufällig im Un-

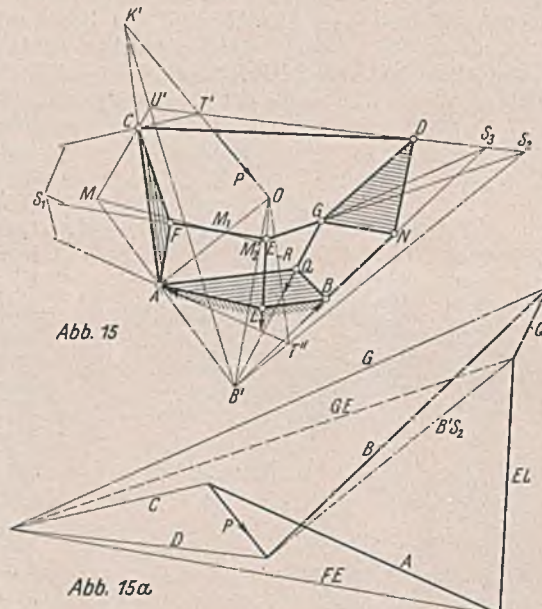


Abb. 15. Einfache Umwandlung der Wirkungslinien zur Lageplanermittlung nach dem Verfahren der Abb. 13.
Abb. 15a. Kräfteplan zu Abb. 15.

endlich liegt, weil der obere Teil des Fachwerks symmetrisch ist. Es ist weiter die Gerade MA gezogen und dazugehörig die Gerade AC bis zum Schnitt K' mit der Wirkungslinie der an AB entgegengesetzt angreifenden Last P . Die Gerade durch B und den Schnittpunkt U' der beiden Geraden MA und $K'D$ ist die Wirkungslinie des Gelenks B , die durch den Schnittpunkt T' mit der Wirkungslinie P auch die Lage der Wirkungslinie A angibt. Man findet nun am Glied ACF durch den Schnittpunkt S_2 der bekannten Wirkungslinien A und F auch die Wirkungslinie C und entsprechend durch den Schnittpunkt S_3 die Wirkungslinie DS_3 . Der Kräfteplan der Abb. 14a kann nun gezeichnet werden, da alle Wirkungslinien bekannt sind.

Man kann das beschriebene Verfahren auch in der Weise anwenden, daß vom Punkt M aus der Strahl durch B gezogen und mit der Geraden BD der Schnittpunkt K'' und die Gerade CK'' bestimmt werden, deren Schnittpunkt U'' mit dem Strahl MB die Wirkungslinie A festlegt, die sich als dieselbe wie vorher herausstellen muß.

Vorbereitungen zur Anwendung des Verfahrens nach Abb. 13.

Bei der Lageplanermittlung an den Fachwerken nach Abb. 11 u. 13 war es eine wesentliche Voraussetzung, daß an den zwei statisch bestimmt verbundenen Gliedern mit drei Gelenken je eine Wirkungslinie bekannt und zwei Wirkungslinien unbekannt waren. Diese Voraussetzung ist bei

den Fachwerken herzustellen, die der Anwendung des in Frage stehenden Ermittlungsverfahrens zugänglich sind.

Es sei z. B. in dem Scheibenfachwerk der Abb. 13 die Scheibe BDG bei B gelöst und nach Abb. 15 durch zwei Zweigelenkscheiben GQ und BN gestützt. Die Einführung zweier Zweigelenkscheiben ändert an der statischen Bestimmtheit des Fachwerks nichts, wenn sie so eingefügt werden, daß nicht mehr als zwei zweigelenkige Glieder in einer Reihe liegen und sie nicht in einen an sich schon starren Fachwerksteil fallen. Um nun am Fachwerk der Abb. 15 das Verfahren nach Abb. 13 anwenden zu können, sind die Wirkungslinien an dem Gliederzug $QGDNB$ oder, was hier dasselbe ist, am Glied GDN in drei Wirkungslinien umzuwandeln, um grundsätzlich wieder das Vorbild der Abb. 13 zu haben. Die Wirkungslinien QG und BN in Abb. 15 schneiden sich im Punkt B' , durch den die Mittelkraft der Kräfte Q und B , also auch die Ersatzwirkungslinie geht. Mit der Benutzung des Punktes B' an Stelle des Gelenks B in Abb. 13 hat man im Fachwerksteil $QGDNB$ der Abb. 15 die beiden Punkte B' und D mit unbekanntem Wirkungslinien sowie die bekannte Wirkungslinie EG , also dasselbe Bild der Wirkungslinien wie in Abb. 13. Mit Benutzung der Grundlinie AB' (Abb. 15) wird der Lageplan wie früher ermittelt. Man wählt auf der Wirkungslinie P den beliebigen Punkt O , zieht die Verbindungsgeraden nach der Grundlinie AB' und durch ihre Schnittpunkte M_1, M_2 mit den Wirkungslinien FE, GE die Gerade bis zum Schnitt M mit der Grundlinie. In Abb. 15 ist AC bis zum Schnitt K' mit der Wirkungslinie P verlängert und daher die Gerade $K'B'$ gezogen worden, die sich mit dem Strahl MC in U' schneidet, womit die Wirkungslinie $U'D$ des Gelenks D und durch deren Schnittpunkt T' mit der Wirkungslinie P auch die Wirkungslinie CT' des Gelenks C bekannt ist. Die Wirkungslinie A wird durch den Schnittpunkt S_1 der Wirkungslinien C und F festgelegt.

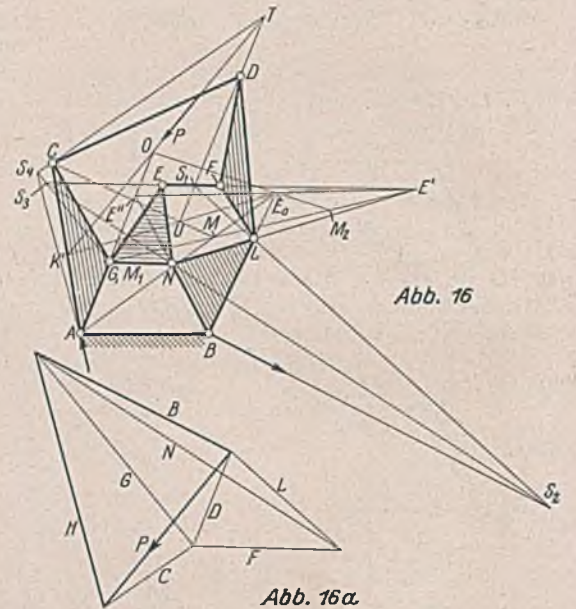


Abb. 16. Fachwerk mit dreifacher Umwandlung der Wirkungslinien und Lageplan nach Abb. 13.
Abb. 16a. Kräfteplan zu Abb. 16.

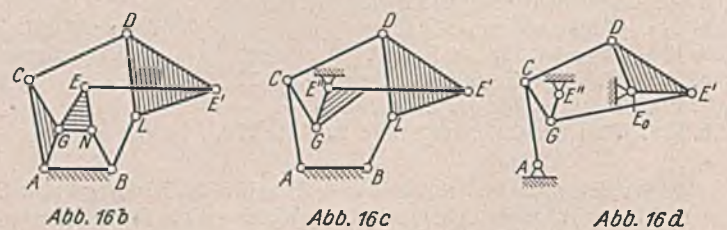


Abb. 16b bis d. Scheibenfachwerke zur Erläuterung der Umwandlungen am Fachwerk der Abb. 16.

Nach dieser Fertigstellung des Lageplans wird der Kräfteplan (Abb. 15a) gezeichnet. Dabei können einige Nachprüfungen vorgenommen werden, die erwähnt seien. Die Wirkungslinien EG und D müssen sich mit der Ersatzwirkungslinie B' in einem Punkt S_2 schneiden. Deshalb muß im Kräfteplan die Mittelkraft $B'S_2$ aus den Kräften Q, B abgesehen von dem Richtungssinn dieselbe wie die aus den Kräften GE und D sein. Ferner muß die Kraft G als Mittelkraft aus den Kräften GE und Q im Lageplan durch den Schnittpunkt S_3 der Wirkungslinien D und N gehen. Schließlich kann man nachprüfen, ob die Kräfte $A, B'S_2$ und P, LE dieselbe Mittelkraft R bilden, die im Lageplan durch die Punkte T' und hier zufällig durch O geht.

Bei dem einfachen Fachwerk der Abb. 15 war nur ein einziger Ersatz eines Wirkungslinienpaares notwendig, um das Ermittlungsverfahren nach Abb. 13 anwenden zu können. Bei anderen Fachwerken können mehrere Umwandlungen notwendig sein, so z. B. drei beim Fachwerk der Abb. 16. Zur Verringerung der Zahl der Wirkungslinien sucht man Gelenkvierecke wie das Viereck $QGNB$ (Abb. 15) auf und benutzt wie dort die Tatsache, daß die Mittelkraft der Linien QG und BN durch den Schnittpunkt B' geht, das Glied GDN also z. B. durch ein Gelenk in B' oder auf der Mittelkraft unterstützt werden könnte, ohne daß sich am Gleichgewicht des Gliedes GDN oder an der Kraft bei D und an der Linie EG etwas ändert. Da von der Mittelkraft nur der Punkt B' bekannt ist, kann nur er als Ersatzgelenk für die Stützung durch die Glieder QG und BN verwendet werden.

Beim Scheibenfachwerk der Abb. 16 ist das Glied DFL die Scheibe, auf die zusammen mit der Scheibe AC das Verfahren der Abb. 13 angewendet werden soll. Man hat deshalb dafür zu sorgen, daß auch die Scheibe mit dem Gelenk D einen festen Drehpunkt wie die Scheibe AC erhält. Zu diesem Zweck wird die Stützmöglichkeit dieser Scheibe untersucht, bei welcher sich die Wirkungslinie D nicht ändert, denn diese sowie die Wirkungslinie C sind es, die zunächst gesucht werden, um dann auch die anderen Wirkungslinien zu finden. Neue Stützpunkte findet man als Schnittpunkte bekannter Wirkungslinien derselben Scheiben. An der Scheibe DFL (Abb. 16) ist nur die Wirkungslinie F bekannt. Eine zweite Wirkungslinie zwischen denselben Scheiben DFL und EGN erhält man dadurch, daß man das diese Scheiben verbindende Glied BLN als Fachwerksscheibe ansieht, wodurch die Wirkungslinien als Stabachsen sofort bekannt sind. Die bisher fehlende Wirkungslinie ist so die Linie NL , die mit der Linie EF den Schnittpunkt E' als Stützpunkt der Scheibe DFL an der Scheibe EGN bildet. Zum leichteren Verständnis des Vorgangs ist in Abb. 16b das Scheibenfachwerk dargestellt, das den grundsätzlichen Zustand des Fachwerks der Abb. 16 kennzeichnet und bei einer Ausführung des Punktes E' als Gelenk unter Weglassung des Gliedes EF und des Stabes LN dieselben Wirkungslinien wie das Fachwerk der Abb. 16 enthält.

Da in Abb. 16 die Scheibe DFL einen Stützpunkt am Steg AB erhalten soll, der Stützpunkt E' jedoch auf einer Fachwerksscheibe liegt, sucht man weiterhin Wirkungslinienpaare durch Stützpunkte zu ersetzen. An der Scheibe GNE sind die Wirkungslinien BN und die des Stabes AG bekannt, die sich im Stützpunkt E'' schneiden (Abb. 16c), der am Steg liegt, weil an ihm die Scheibe EGN durch das Glied BN und den Stab AG abgestützt wurde. Der Stützpunkt E'' gehört jedoch nicht zur Scheibe mit dem Gelenk D . Für sie findet man jetzt einen Stützpunkt E_0 am Steg dadurch, daß man die Wirkungslinie $E'E''$ (Stab $E'E''$ in Abb. 16c) mit der Wirkungslinie BL vereinigt. Durch den Wegfall dieser Wirkungslinien und ihren Ersatz durch den Stützpunkt E_0 entsteht als Anschauungsbild Abb. 16d. Ein Vergleich mit Abb. 13 zeigt, daß nunmehr das Fachwerk der Abb. 16 zur Anwendung des Verfahrens nach Abb. 13 vorbereitet ist.

Abb. 16b bis d sollen nicht so gelesen werden, als ob das ursprüngliche Fachwerk (Abb. 16) abgeändert worden wäre. Sie sollen vielmehr nur die Vorstellung der vorgenommenen Maßnahmen erleichtern und einen Überblick darüber geben, wie weit man durch die vorgenommenen Umwandlungen dem Ziel nahegekommen ist. Tatsächlich hat keine Änderung des ursprünglichen Fachwerks stattgefunden, es sind nur Wirkungslinien oder, wenn man will, geometrische Hilfslinien gezogen worden, die nötig waren, um die Grundlinienpunkte A und E_0 zu finden und damit das Verfahren für die Wirkungslinienermittlung ansetzen zu können.

Zur Zeichnung des Lageplans werden gemäß Abb. 13 in Abb. 16 von einem beliebigen Punkt O auf der Wirkungslinie P die Geraden nach A und E_0 gezogen, die die Wirkungslinien CG und GE' in den Punkten M_1 und M_2 schneiden. Die Gerade M_1M_2 schneidet die Grundlinie AE_0 im unveränderlichen Punkt M , von dem aus in Abb. 16 die Gerade nach C gelegt wurde. Daher ist die Wirkungslinie P mit AC zum Schnitt zu bringen und von diesem Schnittpunkt K' die Gerade nach E_0 zu ziehen, welche MC in U schneidet. Die Verbindung UD ist die Wirkungslinie D und gibt durch ihren Schnittpunkt T auch die Wirkungslinie C an.

Mit den bekannten Wirkungslinien C und D ist der Lageplan mit einfachen Mitteln fertigzustellen. An der Scheibe DFL legt der Schnittpunkt S_1 die Wirkungslinie L fest. An den unmittelbar verbundenen Scheiben GEN und BNL sind die Wirkungslinien E, L und die daraus folgende Wirkungslinie D bekannt. Man hat daher hier den Dreigelenkbogen (Abb. 7) mit der Grundlinie BG und ermittelt damit die Wirkungslinie N , die mit der Wirkungslinie L den Schnittpunkt S_2 bildet, durch den die Wirkungslinie B festgelegt ist. Die Wirkungslinie N bildet außerdem mit der Wirkungslinie E den Schnittpunkt S_3 , durch den die Wirkungslinie G bekannt wird, die durch den Schnittpunkt S_4 mit der Wirkungslinie C die Wirkungslinie A bestimmt und damit den Lageplan beendet. Zur Nachprüfung kann man feststellen, ob sich die Wirkungslinien A und B auf der Wirkungslinie P schneiden.

Der Kräfteplan (Abb. 16a), der mit den Gelenkkraften A, B oder C, D begonnen wird, gibt durch das Dreieck BDG einen im Lageplan nicht benutzten Schnittpunkt der Wirkungslinien dieser Kräfte an, der zur Nachprüfung aufgesucht werden kann.

Vereinfachung der Wirkungslinien bei Belastung einer höheren Scheibe.

Beim Scheibenfachwerk der Abb. 17 ist das Glied CDV , das wegen des Doppelgelenks V eine Scheibe mit drei oder vier Gelenken sein kann, mit der Last P belastet. Da auch der Steg ABF kein Glied mit zwei Gelenken ist, nutzt es nichts, wenn man Glied CDV als Steg und Glied ABF als durch die Kraft P belastet ansieht. Obwohl Fachwerk und Belastung nach Abb. 17 keine Ähnlichkeit mit Abb. 13 zeigen, läßt sich das Fachwerk zur Behandlung nach diesem Verfahren vorbereiten. Man beginnt mit einem Gelenkviereck, z. B. $AGLF$, und ersetzt die Wirkungslinien der Stäbe AG und FL durch den Stützpunkt Q' der Scheibe GQL am Steg ABF , wobei von den Scheiben AEG und FLN noch die Stäbe und Wirkungslinien AE, GE, FN, LN bleiben. Augen-

fällig ist weiter, daß man die Wirkungslinien VN und BD durch eine Mittelkraft im Schnittpunkt S' ersetzen, diesen also als Gelenk betrachten kann, in dem die Glieder CVD, NS' und BS' verbunden sind. Man sucht nun noch den Stützpunkt S_0' für das Glied NS' und erhält so als Anschauungsbild ein bei S_0' am Steg abgestütztes Dreigelenkglied $S_0'NS'$ (Abb. 17b), wie man es nach Vergleich mit Abb. 13 als Stütze des belasteten Gliedes mit zwei Gelenken braucht. Um auf der anderen Seite des Fachwerks der Abb. 17 dieselbe Stütze zu erhalten, faßt man an der Scheibe CVD die Wirkungslinien CE und CV zur Stützung im Punkt S'' zusammen und hat nunmehr statt der Scheibe CVD ein belastetes Dreigelenkglied $S''S'$ entsprechend Abb. 13, dessen Gelenk S'' durch Zweigelenkglieder mit E und Q verbunden gedacht werden kann. Die Wirkungslinien dieser Glieder schneiden sich im Punkt S''' , der als Gelenk einer Dreigelenkscheibe $S'''ES''$ am Glied $Q'LS'''$ aufgefaßt werden mag. Zum Abschluß ist im Gelenkviereck $AES'''Q'$ das Linienpaar AE und $Q'S'''$ durch den Stützpunkt S_0 am Steg zu ersetzen. Das in Abb. 17 erhaltene Bild der Stützpunkte und Wirkungslinien ist demjenigen eines Fachwerks nach Abb. 17b gleichwertig, das wiederum mit dem Fachwerk der Abb. 13 übereinstimmt.

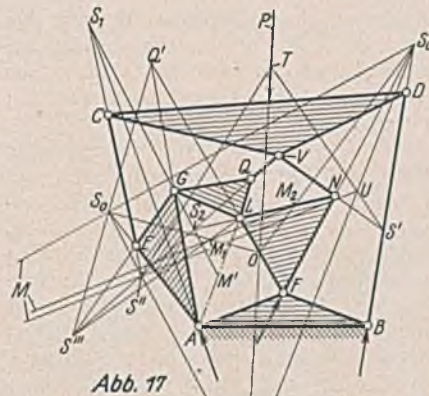


Abb. 17



Abb. 17a

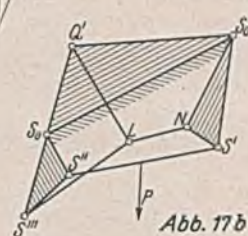


Abb. 17b

Abb. 17. Umwandlung der Wirkungslinien und Lageplan eines Scheibenfachwerks bei Belastung einer höheren Scheibe.

Abb. 17a. Kräfteplan zu Abb. 17.

Abb. 17b. Scheibenfachwerk zur Erläuterung des grundsätzlichen Zustandes des Fachwerks der Abb. 17 nach den vorgenommenen Umwandlungen.

Zur Anfertigung des Lageplans wird in bekannter Weise auf der Wirkungslinie P der beliebige Punkt O gewählt, die Gerade OS_0 und OS_0' gezogen, die auf den zugehörigen Wirkungslinien $S'''L$ und LN die Punkte M_1 und M_2 angeben, deren Verbindungsgerade die Grundlinie S_0S_0' im unveränderlichen Punkt M schneidet. Zieht man die Gerade S_0S'' bis zum Schnitt K mit der Wirkungslinie P , dann schneidet der Strahl MS'' die Gerade KS_0' im Punkt U , durch den die Wirkungslinie $S'U$ geht, die ihrerseits die Wirkungslinie P in T schneidet und so auch die Wirkungslinie $S''T$ festlegt.

Die Wirkungslinie $S''T$ ist die Lage der Mittelkraft für die Wirkungslinien $S''EC$ und $S''QV$. Am Dreigelenkbogen AGL mit der Grundlinie AL kennt man somit zwei Wirkungslinien und ihre Mittelkraft, kann also die Wirkungslinie des Gelenks G nach dem Verfahren der Abb. 7 bestimmen, wobei M' der unveränderliche Punkt ist. Die Wirkungslinie G schneidet die Linie EC im Schnittpunkt S_1 , der die Wirkungslinie A festlegt, und außerdem im Schnittpunkt S_2 die Wirkungslinie QV , wodurch die Wirkungslinie L bestimmt ist, die hier zufällig nach LN fällt, so daß die Wirkungslinie F durch N geht. Der Lageplan in Abb. 17 ist damit bekannt und die Zeichnung des Kräfteplans möglich, die man

zur Anfertigung des Lageplans wird in bekannter Weise auf der Wirkungslinie P der beliebige Punkt O gewählt, die Gerade OS_0 und OS_0' gezogen, die auf den zugehörigen Wirkungslinien $S'''L$ und LN die Punkte M_1 und M_2 angeben, deren Verbindungsgerade die Grundlinie S_0S_0' im unveränderlichen Punkt M schneidet. Zieht man die Gerade S_0S'' bis zum Schnitt K mit der Wirkungslinie P , dann schneidet der Strahl MS'' die Gerade KS_0' im Punkt U , durch den die Wirkungslinie $S'U$ geht, die ihrerseits die Wirkungslinie P in T schneidet und so auch die Wirkungslinie $S''T$ festlegt.

hier entweder mit den Kräften und dem Auflagerdruck am Steg ABF oder wie in Abb. 17a mit den Teilkräften $S'T$ und $S''T$ der Last P beginnt.

Zur Kräfteermittlung an Stabfachwerken.

Das Stabfachwerk entsteht aus dem Scheibenfachwerk dadurch, daß man Abmessungen null werden läßt und so Gelenke zusammenlegt, die dann Mehrfachgelenke sind. Man kann auf diese Weise alle Stabfachwerke erhalten, doch wäre dieses Verfahren für viele Fälle zu umständlich. Man entwickelt daher Stabfachwerke gewöhnlich unmittelbar durch Aufbau über dem Dreigelenkbogen mit Hilfe von Zweischlägen (einem gelenkig verbundenen Stabpaar), die an den vorhandenen Gelenken angeschlossen werden. Nach Fertigstellung eines solchen Dreieckaufbaues können Stäbe getauscht und dadurch neue Fachwerksformen gewonnen werden. Die Wirkungslinien sind als Stabachsen in diesen Fachwerken bekannt. Man versucht daher, wenn die äußeren Kräfte bekannt sind, die Kräfteermittlung mit dem Cremonaplan, die durchgeführt werden kann, wenn die äußeren Kräfte nur in den Knotenpunkten angreifen und im Zug des Ermittlungsverfahrens an keinem Knotenpunkt mehr als zwei unbekannte Kräfte auftreten.

Der Fall, daß die äußeren Kräfte an einem Stabfachwerk nicht alle in Knotenpunkten angreifen, liegt z. B. in Abb. 9 vor, die als Weg zur zeichnerischen Lösung den zeigt, daß man das Fachwerk zunächst als Scheibenfachwerk betrachtet, wie in Abb. 9 die Gelenkkräfte ermittelt und nun erst den Cremonaplan ansetzt.

Im anderen Fall, in dem für den Ansatz des Kräfteplans keine Knotenpunkte mit nur zwei unbekannt Kräfte vorhanden sind, verwendet man bei einer Belastung in den Knotenpunkten die Möglichkeit der Knotenpunktsteilung⁴⁾. Der Kräfteplan kann sofort gezeichnet werden, wenn das Stabfachwerk nicht ein Scheibenfachwerk ist, dessen Scheiben nachträglich als Fachwerke ausgeführt wurden und an deren Knotenpunkten die äußeren Kräfte angreifen. In diesem Fall werden zuerst genügend oder alle Kräfte des Scheibenfachwerks ermittelt und dann erst die Kräftepläne der einzelnen Fachwerksscheiben gezeichnet. Man kann auch für das Scheibenfachwerk die Knotenpunktsteilung verwenden oder aber die früher gezeigten Verfahren. In Abb. 18 ist ein Stabfachwerk ohne unmittelbare Ansatzmöglichkeit des Cremonaplan dargestellt. Diese Grundfigur bleibt erhalten, auch wenn die Stäbe durch Fachwerksscheiben

⁴⁾ Kraus, Spannkraftbestimmung an schwierigen Fachwerken durch Knotenpunktsteilung. Bautechn. 1940, Heft 2/3, S. 31.

ersetzt werden, von denen eine in einem Knotenpunkt die Last P aufnimmt. Durch Umwandlung der Wirkungslinien führt man die Aufgabe der Kräftebestimmung an diesem Fachwerk auf Abb. 13 zurück. Bei der besonderen Stabanordnung in Abb. 18 und der dort vorgenommenen Wahl des Punktes O fallen die Punkte M_1 und M_2 mit B und O zusammen, während der unveränderliche Punkt M ins Unendliche rückt. Man erhält dadurch als Strahl ME eine Gleichlaufende zur Wirkungslinie B und die Punkte K und U als seinen Schnittpunkt mit der Wirkungslinie P . Die Wirkungslinien KE und KF geben die Lagen der auf das Zweigelenkglied EF ausgeübten Kräfte an und genügen, um nach Abb. 18a den Kräfteplan für die Stabkräfte des Fachwerks der Abb. 18 zu zeichnen. Für jeden zum Fachwerk erweiterten Einzelstab wird anschließend ein besonderer Kräfteplan gezeichnet.

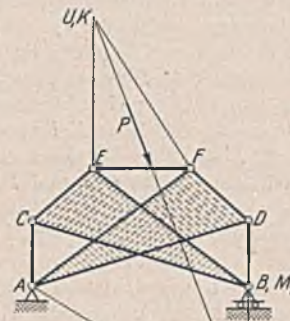


Abb. 18

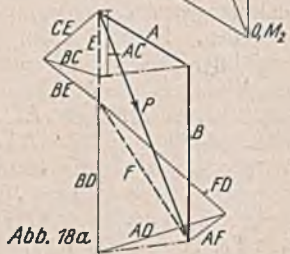


Abb. 18a. Kräfteplan zu Abb. 18.

Zur Nachprüfung sind in Abb. 18a zwei gleichlaufende strichpunktlierte Linien gezeichnet, die nachweisen, daß die Kräfte AC, AD, AF mit der Stützkraft A und die Kräfte BD, BE, BC mit der Stützkraft B im Gleichgewicht sind.

Man erkennt übrigens in Abb. 18 durch die Darstellung als Scheibenfachwerk ohne weiteres, daß die Kraft E den Kräften AC und B gleichgerichtet sein muß, denn an der Scheibe BCE kann die auf sie entfallende Teilkraft bei B nur in der Kraft B selbst liegen, weil auch die Stabkraft BD in ihr liegt. Da außerdem die Kraft in Stab AC gleichgerichtet hierzu ist, muß es auch die Kraft E sein. So mag in manchen Fällen allein schon die Darstellung als Scheibenfachwerk einen einfachen Weg zur Ermittlung der Kräfte weisen.

Abb. 18. Lageplanermittlung eines schwierigen Stabfachwerks nach dem Verfahren der Abb. 13.

Abb. 18a. Kräfteplan zu Abb. 18.

gleichgerichtet hierzu ist, muß es auch die Kraft E sein. So mag in manchen Fällen allein schon die Darstellung als Scheibenfachwerk einen einfachen Weg zur Ermittlung der Kräfte weisen.

Vermischtes.

Die neue Bahnstrecke von Castelnuovo di Garfagnana nach Piazza al Serchio im Zuge der Linie Lucca—Aulla. Am 21. April 1940 wurde durch einen Regierungsvertreter die neue Strecke von Castelnuovo di

Garfagnana nach Piazza al Serchio eingeweiht. Ihre Anschlußstrecken führen im Süden nach Lucca und Pisa, im Norden nach Aulla und Spezia. Die Bahn ist, wie die Anschlußstrecken, eingleisig mit einer Bettungsbreite

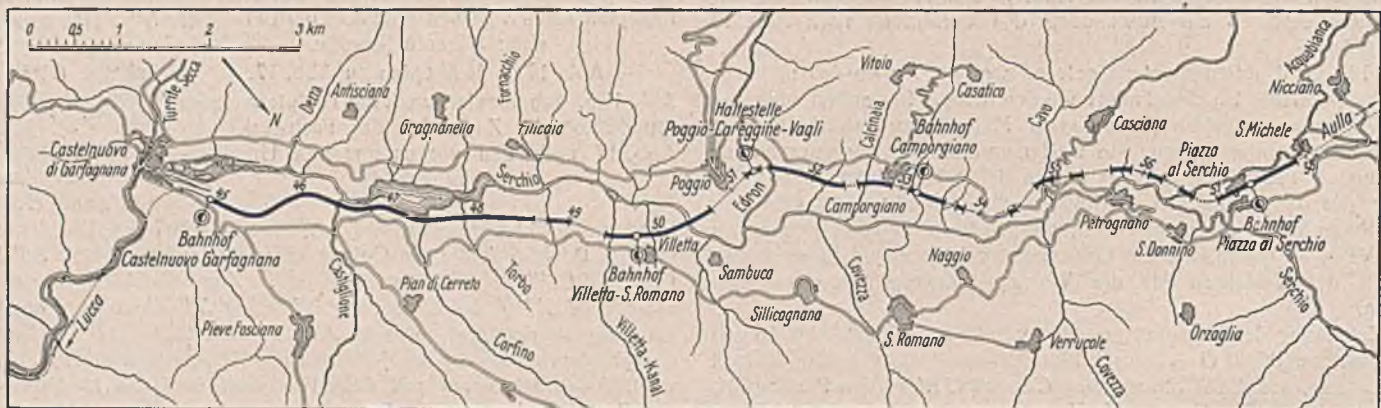
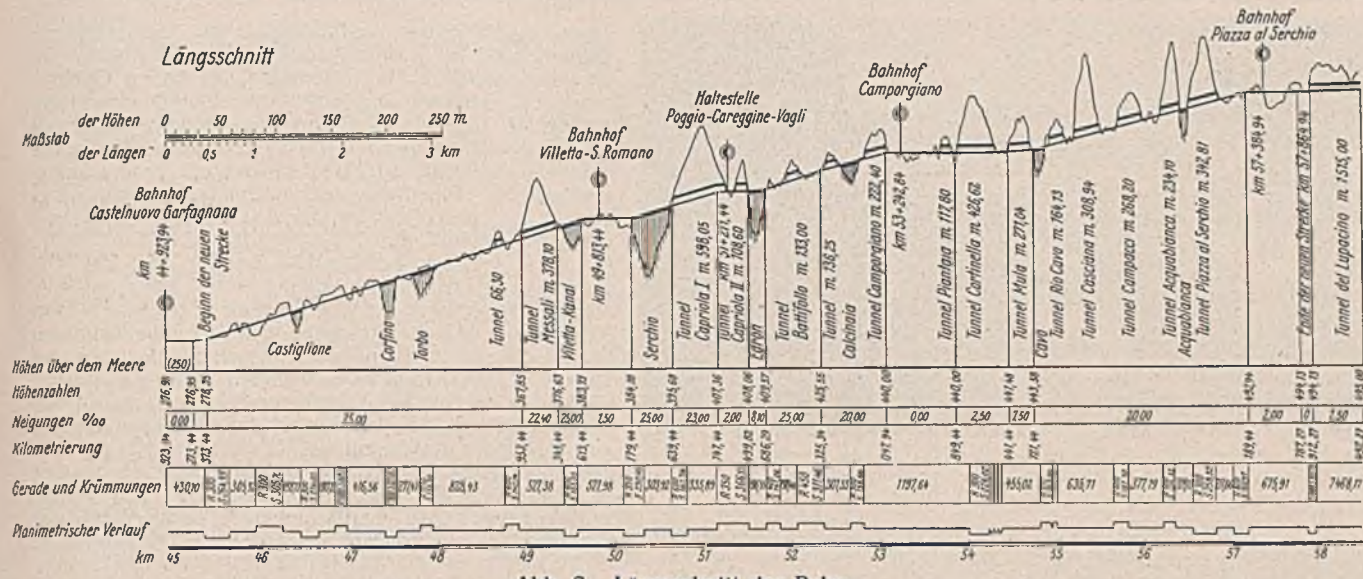


Abb. 1. Lageplan.

Bezeichnung der größeren Brücken	Gewölbe						Stahlträger		Gesamtlänge m	Größte Höhe m	Massen	
	Haupt-			Neben-			Zahl	Lichtweite m			Aushub m³	Mauerwerk m³
	Zahl	Lichtweite m	Dicke m	Zahl	Lichtweite m	Dicke m						
Brücke über den Castiglione	6	12	0,94	—	—	—	—	—	103,60	13	1 400	3 650
„ „ Corfino	4	25	1,20	2	10	0,80	—	—	158,19	26	2 680	7 100
„ „ Torbo	6	12	0,60	—	—	—	3	32,40	193,29	20	8 100	9 250
„ „ Villettakanal	7	12	0,60	—	—	—	—	—	112,30	21	3 600	4 340
„ „ Serchio*)	13	25	1,20	1	12	0,81	—	—	408,72	54	15 370	26 925
„ „ Edron	6	25	1,20	—	—	—	—	—	191,31	42	4 900	10 560
„ „ Calcinaia	9	12	0,81	—	—	—	—	—	134,87	18	5 500	8 050
„ „ Rio Cavo	8	14	0,70	—	—	—	—	—	151,20	23	3 070	6 240
„ „ Acquabianca	1	40	1,20	10	5	0,50	—	—	88,50	25	1 400	3 610
zusammen	60			13			3		1541,98	—	46 020	79 725

*) Drei Bogen mit 23,20 m Lichtweite und 0,94 m Dicke.

Längsschnitt



von 5 m ausgeführt. Ausgehend von Castelnuovo di Garfagnana entwickelt sich die Bahn (Abb. 1) zunächst mit Mindesthalbmessern von 300 m am linken Ufer des Serchio entlang. Im weiteren Verlauf überquert sie die Gebirgsflüsse Castiglione, Corfino und Rio Torbo. Hier erforderten die

Steilheit und geologische Beschaffenheit der Hänge bereits eine Anzahl verschiedenartiger Schutzbauten, insbesondere gegen Rutschungen und Wasserschäden. Hinter dem Rio Torbo verläuft die Bahn auf einer Länge von 828 m geradlinig, um anschließend durch zwei Tunnel von 66 m und 378 m Länge den Bahnhof Villetta-San Romano zu erreichen. Unmittelbar hinter diesem überquert die Bahn auf einer 409 m langen Brücke mit 14 Bogen, davon 13 mit 25 m und 1 mit 12 m lichter Weite, den Serchio, um danach in den 598 m langen Capriola-tunnel I einzumünden, an dessen Ausgang der wegen der benachbarten Marmorbrüche von Vagli wichtige Haltepunkt von Poggio-Careggine-Vagli liegt. Hinter der Haltestelle durchfährt die Bahn in einem 108 m langen Tunnel erneut den Capriola, überquert sodann den Gebirgsfluß Edron auf einer Brücke mit sechs Öffnungen von je 25 m Lichtweite und führt dann durch zwei Tunnel von 133 m und 136 m Länge nach Überquerung des Rio Calcinana auf einer Brücke mit neun Bogen

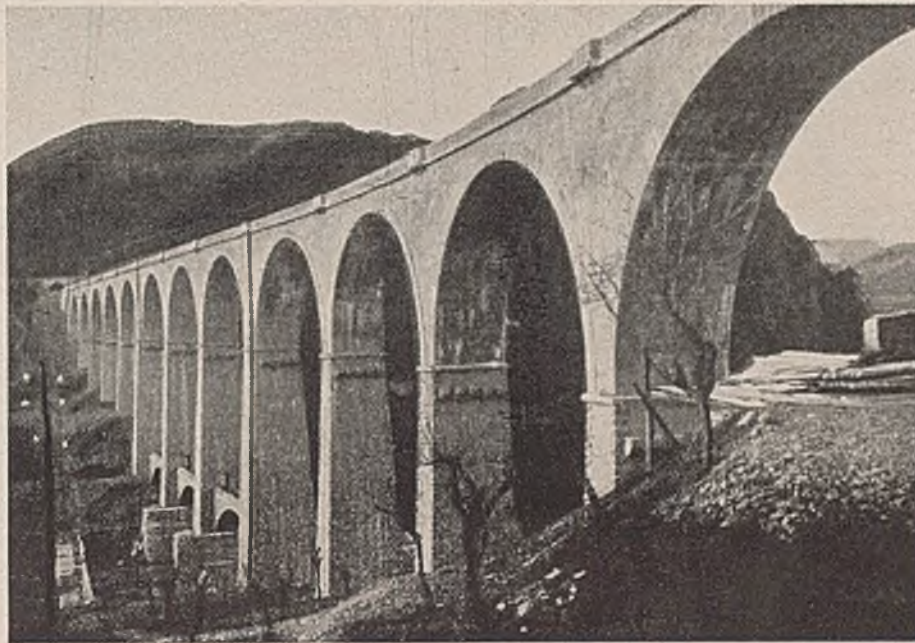


Abb. 3. Ansicht (talabwärts) der Brücke über den Serchio.

beträgt 12 893 m. Wie diese Angaben sowie Lageplan und Längsschnitt zeigen, ist die Bahnstrecke durch zahlreiche, in kurzem Abstände aufeinanderfolgende Kunstbauten gekennzeichnet, die viele Handarbeit und entsprechend hohe Kosten erforderten. 8299 m liegen in der Geraden, 4594 m in Krümmungen mit Halbmessern von 300 m bis 1250 m. 9117 m liegen offen, 3776 m in 15 Tunneln. Die größte Neigung ist 25 ‰. Der Gesamthöhenunterschied zwischen Ausgangs- und Endpunkt beträgt 216 m.

Die Tallehnen, an denen sich die Bahn hinzieht, bestehen aus lehmig-tonigen Schichten des oberen Eozäns mit eingelagerten Adern diabasischen Gesteins. Der Boden neigt also sehr zu Abbrüchen. Trotz aller Bemühungen war es nicht möglich, die Linienführung ganz außerhalb dieses geologisch gefährlichen Gebietes zu entwickeln. Obwohl man größte Sorgfalt darauf verwendete, den Gleichgewichtszustand der Hänge nicht zu stören, mußten doch bedeutende und kostspielige Sicherungsbauten ausgeführt werden.

Mit dem Bau der Strecke wurde bereits im Frühjahr 1919 begonnen. Infolge verschiedener Umstände, insbesondere wegen der damaligen politischen Unsicherheit und des wirtschaftlichen Tiefstandes, mußte der Bau in den Jahren 1920 bis 1923 unterbrochen werden. Die Erdbewegung umfaßte 340 000 m³ Aushub aus Einschnitten und 250 000 m³ Dammschüttungen, davon allein 50 000 m³ für den Bahnhof Piazza al Serchio. Im Zuge der Bahnstrecke wurden 50 Bauwerke mit bis zu 12 m Lichtweite, acht Wegeunterführungen, eine Überführung, zwölf kleine Brücken und 29 Durchlässe und Kanäle ausgeführt. Die Überquerung der zum Teil tief eingeschnittenen Täler erforderte den Bau von neun großen Brücken, deren wesentlichste Größenabmessungen die Zahlentafel auf S. 106 zeigt.

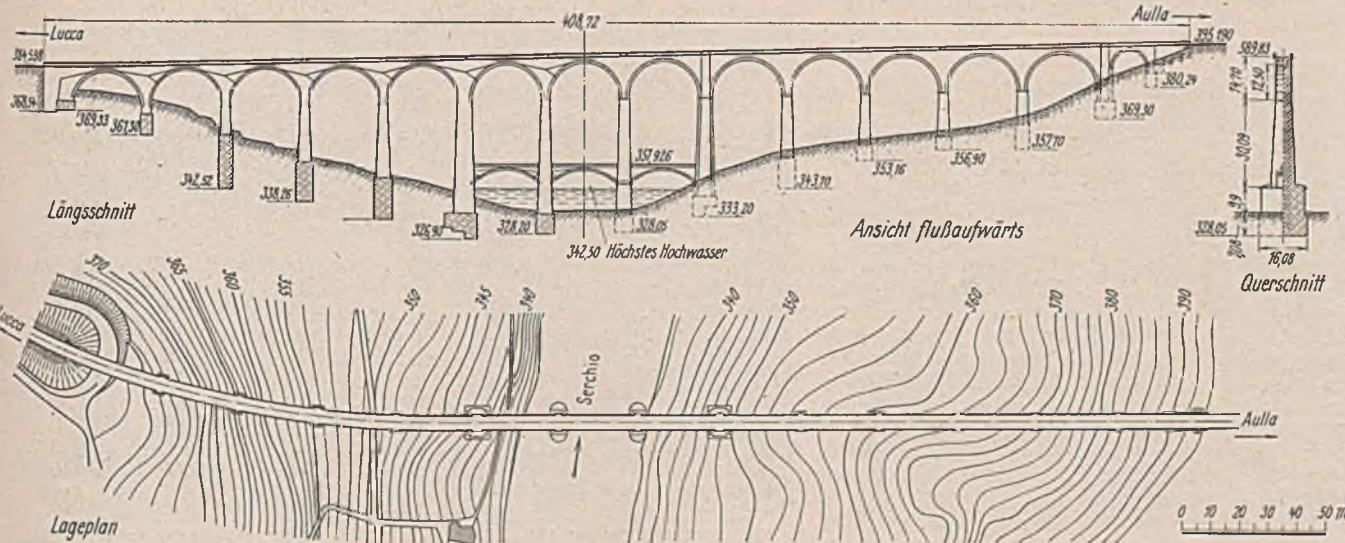




Abb. 5. Brücke über den Gebirgsfluß Acquabianca.

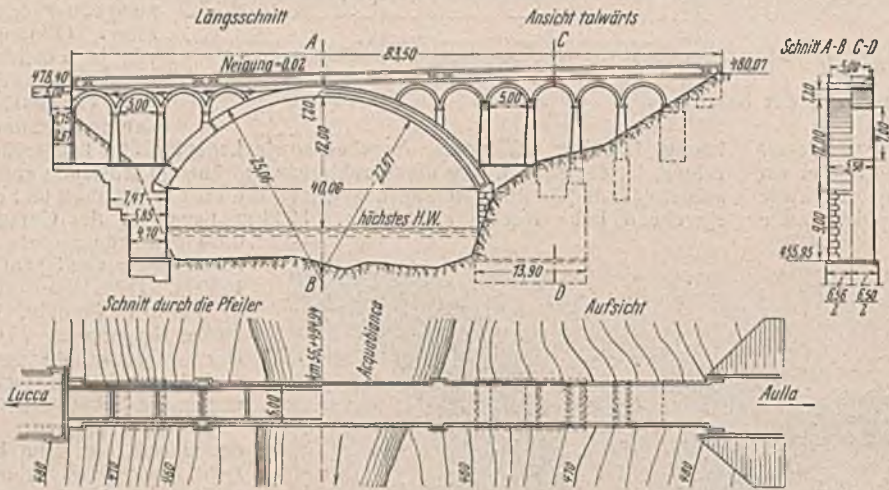


Abb. 6. Brücke über den Gebirgsfluß Acquabianca.

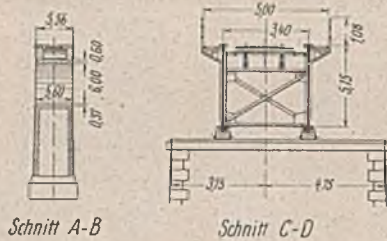
Trotz sorgfältigster Ausführung aller Tunnelarbeiten wurden bald nach Fertigstellung der Bauarbeiten an verschiedenen Tunneln — infolge des hohen Gebirgsdruckes — Ausbesserungs- und Wiederherstellungsarbeiten notwendig. Der Bau von 15 Tunneln erforderte zusammen die Ausschachtung von 150 000 m³ Fels und Boden sowie die Herstellung von 80 000 m³ Mauerwerk für die Innenauskleidung. Die durchschnittlichen Baukosten für 1 m Tunnel betragen 6000 Lire, für den Tunnel von Messali etwas über 8000 Lire.

Rutschungen bei km 48 + 500 und 52 + 300. Die erste größere Rutschung entlang einer alten, bis zum Serchio hinabreichenden Spalte zog eine Strecke von etwa 500 m Länge in Mitleidenschaft. Beim Anschneiden dieser alten Spalte durch die Bahn setzte sich der Hang auf eine Tiefe von 11 bis 16 m in Bewegung. Unter der Rutschfläche trat, bis auf eine Tiefe von 23 bis 30 m, ein von früheren Bewegungen herrührendes wirres Durcheinander von Gesteintrümmern zutage. Zahlreiche Hangquellen zwischen der Provinzialstraße und der Bahn forderten und beschleunigten die zerstörenden Vorgänge. Zur Abhilfe wurden zunächst die Oberflächenwasser in ausgekleideten Gräben abgeleitet, danach die einzelnen Quellen bis in



Abb. 7. Brücke über den Acquabianca.

Brücke über den Serchio bei km 50 + 385. Der bedeutendste Kunstbau der neuen Strecke ist die 409 m lange, in einer Krümmung von 350 m Halbmesser liegende Talbrücke über den Serchio (Abb. 4). Sie liegt im Gefälle von 25 ‰. Die Höhe des Mittelpfeilers über der Talsohle beträgt etwa 54 m. Wie Abb. 4 zeigt, hat die Brücke 13 Bogen mit je 25 m und einen mit 12 m Lichtweite. Die mittleren Pfeiler wurden mit Rücksicht auf ihre bedeutende Höhe und wegen der Hochwassergefahr durch Versteifungsbogen von 4,65 m Pfeilhöhe in der in Abb. 4 veranschaulichten Weise besonders gesichert. Die beiden Mittelpfeiler erhielten Vorköpfe bis über das höchste Hochwasser. Die lichte Brückenbreite zwischen den inneren Seitenwänden der Brüstung mißt 5 m. Die Mittelpfeiler wurden unter Druckluft gegründet. Die eisernen Senkkasten hatten eine Grundfläche von 100 m², einen Arbeitsraum von 2,25 m Höhe und zwei Einstiegschächte. Wegen des zerklüfteten felsigen Untergrundes verursachte die Gründung erhebliche Schwierigkeiten, so daß täglich nur eine Absenkung von 19 cm und ein Aushub von 18,30 m³ erreicht werden konnte. Das aufgehende Mauerwerk wurde in Zementmörtel ausgeführt. Die Bauzeit betrug drei Jahre (1926 bis 1929), der Kostenaufwand 5,1 Mill. Lire oder 12 500 Lire für 1 m Brücke.



Zu Abb. 8.

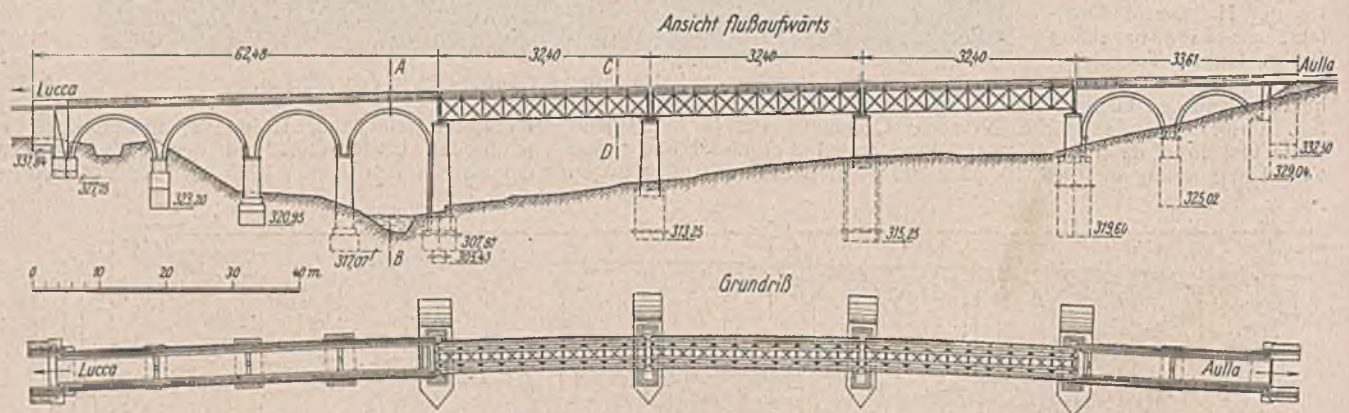


Abb. 8. Brücke über den Rio Torbo.

Brücke über den Serchio (Abb. 4). Ein weiterer beachtenswerter Brückenbau ist der über den Acquabianca (Abb. 5 bis 7). Wie Abb. 6 zeigt, hat die Mittelöffnung eine Lichtweite von 40 m bei einer Pfeilhöhe von 12 m. Die Bogenstärke mißt im Scheitel 1,20 m, am Widerlager 1,80 m. Die beiderseits an den Mittelbogen anschließenden halbkreisförmigen Bogen haben eine Lichtweite von 5 m, eine Dicke von 0,40 m. Die Gesamtlänge dieser Brücke beträgt 86 m; die lichte Breite zwischen den Innenwänden der Brüstung 5 m. Die Baukosten betragen 819 375 Lire oder 9600 Lire für 1 m Brücke.

Eine stählerne Brücke über den Rio Torbo zeigt Abb. 8. Tunnel. Überall dort, wo die Beschaffenheit der Berghänge eine Gefährdung der Bahn befürchten ließ, ist die Bahn gedeckt geführt worden.

große Tiefe im Berge gefaßt und das Wasser nach einem 26 m tiefen Sammelschacht geleitet und von dort in einem 190 m langen Stollen ins Freie abgeführt. — Die Gesamtkosten des Bahnbaues beliefen sich auf 65 Mill. Lire, wovon 46 Mill. nach dem seinerzeitigen Marsch auf Rom gestiftet worden sind. Geleistet wurden 12 Mill. Arbeitstage. (Ann. Lav. Pub., August 1940, S. 692 bis 707 mit 18 Abb.).

Dr.-Ing. Dr. rer. pol. Haller VDI, Tübingen.

INHALT: Wahl der Bauweise für Eisenbahndeckbrücken mit beschränkter Bauhöhe. — Grundlagen zur zeichnerischen Kräfteermittlung an statisch bestimmten ebenen Fachwerken. — Vermischtes: Die neue Bahnstrecke von Castelnovo di Garfagnana nach Piazza al Serchio im Zuge der Linie Lucca—Aulla.

Verantwortlich für den Inhalt: Dr.-Ing. Erich Lohmeyer, Oberbaudirektor a. D., Berlin-Steglitz, Am Stadtpark 2. — Verlag: Wilhelm Ernst & Sohn, Verlag für Architektur und technische Wissenschaften, Berlin W 9. — Druck: Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.