

# DIE BAUTECHNIK

18. Jahrgang

BERLIN, 16. August 1940

Heft 35

Alle Rechte vorbehalten.

## Wiederherstellung einer stark beschädigten steinernen Talbrücke.

Von Oberreichsbahnrat Leopold.

Wir haben in den letzten Jahren mehrere große steinerne Talbrücken instand gesetzt. Das Grundsätzliche und Wesentliche einer solchen Ausführung soll, ohne daß auf Einzelheiten eingegangen wird, kurz geschildert werden.

Abb. 1 zeigt eines dieser Bauwerke. Die zweigleisige, 65 Jahre alte, in einer 380-m-Krümmung liegende Brücke hat 12 Öffnungen von je 20 m Lichtweite. Höhe der S.O. über Talsohle rd. 27 m. Das Mauerwerk war vollständig wasserdurchlässig; bei Regenwetter lief das Wasser aus den Fugen der Gewölbeleibungen heraus, im Winter hingen meterlange Eisgebilde unter den Gewölben. Durch das Wasser und den Frost in Verbindung mit dem Seitendruck der Bettung auf die Stirnmauern waren erhebliche Schäden entstanden.

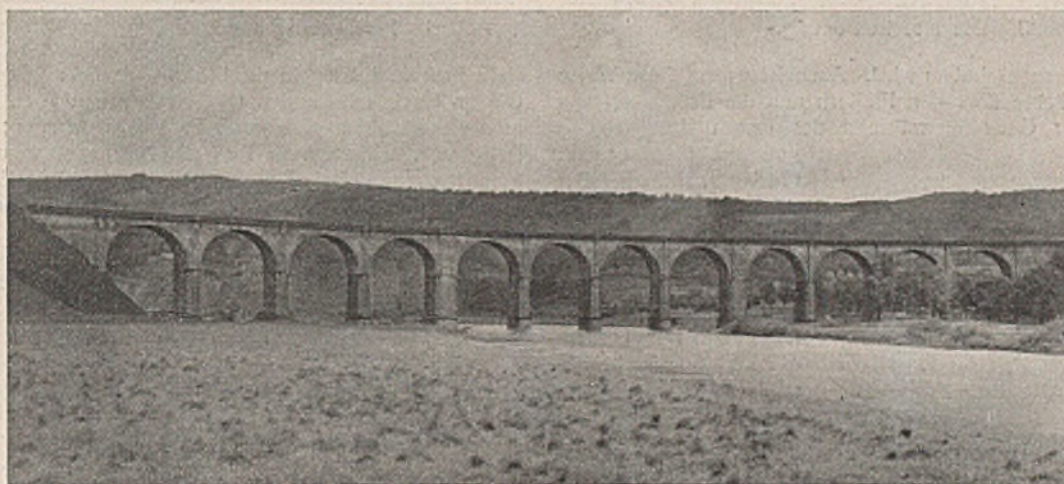


Abb. 1. Ansicht des alten Bauwerks.

Abb. 2 zeigt oben einen Längsschnitt durch das Widerlager des Bauwerks mit anschließenden Bogen, darunter drei Querschnitte. Die Übermauerung oder der Aufbau über den großen Bogen und den Doppelpfeilern der Widerlager besteht aus quer zum Gleis gewölbten Spargewölben, die von zu den Gleisen gleichlaufenden gemauerten Zungen getragen werden. Aus den Schnitten A—B und E—F sind diese Spargewölbe zu ersehen. Die Scheitel der äußeren Spargewölbe weisen durch das Ausweichen der Stirnmauern bis 5 cm breite durchgehende Risse auf, die in den Schnitten A—B und E—F angedeutet sind. Die die Spargewölbe tragenden inneren Zungen waren über den Widerlagern und den Pfeilern noch durch weitere Sparöffnungen unterbrochen, so daß die Zungen an diesen Stellen in einzelne kleinere Pfeiler aufgelöst waren (vgl. den Längsschnitt oben auf Abb. 2).

Auch diese kleinen Pfeiler waren über den Widerlagern wahrscheinlich durch Setzung des hohen Damms sehr stark gerissen, wie in dem Längsschnitt angedeutet.

Die nächsten Abbildungen zeigen die vorgefundenen Schäden in der Wirklichkeit; Abb. 3 die vollständig verwitterte alte Brüstung, Abb. 4 den Riß in einem der äußeren Spargewölbe nach Freilegung von oben, Abb. 5 einen der inneren Pfeiler des Aufbaues mit dem von links oben nach rechts unten durchgehenden Riß, Abb. 6 einen anderen noch stärker zerstörten Pfeiler, wie wir ihn im Innern des Bauwerks vorgefunden haben. Die beiden letzten Aufnahmen sind mit Blitzlicht gemacht. Es ist anzunehmen, daß seit vielen Jahren kein

Mensch das Innere des Bauwerks zur Untersuchung betreten hat, da die Einsteigeöffnungen über den Pfeilern verschüttet waren.

Die Wiederherstellung ist so vorgenommen worden, daß die Gleise nacheinander außer Betrieb gesetzt wurden. Gleis und Bettung wurden entfernt, ebenso sämtliche Mauerwerksteile bis zur Oberkante der Spargewölbe einschließlich der alten unwirksam gewordenen Dichtungsschicht.

Darauf wurde eine Eisenbetonplatte übergelegt, die den ganzen Aufbau zusammenhält. Die Eisenbetonplatte ist im Längsschnitt und in den Querschnitten der Abb. 2 durch die schwarzen Flächen dargestellt. Sie krägt beiderseits nach außen etwas vor, so daß ein Gleisabstand von 4,0 m und eine Entfernung von 2,35 m zwischen Gleismitte und Geländerinnenkante möglich wurde (Querschnitte der Abb. 2). Aus dem Längs-

schnitt der Abb. 2 ist zu ersehen, daß die Eisenbetonplatte dachförmig gestaltet worden ist, entsprechend dem Verlauf der ebenso ausgeführten Spargewölbe, die nach den Pfeilmitteln ansteigen, so daß die bereits vorhandene Scheitelentwässerung der Gewölbe erhalten blieb. Lediglich die S.O. ist etwas höhergerückt worden. Über den Widerlagern liegt die neue Eisenbetonplatte nicht unmittelbar auf den Spargewölben, sondern sie ist vom Scheitel des letzten großen Bogens mit Gefälle hinter das Widerlager geführt, wobei der Zwischenraum zwischen der Eisenbetonplatte und den Spargewölben mit Magerbeton ausgefüllt wurde (Abb. 2, Längsschnitt und Querschnitt A—B).

Die gerissenen inneren Pfeiler des Aufbaues sind mit Eisenbeton ummantelt worden.

Abb. 7 zeigt die das Betriebsgleis stützende Bohlwand im ersten Bauabschnitt. Die Schienenpfosten sind mit ihrem unteren Ende in die alte Übermauerung eingeklassen, oben sind sie durch Rundisen mit der alten Stirnmauer verankert. Auf diese Weise konnte die erste Hälfte des Bauwerks (links auf der Abbildung) zur Aufbringung der Eisenbetonplatte, die in der Querrichtung durch Fugen unterteilt wurde, vollständig freigelegt werden. Dabei ist es unbedingt erforderlich, daß die Bohlwand so dicht wie möglich vor die Köpfe der Schwellen gesetzt wird, damit im ersten Bauabschnitt die größere Hälfte der Bauwerksoberfläche freigelegt werden kann. Der Anschluß der Dichtungsschicht der zweiten an die erste Hälfte ist dann später ohne Schwierigkeit herzustellen, wenn die Bohlwand für das umgelegte Betriebsgleis wiederum hart

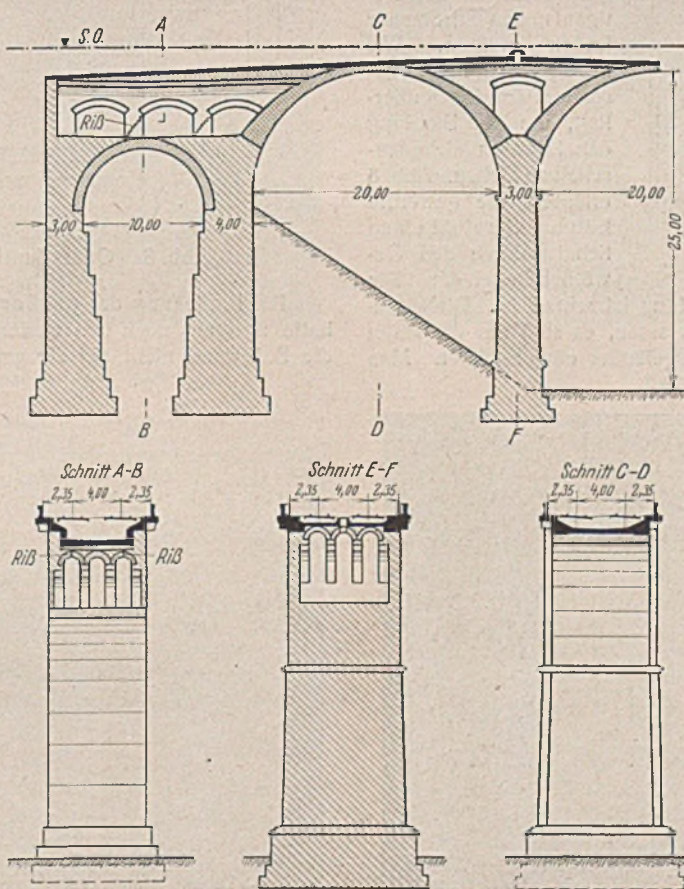


Abb. 2. Längsschnitt und Querschnitte; die erneuerten Teile sind in schwarzen Flächen dargestellt.



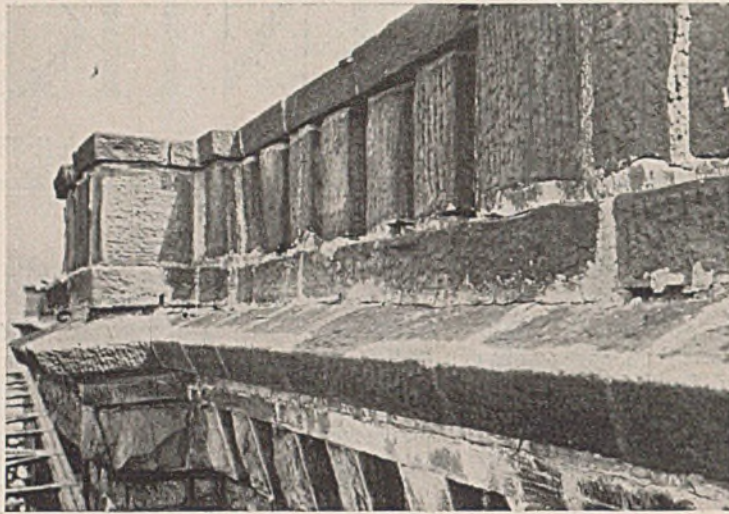


Abb. 3. Die alte Bekrönung.



Abb. 6. Innenpfeiler aus Ziegelmauerwerk erheblich beschädigt.

an die Schwellenköpfe herangeschoben wird. Auch ist es auf diese Weise möglich, die Einsteigschächte über den Pfeilern und die Entwässerungsanlagen im Scheitel der Gewölbe während des ersten Bauabschnitts



Abb. 4.

Riß in einem der äußeren Spargewölbe.

vollständig in einem Guß auszuführen. Bei der Freilegung der zweiten Hälfte des Bauwerks wurde das Betriebsgleis auf die Dichtungsschicht der fertigen ersten Hälfte umgelegt. Dabei durfte die Dichtung nicht beschädigt werden. Die Pfosten der Bohlwand wurden daher stumpf auf die Abdeckung der Dichtungsschicht gesetzt und oben und unten durch Rundeisenanker gehalten, welche nun rückwärts einen Angriffspunkt an der fertigen neuen Stirnmauer finden mußten. Wir haben diese Frage besonders sorgfältig überlegt, um die Dichtung dabei nicht in Mitleidenschaft zu ziehen. Abb. 8 erläutert die gewählte Lösung. Sie stellt einen Schnitt durch den Gewölbescheitel dar. Die

neue Eisenbetonplatte mit Gesims und Brüstung ist schraffiert. Die Eiseneinlagen der eigentlichen Platte sind fortgelassen, es sind nur die Eisen für das Gesims und das massive Brüstungsgeländer eingezeichnet. Man

sieht in Abb. 8 oben in der Stirnmauer einen Kabelkanal aus Eisenbeton. Die im Gesims liegenden Quereisen waren vor Aufbringen der Dichtung in der punktiert angedeuteten Lage hochgebogen; nachdem die Dichtung fertig war, erhielten sie ihre richtige Lage, worauf der Kabelkanal betoniert wurde. Dabei wurde an der Angriffsstelle *a* der Anker (strichpunktiert) eines der Quereisen mit seinem in der rechten Wange des Kabelkanals liegenden senkrechten Teil zu einer Öse gebogen, die aus dem Beton herausragte und an der die Anker festgemacht wurden. Auf diese Weise blieb die Dichtung vollständig unbeschädigt; die beiden Anker sind auf ihre ganze Länge geradlinig.

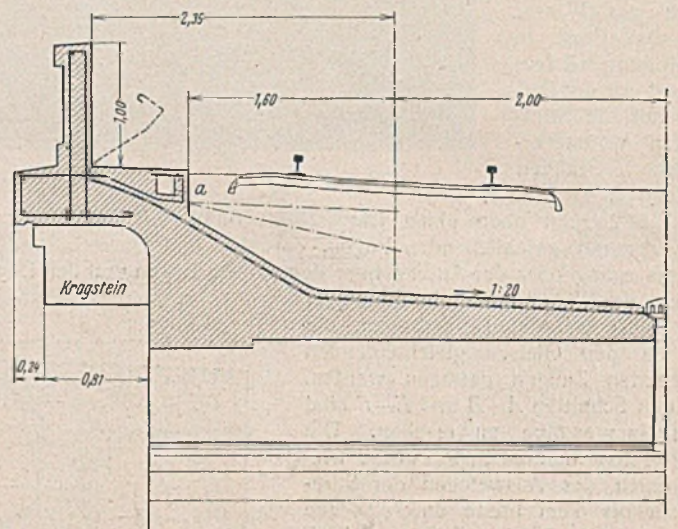


Abb. 8. Querschnitt durch den Gewölbescheitel.

Die Freilegung der größeren Bauwerkshälfte im ersten Bauabschnitt hatte übrigens noch den weiteren Vorteil, daß im zweiten Bauabschnitt die Bohlwand nicht auf die ganze Länge des Betriebsgleises aufgestellt



Abb. 5. Innenpfeiler aus Ziegelmauerwerk mit Riß.

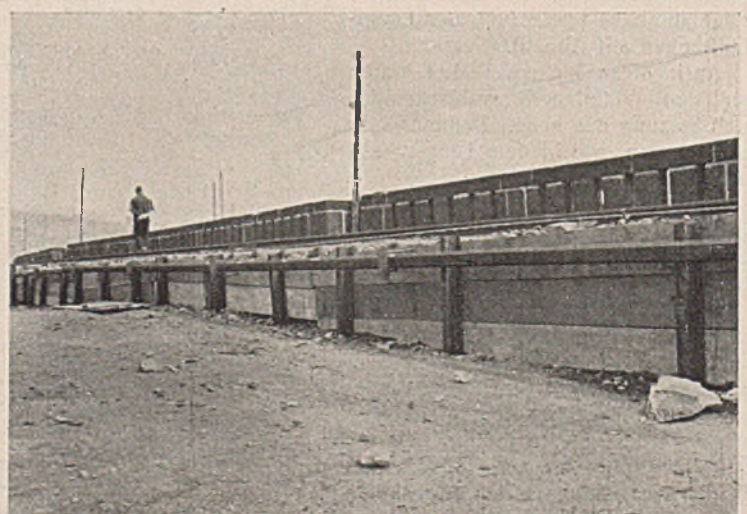


Abb. 7. Abstützung des Betriebsgleises im ersten Bauabschnitt.



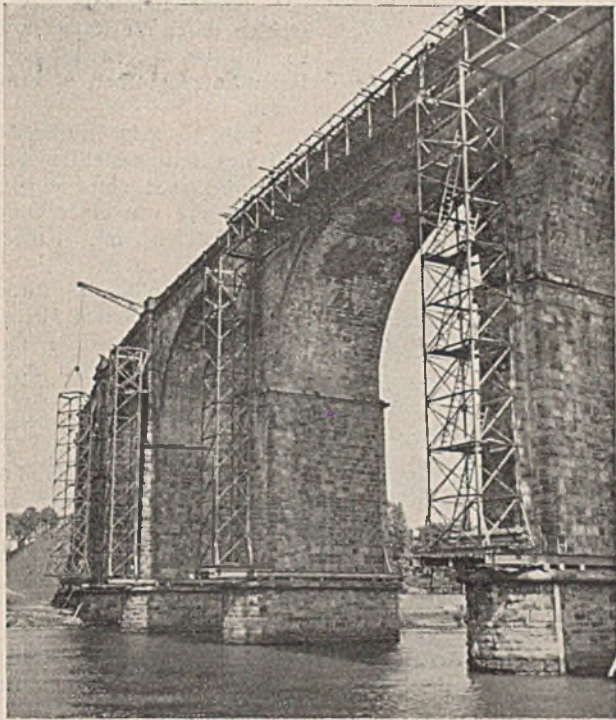


Abb. 9.  
Rüstungen für die neue Bekrönung.

zu werden brauchte. Über den Pfeilern beiderseits der Einstiegöffnung (Abb. 2, Längsschnitt) ist nämlich die Bettungshöhe nicht so groß, daß eine eigentliche Bohlwand nötig wurde. Der Bettungskörper konnte an diesen Stellen mit Böschung hergestellt werden. Der Fuß der Bettung

stützte sich gegen Streichbalken, die nur durch die unteren der in Abb. 8 strichpunktiert angedeuteten Anker gehalten wurden. Dagegen waren über den Scheiteln der Gewölbe und besonders über den Widerlagern wegen der größeren Bettungshöhe auch im zweiten Bauabschnitt Bohlwände erforderlich.

Die nächsten Abbildungen zeigen die äußeren Rüstungen. Auf Abb. 9 sieht man leichte Fachwerktürme vor Kopf der Pfeiler, die auf vor-

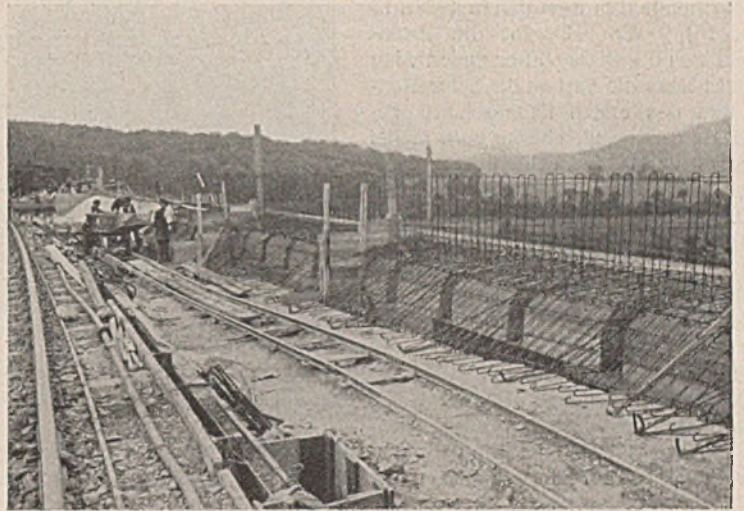


Abb. 12. Eiseneinlagen für die Eisenbetonplatte, das Gesims und die Brüstung.

kragenden, auf den Sockeln der Pfeiler aufgelagerten Trägern stehen. Im Hintergrund wird gerade ein solcher Turm mit einem Kran an Ort und Stelle gebracht. Die Türme wurden oben durch leichte Fachwerkträger überbrückt. Auf Abb. 10 wird ein solcher Fachwerkträger mit



Abb. 10.  
Einsetzen eines Fachwerkträgers der Rüstung.

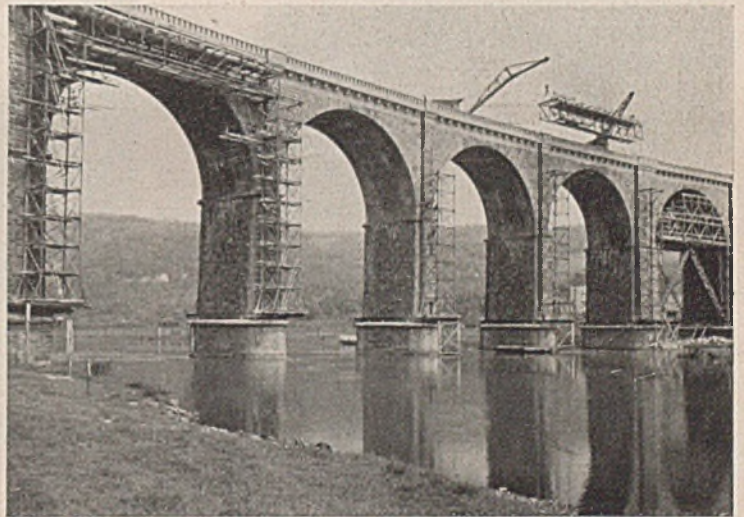


Abb. 13. Bekrönung des Bauwerks teilweise fertig, Abbau der Rüstungen.

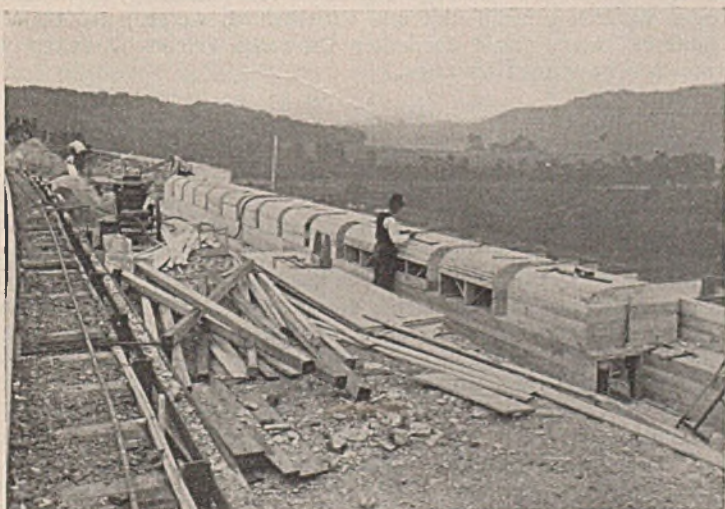


Abb. 11. Schalung für Gesims und Brüstung.

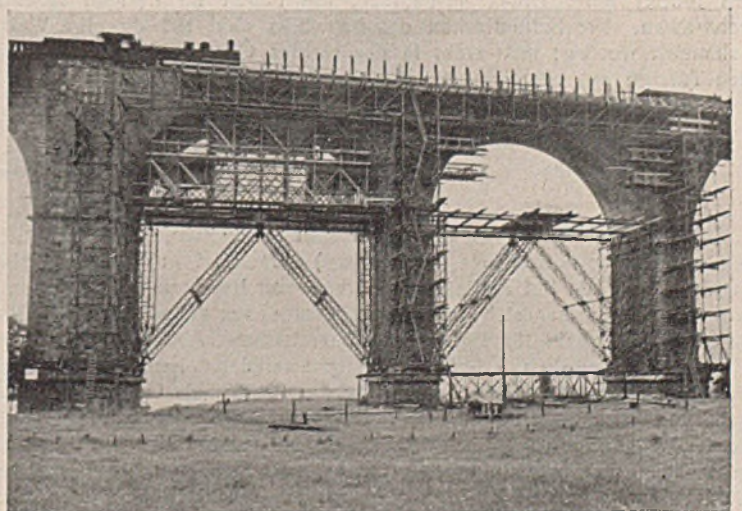


Abb. 14. Einrüstung der Gewölbe.



zwei Kranen, die auf dem Betriebsgleis verfahren werden können, eingelegt. Auf den Fachwerkträgern konnte sodann die Schalung für das vorkragende Gesims und für die Brüstungen aufgebaut werden (Abb. 11), die eine der Größe und der Schönheit des Bauwerks entsprechende Form erhielten (Abb. 13 u. 15). Abb. 12 gibt die Eiseninlagen der Betonplatte wieder. Man sieht links die hart an die Schwellenköpfe des ersten Bauabschnitts gerückte Bohlwand, ebenso vorn rechts neben der Bohlwand den eingeschalteten Schacht einer Einstelgöffnung. Die hochstehenden Eisen sind für das massive Geländer bestimmt. Auf die glatte Oberfläche der Eisenbetonplatte wurde die Dichtung verlegt, deren Jutebahnen im Spritzverfahren heiß aufgeklebt sind. Auf Abb. 13 ist ein Teil der oberen neuen Bauwerksbekrönung zu sehen. Die eisernen Türme mit den Fachwerkträgern sind teilweise bereits entfernt, ein Fachwerkträger wird gerade ausgebaut.

Abb. 14 zeigt die Einrüstung der Gewölbe mit stählernen Sprengwerken, darüber Holzaufbauten, die das Herankommen an die unteren

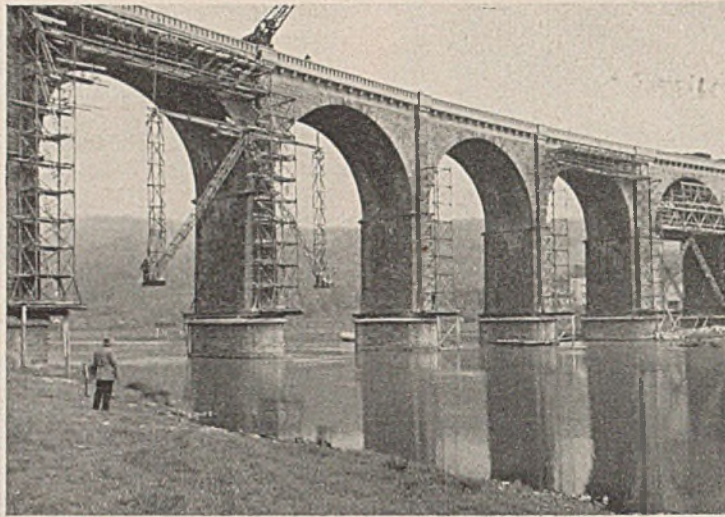


Abb. 15. Versetzen der Sprengwerke für die Einrüstung der Gewölbe.

mörtel verstrichen wurde. Die herausstehenden Eisen sind die zunächst hochgebogenen Eisen des Kabelkanals.

Abb. 17 endlich zeigt nochmals einen Teil der Talbrücke nach Fertigstellung sämtlicher Arbeiten. Die ruhige, dem Auge wohlgefällige Gliederung des Bauwerks kommt auf dieser Abbildung gut zum Ausdruck.

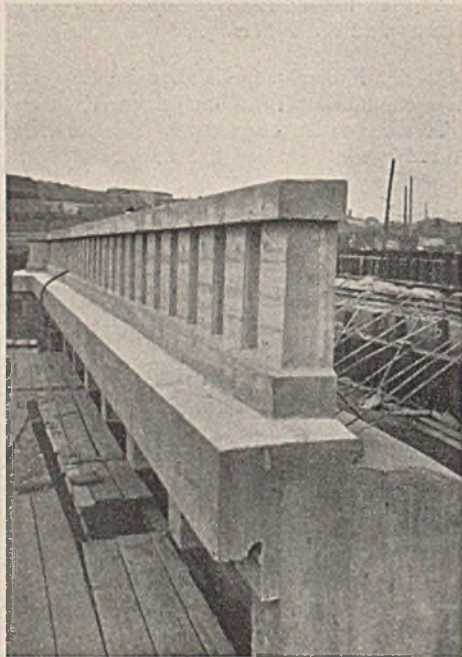


Abb. 16. Bekrönung der Brücke.



Abb. 17. Das fertige Bauwerk.

Leibungen ermöglichen. Die Fugen dieser Leibungen waren sehr stark ausgewaschen, man konnte mit einem Sondereisen stellenweise 50 cm und tiefer in das Mauerwerk hineinstoßen. Die hohlen Stellen wurden mit Mörtel unter Druck ausgepreßt, die Fugen im übrigen tadellos verstrichen. Die Seitenflächen des Bauwerks sind auf dieselbe Weise behandelt worden; man sieht in der rechten Öffnung die leichten von den Türmen aus vorgebauten hölzernen Arbeitsbühnen. Die Verfüguug

Die geschilderten Arbeiten verursachten erhebliche Kosten. Sich über Jahre hinziehende, ebenfalls teure, nicht durchgreifende Ausbesserungen haben aber für solche oder ähnlich gelagerte Fälle keinen Zweck. Das Richtige ist eine einmalige gründliche Instandsetzung, deren höhere Kosten dadurch gerechtfertigt und wirtschaftlich werden, daß für Jahrzehnte an einem derart überholten Bauwerke keinerlei Arbeiten vorgenommen zu werden brauchen.

Alle Rechte vorbehalten.

## Gekoppelte, durchlaufende Pfetten im Holzbau.

Von Dr.-Ing. H. Seitz, Oberingenieur der Karl Kübler AG in Stuttgart.

Im handwerklichen Holzbau sind die Pfetten, wenn sie nicht hin und wieder durch Büge (Kopfbänder) unterstützt wurden, von jeher in der Regel als frei aufliegende Balken von Bund zu Bund gespannt worden. Daran hat sich bis heute kaum etwas geändert, denn diese Bauart ist bequem für Entwurf, Holzbeschaffung, Abbund und Aufbau. Im Ingenieurholzbau hat sich dagegen seit Jahrzehnten die im Stahlbau schon längst übliche Ausbildung der Pfetten als Gerberträger eingebürgert und bewährt, ihre Vorteile — Baustoffersparnis bei im allgemeinen geringerer Durchbiegung — haben sie hier zum Regelfall gemacht. Durchlaufende Pfetten im engeren Sinn, mit biegefesten Stößen, haben keinen Eingang gefunden, da solche Stöße in Holz umständlich und teuer sind. Dagegen lassen sich Gerbergelenke für Pfetten sehr einfach ausbilden. Die Gelenke legt man meist so, daß Stützen-

und Feldmoment — abgesehen von den Endfeldern — gleich groß werden. Wo auf kleine Durchbiegungen Wert gelegt werden muß, werden die Gelenke an die Stellen der Momentennullpunkte des durchlaufenden Trägers gelegt, so daß die Stützenmomente doppelt so groß wie die Feldmomente werden. Da man, abgesehen von den Koppelträgern, den Querschnitt in Feldmitte nicht dem kleineren Moment anpassen kann, bedingt diese Gelenkanordnung einen größeren Baustoffaufwand als die ersterwähnte, bei der die Stützen- und Feldmomente gleich sind.

Günstige Durchbiegungen bei gleichzeitig voller Baustoffausnutzung in Feldmitte und über den Stützen brachte die in Abb. 1 veranschaulichte Bauweise, die meines Wissens zuerst von der Stahlbauanstalt Breest & Co., Berlin, vor etwa 20 Jahren angewendet worden ist. Die Momentenlinie ist dieselbe wie beim durchlaufenden Träger, doch steht



über der Stütze der doppelte Querschnitt zur Verfügung, so daß der Einzelquerschnitt für ein Drittel des Moments des frei aufliegenden Balkens, d. h. für  $\frac{q l^2}{24}$ , bemessen werden kann. Diese Bauart ist in den letzten Jahren auch im Holzbau häufig angewendet worden; dabei sind aber wiederholt Zweifel aufgetreten, ob und unter welchen Voraussetzungen sie als einwandfrei gelten darf. Hierzu sind folgende Fragen zu klären:

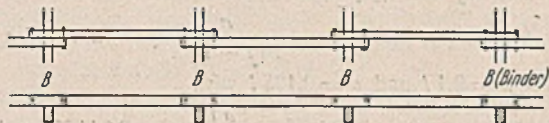


Abb. 1. Gekoppelte durchlaufende Pfetten in Draufsicht und Seitenansicht.

1. Wie weit müssen sich die Pfetten beiderseits übergreifen?
2. Für welche Kräfte müssen die Anschlüsse der Pfettenenden bemessen werden?
3. Läßt sich die angestrebte Verteilung der Feld- und Stützenmomente überhaupt erreichen, und in welchem Maße wird sie bei einer etwaigen Nachgiebigkeit der Anschlüsse beeinträchtigt?
4. Wie groß sind die Durchbiegungen bei dieser Bauart?
5. Welche Vor- und Nachteile hat diese Bauart gegenüber den üblichen Gerberpfetten?

Im folgenden ist für die Pfetten gleichmäßig verteilte Last vorausgesetzt, was ja in der Regel genügend genau zutrifft. Weiter ist zunächst der Einfluß der Endfelder vernachlässigt, d. h. ein Pfettenstrang von unendlicher Länge untersucht.

### 1. Länge des Überstandes.

Aus der Gleichung der Momentenlinie

$$M_x = \frac{q l}{2} \cdot x - \frac{q x^2}{2}$$

ergibt sich für

$$M_x = \frac{q l^2}{24}$$

$$x_1 = 0,092 l; \quad x_2 = 0,908 l.$$

Da an diesen Stellen die Verstärkung durch die Verdopplung der Pfetten schon wirksam sein muß, wird man die Überdeckung etwas größer wählen, zumal wenn der Anschluß der Pfettenenden noch eine Verschwächung der hier schon voll ausgenutzten Pfette zur Folge hat. Es wird sich empfehlen, den Abstand  $a$  vom Auflager bis zur Mitte des Anschlusses etwa  $= 0,1 l$  und den Überstand  $d$  im Hinblick auf das erforderliche Vorholz der Verbindungsmittel etwa  $= 0,125 l$  zu machen. Bei einer Bandweite von 5 m ergibt sich damit z. B. der theoretische Überstand zu 0,46 m,  $a = 0,50$  m,  $d = 0,625$  m. Die Masse  $a$  und  $d$  sind sicher ausreichend, oft wird  $d$  unbedenklich auf 0,11 bis 0,12  $l$  ermäßigt werden können, so besonders, wenn die Anschlußkräfte bei kleiner Belastung gering sind.

### 2. Anschlußkraft an der Koppelung der Pfettenenden.

Jedes Pfettenholz stellt hier einen frei aufliegenden Träger mit beiderseitiger Auskrägung dar. Der Kragarm wird im Abstand  $a$  durch die Koppelung mit einer nach unten gerichteten Kraft  $P$  belastet, während dieselbe Kraft  $P$  — als Folge der Koppelung der Enden der Nachbarpfetten — innerhalb der Spannweite im Abstand  $a$  von beiden Auflagern nach oben (also unterstützend) wirkt. Fraglich ist, ob die Last der Sparren oder Dachhaut auf dem Abstand  $d$  beiderseits der Auflager je hälftig auf die gekoppelten Pfettenteile wirkt, oder ob der Kragarm besser unbelastet oder aber allein belastet angenommen wird. Der Kragarm hat, im Gegensatz zum danebenliegenden Pfettenteil, das Bestreben, nach oben zu gehen, so daß man ihm die alleinige Lastaufnahme zusprechen könnte. Wo die Dachlast aber durch Sparren auf die Pfette übertragen wird, kann es vorkommen, daß im Bereich des kurzen Kragarms überhaupt kein Sparren zu liegen kommt. Es wird deshalb zunächst mit hälftiger Verteilung der Last ge-

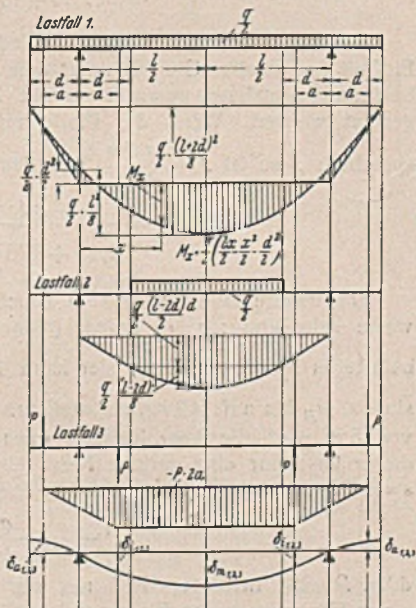


Abb. 2. Last- und Momentenflächen bei hälftiger Lastverteilung auf die gekoppelten Pfettenteile, zerlegt in drei Lastfälle.

rechnet. Starre Koppelung vorausgesetzt, muß die Durchbiegung infolge der Last und der Anschlußkraft im Abstand  $a$  beiderseits der Auflager gleich groß sein. Aus dieser Beziehung läßt sich die Anschlußkraft ermitteln.

Um die Berechnung übersichtlicher zu gestalten, ist die Gesamtlast in die drei aus Abb. 2 ersichtlichen Lastfälle zerlegt worden. Für jeden Lastfall müssen die Durchbiegungen  $\delta_m$  in Feldmitte,  $\delta_i$  und  $\delta_a$  im Abstand  $a$  vom Auflager, und zwar innerhalb und außerhalb des Bänderfeldes errechnet werden. Dafür gelten die Beziehungen:

$$(1) \quad \delta_m = \frac{1}{EJ} \int_0^{l/2} M_x x dx$$

$$(2) \quad EJ \delta_i = EJ \delta_m - \int_a^{l/2} M_x (x - a) dx$$

$$(3) \quad EJ \delta_a = EJ \delta_m - \int_{-a}^{l/2} M_x (x + a) dx$$

$E$  ist die Elastizitätsziffer,  $J$  das Trägheitsmoment der Einzelpfette,  $q$  die Last für 1 cm Pfettenlänge. Es ergibt sich hiermit für Lastfall 1:

$$(4) \quad EJ \delta_{m_1} = \frac{2}{3} \cdot \frac{q l^2}{16} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{5 l}{16} - \frac{q d^2}{4} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} = \frac{5 q l^4}{768} - \frac{q d^2 l^2}{32},$$

ferner:

$$(5) \quad EJ \delta_{i_1} = EJ \delta_{m_1} - \int_a^{l/2} \left[ \frac{q l x}{4} - \frac{q x^2}{4} - \frac{q d^2}{4} \right] (x - a) dx$$

$$= \frac{q a l^3}{48} - \frac{q a d^2 l}{8} - \frac{q a^3 l}{24} + \frac{q a^2 d^2}{8} + \frac{q a^4}{48}$$

und

$$(6) \quad EJ \delta_{a_1} = EJ \delta_{m_1} - \int_{-a}^0 -\frac{q}{2} \cdot \frac{(d+x)^2}{2} (a+x) dx$$

$$- \int_0^{l/2} \left( \frac{q l x}{4} - \frac{q x^2}{4} - \frac{q d^2}{4} \right) (x+a) dx$$

$$= \frac{q}{4} \left[ \frac{a^4}{12} + \frac{a^2 d^2}{2} - \frac{a^3 d}{3} - \frac{a l^3}{12} + \frac{a d^2 l}{2} \right];$$

für den Lastfall 2:

$$(7) \quad EJ \delta_{m_2} = \frac{q d(l-2d)}{4} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} - \frac{q d(l-2d)}{4} \cdot \frac{d}{2} \cdot \frac{d}{3}$$

$$+ \frac{q(l-2d)^2}{16} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{(l-2d)}{2} \left[ \frac{5}{8} \cdot \frac{(l-2d)}{2} + d \right]$$

$$= \frac{q}{16} \left[ \frac{d^4}{3} - \frac{d^2 l^2}{2} + \frac{5 l^4}{48} \right],$$

ferner:

$$(8) \quad EJ \delta_{i_2} = EJ \delta_{m_2} - \int_a^d \frac{q x(l-2d)}{4} (x-a) dx$$

$$- \int_a^{l/2} \left[ \frac{q d(l-2d)}{4} + \frac{q(l-2d)}{4} (x-d) - \frac{q}{2} \cdot \frac{(x-d)^2}{2} \right] (x-a) dx$$

$$= \frac{a q}{4} \left[ \frac{d^3}{3} - \frac{d^2 l}{2} + \frac{a^2 d}{3} - \frac{a^2 l}{6} + \frac{l^3}{12} \right]$$

und

$$(9) \quad EJ \delta_{a_2} = EJ \delta_{m_2} - \int_0^d \frac{q x(l-2d)}{4} (x+a) dx$$

$$- \int_d^{l/2} \left[ \frac{q d(l-2d)}{4} + \frac{q}{2} \cdot \frac{(l-2d)}{2} (x-d) - \frac{q}{2} \cdot \frac{(x-d)^2}{2} \right] (x+a) dx$$

$$= \frac{a q}{4} \left[ -\frac{l^3}{12} - \frac{d^3}{3} + \frac{d^2 l}{2} \right];$$

für den Lastfall 3:

$$(10) \quad EJ \delta_{m_3} = -\frac{2 a P l^2}{8} + P a \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{3} = -P a \left( \frac{l^2}{4} - \frac{a^2}{6} \right),$$

ferner

$$(11) \quad EJ \delta_{i_3} = EJ \delta_{m_3} - \int_a^{l/2} -2 a P (x-a) dx = -P a^2 \left( l - \frac{7 a}{6} \right)$$

und

$$(12) \quad EJ \delta_{a_3} = EJ \delta_{m_3} + \frac{2 a P \left( a + \frac{l}{2} \right)^2}{2} - \frac{2 a P \cdot 2 a \cdot 2 a}{2 \cdot 3}$$

$$= +P a^2 \left( l - \frac{a}{6} \right).$$



Nun folgt aus

$$(13) \quad \delta_{i_1} + \delta_{i_2} + \delta_{i_3} = \delta_{a_1} + \delta_{a_2} + \delta_{a_3}$$

$$\delta_{i_3} - \delta_{a_3} = \delta_{a_1} - \delta_{i_1} + \delta_{a_2} - \delta_{i_2}$$

und mit Gl. (5), (6), (8), (9), (11) u. (12):

$$(14) \quad -P a^2 \left( l - \frac{7a}{6} + l - \frac{a}{6} \right) = \frac{q}{4} \left[ \frac{a^4}{12} + \frac{a^2 d^2}{2} - \frac{a^3 d}{3} - \frac{a l^3}{12} + \frac{a d^2 l}{2} - \frac{a l^3}{12} + \frac{a d^2 l}{2} + \frac{a^3 l}{6} - \frac{a^2 d^2}{2} - \frac{a^4}{12} + \frac{a d^2 l}{2} - \frac{a l^3}{12} - \frac{a d^3}{3} - \frac{a d^3}{3} + \frac{a d^2 l}{2} - \frac{a^3 d}{3} + \frac{a^3 l}{6} - \frac{a l^3}{12} \right]$$

$$P = \frac{q}{8a} \cdot \frac{l^3 - a^2 l - 6d^2 l + 2d^3 + 2a^2 d}{3l - 2a}$$

Mit

$$a = 0,1 l$$

und

$$d = 0,125 l$$

wird hieraus

$$(15) \quad P = 0,4025 q l$$

Hätte man an Stelle der bisher vorausgesetzten hälftigen Verteilung der Last auf die doppelten Pfettenteile die ganze Last auf den Kragarm wirken lassen, so hätte sich nach Abb. 3 für diesen Fall ergeben:

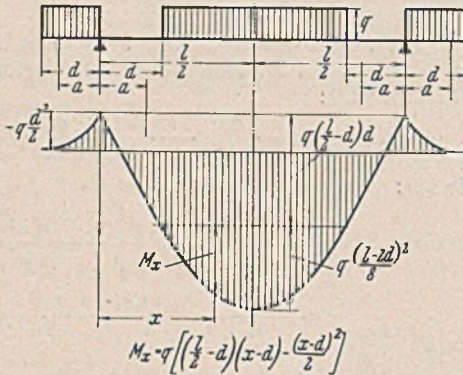


Abb. 3. Last- und Momentenflächen unter der Annahme, daß die Last ausschließlich auf die Kragarme wirkt.

$$(16) \quad EJ \delta_{m_1} = \int_0^d \left[ -\frac{q d^2}{2} + q \left( \frac{l}{2} - d \right) x \right] x dx + \int_d^{l/2} \left[ q \left( \frac{l}{2} - d \right) d - \frac{q d^2}{2} + q \left( \frac{l}{2} - d \right) (x - d) - \frac{q (x - d)^2}{2} \right] x dx$$

$$= q \left( \frac{5 l^4}{384} - \frac{d^2 l^2}{8} + \frac{d^4}{24} \right)$$

ferner

$$(17) \quad EJ \delta_{i_1} = EJ \delta_{m_1} - \int_a^d \left[ q \left( \frac{l}{2} - d \right) x - \frac{q d^2}{2} \right] (x - a) dx$$

$$- \int_d^{l/2} \left[ q \left( \frac{l}{2} - d \right) d - \frac{q d^2}{2} + q \left( \frac{l}{2} - d \right) (x - d) - \frac{q (x - d)^2}{2} \right] (x - a) dx$$

$$= q \left[ \frac{a l^3}{24} - \frac{a^3 l}{12} - \frac{a d^2 l}{2} + \frac{a d^3}{6} + \frac{a^3 d}{6} + \frac{a^2 d^2}{4} \right]$$

und

$$(18) \quad EJ \delta_{a_1} = EJ \delta_{m_1} - \int_{-a}^0 -\frac{q (d + x)^2}{2} (a + x) dx$$

$$- \int_0^d \left[ -\frac{q d^2}{2} + q \left( \frac{l}{2} - d \right) x \right] (x + a) dx - \int_d^{l/2} \left[ q \left( \frac{l}{2} - d \right) d - \frac{q d^2}{2} + q \left( \frac{l}{2} - d \right) (x - d) - \frac{q (x - d)^2}{2} \right] (x + a) dx$$

$$= q \left[ -\frac{a l^3}{24} + \frac{a d^2 l}{2} + \frac{a^4}{24} - \frac{a^3 d}{6} + \frac{a^2 d^2}{4} - \frac{a d^3}{6} \right]$$

An Stelle der obigen Gl. (13) tritt nun die Beziehung

$$\delta_{i_3} - \delta_{a_3} = \delta_{a_1} - \delta_{i_1}$$

aus der sich mit Gl. (11), (12), (17) u. (18) ergibt:

$$P a^2 \left( l - \frac{a}{6} + l - \frac{7a}{6} \right) = q \left[ -\frac{a l^3}{24} + \frac{a d^2 l}{2} + \frac{a^4}{24} - \frac{a^3 d}{6} + \frac{a^2 d^2}{4} - \frac{a d^3}{6} - \frac{a^3 l}{12} + \frac{a d^2 l}{2} - \frac{a l^3}{12} - \frac{a d^3}{3} - \frac{a d^3}{3} + \frac{a d^2 l}{2} - \frac{a^3 d}{3} + \frac{a^3 l}{6} - \frac{a l^3}{12} \right]$$

$$(19) \quad P = \frac{q}{8a} \cdot \frac{l^3 - a^2 l - 12d^2 l + 4d^3 + 4a^2 d - 1/2 a^3}{3l - 2a}$$

Mit  $a = 0,1 l$  und  $d = 0,125 l$  wird hieraus

$$(20) \quad P' = 0,3638 q l$$

d. h. bei dieser Annahme ergibt sich die Anschlußkraft um rd. 10% kleiner als nach Gl. (15). Dies ist ganz einleuchtend, denn die Anschlußkraft wird entlastet durch die Mehrlast, die durch die Dachhaut unmittelbar auf den Kragarm aufgebracht wird. Aus den bereits erwähnten Gründen wird man im allgemeinen nach Gl. (15) zu rechnen haben.

### 3. Momentenverteilung und Einfluß etwaiger Nachgiebigkeit des Anschlusses.

Das Stützenmoment läßt sich nun unter der ursprünglichen Annahme hälftiger Lastverteilung auf die doppelten Pfettenteile mit Gl. (14) ermitteln zu:

$$(21) \quad M_s = -1/2 q \cdot 1/2 d^2 - P a = -\frac{q}{24l - 16a} (l^3 - a^2 l - 4a d^2 + 2a^2 d + 2d^3)$$

Mit  $a = 0,1 l$  und  $d = 0,125 l$  wird

$$(22) \quad M_s = -\frac{q l^2}{22,4} = -0,044 203 q l^2$$

d. h. also, das Stützenmoment ist etwas größer als der erwartete Wert  $q l^2 : 24$ , doch beträgt der Unterschied nur 7%. Eine weitere Untersuchung zeigt, daß alle möglichen Änderungen der Werte von  $a$  und  $d$  innerhalb der praktisch brauchbaren Grenzen nicht dazu führen können, das Stützenmoment genau gleich  $q l^2 : 24$  zu machen. Im Gegenteil, der Wert  $M_s$  ist sehr unempfindlich gegen kleinere Änderungen von  $a$  und  $d$ . Auch mit der anderen Lastverteilungsannahme und Gl. (19) wird

$$M_s = -0,044 19 q l^2$$

d. h. praktisch ebenso groß wie oben.

Diese geringe Abweichung von dem erwarteten Wert ist darauf zurückzuführen, daß das Trägheitsmoment nicht über die ganze Länge gleich bleibt. Die geringfügige Vergrößerung des Stützenmoments bedingt eine Verringerung des Moments in Feldmitte um 14%. Ich halte die 7%ige Überschreitung des Stützenmoments für unbedenklich und vernachlässigbar.

Um den Einfluß einer Nachgiebigkeit des Anschlusses auf die Anschlußkraft und die Momentenverteilung zu finden, wird auf Gl. (13) zurückgegriffen. Die Größe der gegenseitigen Verschiebung wird zweckmäßig als von  $P$  abhängig angeschrieben. Mit den Bezeichnungen der

Abb. 4. Querschnitt der Pfette an der Koppelung bei Annahme großer Nachgiebigkeit des Anschlusses um  $s \cdot P$

$$(23) \quad \delta_{i_1} + \delta_{i_2} - \delta_{a_1} - \delta_{a_2} = \delta_{a_3} - \delta_{i_3} + s P$$

$$q \left[ \frac{a l^3}{48} - \frac{a d^2 l}{8} - \frac{a^3 l}{24} + \frac{a^2 d^2}{8} + \frac{a^4}{48} + \frac{a d^3}{12} - \frac{a d^2 l}{8} + \frac{a^3 d}{12} - \frac{a^3 l}{24} + \frac{a l^3}{48} - \frac{a^4}{48} - \frac{a^2 d^2}{8} + \frac{a^3 d}{12} + \frac{a l^3}{48} - \frac{a d^2 l}{8} + \frac{a l^3}{48} + \frac{a d^3}{12} - \frac{a d^2 l}{8} \right]$$

$$= P a^2 \left( l - \frac{a}{6} + l - \frac{7a}{6} \right) + EJ s P$$

und

$$(24) \quad P = \frac{q a (l^3 - a^2 l - 6d^2 l + 2d^3 + 2a^2 d)}{8 a^2 (3l - 2a) + 12 EJ s}$$

Mit  $a = 0,1 l$  und  $d = 0,125 l$  wird:

$$(24) \quad P = \frac{q l}{2,48 + 132,9 \cdot \frac{EJ s}{l^3}}$$

Mit  $s = 0$  ergibt sich hieraus wieder die frühere Gl. (15). Um den Einfluß des zweiten Gliedes unter dem Bruchstrich abzuschätzen, müssen bestimmte Annahmen gemacht werden. Zunächst kann  $E = 100 000 \text{ kg/cm}^2$  gesetzt werden. Wenn die Pfette mit einer Biegespannung  $\sigma_B$  beansprucht ist, so ist  $J = \frac{q l^2 h}{48 \sigma_B}$  und damit

$$P = \frac{q l}{2,48 + 276 960 \cdot \frac{q h s}{\sigma_B l}}$$

Das zweite Glied unter dem Bruchstrich wird für folgende Zahlenwerte sehr klein:  $q = 1 \text{ kg/cm}$  (dies entspricht dem Fall eines leicht belasteten Pfettensparrens); hier kann das Verhältnis  $\frac{h}{l}$  etwa bis auf 1:35 sinken,  $\sigma_B$  bis auf 110  $\text{kg/cm}^2$  steigen. Bei durchschnittlicher Bundweite von 5 m wird die Anschlußkraft etwa 200 kg, und setzt man unter dieser Last nur eine geringe Nachgiebigkeit von 0,05 cm voraus, so ist  $s = 0,000 25 \text{ cm/kg}$  zu setzen. Mit diesen Werten wird

$$P = \frac{q l}{2,48 + 0,018}$$

d. h.  $P$  wird in diesem Fall nur um rd. 0,7% kleiner. Suchen wir einen Höchstwert des Einflusses der Nachgiebigkeit, so ist etwa von folgenden Zahlenwerten auszugehen:  $q = 10 \text{ kg/cm}$  (dies entspricht dem Fall einer schwer belasteten Pfette mit großem Pfettenabstand). Hier wird  $h : l$  etwa bis auf 1:15 steigen können, die Spannung mindestens mit 80  $\text{kg/cm}^2$  ausgenutzt sein. Die Anschlußkraft kann für diesen Grenz-



fall auf etwa 3000 kg steigen. Nimmt man den Schlupf dann zu 0,2 cm an (also größer, als es DIN 1052 gestattet), so wird  $s = 0,000\ 067$  cm/kg und

$$P = \frac{q l}{2,48 + 1,53}$$

d. h.  $P$  wird in diesem Fall um rd. 6% kleiner. Da hier schon ein äußerst ungünstiges Beispiel ausgesucht wurde, kann gesagt werden, daß die Anschlußkraft auf alle Fälle von der Nachgiebigkeit der Kopplung nur in belanglosem Maße beeinflußt wird.

In welchem Sinne macht sich nun ein etwaiges Nachgeben der Kopplung auf Stützen- und Feldmoment geltend? In der früheren Gleichung

$$M_s = -\frac{1}{2} q \cdot \frac{1}{2} d^2 - P a$$

wird für  $a = 0,1 l$  und  $d = 0,125 l$ , wenn von einer höchstens 6%igen Abminderung von  $P$  infolge Schlupfes ausgegangen wird,

$$M_s = -0,0417 q l^2,$$

d. h. gegenüber Gl. (22) wird das Stützenmoment kleiner, im hier vorausgesetzten Fall entspricht es nun genau dem Wert  $\frac{q l^2}{24}$ . Die Nachgiebigkeit der Koppelung verursacht also nicht nur keinen Schaden, sie kann vielmehr dazu führen, daß die eingangs angenommene gleichmäßige Momentenverteilung in Feldmitte und über der Stütze erst richtig zustande kommt.

#### 4. Größe der Durchbiegung in Feldmitte.

Die Durchbiegung in Feldmitte ist

$$\begin{aligned} \delta_m &= \delta_{m_1} + \delta_{m_2} + \delta_{m_3} \\ &= \frac{1}{EJ} \left[ \frac{5 q l^4}{768} - \frac{q d^2 l^2}{32} + \frac{q d^4}{48} - \frac{q d^2 l^2}{32} + \frac{5 q l^4}{768} - P a \left( \frac{l^2}{4} - \frac{a^2}{6} \right) \right] \\ &= \frac{q}{3l - 2a} \left( \frac{l^5}{128} - \frac{5 a l^4}{192} + \frac{5 a^2 l^3}{96} + \frac{a d^2 l^2}{8} - \frac{a^2 d l^2}{16} - \frac{d^3 l^2}{16} \right. \\ &\quad \left. + \frac{d^4 l}{16} - \frac{a^4 l}{48} - \frac{a^2 d^2 l}{8} + \frac{a^2 d^3}{24} \right). \end{aligned}$$

Mit  $a = 0,1 l$  und  $d = 0,125 l$  wird

$$(25) \quad \delta_m = 0,002\ 042\ 4 \cdot \frac{q l^4}{EJ}$$

Dieser Wert ist zweifellos recht günstig. Beim durchlaufenden Träger und beim Gerberträger mit für die Durchbiegung günstigster Gelenklage wird die Durchbiegung bekanntlich  $0,002\ 604 \cdot \frac{q l^4}{EJ}$ . Beim Vergleich darf aber nicht übersehen werden, daß die Trägheitsmomente in beiden Fällen nicht die gleichen sind. Ein Vergleich kann nur unter gewissen Voraussetzungen gezogen werden. Bezeichnet man die entsprechenden Größen für die gekoppelten Pfetten mit dem Zeiger  $k$ , für die durchlaufenden Pfetten mit dem Zeiger  $d$ , so ergeben sich folgende Beziehungen.

$$M_k = \frac{1}{2} M_d.$$

Für rechteckige Querschnitte von  $b$  cm Breite und  $h$  cm Höhe wird:

$$\begin{aligned} J_k &= \frac{b_k h_k^3}{12} & J_d &= \frac{b_d h_d^3}{12} \\ W_k &= \frac{b_k h_k^2}{6} & W_d &= \frac{b_d h_d^2}{6} \\ \sigma_B &= \frac{M_k \cdot 6}{b_k h_k^2} & &= \frac{2 M_k \cdot 6}{b_d h_d^2} \\ & & &= 2 b_k h_k^2. \end{aligned}$$

Nimmt man — etwas zuungunsten der gekoppelten Pfetten — an, daß

$$\frac{h_k}{b_k} = \frac{h_d}{b_d} = \mu \text{ ist, so ergibt sich}$$

$$(26) \quad h_d = h_k \sqrt[3]{2}$$

und

$$(27) \quad \frac{\delta m_k}{\delta m_d} = \frac{0,002\ 042\ J_d}{0,002\ 605\ J_k} = \frac{0,002\ 042 \cdot 2 \sqrt[3]{2}}{0,002\ 605} = 1,97,$$

d. h. unter der Voraussetzung, daß die Biegespannung bei beiden Bauweisen gleich hoch ausgenutzt wird und dasselbe Verhältnis der Querschnittsbreite zur -höhe eingehalten wird, ergeben sich bei der gekoppelten Pfette rund doppelt so große Durchbiegungen.

In gleicher Weise läßt sich der Vergleich mit den Gerberpfetten mit gleichem Stützen- und Feldmoment (wobei abwechselnd Krag- und Einhängträger angenommen sind) ziehen. Hier wird

$$(28) \quad \frac{\delta m_k}{\delta m_g} = 0,67.$$

Den auf  $\frac{q l^2}{16}$  bemessenen Gerberträgern sind also die gekoppelten Pfetten in der Durchbiegung unbedingt überlegen, ihre Durchbiegung beträgt nur rund  $\frac{2}{3}$  derjenigen der Gerberpfetten.

#### 5. Vor- und Nachteile gegenüber Gerberpfetten.

Ein Vergleich des Holzverbrauches der verschiedenen Pfettenarten läßt sich wiederum nur unter bestimmten Voraussetzungen anstellen. Diese sind im folgenden gleich beibehalten wie im vorhergehenden Abschnitt. Mit den bereits eingeführten Bezeichnungen ergibt sich, wenn  $V$  den Holzverbrauch je Bundfeld bezeichnet:

a) gekoppelte Pfetten:

$$\begin{aligned} \frac{q l^2}{24 \sigma_B} &= \frac{h_k^3}{6 \mu} & h_k &= \sqrt[3]{\frac{\mu q l^2}{4 \sigma_B}} \\ V_k &= \frac{h_k^2}{\mu} \cdot l (1 + 0,25) = 0,625 l^2 \sqrt[3]{\frac{q l^2}{2 \mu \sigma_B}}. \end{aligned}$$

Die Koppelung bedingt einen Längenzuschlag von 0,25  $l$ .

b) durchlaufende Pfetten:

$$\begin{aligned} \frac{q l^2}{12 \sigma_B} &= \frac{h_d^3}{6 \mu} & h_d &= \sqrt[3]{\frac{3 \mu q l^2}{2 \sigma_B}} \\ V_d &= \frac{h_d^2}{\mu} \cdot l \left( 1 + \frac{1}{20} \right) = 1,05 l^2 \sqrt[3]{\frac{q^2 l}{4 \mu \sigma_B}}. \end{aligned}$$

Hier ist für die Gelenkbildung ein Zuschlag von  $\frac{1}{20}$  der Spannweite gemacht.

c) Gerberpfetten mit gleichem Feld- und Stützenmoment:

$$\begin{aligned} \frac{q l^2}{16 \sigma_B} &= \frac{h_g^3}{6 \mu} & h_g &= \sqrt[3]{\frac{3 \mu q l^2}{8 \sigma_B}} \\ V_g &= \frac{h_g^2}{\mu} \cdot l \left( 1 + \frac{1}{20} \right) = 0,2625 l^2 \sqrt[3]{\frac{9 q^2 l}{\mu \sigma_B}}. \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich das Verhältnis des Holzverbrauches für Koppelpfetten und Durchlaufpfetten:

$$\frac{V_k}{V_d} = \frac{0,625 \cdot 2}{1,05 \sqrt[3]{4}} = 0,75,$$

für Koppelpfetten und Gerberpfetten mit gleichem Feld- und Stützenmoment:

$$\frac{V_k}{V_g} = \frac{0,625}{0,2625 \sqrt[3]{14}} = 0,91,$$

d. h. also, die gekoppelten Pfetten sind bei gleicher Ausnutzung der Biegespannung und gleichem Seitenverhältnis des Querschnitts den anderen Pfetten überlegen, die Ersparnis beträgt gegenüber den Durchlaufpfetten  $\frac{1}{4}$ , gegenüber den Gerberpfetten mit gleichem Feld- und Stützenmoment  $\frac{1}{10}$ .

Das Bild wird dadurch noch etwas günstiger, daß man bei den gekoppelten Pfetten  $\mu$  größer, die Querschnitte also schlanker und damit wirtschaftlicher wählen kann als bei den Gerberpfetten. Bei diesen kann man wegen der Gefahr des Umkantens über  $\mu = 2$  nicht viel hinausgehen; bei den gekoppelten Pfetten steht über den Auflagern die doppelte Breite zur Verfügung, so daß auch noch mit  $\mu = 3$  eine sichere Auflagerung gewährleistet ist. Zudem kommt man hier wegen der an sich kleineren Querschnitte nicht so schnell an die Grenze heran, von der an die Holzbeschaffung sich verteuert oder erschwert.

Das Verzimmern der gekoppelten Pfetten ist denkbar einfach. Kleine Anschlußkräfte können sogar schon durch Nagelung übertragen werden, so daß jede Abbundarbeit entfällt (allerdings ist dafür das Einschlagen der Nägel in waagerechter Richtung beim Aufbau etwas schwierig, zumal die Pfetten in dieser Richtung meist wenig Halt haben). In den meisten Fällen genügt für den Anschluß ein einfacher Bolzen. Der Abbund beschränkt sich dann auf das Bohren von vier Bolzenlöchern je Pfette. Beim Aufbau sind diese Bolzen leicht einzuziehen, da sie vom Binder aus bequem zu erreichen sind.

Die Befürchtung, daß durch die Kragarme die Dachschalung oder sonstige Eindeckung nach oben gedrückt und dadurch ihre Befestigung gelockert werden könnte, ist — richtige Kopplung vorausgesetzt — unberechtigt. Formänderungen von etwa 1 mm, wie sie als Schlupf in der Kopplung etwa auftreten können, können von den üblichen Dacheindeckungen ohne Schaden aufgenommen werden. Den verschiedenen Vorteilen dieser Bauart steht nur ein nennenswerter Nachteil gegenüber. Dadurch, daß die Pfetten nicht in einer Flucht verlaufen, sondern von Bundfeld zu Bundfeld immer um eine Pfettenbreite versetzt sind, ist das Aufbringen der nächstfolgenden Bauteile erschwert. Sind Sparren vorgesehen, so müssen ihre Kerben je hälftig verschieden gearbeitet sein. Besonders bei stärkeren Dachneigungen führt dies zu Schwierigkeiten.



Wird die Dachhaut (Schalung, Bauplatten usw.) unmittelbar auf die Pfetten (in diesem Falle „Pfettensparren“) verlegt, so sind die Stöße dieser Baustoffe in benachbarten Bundfeldern eine Kleinigkeit gegeneinander versetzt anzuordnen, was meist keine Schwierigkeiten bereitet.

In Abb. 5 ist die Verteilung der Momente auf die beiden gekoppelten Pfettenhölzer dargestellt. Jedes Pfettenholz hat demnach von den Auflagern an auf die Länge  $a$  ein gleichbleibendes negatives Moment  $\frac{q l^2}{24}$  aufzunehmen, vom Auflager an sinkt dieses Moment bis zum Ende des Kragarms auf 0 ab. Weiter läßt Abb. 5 erkennen, daß in den Endfeldern mit einem Feldmoment  $M_e = +0,0868 q l^2$  zu rechnen ist, das auch in den Endfeldern von durchlaufenden Pfetten auftritt. Hier werden also Querschnitte von reichlich dem doppelten Widerstandsmoment wie bei

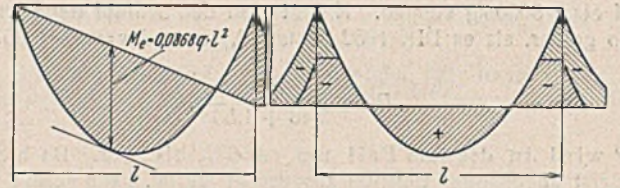


Abb. 5. Moment im Endfeld und Verteilung der Momentenfläche auf die einzelnen Pfettenhölzer.

den inneren Feldern benötigt. Die Maße  $a$  und  $d$  wird man wie bei den inneren Feldern beibehalten können, auch den Anschluß wird man nicht stärker auszubilden brauchen.

### Vermischtes.

**Formeln zur Bestimmung der Momentendeckung.** Nachstehend entwickelte Formeln dienen der Berechnung des Balkens auf zwei Stützen mit veränderlichem Querschnitt, und zwar sowohl eines Blechträgers als auch eines Eisenbetonbalkens. Sie ermöglichen z. B. die Feststellung der genauen Gurtplattenlänge in wenigen Berechnungszellen gegenüber der etwas ungenauen zeichnerischen Ermittlung, die, je nach dem Grade der Ungenauigkeit, Abweichungen bis zu 20 cm ergeben und einschließlich des erforderlichen Rechenwerks bis zu zwei Berechnungsselten einnehmen kann. Vorausgesetzt ist, daß die Momentenlinie eine Parabel nach der Gleichung  $y^2 = 2 p x$  bildet.

1. Fall. Die Momentenlinie bildet eine Parabel mit dem tiefsten Punkt in der Mitte der Stützweite. Mit den Größtwerten  $y_{max} = \frac{1}{2} l$  und  $x_{max} = M_{max}$  wird:

$$p = \frac{l^2}{8 M_{max}}$$

Soll der Balkenquerschnitt abgestuft werden, so kann er nur noch den Teil  $M_x$  des Größtmoments übernehmen. Dann ist:

$$x = M_{max} - M_x$$

Aus der Parabelgleichung wird mit den vorstehend ermittelten Werten für  $p$  und  $x$ :

$$y^2 = \frac{l^2}{4} \left( 1 - \frac{M_x}{M_{max}} \right)$$

Der Abstand des Endpunktes der Gurtplatte vom Auflager beträgt:

$$(1) \quad a = \frac{l}{2} - y = \frac{l}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{M_x}{M_{max}}} \right)$$

2. Fall. Der maßgebende Größtwert der Linie des Größtmoments tritt zwischen  $\frac{l}{2}$  und dem Auflagermittelpunkt auf, z. B. bei rollenden Lasten.

Der Abstand zwischen dem Auflager und dem maßgebenden Größtwert der Linie des Größtmoments sei  $w$ . Gl. (1) lautet dann:

$$(2) \quad a = w \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{M_x}{M_{max}}} \right)$$

#### Praktische Anwendung.

##### I. Eisenbetonbalken.

$$M_x = F_{e_x} \sigma_e z = F_{e_x} \sigma_e \left( h - \frac{x}{3} \right)$$

Hierin bedeutet:

$F_{e_x}$  = vorhandener Eisenquerschnitt nach Abbiegung der Eisen,

$\sigma_e$  = größte Eisenspannung infolge  $M_{max}$ ,

$z$  = mittlerer Hebelarm zwischen Betondruckquerschnitt und vorhandenem Eisenquerschnitt ( $z$  ändert sich in Wirklichkeit bei jeder Abbiegung).

Mit  $n = 15$  und  $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = m$  ist:

$$x = \frac{n \sigma_b}{\sigma_e + n \sigma_b} \cdot h = \frac{15}{m + 15} \cdot h$$

und 
$$M = F_{e_x} h \sigma_e \cdot \frac{m + 10}{m + 15}$$

Für  $M_{max}$  ist entsprechend:

$$M_{max} = F_{e_{max}} h \sigma_e \cdot \frac{m + 10}{m + 15}$$

Setzt man für beide Momente,  $M_x$  und  $M_{max}$ , dieselben Größtwerte der Spannungen voraus, so ist:

$$\frac{M_x}{M_{max}} = \frac{F_{e_x}}{F_{e_{max}}}$$

Dieser Wert wird in Gl. (1) u. (2) eingeführt:

$$(Ia) \quad a = \frac{l}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{F_{e_x}}{F_{e_{max}}}} \right)$$

$$(IIa) \quad a = w \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{F_{e_x}}{F_{e_{max}}}} \right)$$

##### II. Balken mit veränderlichem Querschnitt.

Unter der Voraussetzung gleicher Größtwerte der Spannungen ist:

$$\frac{M_x}{M_{max}} = \frac{W_x}{W_{max}}$$

Damit ergeben Gl. (1) u. (2):

$$(IIa) \quad a = \frac{l}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{W_x}{W_{max}}} \right)$$

$$(IIb) \quad a = w \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{W_x}{W_{max}}} \right)$$

##### III. Reichsbahnblechträgerbrücken.

In der Formel (2) ergeben die Werte nach den „Berechnungsgrundlagen für stählerne Eisenbahnbrücken (BE)“, Vorschrift 804 der Deutschen Reichsbahn, für  $w = 0,44 l$ :

$$M_{max} = \varphi M_{p_{max}} + M_g$$

Nach Tafel 1 der BE wird:

$$M_g = 0,986 M_{g_{max}}$$

Somit lautet Gl. (2):

$$a = 0,44 l \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{M_x}{\varphi M_{p_{max}} + 0,986 M_{g_{max}}}} \right)$$

Bei gleichen Größtwerten der Spannung ist:

$$M_x = \frac{M_{max}}{W_{max}} \cdot W_x$$

Da bei jeder Brückenberechnung die Spannung

$$\sigma_{vorh} = \frac{\varphi M_{p_{max}} + M_{g_{max}}}{W_{max}}$$

errechnet wird, setzt man  $M_x = \sigma_{vorh} W_x$  ein und erhält:

$$(III) \quad a = 0,44 l \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{\sigma_{vorh}}{\varphi M_{p_{max}} + 0,986 M_{g_{max}}} \cdot W_x} \right)$$

In Gl. (III) ändert sich bei verschiedenen Gurtplattenlängen nur  $W_x$ .

Eine Formel für den Abschnitt von  $0,12 l$  in der Mitte des Trägers anzugeben, ist zwecklos, weil die äußeren Gurtplatten in jedem Falle länger als diese Strecke sind.

Die Länge der einzelnen Gurtplatten ist:

$$l' = l \left( 0,12 + 0,88 \sqrt{1 - \frac{\sigma_{vorh}}{\varphi M_{p_{max}} + 0,986 M_{g_{max}}} \cdot W_x} \right)$$

Erhard Richter.

**INHALT:** Wiederherstellung einer stark beschädigten stählernen Talbrücke. — Gekoppelte, durchlaufende Pfetten im Holzbau. — Vermischtes: Formeln zur Bestimmung der Momentendeckung.

Verantwortlich für den Inhalt: Dr. Ing. Erich Lohmeyer, Oberbaudirektor a. D., Berlin. Verlag: Wilhelm Ernst & Sohn, Verlag für Architektur und technische Wissenschaften, Berlin W9. Druck: Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.