DIE BAUTECHNIK

19. Jahrgang BERLIN, 21. März 1941 Heft 12/13

Hängebrücken (III).*)

Von Ministerialrat Professor Dr.-Ing. ehr. Schaechterle, Berlin, und Regierungsbaumeister Dr.-Ing. Leonhardt, Köln-Rodenkirchen.

Ausbildung der Traggurte und Hänger.

Als Traggurte werden Bolzengelenkketten, Flachbänder und Kabel aus Paralleldrahtbündeln oder Spiraldrahtseilen verwendet.

Die Kettenglieder aus hochgestellten Breitflachstählen (Abb. 71) sind am Bolzenloch durch aufgenietete Bleche verstärkt oder als Augenstäbe ausgebildet und mit Gelenkbolzen verbunden, die gleichzeitig zum Anschluß der Hänger dienen. Gleich hohe oder stetig nach den Pfeilern zu höher werdende Ketten sind schöner als Augenstabketten mit Verdickungen an den Gelenken.

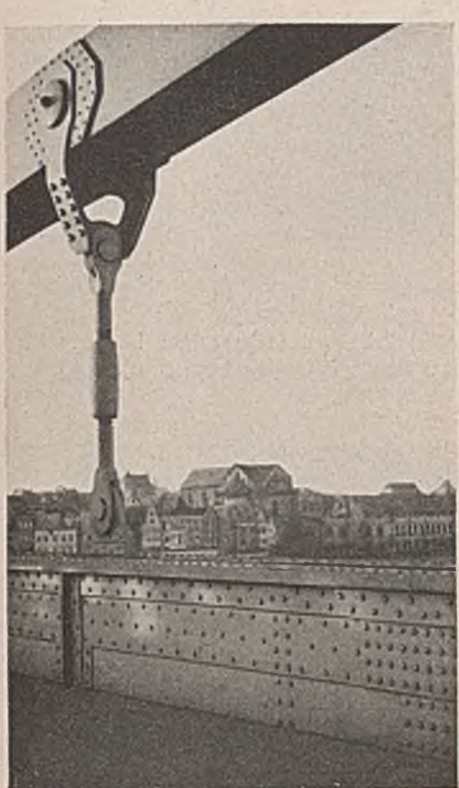


Abb. 71. Kette aus hochgestellten Breitflachstählen mit gelenkig angeschlossenen Hängern aus runden Schmiedestahlstäben. Spannschloß zur Einstellung der Hängerlänge.

Bei den Tragbändern aus flachliegenden Breitflachstählen oder Blechen mit vernieteten Stößen, die in mehreren Lagen übereinander angeordnet werden (Abb. 72), ist der Anschluß der Hänger schwieriger. Bolzengelenkketten sehen auch besser aus.

Die Breitflachstähle haben Festigkeiten von 40 bis 70 kg/mm², während die warm gewalzten und kalt gezogenen Kabeldrähte aus Tiegelgußstahl oder SM.-Stahl Festigkeiten von 140 bis 160 kg/mm² haben. Dazu kommt, daß bei den Bändern die Nietabzüge und bei den Bolzengelenkketten außerdem die Spannungsspitzen an den Bolzenlöchern zu berücksichtigen sind. Dementsprechend ist das Gewicht der Ketten zwei- bis dreimal so groß als das der Kabel, obwohl man den Kettenquerschnitt den wechselnden Kräften des Hängegurtes anpassen kann, während der für die größte Kraft bemessene Kabelquerschnitt auf die ganze Länge durchgeführt werden muß. Anderseits weisen Kettenbrücken wegen des größeren Querschnitts der Traggurte kleinere Durchbiegungen auf als Kabelbrücken gleicher Spannweite. Ein Nachteil der Ketten ist, daß sie auf Gerüsten vorgebaut werden müssen, während die Kabel entweder ganz frei oder mit leichten Hilfsstegen aufgezogen werden können. Deshalb finden heute Ketten nur bei mäßigen Spannweiten und vorzugsweise bei in sich versteiften Hängebrücken Verwendung, wobei die Ketten mit einfachen Bolzen an den Versteifungsträgerenden verankert werden (Abb. 73) und die auf festen Gerüsten vorgebauten Fahrbahnträger die Erstellung des Gerüstes für die Kette erleichtern. Die Kabel für Hängebrücken mittlerer Spannweite werden in der Regel aus Drahtseilen hergestellt. Patentverschlossene Seile (Abb. 27), bei denen um einen Kern aus Runddrähten mehrere Außenlagen mit keil- und ⁊-förmigen Drähten im Kreuzschlag gewunden sind, eignen sich für Brückenkabel besser als Litzenseile aus runden Drähten. Die ⁊-förmigen sich überdeckenden

Abb. 72. Tragband aus flachliegenden Breitflachstählen.

Drähte verschließen das Seilinnere und gewährleisten zusammen mit der beim Spinnen in alle Zwischenräume gequetschten Bleimennige einen sicheren Rostschutz. Während man früher die Seile zum Anstrich mit Abstand verlegte, packt man sie heute im Vertrauen auf die Rostsicherheit des Inneren zu einem sechseckigen Bündel zusammen.

Die sechseckige Form ergibt sich aus dem Bestreben, mit den runden Seilen einen möglichst günstigen Querschnitt herzustellen, an dem sich die Schellen gleitsicher befestigen lassen. Es fehlte nicht an Vorschlägen, die Seile flacher anzuordnen, um die Biegespannungen des Kabels am Turmauflager zu vermindern, oder hohe Bündel zu bilden, um das Kabel in der Ansicht dicker erscheinen zu lassen.

Da ein regelmäßiges Sechseck nur aus 7, 19, 37, 61, 91, 127 ... Seilen gebildet werden kann (Abb. 74), ist man in der Wahl der Seildurchmesser für einen bestimmten erforderlichen Kabelquerschnitt auf wenige, ziem-

*) Der erste Teil der Abhandlung mit den Abb. 1 bis 46 ist in Bautechn. 1940, Heft 33, S. 377 bis 386, und der zweite Teil mit den Abb. 47 bis 70 in Bautechn. 1941, Heft 7, S. 73 bis 82, erschienen.

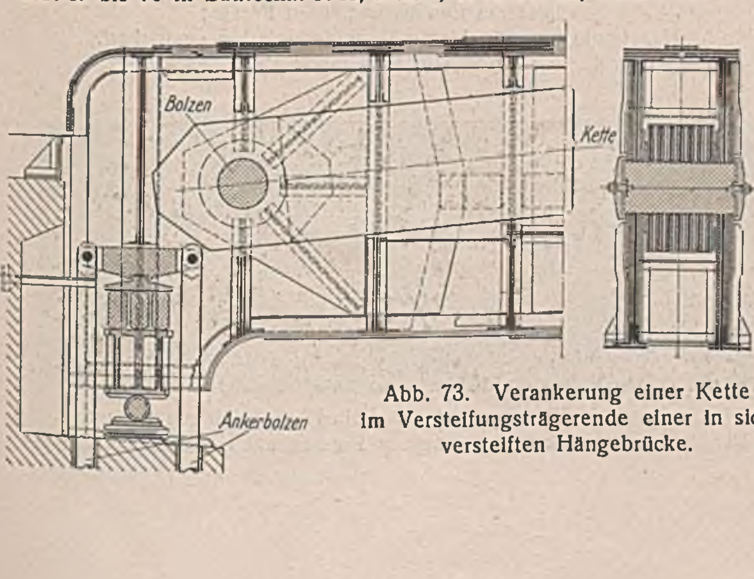


Abb. 73. Verankerung einer Kette im Versteifungsträgerende einer in sich versteiften Hängebrücke.

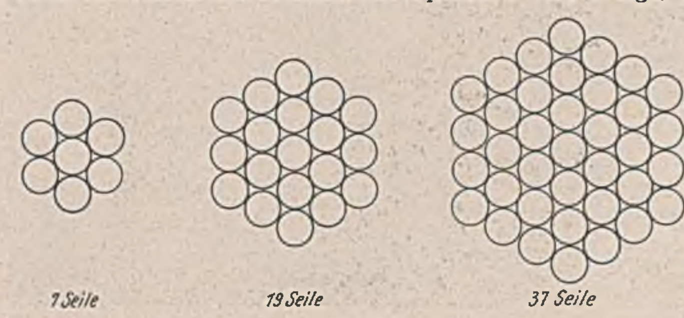


Abb. 74.
Sechseckige Kabel aus runden Seilen mit gleichem Durchmesser.

lich verschiedene Größen angewiesen. Dünne Seile (50 bis 70 mm Durchm.) verhalten sich in ihren bleibenden und federnden Dehnungen, ihren Querverformungen, in Biegung, Bruchlast und Dauerfestigkeit günstiger als dicke Seile.

Die natürliche Lagerung der Sechseckbündel auf der Breitseite hat den Nachteil, daß sich in den oberen Rillen Wasser sammelt. Stellt man das Sechseck auf die Spitze, dann kann durch Auskitten der Rillen zwischen den Seilen der oberen Sechseckseiten das Eindringen von Wasser in das Kabelinnere verhindert werden und das Sattellager ohne Deckel bleiben. Für die hochkant gestellten Seilbündel spricht auch die geringere Luftempfindlichkeit.

Die Amerikaner verwenden Litzenseile an Stelle der bei uns bevorzugten patentverschlossenen Seile und umwickeln die Kabel zum Schutz gegen Sickerwasser. Das Sechseck wird dabei auf Kreisquerschnitt mit Holz- oder Hohlblecheinlagen aufgefüttert, damit die Umwicklung allseitig gut anliegt. Die Futter werden kleiner, wenn statt des gleichseitigen Sechsecks aus gleich dicken Seilen ein möglichst kreisförmiges Bündel aus verschieden dicken Seilen gewählt wird Abb. 75).

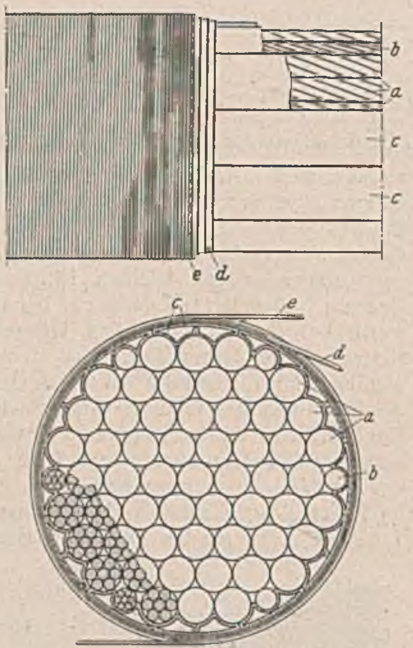
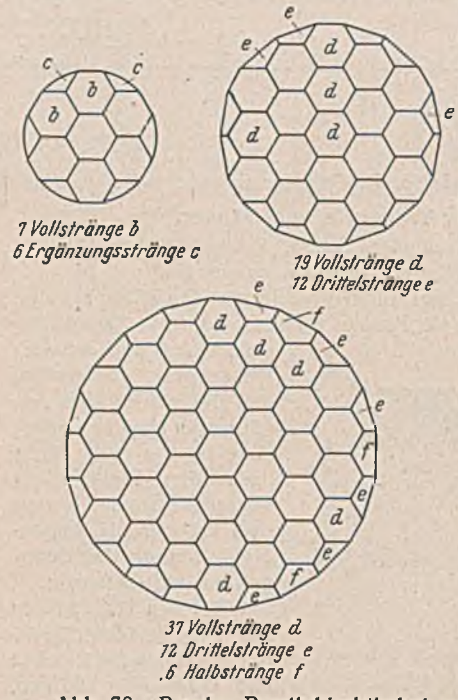


Abb. 75. Rundes Kabel aus Litzenseilen (amerikanische Bauart).
a = gewöhnliche Rundlitzenseile,
b = kleinere Seile an den Ecken des Sechseckes,
c = Füller aus hohlen Blechformen zur Ergänzung auf Kreisquerschnitt,
d = dünnes Zinkblechband, dreifach überlappt,
e = Drahtwicklung, gestrichen.

Alle großen amerikanischen Brücken weisen, seit Röbling das Luftspinnverfahren eingeführt hat, runde Kabel aus 4,5 bis 5 mm dicken verzinkten Runddrähten auf. Die Drähte werden im Luftspinnverfahren zu runden Litzen von verschiedenem Durchmesser (60 bis 90 mm) gebündelt (Abb. 76), diese zunächst zu einem etwa sechseckigen Querschnitt zusammengelegt und dann mit starken Pressen auf kreisrunden Querschnitt gepreßt (Abb. 77), wobei die Hohlräume zwischen den einzelnen Litzen verschwinden. Da bei diesem Vorgang ein Verklemmen einzelner Drähte eintreten kann, wird neuerdings empfohlen, die Runddrähte zu sechseckigen Litzen zu bündeln, ohne Zwischenraum aneinanderzulegen und außen den Kreisquerschnitt mit Teillitzen aufzufüllen (Abb. 78). Nach dem Pressen werden die Kabel durch eine Drahtumwicklung gegen Witterungseinflüsse geschützt (Abb. 79). Noch besser ist eine Bandeisenwicklung mit schuppenartiger Überdeckung, weil bei der Drahtumwicklung der abschließende Farbfilm zwischen den Windungen durch große Kabeldehnungen reißen kann.



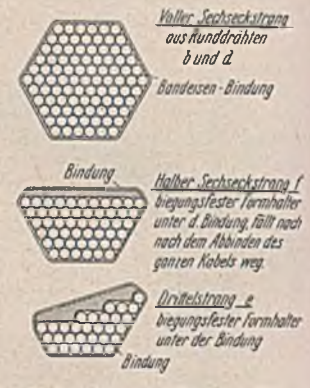


Abb. 78. Rundes Paralleldrahtkabel aus sechseckigen Litzen mit Ergänzungslitzen am Rand (Vorschlag Leonhardt).

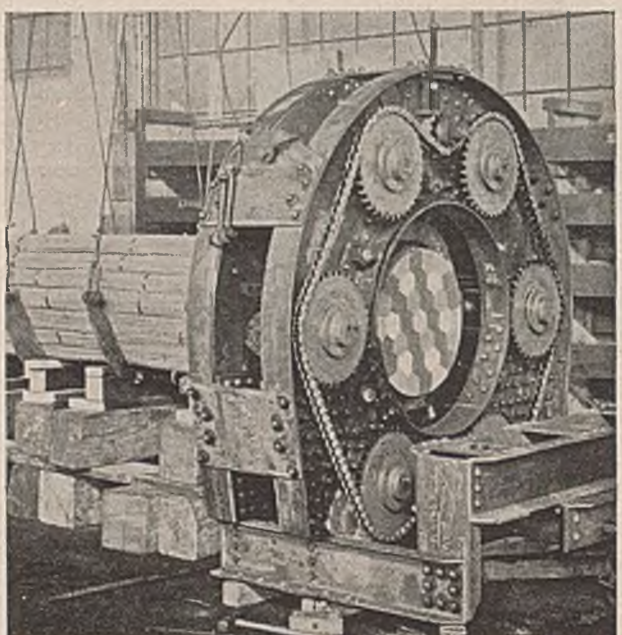


Abb. 77a. Probestück eines Paralleldrahtkabels in der später am Bau verwendeten Presse; Kabelende gepreßt, Litzen verschiedenfarbig gestrichen.

Abb. 76. Runde Paralleldrahtlitzen beim Luftspinnverfahren. George Washington-Brücke, New York.

Abb. 77b. Runde Seillitzen vor dem Pressen.

Abb. 77c. Seillitzen nach dem Pressen auf Kreisquerschnitt.

Die Paralleldrahtkabel haben ein größeres Elastizitätsmaß ($E = 2050$ bis 2100 t/cm²) als die Spiralseile ($E = 1500$ bis 1700 t/cm², je nach Schlaglänge, Drahtzahl und Durchmesser), außerdem sind die bleibenden Längenänderungen kleiner. Bei verschlossenen Seilen sind die bleibenden Dehnungen selbst innerhalb hoher Spannungsstufen recht beachtlich, sie können jedoch durch Vorrecken bis zu einem gewissen Grad ausgeschaltet werden, wenn man dafür sorgt, daß die Seile nach dem Recken nicht ungleichmäßig entspannt, gebogen oder sonst so behandelt werden, daß die Reckung wieder zurückgeht. Wegen der kleineren Dehnungen ergeben Paralleldrahtkabel kleinere Durchbiegungen und unter Verkehrslasten kleinere Momente in den Versteifungsträgern. Die Spannungsverteilung ist bei luftgesponnenen Paralleldrahtbündeln gleichmäßiger als in Spiraldrahtseilen, bei denen die inneren Drähte höher beansprucht werden als die äußeren Lagen. Dementsprechend ist die Bruchfestigkeit der Spiraldrahtseile um 5 bis 7% niedriger als die Festigkeit der Einzeldrähte. Die Dauer- und Schwellfestigkeit der Spiralseile liegt sogar bis zu 12% niedriger als die der Paralleldrahtbündel. Mit zunehmender Schlaglänge (Ganghöhe einer Windung) kommt das Spiralseil dem Paralleldrahtbündel in Elastizität und Festigkeit näher, büßt aber an Schmiegefähigkeit ein, was für das Wickeln auf Lieferrollen (Haspel) und das Verlegen über den Turmsattel ungünstig ist. Die größere Steifigkeit der gesponnenen parallelen Drahtbündel wirkt sich anderseits beim Vorbau der Fahrbahn und bei Verkehrsbelastungen durch zusätzliche Biegespannungen nachteilig aus.

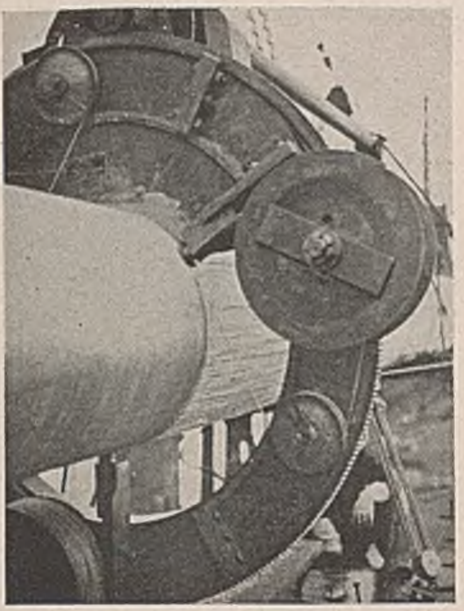


Abb. 79. Umwicklung eines luftgesponnenen Paralleldrahtkabels mit weichgeglühtem Draht (Vorschlag Leonhardt).

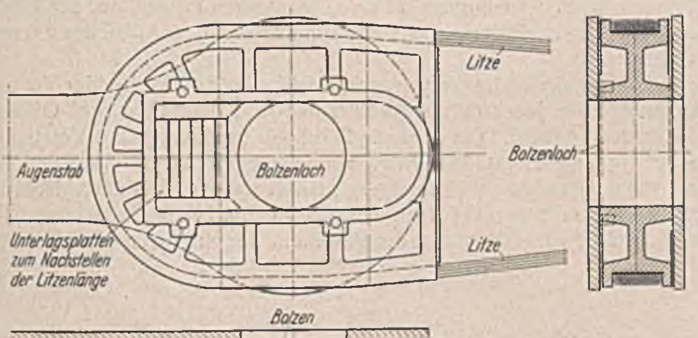


Abb. 80. Litzenschuh für luftgesponnene Paralleldrahtkabel (amerikanische Bauart).

Beim Luftspinnverfahren werden die endlosen Litzendrähte am Ende um einen Schuh mit kleiner Krümmung geschlungen (Abb. 80), der in den Verankerungswiderlagern an einbetonierten Augenstäben befestigt ist. Wenn man die starke Krümmung der Drähte am Litzenschuh und den Stoß der Drähte mit Spannschlössern vermeiden will, kann man auch paralleldrahtige Litzen in Seilköpfen vergießen. Die Enden der Spiralseile werden stets in Seilköpfen vergossen (Abb. 81 u. 82). Bei Spiralseilen werden die Stöße der Einzeldrähte vorläufig noch hart gelötet und so gegeneinander versetzt, daß die geringe Festigkeit der Lötstelle die Bruchlast des Seiles kaum beeinflußt.

Das dicht zusammengepreßte Paralleldrahtkabel erfährt beim Aufbringen der ständigen Last eine wesentlich geringere Querschnittsveränderung (Querzusammenziehung) als das Seilkabel, was für das Festklemmen der Kabelschellen günstig ist, um so mehr, als die Kabelschellen an runden Paralleldrahtkabeln gleichmäßig anliegen, während bei den sechseckigen Seilbündeln die gleichmäßige Eintragung der Klemmkraft kaum zu erreichen ist.

Im Luftspinnverfahren hergestellte Paralleldrahtkabel benötigen eine längere Bauzeit der Brücke als Seilkabel, die in der Werkstatt schon während der für die Gründung benötigten Bauzeit vorbereitet werden können. Die Einrichtung der Baustelle ist im Grunde für beide Kabel die gleiche, nur daß beim Paralleldrahtkabel die Seilbahn zum Überziehen der Drähte leichter sein kann als bei den schweren Seilen.

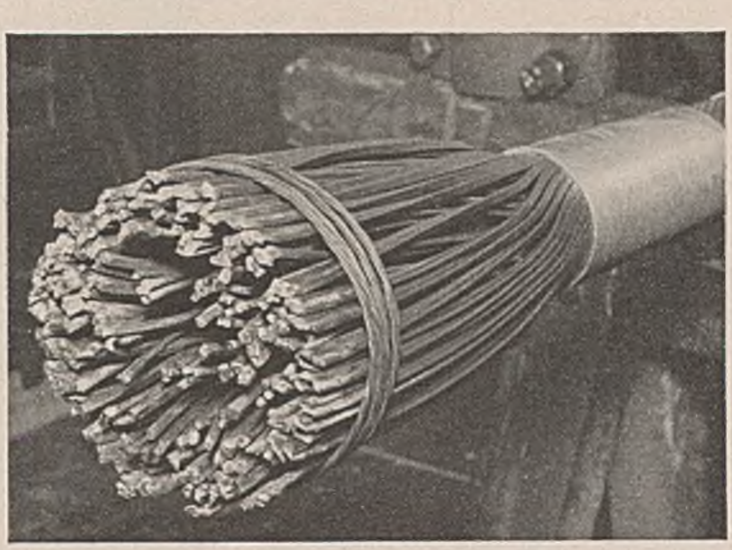


Abb. 81.

Zusammenfassend ist zu sagen, daß sich die Vor- und Nachteile beider Kabelarten etwa die Waage halten; bei Großbrücken überwiegen die Vorteile der Paralleldrahtkabel, während bei Brücken unter etwa 500 m Spannweite Seilkabel wettbewerbsfähig sind.

Die Tragkabel werden in regelmäßigen Abständen mit Kabelschellen (Muffen) zusammengehalten, die gleichzeitig zur Befestigung der Hänger dienen. Die Hänger übertragen das an ihnen aufgehängte Gewicht der Fahrbahn und der Verkehrslast auf die Kabel, die unter der Einwirkung dieser großen Lasten die Form des Vielecks annehmen. Im Endzustand verläuft das Kabel von Hänger zu Hänger nahezu geradlinig. Die Kabelschellen müssen kräftig am Kabel angeklemmt werden, damit sie besonders auf den Steilstrecken der Kabel nicht unter der Hängerlast abgleiten. Die Anforderungen an die Kabelschellen werden am besten durch zweiteilige Muffen erfüllt, die mit Schrauben zusammengeklemmt werden. Die Zahl und Größe der Schraubenbolzen richtet sich nach dem erforderlichen Reibungsschluß, der allein das Abgleiten der Hänger verhindert. Auf steilen Kabelstrecken nahe an den Turmpfeilern müssen die Kabelschellen länger ausgeführt und mit mehr Schrauben verbunden werden als im flachen Kabel im Mittelteil der Öffnung.

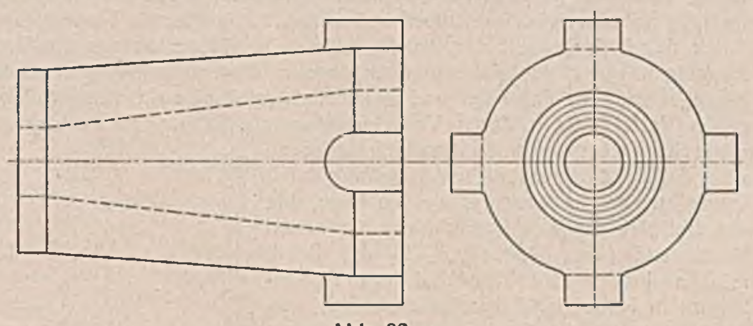


Abb. 82.

Abb. 81 u. 82. Seilkopf, in dem das zu einem „Besen" auseinandergezogene Seilende vergossen wird.

Die Hänger bestehen entweder aus Walzstäben, Rundstahl oder aus Drahtseilen. Walzstäbe aus I-Stählen oder aus einfachen Flachstäben werden bei Ketten oder Bändern angewendet, weil ihre Abmessungen sich in ein besseres Verhältnis zum Traggurt bringen lassen (Abb. 83). Rundstäbe aus Schmiedestahl sind gegen zusätzliche Biegespannungen empfindlich und werden deshalb oben und unten gelenkig angeschlossen, und zwar an den Kabelschellen durch besondere Bügel, während das untere flach geschmiedete Stabende mit einem Bolzengelenk befestigt wird (Abb. 84). Dazwischen dienen Spannschlösser zum Einstellen der richtigen Hängerlänge und zum Stoß der Stangen.

Einfacher und sauberer ist die Bauart der Kabelbrücken mit Hängern aus Drahtseilen, die in Rillen zwischen den Schrauben der Kabelschellen verlegt werden. Je nach dem unteren Anschluß am Querträger oder am Versteifungsträger und dem erforderlichen Querschnitt werden die Hänger vier- oder zweiteilig ausgeführt. Um ein gutes Aussehen zu erzielen, werden die Hängeseile unterhalb der Kabelschelle auf engen Abstand zusammengeführt (Abb. 85). Die hohe Festigkeit der Drahtseile ergibt bei der üblichen Sicherheit sehr dünne Hänger, so daß schon mit Rücksicht auf das Aussehen dickere Hängeseile gewählt werden. Die kräftige Bemessung der Hängeseile ist auch aus dem Grunde notwendig, weil beim Ausfallen eines Hängers durch Beschädigung die Nachbarhänger etwa die doppelte Last tragen müssen.

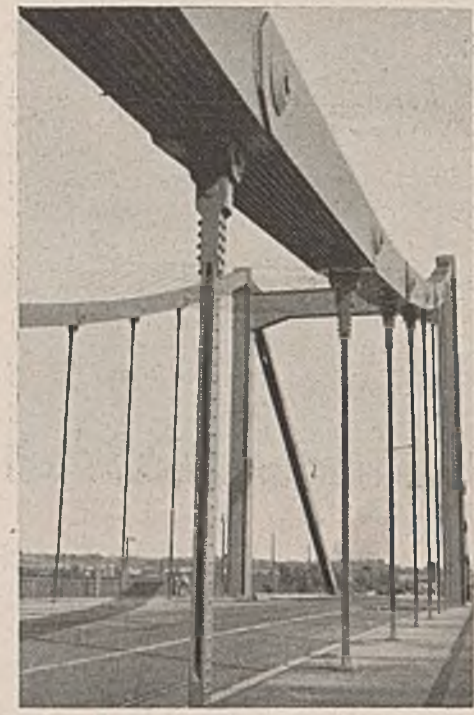


Abb. 83. Hänger aus Flachstäben an einer Kettenbrücke.

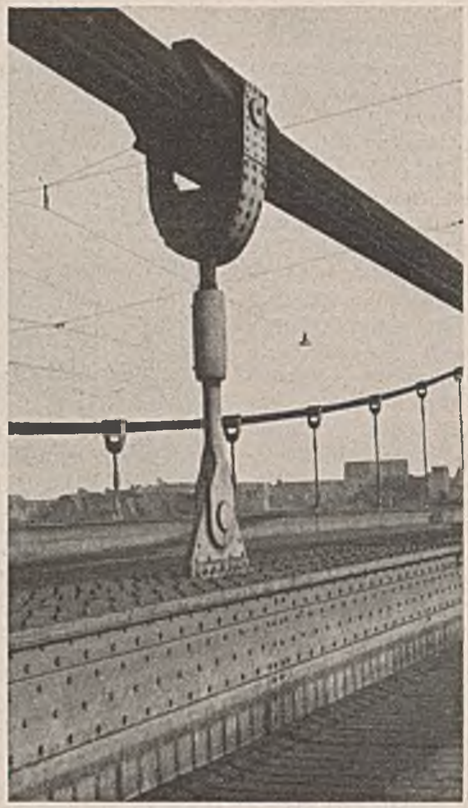


Abb. 84. Sechseckige Kabelschellen mit Gelenkkorb für den Hängeranschluß.

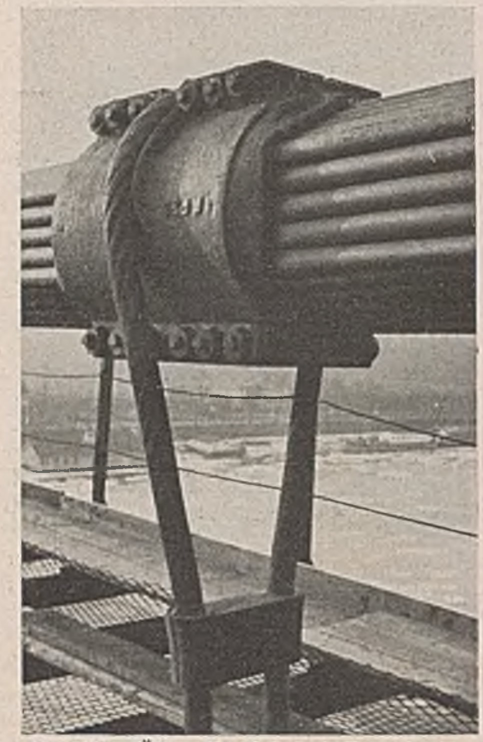


Abb. 85. Über die Kabelschelle gelegte zweifache Hängeseile.

An den Seilenden werden die Querträger oder die an die Querträger angeschlossenen Versteifungsträger mit aufgegossenen Köpfen befestigt. Wegen der starken Krümmung der Hängeseile über den Kabelschellen eignen sich mehrlagige Flachlitzenseile besser als Rundlitzenseile.

Die Versteifungsträger.

Wird ein frei ausgehängtes Kabel mit einer Einzellast belastet, so entsteht an der Laststelle ein Knick, der um so deutlicher wird, je größer die Last im Vergleich zum Kabelgewicht ist. Bei einem mit dem gleichmäßig verteilten Gewicht der Fahrbahn vorbelasteten Kabel ist die Verformung unter der gleichen Einzellast geringer. Je größer die Vorbelastung durch das Eigengewicht der Brücke ist, um so kleiner werden die Verformungen unter den Fahrzeugbelastungen. Das gleichmäßig verteilte Eigengewicht der Fahrbahn und des Kabels steift also die Hängebrücke gegen Verformungen durch Verkehrslasten aus. Diese Versteifung ist bei sehr weit gespannten Straßenbrücken so groß, daß auf eine zusätzliche Aussteifung durch Versteifungsträger verzichtet werden kann, wie das Beispiel der Washingtonbrücke im ersten Bauzustand (Abb. 31) zeigt. In der Regel müssen jedoch die Tragkabel mit Balkenträgern in Höhe der Fahrbahn zusätzlich ausgesteift werden, die durch ihre Biegesteifigkeit große Einzellasten (nahe beisammen fahrende Schwerfahrzeuge) auf möglichst viele Hänger verteilen und Biegelinien mit flach ausgerundeter Mulde unter der Lastgruppe ergeben. Der Versteifungsträger ist also als Lastverteilungsträger anzusprechen, der besonders wirksam ist, wenn kurze schwere Streckenlasten auftreten, der aber bei Vollbelastung der ganzen Brücke wenig Bedeutung hat. Für die Standsicherheit und Tragfähigkeit der bodenverankerten Hängebrücken spielt der Versteifungsträger keine Rolle. Als Bauglied fällt ihm die Aufgabe zu, die Verformungen der Fahrbahn unter Verkehrslasten in gewissen Grenzen zu halten. Er kann beispielsweise durch Bomben

Abb. 86. Querschnitt einer Hängebrücke mit Fachwerk-Versteifungsträger, Fahrbahn am Untergurt.

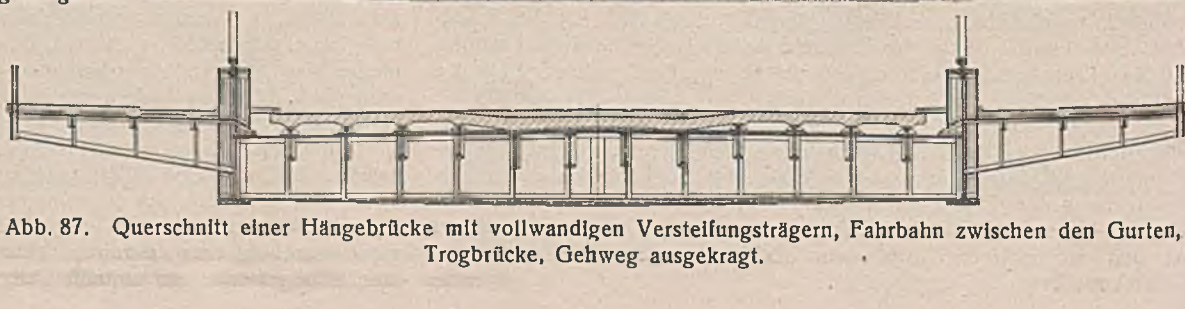


Abb. 87. Querschnitt einer Hängebrücke mit vollwandigen Versteifungsträgern, Fahrbahn zwischen den Gurten, Trogbrücke, Gehweg ausgekragt.

oder Beschuß beschädigt oder durchschlagen werden, ohne daß die Standsicherheit der Brücke gefährdet wird. Bricht dagegen der Traggurt oder die Aufhängung, so stürzt die Brücke ein. Anders liegen die Verhältnisse bei der in sich verankerten Hängebrücke, bei der die Versteifungsträger den Zug der Traggurte als Druckkraft von einem Ende zum anderen übernehmen, so daß eine Zerstörung der Balkenträger die Traggurte ihrer Verankerung beraubt und den Einsturz zur Folge hat.

Bei der echten, bodenverankerten Hängebrücke tritt der Versteifungsträger nur bei Verkehrsbelastungen und Temperaturänderungen in Tätigkeit. In der unbelasteten Brücke soll der Versteifungsträger bei mittlerer Wärme möglichst spannungsfrei sein, was durch besondere, die bauliche Durchbildung beeinflussende Maßnahmen bei der Aufstellung erreicht werden kann.

Die Versteifungsträger werden als schlanke Fachwerk- oder Vollwandbalkenträger in jeder Öffnung frei aufliegend oder über drei Öffnungen durchlaufend gebaut. Die über die Fahrbahn hochgezogenen Versteifungsträger ergeben Trogquerschnitte, wobei die Gehwege entweder innen (Abb. 86) oder außen auf Kragträgern geführt werden. Bei der zwischen den Trägern versenkt angeordneten Fahrbahn (Abb. 87) beeinträchtigen Fachwerkträger den Ausblick von der Fahrbahn aus auf Strom und Ufer. Das

Fahren zwischen hohen geschlossenen, die Aussicht versperrenden Wänden der Vollwandträger ist noch unerfreulicher. Deshalb müssen vollwandige Versteifungsträger mit der Oberkante möglichst tief, am besten ganz unter der Fahrbahndecke (Deckbrücke) (Abb. 88) angeordnet werden, so daß die Aussicht nach der Seite vollständig frei bleibt. Liegt der Fahrbahnrost im mittleren Teil des Versteifungsträgers, also in der Nähe der Nullinie, so können niedrige Fahrbahnlängsträger durchlaufend gebaut werden. Wenn dagegen der Fahrbahnrost in Höhe des Obergurts oder bei Fachwerkträgern in Höhe des Untergurts zu liegen kommt, so muß eine Verbundwirkung zwischen Fahrbahn und Versteifungsträger durch Bewegungsfugen in der Fahrbahntafel möglichst an jedem Querträger vermieden werden.

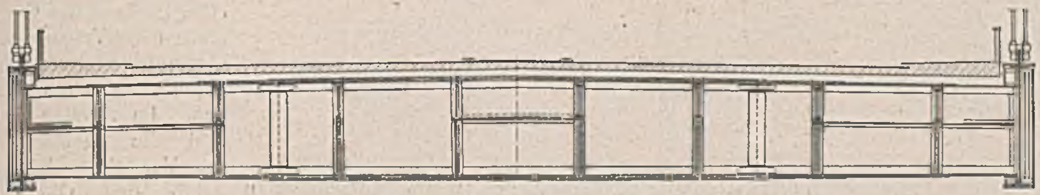


Abb. 88. Querschnitt einer Hängebrücke mit vollwandigen Versteifungsträgern, Fahrbahn am Obergurt, Deckbrücke, Gehweg innerhalb der Aufhängung.

Diese Maßnahme ist bei Hängebrücken im Gegensatz zu Balkenbrücken notwendig, weil die Verformungen größer sind und die Gurte der Versteifungsträger größere Dehnungen erfahren, da die Spannungen zwischen $+\sigma_{zul}$ und etwa $-\sigma_{zul}$ wechseln, während bei den Hauptträgern der Balkenbrücken die Grundspannung σ_g von $\pm\sigma_p$ überlagert wird und dementsprechend die Schwingweite viel kleiner ist. Außerdem würde das Mitwirken der Fahrbahntafel bei der Hängebrücke das versteifende Trägheitsmoment stark erhöhen, was wiederum ein entsprechendes Anwachsen der Momente zur Folge hätte, während bei Balkenbrücken die Momente von der Größe des mittleren Trägheitsmoments unabhängig sind.

Bei den meisten bodenverankerten Hängebrücken sind die Längsträgerstränge an jedem Querträger unterbrochen und auf der einen Seite fest und auf der anderen beweglich angeschlossen. Darüber liegt eine Querfuge in der Fahrbahntafel. Diese Fugen erleichtern die Aufstellung der Hängebrücken, weil sie ohne weiteres eine Anpassung an die großen Verformungen beim Aufbringen der Lasten ermöglichen.

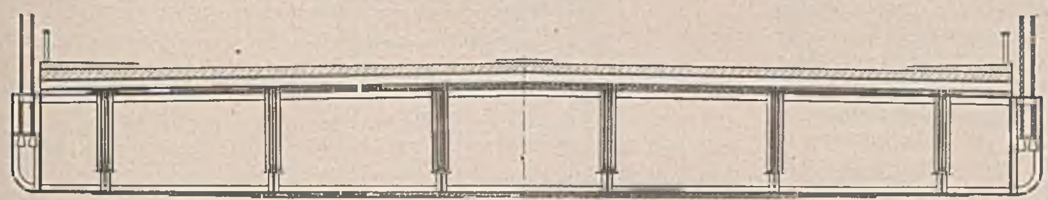


Abb. 89. Querschnitt einer Hängebrücke mit Trägerrostversteifung, Deckbrücke.

Neuerdings versucht man, den als Trägerrost ausgebildeten Fahrbahnunterbau zur Versteifung heranzuziehen und auf besondere Versteifungsträger zu verzichten (Abb. 89). Dabei muß jedoch die Fahrbahntafel selbst durch besondere Maßnahmen von Zusatzspannungen frei gehalten werden. Weiterhin ist zu beachten, daß die Mitwirkung der mittleren Träger wegen der Durchbiegungen und seitlichen Ausbiegungen der Querträger nicht voll erreicht werden kann.

Für die Bemessung der Versteifungsträger sind die als zulässig erachteten Verformungsgrenzen maßgebend. Bei den Balkenbrücken ist die Durchbiegung durch Vorschriften auf $^1/_{600}$ der Stützweite begrenzt. Bei den Hängebrücken spielen die größten Durchbiegungen infolge Wärme und Verkehrslast keine so ausschlaggebende Rolle wie die Neigungen und Krümmungen der Biegelinie und etwaige Knicke an den Widerlagern und Standpfeilern. Die zulässigen Grenzwerte der Neigung oder Krümmung der Biegelinie sind durch die Anforderungen des Verkehrs bedingt. Bei Straßenverkehr sind größere Verformungen erträglich als bei Eisenbahnverkehr. Für den Schnellverkehr der Autobahnen werden größere Halbmesser der Biegelinien gefordert als bei Landstraßen. Wenn man die Grenzwerte festlegt, muß man bedenken, daß die rechnerischen Annahmen für die Ermittlung der größten Verformungen (höchste Temperatur und volle Verkehrslast auf kurzen Strecken, übrige Brücke unbelastet) mindestens bei Straßenbrücken nur selten eintreten werden und daß bei solchen Belastungsfällen die Höchstgeschwindigkeiten der Fahrzeuge nicht ausgenutzt werden können. Anderseits sind bei gewöhnlichen Verkehrsbelastungen die Verformungen klein. Die Ausrundung der Neigungswechsel auf einer Hängebrücke darf also kleiner werden als auf der freien Strecke.

Als größte Neigung der Fahrbahn, die nur auf eine kurze Strecke auftritt, wird bei einer Straßenbrücke 3%, einer Brücke mit Vorortbahnverkehr $2^1/_2$% und bei Hauptbahnverkehr 2% zulässig sein. Die kleinste Krümmung der Biegelinie darf bei einer Autobahnbrücke mit 2000 m Halbmesser, bei einer Eisenbahnbrücke mit 4000 m Halbmesser angenommen werden.

Zwischen dem Krümmungshalbmesser ϱ der Biegelinie und der Höhe eines Balkenträgers von gleichbleibender Höhe und gleichbleibendem Trägheitsmoment besteht die einfache Beziehung:

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{M}{EJ}.$$

Da bei symmetrischem Querschnitt die Randspannung

$$\sigma_o = \sigma_u = \frac{Mh}{J \cdot 2}$$

ist, ergibt sich bei einem bestimmten ϱ und einem vorgeschriebenen σ_{zul} die erforderliche Trägerhöhe aus:

$$h = 2\,\sigma_{zul} \cdot \frac{J}{M} = \frac{2\,\sigma_{zul}\,\varrho}{E}.$$

Die Höhe des Trägers ist hiernach unabhängig von der Spannweite und nur bedingt durch den Baustoff und den als zulässig erachteten Mindestkrümmungshalbmesser. So hat beispielsweise die über 700 m weit gespannte Bronx Whitestone-Brücke einen gleich hohen Versteifungsträger wie die nur 378 m weit gespannte neue Autobahnbrücke über einen deutschen Strom.

Aus den obengenannten Grenzkrümmungen errechnen sich folgende Versteifungsträgerhöhen unter der Annahme, daß die zulässigen Stahlspannungen ausgenutzt werden.

Brücke für	Halbmesser der Krümmung	Erforderliche Höhe des Versteifungsträgers	
		St 37	St 52
	m	m	m
Landstraßen (Pferdefuhrwerk)	1000	1,34	2,00
Autobahnen	2000	2,67	4,00
Eisenbahnen	4000	5,32	8,00

Die Höhe der Versteifungsträger hängt also nur davon ab, ob es sich um Straßen- oder Schienenverkehr handelt. Macht man die Versteifungsträger höher, als den zulässigen Krümmungen entspricht, dann bleiben unter der ungünstigsten Last entweder die Krümmungen der Biegelinie größer oder werden die zulässigen Spannungen überschritten.

Zu dem Mindestkrümmungshalbmesser kommt als zweite Forderung, daß eine gewisse Größtneigung der Biegelinie nicht überschritten werden darf. Sie bestimmt das erforderliche Trägheitsmoment des Versteifungsträgers. Die größten Neigungen der Biegelinie treten bei Vollbelastung an den freien Enden der Träger und bei Streckenbelastung an den Wendepunkten der Biegelinie auf. Dazu kommen die gleichzeitig auftretenden Formänderungen durch Temperatureinflüsse.

Das erforderliche Trägheitsmoment des Versteifungsträgers wird um so niedriger, je mehr die Verformungen der unversteiften Kette durch die ständige Last zurückgehalten werden. Bei großem Eigengewicht der Fahrbahn braucht man schwächere Versteifungsträger als bei leichten Fahrbahnen. Bei gelenkig und getrennt gelagerten Versteifungsträgern treten an den Türmen und beim Übergang auf die Widerlager Knickwinkel der Biegelinie auf, die bei Schnellverkehr auszurunden sind.

Gegenüber getrennten und frei drehbar gelagerten Versteifungsträgern haben über den Turmpfeilern durchlaufende Versteifungsträger den Vorzug, daß der Knickwinkel der Biegelinie über den Zwischenstützen wegfällt. Anderseits ergeben sich hohe Momentenspitzen. Zur Aufnahme der großen Stützenmomente kann man dem durchlaufenden Versteifungsträger am Turmpfeiler durch Sprengung des Untergurts oder straffen Anlauf am Auflager eine größere Höhe geben. Geschwungene Untergurte sehen nur bei Flachbrücken mit mäßiger Spannweite und Öffnungsverhältnis 1 : 2 : 1 gut aus. Bei großen Spannweiten und kleinen Seitenöffnungen sind Versteifungsträger gleicher Höhe vorzuziehen. Bei den durchlaufenden Versteifungsträgern kann durch Ausbildung einer Art von Federgelenk über der Zwischenstütze das Stützenmoment beliebig verkleinert und eine mäßige Ausrundung der Biegelinie erzielt werden. Die Momentenspitzen können auch dadurch vermieden werden, daß man den Versteifungsträger an den Turmpfeilern stützenfrei durchführt, wodurch sich abgesenkte und flach ausgerundete Neigungswechsel an den Türmen ergeben (Abb. 90)[2].

[2]) s. auch Bautechn 1940, Heft 33, S. 386. Inzwischen wurde festgestellt, daß dieser Vorschlag schon früher von amerikanischen Ingenieuren untersucht worden ist.

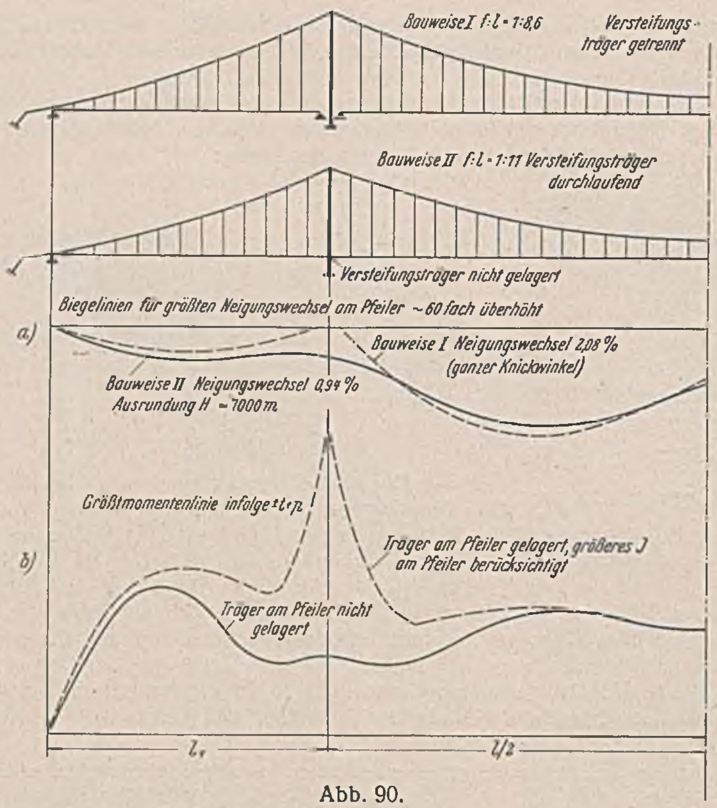


Abb. 90.

a) Linie der Größtmomente für einen am Turmpfeiler nicht gelagerten Versteifungsträger verglichen mit starrer Lagerung.

b) Biegelinie der Fahrbahn einer Hängebrücke mit am Turmpfeiler nicht gelagertem Versteifungsträger verglichen mit getrennt gelagerten Versteifungsträgern.

Durch den Wegfall der Zwischenunterstützungen an den Turmpfeilern werden die Versteifungsträger von den Querträgern am Turmpfeiler zusätzlich auf Biegung beansprucht und die benachbarten Hänger mehr als die anderen belastet, soweit man nicht die Feldteilung so wählt, daß zwischen den nahe an die Turmpfeiler gerückten Hängern der Querträger unter den Kabelstützpunkten entfällt. Eine gleichmäßige Lastverteilung kann auch erreicht werden, wenn auf den Zwischenpfeilern eine der ständigen Last des dortigen Querträgers entsprechende aufwärts gerichtete Stützkraft durch einen Hebel mit Gegengewicht ausgeübt wird (Abb. 91). Bei Steinpfeilern ist eine solche senkbare Lagerung des durchlaufenden Versteifungsträgers schon deshalb nötig, weil sich das dicke Mauerwerk kaum erwärmt, während die dünnen Hänger unter starker Sonnenbestrahlung bis zu 60° warm werden und sich dann so dehnen, daß sie schlaff würden, wenn der Versteifungsträger daneben unnachgiebig gelagert wäre. Eine außerordentlich hohe Momentenspitze und eine Überbeanspruchung des Versteifungsträgers und seiner Lager wäre die Folge, was auch bei Kabeln aus Spiralseilen infolge ihrer großen bleibenden Dehnungen im Laufe der Zeit eintreten wird. Aus diesem Grunde empfiehlt es sich, selbst bei stählernen Turmpfeilern die Zwischenstützen der durchlaufenden Versteifungsträger in der Höhe verstellbar einzubauen.

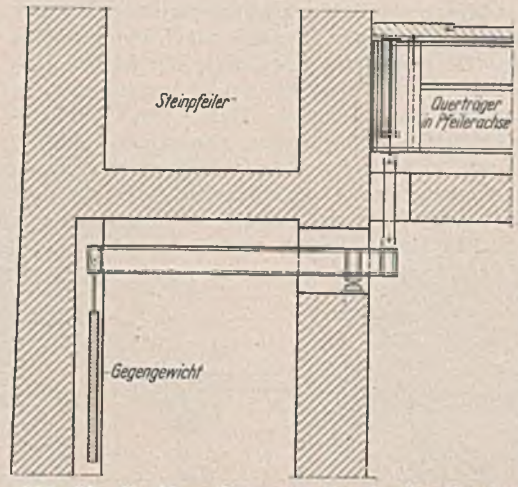


Abb. 91. Senkbare Lagerung des durchlaufenden Versteifungsträgers am Turmpfeiler mit Gegengewicht-Hebel zur Aufhebung des Eigengewichtes des Querträgerfeldes am Pfeiler (Vorschlag Leonhardt).

Die Aufhängung des Versteifungsträgers in der Kabelebene mit lotrechten Hängern ist die Regel. Bei dieser Anordnung müssen die Hänger unmittelbar am Versteifungsträger befestigt werden können, wie die Beispiele der Abb. 96 u. 97 zeigen. Im ersten Fall sind die Hängeseile an den Gurtplatten des Trägers vorbeigeführt und am Steg mit Winkeln angeschlagen. Im zweiten Fall sind die Stoßlaschen des Versteifungsträgers durch den Obergurt durchgesteckt und daran besondere Hängekörper aus Stahlguß befestigt. Dabei ergibt sich jedoch der Nachteil, daß zuerst die Versteifungsträger feldweise vorgebaut werden müssen, um daran die Querträger anschließen zu können. Da beim Vorbau der Fahrbahn

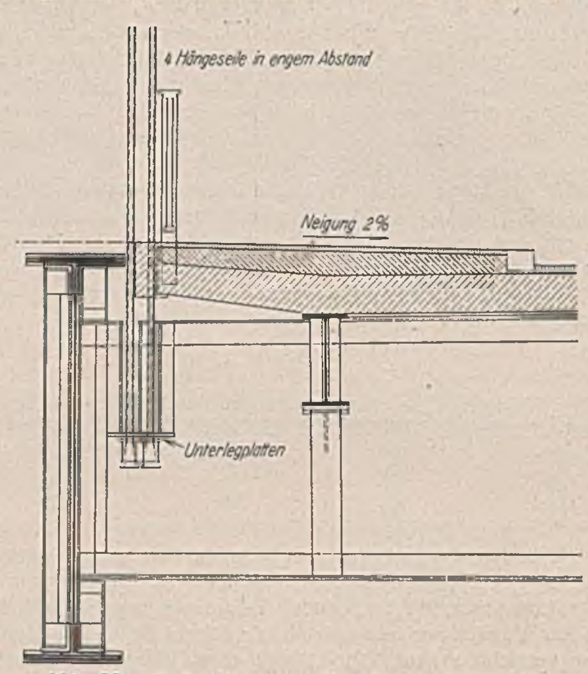


Abb. 92. Aufhängung am Querträger hinter dem Versteifungsträger.

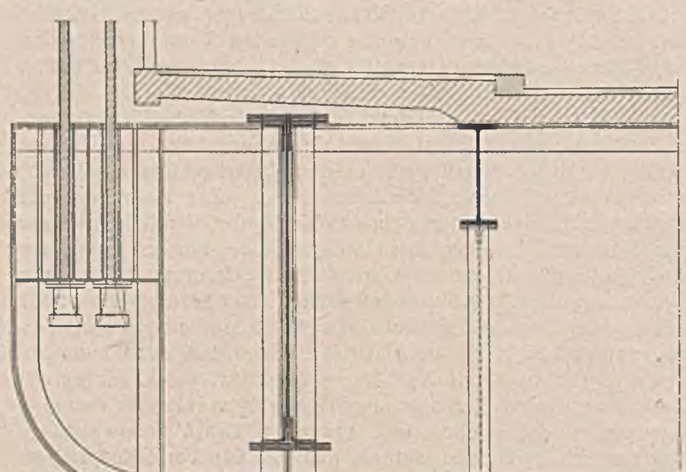
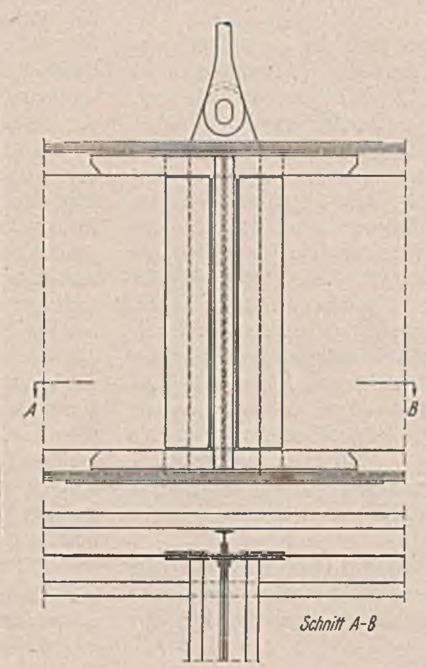


Abb. 93. Aufhängung am Querträger vor dem Versteifungsträger.



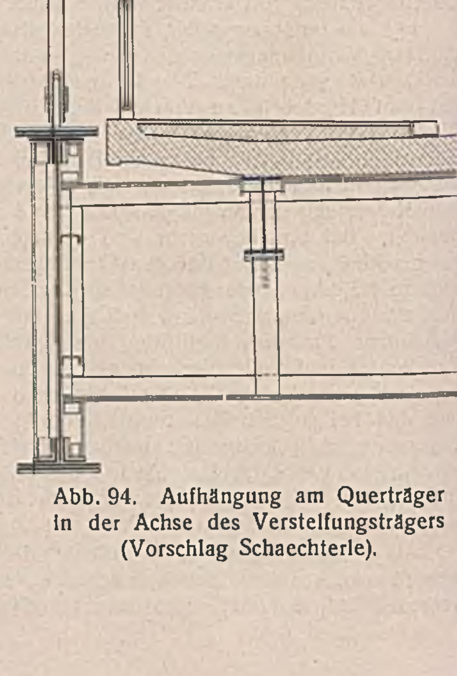


Abb. 94. Aufhängung am Querträger in der Achse des Versteifungsträgers (Vorschlag Schaechterle).

große Verformungen auftreten, sind, um den momentenfreien Einbau der Versteifungsträger zu gewährleisten, hinter jeder Aufhängung vorübergehend wirksame Gelenke im Versteifungsträger vorzusehen, die erst nach dem Aufbringen der vollen ständigen Last geschlossen werden dürfen.

Bei größerem Gewicht der Fahrbahnplatte wird die Aufhängung am Versteifungsträger undurchführbar. Die bauliche Durchbildung und die

Abb. 95. Die sichtbare Querträgeraufhängung ergibt eine natürliche Gliederung des Fahrbahnbandes (George Washington-Brücke, New York).

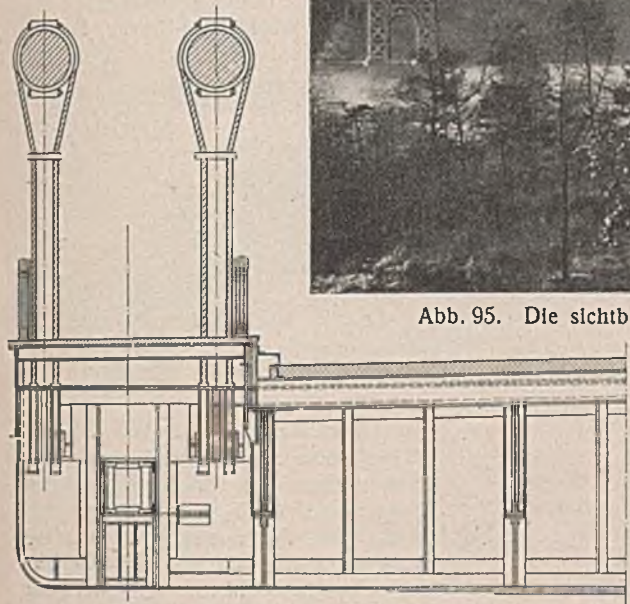


Abb. 95a. Einzelheit der Querträgeraufhängung in Abb. 95.

Erstellung werden am einfachsten, wenn die Querträger angehängt und die Versteifungsträger nach dem Aufbringen des Fahrbahngewichtes nachträglich außerhalb der Aufhängung an die Querträger angenietet werden (Abb. 92). Kragt dann die Fahrbahnplatte noch über die Träger vor, dann verschwinden die Hänger irgendwo in den Gehwegen. Eine sichtbare Aufhängung außerhalb der Fahrbahn ist schöner, vor allem, wenn bei breiten Brückenfahrbahnen die Querträger höher sind als die Versteifungsträger, die dann zweckmäßig durch die Querträger durchgesteckt werden (Abb. 93). Daß diese Bauweise das Bild der Fahrbahn belebt und die Eigenart des Hängenden unterstreicht, zeigt die George Washington-Brücke (Abb. 95), die allerdings vorläufig noch keine Versteifungsträger hat.

Die baulichen Vorteile der Querträgeraufhängung und das schöne Aussehen der Versteifungsträgeraufhängung können bei Querträgern, die niedriger als die Versteifungsträger sind, dadurch vereint werden, daß die Querträgeraufhängung gemäß Abb. 94 in die Versteifungsträgerachse gelegt wird. Die Versteifungsträger werden dann an jedem Querträger links und rechts der Hängelasche doppelt gestoßen. Der Obergurt des Versteifungsträgers wird zusammen mit der Fahrbahntafel eingebaut und sichert den Abstand der Querträger in Fahrbahnhöhe.

Müssen auf Großbrücken neben dem Straßen-, Fußgänger- und Radfahrerverkehr auch städtische Schnellbahnen überführt werden, so verlegt man sie zur Vermeidung übermäßiger Brückenbreiten in ein zweites Geschoß. Schon die alte Niagarabrücke war zweigeschossig (Abb. 98 u. 21) und ganz richtig so gebaut, daß der Straßenverkehr mit seiner kleineren Lichthöhe unten, die Eisenbahn oben lag; gleichzeitig konnte die Querträgerspannweite für die schwere Eisenbahn auf das Mindestmaß beschränkt werden. Später hat man den Kraftwagen die obere Fahrspur mit ihrer freien Sicht eingeräumt und die Eisenbahn nach unten verdrängt. Auf den amerikanischen Doppelgeschoßbrücken sind für jedes Geschoß besondere Querträger eingebaut und die Schnellbahnen seitlich neben den Versteifungsträgern geführt (Abb. 32 u. 99). Diese Anordnung hat den Nachteil, daß durch die fahrenden Züge die Tragkabel ungleich belastet werden und die Brückenfahrbahn sich nicht nur in der Längsrichtung, sondern auch in der Querrichtung neigt. Legt man anderseits die Schienenstränge in die Mitte, dann werden die Querträger sehr schwer. Günstigere Querschnitte und große Steifigkeit werden erzielt, wenn an Stelle der zwei Querträger nur einer mit über beide Geschosse durchgehender Bauhöhe gewählt wird. Abb. 100 zeigt einen vollwandigen Querträger, aus dem die Durchfahrtöffnungen für die Schnellbahn eiförmig

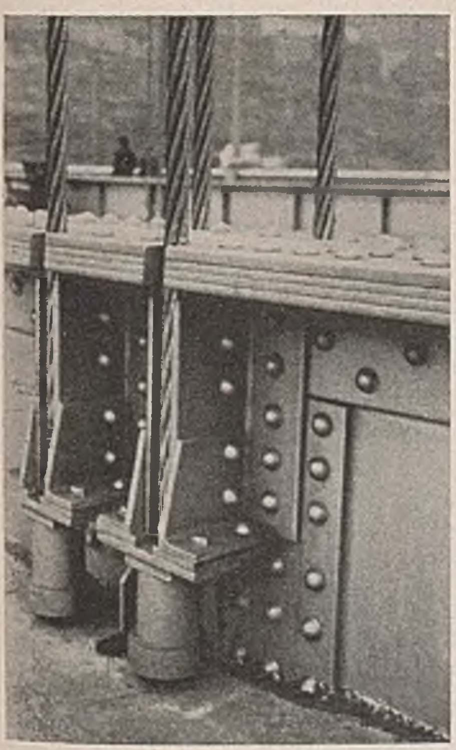


Abb. 96. Aufhängung am Versteifungsträger über der Fahrbahn mit vierfachen Hängeseilen, Einzelheiten nicht vorbildlich.

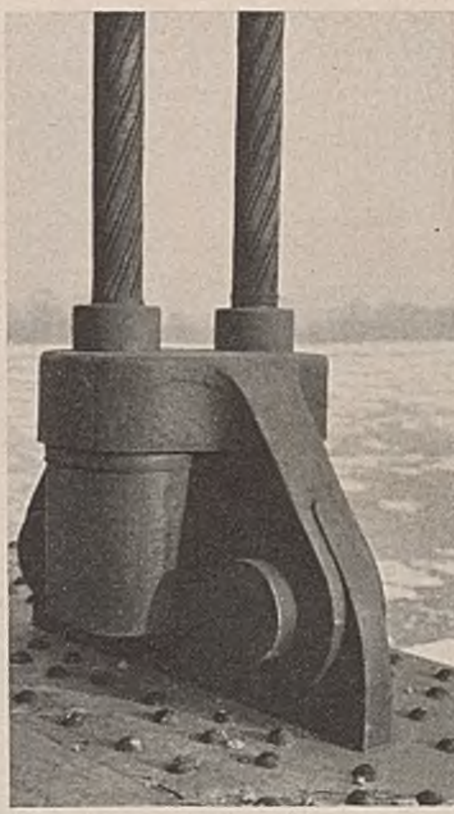


Abb. 97. Aufhängung am Versteifungsträger mit über dem Gurt liegendem Hängekörper aus Stahlguß, zweifaches Hängeseil.

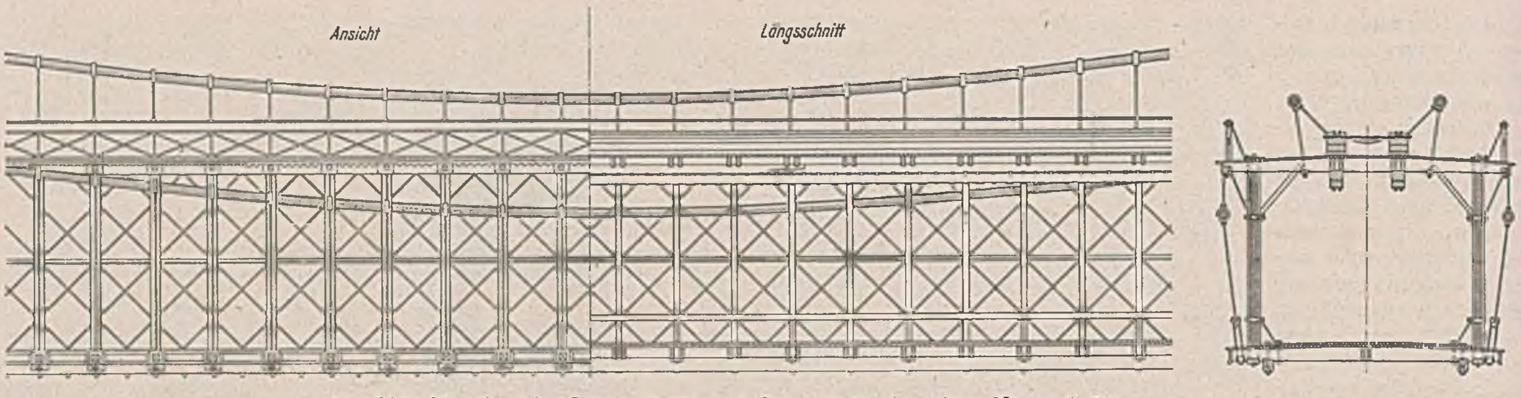


Abb. 98. Ansicht, Längsschnitt und Querschnitt der alten Niagarabrücke.

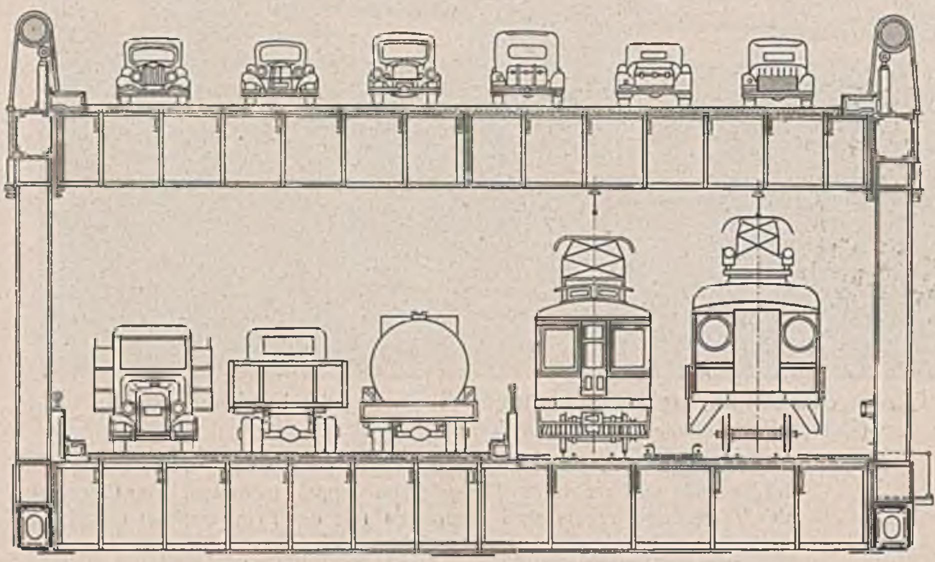
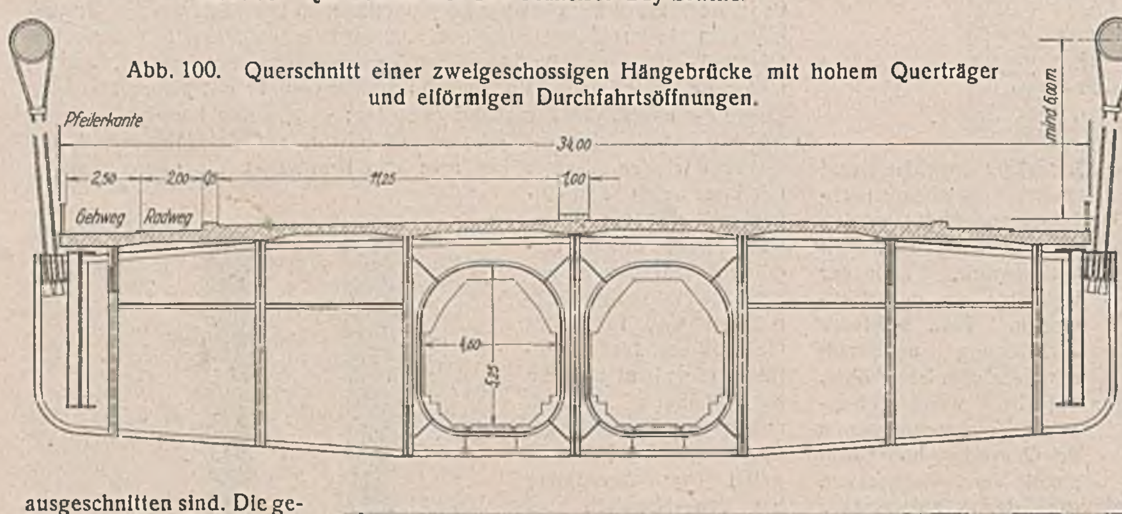


Abb. 99. Querschnitt der San Francisco Bay-Brücke.

Abb. 100. Querschnitt einer zweigeschossigen Hängebrücke mit hohem Querträger und eiförmigen Durchfahrtsöffnungen.



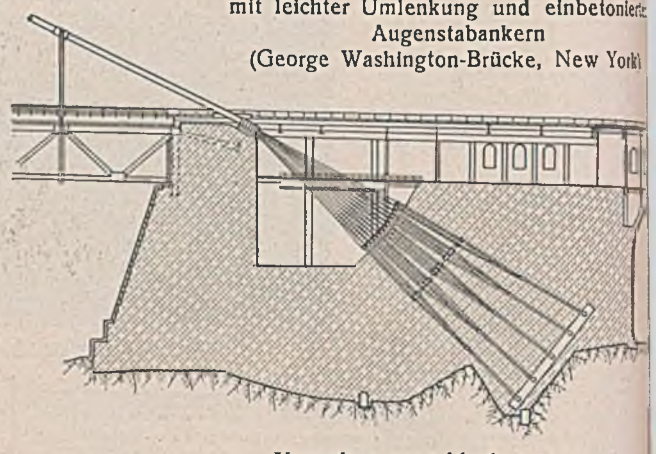


Abb. 101. Verankerung eines steilen Kabels mit leichter Umlenkung und einbetonierten Augenstabankern (George Washington-Brücke, New York)

ausgeschnitten sind. Die gesamte Bauhöhe wird wesentlich verringert, und die Brücke erscheint trotz der zwei Geschosse nicht plump.

Überzeugend gute Brückenbilder können mit zweigeschossigen Fahrbahnen kaum erzielt werden. In New York und an anderen Stellen ist man deshalb dazu übergegangen, nur die Straßen auf Brücken über die Wasserwege und die Bahnen getrennt in Tunneln zu führen, zumal der große Höhenunterschied, der durch die großen Durchfahrtshöhen für die Seeschiffahrt bedingt ist, den Bahnverkehr auf den langen Rampen auch betrieblich dauernd ungünstig belastet.

Abb. 104. Hoher Verankerungsblock mit Umlenkung in einen lotrechten Kabelschlitz und Endeinspannung des Versteifungsträgers.

Verankerungswiderlager.

Die Blöcke zur Verankerung der Traggurte müssen zur Gewährleistung der erforderlichen Gleit- und Standsicherheit massig und schwer ausgebildet werden. Steile Rückhaltketten und Kabel werden mit schwacher Umlenkung unter der Fahrbahn in die Verankerungswiderlager eingeführt (Abb. 101 u. 102). Bei flachen Kabelenden bleibt die Umlenkung über dem Widerlager sichtbar (Abb. 103), weil das schiefe Weggleiten des Kabels weniger gut aussieht. Der Grad der Kabelumlenkung richtet sich nach der Höhe des Widerlagers über der Gründungssohle. Bei Hochbrücken erleichtert die Umlenkung in die Lotrechte die Herstellung der Verankerungsschlitze und das Einführen der Kabel (Abb. 104). Die Traggurte werden im Widerlager fächerartig auseinandergezogen und einzeln mit einbetonierten Augenstäben oder zugänglich mit Litzenschuhen oder Seilköpfen auf den die Kabelschlitze überbrückenden Verankerungsträgern festgemacht. Die lotrechte Seitenkraft des Seilzugs muß durch das Gewicht des Ankerblocks, die waagerechte Seitenkraft durch Bodenreibung aufgenommen werden. Das Gewicht ist so zu verteilen, daß die Mittelkraft aus der ständigen Last möglichst durch die Mitte der Sohlfläche geht. Geschlossener Fels ist für die Verankerung günstig (Abb. 104). Die Einrichtungen für die Verankerung der Traggurte sind in den Widerlagerkörpern versteckt und treten nicht sichtbar in Erscheinung.

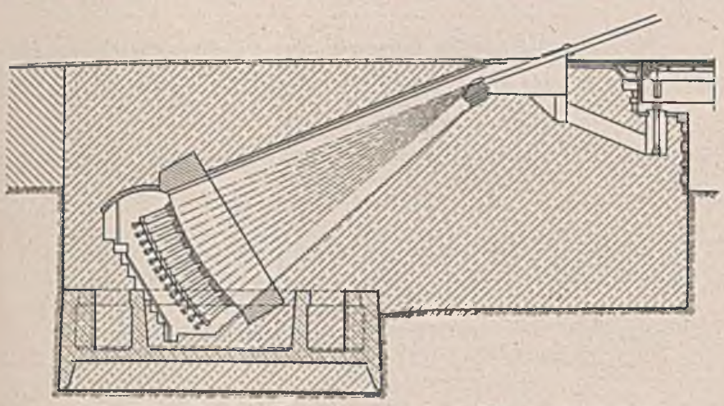


Abb. 102. Flacher Verankerungsblock für ein Seilkabel.

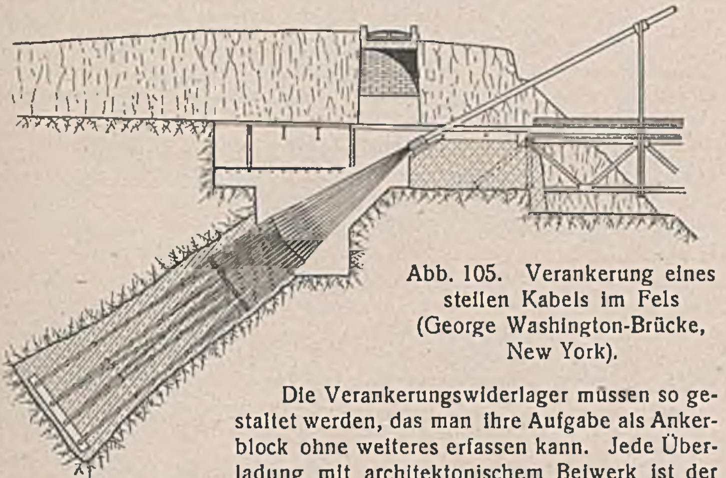


Abb. 105. Verankerung eines steilen Kabels im Fels (George Washington-Brücke, New York).

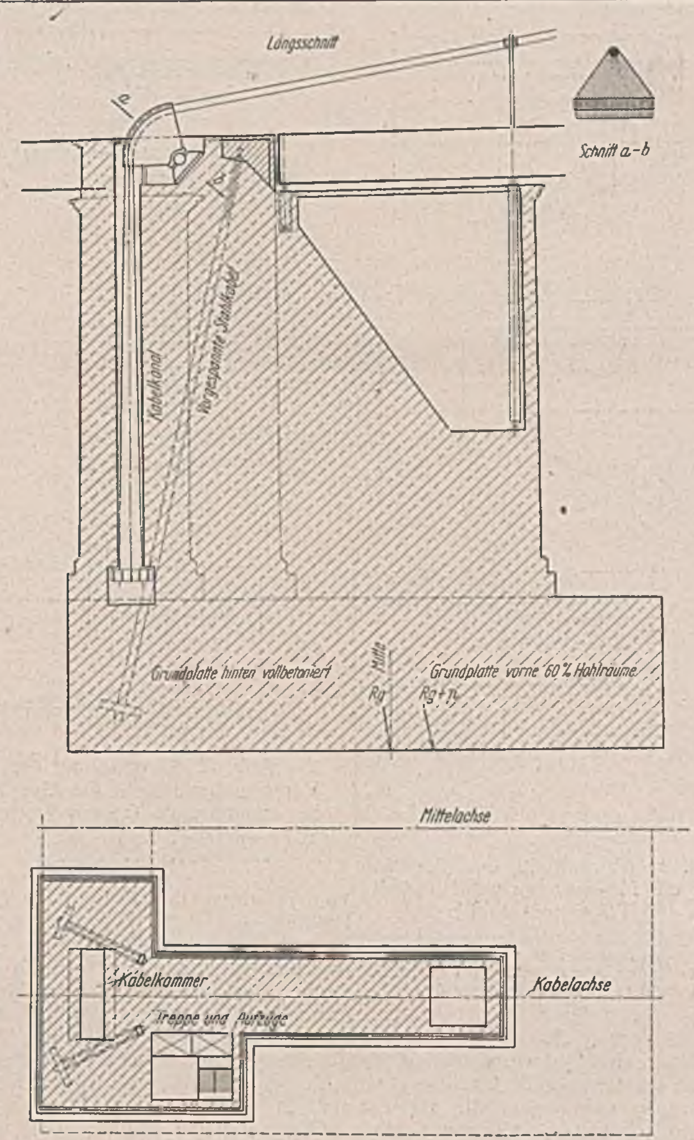


Abb. 103. Umlenkung eines flach ankommenden Brückenkabels über der Fahrbahn. Die Umlenkung der Geländerseile ist störend.

Die Verankerungswiderlager müssen so gestaltet werden, das man ihre Aufgabe als Ankerblock ohne weiteres erfassen kann. Jede Überladung mit architektonischem Beiwerk ist der Wirkung abträglich. Die früher beliebten Bildwerke auf den Verankerungsklötzen und über den Umlenkstellen sind Spielerei (Abb. 12). Auch massige Widerlageraufbauten über der Fahrbahn sind wenig angebracht, weil sie die Sicht versperren und nicht zu der zarten Erscheinung der Hängebrücke passen. Eher begründet sind Fahrbahnausweitungen über den Verankerungswiderlagern, die zu Rast-, Park- und Aussichtsplätzen ausgenutzt werden können. Dabei bieten Treppenläufe für Fußgänger und Auf- und Abfahrten für Kraftwagen, die von der hochgelegenen Brückenfahrbahn zu den unterführten Uferstraßen hinunterführen, Gelegenheit zu künstlerischer Gestaltung und Einordnung in die Umgebung.

Die Einflußlinien des Verschiebeträgers.[1]

Eine vor kurzem in Betrieb genommene Verladebrücke mit auf dem Obergurt laufendem Drehkran hat zwei Brückenträger übereinander, von denen sich der obere, der Verschiebeträger, auf dem unteren, dem Fahrwerkträger, in der Längsachse der Brücke hin- und herbewegt (Abb. 1). Der Verschiebeträger ist ein waagerecht in seiner Längsachse verschiebbarer Balken, mit dem die Brückenausladung verändert und die Laufbahn des Krans auch quer zu den Brückengleisen verschoben werden kann. Er hat selbst keine mechanischen Teile, sondern liegt mit seinem biegungssteifen Untergurt auf zwei getrennten Verschiebewerken, deren Rollen in den Stützenköpfen des Fahrwerkträgers eingebaut sind. Durch den Fahrwerkträger, der außer den beiden Verschiebewerken auch den Brückenfahrantrieb trägt, werden die Drücke des Verschiebeträgers, die Bremskräfte des oben laufenden Krans und die Windkräfte des ganzen Bauwerks auf die Brückenlaufräder und die Brückengleise geleitet. Gegenüber den Brücken mit drehbaren Auslegern hat die Verschiebeträgerbrücke bei ungefähr gleichem Baustoffaufwand den Vorzug größerer Einfachheit[2]), da die Ausleger-Hubwerke, die Gelenke und die beweglichen Zugbänder fortfallen.

Die Berechnung des Tragwerks ist ziemlich verwickelt, da sowohl der Kran als auch der Kranträger sich bewegen. Das Zusammenwirken von ungünstigster Kranstellung und ungünstigster Trägerstellung ist mit Hilfe von Einflußlinien in folgender Weise untersucht worden. In einem n-fach unbestimmten Tragwerk wird unter schrittweiser Ausschaltung

Abb. 1. Verladebrücke mit Verschiebeträger und oben laufendem Drehkran von 7,5 t und 15 t Tragkraft bei 17 m und 10 m Ausladung; Brückenstützweite 58 m; Verschiebewege beiderseits 17,6 m, durch Endpuffer begrenzt.

[1]) Ausführliche Darstellung in „Die Einflußlinien des Verschiebeträgers" in Mitt. Forsch.-Anst. Gutehoffn., Oberhausen 1940, Bd. 8, H. 8, S. 169/175.

[2]) H. Ernst VDI 84 (1940), S. 959/61.

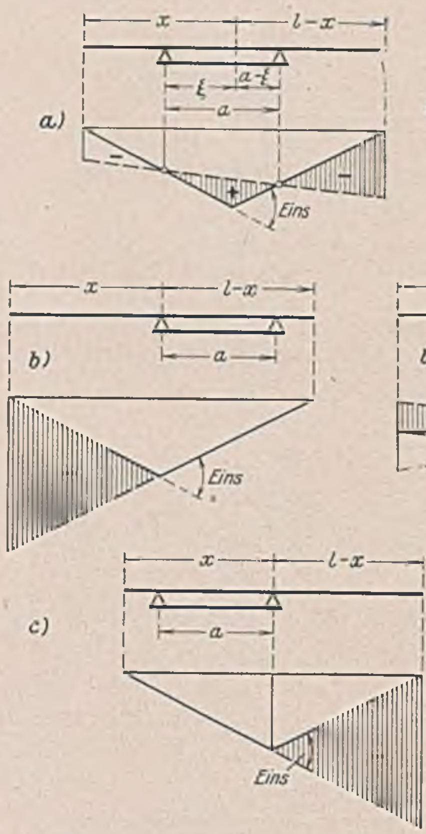


Abb. 2. Abwandlung der Biegelinie für ein Moment bei wanderndem Trägerquerschnitt.

Die gestrichelte Abszissenachse wird um den Biegewinkel „1" gedreht.
a) Querschnitt zwischen den Stützen.
b) und c) Querschnittsort an den Kragarmen.

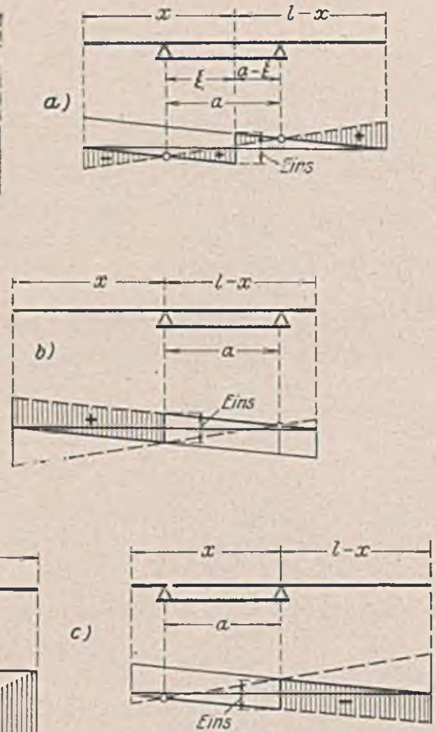


Abb. 3. Abwandlung der Verzerrungslinie für die Querkraft bei wanderndem Trägerquerschnitt.

Die gestrichelte Abszissenachse wird um die Verzerrung „1" verschoben.

von je einer Überzähligen die Einflußlinie für diese Überzählige als Biegelinie im verbleibenden ($n-1$)-fach unbestimmten Tragwerk so bestimmt, daß am Orte und im Sinne der angreifenden Überzähligen eine Formänderung „Eins" entsteht. Je nachdem die Formänderung eine Verdrehung, eine Querverschiebung, eine Verlängerung oder eine Hebung darstellt, entsteht die Einflußlinie für ein Moment, eine Querkraft, eine Stabkraft oder eine Lagerkraft. Für das statisch bestimmte Tragwerk, also für $n=o$, führt dieses allgemein geltende Verfahren auf ein Grundnetz, das im unsicheren Gleichgewicht ist, und damit auf das Gebiet der Kinematik.

Die kinematischen Verfahren zum Zeichnen von Einflußlinien sind gegenüber statischen und anderen Verfahren, die auf der Auffassung der Einflußlinie als Biegelinie begründet sind, in den Hintergrund getreten. In den letzten Jahren hat Krabbe[3]) seine „allgemeine unmittelbare Darstellung von Einflußlinien durch Biegelinien nach dem Formänderungsverfahren" gegeben. Danach kann man, unter Umgehung der kinematischen Beweglichkeit, den Balken an der Stelle x um „Eins" verbiegen, verzerren oder heben, um unter Einhaltung der Lagerbedingungen für den verformten Träger die Einflußlinien für Moment, Querkraft oder Lagerkraft an der Stelle x zu erhalten. Um auf den Verschiebeträger überzugehen, braucht man nur eine in dieser Weise ermittelte Biegelinie in einem Punkt des betrachteten Querschnitts an das körperfeste Koordinatennetz des bewegten Trägers zu heften und dafür zu sorgen, daß sie, genau so wie die Träger selbst, auf den raumfesten Rollen des Fahrwerkträgers gleitend, bestimmten Stützbedingungen unterworfen bleibt. Dann spricht man von einer „Abwandlung der Biegelinien". Nach den Lehren der Kinematik, die hier wieder zur Anwendung gelangen, müssen alle Bewegungen, die Biegelinien in Begleitung des Verschiebeträgers ausführen, genau so wie alle scheinbaren Verschiebungen geometrisch möglich sein, weshalb auch der Zusammenhang mit den Auflagern immer gewahrt werden muß.

In Abb. 2 ist für die Stelle x, $l-x$ die Momenteneinflußlinie als Biegelinie mit der Verbiegung „Eins" gezeichnet, wie sie im Bereich der Balkenstützweite a innerhalb $\xi=o$ und $\xi=a$ Bewegungen mit dem Träger ausführt. Die Abszissenachse, von der die Ordinaten der Einflußlinie gezählt werden, erscheint nach vollständig durchgeführter Abwandlung um den Biegewinkel „Eins" gedreht. Für außerhalb der Balkenstützweite a vorkommende Stellungen des betrachteten Querschnitts sind die Abwandlungen bedingungsgemäß gleich Null und die Einflußlinien den bekannten gegenüber unverändert.

Bei der in Abb. 3 gezeichneten Abwandlung der Querkraftverformungslinie muß besonders darauf geachtet werden, daß in den Grenzfällen $\xi=o$ und $\xi=a$ die Verzerrungslinie entlang der Verzerrung „Eins" auch lotrecht auf den Lagern geführt werden muß, um Unstetigkeiten zu vermeiden. Die Abszissenachse erscheint hier nach durchgeführter Abwandlung um die Verzerrung „Eins" verschoben.

Für einen Fachwerkträger ergeben sich unter der Annahme der Lastübertragung in den Knotenpunkten die in Abb. 4 bis 8 gezeichneten Abwandlungen der Einflußlinien. Man erkennt in jeder die Biegelinie mit der Formänderung „Eins" in x für den ruhenden Balken von der

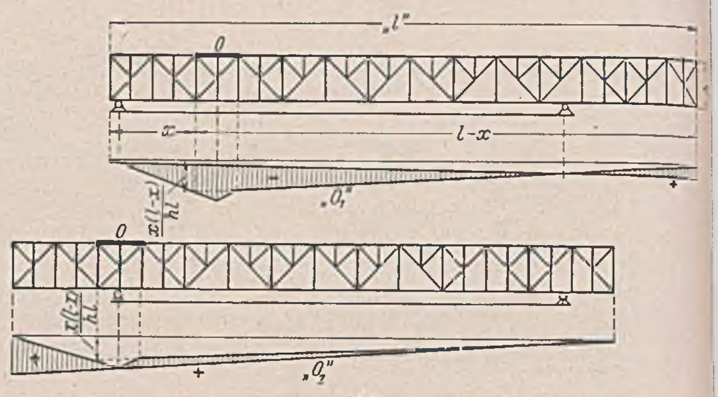


Abb. 4.

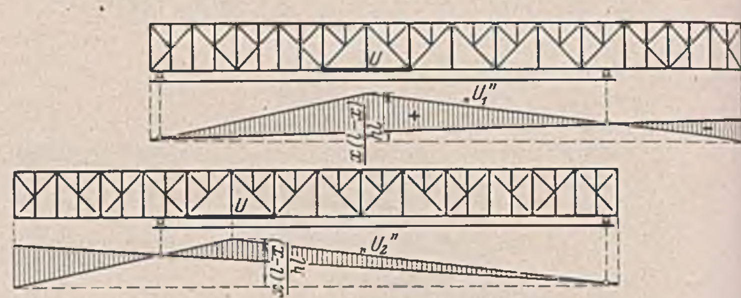


Abb. 5.

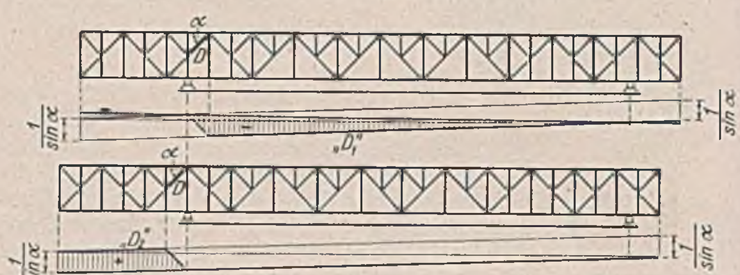


Abb. 6.

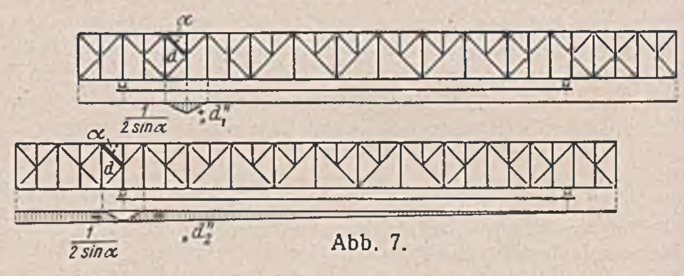


Abb. 7.

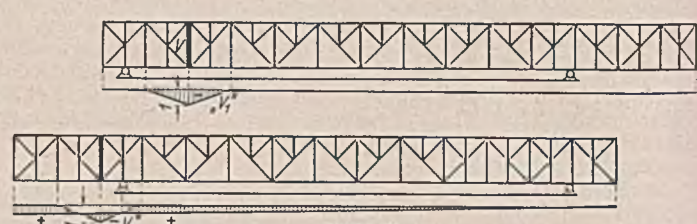


Abb. 8.

Abb. 4 bis 8. Abwandlungen der Einflußlinie.

Abb. 4. Abwandlungen O_1, O_2 der Einflußlinie für eine Obergurtstabkraft O.
Abb. 5. Abwandlungen U_1, U_2 der Einflußlinie für eine Untergurtstabkraft U.
Abb. 6. Abwandlungen D_1, D_2 der Einflußlinie für eine Hauptschrägenstabkraft D.
Abb. 7. Abwandlungen d_1, d_2 der Einflußlinie für eine Hilfsschrägenstabkraft d.
Abb. 8. Abwandlungen v_1, v_2 der Einflußlinie für eine Pfostenstabkraft v.

Gesamtlänge l als Grundlinie unter der Schar von Einflußlinien, die für den verschiebbaren Balken durch die verschiedenen Stabstellungen auf der Stützweite a möglich sind. Es ist nun leicht, die Wanderung der Stäbe zu beobachten und festzustellen, wann die durch die Abszissenachse und Biegelinie gebildeten Flächen ihre Grenzwerte erreichen. Bei den Gurtstäben werden die beiden Stellungen „Stab eingeschoben" und „Stab ausgeschoben" die Grenzen andeuten, bei denen die Größtwerte der Zug- und Druckkräfte auftreten. Wie aus Abb. 7 u. 8 hervorgeht, sind unter den Ausfachungsstäben einige, die, von den Stützen entfernt, nur eine örtliche Rolle als Stützstab des Gurtes spielen, in die nächste Nähe der Auflager gerückt, ihr Vorzeichen wechseln und für den gesamten Kranfahrbereich als Brückenstützstab unter Spannung stehen.

Zusammenfassung. Die Entwicklung des Biegelinienbegriffs für die Einflußlinie und ihre zeichnerische Abwandlung ermöglichen eine anschauliche Darstellung der Einflußlinien des Verschiebeträgers, die in kürzester Zeit zum Ziel führt. Damit erscheint die Aufgabe für den Bereich des Kranbrückenbaues gelöst.

Dipl.-Ing. Karl F. Eckinger VDI, Nürnberg.

[3]) Krabbe, Stahlbau 1933, H. 2, S. 9.

Die Berechnung der Gezeiten in Flußmündungen.

Von Dr.-Ing. habil. Edgar Schultze, Regierungsbaumeister a. D., Dozent an der Technischen Hochschule Berlin.

1. Fragestellung.

Die Berechnung der Gezeiten in Flußmündungen unterscheidet sich von der Berechnung der Gezeiten in Seekanälen[1]) dadurch, daß die MW.-Linie nicht mehr waagerecht liegt, sondern daß ein Zufluß aus dem Binnenlande die Strömungsverhältnisse verwickelter macht. Je größer der Oberwasserzufluß des Stromes ist, desto weniger wird man die Verhältnisse bei Seekanälen zugrunde legen dürfen. Weiterhin wird die Berechnung dadurch erschwert, daß der Wechsel des Querschnitts nur die Berechnung kurzer Stücke des Wasserlaufs mit unveränderlichem Querschnitt (Rechteck) erlaubt, daß im Mündungsgebiet der Fluß sich in ein verzweigtes Netz von Rinnen mit dazwischenliegenden Wattrücken auflöst, das schwer durch ein künstlich nachgeschaffenes Netz von Kanälen in der Rechnung vertreten werden kann, und daß die Verluste an lebendiger Kraft und durch Reibung wegen der Ungleichmäßigkeit der Flußsohle, wegen der Krümmungen, Nebenflüsse, Inseln usw. nur ungefähr durch den Rauhigkeitsbeiwert erfaßt werden. Alles in allem ist die Rechnung langwieriger und weniger genau als bei Seekanälen. Der Versuch ist deshalb auch häufig an die Stelle der Rechnung getreten[2]) oder hat zu ihrer Überprüfung beigetragen.

Genau so wie bei den Seekanälen werden auch für die Berechnung der Gezeiten in Flußmündungen zwei Ausgangsgleichungen verwendet: die Gleichung der Stauwelle und die Differentialgleichung der Gezeitenströmung. Die Fragestellung ist in der Regel folgende: Aus dem bisherigen Zustand des Flusses sind die Rauhigkeitsbeiwerte zu entnehmen und mit diesen der Verlauf der Gezeiten zu bestimmen, der sich nach der Regelung des Unterlaufs und der Mündung ergibt. Unverändert bleibt hierbei eine Gezeit vor der Flußmündung, die den Ausgangspunkt für die Berechnung, die stromaufwärts voranschreitet, ergibt. Die Rechnung erstreckt sich bis zur Flutgrenze. Bei Spaltungen wird der Fluß in einzelne Kanäle aufgelöst, deren Wasserstände an den Abzweigpunkten die gleichen sein müssen.

In Deutschland wurde bisher bei der Regelung der Unterweser und Eider die Berechnung nach dem Verfahren von Reineke[3]) durchgeführt. Reineke löst die Differentialgleichung der Gezeitenströmung (Gl. 7) durch Proberechnungen. Auf die damit verbundenen Nachteile hat schon Thorade aufmerksam gemacht[4]). Das Verfahren habe ich bereits an anderer Stelle beschrieben[5]). Die dadurch erforderliche Wiederholung von Rechnungen hat zu anderen Lösungen geführt, die im folgenden beschrieben werden sollen. Die Benutzung der Differentialgleichung nach Reineke ist aber überall dort zu empfehlen, wo die Vereinfachungen, die zur Lösung der Gleichung eingeführt werden, unzulässig erscheinen.

Auch die Gleichung der Stauwelle ist zur Berechnung von Flußtiden bereits verwendet worden[6]). Das Verfahren ist aber mit Erfahrungsbeiwerten größerer Zahl auf die besonderen Verhältnisse der Schelde zugeschnitten[5]). Das Verfahren von Brown[1]) ist auf Flüsse bisher nicht angewendet worden. Es dürfte dazu auch zu umständlich sein, weil die Zerlegung in viele Teilstücke längs der Flußachse eine vielfache Wiederholung der Berechnung der HW.- und NW.-Linien erforderlich macht.

Für die genaue Behandlung der Gezeiten bleibt also neben Reineke nur die Integration der Gezeitengleichungen übrig. Als Näherungslösungen werden in Abschnitt 4 einige weitere Verfahren angegeben, die die Rechenarbeit für einen schnellen Überschlag erleichtern.

2. Grundlagen.

Die wichtigsten Bezeichnungen für die Beschreibung der Gezeiten sind bereits an anderer Stelle begründet[1]). Es sei daher nur kurz wiederholt und ergänzt, wobei folgende Bezeichnungen verwendet werden:

a = halber Tidenhub, Schwingungsweite (Amplitude) der cos-Tide, an der Stelle x (m),
a_0 = dasselbe an der Flußmündung ($x = 0$),
a_L = dasselbe an der Flutgrenze oder am Ende eines Flußabschnitts ($x = L$),
a', a'' = Schwingungsweiten (Amplituden) der einlaufenden und der zurücklaufenden cos-Welle,
a_0', a_0'' = dasselbe bei $x = 0$,
a_1, a_2 = Weiten (Amplituden) der Oberschwingungen,
b = Erfahrungsbeiwert für den Einfluß des Windes auf den Wasserstand,
c = Fortschrittsgeschwindigkeit der Gezeitenwelle (m/sek), in der Richtung von x gezählt,
e = Schwingungsweite (Amplitude) der cos-Tide der Geschwindigkeit v an der Stelle x (m/sek),
e_0, e_L wie a_0, a_L,
f = Schwingungsweite (Amplitude) der cos-Tide des Reibungswiderstandes w an der Stelle x ($\mathrm{t/m^2 \cdot sek^2}$),
g = Erdbeschleunigung = 9,81 ($\mathrm{m/sek^2}$),
h = Wasserstand über dem MW.-Spiegel bei x zur Zeit t [m] (Abb. 3),
h_0, h_L wie a_0, a_L,
$h_0' = a_0' \cdot \cos(n\,t + \varphi_0') = M_0' + i\,N_0'$,
$h_0'' = a_0'' \cdot \cos(n\,t + \varphi_0'') = M_0'' + i\,N_0''$ = Gezeiten bei $x = 0$,
k_1 = Rauhigkeitsbeiwert der Gleichung $v = k_1\,TJ\,(\mathrm{sek^{-1}})$ in x zur Zeit t,
k_2 = „ „ „ $v = k_2 \sqrt{TJ}\,(\mathrm{m^{1/2} \cdot sek^{-1}})$ in x zur Zeit t,
k_m = „ „ „ $v = k_m \sqrt[m]{TJ} \cdot \left|\mathrm{Meter}^{\frac{m-1}{m}} \cdot \mathrm{sek^{-1}}\right|$ in x zur Zeit t,
k_{2s} = Rauhigkeitsbeiwert k_2 in x bei HThw. (Sturmflut),
k_{1m} = Mittelwert von k_1 über eine Gezeit,
k', k'' = von k abgeleitete Rauhigkeitswerte, im Text erläutert,
m = Exponent der Geschwindigkeitsformel $v_m = k_m^m\,TJ$; in Abschn. 5: Beiwert; sonst auch Meter,
m_0, m_1, m_2 = Beiwerte, in Abschn. 3b erläutert,
n = Schwingungszahl (Kreisfrequenz) der Gezeit in Bogenmaß/sek [1/sek] $= \frac{2\pi}{t_g}$, für die Haupttide $M_2 = 1{,}405 \cdot 10^{-4}$,
n' = erweiterte, komplexe Schwingungszahl $= \sigma + i\,n$,
p = benetzter Umfang, im allgemeinen gleich B gesetzt (m),
q = sekundliche Abflußmenge in x zur Zeit t ($\mathrm{m^3/sek}$) (Abb. 3) infolge der Gezeitenbewegung,
q_0, q_L wie a_0, a_L; wenn q_L an der Flutgrenze liegt, ist $q_L = Q$,
q_s = mittlere Abweichung des Stroms während einer Sturmflut von dem ständigen Oberwasserzufluß Q ($\mathrm{m^3/sek}$),
$q' = Q + q$ = Gesamtdurchfluß ($\mathrm{m^3/sek}$),
$q_{\max}$ = der größere Wert von Q oder s,
q_n = Beiwert mit $n = 1, 2, 3 \ldots$ der Gleichungen in Abschn. 3a,
$\bar{q}$ = von q abgeleiteter Wert, im Text erläutert (Abschn. 3a),
$r = \frac{n}{c}\left|\frac{1}{m}\right|$,
s = Schwingungsweite (Amplitude) der cos-Tide der sek. Abflußmenge q an der Stelle x (m/sek),
s_0, s_L wie a_0, a_L,
s', s'' wie a', a'',
t = Zeit (sek),
t_m = Zeit des HW. oder NW.,
t_g = Dauer der Haupttide M_2 = 44 700 (sek) (12,4 Stunden) $= \frac{2\pi}{n}$,
$t_c = \frac{L}{c}$ = Fortschrittszeit der Gezeitenwelle [sek],
$u = \alpha + i\,r$, als Vektor $\mathfrak{u}$,
u_1, u_2 = zwei verschiedene Lösungen der Gleichung für u, als Vektor $\mathfrak{u}_1$, $\mathfrak{u}_2$,
v = mittlere Querschnittsgeschwindigkeit des Wassers in x zur Zeit t (m/sek) infolge der Gezeitenbewegung,
v_0, v_L wie a_0, a_L,
v_m = mittlere Querschnittsgeschwindigkeit während einer Tide t_g (cm/sek),
$v' = V + v$ = Gesamtströmung (m/sek) infolge Gezeitenbewegung und Oberwasser,
w = Reibungswiderstand in x zur Zeit t (Vorzeichen entgegengesetzt wie v) ($\mathrm{t/m^2 \cdot sek^2}$),
x = Längsachse des Flusses [m], beginnend bei der Mündung mit $x = 0$ (Abb. 3),
$z' = a'\,e^{-\alpha_1 x}$, $z'' = a''\,e^{-\alpha_2 x}$ [m],
$\mathfrak{z}$ = Vektor der Gezeitengröße $= M + i\,N$.
A = Beiwert, im Text erläutert (Abschn. 3a),
A', A'', A''' = Beiwerte zur Ermittlung der Randbedingungen, im Text erläutert (Abschn. 3b),
B = Breite des Flusses in x zur Zeit t [m],
B_m = mittlere Breite in x im Bereich des Tidenhubs $2a$ [m] (Abb. 4),

---

[1]) E. Schultze, Die Berechnung der Gezeiten in Seekanälen. Bauing. 21 (1940), S. 147.

[2]) R. Seifert, Modellversuche für Tideflüsse. Jahrb. d. HTG. 15 (1936), S. 92. — E. Berg, Über Versuche im Tidegebiet. Intern. ständ. Verb. f. Wasserbauliches Versuchswesen, Erste Tagung, Berlin 1937, Anlage 12. — Ohne Verf., Tidal Models. Engng. 147 (1939), S. 439. — A. H. Gibson, An Experimental Investigation of the Effect of Bridge Piers and other Obstructions on the Tidal Level in an Estuary. Dock Harbour 18 (1937/38), S. 172.

[3]) Reineke, Die Berechnung der Tidewelle im Tideflusse. Jahrb. d. Gewässerkunde Norddeutschlands. Bes. Mitt., Bd. 3, Nr. 4. Berlin 1921.

[4]) H. Thorade, Probleme der Wasserwellen, S. 152, Hamburg 1931.

[5]) E. Schultze, Die Bestimmung der Abflußverhältnisse im Tidegebiet. Bautechn. 12 (1934), S. 438, 493. — Auf S. 495 rechts unter 2 lies g statt q. Die Summen unter 4 erstrecken sich über den (mehrteilig angenommenen) Querschnitt.

[6]) L. Bonnet, Contribution à l'étude théorique des fleuves à marée du bassin de l'Escaut maritime. Ann. tr. Belg. 1922 und 1923.

B_M = Spiegelbreite in x bei MW. [m] (Abb. 4),
B', B'', B''' wie A', A'', A''',
C_n = Beiwert mit $n = 1, 2, 3 \ldots$, im Text erläutert (Abschn. 3a),
D wie A,
D', D'', D''' wie A', A'', A''',
E wie A (Abschn. 3a), = elektrische Spannung (Abschn. 4),
F = Querschnitt des Flusses in x zur Zeit t [m²],
F_m = dasselbe bei MW. [m²],
F_s = dasselbe bei HThw. (Sturmflut) [m²],
G = Abhängige, im Text erläutert (Abschn. 2),
G_1, G_2 desgleichen.
H = Lage des Wasserspiegels h in x zur Zeit t über einer beliebig angenommenen waagerechten Bezugslinie [m] (Abb. 3),
H_m = dasselbe für den MW.-Spiegel,
I = elektrische Stromstärke (Abschn. 4),
J = Spiegelgefälle des Wassers $= -\frac{dh}{dx}$ in x zur Zeit t (Abb. 3),
J_m = dasselbe bei MW. infolge Oberwassers (Abb. 3),
J_w = MW.-Gefälle infolge Windstaues,
L = Länge eines Flußabschnitts oder Entfernung bis zur Flutgrenze [m],
M, N = Beiwerte, in Abschn. 2 erläutert,
M' = Gefällsbeiwert, in Abschn. 4b erläutert,
$P = Q_t / b\, T^{3/2}$ = Beiwert in Abschn. 4,
Q = sekundliche Abflußmenge infolge Oberwassers (m³/sek),
Q_t = Summe der absoluten Werte q über eine Tide t_g [m³],
R = Reibungskraft des Windes auf der Wasseroberfläche (kg/m²) (Abschn. 3),
R = elektrischer Widerstand (Abschn. 4),
R' = Beiwert, in Abschn. 3b erläutert,
S = Reibungswiderstand (Schleppspannung) $= \frac{v_m}{k_m}$ [t/m²],
T = Wassertiefe in x zur Zeit t [m] (Abb. 3),
T_m = Wassertiefe bei MW. [m] (Abb. 3),
T_0, T_L wie a_0, a_L,
T_s = dasselbe bei HThw. (Sturmflut) [m],
T_n wie q_n,
U = Windgeschwindigkeit (m/sek),
V = mittlere Querschnittsgeschwindigkeit des Wassers infolge Q in x (m/sek),
W = Reibungswiderstand in x infolge Q (t/m² · sek²) $= \frac{gS}{T_m}$,
Z_n wie C_n,
α = Dämpfungsbeiwert,
β = Exponent für den Winddruck,
γ = Raumgewicht des Wassers (t/m³) $= g\,\varrho$,
δ = Windrichtung,
ε = Beiwert, in Abschn. 3b erläutert,
ζ = Vektorenwinkel (Abschn. 5b),
η = Erfahrungsbeiwert,
ϑ = Richtung der wirksamen Seitenkraft des Windes (Abschn. 3c),
$\vartheta' = 2(\psi - \varphi)$ = doppelte Gangverschiebung zwischen h und q (Abschn. 3b),
ϱ = Dichte des Wassers (sek² · t/m⁴),
λ = Beiwert für den Einfluß des Windes auf den Wasserstand, der bei Zunahme der Wassertiefe von 1,5 auf 1 abnimmt,
σ = Exponent, der das Anwachsen des Wasserstandes während einer Sturmflut angibt,
φ = Phase der Gezeit bei $t = 0$,
φ' = „ „ einlaufenden Teilgezeit,
φ'' = „ „ auslaufenden „
$\varphi_0, \varphi_0', \varphi_0''$ usw. wie a_0 usw.,
φ_1, φ_2 usw. wie a_1, a_2 usw.,
$\Delta\varphi$ = Phasenverschiebung zwischen h und $q = \psi - \varphi$ (Abschn. 3),
$\Delta\varphi''$ = Phasenverschiebung zwischen J und $q = \psi + \varphi' + \frac{\pi}{2}$ (Abschn. 4),
χ = Beiwert für die Veränderlichkeit des Reibungswiderstandes, in Abschn. 3b erläutert,
ψ = Gang der Abflußmenge und Geschwindigkeit bei $t = 0$,
ψ', ψ'' usw. wie φ', φ'',
ω = Winkel zwischen Windrichtung und Flußachse.

Gleichung der Gezeitenlinie (Abb. 1):

$$(1)\qquad h = a \cdot \cos(n\,t + \varphi) = a \cdot \cos n\left(t + \frac{\varphi}{n}\right).$$

Da allgemein[7]): $e^{ix} = \cos x + i \cdot \sin x$, kann man nach der Vektorrechnung die Gezeitengleichung in erweiterter Form schreiben:

$$(1\text{a})\quad h = a\, e^{i(n\,t+\varphi)} = a\, e^{i\,n\,t}\, e^{i\varphi} = a \cdot \cos(n\,t+\varphi) + i\,a \cdot \sin(n\,t+\varphi)$$
$$= e^{i\,n\,t}(a \cdot \cos\varphi + i\,a \cdot \sin\varphi) = e^{i\,n\,t}(M + i\,N).$$

[7]) s. Hütte I, 26. Aufl., S. 158, 61, 80. Berlin 1936, Wilh. Ernst & Sohn.

Bei Sturmflut steigt außerdem die Schwingungsweite mit der Zeit an. Man erhält innerhalb eines bestimmten Zeitraums als mit der Wirklichkeit vergleichbaren Ausdruck (Abb. 2):

$$(1\text{b})\quad h = e^{i\,n\,t}\, e^{\sigma t}(M + i\,N) = e^{(i\,n+\sigma)\,t}(M + i\,N) = e^{n' t}(M + i\,N),$$

wobei $n' = \sigma + i\,n$ eine komplexe Zahl ist, so daß

$$h = e^{\sigma t}\, e^{i\,n\,t}(a \cdot \cos\varphi + i\,a \cdot \sin\varphi).$$

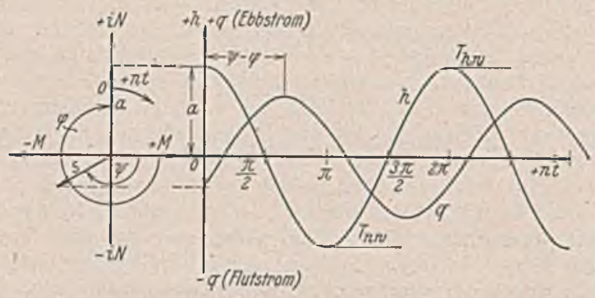


Abb. 1.
Darstellung der Gezeiten (h) und der Geschwindigkeitslinie (q) als cos-Linien und als Vektoren nach Gl. (1).

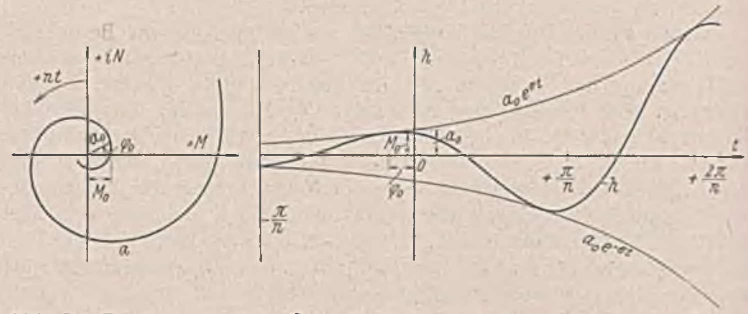


Abb. 2. Darstellung einer Sturmflutlinie als aufgeschaukelte cos-Linie und als in einer Spirale laufender Vektor nach Gl. (1d), (1e).

Die eigentliche Gezeitengleichung lautet demnach in gewöhnlicher Darstellung:

$$(1\text{c})\qquad h = a\, e^{\sigma t} \cdot \cos(n\,t + \varphi)$$

(Gleichung der Sturmflutlinie im ansteigenden Teil).

Diese Schwingung hat einen sich ständig mit der Zeit vergrößernden Ausschlag. Greift man einen Teil davon heraus, so kann man durch ihn eine Sturmflutgezeitenlinie wiedergeben. Der Wert σ wird aus der beobachteten Gezeitenkurve abgeleitet. Die Funktion gilt nach dem Gesagten nur innerhalb eines bestimmten Zeitbereichs.

Die Schwingungsdauer $e^{i\,n\,t}$ und $e^{\sigma t}$ ist durch die ganze Rechnung dieselbe und kann daher fortgelassen werden. Man erhält dann für die Gezeitenkurve den Vektor:

$$(1\text{d})\qquad h = a \cdot \cos\varphi + i\,a \cdot \sin\varphi = M + i\,N.$$

φ wird am Ausgangspunkt der Rechnung ($x = 0$) meist gleich 0 gesetzt, so daß die Gezeitenlinie dort mit dem HW. beginnt. n entspricht den festgelegten Schwingungszahlen der harmonischen Analyse und wird bei der Haupttide $= 1{,}405 \cdot 10^{-4}$ [1/sek] gesetzt, entsprechend einer Schwingungsdauer von 12,4 Stunden.

Bei Tideflüssen treten oberhalb der Mündung Gezeiten mit Oberschwingungen auf, so daß streng genommen die Gezeitenlinien dort nicht mehr nach Gl. (1) darstellbar sind, selbst wenn an der Mündung eine reine Cosinus-Schwingung angesetzt wird. Man erhält dann:

$$(1\text{e})\qquad h = a_1 \cdot \cos(n\,t + \varphi_1) + a_2 \cdot \cos^2(n\,t + \varphi_2) + \ldots$$

oder, da $\cos^2\alpha = {}^1/_2 \cdot \cos 2\alpha + {}^1/_2$ ist,

$$h = K + a_1 \cdot \cos(n\,t + \varphi_1) + a_2' \cdot \cos(2\,n\,t + \varphi_2') + \ldots$$

Diese Oberschwingungen werden gewöhnlich vernachlässigt.

Die folgenden Gleichungen befassen sich nur mit der reinen Gezeitenbewegung, zu der Gefälle und Abflußmenge des Oberwassers noch hinzuzuzählen sind [vgl. Gl. (15), (15a)].

Gleichung der Gezeitenwelle (Abb. 3):

$$(2)\quad h = G(a_0, x, T_m, n, k) \cos n\left(t - \frac{x}{c} + \frac{\varphi}{n}\right) = G \cdot \cos(n\,t - r\,x + \varphi).$$

G ist der hauptsächlich von den Abmessungen des Flußbettes und der Rauhigkeit abhängige Dämpfungswert, der häufig gleich $a\,e^{-\alpha x}$ gesetzt wird. Es läßt sich dann schreiben

$$(2\text{a})\qquad h = a\,e^{-\alpha x}(\cos n\,t - r\,x + \varphi)$$

und in erweiterter Form als Vektor

$$(2\text{b})\qquad h = a\,e^{i\varphi}\,e^{i\,n\,t - (\alpha + i\,r)\,x}.$$

Unter Berücksichtigung der Oberschwingungen ist zu setzen:

$$(2\text{c})\qquad h = G_1 \cdot \cos(n\,t + \varphi_1) + G_2 \cdot \cos^2(n\,t + \varphi_2) + \ldots$$
$$= K + G_1 \cdot \cos(n\,t + \varphi_1) + G_2' \cdot \cos(2\,n\,t + \varphi_2') + \ldots$$

Man erhält dann die Fortschrittsgeschwindigkeit c folgendermaßen: Setzt man $\frac{dh}{dt} = 0$, so ergibt sich die Zeit t_m des HW. oder NW. in Abhängigkeit von x, wenn man $t = t_m$ setzt.

$$\text{(2d)} \quad \frac{dh}{dt} = 0 = -G_1\, n \cdot \sin(n\, t_m + \varphi_1) - 2\, G_1\, n \cdot \sin(n\, t_m + \varphi_2) - \ldots$$

Es ist, da $G = G(x)$, auch $t_m = f(x)$ und $c = \frac{d t_m}{dx}$.

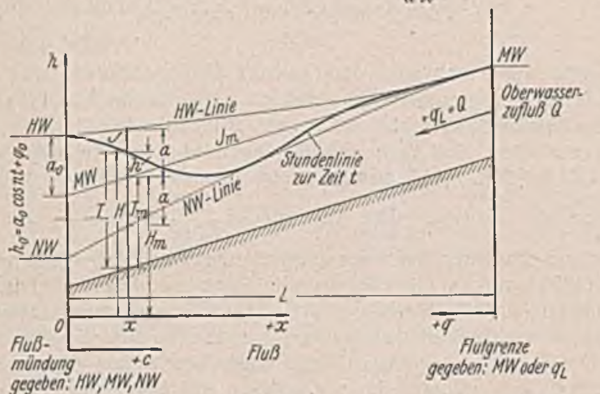


Abb. 3.
Darstellung der Gezeitenwelle in einer Flußmündung.
Dämpfung nach Gl (17b), (16c), (16d), (16e).
Fortschrittsgeschwindigkeit nach Gl. (10h), (19), (16c), (16d), (46e), (47a).
Gleichung der HW.- und NW.-Linie: Gl. (10e), (15), (15d), (34), (34a), (15h).
Gleichung der MW.-Linie: Gl. (18b), (30b), (39a).
Stundenlinien nach Gl. (10g), (19), (15e), (15f), (15h).
Gezeitenlinien nach Gl. (10f), (19), (15d), (15h).
Geschwindigkeiten nach Gl. (10d), (11f), (19a), (15g), (23k), (23l), (5), (46e).

Gleichung der HW.- oder NW.-Linie der einlaufenden oder rücklaufenden Gezeitenwelle:

$$\text{(3)} \quad a = G(a_0, x, T_m, n, k)$$

oder im Sonderfall:

$$\text{(3a)} \quad a = a_0\, e^{-\alpha x}.$$

Bei Oberschwingungen bekommt man diese Linien durch Einsetzen von t_m aus Gl. (2d) in Gl. (2c).

Die wirkliche Gezeitenwelle setzt sich aus der einlaufenden und rücklaufenden Welle zusammen:

$$\text{(2e)} \quad h = G_1 \cdot \cos(nt - r_1 x + \varphi_0') + G_2 \cdot \cos(nt - r_2 x + \varphi_0''),$$

im Sonderfall:

$$\text{(2f)} \quad h = a_0' e^{-\alpha_1 x} \cdot \cos(nt - r_1 x + \varphi_0') + a_0'' e^{-\alpha_2 x} \cdot \cos(nt - r_2 x + \varphi_0'') = a^* e^{int - (\alpha_1 + i r_1) x} + a^{**} e^{int - (\alpha_2 + i r_2) x},$$

wobei $a^* = a_0' e^{i \varphi_0'} = a_0' \cdot \cos\varphi_0' + i\, a_0' \cdot \sin\varphi_0'' = M_0' + i\, N_0'$ und $a^{**} = M_0'' + i\, N_0''$ ist.

Die Gleichung der durch Überlagerung entstehenden HW.- und NW.-Linie lautet:

$$\text{(3b)} \quad a = a_0' e^{-\alpha_1 x} \cdot \cos(nt_m - r_1 x + \varphi_0') + a_0'' e^{-\alpha_2 x} \cdot \cos(nt_m - r_2 x + \varphi_0''),$$

wobei man t_m wie in Gl. (2d) erhält.

Die Werte α_1 und r_1 haben immer positive, α_2 und r_2 negative Werte. Sie sind mit Vorzeichen einzusetzen. Bei Seekanälen ohne Oberwasserzufluß sind die absoluten Werte von α_1 und α_2 gleich groß, ebenso von r_1 und r_2. Bei Oberwasserzufluß wird $\alpha_1 > \alpha_2$, $r_1 > r_2$ bei den Vorzeichen nach Abb. 3.

Die gleichen Werte α und r gelten auch für die Wassergeschwindigkeit, die hier ausgedrückt wird durch (Abb. 1):

$$\text{(4)} \quad q = v\, T\, B = s \cdot \cos(n\, t + \psi)$$

$$\text{(4a)} \quad v = e \cdot \cos(nt + \psi)$$

$$\text{(5)} \quad q = G_1 \cdot \cos(nt - r_1 x + \psi_1) + G_2 \cdot \cos(nt - r_2 x + \psi_2).$$

Reibungsverlust des strömenden Wassers:

$$\text{(6)} \quad S = \frac{v^m\, L\, B\, \gamma}{k_m^m},$$

wenn $v = k_m \sqrt[m]{T J}$ (gewöhnlich $m = 2$),
oder mit $m = 1$

$$\text{(6a)} \quad S = \frac{v\, L\, B\, \gamma}{k},$$

wenn $v = k\, T\, J$ gesetzt wird.

Die Differentialgleichungen der Gezeiten lauten mit den Vorzeichen der Abb. 3:

$$\text{(7)} \quad J = \frac{dh}{dx} = \frac{v'^m}{k_m^m T} + \frac{1}{g}\left(\frac{dv'}{dt} + v' \cdot \frac{dv'}{dx}\right) \quad \text{(Abflußgleichung)}$$

$$\text{(7a)} \quad \frac{dq'}{dx} = -B_M \cdot \frac{dh}{dt} \quad \text{(Abb. 4)} \quad \text{(Stetigkeitsgleichung).}$$

In Gl. (7) wird das Glied $v \cdot \frac{dv}{dx}$ häufig wegen seiner geringen Bedeutung zur Vereinfachung der Integration gleich 0 gesetzt.

$$\text{(7b)} \quad J = \frac{dh}{dx} = \frac{v'^m}{k_m^m T} + \frac{1}{g} \cdot \frac{dv'}{dt}.$$

Berücksichtigt man, daß $q' = v' F$ ist, so wird aus Gl. (7):

$$\text{(7c)} \quad J = \frac{dh}{dx} = \frac{q'^m}{F^m\, k_m^m\, T} + \frac{1}{gF}\left(\frac{dq'}{dt} - \frac{q'}{F} \cdot \frac{dF}{dt} + \frac{q'}{F} \cdot \frac{dq'}{dx} - \frac{q'^2}{F^2} \cdot \frac{dF}{dx}\right)$$

und zusammen mit Gl. (7a):

$$\text{(7d)} \quad J = \frac{q'^m}{F^m\, k_m^m\, T} + \frac{1}{gF}\left|\frac{dq'}{dt} - \frac{q'}{F} \cdot \frac{dF}{dt} - \frac{q' B_M}{F} \cdot \frac{dh}{dt} - \frac{q'^2}{F^2} \cdot \frac{dF}{dx}\right|.$$

Gegeben ist meist die Gezeitenlinie an der Mündung nach Gl. (1).

Gesucht wird aus der Differentialgleichung der Gezeitenströmung (7) für den bestehenden Zustand k_2 durch Auswertung von Messungen.

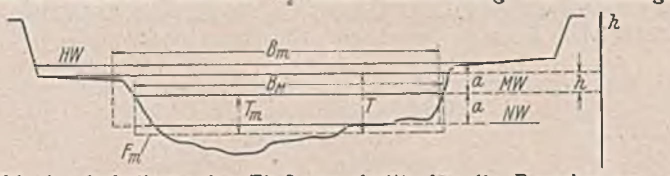


Abb. 4. Aufteilung des Flußquerschnitts für die Berechnung:
$F_m = B_M\, T_m$; $F = F_m + h\, B_m = B_M\, T_m + B_m\, h$; $T = T_m + h$.

Wenn B und T des neuen Zustandes bekannt sind, werden bestimmt:

- die Dämpfungswerte G des Tidenhubs,
- die Fortschrittsgeschwindigkeit c der Gezeitenwelle,
- das Zurückwerfen der Gezeitenwelle,
- die Stundenlinien, Gl. (2e), (2f) (Abb. 3),
- die HW.- und NW.-Linien, Gl. (3b) (Abb. 3),
- die Gezeitenkurven, Gl. (1) (Abb. 1),
- die MW.-Linie,
- die Geschwindigkeitslinien, Gl. 4 (Abb. 2).

Letztere können an beliebigen Orten x zwischen Mündung und Flutgrenze angegeben werden.

3. Integration der Gezeiten. — Gleichung mit Oberwasserzufluß.

Die Integration der Gl. (7) u. (7a) mit den Bezeichnungen der Gl. (1) u. (4) ohne Oberwasserzufluß ist bei der Berechnung der Gezeiten für Seekanäle angegeben worden[1)5)]. Schon dort wurde der wirklichkeitsgetreuere Ausdruck (6) durch (6a) gesetzt, um integrieren zu können. Bei Flüssen wirkt sich diese Vereinfachung noch ungünstiger als bei Kanälen aus. Deshalb versucht die erste Lösung durch Vermeiden der unmittelbaren Integration der Gleichung den quadratischen Widerstandsbeiwert zu behalten ($m = 2$).

Das ist nur auf dem umständlichen Weg der Reihenentwicklung möglich. Bei der zweiten Lösung wird der quadratische Widerstandsbeiwert fallen gelassen und $m = 1$ gesetzt. Das hat den Vorteil, daß eine unmittelbare Integration der Gl. (7) u. (7a) möglich ist. Dafür ist das Reibungsgesetz weniger genau.

a) Lösung durch Reihenentwicklung.

Als Ausgangsgleichung[8)] dient Gl. (7d) mit $m = 2$. Die Größe h wurde in den Gl. (7) auf eine Waagerechte in MW.-Höhe bezogen. Da das MW. bei Tideflüssen nicht mehr waagerecht ist, wird an Stelle von h die Größe $H = h + \text{konst}$ eingeführt, die auf eine beliebige Waagerechte bezogen ist (Abb. 3). Es ist dann $J = \frac{dh}{dx} = \frac{dH}{dx}$. Weiter wird gesetzt $H = T + J_m\, x$ und $F = B_M\, T$, da bei einem genauen Rechteckquerschnitt $B_M = B_m$ ist (Abb. 4). Wenn Gl. (7d) auf eine Strecke mit unveränderlichem Querschnitt angewendet wird, wird $\frac{dF}{dx} = 0$. Man erhält somit:

$$\text{(9)} \quad B_m\, g\, T \cdot \frac{dT}{dx} + B_m\, g\, T\, J_m = \frac{\pm g\, q'^2}{B_m\, T^2\, k_2^2} + \frac{dq'}{dt} - 2 \cdot \frac{q}{T} \cdot \frac{dT}{dt}.$$

Das obere Vorzeichen gilt für Ebbestrom, das untere für Flutstrom.

Aus der Stetigkeitsgleichung (7a) läßt sich mit $v' = \frac{q'}{B_m T}$ unter Vernachlässigung von $B_m\, T\, v' \cdot \frac{dv}{dx}$ ableiten:

$$\frac{q'}{T} \cdot \frac{dT}{dt} = B_m\, v'^2 \cdot \frac{dT}{dx}.$$

[8)] J. J. Dronkers, Een getijberekning voor benedenrivieren. De Ing. 50 (1935), S. B 181.

Zusammen mit dem ersten Glied der Gl. (9) ergibt sich:

$$B_m (g T + 2 v'^2) \frac{dT}{dx}.$$

Da v'^2 sehr klein gegen gT ist, kann es vernachlässigt werden. Man erhält dann:

$$\text{(9a)} \qquad \frac{dq'}{dt} = B_m g T \cdot \frac{dT}{dx} \mp \frac{g q'^2}{k_2^2 T^2 B_m} + B_m g T J_m.$$

Für die Lösung werden folgende Reihen eingesetzt:

$$\text{(10a)} \qquad T = T_0 - T_1 x + {}^1/_2 T_2 x^2 - {}^1/_6 T_3 x^3 + \ldots$$

$$\text{(10b)} \qquad q' = q_0 - q_1 x + {}^1/_2 q_2 x^2 - {}^1/_6 q_3 x^3 + \ldots$$

Die Beiwerte T und q sind nur von den Anfangsbedingungen T_0 und q_0' abhängig. Wenn diese in der Form der Gl. (1) u. (4) gegeben sind, zu der noch das Oberwasser hinzukommt, sind sie mit t veränderlich. Es ist:

$$\text{(1f)} \qquad T_0 = T_m + a_0 \cdot \cos(nt + \varphi_0)$$

$$\text{(4b)} \qquad q_0 = q_L + s_0 \cdot \cos(nt + \psi_0).$$

Man erhält die weiteren Beiwerte, indem man Gl. (9a) fortlaufend nach x differentiiert, die Werte der Gl. (1f) u. (4b) einsetzt und nach jeder Differentiation $x = 0$ setzt[9]). Es lassen sich auf diese Weise beliebig viele Beiwerte berechnen. Die ersten sind:

$$\text{(11a)} \qquad T_1 = -\frac{1}{B_m g T_0} \cdot \frac{dq_0}{dt} \pm \frac{q_0^2}{k_2^2 B_m^2 T_0^3} + J_m$$

$$\text{(11b)} \qquad q_1 = -B_m T_0$$

$$\text{(11c)} \qquad T_2 = \frac{1}{g T_0} \cdot \frac{d^2 T_0}{dt^2} - \frac{h_1^2}{T_0}$$

$$\mp \frac{2 q_0}{k_2^2 B_m^2 T_0^4} \left(B_m T_0 \cdot \frac{dT_0}{dt} + h_1 q_0 \right) - J_m \cdot \frac{h_1}{T_0}$$

$$\text{(11d)} \qquad q_2 = \frac{1}{g T_0} \cdot \frac{d^2 q_0}{dt^2} - \frac{1}{g T_0^2} \cdot \frac{dq_0}{dt} \cdot \frac{dT_0}{dt}$$

$$\mp \frac{2 q_0}{k_2^2 B_m T_0^3} \cdot \frac{dq_0}{dt} \pm \frac{3 q_0^2}{k_2^2 B_m T_0^4} \cdot \frac{dT_0}{dt}.$$

Es gilt das obere Vorzeichen für positives q_0 (Ebbstrom), das untere für negatives q_0 (Flutstrom).

Die Beiwerte sind sehr umständliche Ausdrücke, die man sich dadurch vereinfachen kann, daß man T durch T_m ersetzt, soweit es nicht im Differential steht. Man bekommt dann:

$$\text{(9b)} \qquad \frac{dq'}{dt} = B_m T_m g \cdot \frac{dT}{dx} \mp \frac{g q'^2}{k_2^2 T_m^2 B_m} + J_m B_m T_m g.$$

Ferner sei:

$$A = \sqrt{g T_m B_m} \qquad D = \frac{g}{T_m^2 k_2^2 B_m}$$

und

$$x = \frac{x}{A} \qquad J_m = A^2 D J_m$$

$$q = D q' \qquad T = A D T,$$

so daß:

$$\text{(9c)} \qquad \frac{dq}{dt} = \frac{dT}{dx} \mp q^2 + J_m.$$

Die Stetigkeitsgleichung lautet:

$$\text{(9d)} \qquad \frac{dq}{dx} + \frac{dT}{dt} = 0.$$

Die Lösung lautet dann:

$$\text{(10c)} \qquad T = T_0 - T_1 x + {}^1/_2 T_2 x^2 - {}^1/_6 T_3 x^3 + \ldots$$

$$\text{(10d)} \qquad q = q_0 - q_1 x + {}^1/_2 q_3 x^2 - {}^1/_6 q_3 x^3 + \ldots$$

Dabei ist:

$$\text{(11e)} \qquad T_1 = -\frac{dq_0}{dt} \pm q_0^2 + J_m$$

$$\text{(11f)} \qquad q_1 = \frac{dT_0}{dt}$$

$$\text{(11g)} \qquad q_2 = \frac{dT_1}{dt}$$

$$\text{(11h)} \qquad T_2 = -\frac{dq_1}{dt} \mp 2 q_0 q_1$$

$$\text{(11i)} \qquad q_3 = \frac{dT_2}{dt}$$

$$\text{(11k)} \qquad T_3 = -\frac{dq_2}{dt} \mp 2 q_1^2 \pm 2 q_0 q_2.$$

[9]) Die Berechnung der Beiwerte ist angegeben in E. Schultze, Der Windstau im Tidegebiet. Bauing. 19 (1938), S. 104.

Setzt man in die Lösung (10c) bis (11k) die Gl. (1b) u. (4a) ein, so erhält man:

$$\text{(10e)} \qquad T = T_m + a_0 \cdot \cos(nt + \varphi_0) \frac{1}{A^2} [\mp D q_L^2 + A^2 J_m + s_0 n$$

$$\cdot \sin(nt + \psi_0) \mp 2 D q_L s_0 \cdot \cos(nt + \psi_0) \mp D a_0^2$$

$$\cdot \cos^2(nt + \psi_0)] x + \frac{1}{A^2} [{}^1/_2 a_0 n^2 \cdot \cos(nt + \varphi_0)$$

$$\pm D q_L a_0 n \cdot \sin(nt + \varphi_0) \pm D a_0 s_0 n \cdot \sin(nt + \varphi_0)$$

$$\cdot \cos(nt + \psi_0)] x^2 + \ldots$$

Selbst wenn man nach dem zweiten Glied abbricht, wird der Ausdruck für T sehr verwickelt, so daß die vorstehende Lösung mehr theoretisches wie praktisches Interesse hat. Allenfalls könnte man sie in der Form anwenden, daß man auf die Darstellung der Gezeitenlinien nach Gl. (1), (1f), (4) u. (4b) verzichtet und von der wirklichen beobachteten Gezeitenlinie ausgeht. Die Ableitungen $\frac{dT}{dt}$ und $\frac{dq'}{dt}$ usw. können dann durch Zeichnen der ersten, zweiten, dritten Differentiallinie zu der Gezeitenlinie und der Gezeitenstromlinie gewonnen werden. Die Rechnung nach Gl. (10) u. (11) gilt dann nur für einen bestimmten Zeitpunkt t und muß so oft wiederholt werden, wie man Zeitpunkte für die Darstellung einer Gezeitenlinie benötigt. Wenn man aber schon diese bedeutende Arbeit auf sich nimmt, dann erscheint es zweckmäßiger, nicht von Gl. (9a) u. (10), sondern von der genaueren Differentialgleichung (7) auszugehen. Man kommt damit zu dem obenerwähnten Verfahren von Reineke.

Die Randbedingungen für die Lösung nach Gl. (10) sind bei $x = 0 : T_0$ und q_0 (Mündung), bei $x = L : T_L$, q_L (Flutgrenze). Hiervon ist aber die Wassermenge q_0 nach einer Regelung des Stromes unbekannt. Daher muß zunächst ein Näherungswert eingesetzt werden. Man erhält diesen durch Anwendung der Gl. (14) u. (14a) im nächsten Abschnitt oder durch eines der im Abschnitt 4 beschriebenen Verfahren. Die q_0-Werte müssen dann so verbessert werden, daß die Randbedingungen bei $x = L$ erfüllt werden. Zur besseren Übersicht wird im folgenden eine kurze Aufzählung der einzelnen Schritte bei der Anwendung des Verfahrens gebracht.

Rechnungsgang.

Gegeben die Gezeitenlinie h_0 an der Flußmündung, die Flutgrenze h_L mit der Oberwassermenge $Q = q_L$, k_2, B_m, T_m für sämtliche Flußabschnitte, außerdem q_0 als Näherungswert aus dem angenäherten Berechnungsgang mit geradlinig veränderlichem Widerstandsbeiwert, und zwar

1. für den unverbesserten Fluß: q_0.

Dieser Wert wird von dem wirklich vorhandenen q_0 abweichen, da er für ein vereinfachtes Netz von Rinnen ermittelt wurde;

2. für den verbesserten Fluß q_0'', ebenfalls für ein vereinfachtes Netz von Rinnen.

3. Ermittlung des im verbesserten Zustand wirklich vorhandenen q_0''' aus dem Ansatz

$$\frac{q_0'}{q_0' - q_0''} = \frac{q_0}{q_0 - q_0'''}.$$

4. Berechnung von q_1, T_1, q_2, T_2 usw. der Gl. (10) durch zeichnerisches oder rechnerisches Differentiieren je nach den gegebenen Werten für eine Flußstrecke von annähernd gleichmäßiger Breite und Tiefe. Bei zeichnerischem Differentiieren (Verwendung der gegebenen unregelmäßigen Gezeitenlinie) gilt die Rechnung nur für einen bestimmten Zeitpunkt t, bei rechnerischem Differentiieren (Verwendung der harmonischen Analyse) für die ganze Tide.

6. Berechnung von T und q bis zum Glied x^2.

7. Fortsetzung für die nächste Flußstrecke.

8. Prüfung, ob an der Flutgrenze die Randbedinguug stimmt.

Bei $x = \infty$ muß $q =$ Oberwasserabführung sein, d. h. in der Berechnung: dort, wo h praktisch unabhängig von der Zeit ist, muß q ungefähr gleich dem Oberwasserzufluß q_L sein. Das wird nicht während der gesamten Zeit einer Tide der Fall sein. Für die Zeitabschnitte, in denen Abweichungen vorhanden sind, muß q''' verändert werden.

9. Gegebenenfalls Wiederholung der Rechnung für neues q_0'''.

10a. Wiederholung der Rechnung für den nächsten Zeitpunkt, wenn von der richtigen Gezeitenlinie ausgegangen wurde.

10b. Wiederholung der Rechnung für die zweite Teiltide, wenn mit der cos-Linie gearbeitet wird.

$$T_0 = A_0 + h_1 \cdot \sin(nt + \varphi_1) + h_2 \cdot \sin(2nt + \varphi_2)$$

$$q_0 = S_0 + s_1 \cdot \sin(nt + \psi_1) + s_2 \cdot \sin(2nt + \psi_2).$$

Das ist nach Gl. (1e) die Grundschwingung und die erste Oberschwingung. Die übrigen Schwingungen können als unbedeutend beiseitegelassen werden.

Man erhält also bei dem genaueren Rechnungsverfahren unter der Voraussetzung von nach Gl. (1), (1f), (4) u. (4b) gegebenen Gezeitenlinien (rechnerisches Differentiieren):

die HW.- und NW.-Linie aus Gl. (10e), indem man die Beziehung zwischen x und dem HW.- oder NW.-Zeitpunkt t_m aus $\frac{dT}{dt} = 0$ errechnet und in Gl. (10e) einsetzt,

die Fortschrittsgeschwindigkeit, indem man den Zeitpunkt t_m nach x differentiiert, denn die Fortschrittsgeschwindigkeit ist

$$C = \frac{dt_m}{dx}, \tag{10h}$$

die MW.-Linie als Mittellinie zwischen der HW.- und der NW.-Linie,

die Gezeitenlinie nach Gl. (10e), wenn für x ein bestimmter Wert eingesetzt wird. Sie hat die Form der Gl. (1e):

$$h = C_1 q_L{}^2 + C_2 J_m + C_3 \cdot \cos(nt + \varphi_1) + C_4 \cdot \cos^2(nt + \psi_1) + \ldots \tag{10f}$$

wobei sich die Unveränderlichen C, φ_1 und ψ_1 aus Gl. (10e) ergeben,

die Geschwindigkeitslinie ergibt sich in gleicher Weise aus Gl. (10d), (11f), (11g) u. (11i),

die Stundenlinien nach Gl. (10e), indem man für t einen bestimmten Wert einsetzt. Sie hat die Form einer Parabel n-ter Ordnung:

$$h_t = Z_1 + Z_2 x + Z_3 x^2 + \ldots, \tag{10g}$$

wobei die Unveränderlichen Z aus Gl. (10e) bestimmt werden.

Bei der zeichnerischen Differentiation (Verwertung einer beliebigen Gezeitenlinie) erhält man die Werte T und q der Gl. (10a) durch zeitpunktweises Differentiieren der gezeichneten Ausgangsgezeitenlinien für T_0 und q_0. Mit Hilfe dieser Werte erhält man punktweise die Gezeitenlinien, wenn man in Gl. (10a) für x einen bestimmten Wert einsetzt, ebenso die Geschwindigkeitslinien aus Gl. (10b). Die HW.- und NW.-Linie und die Stundenlinien muß man sich aus den gezeichneten Gezeitenlinien ermitteln, desgleichen die Fortschrittsgeschwindigkeit.

b) Lösung durch unmittelbare Integration.

Es gibt zwei verschiedene Ansätze, die Gezeitengleichung mit geradlinig veränderlichem Widerstandsbeiwert ($m = 1$) bei einem Oberwasserzufluß zu integrieren. Das erste Verfahren[5] vereinfacht die Gl. (7d dadurch, daß mit einem unveränderlichen Rechteckquerschnitt $F = B_m T$ (Abb. 4) gerechnet und $\frac{dF}{dx}$ gleich Null gesetzt wird. Die Glieder $\frac{dF}{dt}$ und $\frac{dT}{dt}$ werden fortgelassen, da sie zahlenmäßig unbedeutend sind.

Man erhält dann:

$$\frac{dq'}{dt} = J g B_m T - \frac{q' g}{B_m T^2 k_2{}^2} \cdot q'. \tag{12}$$

Setzt man $T = T_m$, $\frac{q' g}{B_m T_m{}^2 k_2{}^2} = \frac{g}{k_1 T_m}$ und spaltet J in ein MW.-Gefälle J_m und ein Gezeitengefälle $\frac{dT}{dx}$ (Abb. 3), so wird

$$\frac{dq'}{dt} = B_m T_m g \cdot \frac{dT}{dx} + B_m T_m g J_m - \frac{g}{k_1 T_m} \cdot q'. \tag{12a}$$

Vernachlässigt man das unveränderliche Glied $B_m T_m g J_m$, so erhält man dieselbe Ausgangsgleichung wie bei der Berechnung von Seekanälen. Mit $J_m = 0$ wird $T = H = h +$ konst.

$$\frac{dq'}{dt} = B_m T_m g \cdot \frac{dh}{dx} - \frac{g}{k_1 T_m} \cdot q', \tag{13}$$

$$\frac{dq'}{dx} = -B_m \cdot \frac{dh}{dt}. \tag{13a}$$

Der Mittelwert k_{1m} von k_1, der an Stelle des mit der Zeit (Wasserstand) veränderlichen genauen Wertes in die Rechnung einzusetzen ist, errechnet sich folgendermaßen:

Gemäß Gl. (4) ist

$$v = \frac{s}{TB} \cdot \cos nt = e \cdot \cos nt, \tag{4a}$$

wenn man den Anfangswert $\psi = 0$ setzt. Dazu kommt die Geschwindigkeit des Oberwassers V, so daß:

$$v = V + e \cdot \cos nt. \tag{4b}$$

Ist $e \leqq V$ (Abb. 5), so wird

$$k_{1m} = k_2{}^2 \cdot \frac{2V^2 + e^2}{2V^3 + 3e^2 V}, \tag{14}$$

ist $e > V$ (Abb. 6), ergibt sich

$$k_{1m} = \pm \frac{k_2{}^2 \int v^2 \, dt}{\int v^3 \, dt}, \tag{14a}$$

wobei das obere Vorzeichen für $+e$ (Ebbe) und das untere Vorzeichen für $-e$ (Flut) gilt. Dieser Wert kann aus den Geschwindigkeitslinien zeichnerisch ermittelt werden, wenn diese gegeben sind. Sonst ist

$$k_2{}^2 \left[\int_{t_1}^{t_2} (V + e \cdot \cos nt)^2 \, dt - \int_{t_2}^{t_3} (V + e \cdot \cos nt)^2 \, dt \right] = k_{1m} \int_0^{\frac{2\pi}{n}} (V + e \cdot \cos nt)^3 \, dt, \tag{14b}$$

wobei t_1 = Beginn des Ebbestroms, t_2 = Beginn des Flutstroms, t_3 = Ende des Flutstroms ist.

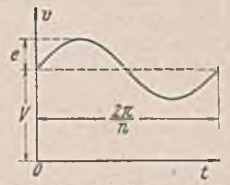


Abb. 5. Strömungsbild oberhalb der Flutstromgrenze. Es herrscht nur noch Ebbeströmung, allerdings von wechselnder Stärke.

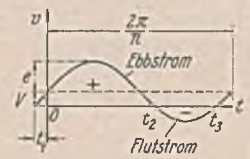


Abb. 6. Strömungsbild unterhalb der Flutstromgrenze. In einem Tidestrom überwiegt die Ebbeströmung.

Da die Randbedingungen andere als bei Seekanälen sind, lautet die Lösung der Gl. (13) u. (13a), wenn man der Einfachheit halber φ und $\psi = 0$ setzt:

$$h = J_m x + h_0' e^{int - ux} \tag{15}$$

$$q' = Q + s_0' e^{int - ux}. \tag{15a}$$

Das zweite Glied stellt den erweiterten (vektoriellen) Gezeitenwert (den komplexen Gezeitenwert) dar [s. Gl. (1) — Abb. 1], dessen reeller Teil der gewöhnliche Gezeitenwert (cos-Linie) ist. Ist daher der e-Wert ein Integral der Gl. (13), so ist der reelle cos-Wert ebenfalls als Teilintegral eine Lösung.

Es treten also als zusätzliche Glieder gegenüber der Berechnung ohne Oberwasser [Gl. (2f)], das MW.-Gefälle J_m und die Oberwassermenge Q auf, h_0' und s_0' haben die Form $M + iN$ [Gl. (2f)], enthalten also einen Schwingungsausschlag und eine Gangverschiebung, die durch die Randbedingungen gegeben und von Fall zu Fall zu ermitteln sind (Abb. 15 und Abschnitt 3d). Die Unbekannten J_m und u erhält man durch Einsetzen der Gl. (15) und (15a) in Gl. (14) u. (14a):

$$J_m = \frac{Q}{k_{1m} B_m T_m{}^2} \tag{18}$$

$$u^2 = \frac{n}{g T_m} (i k_{1m} - n). \tag{16}$$

Man erhält zwei Werte: $+u$ und $-u$, die in Gl. (15) u. (15a) einzusetzen sind.

$$h = J_m x + h_0' e^{int - ux} + h_0'' e^{int + ux} \tag{15b}$$

$$q' = Q + s_0' e^{int - ux} + s_0'' e^{int + ux}. \tag{15c}$$

Da $u = \alpha + ir$, findet man α als reellen und r als imaginären Teil von u.

Bezeichnet man

$$\operatorname{tg} \vartheta' = \frac{g}{k_{1m} T_m n}, \tag{17}$$

wobei $\vartheta'/2 = \psi - \varphi$ die Gangverschiebung zwischen h und q ist, so ist

$$R' = \frac{n}{\sqrt{g T_m \cdot \cos \vartheta'}} \quad \text{und} \quad \operatorname{tg} \vartheta/2 = \operatorname{tg}(\psi - \varphi) = \frac{\alpha}{r}, \tag{17a}$$

ferner

$$\alpha = R' \cdot \sin \vartheta'/2 = \frac{n \cdot \sin \vartheta'/2}{\sqrt{g T_m \cdot \cos \vartheta'}} = \frac{n}{\sqrt{2 g T_m}} \sqrt{-1 + \sqrt{1 + \frac{g^2}{T_m{}^2 n^2 k_{1m}^2}}} \tag{17b}$$

$$c = \frac{n}{r} = \frac{n}{R' \cdot \cos \vartheta'/2} = \frac{\sqrt{g T_m \cdot \cos \vartheta'}}{\cos \vartheta'/2} = \sqrt{\frac{2 g T_m}{1 + \sqrt{1 + \frac{g^2}{T_m{}^2 n^2 k_{1m}^2}}}}. \tag{17c}$$

Ferner ist (Abb. 18):

$$\left\{ \begin{array}{l} s' e^{i\psi'} = \frac{i B_m n}{-u} \cdot a' e^{i\varphi'}, \; s' = -\frac{n B_m}{\sqrt{\alpha^2 + r^2}} \cdot a', \; \operatorname{tg}(\psi' - \varphi') = \frac{\alpha}{r} \\ s'' e^{i\psi''} = \frac{i B_m n}{u} \cdot a'' e^{i\varphi''}, \; s'' = \frac{n B_m}{\sqrt{\alpha^2 + r^2}} \cdot a'', \; \operatorname{tg}(\psi'' - \varphi'') = \frac{\alpha}{r}. \end{array} \right. \tag{18a}$$

Man erhält somit für h und q folgende Ausdrücke:

$$(19)\qquad h=\frac{Q}{k_{1m}\,B_m\,T_m^{\,2}}\cdot x+a_0'\,e^{-\alpha x}\cdot\cos n\left(t-\frac{x}{c}+\frac{\varphi_0'}{n}\right)+a_0''\,e^{\alpha x}\cdot\cos n\left(t+\frac{x}{c}+\frac{\varphi_0''}{n}\right)$$

$$(19\text{a})\qquad q'=Q+B_m\sqrt{g\,T_m}\cdot\cos\vartheta'\left[-a_0'\,e^{-\alpha x}\cdot\cos n\left(t-\frac{x}{c}+\frac{\varphi_0'}{n}+\vartheta'/2\right)+a_0''\,e^{\alpha x}\cdot\cos n\left(t+\frac{x}{c}+\frac{\varphi_0''}{n}+\vartheta'/2\right)\right].$$

Die Werte a' und a'' werden entsprechend den gegebenen Randbedingungen ermittelt, und zwar werden hierzu gemäß Abschnitt 3d folgende Werte berechnet:

$$(20)\qquad A''={}^1/_2\left(e^{uL}+e^{-uL}\right)=\cos rL\cdot\mathfrak{Cof}\,\alpha L+i\cdot\sin rL\cdot\mathfrak{Sin}\,\alpha L$$

$$(21)\qquad B''=-\frac{i\,u}{2\,B_m\,n}\left(e^{uL}-e^{-uL}\right)=-\frac{R'}{B_m\,n}\cdot[(\cos\vartheta'/2\cdot\cos rL\cdot\mathfrak{Sin}\,\alpha L+\sin\vartheta'/2\cdot\sin rL\cdot\mathfrak{Cof}\,\alpha L)-i\,(\sin\vartheta'/2\cdot\cos rL\cdot\mathfrak{Sin}\,\alpha L-\cos\vartheta'/2\cdot\sin rL\cdot\mathfrak{Cof}\,\alpha L)]$$

$$(22)\qquad C''=\frac{i\,B_m\,n}{2\,u}\left(e^{uL}-e^{-uL}\right)=\frac{B_m\,n}{R'}\,[(-\cos\vartheta'/2\cdot\cos rL\cdot\mathfrak{Sin}\,\alpha L+\sin\vartheta'/2\cdot\sin rL\cdot\mathfrak{Cof}\,\alpha L)+i\,(-\sin\vartheta'/2\cdot\cos rL\cdot\mathfrak{Sin}\,\alpha L-\cos\vartheta'/2\cdot\sin rL\cdot\mathfrak{Cof}\,\alpha L)]$$

$$(23)\qquad D''=A'',$$

statt L kann auch x oder $(L-x)$ eingesetzt werden, wenn man Gezeitenwerte zwischen 0 und L berechnen will. Ist h_0 und h_L bekannt, so ergibt sich:

$$(19\text{b})\qquad h_x=\left(A_x''-B_x''\cdot\frac{A_L''}{B_L''}\right)h_0+\frac{B_x''}{B_L''}\cdot h_L,$$

wobei die Zeiger angeben, ob in Gl. (20) bis (22) x oder L einzusetzen ist.

Wenn bei $x=0$ und $x=L$ die Gezeitenlinie $h_0=M_0+i\,N_0$ und $h_L=M_L+i\,N_L$ gegeben sind, dann ergeben sich die Gezeitenlinien h_0' und h_0'' ohne Zwischenberechnung der Werte A'' bis D'' zu:

$$(24)\qquad h_0'=a_0'\cdot\cos(nt+\varphi_0')+i\,a_0'\cdot\sin(nt+\varphi_0')=\frac{M_L+i\,N_L-a_0\,e^{-\alpha_2 L}\,[\cos(\varphi_0-r_2L)+i\cdot\sin(\varphi_0-r_2L)]}{e^{-\alpha_1 L}\,[\cos(\varphi_0-r_1L)+i\cdot\sin(\varphi_0-r_1L)]-e^{-\alpha_2 L}\,[\cos(\varphi_0-r_2L)+i\cdot\sin(\varphi_0-r_2L)]}.$$

$$(24\text{a})\qquad h_0''=a_0''\cdot\cos(nt+\varphi_0'')+i\,a_0''\cdot\sin(nt+\varphi_0'')=a_0-a_0',$$

bei $\varphi_0=0$ wird $N_0=0$:

$$(25)\qquad h_0'=\frac{M_L+i\,N_L-M_0\,e^{-\alpha_2 L}(\cos r_2L-i\cdot\sin r_2L)}{e^{-\alpha_1 L}(\cos r_1L-i\cdot\sin r_1L)-e^{-\alpha_2 L}(\cos r_2L-i\cdot\sin r_2L)}$$

$$(25\text{a})\qquad h_0''=M_0-a'.$$

Will man die Gezeitenlinien h_0' und h_0'' nicht in vektorieller Form ermitteln, dann benutzt man besser die folgenden Ausdrücke:

$$(24\text{b})\qquad a_0'=\sqrt{\frac{a_L^2+\left(a_0\,e^{-\alpha_2 L}\right)^2-2\,a_0\,e^{-\alpha_2 L}\,a_L\cdot\cos(\varphi_0-\varphi_L-r_2L)}{e^{-2\alpha_1 L}+e^{-2\alpha_2 L}-2\,e^{-\alpha_1 L}\,e^{-\alpha_2 L}\cdot\cos[(r_1-r_2)L]}}$$

$$(24\text{c})\qquad a_0''=\sqrt{\frac{a_L^2+\left(a_0\,e^{-\alpha_1 L}\right)^2-2\,a_0\,e^{-\alpha_1 L}\,a_L\cdot\cos(\varphi_0-\varphi_L-r_1L)}{e^{-2\alpha_1 L}+e^{-2\alpha_2 L}-2\,e^{-\alpha_1 L}\,e^{-\alpha_2 L}\cdot\cos[(r_1-r_2)L]}}$$

$$(24\text{d})\qquad \operatorname{tg}\varphi_0'=\frac{a_L\left[e^{-\alpha_1 L}\cdot\sin(\varphi_L+r_1L)-e^{-\alpha_2 L}\cdot\sin(\varphi_L+r_2L)\right]-a_0\,e^{-\alpha_2 L}}{a_L\left[e^{-\alpha_1 L}\cdot\cos(\varphi_L+r_1L)-e^{-\alpha_2 L}\cdot\cos(\varphi_L+r_2L)\right]-a_0\,e^{-\alpha_2 L}}\cdot\frac{\left[e^{-\alpha_1 L}\cdot\sin(\varphi_0+r_1L-r_2L)-e^{-\alpha_2 L}\cdot\sin\varphi_0\right]}{\left[e^{-\alpha_1 L}\cdot\cos(\varphi_0+r_1L-r_2L)-e^{-\alpha_2 L}\cdot\cos\varphi_0\right]}$$

$$(24\text{e})\qquad \operatorname{tg}\varphi_0''=\frac{a_L\left[e^{-\alpha_1 L}\cdot\sin(\varphi_L+r_1L)-e^{-\alpha_2 L}\cdot\sin(\varphi_L+r_2L)\right]+a_0\,e^{-\alpha_1 L}}{a_L\left[e^{-\alpha_1 L}\cdot\cos(\varphi_L+r_1L)-e^{-\alpha_2 L}\cdot\cos(\varphi_L+r_2L)\right]+a_0\,e^{-\alpha_1 L}}\cdot\frac{\left[e^{-\alpha_2 L}\cdot\sin(\varphi_0-r_1L+r_2L)-e^{-\alpha_1 L}\cdot\sin\varphi_0\right]}{\left[e^{-\alpha_2 L}\cdot\cos(\varphi_0-r_1L+r_2L)-e^{-\alpha_1 L}\cdot\cos\varphi_0\right]}$$

$$(24\text{f})\qquad a_L'=a_0'\,e^{-\alpha_1 L}$$

$$(24\text{g})\qquad a_L''=a_0''\,e^{-\alpha_2 L}$$

$$(24\text{h})\qquad \varphi_L'=\varphi_0'-r_1L$$

$$(24\text{i})\qquad \varphi_L''=\varphi_0''-r_2L.$$

Mit Hilfe dieser Gleichungen und der Gl. (16), (16c), (16d), (16e) oder (44) ist es möglich, die gegebenen Gezeiten eines Flusses in die einlaufende und die zurückgeworfene Gezeit zu zerlegen. Sind die zwei Gezeitenlinien in der Entfernung L gegeben, dann werden zuerst aus dem Querschnitt der Strecke die Werte α und r berechnet. Mit diesen Werten erhält man sodann die Teilgezeiten, von denen besonders die Größe der zweiten von Bedeutung ist, da sie angibt, wie stark sich in dem betreffenden Flußabschnitt das Zurückwerfen der Gezeitenwelle bemerkbar macht.

Die Anwendung des Verfahrens der unmittelbaren Integration ist bedeutend einfacher als der in Abschnitt 3a beschriebene Weg. Wieweit die Näherung für das Reibungsgesetz genügt, muß die Nachprüfung beobachteter Gezeitenvorgänge in jedem Fall besonders ergeben. Nach den bisher vorliegenden Erfahrungen bei größeren Gezeitenberechnungen scheint aber bei genügender Sorgfalt die geradlinige Näherung ausreichend genaue Ergebnisse zu liefern. Jedoch machen die übrigen Vereinfachungen (Vernachlässigung von J_m und $\frac{dq}{dx}$ und ungenügende Berücksichtigung des Oberwassereinflusses auf die Fortschrittgeschwindigkeit und Dämpfung der ein- und auslaufenden Welle) das Verfahren in der bisher angegebenen einfachsten Form nur zu rohen Überschlagsrechnungen brauchbar.

Im folgenden ist wiederum eine Übersicht über den Rechnungsgang zusammengestellt.

Rechnungsgang.

Gegeben an der Flußmündung $h_0=a_0\cdot\cos(nt+\varphi_0)$, die Flutgrenze h_L mit der Oberwassermenge $Q=q_L$, k_2, B_m, T_m für sämtliche Flußabschnitte.

Berechnung jeweils für einen Flußabschnitt:

1. Schätzung der voraussichtlichen Geschwindigkeit $v_{max}=V+e$,
2. Berechnung des geradlinig veränderlichen Widerstandsbeiwertes k_{1m} aus dem quadratischen nach Gl. (14), (14a), (14b),
3. Berechnung des MW.-Gefälles J_m nach Gl. (18b),
4. Ermittlung von $\operatorname{tg}\vartheta$ nach Gl. (17),
5. Ermittlung von R' nach Gl. (17a),
6. desgl. von α nach Gl. (17b),
7. desgl. von c nach Gl. (17c),
8. desgl. von A'' bis D'' nach Gl. (20) bis (23).

Nach Durchrechnung sämtlicher Flußabschnitte Bestimmung von h_0' und h_0'' aus den gegebenen Randbedingungen (vgl. Abschnitt 3d).

Dieses überschlägliche Verfahren ist in erster Linie zur Ermittlung von q_0 für die genaue Berechnung des vorigen Abschnitts gedacht. Man erhält:

die Dämpfung des Tidenhubs nach Gl. (17b),
die Fortschrittsgeschwindigkeit nach Gl. (19),
die HW.- und NW.-Linien nach Gl. (3b) u. (15),
die Stundenlinien nach Gl. (19) für $t=$ konst,
die Geschwindigkeiten nach Gl. (19a),
das Gefälle des MW.-Spiegels nach Gl. (18b).

Bei der zweiten genaueren Lösung wird von denselben Grundgleichungen (7), (7a), (7c), (7d) ausgegangen[10]), wodurch bei $T=T_m+h$ gesetzt wird (Abb. 3).

Der Einfluß des Oberwassers wird ebenfalls dadurch berücksichtigt, daß zu den nach Gl. (1) u. (4) regelmäßig veränderlichen Größen v, q, h noch Unveränderliche T_m, V, Q hinzutreten, die sowohl nach t wie auch nach x als unveränderlich gedacht werden:

$$(26)\qquad \frac{dv}{dt}=-(V+v)\frac{dv}{dx}+g\left(J_m+\frac{dh}{dx}\right)-\frac{g(V+v)^2}{k_2^2(T_m+h)}$$

$$(26\text{a})\qquad \frac{dq}{dx}=-B_M\cdot\frac{dh}{dx}.$$

Setzt man $v=0$, so erhält man die gewöhnliche Abflußgleichung $V=k_2\sqrt{T_m\,J_m}$. Es wird weiter angenommen, daß neben der M_2-Tide $(n=1{,}405\cdot10^{-4})$ die übrigen Tiden vernachlässigt werden können und daß die Bewegungen des Wasserspiegels klein im Verhältnis zur MW.-Tiefe sind. Daher bleibt die Veränderung von k_2 und F mit steigendem oder fallendem Wasserstand unberücksichtigt. Ebenso wird der Einfluß, den der stete Wasserstandswechsel auf die Geschwindigkeit, die zeitliche und örtliche Beschleunigung und den Reibungswiderstand der Strömung hat, nicht in Betracht gezogen.

Der Wert $(V+v)^2=(V+e\cdot\cos nt)^2$ wird zur Vereinfachung der Rechnung in einen unveränderlichen und einen cos-Wert zerlegt mittels Auflösung in eine Fourierreihe:

$$(27)\qquad \pm(V+v)^2=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\pm(V+v)^2\,d(nt)+\frac{1}{\pi}\cdot\cos nt\int_0^{2\pi}\pm(V+v)^2\cos nt\,d(nt).$$

---

[10]) J. P. Mazure, Getijberekning voor Benedenrivieren. De Ingen. 50, (1935), S. B. 212, und De Berekning van Getijden en Stormvloeden op benedenrivieren. Diss. Delft 1937.

Eingesetzt in $\frac{g(V+v)^2}{k_2^2(T_m+h)}$ ergibt das eine Zerlegung in einen unveränderlichen Anteil W und einen zeitlich veränderlichen Anteil $w = f \cdot \cos nt$. h wird vorläufig vernachlässigt.

(27a) $$W = \frac{g}{k_2^2 T_m} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \pm (V+v)^2 \, d(nt)$$

(27b) $$f = \frac{g}{k_2^2 T_m} \cdot \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \pm (V+v)^2 \, d(nt).$$

Integration für $V > e$ (Abb. 5):

(27c) $$W = \frac{g}{k_2^2 T_m} (V^2 + {}^1/_2 \, e^2)$$

(27d) $$w = \frac{2 \, g V}{k_2^2 T_m} \cdot v.$$

Integration für $V < e$ (Abb. 6):

$$\varepsilon = \arc \sin \frac{V}{e}, \text{ besser} = \arc \sin \frac{Q}{s}$$

(27e) $$W = \frac{g}{k_2^2 T_m} \cdot V e \left[\frac{3}{\pi} \cdot \cos \varepsilon + \frac{\varepsilon}{\pi \cdot \sin \varepsilon} (1 + 2 \cdot \sin^2 \varepsilon)\right]$$

(27f) $$w = \frac{g}{k_2^2 T_m} \cdot \frac{4}{\pi} \left[e\left(\cos \varepsilon - \frac{1}{3} \cdot \cos^2 \varepsilon\right) + V(\varepsilon - \sin \varepsilon \cdot \cos \varepsilon) + \frac{V^2}{e} \cdot \cos \varepsilon\right] v.$$

An Stelle des quadratischen wird jetzt ein mittlerer geradlinig veränderlicher Widerstandsbeiwert k_{1m} eingeführt, so daß

$$W = \frac{g V}{k'_{1m} T_m} \qquad w = \frac{g V}{k''_{1m} T_m}$$

$$\frac{g(V+v)^2}{k_2^2 (T_m + h)} = \frac{(W+w) T_m}{T_m + h} = g \cdot \frac{\left(\frac{V}{k'_{1m}} + \frac{V}{k''_{1m}}\right)}{T_m + h},$$

da h hier nicht mehr vernachlässigt wird.

Bei $V > e$ wird:

(28a) $$k'_{1m} = \frac{k_2^2}{\left(V + {}^1/_2 \cdot \frac{e^2}{V}\right)}$$

(28b) $$k''_{1m} = \frac{k_2^2}{2V}.$$

Bei $V < e$:

(28c) $$k'_{1m} = \frac{k_2^2}{\left[\frac{3}{\pi} \cdot \cos \varepsilon + \frac{\varepsilon}{\pi \cdot \sin \varepsilon} (1 + 2 \cdot \sin^2 \varepsilon)\right] e}$$

(28d) $$k''_{1m} = \frac{k_2^2 \, \pi}{4 \left[\cos \varepsilon + \varepsilon \cdot \sin \varepsilon - {}^1/_3 \cdot \cos^3 \varepsilon\right] e}.$$

Die Gl. (26) u. (26a) lauten jetzt:

(26b) $$\frac{dv}{dt} = -(V+v) \frac{dv}{dx} + g\left(J_m + \frac{dh}{dx}\right) - \frac{g}{T_m + h} \left(\frac{V}{k'_{1m}} + \frac{v}{k''_{1m}}\right)$$

(26c) $$\frac{dq}{dx} = -B_M \cdot \frac{dh}{dt}.$$

Außerdem ist:

(29) $$(Q+q) = B_m (T_m + h)(V+v);$$

für $\frac{T_m}{T_m + h}$ wird näherungsweise gesetzt $1 - \frac{h}{T_m}$,

für $\frac{1}{k_{1m}} = \frac{k T_m}{g}$

(26d) $$\underline{\frac{dv}{dt}} = -(\underline{V} + v) \frac{dv}{dx} + g\left(\underline{J_m} + \underline{\frac{dh}{dx}}\right) - \underline{k' V} + \underline{k' V \cdot \frac{h}{T_m}} - \underline{k'' v} + k'' v \cdot \frac{h}{T_m}$$

(26e) $$\underline{\frac{dq}{dx}} = -B_M \cdot \underline{\frac{dh}{dt}}$$

(29a) $$\underline{Q} + q = \underline{B_m T_m V} + \underline{B_m T_m} v + \underline{B_m h V} + B_m h v.$$

Diese Ausdrücke enthalten unveränderliche und zeitlich veränderliche Glieder von der Hauptschwingzahl $\underline{nt}$ und von höherer Schwingzahl, wie

$$v \cdot \frac{dv}{dx} = e^2 \cdot \cos nt \cdot \sin nt = {}^1/_2 \, e^2 \cdot \sin 2nt \quad \text{und}$$

$$vh = e \cdot \cos nt \, a \cdot \cos(nt - \Delta\varphi),$$

wenn $\Delta\varphi = \psi - \varphi$ die Gangverschiebung zwischen h und v ist.

Man erhält:

$$vh = e a \cdot \cos nt (\sin nt \cdot \cos \Delta\varphi - \cos nt \cdot \sin \Delta\varphi)$$
$$= e a \cdot \cos nt \cdot \sin nt \cdot \cos \Delta\varphi - e a \cdot \sin \Delta\varphi \cdot \cos^2(nt),$$

da $\cos^2 nt = \frac{\cos 2nt + 1}{2}$, wird

$$vh = \frac{e a}{2} (\sin 2nt \cdot \cos \Delta\varphi - \cos 2nt \cdot \sin \Delta\varphi - \sin \Delta\varphi).$$

Da die Unveränderlichen für sich die Gleichungen erfüllen müssen, können sie abgespalten werden und zur Berechnung des MW.-Gefälles benutzt werden. Ferner sollen alle Schwingungen von höherer Schwingzahl als die Grundschwingung nt, also die Oberschwingungen, vernachlässigt werden.

Die Gleichung der Unveränderlichen zur Berechnung des mittleren Gefälles J_m lautet:

(30) $$J_m = \frac{V}{k_{1m} T_m}$$

(30a) $$Q = B_m T_m V$$

(31) $$V = + k_{1m} J_m T_m,$$

wenn $V > e$, nach Gl. (28a)

(31a) $$V = \frac{+ k_2^2 T_m J_m}{V + {}^1/_2 \cdot \frac{e^2}{V}}$$

(31b) $$V^2 = + k_2^2 T_m J_m - {}^1/_2 \, e^2$$

gegenüber

(6b) $$V^2 = + k_2^2 T_m J_m$$

bei der tidefreien Bewegung.

Der Ausdruck für $V < v_0$ wird umständlicher entsprechend Gl. (28c).

Die Gleichungen für die veränderlichen Glieder nt lauten:

(32) $$\frac{dv}{dt} = -V \cdot \frac{dv}{dx} + g \cdot \frac{dh}{dx} + \underline{k'_{1m} V \cdot \frac{h}{T_m}} + k''_{1m} v$$

(32a) $$\frac{dq}{dx} = -B_M \cdot \frac{dh}{dt}$$

(33) $$q = B_m T_m v + \underline{B_m T_m V}.$$

Die unterstrichenen Glieder sind gegenüber der Gl. (12a) hinzugefügt. Die Gleichungen werden ungleich verwickelter, wenn man die weggelassenen Glieder der Gl. (7c) u. (7d) berücksichtigt und F mit h sich ändern läßt (Trapezquerschnitt). Man erhält dann für Gl. (30):

(30b) $$J_m = \frac{m_0 \, q^2_{\max}}{k_2^2 F_m^2 T_m} - \frac{m_1 \chi \, a \, q^2_{\max} \cdot \cos(\psi - \varphi)}{k_2^2 F_m^2 T_m} + \frac{ds^2}{4 g F_m^2 dx},$$

wobei $q_{\max}$ der größere von den beiden Werten Q und s ist, und

bei $V > e$, $Q > s$:

$$m_0 = 1 + {}^1/_2 \cdot \frac{s^2}{Q^2}$$

$$m_1 = 2 \cdot \frac{s}{Q}$$

$$m_2 = {}^1/_2 \cdot \frac{s^2}{Q^2},$$

bei $V < e$, $Q < s$:

$$m_0 = \frac{1}{\pi} [3 \cdot \sin \varepsilon \cdot \cos \varepsilon + \varepsilon (1 + 2 \cdot \sin^2 \varepsilon)]$$

$$m_1 = \frac{4}{\pi} [\cos \varepsilon + \varepsilon \cdot \sin \varepsilon - {}^1/_3 \cdot \cos^3 \varepsilon]$$

$$m_2 = \frac{1}{\pi} [{}^2/_3 \cdot \sin \varepsilon \cdot \cos^2 \varepsilon + \sin \varepsilon \cdot \cos \varepsilon + \varepsilon]$$

und $$\chi = \frac{1}{k_2^2 F_m^2 T_m} \cdot \frac{d(k_2^2 F^2 T^2)}{dh}.$$

Wenn k_2 unveränderlich und der Querschnitt rechteckig ist, wird $\chi = \frac{3}{T_m}$.

Der letzte Ausdruck der Gl. (30b) berücksichtigt die Geschwindigkeitsänderung längs des Flusses und wird besser dadurch ersetzt, daß man die Berechnung streckenweise mit unverändertem Querschnitt durchführt und an den Übergängen von zwei Querschnitten schreibt:

$$\frac{1}{2 g F_m^2} \cdot \frac{ds^2}{2 dx} = \frac{1}{2 g} \left[\frac{Q^2 + \frac{1}{2} \cdot s_1^2}{F^2_{m1}} - \frac{Q^2 + \frac{1}{2} \cdot s_2^2}{F^2_{m2}}\right].$$

Man erhält Gl. (30) aus Gl. (30b), indem man das zweite und dritte Glied vernachlässigt, d. h. die Tatsache außer acht läßt, daß der HW.-Strom in einem anderen Querschnitt fließt als der NW.-Strom, und den Druckhöhenverlust durch den Querschnittswechsel nicht in Rechnung stellt. Es empfiehlt sich im allgemeinen, die ausführlichere Gl. (30b) zu benutzen.

Zu Gl. (32) tritt für den Reibungswiderstand auf der rechten Seite an Stelle von $k'_{1m} V \cdot \frac{h}{T_m}$ der allgemeinere Ausdruck $\frac{\chi (m_0 - {}^1/_2\, m_2)}{k_2^2 F_m^2 T_m} \cdot a\, q_{max}$, dessen erster Summand für $k_2^2 = \text{konst}$ und $F = F_m$ in den obigen Ausdruck übergeht. Der zweite Summand berücksichtigt den Einfluß des Wasserstandwechsels auf den Widerstand, ebenso wie bei dem noch hinzuzufügenden Glied

$$-\frac{[m_1 - \chi\, m_2\, a_0 \cdot \cos(\psi - \varphi)]\, q_{max}\, q}{k_2^2 F_m^2 T_m\, s},$$

dessen erster Teil gleichbedeutend mit dem Ausdruck $k''_{1m}\, v$ ist.

Für den Einfluß des Wasserstandwechsels auf die örtliche Beschleunigung $\left(\frac{dF}{dx}\right)$, der sehr gering ist, erhält man: $-\frac{V^2}{T_m} \cdot \frac{dh}{dx}$, für den Einfluß auf die zeitliche Beschleunigung $\left[\frac{dF}{dt} \text{ bzw. } \frac{dh}{dt} \left(\sim \frac{dq}{dx}\right)\right]$ erhält man statt $-V \cdot \frac{dv}{dx}$ den genaueren Ausdruck:

$$-\frac{Q\,(B_M + B_m)}{g F_m^2} \cdot \frac{dh}{dt}.$$

Es ist nicht immer erforderlich, die genaueren Ausdrücke in Gl. (32) einzusetzen.

Die Gl. (32) u. (32a) werden integriert wie bei der Lösung der Gl. (13) u. (13a). Man erhält:

$$(15\text{d})\quad h = h_0' e^{int - u_1 x} + h_0'' e^{int - u_2 x}$$
$$= a_0' e^{-\alpha_1 x} \cdot \cos(nt - r_1 x + \varphi_0') + a_0'' e^{-\alpha_2 x} \cdot \cos(nt - r_2 x + \varphi_0'')$$

$$(15\text{e})\quad v = e_0' e^{int - u_1 x} + e_0'' e^{int - u_2 x}$$

$$(15\text{f})\quad q = s_0' e^{int - u_1 x} + s_0'' e^{int - u_2 x}$$
$$= s_0' e^{-\alpha_1 x} \cdot \cos(nt - r_1 x + \psi_0') + s_0'' e^{-\alpha_2 x} \cdot \cos(nt - r_2 x + \psi_0'').$$

a_0', e_0', s_0', φ_0', ψ_0' usw. liegen durch die Randbedingungen wie bei den Gl. (17b) u. (17c) fest (s. auch Abschnitt 3d). Zwischen a_0' und s_0' bzw. a_0'' und s_0'' bestehen die Beziehungen:

$$(18\text{c})\quad \left|\begin{array}{ll} s_0' e^{i\psi_0'} = -\frac{B_M n i}{u_1} \cdot a_0' e^{i\varphi_0'} & \\ s_0' = -\frac{n B_M}{\sqrt{\alpha_1^2 + r_1^2}} \cdot a_0' & \operatorname{tg}(\psi_0' - \varphi_0') = \frac{\alpha_1}{r_1} \\ s_0'' e^{i\psi_0''} = -\frac{B_M n i}{u_2} \cdot a_0'' e^{i\varphi_0''} & \\ s_0'' = -\frac{n B_M}{\sqrt{\alpha_1^2 + r_1^2}} \cdot a_0'' & \operatorname{tg}(\psi_0'' - \varphi_0'') = \frac{\alpha_2}{r_2}. \end{array}\right.$$

Ferner ist:

$$e_0' = \frac{s_0'}{F} \qquad e_0'' = \frac{s_0''}{F}.$$

Als Lösung für u erhält man den der Gl. (16) entsprechenden Ausdruck:

$$(16\text{c})\quad u^2 - u \cdot \frac{k'_{1m} + k''_{1m} + in\left(1 + \frac{B_M}{B_m}\right)}{g T_m - V^2} \cdot V + \frac{B_M (n^2 - i\, k''_{1m} n)}{B_m (g T_m - V^2)} = 0.$$

Außerdem ist:

$$s' = B_m T_m e' + B_m V a'.$$

Die beiden Wurzeln der Gl. (16c) gelten für den Fall, daß man die x-Achse in die Richtung des Oberwasserabflusses legt, also stromabwärts rechnet. Rechnet man stromaufwärts (Abb. 3), so erhalten u_1 und u_2 entgegengesetzte Vorzeichen, und zwar bekommt dann die positive Wurzel u_1 den größeren Zahlenwert, die negative Wurzel u_2 den kleineren. Die beiden Wurzeln u unterscheiden sich also nicht wie bisher nur durch die Vorzeichen. Die beiden entgegengesetzt laufenden Gezeitenwellen haben daher (infolge des Oberwassers) nicht die gleiche Fortschrittsgeschwindigkeit $c = \frac{n}{r}$ und Dämpfung wie bei den Gleichungen für Seekanäle.

Berücksichtigt man die vorher erwähnten vernachlässigten Einflüsse, so erhält man die ausführlichere Gleichung:

$$(16\text{d})\quad u^2 - u \left[\frac{\chi (m_0 - {}^1/_2\, m_2)\, g\, q^2_{max}}{k_2^2 F_m T_m (F_m g - V^2 B_m)} + i \cdot \frac{V_n \left(1 + \frac{B_M}{B_m}\right)}{g T_m - V^2}\right]$$
$$+ \frac{B_M n^2}{g F_m - V^2 B_M} - i \cdot \frac{B_M n}{1 - \frac{V^2}{g} \cdot \frac{B_m}{F_m}}$$
$$\cdot \left[\frac{[m_1 - \chi\, m_2\, a \cdot \cos(\psi - \varphi)]\, q^2_{max}}{k_2^2 F_m^2 T_m\, s} + \frac{Q}{g} \cdot \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{F_m^2}\right)\right] = 0,$$

die ungleich verwickelter als Gl. (16c) ist und nur in besonderen Fällen angewendet zu werden braucht.

Man erhält Gl. (16c) aus (16d), wenn man $Q = V F_m$, $s = e F$, $F = TB$, $\frac{dF}{dx} = 0$ und $m_2 = 0$ setzt. Ferner kann in Gl. (16c) noch $V^2 B_M$ gegenüber $g F_m$ bzw. V^2 gegenüber $g T_m$ vernachlässigt werden, so daß sich die Gleichung weiter vereinfacht.

Gegen die Mündung verliert oft der Oberwasserabfluß Q gegenüber s an Bedeutung (Abb. 6), so daß er überhaupt wegfallen kann. Man erhält dann für diese Strecke die Gleichungen für die Gezeitenbewegung ohne Oberwasserabfluß[11]) dadurch, daß man $V = 0$ bzw. $Q = 0$ setzt.

Für die Randbedingungen erhält man folgende Werte:

$$(20\text{a})\qquad A' = \frac{u_1 e^{u_1 L}}{u_1 - u_2} + \frac{u_2 e^{u_2 L}}{u_2 - u_1}$$

$$(21\text{a})\qquad B' = \frac{u_1 u_2}{B_m n i}\left[\frac{e^{u_1 L}}{u_1 - u_2} + \frac{e^{u_2 L}}{u_2 - u_1}\right]$$

$$(22\text{a})\qquad C' = -B_m n i \left[\frac{e^{u_1 L}}{u_1 - u_2} + \frac{e^{u_2 L}}{u_2 - u_1}\right]$$

$$(23\text{a})\qquad D' = \frac{u_1 e^{u_2 L}}{u_1 - u_2} + \frac{u_2 e^{u_1 L}}{u_2 - u_1}.$$

Ferner ist (vgl. Abschnitt 3d):

$$(20\text{b})\qquad A''' = \frac{B n i (u_1 - u_2)\, e^{u_1 L + u_2 L}}{u_1 u_2 \left(e^{u_1 L} - e^{u_2 L}\right)}$$

$$(21\text{b})\qquad B''' = \frac{B n i \left(u_1 e^{u_2 L} - u_2 e^{u_1 L}\right)}{u_1 u_2 \left(e^{u_1 L} - e^{u_2 L}\right)}$$

$$(22\text{b})\qquad C''' = \frac{-B n i \left(u_1 e^{u_1 L} - u_2 e^{u_2 L}\right)}{u_1 u_2 \left(e^{u_1 L} - e^{u_2 L}\right)}$$

$$(23\text{b})\qquad D''' = \frac{-B n i (u_1 - u_2)}{u_1 u_2 \left(e^{u_1 L} - e^{u_2 L}\right)}.$$

Diese Gleichungen zeigen einen ähnlichen Aufbau wie die Gl. (20) bis (23). Sie werden nur durch zwei Werte u gegenüber einem erweitert.

Das bedeutet also, daß die einlaufende Gezeitenwelle eine andere Dämpfung und Fortschrittsgeschwindigkeit aufweist als die auslaufende Welle. Dieser Unterschied ist eine Wirkung des Oberwassers. Von den beiden Formen der Gleichung dürfte die für den Rechteckquerschnitt in vielen Fällen genügen, Gl. (32) u. (32a). Erst bei stärkeren Abweichungen des natürlichen Querschnitts von einem Rechteck empfiehlt es sich, die genaueren Ansätze zu wählen. Das im folgenden Rechnungsgang nochmals zusammengestellte Verfahren dürfte nach der heutigen Kenntnis der Dinge die beste Lösung der Gezeitenfrage in Flußläufen darstellen. Die Durchrechnungen nach diesem Verfahren, die Mazure[11]) angibt, sprechen für eine befriedigende Übereinstimmung mit der Wirklichkeit.

Rechnungsgang.

Gegeben: $h_0 = a_0 \cdot \cos nt$ an der Flußmündung, B_m, B_M, F, T_m, k_2, q_L, v_L, $V = \frac{q_L}{F_m}$ (Abb. 3 u. 4).

1. Schätzung der Werte a und e der (Gl. 1) sowie der Gangverschiebung $\psi - \varphi$ auf Grund einer überschläglichen Berechnung (vgl. Abschnitt 3a). Damit sind die Strom- und Gezeitenlinien für den jeweils untersuchten Flußabschnitt gegeben.

2. Berechnung von k und k' nach Gl. (28a) bis (28d).

3. Berechnung von u aus Gl. (16c) oder (16d). Man erhält zwei Werte u_1 und u_2 mit je einem reellen und einem imaginären Teil. Der reelle Teil ist gleich α_1 bzw. α_2, der imaginäre Teil gleich r_1 bzw. r_2. Da $r = \frac{n}{c}$, ist damit die Fortschrittsgeschwindigkeit und die Dämpfung in beiden Richtungen gegeben.

4. Berechnung von A', B', C', D' nach Gl. (20a) bis (23a), Gl. (20b) bis (23b).

5. Lösung der Gleichungen für die Randbedingungen nach Abschnitt 3d.

6. Vergleich der erhaltenen Werte für a, e und $\psi - \varphi$ in jeder Flußstrecke mit den unter 1 angenommenen Werten. Gegebenenfalls Wiederholung der Rechnung 1 bis 6, bis genügende Übereinstimmung herrscht.

7. Berechnung des MW.-Gefälles nach Gl. (30c) mit den genauen Werten von a und e.

Man erhält somit:

die Dämpfung des Tidenhubs nach Gl. (16c) oder (16d),

die Fortschrittsgeschwindigkeit nach Gl. (16c) oder (16d),

---

[11]) s. Fußnote 1, Abschnitt 5, der Abhandlung.

die HW.- oder NW.-Linien nach Gl. (3b) u. (15d), wobei für h_0' und h_0'' die Werte nach Gl. (24), (24a), (25) u. (25a) eingesetzt werden. Wird $a_L = 0$ für $L = \infty$, so ist

(34) $h_0'' = 0$ und $a = a_0 e^{\alpha_1 x}$ [vgl. Gl. (17b)],

die Stundenlinien nach Gl. (15d),
die Geschwindigkeiten nach Gl. (15f),
das Gefälle des MW.-Spiegels nach Gl. (30b).

c) Sturmflutberechnung.

Die bisher beschriebenen Rechnungsverfahren gingen mit einer Ausnahme von Annahmen aus, daß die Gezeit an der Mündung des Flusses durch cos-Tiden wiedergegeben werden kann. Das ist immer dann möglich, wenn die unregelmäßigen Einflüsse auf die Gezeiten[12]), wie Wind, Luftdruck, Niederschläge, nicht berücksichtigt zu werden brauchen. Will man jedoch die Wasserstände, die in einem Wasserlauf bei Sturmflut eintreten können, vorausbestimmen, so muß man diese unregelmäßigen Einflüsse in die Berechnung mit einbeziehen. Am einfachsten läßt sich dieser Zusatz bei dem unter 3a wiedergegebenen Verfahren einfügen. Wie ich bereits an anderer Stelle gezeigt habe[9]), läßt sich die Erhöhung des MW. durch den Wind ausdrücken durch

$$h_W = b\,U^{\beta} \cdot \cos^{\beta}(\vartheta - \delta), \tag{35}$$

so daß die Gleichung der Gezeitenlinie bei Wind lautet:

$$h = b\,U^{\beta} \cdot \cos^{\beta}(\vartheta - \delta) + a \cdot \cos(n t + \varphi) = b\,U^{\beta}\, e^{i\beta(\vartheta - \delta)} + a\, e^{i(n t + \varphi)}. \tag{1c}$$

Setzt man für die in Richtung der Berührenden wirkende Reibungskraft des Windes je Flächeneinheit R, so ist

$$R = \frac{d b}{d x} \cdot \frac{\gamma T}{\lambda} \cdot U^{\beta} \cdot \cos^{\beta}(\vartheta - \delta) \cos\omega. \tag{36}$$

Fügt man den Einfluß des Windes zur Gl. (9a) hinzu, so erhält man

$$\frac{d q}{d t} = B_m g T \cdot \frac{d T}{d x} \mp \frac{g q^2}{k_2^2 T^2 B_m} + J_m B_m g T + \frac{R}{\varrho} \cdot B_m \tag{9e}$$

und mit $R = E R = \frac{g}{\varrho T_m^2 k_2^2} \cdot R$

$$\frac{d q}{d t} = \frac{d T}{d x} \mp q^2 + J_m + R. \tag{9f}$$

Die Beiwerte der Gl. (11f) bis (11k) ändern sich nicht. In Gl. (11e) wird hinzugefügt $+R$. Die Durchführung der Rechnung ist die gleiche wie in Abschnitt 3a. Die Werte für b und $\frac{d b}{d x}$ müssen, ebenso wie β, aus Beobachtungen gegeben sein.

Will man den Einfluß des Windes an Stelle dieses umständlichen Verfahrens durch eine Integration der Gezeitengleichung nach Abschnitt 3b berechnen[10]), so wird nach Mazure davon ausgegangen, daß die Gezeitengleichung durch eine aufgeschaukelte Schwingung von der Form 1b, c dargestellt wird (Abb. 2).

Ausgangsgleichung ist Gl. (7d). Der Windeinfluß wird durch das Windgefälle $J_W = \frac{\lambda}{\gamma} \cdot \frac{R}{T}$ berücksichtigt. Mit $m = 2$ und $d F = B_m\, d h$ ist

$$J = J_m + J_W + \frac{d h}{d x} = \frac{q^2}{k_2^2 F^2 T} + \frac{1}{g F}\left[\frac{d q}{d t} - \frac{q(B_m + B_M)}{F} \frac{d T}{d t} - \frac{q^2 B_m}{F^2} \frac{d T}{d x}\right] + \frac{\lambda}{\gamma} \cdot \frac{R}{T}. \tag{26f}$$

Für h ist wie bei Gl. (26) $T - T_m$ gesetzt worden. Das Glied $\frac{d T}{d x}$ kann wegen seiner Kleinheit vernachlässigt werden. Das Gefälle J ist in einen zeitlich veränderlichen Teil $\frac{d h}{d x}$ und das Mittelwassergefälle infolge des Oberwasserabflusses J_m und des Windes J_W zerlegt. Für das letztere gilt:

$$J_m + J_W = \frac{q^2}{k_2^2 F_m^2 T_m} + \frac{\lambda}{\gamma} \cdot \frac{R_m}{T_W}, \tag{26g}$$

wobei $T_W = T_m \pm$ Windstau ist.

Zerlegt man wieder wie bei Gl. (29) in dauernde und zeitlich veränderliche Bestandteile, so erhält man aus Gl. (26f) u. (26g) eine Gleichung für $\frac{d h}{d x}$. Für k, F und T werden die während der Sturmflut beobachteten unveränderlichen Mittelwerte k_S, F_S und T_S eingesetzt; ebenso im dritten rechten Glied der Gl. (26f) $q = q_S$. Die Unterschiede zwischen den Gliedern der Gl. (26f) u. (26g) werden für den Fall, daß $q < 2\,Q$, durch Näherungswerte ersetzt. Die Gleichung lautet schließlich:

$$\frac{d h}{d x} = \frac{1}{g F_S} \cdot \frac{d q}{d t} - \frac{q_S(B_m + B_M)}{g F_S^2} \cdot \frac{d h}{d t} + 2 \cdot \frac{J_S}{Q}\left(1 - \frac{q_S}{2 Q}\right) q + \left[\frac{3(T_W + h_S)}{T_W^2} \cdot J_S - \frac{\lambda}{\gamma} \cdot \frac{R_S}{T_W}\right] h + \frac{\lambda}{\gamma} \cdot \frac{R - R_m}{T_W}. \tag{37}$$

[12]) E. Schultze, Die nichtperiodischen Einflüsse auf die Gezeiten der Elbe bei Hamburg. Aus dem Archiv der Deutschen Seewarte 53 (1935).

Mit Hilfe der Stetigkeitsgleichung (7a) kann man q entfernen und erhält:

$$\frac{d^2 h}{d x^2} = -\frac{B_M}{g F_S} \cdot \frac{d^2 h}{d t^2} - \frac{q_S(B_m + B_M)}{g F_S^2} \cdot \frac{d^2 h}{d x\, d t} - \frac{2 B_M J_S}{Q}\left(1 - \frac{q_S}{2 Q}\right)\frac{d h}{d t} + \left[\frac{3(T_W + h_S)}{T_W^2} \cdot J_S - \frac{\lambda}{\gamma} \cdot \frac{R_S}{T_W}\right]\frac{d h}{d x}. \tag{38}$$

Die Lösung hat die Form der Gl. (15d) mit n' an Stelle von $i\,n$ und

$$u^2 - u\left[\frac{3(T_W + h_S)}{T_W^2} \cdot J_S - \frac{\lambda}{\gamma} \cdot \frac{R_S}{T_W} - n' \cdot \frac{q_S(B_M + B_m)}{g F_S^2}\right] + \left[\frac{-B_M n'^2}{g F_S} + \frac{2 B J_S n'}{Q}\left(1 - \frac{q_S}{2 Q}\right)\right] = 0 \text{ und} \tag{16e}$$

$$q = \frac{B_M n}{u_1} \cdot a' e^{n' t - u_1 x} - \frac{B_M n}{u_2} \cdot a'' e^{n' t - u_2 x} \tag{15g}$$

$$Q + Q_W = \frac{\lambda}{\gamma} \cdot \frac{R - R_m}{T_W}\left|\frac{n}{g F_S} + \frac{2 J_S}{Q}\left(1 + \frac{q_S}{2 Q}\right)\right|. \tag{15h}$$

Sind h_0 und h_L gegeben, so erhält man

$$A''' = \frac{B_M n'(u_1 + u_2)}{u_1 u_2 (e^{u_1 L} - e^{u_2 L})} \tag{20c}$$

$$B''' = \frac{B_M n'(u_1 e^{u_1 L} - u_2 e^{u_2 L})}{u_1 u_2 (e^{u_1 L} - e^{u_2 L})} \tag{21c}$$

$$C''' = \frac{-B_M n'(u_1 e^{u_2 L} - u_2 e^{u_1 L})}{u_1 u_2 (e^{u_1 L} - e^{u_2 L})} \tag{22c}$$

$$D''' = \frac{-B_m n'(u_1 - u_2) e^{(u_1 + u_2) L}}{u_1 u_2 (e^{u_1 L} - e^{u_2 L})}. \tag{23c}$$

Eine Windstauberechnung der vorliegenden Art dürfte wegen der nicht ganz leicht zu treffenden Annahmen und der gegenüber der gewöhnlichen Gezeitenberechnung noch weiter erschwerten Durchrechnung nur in seltenen Fällen angewendet werden. Für das Verständnis der Vorgänge sind die theoretischen Entwicklungen von Mazure aber nichtsdestoweniger von Bedeutung. Die praktische Durchführung der Berechnung ist in der folgenden Aufstellung angegeben.

Rechnungsgang.

Gegeben: $h_0 = a_0 e^{\delta t} \cdot \cos(n t + \varphi_0)$, q_L, T_{m0}, k_2, B_m, B_M, T, $F = B_M T$, $d L$.

Gesucht: MW.-Linie, u_1, u_2, a_0', a_0'' und

$$h_x = a_0' e^{\delta t} e^{-\alpha_1 x} \cdot \cos(n t - r_1 x + \varphi_0') + a_0'' e^{\delta t} e^{-\alpha_2 x} \cdot \cos(n t - r_2 x + \varphi_0''). \tag{15i}$$

1. Berechnung des MW.-Gefälles aus Gl. (26g) mit $F_m = B_M T_m$, $J = \frac{d H_m}{d L}$ und $R_m = 0$ (geringer Einfluß des Windes im Fluß selbst angenommen, sonst für R_m Erfahrungswert nach Gl. (36) einsetzen)

$$d H_m = \frac{Q^2 d L}{B_M^2 T_m^3 k_2^2} \tag{39}$$

für die Oberwassermenge $Q = q_L$, die Länge des untersuchten Abschnitts $d L$ (Formel für gleichförmigen Abfluß nach Chezy). Für T_m = mittlere Wassertiefe bei $d L/2$ werden versuchsweise verschiedene Werte eingesetzt und die dazugehörigen Werte $d h_m$ ausgerechnet. Das Wertepaar T_m, $d H_m$, das mit dem gegebenen Wert $T_{m0} = T_m - \frac{d H_m}{2}$ übereinstimmt, ist maßgebend für die Berechnung als T_m.

2. Annahme eines maßgebenden Sturmflutstandes etwa in HW.-Höhe bei $d L/2$. Damit sind die Größen F_S, T_S, k_{2S}, $J_S = \frac{Q^2}{k_{2S}^2 F_S^2 T_S}$ gegeben. Ferner ist $T_W = T_m$ bei $d L/2$, $h_S = T_S - T_m$.

Bei HW. kann in den meisten Fällen $q_S = 0$ gesetzt werden. Häufig spielt außerdem der unmittelbare Einfluß des Windes im Tidefluß selbst nur eine geringe Rolle gegenüber der Windwirkung in See, die durch die Gezeitenlinie Gl. (1d) bereits erfaßt ist. In diesem Fall kann $R_S = 0$ gesetzt werden. Sonst sind für R_S Erfahrungswerte einzuführen.

3. Ermittlung von u nach Gl. (16e).
4. Berechnung von A''' bis D''' nach Gl. (20c) bis (23c).
5. Wiederholung der Rechnung für die nächsten Flußabschnitte.

Man erhält demnach:
den MW.-Spiegel nach Gl. (39a),
die HW.- und NW.-Linien nach Gl. (3b) u. (15i), (24), (24a),
die Gezeitenlinien nach Gl. (15i),
die Stundenlinien nach Gl. (15i) u. (24), (24a),
die Geschwindigkeitslinien nach Gl. (23k), (1) u. (5),
die Fortschrittsgeschwindigkeit und die Dämpfung nach Gl. (16e).

d) Die Randbedingungen.

In allen Fällen, wo ein Tidefluß untersucht wird, muß man wegen der vereinfachten Annahme, daß der Flußquerschnitt aus einem Rechteck von der Breite B_m oder B_M besteht, den untersuchten Fluß in mehrere Abschnitte einteilen, die jeweils einen anderen Rechteckquerschnitt als Näherung an den wirklich vorhandenen Flußquerschnitt aufweisen werden. Sind die Randbedingungen, z. B. h_0 und h_L, an den beiden Enden dieser Strecke gegeben, so erhält man h_0' und h_0'' nach Gl. (24), (27a), u nach Gl. (16), (16c), (16d), (16e), die HW.-Linie nach Gl. (15d). Es entstehen so zwei Gezeitenwellen, deren Gangverschiebung und Schwingweiten von den jeweiligen Randbedingungen (z. B. h_0, h_L) abhängen (Abb. 15). Ebenso wird jede Gezeitenlinie in einen Anteil aus der einlaufenden und einen Anteil aus der zurücklaufenden Welle zerlegt (Abb. 14). In den meisten Fällen werden als Randbedingungen aber nur die untere Grenze des untersten Teilabschnitts, die Gezeitenlinie an der Flußmündung und die obere Grenze des obersten Abschnitts, die Oberwassermenge an der Flutgrenze bekannt sein. Daraus müssen die Randbedingungen zur Ermittlung der Werte h_0', h_0'', s_0', s_0'' der einzelnen Teilabschnitte jeweils errechnet werden. Gegeben ist also:

$$\text{bei } x = 0\colon\ h_0 = a_0 \cdot \cos n\,t$$
$$x = L\colon\ h_L = 0$$
$$q_L = Q.$$

Zwischen den Randbedingungen der einzelnen Strecken 1, 2, 3 usw. bestehen bei den integrierten Gleichungen des Abschnitts 3b für die Gezeitenanteile von h und q folgende Zusammenhänge, wenn in der Reihenfolge Mündung (0), 1, 2, 3, ... $(n-1)$, n, $(n+1)$ m (Flutgrenze) gezählt wird:

$$h_n = A'\,h_{n+1} + B'\,q_{n+1} \tag{40a}$$
$$q_n = C'\,h_{n+1} + D'\,q_{n+1} \tag{40b}$$
$$h_n = A''\,h_{n-1} + B''\,q_{n-1} \tag{40c}$$
$$q_n = C''\,h_{n-1} + D''\,q_{n-1} \tag{40d}$$
$$q_n = A'''\,h_{n+1} - B'''\,h_n \tag{40e}$$
$$q_{n+1} = C'''\,h_{n+1} - D'''\,h_n, \tag{40f}$$

dabei ist:

$$\left.\begin{aligned} A''' &= C' - \frac{A'D'}{B'} & A' &= \frac{C'''}{D'''} \\ B''' &= -\frac{D'}{B'} & B' &= -\frac{1}{D'''} \\ C''' &= -\frac{A'}{B'} & C' &= A''' + B'''\,C''' \\ D''' &= -\frac{1}{B'} & D' &= \frac{B'''}{D'''} \end{aligned}\right\} \tag{41}$$

und

$$\left.\begin{aligned} A'' &= \frac{D'}{A'D' - B'C'} & A' &= \frac{D''}{D''A'' - B''C''} \\ B'' &= -\frac{B'}{A'D' - B'C'} & B' &= \frac{-B''}{D''A'' - B''C''} \\ C'' &= \frac{C'}{B'C' - A'D'} & C' &= \frac{C''}{B''C'' - A''D''} \\ D'' &= -\frac{A'}{B'C' - A'D'} & D' &= \frac{-A''}{B''C'' - A''D''}. \end{aligned}\right\} \tag{42}$$

Die Werte A', B' usw. sind bei den einzelnen Rechenverfahren angegeben. Für das letzte Teilstück mit der Länge ∞ und den Randbedingungen für $x = m$ gilt folgendes. In den Gl. (15b), (19), (15d), (15h) muß für $x = \infty$ die Gezeit verschwinden, also $h = 0$ sein. Daraus folgt $a'' = 0$. An der praktisch vorhandenen Flutgrenze $x = m$ ist somit (Abb. 7)

$$h_m = h_{m-1}\,e^{-u_1 L} = a_0'\,e^{-u_1 L} \cdot \cos n\left(t + \frac{\varphi_{m-1}}{n}\right) \tag{43}$$

und nach Gl. (18a), (18b), (18c), (18d)

$$q_{m-1} = -\frac{B_M\,n\,i}{u_1} \cdot h_{m-1}, \tag{43a}$$

an Stelle von $i\,n$ steht in Abschnitt 3c n'.

Für das MW.-Gefälle wird die Tatsache zugrunde gelegt, daß Q beim Wechsel des Querschnitts unverändert bleiben muß oder bei Spaltungen eine bestimmte Größe hat.

Es ergeben sich somit bei z. B. drei Flußabschnitten folgende Gleichungen zur Bestimmung der Randwerte der einzelnen Strecken (Abb. 8):

$$q_0 = A_1'''\,h_1 - B_1'''\,h_0$$
$$q_1 = C_1'''\,h_1 - D_1'''\,h_0$$
$$q_1 = A_2'''\,h_2 - B_2'''\,h_1$$
$$q_2 = C_2'''\,h_2 - D_2'''\,h_1$$
$$q_2 = -\frac{B_M\,n\,i}{u_1} \cdot h_2$$
$$h_3 = h_2\,e^{u_1 L_3}.$$

Aus diesen sechs Gleichungen lassen sich die sechs Unbekannten q_0, q_1, q_2, h_1, h_2, h_3 berechnen, nachdem man die Werte A bis D für jede Strecke ausgerechnet hat. Da $h_3 = 0$ nur bei $L_3 = \infty$ eintreten kann, die wirkliche Flutgrenze aber in der Entfernung $L_1 + L_2 + L_3$ von der Mündung liegt, setzt man an der Flutgrenze h_3 nicht gleich Null, sondern führt einen geringen Wert, den man vernachlässigen darf, etwa 1 cm, ein.

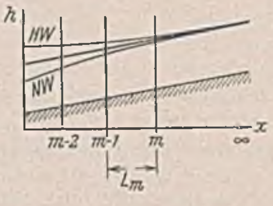


Abb. 7. Randbedingungen an den oberen Flußabschnitten. Der letzte Abschnitt ist theoretisch unendlich lang, praktisch aber begrenzt.

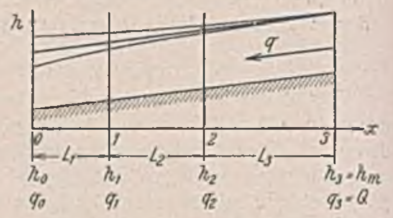


Abb. 8. Randbedingungen bei drei Flußabschnitten zwischen Flutgrenze und Mündung.

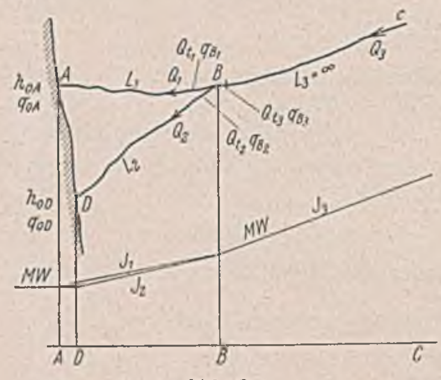


Abb. 9.
Randbedingungen bei einem einfachen Mündungsdelta in Grundriß und Querschnitt.

Für jeden Teilabschnitt ergeben sich aus den Randbedingungen andere Werte a', a'', daher werden die HW.-Linien für a' und a'' bei jedem Wechsel des Querschnitts unterbrochen, ebenso wie an dieser Stelle auch der Verlauf von a' und a'' sich sprungweise ändert (Abb. 15). Die Summe beider, die wirkliche HW.-Linie, bleibt aber stetig durch den ganzen Flußlauf.

Bei einem Mündungsdelta (Abb. 9) gelten folgende Randbedingungen:

a) für die MW.-Strömung $Q_3 = Q_1 + Q_2$, wenn Q_1 bis Q_3 die Oberwasserströmung in den drei Armen darstellt. Ist der mittlere Meeresspiegel in A und D gleich hoch, so gilt:

$$J_1\,L_1 = J_2\,L_2.$$

Ferner gilt für L_1 bis L_3 Gl. (18b). Man erhält somit fünf Gleichungen für fünf Unbekannte.

b) für die Gezeitenströmung

Gegeben h_{0A} und h_{0B} bei $x = 0$ (Punkt A und D), $h = 0$ bei $x = \infty$ (Punkt C). Ferner ist bei B:

$$q_1 + q_2 = q_3$$
$$h_{B1} = h_{B2} = h_{B3} = h_B$$
$$h_B = A_1''\,h_{0A} + B_1''\,q_{0A}$$
$$h_B = A_2''\,h_{0D} + B_2''\,q_{0D}$$
$$q_{B1} = C_1''\,h_{0A} + D_1''\,q_{0A}$$
$$q_{B2} = C_2''\,h_{0D} + D_2''\,q_{0D}$$
$$q_{B3} = -\frac{B_M\,n\,i}{u_1} \cdot h_B.$$

Es sind sechs Gleichungen für die sechs Unbekannten h_B, q_{0A}, q_{0D}, q_{B1}, q_{B2}, q_{B3} vorhanden.

In gleicher Weise sind die Randbedingungen für Stromspaltungen, Nebenflüsse u. a. einzuführen.

Bei der Lösung der Gezeitengleichungen des Abschnitts 3a muß mit einem probeweisen Anfangswert gerechnet und zum Schluß geprüft werden, ob die Randbedingungen erfüllt sind.

4. Näherungsverfahren.

a) Vereinfachte Integration der Gezeitengleichungen.

Nachdem im vorhergehenden Abschnitt die Möglichkeiten einer genauen Lösung der Differentialgleichungen der Gezeiten dargelegt worden sind, soll nunmehr das Augenmerk auf die Vereinfachung der erhaltenen Lösungen gerichtet werden. Die verschiedenen angegebenen Rechnungsgänge zeigen deutlich, eine wie umfangreiche Arbeit mit Gezeitenberechnungen in Tideflüssen verbunden ist. Dazu kommt, daß auch die umständlichste Berechnung bei der durchschnittlichen Gestalt der Flußmündungen nur eine Annäherung an die Wirklichkeit darstellen kann. Häufig tauchen bei der Entwurfsarbeit Fragen nach der Auswirkung einzelner Maßnahmen auf, für die eine ungefähre und schnelle Beantwortung wichtiger ist als eine langsame und genauere. Es ist daher ein Bedürfnis nach knappen Überschlagsrechnungen vorhanden, dem allerdings bis heute ein befriedigendes Verfahren noch nicht geliefert werden konnte. Die

Hauptschwierigkeit liegt in der Tatsache, daß die Randbedingungen jeweils bis zur Flutgrenze durchgerechnet werden müssen. So erfordert z. B. eine geringfügige Veränderung an der Mündung, wie die Beseitigung einer Barre, die vollständige Neuaufstellung der Gleichungsgruppen (40), obwohl sich die Werte α und r nur für einen einzigen Flußabschnitt ändern. Man hat es eben mit einer Schwingungserscheinung zu tun, für deren Verlauf die Abmessungen des gesamten Beckens von Bedeutung sind. Die nachfolgende Lösung, die Mazure angibt, versucht, die Gestalt des schwingenden Beckens (Flußlauf) durch eine Abhängige zu erfassen und damit die Lösung zu vereinfachen. Die Anwendbarkeit dieses Verfahrens hängt von der Gestalt der untersuchten Mündung ab.

Unter weitgehender Fortlassung von weniger bedeutenden Einflüssen ist Gl. (13) entstanden, die eigentlich schon eine Näherung darstellt. Auch Gl. (16c) läßt sich, wie bereits angegeben, weiter vereinfachen. Um die mehrfache Unterteilung eines Flußlaufes in rechteckige Strecken verschiedener Größen zu vermeiden, kann die im Lageplan häufig trichterförmige Gestalt des Flußlaufs durch den Wert $F = F_0 e^{-\tau x}$ wiedergegeben[10]) werden. Die Wassertiefe soll sich nicht verändern, so daß B_m und B_M sich nach der gleichen Abhängigen verändern. Man erhält nach einigen Vereinfachungen die Gleichung:

$$(44) \qquad u'^2 + u' \left[\frac{m_0\, 3\, q^2_{\max}}{T_m\, k_2^2\, F_m^2} - \tau + \frac{V_m}{g T_m} \cdot \frac{B_M + B_m}{B_M} \cdot n\, i \right] + \left[\frac{n^2}{g T_m} - \frac{B_M\, m_1\, q^2_{\max}\, n}{T_m\, k_2^2\, F_m^2\, s} \cdot i - \frac{\tau\, m_0\, 3\, q^2_{\max}}{T_m\, k_2^2\, F_m^2} \right] = 0.$$

Für B_m, B_M, F_m und T_m werden die Mittelwerte der untersuchten Flußstrecke eingeführt, ebenso wird für s ein Mittelwert geschätzt. Nach der Berechnung von u_1' und u_2' erhält man:

$$u_1' = u_1 + \tau$$
$$u_2' = u_2 + \tau$$

$$(44\text{a}) \qquad h = -\frac{u_1}{B_0\, n\, i} \cdot s'\, e^{i n t - u_1' x} - \frac{n_2}{B_0\, n\, i} \cdot s''\, e^{i n t - u_2' x}$$

$$(44\text{b}) \qquad q = s'\, e^{i n t - u_1 x} + s''\, e^{i n t - u_2 x}.$$

Die Ergebnisse dieses Verfahrens befriedigen.

b) Vergleich zwischen Strömung des Wassers und elektrischem Strom.

Von den bisherigen Verfahren weicht der Gedanke erheblich ab, den Gezeitenstrom nach den Gesetzen des elektrischen Stroms zu berechnen. Voraussetzung für diese Näherungsrechnung ist, daß nur die Strömung des Wassers gesucht wird und die senkrechte Gezeit sich nicht wesentlich verändert. Das Verfahren ist in erster Linie für den Zweck gedacht, die Verteilung der Strömung in einem verästelten Netz von Rinnen zu finden[13]).

Der Gezeitenstrom wird mit dem elektrischen Wechselstrom verglichen. Durch Vergleich der Differentialgleichung des Wechselstroms in kapazitätslosen Leitungen $E = IR + L_e \cdot \frac{dI}{dt}$[14]) mit Gl. (12) bzw. (12a) erhält man folgende einander entsprechende Werte, wenn L_e die Selbsterregung des elektrischen Stroms ist:

Bezeichnung	Elektrischer Strom	Wasserströmung geradlinig	Wasserströmung quadratisch
Bewegungskraft	E	$g B T J$	$g B T J$
Stromstärke	I	q	q
Widerstand je Einheit der Stromstärke	R	$\frac{g}{T k_1}$	$\frac{\sqrt{g}}{T k_2 \sqrt{B}}$
Gangverschiebung tg $\measuredangle \varphi''$	$\frac{L_e n}{R}$	$\frac{T n k_1}{g}$	$\frac{3 \pi^2 k_2^2 T}{4 g t_g e}$

Das Ohmsche Gesetz für Wechselstrom lautet

$$(45) \qquad I_0 = \frac{E_0 \cdot \cos \measuredangle \varphi''}{R},$$

wenn E_0 und I_0 die Ausschläge des cos-Stromes und $\measuredangle \varphi''$ die Gangverschiebung zwischen E und I darstellt. Man erhält für den Gezeitenstrom:

$$(45\text{a}) \qquad s = k_1\, B\, T^2 J_0 \cdot \cos \measuredangle \varphi''.$$

Setzt man $J = \frac{dh}{dx}$ mit h nach Gl. (1) und (2)

$$(2\text{c}) \qquad h = a \cdot \cos n \left(t - \frac{x}{c} \right) = a \cdot \cos (n t - r x),$$

so wird der Schwingungsausschlag $J_0 = \frac{n\, a}{c} = r\, a$ und

$$(45\text{c}) \qquad s = k_1\, B\, T^2\, r\, a \cdot \cos \measuredangle \varphi''.$$

Die gesamte während einer Tide in der Zeit $t_g = \frac{2\pi}{n}$ abgeführte Wassermenge beträgt:

$$(46) \qquad Q_t = \frac{2}{\pi} \cdot s \cdot \frac{2\pi}{n} = \frac{4 s}{n},$$

und man erhält:

$$(46\text{a}) \qquad Q_t = 4\, k_1\, B\, T^2\, r\, a \cdot \cos \measuredangle \varphi'';$$

schreibt man für $c = \frac{L}{t_c}$ und setzt die Werte für k aus der nebenstehenden Tafel ein, so erhält man für k_1:

$$(46\text{b}) \qquad \frac{Q_t}{B T^2} = 4\, a\, k_1 \cdot \frac{t_c}{L} \cdot \cos \measuredangle \varphi''$$

und für k_2:

$$(46\text{c}) \qquad \frac{(Q_t)^2}{B^2 T^3} = 3\, a\, k_2^2\, t_g \cdot \frac{t_c}{L} \cdot \cos \measuredangle \varphi''.$$

Der Ausdruck

$$(47) \qquad 4\, a\, t_c = M',$$

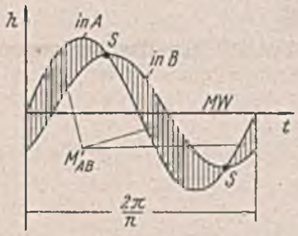


Abb. 10.
Ermittlung des Wertes M'_{AB} zweier aufeinanderfolgender Gezeitenlinien als Summe der absoluten Flächenunterschiede.

der nur für gleichbleibende Schwingungsausschläge gilt, kann bei unregelmäßigen Gezeitenlinien als Fläche zwischen den Gezeitenlinien von den zwei aufeinanderfolgenden, nicht zu weit voneinander gelegenen Endpunkten der Flußstrecke über die ganze Gezeitendauer ermittelt werden (Summe des Gefälles über eine Schwingungsdauer, Abb. 10). Man kann dann schreiben für k_1:

$$(46\text{d}) \qquad \frac{Q_t}{B T^2} = \frac{M'}{L} \cdot k_1 \cdot \cos \measuredangle \varphi''$$

und für k_2:

$$(46\text{e}) \qquad \frac{Q_t}{B T^{3/2}} = f \sqrt{\frac{M'}{L}} = P.$$

Für $f = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot k_2^2\, t_g \cdot \cos \eta}$ wird auf Grund von Beobachtungen an verschiedenen Flußstrecken der Wert 9600 oder $f = k_2 \sqrt{t_g} \cdot \cos 35^\circ = 191\, k_2$ gesetzt. Bei einer unregelmäßigen Flußstrecke werden die Werte T abschnittsweise berechnet und gemittelt.

Für die Randbedingungen werden die beiden Gesetze von Kirchhoff angewendet. Man erhält bei einer Spaltung $q_1 = q_2 + q_3$ und setzt auch über die gesamte Tide

$$(46\text{f}) \qquad Q_{t1} = Q_{t2} + Q_{t3}.$$

Durch Übertragung des zweiten Gesetzes von Kirchhoff auf die Gezeitenbewegung lassen sich folgende Regeln ableiten. Wenn in einem geschlossenen Ring von Rinnen gleiche Schwingweiten herrschen, dann ist die Summe aller Fortpflanzungszeiten in diesen Rinnen $\Sigma\, t_c = 0$. Bei wechselnden Schwingweiten ist

$$(48) \qquad \Sigma\, M' = 0,$$

wobei die Vorzeichen entsprechend der Fortschrittsrichtung der Gezeitenwelle eingesetzt werden müssen. Voraussetzung ist dabei, daß die Längen der untersuchten Flußstrecken nicht zu groß werden. Sämtliche Gezeitenlinien des Ringes sollen sich in denselben Punkten S (Abb. 10) schneiden. Zu diesen Bestimmungsgleichungen treten noch die Gleichungen für die Wassermengen:

$$(49\text{a}) \qquad q_0 = q_L + \int_0^L \frac{dh}{dt} \cdot B\, dx$$

$$(49\text{b}) \qquad Q_{t0} = Q_{tL} + \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \frac{dh}{dt} \cdot B\, dx\, dt,$$

wobei näherungsweise für das Doppelintegral der zweifache Beckeninhalt zwischen Thw. und Tnw. und zwischen 0 und L gesetzt wird.

Der geradlinig veränderliche Widerstand k_1 liefert schlechte Ergebnisse, so daß die weiteren Rechnungen nur mit k_2 durchgeführt werden.

Rechnungsgang:

Gegeben: B_m, T_m, L, h_0 und h_L, k_2.

1. Berechnung von

$$M' = \pm \int_0^{t_g} (h_0 - h_L)\, dt = \pm \int_0^{t_g} [a_0 \cdot \cos (n t + \varphi_0) - a_L \cdot \cos (n t + \varphi_L)]\, dt$$

$$= \pm \int_0^{t_g} a_0 \cdot \cos (n t + \varphi_0)\, dt \mp \int_0^{t_g} a_L \cdot \cos (n t + \varphi_L)\, dt$$

oder zeichnerische Ermittlung von M'.

---

[13]) van Veen, Getijstroomberekning met behulp van wetten analoog aan die van Ohm en Kirchhoff. De Ing. 52 (1937), S. B. 73.

[14]) Hütte II, 26. Aufl., S. 977.

2. Berechnung von Q_t nach Gl. (46e).

3. Berechnung der mittleren Geschwindigkeit während einer Gezeit $v_m = \frac{Q_t}{t_g}$.

4. Berechnung von $e = v_m \cdot \frac{\pi}{2} \cdot 1{,}15$, wobei 1,15 ein Erfahrungsbeiwert ist.

5. Berechnung von $\varDelta\varphi''$ nach der Tafel in Abschnitt 4b, S. 145.

6. Berechnung von $\psi = \varphi - \varDelta\varphi'' - \frac{\pi}{2}$.

Dieser Rechnungsgang wird je nach den vorhandenen Randbedingungen zusammen mit den Gl. (46f) u. (48) angewendet. Es können folgende Randbedingungen auftreten: Regelung eines Tideflusses zwischen B und C (Abb. 11), Q_{tc} oberhalb von C soll nach der Regelung unverändert sein.

Abb. 11. Randbedingungen bei der Regelung eines Tideflusses.

Abb. 12. Randbedingungen bei Anlage eines Hafens in einem Delta.

Man erhält die Unbekannten Q_{tB}, P_{AB}, P_{BC}, M'_{AB}, M'_{BC} aus den Gleichungen:

$$Q_{tB} = Q_{tC} + \sum_{t_g} \frac{dh}{dt} \cdot B_m L_{BC}.$$

Letztere Größe muß geschätzt werden, etwa entsprechend der Voraussetzung, daß die senkrechten Gezeiten sich nicht wesentlich ändern.

$$P_{AB} = 9600 \sqrt{\frac{M'_{AB}}{L_{AB}}} \qquad P_{BC} = 9600 \sqrt{\frac{M'_{BC}}{L_{BC}}}.$$

P_{AB} ist das Mittel längs der Strecke AB nach Gl. (46e), P_{BC} entsprechend.

Aus M' erhält man nach Gl. (47a) die mittleren Ausschläge der Gezeitenlinie auf den Strecken AB und BC, aus denen die Ausschläge der Punkte A, B, C abgeleitet werden können. Bei einer Stromspaltung im Mündungsgebiet (Abb. 9) sind bekannt:

M'_{AD} = Mittel zwischen M_A' und M_D' nach Gl. (46e) und Q_{t3}.

Man erhält die Unbekannten Q_{t1}, Q_{t2}, M'_{BD}, M'_{AB} aus den Gleichungen:

$$Q_{t1} + Q_{t2} = Q_{t3} \qquad M'_{AD} + M'_{DB} + M'_{BA} = 0 \quad [\text{Gl. (48)}]$$

$$\frac{Q_{t2}}{B_{M2}\, T_{m2}^{3/2}} = 9600 \sqrt{\frac{M'_{BD}}{L_2}}$$

$$\frac{Q_{t1}}{B_{M1}\, T_{m1}^{3/2}} = 9600 \sqrt{\frac{M'_{AB}}{L_1}}.$$

M_B' kann aus M_D', M_A' und $M'_{AB} = \frac{M_A' + M_B'}{2}$ bzw. M'_{BD} errechnet werden. Damit ist der Schwingungsausschlag in B gegeben, wenn t_c bekannt ist, d. h. c gegeben oder nach einem der anderen Verfahren berechnet ist [Gl. (16)].

Mit Hilfe von $\varDelta\varphi''$ erhält man die Gangverschiebung zwischen h und q in A, B und D.

Wird an einem der beiden Mündungsarme ein Hafen gebaggert (Abb. 12), so bestimmt man die Unbekannten Q_{t1}, Q_{t2}, Q_{t4}, Q_{t6}, M'_{AE}, M'_{EB}, M'_{BD} nach den Gleichungen:

$$Q_{t3} = Q_{t1} + Q_{t2}$$
$$Q_{t4} = Q_{t1} + Q_{tBE}$$
$$Q_{t6} = Q_{t4} + Q_{t5}$$
$$M'_{AE} + M'_{EB} + M'_{BD} + M'_{AD} = 0$$

und Gl. (46e) für BD, BE, EA.

Dabei ist Q_{tBE} vom Tidenhub der Strecke BE abhängig, also zu schätzen (vgl. Voraussetzung). Wie vor müssen entweder c oder die Schwingweite a gegeben sein, wenn man auch die Höhe der Gezeiten bestimmen will.

Andere Randbedingungen, wie Kanalverbindungen zwischen zwei Gezeitenflüssen, Kanäle zwischen zwei Gezeitenmeeren, Schaffung einer neuen Flußmündung, können durch Anwendung der Gl. (46f), (48), (46e) gelöst werden.

Man erhält demnach die Fortschrittsgeschwindigkeit oder den Tidenhub nach Gl. (46e) in Verbindung mit Gl. (47a), wenn eine der beiden Größen gegeben ist. Die Dämpfung des Tidenhubs und die HW.- und NW.-Linie ergeben sich durch Bestimmung des Tidenhubs für kleine Flußstrecken. Gemäß Voraussetzung gilt das Verfahren nur bei geringer Dämpfung. Die Stundenlinien können entsprechend den cos-Tidelinien alsdann bestimmt werden. Die Geschwindigkeit ergibt sich nach Gl. (46e). Das Gefälle des MW.-Spiegels wird nicht bestimmt.

Das Verfahren ist überhaupt in erster Linie zur angenäherten Bestimmung der Wassermengenverteilung und nicht so sehr zur Bestimmung der Wasserstände gedacht. Das ist schon durch die Voraussetzung, daß die senkrechte Gezeit sich nicht wesentlich verändern darf, ausgedrückt. Die berechtigten Einwände, die Mazure gegen dieses Verfahren erhoben hat, beschränken die Anwendung als überschlägliches Näherungsverfahren auf folgende Fälle: geringer Oberwasserzufluß, geringe Dämpfung, geringe Gangverschiebung der Strömung an den Spaltungspunkten, unveränderliche Gangverschiebung zwischen h und q innerhalb des Gesamtgebiets, gleichbleibende Rauhigkeit k_2 im Gesamtgebiet. In erster Linie eignet sich das Verfahren also für den Mündungsbereich von Gezeitenflüssen bei nicht zu umfassenden Eingriffen. Da für die genaueren Verfahren die größte Strömung vorausgeschätzt werden muß, ist dieses Verfahren geeignet, diese Schätzungen zu erleichtern.

c) Überlagerung von Oberwasserzufluß und reiner Gezeitenströmung.

Eine andere Näherung kommt dadurch zustande, daß man die Bewegung infolge des Oberwassers und die Bewegung infolge der Gezeiten vollständig trennt. Der Einfluß des Oberwassers und die Lage des MW.-Spiegels wird dann durch die gewöhnliche Abflußformel (6) wiedergegeben. Es ergibt sich daraus, daß zwischen den MW.-Tiefen an zwei Punkten 1 und 2 folgende Beziehungen bestehen:

$$T_2 = \left(\frac{k_1 B_1}{k_2 B_2}\right)^{2/3} \left(\frac{J_1}{J_2}\right)^{1/3} T_1. \tag{50}$$

T_2 muß danach also geradlinig von T_1 abhängen. An anderer Stelle[12]) habe ich diesen Zusammenhang erfahrungsmäßig untersucht und für Hamburg bestätigt gefunden.

Den Einfluß der Gezeiten kann man nach gleichen Verfahren und Näherungsverfahren ermitteln, wie sie bei Seekanälen angewendet werden[1]). Durch Überlagerung beider Ergebnisse erhält man die Gezeiten bei Oberwasserzufluß.

d) Halberfahrungswissenschaftliches Verfahren.

Da im unteren Teil des Stromes die auslaufende Welle nur eine geringe Bedeutung hat, kommt man bei Veränderungen im unteren Tidegebiet zu folgendem halberfahrungsgemäßen Näherungsverfahren. Aus den Pegelbeobachtungen wird mit Gl. (61) die Rauhigkeit, der Oberwasserzufluß und nach Gl. (2a) die Dämpfung und Fortschrittsgeschwindigkeit in den einzelnen Flußabschnitten mit verschiedener Breite und Tiefe bestimmt. Dann werden nach Gl. (28c) u. (28d) die geradlinig veränderlichen Rauhigkeitsbeiwerte ermittelt. Setzt man diese sowie die Dämpfung und Fortschrittsgeschwindigkeit in Gl. (16c) oder bei trichterförmiger Mündung in Gl. (44) ein, dann erhält man eine Nachprüfung der Zulässigkeit der Annahmen und Vereinfachungen dadurch, wieweit die linke Seite der Gleichung von 0 verschieden ist. Ist die Abweichung zu groß, so liegt das an dem Einfluß der vernachlässigten zurückgeworfenen Welle. Man kann das etwas dadurch ausgleichen, daß man die Annahmen der Rauhigkeit oder der Querschnittsabmessungen ändert. Die Größe des letzten Gliedes der Gleichung gibt außerdem an, wie stark die Dämpfung und Fortschrittsgeschwindigkeit der zurücklaufenden Welle von Null abweicht, da es gleich dem Produkt $u_1 u_2$ ist, ebenso wie das zweite Glied $-(u_1 + u_2)$ ist.

Dann wird Gl. (16c) nochmals für die Werte der neuen Querschnittsabmessungen gelöst. Dies braucht nur für die Flußabschnitte zu geschehen, in denen eine Änderung der Abmessungen stattfindet. Ausgehend von der unverändert bleibenden Außenmündung wird dann die neue HW.- und NW.-Linie fortlaufend gerechnet. Diese Näherung erspart das umständliche und zeitraubende Suchen der Randwerte. Sie bedeutet, in Abb. 15 übertragen: In Abb. 15d werden die Linien φ und $r_1 x$, in Abb. 15e die Linien a und $a_0' e^{-\alpha_1 x}$ als einander gleichlaufende Linien angesehen. Das würde insbesondere im letzten Fall nach einer kurzen Strecke häufig erhebliche Abweichungen ergeben, jedoch darf man dabei nicht außer acht lassen, daß durch die vorgenommene Anpassung des bestehenden Zustandes an Gl. (16c) der Wert α_1 nicht mehr der einlaufenden Welle entspricht, sondern bereits verbessert ist. Der neue Zustand entsteht also durch Umrechnung der mit der Natur übereinstimmenden Gl. (16c) auf neue Querschnittsabmessungen. Dieses Verfahren führt natürlich nur dann zum Ziel, wenn sich das Zurückwerfen im mittleren und oberen Tidegebiet durch den Eingriff nicht ändert, also z. B. bei der Schaffung eines neuen Fahrwassers in der Mündung, nicht aber bei der Abdämmung eines Tideflusses, da dort das Zurückwerfen der Gezeitenwelle grundlegend anders wird.

5. Ergebnisse.

a) Vergleich der Untersuchungsverfahren.

Die Unterschiede zwischen den drei Verfahren des Abschnitts 3 liegen in den vereinfachenden Annahmen und treten in der Form der zu lösenden Differentialgleichungen zutage. Diese Gl. (9a), (9b), (12a) u. (36) lauten einheitlich geschrieben:

$$\text{(9a')}\quad \frac{dq'}{dt} = B_m T g\left(\frac{dT}{dx} + J_m\right) \mp \frac{g q'^2}{k_2^2 T^2 B_m}$$

$$\text{(9b')}\quad \frac{dq'}{dt} = B_m T_m g\left(\frac{dT}{dx} + J_m\right) \mp \frac{g q'^2}{k_2^2 T_m^2 B_m}$$

$$\text{(12a')}\quad \frac{dq'}{dt} = B_m T_m g \cdot \frac{dT}{dx} - \frac{g q'}{k_{1m} T_m}$$

$$\text{(32')}\quad \frac{dq'}{dt} = B_m T_m g\left(\frac{dT}{dx} + J_m\right) - \frac{g\left(q' + Q \cdot \frac{h}{T_m}\right)}{k_{1m} T_m} - \frac{Q}{B_m T_m} \cdot \frac{dq'}{dx}$$

$$\text{(32'')}\quad \frac{dq'}{dt} = B_M T_m g\left(\frac{dT}{dx} + J_m\right)$$

$$- \frac{g\left(q' + Q \cdot \frac{h}{T_m}\right) + \frac{3}{T_m}\left[\cos(\psi - \varphi)\cos(nt + \psi) - {}^1/_2 \cdot \cos(nt + \varphi)\right] q_{\max}^2 m_2 a}{k_{1m} T_m}$$

$$- \frac{q'}{B_M T_m} \cdot \frac{dq'}{dx} + \frac{q'}{B_M T_m} \cdot \frac{dF}{dt} + \frac{q'^2}{B_M^2 T_m^2} \cdot \frac{dF}{dx}$$

$$\text{(37')}\quad \frac{dq'}{dt} = B_S T_S g\left(\frac{dT}{dx} + J_m + J_W\right) - \frac{g q'}{k_{1m} T_m} - \frac{q_S}{B_S T_S} \cdot \frac{dq'}{dx}$$

$$+ \frac{q_S}{B_S T_S} \cdot \frac{dF}{dt} + \frac{\lambda}{\gamma} \cdot \frac{R}{T}.$$

Demgegenüber lautet die ursprüngliche nicht vereinfachte Gezeitengleichung (7e)

$$\text{(7c')}\quad \frac{dq'}{dt} = B T g\left(\frac{dT}{dx} + J_m\right) - \frac{g q'^2}{k_2^2 T^2 B} - \frac{q'}{BT} \cdot \frac{dq'}{dx}$$

$$+ \frac{q'}{BT} \cdot \frac{dF}{dt} + \frac{q'^2}{B^2 T^2} \cdot \frac{dF}{dx}.$$

Die Vereinfachungen ergeben sich aus den Unterschieden gegen die letzte Gleichung. Es sind folgende:

1. Vernachlässigung der Glieder $\frac{dq'}{dx}$, $\frac{dF}{dx}$, $\frac{dF}{dt}$. Rechteckquerschnitt von unveränderlichen Abmessungen längs der Strecke $x = L$. Lösung durch Reihenentwicklung: Gl. (9a).

2. Dasselbe wie vor, nur Ersetzen der mit der Zeit veränderlichen Wassertiefe durch eine mittlere Tiefe. Lösung durch Reihenentwicklung: Gl. (9b).

3. Dasselbe wie 2, außerdem Vernachlässigung des Gliedes J_m und Einführung eines geradlinig veränderlichen Widerstandsbeiwertes. Vernachlässigung der Ausdrücke dritter und kleinerer Ordnung sowie der Schwingungen von höherer Schwingzahl als die Ausgangsschwingung n nach Gl. (12a). Lösung durch Integration: Gl. (16) und als Näherung unter bestimmten Voraussetzungen: Gl. (45c).

4. Wie vor, nur Berücksichtigung von J_m, $\frac{dq}{dx}$ und $\frac{gQh}{k_{1m} T_m^2}$ (Veränderung des Reibungswiderstands infolge des Oberwassers durch die Wasserspiegelschwankungen): Gl. (32'). Lösung durch Integration: Gl. (16c).

5. Wie vor, jedoch Berücksichtigung von $\frac{dF}{dx}$, $\frac{dF}{dt}$ und des Einflusses der Gezeitenbewegung auf den Reibungswiderstand mit geradlinig veränderlichem k_1 an Stelle von k_2: Gl. (32''). Trapezquerschnitt an Stelle des Rechteckquerschnitts. Lösung durch Integration: Gl. (16d).

6. Wie vor. Vernachlässigung von $\frac{dF}{dx}$. Zusatz von J_W, $\frac{\lambda R}{\gamma T}$: Windeinfluß: Gl. (37). Lösung durch Integration: Gl. (16e).

Die Gezeitengleichungen zerfallen in zwei Gruppen. Der erste Gruppe [Gl. (9a) u. (9b)] enthält den der Natur näheren quadratischen Widerstandsbeiwert. Eine Integration dieser Gleichungen ist nur durch Reihenentwicklung möglich. Diese Art der Lösung ist außerordentlich umständlich und kommt daher nur in Sonderfällen in Frage. Sie enthält als einzige die Oberschwingungen.

Um die Gezeitengleichungen integrierbar zu machen, muß der geradlinig veränderliche Widerstandsbeiwert eingeführt werden. Die zweite Gruppe [Gl. (12a'), (32'), (32'') u. (37')] enthält daher den Beiwert k_1, zu dessen Bestimmung entweder $V + e$ [Gl. (12a)] oder a, e und $\psi - \varphi$ [Gl. (32)] im voraus geschätzt werden müssen. Die dadurch erforderlichen Probeberechnungen machen auch dieses Verfahren unhandlich. Abgesehen von den Näherungsrechnungen, denen teilweise der gleiche Mangel anhaftet, ist eine bessere Lösung bisher nicht bekannt. Sämtliche Integrationen der zweiten Gruppe vernachlässigen die Oberschwingungen, die als Verzerrungen der cos-Tiden an der Mündung auftreten. Thijsse[15]) ist daher der Ansicht, daß wegen der beiden genannten Vereinfachungen die Integration nur ein richtiges Gesamtbild gibt, aber in Einzelheiten (Untiefen, Veränderung des MW. von Ort zu Ort, Kenterzeiten usw.) ungenau ist. Die Genauigkeit der integrierbaren Gleichungen nimmt in der Reihenfolge Gl. (32''), (32') u. (12a') ab. Wieweit die Vereinfachungen gehen dürfen, hängt von dem Zustand des untersuchten Flusses ab. Das gleiche gilt für die Anwendbarkeit der Näherungen.

Die Berechnung der Sturmfluten [Gl. (37')] paßt sich in die Reihe der zweiten Gruppe ein und unterscheidet sich nur durch Zusätze.

Die Lösungen der Gleichungen dieser Gruppe bestehen in einer quadratischen Bestimmungsgleichung für die Größe u, die die Fortschrittsgeschwindigkeit und die Dämpfung der Gezeitenwelle enthält. Die genaueren Gleichungen (32) und (37) ergeben zwei zahlenmäßig verschiedene Werte von u im Gegensatz zu den Werten bei Seekanälen. Darin äußert sich also der Einfluß des Oberwassers. Die Gesamtlösung besteht infolgedessen immer aus der Überlagerung zweier Gezeitenwellen, die in entgegengesetzter Richtung den Fluß durchlaufen. Man kann sich vorstellen, daß die zweite Welle durch das Zurückwerfen der ersten entsteht, obgleich der Zusammenhang beider von der Größe der Teilstrecken abhängt und bei einer unendlich langen Strecke zum Verschwinden der zurücklaufenden Welle führt.

b) Darstellung der Gezeiten.

Die Gezeiten werden nach Abschnitt 2 durch den cos-Wert dargestellt. Dieser Wert wird als Lösung der Differentialgleichungen erweitert, indem man ein imaginäres Glied hinzufügt. Man erhält so den komplexen Gezeitenwert der Gl. (1), dessen einfache Schreibweise die Rechnung sehr erleichtert. Gleichzeitig stellt die Form $a e^{i\varphi}$ in der Vektorenrechnung einen Vektor dar, dessen Größe a und dessen Richtung φ ist[16]). Es gilt dann (Abb. 13):

$$\text{(51)}\qquad \mathfrak{z} = M + i N,$$

wobei wie in Gl. (1) $M = a \cdot \cos \varphi$ und $N = a \cdot \sin \varphi$ ist.

Eine Gezeitenlinie kann also durch einen Vektor $a e^{i(nt+\varphi)}$ dargestellt werden (Abb. 1). Ist nt überall gleich, d. h. werden Gezeitenlinien derselben Tide n zum gleichen Zeitpunkt betrachtet, dann kann nt wegfallen, denn es legt nur die Vektoren zum Achsenkreuz fest, ist also für ihre Größe ohne Bedeutung. Zwei Gezeitenlinien können demnach dadurch überlagert werden, daß man sie vektoriell zusammenzählt (Abb. 14).

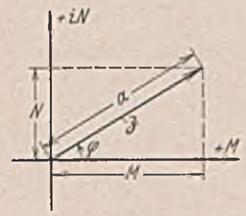


Abb. 13. Darstellung des Ausdrucks $M + i N = a \cdot \cos \varphi + i a \cdot \sin \varphi = \mathfrak{z}$ als Vektor für die Gezeitenlinie.

Ebenso läßt sich der Verlauf einer Gezeitenwelle im Fluß, die sich aus zwei Teilwellen h' und h'' infolge u_1 und u_2 zusammensetzt, darstellen. Die Dämpfung von h_0' wird durch α_1, von h_0'' durch α_2, die Fortschrittsgeschwindigkeit (Änderung des Winkels φ von h_0' und h_0'') durch r_1 und r_2 wiedergegeben (Abb. 15). Hierbei

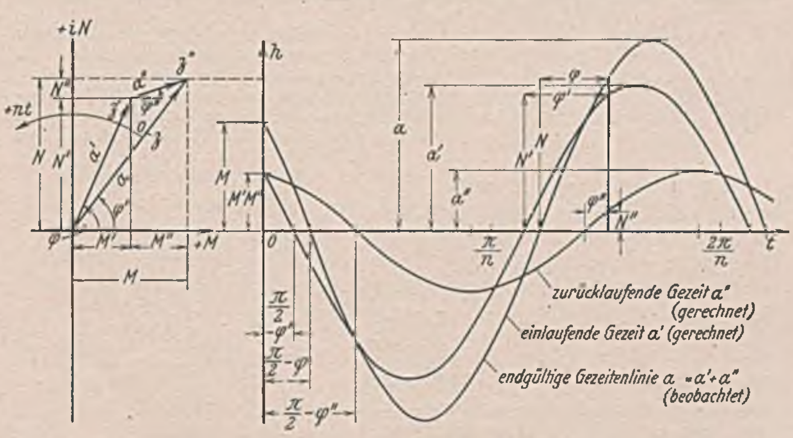


Abb. 14. Zusammensetzung einer Gezeitenlinie (a) aus den Wasserständen der einlaufenden (a') und der zurücklaufenden (a'') Welle als Linie und als Vektor.

bedeutet $u = \alpha + i r$, ist also ebenfalls durch einen Vektor $\mathfrak{u}$ darzustellen (Abb. 16). Man erhält dann:

$$\text{(52)}\qquad \alpha = u \cdot \cos \zeta \qquad r = u \cdot \sin \zeta.$$

[15]) J. Th. Thijsse, De topassings-mogelijkheden van verschillende getijberekningen. De Ingen. 50 (1935), S. B 229.

[16]) Hütte I, 26. Aufl., S. 161. Berlin 1936, Wilh. Ernst & Sohn.

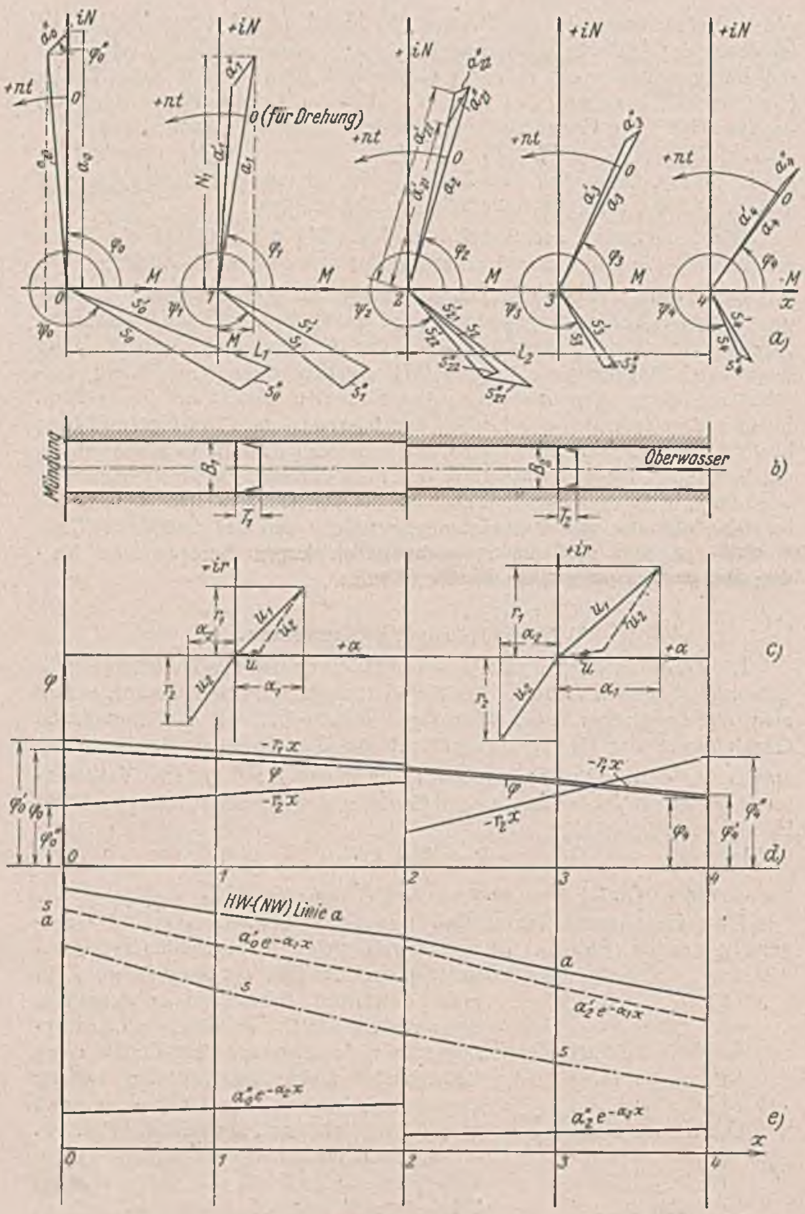


Abb. 15. Gesamtverlauf der Gezeit in zwei Abschnitten einer Flußmündung, dargestellt durch Vektoren.

a) Einlaufende (a', s'), rücklaufende (a'', s'') und endgültige (a, s) Gezeitenlinie und Wassermengenlinie.
b) Abmessungen des vereinfachten Flußquerschnitts.
c) Die sich aus $\mathfrak{b}$ ergebenden Vektoren für Dämpfung und Fortschrittsgeschwindigkeit [Gl. (16), (16c), (16d), (16e)].
d) Verlauf des Ganges der eintretenden (φ'), rücklaufenden (φ'') und endgültigen (φ) Welle (Fortschritt der Gezeitenwelle). Beim Strömungsgang verschiebt sich die x-Achse um den Betrag $\psi_0' - \varphi_0'$ bzw. $\psi_0'' - \varphi_0''$ nach unten.
e) HW.-Linie der einlaufenden (a'), rücklaufenden (a'') und endgültigen (a) Gezeitenwelle, Linie der größten Gezeitenströmungen s. Die Wasserstände und Strömungen infolge des gleichmäßigen Oberwasserabflusses sind hierbei nicht berücksichtigt.

Da $\mathfrak{u}$ sich längs x von Flußabschnitt zu Flußabschnitt verändert, kann es ebenfalls als von x abhängiger Vektor dargestellt werden (Abb. 15).

Da aber nach Gl. (15d) und Abb. 15

$$a\,e^{-ux} = \mathfrak{s} = \mathfrak{s}' + \mathfrak{s}'' = a'\,e^{-\mathfrak{u}_1 x} + a''\,e^{-\mathfrak{u}_2 x}, \tag{53}$$

so gilt nicht $\mathfrak{u} = \mathfrak{u}_1 + \mathfrak{u}_2$, denn dann würde $r = r_1 + r_2$ und $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$ sein, was der Gl. (15d) widerspricht, wenn nicht zufällig $\varphi' + \varphi'' = \varphi$ ist. Der Vektor $\mathfrak{u}$ hat also die Bedeutung, daß er gleich dem Beiwerte von u mit umgekehrten Vorzeichen der Gl. (16c) bzw. (16d) u. (16e) ist und daher den Einfluß des Oberwassers angibt. In Wirklichkeit geben aber die in Abb. 15 dargestellten Vektoren Mittelwerte für eine vereinheitlichte Flußstrecke, u verändert sich stetig in Abhängigkeit von B, T, Q, k, von denen wiederum s und $\psi - \varphi$ abhängen.

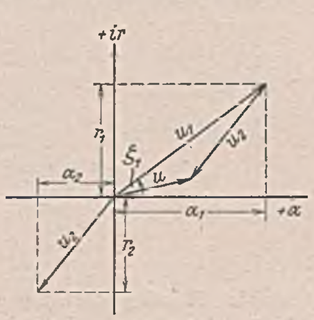


Abb. 16.
Darstellung von Dämpfung und Fortschrittsgeschwindigkeit als Vektor. Die Größe von $\mathfrak{u}$ zeigt den Einfluß des Oberwassers und wird bei Kanälen ohne Oberwasser gleich Null.

Für den Sonderfall eines völligen Zurückwerfens an einer Wand wird (Abb. 17) die Gang- und Schwingweite der ankommenden und zurückgeworfenen Welle gleich. Es wird dann $a_L' = a_L''$ und $a_L = a_L' + a_L''$. Außerdem bilden a und s an der Wand einen rechten Winkel miteinander[17].

Für den Fall eines Seekanals ohne Oberwasserzufluß ist $u_1 = -u_2$ [Gl. (16)].

Nach Abb. 16 wird daher $\mathfrak{u} = 0$, was auch der Gl. (16) entspricht, wo ein Glied mit u nicht erscheint. Daher gibt die Größe des Endwertes u den Einfluß des Oberwassers an.

Der Zusammenhang zwischen $\mathfrak{u}_1$, $\mathfrak{a}'$, $\mathfrak{s}'$ bzw. $\mathfrak{u}_2$, $\mathfrak{a}''$, $\mathfrak{s}''$ nach Gl. (18a), (18c), (18d) bedeutet eine Teilung des Vektors $B_M n i$ durch den Vektor $\mathfrak{u}_1$ (bzw. $\mathfrak{u}_2$) und eine Vervielfachung (Drehstreckung) des so erhaltenen Vektors $\mathfrak{s}'$ (bzw. $\mathfrak{s}''$) (Abb. 18). Beides kann zeichnerisch mit Hilfe der Größe 1 und von gleichsinnig ähnlichen Dreiecken ausgeführt werden[16].

Aus der Vektorendarstellung lassen sich sämtliche mit der Beschreibung des Verlaufs der Gezeiten zusammenhängenden Größen ableiten. Sind als Randbedingung die Gezeiten h_0 und h_L an den Punkten 0 und L des Flußabschnitts gegeben, so können die Werte h_0,

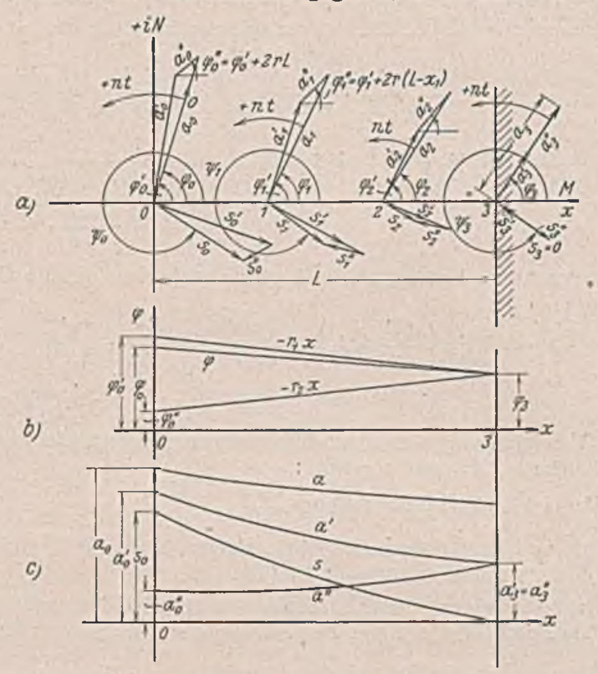


Abb. 17. Vollständiges Zurückwerfen einer Welle in einem gleichbleibenden Kanal an einer senkrechten Wand in Vektordarstellung.

a) Einlaufende (a', s'), rücklaufende (a'', s'') und endgültige (a, s) Gezeitenlinie und Wassermengenlinie.
b) Verlauf des Ganges der eintretenden (φ'), rücklaufenden (φ'') und endgültigen (φ) Gezeitenwelle.
Der Verlauf bei den Strömungen ist der gleiche, nur mit einem anderen Ausgangswert ψ_0' an Stelle φ_0', d. h. eine Verschiebung der x-Achse um $\psi_0' - \varphi_0'$.
c) HW.-Linien für die einlaufende (a'), rücklaufende (a'') und endgültige (a) Gezeitenwelle sowie Linie der größten Strömungen (s).

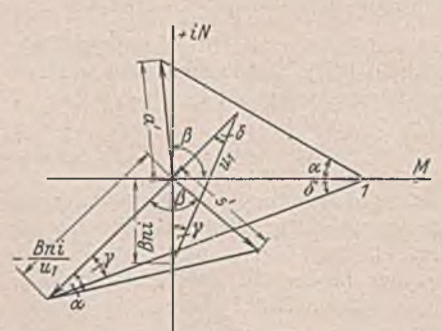


Abb. 18. Zusammenhang zwischen den Vektoren $-\mathfrak{B}ni$, $\mathfrak{u}_1$, $\mathfrak{a}'$ und $\mathfrak{s}'$.
Dreieck ($-\mathfrak{B}ni$, $\mathfrak{u}_1$) gleichsinnig ähnlich Dreieck $\left(-\frac{\mathfrak{B}ni}{\mathfrak{u}_1}, +1\right)$;
Dreieck ($\mathfrak{a}'$, $+1$) gleichsinnig ähnlich Dreieck $\left(-\frac{\mathfrak{B}ni}{\mathfrak{u}_1}, \mathfrak{s}'\right)$.
Der gleiche Zusammenhang gilt für $-\mathfrak{B}ni$, $\mathfrak{u}_2$, $\mathfrak{a}''$ und $\mathfrak{s}''$.

und h_0'' nach den Gl. (24) u. (25) berechnet werden, nachdem man die Größen u, die in erster Linie von der Abmessung und Rauhigkeit abhängen, so daß α mit größerem Querschnitt wächst und r abnimmt, nach den Gl. (16), (16c), (16d), (16e) ermittelt hat (Abb. 15).

Mit diesen Größen a_0' und a_0'' lassen sich nun diejenigen Größen bestimmen, die bisher nur für die beiden Einzelwellen, aber nicht für

[17] W. Hensen, Die Entwicklung der Fahrwasserverhältnisse in der Außenelbe. J. d. HTG. 18 (1939/40).

die daraus entstehende Gesamtgezeit ermittelt wurden. Das Endergebnis ist die HW.- und NW.-Linie, gekennzeichnet durch die Gleichung:

$$(54)\qquad a = \sqrt{a_0'^2 e^{-2\alpha_1 x} + 2\,a_0' a_0'' e^{-(\alpha_1+\alpha_2)x}\cdot\cos(\varphi_0' - \varphi_0'' + r_1 x - r_2 x) + a_0''^2 e^{-2\alpha_2 x}},$$

für den Sonderfall $\alpha_1 = -\alpha_2$, $r_1 = -r_2$:

$$(54\text{a})\qquad a = \sqrt{a_0'^2 e^{-2\alpha x} + 2\,a_0' a_0''\cdot\cos(\varphi_0' - \varphi_0''\cdot 2 r x) + a_0''^2 e^{-2\alpha x}}.$$

Die wirkliche Fortschrittsgeschwindigkeit der Gezeitenwelle wird:

$$(55)\qquad r = -\frac{1}{x}\cdot\operatorname{arctg}\frac{a_0' e^{-\alpha_1 x}\cdot\sin(\varphi_0' - r_1 x) + a_0'' e^{-\alpha_2 x}\cdot\sin(\varphi_0'' - r_2 x)}{a_0' e^{-\alpha_1 x}\cdot\cos(\varphi_0' - r_1 x) + a_0'' e^{-\alpha_2 x}\cdot\cos(\varphi_0'' - r_2 x)}.$$

Würde man in diese Gleichung a_0' und a_0'' nach Gl. (24) oder (25) und r_1 und r_2 nach Gl. (17c), (16c), (16d) oder (16e) einsetzen, so erhielte man einen sehr verwickelten Ausdruck für r, der wesentlich von der gewöhnlich in den Handbüchern angegebenen Gleichung

$$(56)\qquad c = \frac{d\,t_m}{dx} = \frac{n}{r} = \pm\sqrt{g\,T_m}\left(1 + \frac{3\,h}{4\,T_m}\right) + V$$

oder

$$(56\text{a})\qquad c = \pm\sqrt{g\,(T_m + h)} + V$$

abweicht. Schon die Werte r_1 und r_2 der beiden Teilwellen sind keine einfachen Ausdrücke mehr, wie dies bei der Berechnung ohne Oberwasserzufluß noch der Fall ist. Sie lassen sich daher nach Gl. (16c), (16d) oder (16e) nicht mehr bestimmt darstellen. Die Fortschrittsgeschwindigkeit hängt danach wesentlich ab von dem Rauhigkeitsbeiwert k, der Geschwindigkeit des Oberwassers V, dem größten Gezeitenstrom e, der mittleren Querschnittstiefe T_m und der Schwingungszahl der Welle n. Bei den älteren Formeln erscheint nur die Wassertiefe und die Oberwassergeschwindigkeit. Da sich der Ausdruck Gl. (55) für c nicht bestimmt darstellen läßt, ist ein Vergleich beider Gleichungen nicht möglich. Die Verbesserung, die dieser rechnerisch so viel umständlichere Ausdruck bedeutet, muß an Zahlenbeispielen festgestellt werden. Für Näherungsrechnungen genügt der Ansatz der Gl. (56), in dem man dann $h = a$ setzen muß, um mit unveränderlichen Größen zu rechnen.

Für die Dämpfung α gibt es keinen einfachen Näherungswert. Es sei denn, man benutzt den Ausdruck der Gl. (17b), der die gleiche Form hat wie bei Kanälen ohne Oberwasserzufluß. Einen genauen Endwert entsprechend r gibt es nicht, da die HW.- und NW.-Linie der zusammengesetzten Welle die Form der Gl. (54) haben. Auf anderem Wege erhält man durch Differentiieren der Gl. (15d) die Thw.- und Tnw.-Zeit t_m

$$(57)\qquad \operatorname{tg} n\,t_m = \frac{a_0' e^{-\alpha_1 x}\cdot\sin(r_1 x - \varphi_0') - a_0'' e^{-\alpha_2 x}\cdot\sin(r_2 x - \varphi_0'')}{a_0' e^{-\alpha_1 x}\cdot\cos(r_1 x - \varphi_0') - a_0'' e^{-\alpha_2 x}\cdot\cos(r_2 x - \varphi_0'')}$$

und

$$(58)\qquad \begin{aligned} a &= e^{-\alpha_1 x} a_0'\cdot\cos(n\,t_m - r_1 x + \varphi_0') \\ &\quad + e^{-\alpha_2 x} a_0''\cdot\cos(n\,t_m - r_2 x + \varphi_0'') \\ &= e^{-\alpha_1 x} f_1(x) + e^{-\alpha_2 x} f_2(x). \end{aligned}$$

Dies ist keine einfache Exponentialfunktion mehr. Eine andere Darstellung (als Vektor) ist durch Gl. (19b) gegeben, jedoch ist dieser Ausdruck sehr umständlich.

Für Näherungsrechnungen würde es genügen, an seine Stelle eine einfache Exponentialfunktion oder eine Parabel zu setzen. Man erhält im ersteren Fall

$$(59)\qquad a = a_0 e^{-\alpha x} \quad\text{mit}\quad \alpha = -\frac{1}{L}\cdot\ln\frac{a_L}{a_0}$$

und im zweiten Fall

$$(59\text{a})\qquad a = a_0 - m\,x^2 \quad\text{mit}\quad m = \frac{a_0 - a_L}{L^2},$$

wenn a_0 und a_L als Randbedingungen gegeben sind. Jedoch nimmt diese Näherung keine Rücksicht auf die Gestaltung des Flußbetts. Sie kann daher nur für kurze Strecken benutzt werden, wo die Werte a_0 und a_L aus einer anderen Rechnung bekannt sind. Die beiden Gleichungen stellen daher eigentlich nur Zwischenrechnungsformeln dar, um zwischen zwei örtlich gegebenen Gezeitenlinien weitere Linien einzuschalten. Für diesen Zweck sind sie durchaus brauchbar, wenn die Strecken nicht zu lang werden. Insbesondere bei kurzen Verbindungsarmen lassen sich mit ihrer Hilfe die Gezeitengrößen ermitteln.

Für die Stundenlinien hat sich der Ausdruck der Gl. (15e) ergeben. Die obengenannten Vereinfachungen ergeben

$$(60)\qquad h = a_0 e^{-\alpha x}\cdot\cos n\left(t - \frac{x}{c} + \frac{\varphi_0}{n}\right)$$

oder

$$(60\text{a})\qquad h = (a_0 - m\,x^2)\cos n\left(t - \frac{x}{c} + \frac{\varphi_0}{n}\right).$$

Ebenso wie die senkrechten Gezeiten lassen sich auch die waagerechten Gezeitenströmungen durch Vektoren ausdrücken. Für die größte Strömung erhält man den gleichen Ausdruck wie in Gl. (54), nur daß an Stelle von a s zu setzen ist.

Der Einfluß des Oberwassers wird bei allen Gleichungen getrennt berücksichtigt und zu den eigentlichen Gezeitenwerten hinzugezählt. Außerdem wirkt es sich in der Größe des Vektors u aus. Ist dieser klein, so kann die Flußmündung wie ein Seekanal behandelt werden.

Ebenfalls durch einen Zusatz wird der Einfluß des Windes berücksichtigt. Zu beachten ist dabei, daß die Gezeitenvektoren nicht mehr unabhängig von der Zeit sind, daher stets nur für einen bestimmten Zeitpunkt gezeichnet werden können, da die Vektorenlänge a sich mit der Zeit vergrößert (Abb. 2).

c) Rauhigkeitsbeiwert.

Über den Rauhigkeitsbeiwert ist bereits an anderer Stelle gesprochen[1]).

6. Zusammenfassung.

Die Bestimmung der senkrechten und waagerechten Gezeiten in Flußmündungen geschieht jeweils für eine cos-Tide mit folgenden Schritten, die für jede Flußstrecke wiederholt werden müssen:

1. Berechnung eines mittleren Rauhigkeitsbeiwerts für die Gezeiten nach Gl. (14), (14a), (28a) bis (28d). Der Rauhigkeitsbeiwert hängt von der Wassertiefe ab und wird durch die genannten Gleichungen durch einen Mittelwert ersetzt und außerdem geradlinig anstatt quadratisch veränderlich gesetzt.
2. Berechnung des Vektors $u = \alpha + i\,r$, der die Dämpfung und Fortschrittsgeschwindigkeit der Gezeitenwellen angibt, nach Gl. (16), (16c), (16d), (16e).
3. Berechnung der Werte A bis D, die es ermöglichen, die verschiedenen Randbedingungen, die in der Natur gegeben sind, zu berücksichtigen, nach Gl. (20), (20b), (21), (21b), (22), (22b), (23), (23b), 42.

Man erhält dann die Randwerte der einzelnen Flußstrecken durch die Gl. (41a) bis (41f). Der Verlauf der Gezeiten in jedem Flußabschnitt kann dann nach den in Abschnitt 2 gegebenen Grundsätzen bestimmt werden.

Die Ungenauigkeit der Rechnung gegen die Natur liegt in den verschiedenen Vereinfachungen, die getroffen werden mußten. Sie ist stets im Auge zu behalten, am besten durch Anwendung der Verfahren auf den bestehenden Zustand, ehe sie zu Entwurfszwecken benutzt werden. Dabei empfiehlt es sich, die Darstellung der Gezeiten in der angegebenen Vektorform durchzuführen, die im übrigen auch bei natürlichen Gezeitenlinien, die nicht eine reine cos-Abhängige darstellen, angewendet werden kann, da sie nur die Schwingweite und den Gang (Thw.-Zeit) der Gezeit enthält.

Es sei hier noch erwähnt, daß zur Bestimmung von k nach Gl. (7) Wasserstands- und Geschwindigkeitsmessungen an mindestens zwei verschiedenen Querschnitten vorhanden sein müssen. Will man k_2 lediglich aus Wasserstandsmessungen bestimmen, dann muß man v aus Gl. (7) mit Hilfe von Gl. (7a) entfernen. Man erhält dann:

$$(61)\qquad \begin{aligned} g\,V_m^2\cdot\frac{dh}{dx} &+ 2\,g\,V_m\cdot\frac{dh}{dt} + 2\,k_2^2\,T_m V_m\cdot\frac{d^2 h}{dx\,dt} \\ &+ k_2^2\,T_m(V_m^2 - g\,T_m)\,\frac{d^2 h}{dx^2} + k_2^2\,T_m\cdot\frac{d^2 h}{dt^2} = 0. \end{aligned}$$

Die Wasserstandslinien müssen hierbei mindestens an drei Querschnitten bekannt sein, um den Wert k_2 für diesen Abschnitt zu erhalten. Ferner muß die Geschwindigkeit des Oberwasserabflusses V_m gegeben sein. Letztere kann aber auch den Beobachtungen entnommen werden, wenn man Messungen des Wasserstandes an vier Querschnitten zur Verfügung hat, ohne daß zwischen den vier Querschnitten ein Zu- oder Abfluß von Wasser infolge von Nebenflüssen oder Spaltungen stattfindet. $Q_m = V_m B\,T_m$ ist dann unveränderlich.

d) Gangverschiebung zwischen Wasserstand und Strom.

Die Gangverschiebung zwischen Wasserstand und Strom ist durch die Gl. (17), (18a) u. (18c) für die ein- und auslaufende Welle gegeben. Sie wächst danach mit steigender Dämpfung und Fortschrittsgeschwindigkeit und fällt mit steigendem Rauhigkeitsbeiwert k und zunehmender Wassertiefe. Ferner ist bei der reibungslosen Orbitalwelle ohne Zurückwerfen $\psi - \varphi = 180°$, d. h. der stärkste Ebbestrom tritt bei Tnw. und der stärkste Flutstrom bei Thw. auf, da der Ebbestrom und der Flutstrom bei MW. kentern[16]). Bei vollem Zurückwerfen (Abb. 17) fließt der größte Ebbestrom bei fallendem MW. und der größte Flutstrom bei steigendem MW., d. h. $\psi - \varphi = 90°$. In Wirklichkeit bewegt sich also die Gangverschiebung der endgültigen Welle zwischen 90° und 180°, je nach der Stärke des Zurückwerfens. In den deutschen Küstenflüssen wurden Werte zwischen 95° und 135° beobachtet. Dabei wächst $\psi - \varphi$ mit dem Abstand von der Umkehrstelle (Abb. 17), da dann die auslaufende Welle, die $\psi - \varphi$ vermindert, durch die Dämpfung immer kleiner wird. Eine große einlaufende Gezeit und eine geringe auslaufende Gezeit, also ein großer Winkel $\psi - \varphi$ sind wünschenswert. Demgegenüber unterliegen die Gangverschiebungen der ein- und auslaufenden Welle längs ihres Weges stärkeren Schwankungen. Sie nehmen oft größere Werte als die Gangverschiebungen der endgültigen Welle an.

e) Gangverschiebung zwischen einlaufender und auslaufender Welle.

Bei völligem Zurückwerfen beträgt die Verschiebung 0° für die Wasserstände und 180° für den Strom. Mit zunehmender Entfernung von der Umkehrstelle nimmt der erste Winkel zu, der zweite Winkel ab. In einem Fluß ohne völliges Zurückwerfen tritt das gleiche flußabwärts ein. Bei gleichmäßigem Querschnitt ist $\varphi'' - \varphi' = \varphi_0' - \varphi_0'' - (r_1 + r_2)\,x$, wobei r_2 wie immer mit negativem Vorzeichen einzusetzen ist. Der Größtwert hängt von der Länge des Flusses, d. h. von der Strecke $L - x$ ab, die die Welle zu durchlaufen hat. Es wurden bisher r-Werte zwischen 0,000 02 und 0,0001 gefunden, was einer Fortschrittsgeschwindigkeit $c = 7$ bis 1,5 m/sek entspricht. Letztere nimmt für ein- und auslaufende Welle flußabwärts mit abnehmender Rauhigkeit und Oberwasser sowie mit wachsender Tiefe zu.

Das Thw. der einlaufenden Welle liegt zeitlich meist nicht lange vor dem beobachteten Thw. der endgültigen Welle, während das Thw. der auslaufenden bedeutend schwächeren Welle um einen größeren Zeitabschnitt später liegt (Abb. 15).

Für die Gangverschiebung der Strömung gilt grundsätzlich das gleiche. Nur liegt in Anbetracht der Tatsache, daß sich ein- und auslaufende Welle voneinander abziehen, der Größtwert der endgültigen Strömung vor dem Größtwert der ein- und auslaufenden Strömung. Auch hier liegen einlaufende und endgültige Strömung zeitlich meist nahe zusammen.

f) Tidenhub.

Der Tidenhub der einlaufenden Welle nimmt stromaufwärts ab, der der auslaufenden Welle stromaufwärts zu. Die endgültige Welle folgt der einlaufenden. Bei reinem Zurückwerfen unterscheiden sich die Tidenhübe der beiden Teilwellen mit zunehmender Entfernung von der Umkehrstelle (Abb. 17). Dabei wird die einlaufende Welle stärker gedämpft als die auslaufende. Der Unterschied der Dämpfung nimmt stromaufwärts zu. Die Größe der Dämpfung des Tidenhubs bewegte sich bei bisher ausgeführten Berechnungen zwischen $\alpha = 0{,}000\,02$ und $0{,}000\,15$. Sie ist vorwiegend abhängig von der Rauhigkeit und Tiefe des Flußbetts und der Stärke des Oberwasserzuflusses [Gl. (16c)]. Sie wächst mit zunehmender Rauhigkeit, zunehmendem Oberwasserzufluß und abnehmender Tiefe. Infolge der geringeren Bedeutung der auslaufenden Welle nähert sich die Dämpfung der endgültigen Welle der der einlaufenden Welle, je weiter stromabwärts beide verglichen werden. Als rohe Näherung kann daher in manchen Fällen die Vernachlässigung der auslaufenden Welle dienen.

g) Einfluß der Querschnittsabmessungen.

Der unmittelbare Einfluß der Querschnittsabmessungen auf die Dämpfung, der in gleichem Maße für die Fortschrittsgeschwindigkeit der Welle gilt, wurde bereits erwähnt. Außerdem wirkt sich ein Wechsel der Querschnittsabmessungen aber auf die Gestaltung der Randbedingungen aus. In Abb. 15b ist der plötzliche Übergang von einem weiten in einen engen Querschnitt dargestellt. Abgesehen von den Veränderungen der Dämpfung und Fortschrittsgeschwindigkeit in Abb. 15c, zeigen Abb. 15a, 15d u. 15e einen plötzlichen Sprung in den Ordinaten der einlaufenden und auslaufenden Welle. Nur die endgültige Welle geht stetig durch den Querschnittsprung hindurch. Der Begriff der einlaufenden und auslaufenden Welle wird hierdurch undeutlich, da man sich eine solche Welle mit Sprüngen nicht vorstellen kann. Diese würden auch nicht auftreten, wenn, wie das fast immer der Fall ist, der Querschnittswechsel sich stetig vollziehen würde. Die plötzliche Verengung des Querschnitts läßt die einlaufende Welle am Punkt 2 etwas zurückbleiben und vor allem anwachsen. Die in umgekehrter Richtung auslaufende Welle vergrößert sich dagegen beim Eintritt in den weiteren Querschnitt und bleibt dabei ebenfalls zurück. Diese Erscheinungen ergeben sich aus der mathematischen Fassung der Randwertaufgabe. Es ist nicht ohne weiteres möglich, hierzu eine widerspruchsfreie Erklärung in der Natur zu finden.

Betrachtet man in Abb. 15e den Abfall der endgültigen Thw.-Linie, so zeigt sich ein stärkerer Abfall in der Strecke des geringeren Querschnitts. Liegt eine solche Strecke zwischen zwei anderen mit größerem Querschnitt (Hindernis, Barre), so würde, wie man ohne weiteres sieht, die Beseitigung des Hindernisses einen gleichmäßigen Abfall über die Gesamtstrecke nach einer Exponentiallinie bedeuten. Das bedeutet aber, daß in einem solchen Fall unterhalb des Hindernisses der Tidenhub verringert und oberhalb vergrößert wird. Das Umgekehrte gilt für die Schaffung eines Hindernisses, wozu auch auch das Oberwasser zu rechnen ist.

h) Strömungsstärke.

Für die Strömungsstärke gelten die gleichen Aussagen, die zuvor über den Tidenhub gemacht wurden. Gemäß Annahme unterliegen beide der gleichen Dämpfung und haben die gleiche Fortschrittsgeschwindigkeit. An Querschnittsübergängen treten die gleichen Sprünge auf. Zwischen Tidenhub und größter Strömungsstärke bestehen die Beziehungen der Gl. (18a) u. (18c). Danach sind Strömungsstärke und Tidenhub beider Teilwellen unmittelbar verhältnisgleich. Der Verhältnisbeiwert [s. auch Gl. (4) u. (19a)] nimmt ab mit zunehmender Tiefe, Dämpfung und abnehmender Fortschrittsgeschwindigkeit, also mit zunehmender Rauhigkeit und zunehmendem Oberwasserzufluß.

i) Oberwasserzufluß.

Die Wirkung des Oberwasserzuflusses äußert sich nach Gl. (16c) wie eine Verringerung der Wassertiefe oder eine Erhöhung der Rauhigkeit für die einlaufende und für die endgültige Welle. Die Fortschrittsgeschwindigkeit und Dämpfung der beiden Teilwellen werden infolge des Oberwasserzuflusses verschieden groß. Dabei wird die mit dem Oberwasser auslaufende Welle begünstigt. Gegen die Mündung nimmt der Einfluß des Oberwassers immer mehr ab. Erkennbar ist dessen Größe an dem zweiten Glied der Gl. (16c), das beim Fehlen des Oberwassers zu Null wird. Mit wachsendem Oberwasser nimmt im unteren Teil des Flusses die Dämpfung der einlaufenden Welle ab und die Fortschrittsgeschwindigkeit zu. Nur im oberen Teil des Flusses ist das Umgekehrte der Fall. Bei der auslaufenden Welle gilt (absolut) das gleiche. Diese Uneinheitlichkeit liegt daran, daß Dämpfung und Fortschrittsgeschwindigkeit mit zunehmendem Oberwasserzufluß und abnehmender Tiefe sich im gleichen Sinne ändern. Da aber mit zunehmendem Oberwasser auch die Tiefe zunimmt, ist es fraglich, welcher Einfluß den Ausschlag gibt. Meist überwiegt im oberen Teil des Flußgebiets der Oberwasserzufluß, während im unteren Teil die Zunahme der Tiefe sich mehr auswirkt.

k) Zerlegung der Gezeiten.

Die vorhergehenden Untersuchungen haben gezeigt, daß das Verhalten der Gezeitenwelle in Tideflüssen wesentlich durch die Größe der ein- und auslaufenden Gezeit gekennzeichnet wird. Es ist daher notwendig, daß man die beobachtete Gezeitenwelle in ihre beiden Bestandteile zerlegen kann.

Die Aufgabe, eine Reihe von beobachteten Gezeitenlinien längs eines Flusses in den Anteil der ein- und auslaufenden Welle zu zerlegen, führt zunächst auf eine Zerlegung der beobachteten endgültigen Gezeitenlinien in einzelne cos-Linien, ohne die eine rechnerische Behandlung nicht möglich ist. Diese Zerlegung einer beliebig geformten Gezeitenlinie in mehrere cos-Linien verschiedener Schwingzahl wird nach dem Verfahren der harmonischen Analyse durchgeführt, das an anderer Stelle beschrieben ist[18]). Jede der dabei ermittelten cos-Linien ist nun weiter in zwei cos-Linien derselben Schwingzahl zu zerlegen, die der ein- und auslaufenden Welle entsprechen. Diese Zerlegung kann nach Gl. (24) bis (24i) ohne weiteres für zwei Gezeitenlinien vorgenommen werden, wenn die Abmessungen der Strecke zwischen ihnen und damit die Dämpfung und Fortschrittsgeschwindigkeit nach Gl. (16c) bekannt sind. Für ein und dieselbe Gezeitenlinie erhält man bei Querschnittswechsel nach Abb. 15 (siehe Punkt 2) zwei verschiedene Zerlegungen, eine für die obere und eine für die untere Strecke. Das liegt an der sprunghaft angesetzten Änderung des Querschnitts und kann dadurch ausgeglichen werden, daß man das gewöhnliche oder gewogene Mittel der beiden einander entsprechenden Teillinien nimmt. Gl. (24c) gibt den Einfluß der zurückgeworfenen Welle und damit die Zulässigkeit des Näherungsverfahrens in Abschnitt 4d an. Es läßt sich daraus entnehmen, daß die einlaufende und die endgültige Welle einander desto ähnlicher sind, je mehr die Dämpfung und Fortschrittsgeschwindigkeit, die beobachtet werden, sich den nach Gl. (16c), (16d), (16e) oder (44) berechneten Werten nähern, denn a_0'' wird Null, wenn $\frac{\varphi_0 - \varphi_L}{L} = r_1$ und $a_L = a_0\,e^{-\alpha_1 L}$ ist oder das berechnete $\alpha_1 = \frac{1}{L} \cdot \ln \frac{a_0}{a_L}$ ist. Die Tatsache, daß bei jeder Querschnittsänderung sich α und r ebenfalls ändern, erschwert die Nachprüfung der Gültigkeit der entwickelten Integration der Gezeitengleichung in der Natur, die eben einen gleichbleibenden Querschnitt auf der Prüfstrecke verlangt. Fehler in der Wirklichkeitsnähe der Gleichungen verbessern sich selbst, indem die Zerlegung in ein- und auslaufende Welle so verändert wird, daß das Ergebnis mit der Natur übereinstimmt. Oder anders gesagt: die vereinfachenden Annahmen, die getroffen werden mußten, verfälschen die Zerlegung der Gezeit in einem Maß, das im allgemeinen nicht nachprüfbar ist. Da aber die bisher durchgeführten Rechnungen befriedigende Ergebnisse zeitigten, darf angenommen werden, daß sich die grundsätzlichen Fehler in zulässigen Grenzen halten.

[18]) Zipperer, Tafeln zur harmonischen Analyse periodischer Funktionen. Berlin 1922, Springer. — v. Sanden, Mathematisches Praktikum, S. 109. Leipzig 1927. — M. Rauschelbach, Harmonische Analyse der Gezeiten des Meeres, I. Teil. Archiv der Deutschen Seewarte 42 (1924), Heft 1. — H. Thorade, Ebbe und Flut. Berlin 1941, Springer.

Joseph Melan †.

Hofrat Professor Dr.-Ing. e. h. Joseph Melan, der Nestor der Deutschen Technischen Hochschule in Prag, ist dort am 6. Februar 1941 im 88. Lebensjahre gestorben. Mit ihm verliert die technische Wissenschaft und Forschung einen ihrer bedeutendsten Gelehrten, der Brückenbau einen seiner genialsten Meister.

Am 18. November 1853 in Wien geboren, studierte Melan an der Ingenieurschule der Wiener Technischen Hochschule. Nach der zweiten Staatsprüfung, die der heutigen Diplomprüfung entspricht, unterzog sich Melan noch der strengen Diplomprüfung, wie sie im alten Österreich vor der Einführung des Doktorgrades der technischen Wissenschaften bestand und erwarb dadurch den damals recht seltenen akademischen Grad eines „Diplomingenieurs". Nachdem er einige Jahre hindurch als Assistent und Konstrukteur an der Wiener Technischen Hochschule und gleichzeitig auch praktisch tätig gewesen war, habilitierte er sich an dieser Hochschule als Dozent, wurde aber schon 1886 zum Professor für Baumechanik an der Deutschen Technischen Hochschule in Brünn ernannt, wo er dann im Jahre 1894 die Lehrkanzel für Brückenbau übernahm. Im Jahre 1902 wurde Melan als Professor des Brückenbaues an die Deutsche Technische Hochschule nach Prag berufen. Hier wirkte er dann mehr als ein Vierteljahrhundert, da er seinen Lehrstuhl in voller Spannkraft und Frische noch fünf Jahre über die gesetzliche Altersgrenze hinaus, nämlich bis zu seinem 75. Lebensjahr, betreute. In den Studienjahren 1895 bis 1896 bekleidete er das Amt des Rektors an der Brünner, im Studienjahr 1903 bis 1904 das gleiche Amt an der Prager Deutschen Technischen Hochschule.

Es ist wohl eines der größten Verdienste Melans, als Mitbegründer der Eisenbetontheorie den schwierigen Spannungsverlauf im Innern eines Verbundkörpers in einer uns heute als selbstverständlich erscheinenden Weise der statischen Berechnung zugänglich gemacht zu haben. Es mutet uns als kaum glaublich an, daß Melan in den ersten Jahren seiner Prager Tätigkeit, also etwa im Zeitraum von 1902 bis 1905, erst die Grundzüge der Eisenbetonbauweise in Sondervorträgen entwickeln mußte, ehe er überhaupt an die Vorlesungen über Beton- und Eisenbetonbrücken herantreten konnte.

Neben diesen bahnbrechenden Leistungen im Lehramt führte Melan seine scharfsinnigen Forscherarbeiten und Großversuche zur Klärung wichtiger Fragen der Verbundbauweise durch. Seinen Schülern, die heute weit über die Grenzen der Heimat hinaus tätig sind, ist er nicht nur in der Studienzeit, sondern auch in der Praxis, wann und wo immer sie ihn riefen, ein treuer Führer und Berater geblieben, der ihnen stets die richtigen Wege zur Lösung neuer Aufgaben wies.

Kennzeichnend für das Wirken Melans ist, daß er stets in innigster Fühlung mit der Praxis, diese befruchtend und von ihr wieder Anregung empfangend, geschaffen hat.

Bei der Verwirklichung seiner steifbewehrten Eisenbetongewölbe im Brücken- und Hallenbau arbeitete er zunächst mit der Bauunternehmung Pittel & Brausewetter zusammen. Von den 19 Melan-Bogenbrücken, die in den Jahren 1894 bis 1914 durch diese Gesellschaft entweder nach Entwürfen Melans oder im Zusammenarbeiten mit ihm ausgeführt worden sind, ist die Schwimmschulbrücke in Steyr (1898) mit 42,6 m Spannweite die weitestgespannte; sie erregte damals als flachste Bogenbrücke der Welt mit $^1/_{16}$ Stich nicht geringes Aufsehen.

Die beim Entwurf und beim Bau dieser Brücken in den Alpen- und Sudetenländern gewonnenen Erfahrungen wurden bei den immer kühner werdenden steifbewehrten Eisenbetonbrücken verwertet, die in der Schweiz (Chauderon-Montbenon, Sepey) und in Italien (Brücke über den Tagliamento bei Pinzano und die Polceverabrücke in Genua) nach Melans Entwürfen und in Amerika nach fremder Entwurfsarbeit ausgeführt wurden.

Bei der im Jahre 1929 fertiggestellten Bogenbrücke über die Ammer bei Echelsbach (130 m Spannweite), wurden die Gedankengänge Melans neuerlich verwertet.

Aber nicht nur auf dem Gebiete des Eisenbetons und seiner Anwendung im Brückenbau hat der Name Melan Weltruf erlangt. Gleich hervorragende Leistungen verdankt auch der Stahlbrückenbau dem Verewigten, und zwar insbesondere auf dem Gebiete der Hängebrücken. Bekannt sind seine Arbeiten für das New Yorker Ingenieurbüro Lindenthal (eines gebürtigen Brünners) und von diesen besonders die Nachrechnung der Williamsbrücke in New York (versteifte Kabelbrücke von 487 m Stützweite) und die Nachrechnung der Hellgatebrücke der New Yorker Verbindungsbahn (300 m Stützweite). Noch in seinen spätesten Lebensjahren arbeitete er mit bewundernswerte Frische an dem Entwurf der neuen Stahlbrücke über die Elbe in Aussig, die mit 123,6 m Spannweite ihrer Hauptöffnung das weitestgespannte Brückenbauwerk des Sudetenlandes ist.

Trotz seiner vielseitigen Betätigung als Lehrer, Forscher und entwerfender Ingenieur war Melan im technischen Schrifttum außerordentlich fruchtbar. Von seinen zahlreichen Veröffentlichungen seien nur die Kapitel „Gewölbetheorie" und „Bogenbrücken" im Handbuch für Eisenbetonbau sowie die Abschnitte über „Bogen- und Hängebrücken" im Handbuch der Ingenieurwissenschaften genannt.

Das in seinen Vorlesungen gelehrte Wissen vom Holz-, Stein-, Beton-, Eisenbeton- und Stahlbrückenbau hat Professor Melan in seinem vierbändigen Werk „Der Brückenbau" niedergelegt. Diese umfassende Arbeit führt den Studierenden in Theorie und bauliche Erfahrung ein, und der Praktiker bedient sich seiner als eines wertvollen Hilfsmittels zur Auffrischung seines Wissens.

Der von Melan herausgegebene Österr. Ingenieur- und Architektenkalender hat viele Jahrzehnte hindurch als sehr beliebtes Nachschlagewerk für alle Gebiete des Bauingenieurwesens gedient.

Bei all seinen großen Erfolgen zeichnete diesen in der Stille emsig schaffenden Gelehrten eine übergroße Bescheidenheit aus. Unvergeßlich bleibt seinen Hörern die Stelle in seinen Vorlesungen, an der er dem schlaffbewehrten Beton, also der Bauweise Hennebiques, die Bauweise mit steifer, das Gerüst mittragender Bewehrung gegenüberzustellen hatte und diese dann mit unverkennbarer Hemmung als seine Bauweise bezeichnete.

Seinen Schülern war es eine besondere Auszeichnung, ihrem unvergeßlichen Lehrer durch Herausgabe einer Festschrift zu seinem 70. Geburtstag (Verlag Deuticke, Wien-Leipzig) einen kleinen Teil ihres Dankes abstatten zu dürfen.

Zahlreiche ehrenvolle Berufungen an andere Hochschulen hat Melan abgelehnt. Er hat auf dem heißumkämpften Boden Prags ausgeharrt und der ältesten Deutschen Technischen Hochschule die Treue gehalten, ohne zu ahnen, daß er die Tage der Befreiung und die Sicherung des Bestandes der Hochschulen, an denen er gewirkt, noch erleben würde.

Melan war es vergönnt, sein Lebenswerk bis an die äußersten Grenzen, die dem Menschen gesetzt sind, zu vollenden und an seinem Lebensfeierabend feststellen zu können, wie sich der weitere Fortschritt auf den Ergebnissen seines Forschens und Schaffens aufbaute.

Die zahlreichen Brücken, die nach Melans Bauweise oder nach seinen Berechnungen in der Alten und Neuen Welt dem Verkehr dienen, sind stumme Zeugen für den Ruhm ihres Schöpfers.

„In seinen Schülern aber arbeitet das Wesen
des Lehrers, neues Leben schaffend, fort."

(Gustav Freytag, Die verlorene Handschrift.)

Machaczek.

Vermischtes.

Dr. Georg Prange, ordentl. Professor für technische Mechanik an der Technischen Hochschule Hannover, ist im Alter von 56 Jahren gestorben. Er ist durch seine Arbeiten über die mathematische Behandlung technischer Aufgaben und durch eine Geschichte der analytischen Mechanik hervorgetreten.

Staatliches Materialprüfungsamt in Berlin-Dahlem. Der ordentliche Professor für Materialprüfungen und Werkstoffkunde an der Technischen Hochschule in Stuttgart, Dr.-Ing. Siebel, ist zum Präsidenten des Materialprüfungsamtes in Berlin-Dahlem ernannt worden.

Tagung des Deutschen Beton-Vereins in München. Am Mittwoch, dem 9. April, werden nach einer Ansprache des Vorsitzenden, Regierungs- und Baurats a. D. Dr.-Ing. W. Nakonz sprechen:

Ministerialdirektor Dr. Knipfer im Reichsluftfahrtministerium, Inspekteur des Luftschutzes, über die Bedeutung des Schutzraumbaues im Rahmen der Luftverteidigung; Dipl.-Ing. Weiß, der Leiter des Ausschusses für Luftschutz bei der Fachgruppe Bauwesen im NSBDT., über die Auswertung des Wettbewerbes „Alarm" der Fachgruppe Bauwesen unter Bekanntgabe der Preisträger und ihrer Entwürfe; Professor Dr.-Ing. Lutz Pistor, der Rektor der Technischen Hochschule in München, über Arbeiten deutscher Firmen im Ausland; Professor Otto Graf, Direktor des Instituts für die Materialprüfungen des Bauwesens in Stuttgart, über die Gütesteigerung des Betons seit 1918; Dr.-Ing. Hermann Grengg, Vorstandsmitglied der Alpen-Elektrowerke AG. in Wien, über einen Großwasserkraftausbau im Arbeitsgebiet der Alpen-Elektrowerke; Baurat e. h. Ingenieur Robert Deifel, Ziv.-Ing. für Bauwesen und Hochbau in Graz, über die Baustelleneinrichtung und Durchführung des Drau-Kraftwerkes in Schwabeck und Professor B. Löser in Dresden über Schalung und Rüstung. Sämtliche Vorträge mit Ausnahme des ersten werden von Lichtbildern unterstützt.

Die Tagung findet im Hotel Bayerischer Hof (Ritter- v.-Epp-Platz 6) statt. Sie beginnt mit einer Mitgliederversammlung am 8. April um 15 Uhr. Die Vortragstagung ist für den 9. April von $9^1/_2$ bis 19 Uhr vorgesehen. Wir werden über die Vorträge berichten.

Tagung der Erfahrungsgemeinschaften der Bauwirtschaft. Vom 28. Februar bis 2. März d. J. tagten im Reichsautobahn-Rasthaus am Chiemsee die Erfahrungsgemeinschaften des Generalbevollmächtigten für die Regelung der Bauwirtschaft[1]). Die Tagung fand in Anwesenheit von Reichsminister Dr. Todt statt und begann mit einem Bericht der Vorsitzenden der einzelnen Erfahrungsgemeinschaften über die bisher geleistete Arbeit. Es berichteten Professor Streck über Nachwuchsfragen, Professor Friedrich über Leistungssteigerung, Professor Löser über Lohngestaltung, Professor Dr.-Ing. Hotz über Arbeitsvorbereitung, Baurat Habild über Baumaschinen und -geräte, Dr.-Ing. Mayer-Heinrich über den Umfang der Bauaufgaben und die Leistungsfähigkeit der Bauwirtschaft, Oberbaurat Schnell über Rechts- und Verdingungsfragen und Dr.-Ing. Knüttel über Rationalisierung im Hochbau. Besonders behandelt wurden alle Aufgaben, die die Bauwirtschaft im Zusammenhang mit den Wohnungsbauplänen zu bewältigen hat. Am zweiten Tage sprachen Direktor Schaipp über die Mängel bei der Leistungsführung der Betriebe und ihre Behebung, Direktor Dr.-Ing. Arndt über Hand- und Kopfarbeiternachwuchs als die wichtigste Voraussetzung für die Ausweitung der Leistungsfähigkeit der Bauwirtschaft, Direktor Niemax über Leistungs- oder Stücklohn zur Steigerung der Arbeitsleistung und Professor Neufert über Vereinheitlichung von Baustoffen, Baumaßen und Bauweisen als Grundlage zur Leistungssteigerung im Wohnungsbau. Das Ergebnis der Besprechungen war Übereinstimmung über die weitere Arbeit. Eine Reihe von Erkenntnissen wird im Benehmen mit den zuständigen Reichsstellen zu Ergänzungen bestehender Verordnungen oder zu neuen Bestimmungen Anlaß geben. Darüber hinaus brachte die Tagung zum Ausdruck, daß die Aufgaben der Bauwirtschaft in der kommenden Zeit noch stärker als bisher politisch zu sehen sind.

Fortschritte des Straßenbaues im Osten. Die Forschungsgesellschaft für das Straßenwesen e. V. im NSBDT., Arbeitskreis Straßenbau der Fachgruppe Bauwesen, veranstaltete im Rahmen einer Sitzung der Arbeitsgruppe „Planung, Straßengestaltung und Verkehr" am 6. März d. J. in Berlin eine Vortragsreihe. Landesoberbaurat Kind, Wiesbaden, gab als Obmann der Arbeitsgruppe ein Bild der bisherigen Forschungsarbeiten. In einem Lichtbildervortrag veranschaulichte Ministerialrat Auberlen beim Generalinspektor für das deutsche Straßenwesen die gewaltigen Straßenbauarbeiten, die im Osten seit dem Feldzug der 18 Tage durchgeführt und in Angriff genommen sind. Er schilderte zunächst die Arbeit der den deutschen Truppen auf dem Fuße folgenden Straßen- und Brückenbautrupps, die schon im Herbst 1939 2600 km Straßen fahrbar gemacht und über 150 Brücken hergestellt oder verstärkt hatten. Bereits im Winter 1940 stand eine vorläufige Straßenbauverwaltung, die sofort die Arbeiten aufnahm, um das 37000 km umfassende Wegenetz dauerhaft in Ordnung zu bringen. Ende des Jahres 1940 waren 5600 km Straßen im Ausbau begriffen oder ausgebaut und insgesamt 27 Brücken wiederhergestellt. Das war bei der schwierigen Baustoffbeschaffung eine große Leistung. Neue Bodenvermörtelungsverfahren wurden mit gutem Erfolge erprobt, weitere Großversuche laufen. Weiterhin sind Baumschulen geschaffen worden. Um Schneeverwehungen vorzubeugen, werden seitlich der Straßen Heckenpflanzungen angelegt. Auch im Brückenbau wurden vorbildliche Leistungen erzielt; so wurde u. a. eine Brücke von 1200 m Länge in der kurzen Zeit von $7^1/_2$ Monaten als endgültiges Bauwerk hergestellt.

[1]) Bautechn. 1940, Heft 53 54, S. 624 (Arbeitstagung der Wirtschaftsgruppe Bauindustrie).

Weiter sprach Oberregierungs- und -baurat Schuppan vom Polizeipräsidium Berlin über die Verkehrsregelung in europäischen Großstädten und endlich berichtete Dipl.-Ing. Croce, der Leiter der Schneeforschungsstelle beim Generalinspektor für das deutsche Straßenwesen, über Fortschritte mit Schneeräumgeräten.

Zum Einsturz der Hängebrücke Tacoma (USA.)[1]) macht Herr Architekt Clormann in Hanau darauf aufmerksam, daß bereits Professor Dr.-Ing. Schachenmeier im Jahre 1924 in seinem Aufsatz über die Hudson-Brücke in New York[2]) darauf hingewiesen hat, daß bei amerikanischen Großbrücken die Windkräfte nicht genügend berücksichtigt werden. Er hat damals geschrieben:

„Es ist eigentümlich und für uns deutsche Ingenieure unbegreiflich, daß die amerikanischen Entwürfe in Höhe der Fahrbahn keinen eigentlichen Windverband vorsehen. . . . Als Begründung dieser Maßnahme wird meistens angegeben, daß die große Masse des Systems allein schon ausreichend sei, den waagerechten Kräften zu widerstehen. Mir kommt es jedoch unverantwortlich vor, gerade bei den allergrößten Brücken den Einfluß der Windkräfte so leicht zu nehmen, während bei jeder kleinen und mittleren Brücke nach den Vorschriften aller Länder eine Windkraft von 150 bzw. 250 kg/m² in Rechnung gestellt wird. Es könnte sich als ein verhängnisvoller Irrtum erweisen, den Windkräften nur durch Entgegenstellung einer möglichst großen Masse, statt eines geeigneten, möglichst steifen Tragsystems begegnen zu wollen."

Unfallverhütung. Zwischen Schacht und Kippe, Geschichten aus der Wirklichkeit[3]) nennt sich ein kleines Heft, das in sechs kleinen flott geschriebenen Erzählungen das Leben auf Tiefbaustellen schildert und dabei dem Leser unauffällig zeigt, wie durch Leichtsinn und Gedankenlosigkeit Betriebsunfälle entstehen. Die kurzen Geschichten sind so nett und spannend geschrieben, daß die, die es angeht, die Arbeiter vom Lehrling bis zum Schachtmeister, sie gern lesen werden. Und das, was davon im Gedächtnis haften bleibt, wird sicher ausreichen, um manche Unfälle zu verhüten. Die Beschaffung zur Verteilung auf den Baustellen wird daher empfohlen.

Personalnachrichten.

Deutsches Reich. Wasserwirtschaftsverwaltung. Ernannt: Bauassessor Rudolf Franke in Braunschweig und Regierungsbauassessor Patrik Huber in Düsseldorf zu Regierungsbauräten; — Regierungsbaurat Semmler in Allenstein zum Regierungs- und -baurat.

Versetzt: die Regierungsbauräte Heinz Ulrich Müller von Braunschweig nach Potsdam, von Plocki von Posen nach Husum, Hermann Meyer von Stade nach Liegnitz, Walter Martens von Magdeburg nach Pultusk, Albert Voge von Stargard nach Frankfurt/O.

Hochschulnachrichten. Dr.-Ing. Schorn in Köln ist unter Ernennung zum ordentlichen Professor in der Abteilung für Bauwesen der Technischen Hochschule Darmstadt der Lehrstuhl für Statik übertragen worden.

Die Technische Hochschule Braunschweig hat dem Wehrwirtschaftsführer, Herrn Dr.-Ing. e. h. Johannes Gollnow, dem Betriebsführer des Stahlbauwerkes J. Gollnow & Sohn in Stettin, „in Anerkennung seiner hervorragenden Verdienste um die Entwicklung des Deutschen Stahlbaues und in Würdigung seiner der Technischen Hochschule Braunschweig erwiesenen Förderungen" die Würde eines Ehrensenators verliehen.

Reichsbahnrat Dipl.-Ing. Pauli ist beauftragt worden, in der Abteilung für Bauingenieurwesen der Technischen Hochschule Wien das Fach „Eisenbahnsicherungsanlagen und Fernmeldetechnik" in Vorlesungen und Übungen zu vertreten.

[1]) Bautechn. 1941, Heft 7, S. 83.
[2]) Bautechn. 1924, Heft 40, S. 441.
[3]) Verfasser Diedrich Helm. Heft 4 der zweiten Reihe der Unfallverhütungsschriften. Berlin, Erich Schmidt. Preis 0,30 RM. Bei Mehrbezug Ermäßigung.

Berichtigung. Im Aufsatz Feil über Flächenschwerpunkte, Heft 10/11, S. 120, muß die Gl. (1) (oben links) lauten:

$$v = \frac{1}{3} \sum b. \qquad (1)$$

In der gleichen Spalte, Zeile 7 von unten, ist die Gleichung richtig angegeben.

Verantwortlich für den Inhalt: Dr.-Ing. Erich Lohmeyer, Oberbaudirektor a. D., Berlin-Steglitz, Am Stadtpark 2. — Verlag: Wilhelm Ernst & Sohn, Verlag für Architektur und technische Wissenschaften, Berlin W 9. — Druck: Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.