

DER BAUINGENIEUR

21. Jahrgang

5. August 1940

Heft 29/30

BERECHNUNG ZWEISEITIG GELAGERTER TRÄGERROSTE MIT HILFE VON SINUSREIHEN.

Von Dr.-Ing. Erhard Weber, Berlin.

DK 624.073.74

Übersicht. Bei der Trägerrostbrücke werden die Querträger durch ideale Roststäbe von der Wirkungsbreite ι ersetzt, für welche ein System von gekoppelten Differentialgleichungen vierter Ordnung gilt, das einer Lösung mit Hilfe von Sinusreihen bei geringem Rechenaufwand leicht zugänglich ist.

1. Einleitung.

Die wirklichkeitsgetreue Berechnung von Trägerrosten mit einer hohen Anzahl von Querträgern erfordert nach der üblichen theoretischen Lösung einen hohen Rechenaufwand, und es soll hier auf eine Berechnungsweise aufmerksam gemacht werden, welche den Umfang der zahlenmäßigen Auswertung einschränkt und die in der Literatur schon öfters, z. B. von E. Müller¹, S. Timoschenko² und K. Beyer³, behandelt wurde. Die unstetige lastverteilende Wirkung der Nebenträger wird dabei durch eine stetige ersetzt, und als Unbekannte der Rechnung finden wir in diesen Abhandlungen die Verbindungskräfte zwischen den zueinander senkrechten Roststäben. Beim Faltwerk, einer Tragwerksform des Eisenbetonbaues, liegt ein ähnliches Problem vor, und die Berechnungsweise nach der Biegetheorie, die auf denselben Grundsätzen aufgebaut ist, wurde von E. Gruber⁴ und G. Grüning⁵ ausgebaut.

2. Bezeichnungen.

Die verwendeten Bezeichnungen sind folgende (Abb. 1):

- J_v = Trägheitsmoment des v -ten Hauptträgers ($v = 1, 2, 3, \dots$),
- J_Q = Trägheitsmoment des Querträgers,
- L = Spannweite der Hauptträger,
- l = Abstand der Hauptträger,
- c = Abstand der Querträger,
- $\frac{J_Q}{c}$ = Trägheitsmoment eines ideellen Querträgers von der Wirkungsbreite ι ,
- X = unbekanntes Stützmoment des ideellen Querträgers,
- M = Moment des Hauptträgers,
- z = Abstand der Last $P = 1t$ vom linken Auflager,
- y = Durchbiegung des Hauptträgers;

zur Abkürzung setzen wir

$$\xi_n = \frac{n\pi x}{L}, \quad \zeta_n = \frac{n\pi z}{L} \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

3. Ableitung.

Die Querträger bei den torsionsfreien Trägerrosten sind elastisch gestützte durchlaufende Träger, und bei gleichem Trägheitsmoment J_Q sowie gleichem Abstände c derselben kann die Dreimomentengleichung des durchlaufenden Trägers bei Stützensenkung für einen ideellen Querträger von der Wirkungsbreite ι und einem Trägheitsmoment $\frac{J_Q}{c}$ angesetzt werden. Die Querträger

sollen dabei nicht belastet sein, sondern die Belastung denken wir uns direkt auf die Hauptträger übertragen. Die Ausgangsgleichung der Rechnung

$$(1) \quad X_{v-1} + 4X_v + X_{v+1} + \frac{6 \cdot E \cdot J_Q}{l^2 \cdot c} (y_{v-1} - 2y_v + y_{v+1}) = 0$$

enthält dann als Unbekannte die Stützmomente des gedachten Querträgers über den Hauptträgern. Diese $v-2$ Ausgangsgleichungen, wobei v die Anzahl der Hauptträger bedeutet, können auf bekannte Weise in ein System von $v-2$ gekoppelten Differentialgleichungen vierter Ordnung übergeführt werden, das einer Lösung durch Reihenentwicklung leicht zugänglich ist.

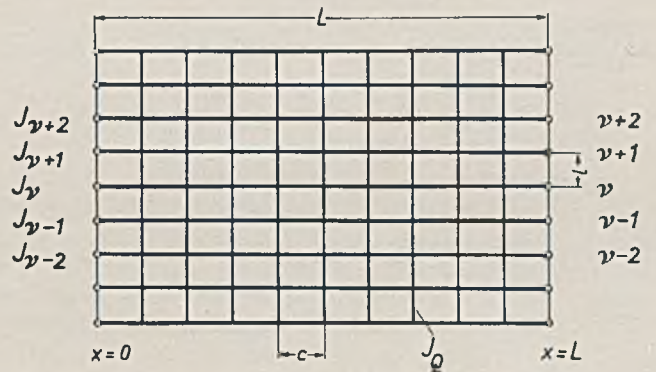


Abb. 1. Zweiseitig gelagerter Trägerrost.

Für die erforderliche Elimination von y aus Gl. (1) differenziert man dieselbe viermal nach x , und es ergibt sich

$$X_{v-1}^{IV} + 4X_v^{IV} + X_{v+1}^{IV} + \frac{6EJ_Q}{l^2 \cdot c} (y_{v-1}^{IV} - 2y_v^{IV} + y_{v+1}^{IV}) = 0.$$

Man ersetzt darin die vierten Differentialquotienten von y durch die bekannten Ausdrücke

$$(2) \quad \begin{cases} E J_{v-1} y_{v-1}^{IV} = p_{v-1} + \frac{1}{l} (X_{v-2} - 2X_{v-1} + X_v) \\ \quad \quad \quad = -Q'_{v-1} = -M''_{v-1}, \\ E J_v \cdot y_v^{IV} = p_v + \frac{1}{l} (X_{v-1} - 2X_v + X_{v+1}) \\ \quad \quad \quad = -Q'_v = -M''_v, \\ E J_{v+1} y_{v+1}^{IV} = p_{v+1} + \frac{1}{l} (X_v - 2X_{v+1} + X_{v+2}) \\ \quad \quad \quad = -Q'_{v+1} = -M''_{v+1}, \end{cases}$$

wobei p_v die äußere Belastung des v -ten Hauptträgers bedeutet, und erhält dann eine Differentialgleichung vierter Ordnung

$$(3) \quad \begin{cases} X_{v-1}^{IV} + 4X_v^{IV} + X_{v+1}^{IV} + \frac{6}{c l^2} \left(p_{v-1} \frac{J_Q}{J_{v-1}} - 2p_v \frac{J_Q}{J_v} \right. \\ \quad \quad \quad \left. + p_{v+1} \frac{J_Q}{J_{v+1}} \right) + \frac{6}{c l^3} \left[X_{v-2} \frac{J_Q}{J_{v-1}} - 2X_{v-1} \left(\frac{J_Q}{J_{v-1}} + \frac{J_Q}{J_v} \right) \right. \\ \quad \quad \quad \left. + X_v \left(\frac{J_Q}{J_{v-1}} + 4 \frac{J_Q}{J_v} + \frac{J_Q}{J_{v+1}} \right) - 2X_{v+1} \left(\frac{J_Q}{J_v} + \frac{J_Q}{J_{v+1}} \right) \right. \\ \quad \quad \quad \left. + X_{v+2} \frac{J_Q}{J_{v+1}} \right] = 0. \end{cases}$$

¹ Bauing. 4 (1923) S. 488.

² Z. angew. Math. Mech. 13 (1933) S. 153.

³ Die Statik im Eisenbetonbau, I. Bd., 2. Aufl. Berlin 1933, S. 150.

⁴ Internat. Verein. Brücken- u. Hochbau, Abh. Bd. I. Zürich 1932, S. 225.

⁵ Ing.-Arch. 3 (1932) S. 319.

Nach Einführung der Bezeichnungen

$$\alpha_{\nu-1} = 6 \frac{J_0}{J_{\nu-1}}, \quad \alpha_{\nu} = 6 \frac{J_0}{J_{\nu}}, \quad \alpha_{\nu+1} = 6 \frac{J_0}{J_{\nu+1}},$$

$$\beta_{(\nu-1)\nu} = 2 \left(\frac{J_0}{J_{\nu-1}} + \frac{J_0}{J_{\nu}} \right), \quad \beta_{\nu(\nu+1)} = 2 \left(\frac{J_0}{J_{\nu}} + \frac{J_0}{J_{\nu+1}} \right),$$

$$\gamma_{\nu} = 6 \left(\frac{J_0}{J_{\nu-1}} + 4 \frac{J_0}{J_{\nu}} + \frac{J_0}{J_{\nu+1}} \right)$$

erscheint die obige Gleichung in der Form

$$(3a) \left\{ \begin{array}{l} X_{\nu-1}^{IV} + 4 X_{\nu}^{IV} + X_{\nu+1}^{IV} + \frac{1}{c^2} (P_{\nu-1} \alpha_{\nu-1} - 2 P_{\nu} \alpha_{\nu} \\ + P_{\nu+1} \alpha_{\nu+1}) + \frac{1}{c^3} [X_{\nu-2} \alpha_{\nu-1} - X_{\nu-1} \beta_{(\nu-1)\nu} \\ + X_{\nu} \gamma_{\nu} - X_{\nu+1} \beta_{\nu(\nu+1)} + X_{\nu+2} \alpha_{\nu+1}] = 0. \end{array} \right.$$

Für einen Trägerrost mit ν Hauptträgern kann man also ein System von $\nu-2$ gekoppelten Differentialgleichungen von der Form (3a) aufstellen. In diese Gleichungen werden jetzt die Belastungsfunktionen p_{ν} in Form von Sinusreihen eingeführt, und die zu berechnenden Größen X_{ν} müssen dann ebenfalls als Sinusreihen mit den noch unbekanntem Koeffizienten $X_{\nu n}$ angesetzt werden. Als einzige zwei Belastungsfälle behandeln wir die gleichmäßig verteilte Belastung $g_{0\nu}$ und die Einzellast $P_{\nu} = 1 t$ im Abstände z vom linken Auflager. Die Sinusreihe für eine gleichmäßig verteilte Belastung $g_{0\nu}$ lautet

$$(4) \quad p_{\nu} = \frac{4 g_{0\nu}}{\pi} \sum_{n=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \xi_n$$

und die zugehörige Reihe für die Einzellast $P_{\nu} = 1 t$ heißt

$$(5) \quad p_{\nu} = \frac{2}{L} \sum_{n=1, 2, 3, 4, \dots}^{\infty} \sin \zeta_n \sin \xi_n$$

und für den Sonderfall $z = \frac{L}{2}$

$$(6) \quad p_{\nu} = \frac{2}{L} \sum_{n=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \xi_n.$$

Für die unbekannte Funktion X_{ν} setzen wir

$$(7) \quad X_{\nu} = \sum_{n=1, 2, 3, 4, \dots}^{\infty} X_{\nu n} \sin \xi_n$$

und für den vierten Differentialquotienten von X_{ν}

$$X_{\nu}^{IV} = \frac{n^4 \pi^4}{L^4} \sum_{n=1, 2, 3, 4, \dots}^{\infty} X_{\nu n} \sin \xi_n.$$

Zur ziffernmäßigen Lösung der Gleichungen muß für jedes Glied der Reihe, das berücksichtigt werden soll, ein lineares Gleichungssystem mit den unbekanntem Koeffizienten $X_{\nu n}$ aufgelöst werden.

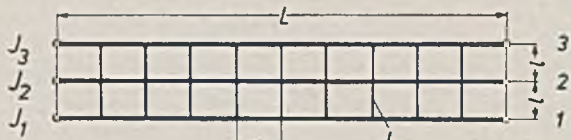


Abb. 2. Trägerrost I.

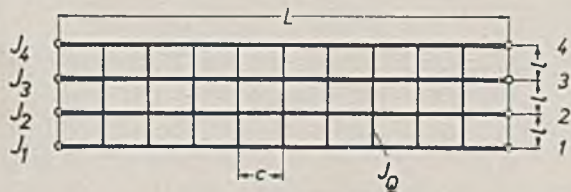


Abb. 3. Trägerrost II.

Nachdem auf diese Weise die Funktionen X_{ν} gewonnen wurden, kann man durch Integration der Gl. (2) die Momente M_{ν} der Hauptträger ermitteln. In fast allen Fällen genügt für die Genauig-

keit der Berechnung von Hauptträgermomenten die Bestimmung von drei oder höchstens vier Gliedern der Reihe.

Die Bestimmungsgleichungen für die unbekanntem Koeffizienten $X_{\nu n}$ werden nachfolgend für drei Tragwerksformen (Abb. 2, 3 und 4) mit drei, vier und fünf Hauptträgern angegeben. In der

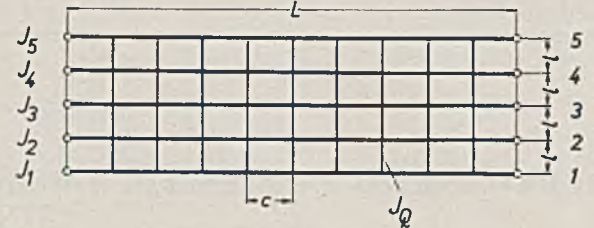


Abb. 4. Trägerrost III.

Zahlentafel A ist die Anzahl der statisch unbestimmten Größen nach der üblichen genauen Berechnungsweise der Anzahl der aufzulösenden Gleichungen nach dieser „Näherungsberechnung“ gegenübergestellt worden.

Zahlentafel A.

Tragwerksform	Anzahl der Hauptträger	Anzahl der Querträger	statisch unbestimmt	Anzahl der Gleichungen für $n = 1, 2, 3, 4$ oder $n = 1, 3, 5$
Trägerrost I.	3	k	k-fach	1 Gleichung
„ II.	4	k	2x k-fach	2 Gleichungen
„ III.	5	k	3x k-fach	3 Gleichungen

Bei gleichmäßig verteilter Belastung g_0 lauten die Bestimmungsgleichungen für $X_{\nu n}$ ($n = 1, 3, 5$) nach einer kleinen Umformung, wobei für

$$(8) \quad \bar{g}_{0\nu} = g_{0(\nu-1)} \cdot \alpha_{\nu-1} - 2 g_{0\nu} \alpha_{\nu} + g_{0(\nu+1)} \alpha_{\nu+1} \dots (\nu = 2, 3, 4)$$

zu setzen ist, wie folgt:

Trägerrost I

$$(9) \quad X_{2n} \left[4 n^4 \pi^4 + \frac{L^4}{c^3} \gamma_2 \right] = - \frac{1}{n \pi} \frac{4 L^4}{c^2} \bar{g}_{02};$$

Trägerrost II

$$(10) \left\{ \begin{array}{l} X_{2n} \left[4 n^4 \pi^4 + \frac{L^4}{c^3} \gamma_2 \right] + X_{3n} \left[n^4 \pi^4 - \frac{L^4}{c^3} \beta_{23} \right] \\ = - \frac{1}{n \pi} \frac{4 L^4}{c^2} \bar{g}_{02}, \\ X_{2n} \left[n^4 \pi^4 - \frac{L^4}{c^3} \beta_{23} \right] + X_{3n} \left[4 n^4 \pi^4 + \frac{L^4}{c^3} \gamma_3 \right] \\ = - \frac{1}{n \pi} \frac{4 L^4}{c^2} \bar{g}_{03}; \end{array} \right.$$

Trägerrost III

$$(11) \left\{ \begin{array}{l} X_{2n} \left[4 n^4 \pi^4 + \frac{L^4}{c^3} \gamma_2 \right] + X_{3n} \left[n^4 \pi^4 - \frac{L^4}{c^3} \beta_{23} \right] \\ + X_{4n} \frac{L^4}{c^3} \alpha_4 = - \frac{1}{n \pi} \frac{4 L^4}{c^2} \bar{g}_{02}, \\ X_{2n} \left[n^4 \pi^4 - \frac{L^4}{c^3} \beta_{23} \right] + X_{3n} \left[4 n^4 \pi^4 + \frac{L^4}{c^3} \gamma_3 \right] \\ + X_{4n} \left[n^4 \pi^4 - \frac{L^4}{c^3} \beta_{34} \right] = - \frac{1}{n \pi} \frac{4 L^4}{c^2} \bar{g}_{03}, \\ X_{2n} \frac{L^4}{c^3} \alpha_2 + X_{3n} \left[n^4 \pi^4 - \frac{L^4}{c^3} \beta_{34} \right] \\ + X_{4n} \left[4 n^4 \pi^4 + \frac{L^4}{c^3} \gamma_4 \right] = - \frac{1}{n \pi} \frac{4 L^4}{c^2} \bar{g}_{04}. \end{array} \right.$$

Bei einer Einzellast $P = 1 t$ im Abstände z vom linken Auflager lauten die Bestimmungsgleichungen für $X_{\nu n}$ ($n = 1, 2, 3, 4$ und $n = 1, 3, 5$ für den Sonderfall $z = \frac{L}{2}$) wie folgt:

$P = 1t$ auf dem Hauptträger

	1	2	3	4	5
Trägerrost I					
(12) $X_{2n} \left[4n^4 \pi^4 + \frac{L^4}{c^2} \gamma_2 \right]$		$= -\frac{2L^3}{c^2} \alpha_1 \sin \zeta_n$	$+ \frac{4L^3}{c^2} \alpha_2 \sin \zeta_n$	$- \frac{2L^3}{c^2} \alpha_3 \sin \zeta_n$	
Trägerrost II					
(13) $X_{2n} \left[4n^4 \pi^4 + \frac{L^4}{c^2} \gamma_2 \right] + X_{3n} \left[n^4 \pi^4 - \frac{L^4}{c^2} \beta_{23} \right]$		$= -\frac{2L^3}{c^2} \alpha_1 \sin \zeta_n$	$+ \frac{4L^3}{c^2} \alpha_2 \sin \zeta_n$	$- \frac{2L^3}{c^2} \alpha_3 \sin \zeta_n$	
$X_{2n} \left[n^4 \pi^4 - \frac{L^4}{c^2} \beta_{23} \right] + X_{3n} \left[4n^4 \pi^4 + \frac{L^4}{c^2} \gamma_3 \right]$		$= -\frac{2L^3}{c^2} \alpha_2 \sin \zeta_n$	$+ \frac{4L^3}{c^2} \alpha_3 \sin \zeta_n$	$- \frac{2L^3}{c^2} \alpha_4 \sin \zeta_n$	
Trägerrost III					
(14) $X_{2n} \left[4n^4 \pi^4 + \frac{L^4}{c^2} \gamma_2 \right] + X_{3n} \left[n^4 \pi^4 - \frac{L^4}{c^2} \beta_{23} \right]$		$= -\frac{2L^3}{c^2} \alpha_1 \sin \zeta_n$	$+ \frac{4L^3}{c^2} \alpha_2 \sin \zeta_n$	$- \frac{2L^3}{c^2} \alpha_3 \sin \zeta_n$	
$+ X_{4n} \frac{L^4}{c^2} \alpha_4$					
$X_{2n} \left[n^4 \pi^4 - \frac{L^4}{c^2} \beta_{23} \right] + X_{3n} \left[4n^4 \pi^4 + \frac{L^4}{c^2} \gamma_3 \right]$		$= -\frac{2L^3}{c^2} \alpha_2 \sin \zeta_n$	$+ \frac{4L^3}{c^2} \alpha_3 \sin \zeta_n$	$- \frac{2L^3}{c^2} \alpha_4 \sin \zeta_n$	
$+ X_{4n} \left[n^4 \pi^4 - \frac{L^4}{c^2} \beta_{34} \right]$					
$X_{2n} \frac{L^4}{c^2} \alpha_2 + X_{3n} \left[n^4 \pi^4 - \frac{L^4}{c^2} \beta_{34} \right]$					
$+ X_{4n} \left[4n^4 \pi^4 + \frac{L^4}{c^2} \gamma_4 \right]$		$= -\frac{2L^3}{c^2} \alpha_3 \sin \zeta_n$	$+ \frac{4L^3}{c^2} \alpha_4 \sin \zeta_n$	$- \frac{2L^3}{c^2} \alpha_5 \sin \zeta_n$	

4. Einflußlinien.

Bei einem freiaufliegenden Träger ist bekanntlich die Momentenlinie infolge $P = 1t$ im Punkte C gleich der Einflußlinie für das Moment M_c bei wandernder Last $P = 1t$. Für den zweiseitig gelagerten Trägerrost gelten unter der Voraussetzung eng nebeneinander liegender Querträger ähnliche Beziehungen, wie nachfolgend abgeleitet werden soll. Für die Durchbiegung gilt ferner wie immer die Maxwell'sche Vertauschung, bzw. das Theorem von Betti.

Der Ausdruck für das unbekannte Stützmoment X_ν beim Belastungsfall der Einzellast $P = 1t$ kann allgemein

$$(15) \quad X_\nu = \sum_{n=1, 2, 3, 4, \dots} C_{\nu n} \sin \zeta_n \cdot \sin \xi_n$$

angeschrieben werden, wobei

$$(16) \quad X_{\nu n} = C_{\nu n} \sin \zeta_n$$

gesetzt wurde.

In dieser Gleichung gilt für den Ort der Laststellung und den Ort des Momentes das Gesetz der Vertauschbarkeit. Es ist daher der Ausdruck X_ν für den Verlauf des unbekanntes Stützmomentes über dem ν -ten Hauptträger infolge einer Einzellast $P = 1t$ im Abstände x vom linken Auflager auf dem μ -ten Hauptträger gleich der Einflußlinie für das Stützmoment X über dem ν -ten Hauptträger im Punkte C mit dem Abstand $x = z$ bei der wandernden Last $P = 1t$ auf dem μ -ten Hauptträger.

Bei der zweimaligen Integration der Gl. (2) zur Bestimmung der Hauptträgermomente M und bei der viermaligen Integration derselben Gleichungen zur Bestimmung der Durchbiegungen y der Hauptträger bleibt das Produkt $\sin \zeta_n \sin \xi_n$ erhalten und es gelten daher, gleiche Randbedingungen vorausgesetzt, für M_ν und y_ν dieselben Sätze wie für X_ν . Um die Einflußlinien für X , M und y im Punkte C des ν -ten Hauptträgers zu ermitteln, stellt man die Last $P = 1t$ einzeln auf die im gleichen Abstände vom linken Auflager befindlichen Punkte C sämtlicher Hauptträger, und die erhaltenen Ausdrücke X_ν , M_ν und y_ν sind sogleich die Einflußlinien für X , M und y im Punkte C des ν -ten Hauptträgers.

Zum Schluß sollen die Zusammenhänge zwischen Querkraftlinie und der Einflußlinie für die Querkraft bei den zweiseitig gelagerten Trägerrosten abgeleitet werden. Die Gl. (2) lautet für den ν -ten Hauptträger

$$-Q'_\nu = P_\nu + \frac{1}{l} (X_{\nu-1} - 2X_\nu + X_{\nu+1}),$$

und nach Einführung der Gl. (15) mit darauffolgender Integration ergibt sich

$$(17) \quad \left\{ \begin{aligned} Q_\nu &= Q_\nu + \frac{L}{l\pi} \sum_{n=1, 2, 3, 4, \dots} \frac{1}{n} (C_{(\nu-1)n} - 2C_{\nu n} \\ &\quad + C_{(\nu+1)n}) \sin \zeta_n \cos \xi_n, \end{aligned} \right.$$

wobei Q_ν die Querkraft des freiaufliegenden Trägers bei einer Belastung mit einer Einzellast $P = 1t$ bedeutet. Die Gl. (17) stellt also den Verlauf der Querkraft des ν -ten Hauptträgers bei einer Belastung desselben mit einer Einzellast $P = 1t$ im Abstände z vom linken Auflager dar.

Die Einflußlinie für die Querkraft Q_ν im Punkte C mit dem Abstand x vom linken Auflager bei einer wandernden Last $P = 1t$ auf dem ν -ten Hauptträger lautet

$$(17a) \quad \left\{ \begin{aligned} Q_\nu &= Q_\nu + \frac{L}{l\pi} \sum_{n=1, 2, 3, 4, \dots} \frac{1}{n} (C_{(\nu-1)n} - 2C_{\nu n} \\ &\quad + C_{(\nu+1)n}) \cos \xi_n \sin \zeta_n, \end{aligned} \right.$$

wobei jetzt x die konstante und z die veränderliche Größe darstellt. Q_ν bedeutet darin die Einflußlinie für die Querkraft des freiaufliegenden Trägers. Wenn der Ort der Querkraft und die wandernde Last $P = 1t$ sich auf verschiedenen Hauptträgern befinden, so lautet dann die Einflußlinie

$$(17b) \quad Q_\nu = \frac{L}{l\pi} \sum_{n=1, 2, 3, 4, \dots} \frac{1}{n} (C_{(\nu-1)n} - 2C_{\nu n} + C_{(\nu+1)n}) \cos \xi_n \sin \zeta_n.$$

5. Beispiel.

Es sollen beim Trägerrost der Abb. 5 die Einflußlinien für das Moment M_m des Hauptträgers 1 ermittelt werden.

Nach Gl. (12) und (15) lauten die Ausdrücke für die Einflußlinien X_2 in Feldmitte bei einer wandernden Einzellast $P = 1t$ auf den Hauptträgern 1, 2 und 3

$$\begin{aligned} X_2^{(1)} &= \sum_{n=1, 3, 5} C_{2n}^{(1)} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \zeta_n, \\ X_2^{(2)} &= \sum_{n=1, 3, 5} C_{2n}^{(2)} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \zeta_n \text{ und} \\ X_2^{(3)} &= \sum_{n=1, 3, 5} C_{2n}^{(3)} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \zeta_n, \text{ wobei} \end{aligned}$$

$$C_{2n}^{(1)} = -\frac{2L^3}{c \cdot l^2} \frac{\alpha_1}{\left[4n^4\pi^4 + \frac{L^4}{c l^3} \gamma_2\right]}$$

$$C_{2n}^{(2)} = +\frac{4L^3}{c l^2} \frac{\alpha_2}{\left[4n^4\pi^4 + \frac{L^4}{c l^3} \gamma_2\right]} \text{ und}$$

$$C_{2n}^{(3)} = -\frac{2L^3}{c l^2} \frac{\alpha_3}{\left[4n^4\pi^4 + \frac{L^4}{c l^3} \gamma_2\right]} \text{ ist.}$$

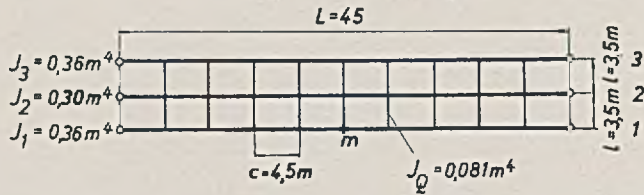


Abb. 5. Trägerrost mit 3 Hauptträgern.

Mit den konstanten Größen

$$\alpha_1 = 6 \frac{J_0}{J_1} = 1,35,$$

$$\alpha_2 = 6 \frac{J_0}{J_2} = 1,62,$$

$$\alpha_3 = 6 \frac{J_0}{J_3} = 1,35,$$

$$\gamma_2 = 6 \left(\frac{J_0}{J_1} + 4 \frac{J_0}{J_2} + \frac{J_0}{J_3} \right) = 9,18,$$

$$\frac{2L^3}{c l^2} = 3306, \frac{L^4}{c l^3} \gamma_2 = 195110 \text{ und}$$

mit dem veränderlichen Wert

$$4n^4\pi^4 = \begin{matrix} 390 & \text{für } n = 1 \\ 31560 & \text{„ } n = 3 \\ 243520 & \text{„ } n = 5 \end{matrix}$$

errechnet man

$$C_{21}^{(1)} = C_{21}^{(3)} = -0,02284, C_{21}^{(2)} = +0,05485 \dots (n = 1),$$

$$C_{23}^{(1)} = C_{23}^{(3)} = -0,01968, C_{23}^{(2)} = +0,04720 \dots (n = 3),$$

$$C_{25}^{(1)} = C_{25}^{(3)} = -0,01017, C_{25}^{(2)} = +0,02446 \dots (n = 5).$$

Nach Einführung der Ausdrücke für $X_2^{(1)}$, $X_2^{(2)}$ und $X_2^{(3)}$ in Gl. (2) und nach zweimaliger Integration derselben erhält man die Einflußlinien für M_{m1} in der Form:

$$M_{m1}^{(1)} = \mathfrak{M}_m + \frac{L^2}{l\pi^2} \sum_{n=1,3,5} \frac{1}{n^2} C_{2n}^{(1)} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \zeta_n,$$

$$M_{m1}^{(2)} = + \frac{L^2}{l\pi^2} \sum_{n=1,3,5} \frac{1}{n^2} C_{2n}^{(2)} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \zeta_n,$$

$$M_{m1}^{(3)} = + \frac{L^2}{l\pi^2} \sum_{n=1,3,5} \frac{1}{n^2} C_{2n}^{(3)} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \zeta_n.$$

\mathfrak{M}_m bedeutet darin die Einflußlinie für das Moment in Feldmitte am freiaufliegenden Träger. Das Ergebnis der zahlenmäßigen Auswertung der obigen Formeln bei Erfassung von drei Gliedern der Reihe ($n = 1, 3, 5$) ist in der Zahlentafel B zusammengestellt, und die Werte für $M_{m1}^{(1)}$, $M_{m1}^{(2)}$ und $M_{m1}^{(3)}$ wurden unter den betreffenden Hauptträgern in Abb. 6 aufgetragen.

Zahlentafel B.

$\frac{z}{L}$	$\sin \zeta_1$	$\sin \zeta_3$	$\sin \zeta_5$	\mathfrak{M}_m mt	$M_{m1}^{(1)}$ mt	$M_{m1}^{(2)}$ mt	$M_{m1}^{(3)}$ mt
0,1	0,3090	0,8090	1,0000	2,25	1,917	0,803	-0,333
0,2	0,5878	0,9511	0,0000	4,50	3,834	1,598	-0,666
0,3	0,8090	0,3090	-1,0000	6,75	5,730	2,448	-1,020
0,4	0,9511	-0,5878	0,0000	9,00	7,652	3,241	-1,348
0,5	1,0000	-1,0000	1,0000	11,25	9,759	3,579	-1,491

$$\frac{L^2}{l\pi^2} \sin \frac{\pi}{2} = +58,60, \frac{L^2}{9l\pi^2} \sin \frac{3\pi}{2} = -6,510, \frac{L^2}{25l\pi^2} \sin \frac{5\pi}{2} = +2,343$$

Als Kontrolle für die gerechneten Zahlenwerte gilt allgemein

$$M_{m1}^{(1)} + \frac{J_2}{J_1} \cdot M_{m1}^{(2)} + \frac{J_3}{J_1} \cdot M_{m1}^{(3)} = \mathfrak{M}_m$$

und ausgewertet für die Momentenwerte in Feldmitte

$$9,759 + 3,579 \frac{0,30}{0,36} - 1,491 \frac{0,36}{0,36} = 11,25.$$

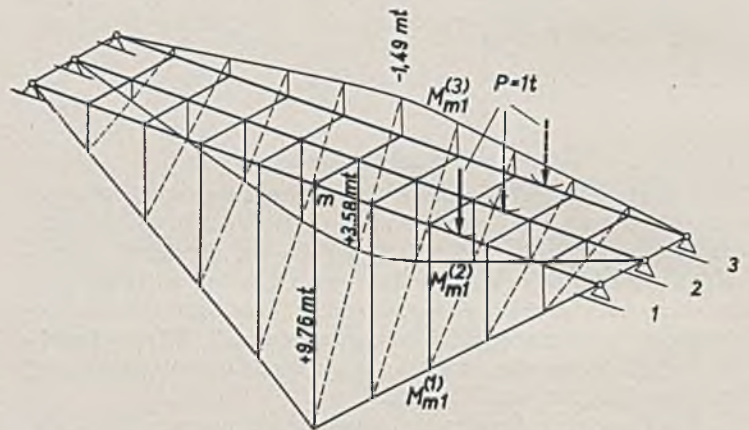


Abb. 6. Einflußlinien für das Moment M_{m1} .

Ein Vergleich mit den genauen Werten, welche mit Hilfe von Elastizitätsgleichungen gewonnen wurden, ergab bei den Größtmomenten einen Unterschied von max. 2%.

6. Schlußbemerkung.

Es sei noch darauf hingewiesen, daß selbstverständlich beim durchlaufenden Trägerrost eine Gleichheit von Momentenlinie und Momenteneinflußlinie nicht besteht.

Die Berechnung des Trägerrostes mit Hilfe von Sinusreihen ist noch beim allseitig gelagerten Trägerrost anwendbar, und die abgeleiteten Gesetze über die Einflußlinien gelten unter denselben Voraussetzungen wie bei der hier behandelten Tragwerksform. Als Hauptträger wählen wir dann jene Roststäbe, welche in geringerer Anzahl vorhanden sind, und die Endauflager der Querträger sind in Gl. (3) als Randhauptträger mit einem Trägheitsmoment $J = \infty$ einzuführen.

BIEGUNG DER RECHTECKPLATTE VON EXPONENTIELL VERÄNDERLICHER DICKE.

Von Dozent Dr.-Ing. R. Gran Olsson, Trondheim (Norwegen).

DK 624.073.11

1. Einleitung. Die Biegung der rechteckigen Platte von veränderlicher Dicke ist bereits in dem Buch von H. Marcus mittels Differenzgleichungen behandelt worden¹. Insbesondere werden die Fälle der linear und quadratisch veränderlichen Platten-

steifigkeit untersucht, wofür auch ein Zahlenbeispiel gebracht wird. In diesem Beispiel wird eine ringsum frei aufliegende, gleichmäßig belastete, quadratische Platte von quadratisch veränderlicher Steifigkeit untersucht. Marcus bemerkt im Anschluß an die Zahlenrechnung: „Die vorstehende Untersuchung zeigt, daß im Gegensatz zum einfachen Stabe nicht allein die Formänderungen, sondern auch die Spannungsmomente, Scherkräfte

¹ Marcus, H.: Die Theorie elastischer Gewebe und ihre Anwendung auf die Berechnung biegsamer Platten, Bd. I, S. 98, 2. Aufl. Berlin 1932.

und Auflagerwiderstände der Platte selbst bei statisch bestimmten Lagerungsarten von der Querschnittsveränderlichkeit beeinflusst werden. Um die Anstrengung der Platte beurteilen zu können, wird man daher auf die genauere Berechnung unter Berücksichtigung der wechselnden Plattensteifigkeit nicht verzichten dürfen.

Im Falle der in einer Richtung linear veränderlichen Plattensteifigkeit hat der Verfasser gezeigt, daß bei gelenkiger Auflagerung zweier gegenüberliegender Ränder (die Auflagerung der beiden anderen Ränder kann beliebig sein) die Lösung der Differentialgleichung des Problems auf transzendente Funktionen führt, die bereits tabuliert sind². Bei einer der Plattensteifigkeit proportionalen Belastung ist das zur Befriedigung der Störungsfunktion nötige partikuläre Integral eine Konstante, was ziemlich genau einer Belastung infolge Wasserdruck entspricht.

Bei in einer Richtung exponentiell veränderlicher Dicke ist ebenfalls eine sehr einfache Lösung gefunden worden, wobei wiederum gelenkige Auflagerung zweier gegenüberliegender Ränder vorausgesetzt wurde. Diese Lösung scheint indessen wenig bekannt geworden zu sein, vermutlich weil die Arbeit seiner Zeit in einer allgemein technischen Kreisen wenig zugänglichen Schrift erschien³, weshalb sie an dieser Stelle kurz dargestellt werden mag. Darüber hinaus soll im vorliegenden Aufsatz gezeigt werden, daß die Lösung auch bei beliebiger Belastung gelingt, sofern diese sich durch trigonometrische Reihen darstellen läßt. Insbesondere erlaubt dies in einfacher Weise die Ermittlung der Beanspruchung in einer solchen Platte, die einer auf einer Geraden stetig oder auch unstetig verteilten Belastung ausgesetzt ist (z. B. Einzellasten, regelmäßige Lastenzüge aus Einzelkräften usw.).

2. Die Lösung für die unbelastete Rechteckplatte von exponentiell veränderlicher Dicke. Die Differentialgleichung für die Durchbiegung w der einer Belastung $p(x, y)$ unterworfenen Platte⁴ lautet in rechtwinkligen Koordinaten

$$(1) \quad \Delta(N \Delta w) - (1-\nu)(N''_{yy} w''_{xx} - 2N''_{xy} w''_{xy} + N''_{xx} w''_{yy}) = p(x, y).$$

Hier bedeuten ferner N die Plattensteifigkeit, ν die Querdehnungszahl und $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ den Laplaceschen Operator. Die Ableitungen sind in üblicher Weise durch Zeiger und Striche angegeben. Bei exponentiell veränderlicher Dicke in der y -Richtung kann für die Plattendicke h gesetzt werden:

$$(2) \quad h = h_0 e^{-\mu y/3},$$

wo h_0 die Plattendicke längs der Geraden $y = 0$ und μ eine Konstante von der Dimension einer reziproken Länge bedeutet; e ist die Basis des natürlichen Logarithmus. Die Plattensteifigkeit N , die der dritten Potenz der Dicke proportional ist, kann dann geschrieben werden:

$$(2a) \quad N = N_0 e^{-\mu y}.$$

Wenn die Plattendicke nur in der y -Richtung veränderlich ist, lautet Gl. (1)

$$(1a) \quad \Delta(N \Delta w) + 2N'_y (\Delta w)'_y + N''_{yy} (w''_{yy} + \nu w''_{xx}) = p(x, y).$$

Mit N nach Gl. (2a) kommt nach Division durch N

$$(1b) \quad \Delta \Delta w - 2\mu (\Delta w)'_y + \mu^2 (w''_{yy} + \nu w''_{xx}) = \frac{p(x, y)}{N_0} e^{\mu y},$$

also eine Gleichung mit konstanten Koeffizienten, auf deren rechter Seite die Belastung mit der Exponentialfunktion $e^{\mu y}$ multipliziert und durch N_0 dividiert erscheint. Diese Gleichung läßt sich nun sehr einfach lösen, wenn an den Plattenrändern $x = 0$ und $x = a$ ($a =$ Breite der Platte in der x -Richtung) gelenkige und unnachgiebige Stützung angenommen wird. Setzt man nach M. Lévy⁵ für die Durchbiegung

$$(3) \quad w = \sum Y_n(y) \sin \alpha_n x \quad (\alpha_n = \frac{n\pi}{a}, n = 1, 2, 3),$$

wo $Y_n(y)$ eine Funktion von y allein bedeutet, so ergibt sich aus der (1b) entsprechende homogene Gleichung die folgende gewöhnliche Differentialgleichung für Y_n

$$(4) \quad Y_n'''' - 2\mu Y_n''' + (\mu^2 - 2\alpha_n^2) Y_n'' + 2\alpha_n^2 \mu Y_n' + \alpha_n^2 (\alpha_n^2 - \nu \mu^2) Y_n = 0,$$

wobei Ableitungen nach y durch Striche angedeutet sind. Für Y_n macht man in üblicher Weise den Ansatz, da die Gl. (4) nur konstante Koeffizienten hat

$$Y_n = e^{\beta_n y},$$

womit sich folgende Gleichung zur Berechnung von β_n ergibt

$$(4b) \quad \beta_n^4 - 2\mu \beta_n^3 + (\mu^2 - 2\alpha_n^2) \beta_n^2 + 2\alpha_n^2 \mu \beta_n + \alpha_n^2 (\alpha_n^2 - \nu \mu^2) = 0.$$

Die Lösung gelingt in sehr einfacher Weise, indem man zunächst

$$z = \beta_n - \frac{\mu}{2}$$

einführt, womit sich durch Einsetzen in Gl. (4b) ergibt

$$(4c) \quad z^4 - 2\left(\alpha_n^2 + \frac{\mu^2}{4}\right) z^2 + \alpha_n^4 + \frac{\mu^4}{16} + \alpha_n^2 \mu^2 \left(\frac{1}{2} - \nu\right) = 0.$$

Aus dieser biquadratischen Gleichung erhält man sofort

$$z = \pm \sqrt{\alpha_n^2 + \frac{\mu^2}{4} \pm \alpha_n \mu \sqrt{\nu}}$$

und weiter

$$\beta_n = \frac{\mu}{2} \pm \sqrt{\frac{\mu^2}{4} \pm \alpha_n \mu \sqrt{\nu} + \alpha_n^2},$$

also vier verschiedene Wurzeln β_n , da ν immer von Null verschieden ist. Falls $\nu = 0$ angenommen wird, wie es im Eisenbetonbau oft üblich ist, treten Doppelwurzeln ähnlich wie bei der Platte von konstanter Dicke auf.

Im allgemeinen ($\nu \neq 0$) lautet also die Lösung von (4)

$$(5) \quad Y_n = A_n e^{\beta_{1,n} y} + B_n e^{\beta_{2,n} y} + C_n e^{\beta_{3,n} y} + D_n e^{\beta_{4,n} y},$$

wo A_n bis D_n Integrationskonstanten sind und zur Abkürzung

$$\beta_{1,n} = \frac{\mu}{2} + \sqrt{\alpha_n^2 + \frac{\mu^2}{4} + \alpha_n \mu \sqrt{\nu}} \quad \beta_{2,n} = \frac{\mu}{2} - \sqrt{\alpha_n^2 + \frac{\mu^2}{4} + \alpha_n \mu \sqrt{\nu}}$$

$$\beta_{3,n} = \frac{\mu}{2} + \sqrt{\alpha_n^2 + \frac{\mu^2}{4} - \alpha_n \mu \sqrt{\nu}} \quad \beta_{4,n} = \frac{\mu}{2} - \sqrt{\alpha_n^2 + \frac{\mu^2}{4} - \alpha_n \mu \sqrt{\nu}}$$

gesetzt wurden. Da es oft zweckmäßig ist, von der Exponentialfunktion zum hyperbolischen Sinus und Cosinus überzugehen, mag auch diese Lösung angeschrieben werden. Sie lautet

$$(5a) \quad \begin{cases} Y_n = e^{\mu y/2} (A_n \sin \beta'_{1,n} y + B_n \cos \beta'_{1,n} y + C_n \sin \beta'_{2,n} y \\ \quad + D_n \cos \beta'_{2,n} y), \end{cases}$$

wobei die Integrationskonstanten A_n^* bis D_n^* von A_n bis D_n etwas verschieden sind. $\beta'_{1,n}$ und $\beta'_{2,n}$ stehen als Abkürzungen für

$$\beta'_{1,n} = \sqrt{\alpha_n^2 + \frac{\mu^2}{4} + \alpha_n \mu \sqrt{\nu}}, \quad \beta'_{2,n} = \sqrt{\alpha_n^2 + \frac{\mu^2}{4} - \alpha_n \mu \sqrt{\nu}}.$$

Die Lösung der (1b) entsprechenden homogenen Gleichung lautet

$$(3a) \quad \begin{cases} w = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n e^{\beta_{1,n} y} + B_n e^{\beta_{2,n} y} + C_n e^{\beta_{3,n} y} + D_n e^{\beta_{4,n} y}) \sin \alpha_n x \\ = e^{\mu y/2} \sum_{n=1}^{\infty} (A_n^* \sin \beta'_{1,n} y + B_n^* \cos \beta'_{1,n} y + C_n^* \sin \beta'_{2,n} y \\ \quad + D_n^* \cos \beta'_{2,n} y) \sin \alpha_n x. \end{cases}$$

Sie unterscheidet sich von der bekannten Lösung für die Platte von unveränderlicher Dicke im wesentlichen dadurch, daß — vom Fall $\nu = 0$ abgesehen — keine mehrfachen Wurzeln auftreten, woraus sich erhebliche Vorteile bei der Lösung der inhomogenen Gleichung bei beliebiger Belastung ergeben.

3. Die Lösung für die beliebig belastete Platte. Die Störungsfunktion der Gl. (1b) kann für die meisten praktisch vorkommenden Belastungsfälle durch ein partikuläres Integral befriedigt werden, das im allgemeinen leicht durch Probieren gefunden wird. Indessen läßt sich mit Hilfe der bekannten Methode der Variation der Konstanten die allgemeine Lösung für eine beliebige Belastung angeben.

² Gran Olsson, R.: Ing.-Arch. 5 (1934) S. 363. Ferner: Abhandlungen des 8. skandinavischen Mathematikerkongresses Stockholm 1934, S. 149 (erschienen 1935).

³ Gran Olsson, R.: Norske Videns. Selskabs Skr. Nr. 2, 1933.

⁴ Marcus, H.: Die Theorie elastischer Gewebe und ihre Anwendung auf die Berechnung biegsamer Platten, Bd. I, S. 93, 2. Aufl. Berlin 1932.

⁵ Lévy, M.: Comptes Rendus 129 (1899) S. 535.

Geht man mit dem Ansatz (3) in die Differentialgleichung (1b) ein, so ergibt sich

$$(6) \quad \begin{cases} \sum_{n=1}^{n=\infty} [Y_n'''' - 2\mu Y_n'''' + (\mu^2 - 2\alpha_n^2) Y_n'' - 2\mu\alpha_n^2 Y_n'] \\ + \alpha_n^2 (\alpha_n^2 - \nu\mu^2) Y_n] \sin \alpha_n x = \frac{e^{\mu y}}{N_n} p(x, y). \end{cases}$$

Wird Gl. (6) mit $\sin \alpha_n x$ multipliziert und von $x = 0$ bis $x = a$ integriert, so fallen wegen der bekannten Orthogonaleigenschaften der trigonometrischen Funktionen sämtliche Glieder auf der linken Seite mit Ausnahme des $\sin^2 \alpha_n x$ enthaltenden Gliedes fort. Wegen

$$\int_0^a \sin^2 \alpha_n x \, dx = \frac{a}{2} \quad (10)$$

ergibt sich

$$(6a) \quad \begin{cases} Y_n'''' - 2\mu Y_n'''' + (\mu^2 - 2\alpha_n^2) Y_n'' - 2\alpha_n^2 \mu Y_n' \\ + \alpha_n^2 (\alpha_n^2 - \nu\mu^2) Y_n = \frac{2 e^{\mu y}}{aN_n} \int_0^a p(x, y) \sin \alpha_n x \, dx, \end{cases}$$

wo die rechte Seite nach Ausführung der Integration eine reine Funktion von y ist, die im folgenden mit $P_n(y)$ bezeichnet werden möge. Es ist also

$$(7) \quad P_n(y) = \frac{2 e^{\mu y}}{aN_n} \int_0^a p(x, y) \sin \alpha_n x \, dx.$$

Die Lösung der (6a) entsprechenden homogenen Gleichung ist bereits in Ziff. 2 angegeben. Die rechte Seite der Gleichung wird in bekannter Weise nach der Methode der Variation der Konstanten befriedigt. Für die Integrationskonstanten A_n bis D_n , die als Funktionen von y aufzufassen sind, ergeben sich folgende Bestimmungsgleichungen:

$$(8) \quad \begin{cases} e^{\beta_1 n y} A_n + e^{\beta_2 n y} B_n + e^{\beta_3 n y} C_n + e^{\beta_4 n y} D_n = 0 \\ \beta_{1,n} e^{\beta_1 n y} A_n + \beta_{2,n} e^{\beta_2 n y} B_n + \beta_{3,n} e^{\beta_3 n y} C_n \\ + \beta_{4,n} e^{\beta_4 n y} D_n = 0 \\ \beta_{1,n}^2 e^{\beta_1 n y} A_n + \beta_{2,n}^2 e^{\beta_2 n y} B_n + \beta_{3,n}^2 e^{\beta_3 n y} C_n \\ + \beta_{4,n}^2 e^{\beta_4 n y} D_n = 0 \\ \beta_{1,n}^3 e^{\beta_1 n y} A_n + \beta_{2,n}^3 e^{\beta_2 n y} B_n + \beta_{3,n}^3 e^{\beta_3 n y} C_n \\ + \beta_{4,n}^3 e^{\beta_4 n y} D_n = P_n(y). \end{cases}$$

In diesen Gleichungen erscheinen als Unbekannte die Größen

$$e^{\beta_1 n y} A_n, \quad e^{\beta_2 n y} B_n, \quad e^{\beta_3 n y} C_n, \quad e^{\beta_4 n y} D_n,$$

während ihre Koeffizienten die aufeinanderfolgenden Potenzen von $\beta_{1,n}, \beta_{2,n}, \beta_{3,n}$ und $\beta_{4,n}$ sind. Aus den Elementen der Algebra ist bekannt, daß die Lösungen eines Systems von der Form

$$(8a) \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_p = 0 \\ a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + \dots + a_p x_p = 0 \\ a_1^2 x_1 + a_2^2 x_2 + a_3^2 x_3 + \dots + a_p^2 x_p = 0 \\ \dots \dots \dots \\ a_1^{p-1} x_1 + a_2^{p-1} x_2 + a_3^{p-1} x_3 + \dots + a_p^{p-1} x_p = k \end{cases}$$

in der Formel

$$(9) \quad x_i = \frac{k}{(a_1 - a_i)(a_2 - a_i) \dots (a_p - a_i)}$$

enthalten sind, wo im Nenner jedesmal der verschwindende Faktor $(a_i - a_i)$ fortzulassen ist⁶. Setzt man

$$\begin{aligned} x_1 &= e^{\beta_1 n y} A_n, & x_2 &= e^{\beta_2 n y} B_n, & x_3 &= e^{\beta_3 n y} C_n, \\ x_4 &= e^{\beta_4 n y} D_n, \\ a_1 &= \beta_{1,n}, & a_2 &= \beta_{2,n}, & a_3 &= \beta_{3,n}, & a_4 &= \beta_{4,n}. \end{aligned}$$

so ergibt die Anwendung der Formel (9)

$$A_n = \frac{P_n(y) e^{-\beta_1 n y}}{(\beta_{1,n} - \beta_{2,n})(\beta_{1,n} - \beta_{3,n})(\beta_{1,n} - \beta_{4,n})}$$

⁶ Madelung, E.: Die mathematischen Hilfsmittel des Physikers, S. 94, 3. Aufl. Berlin 1936.

$$\begin{aligned} B_n &= \frac{P_n(y) e^{-\beta_2 n y}}{(\beta_{2,n} - \beta_{1,n})(\beta_{2,n} - \beta_{3,n})(\beta_{2,n} - \beta_{4,n})} \\ C_n &= \frac{P_n(y) e^{-\beta_3 n y}}{(\beta_{3,n} - \beta_{1,n})(\beta_{3,n} - \beta_{2,n})(\beta_{3,n} - \beta_{4,n})} \\ D_n &= \frac{P(y) e^{-\beta_4 n y}}{(\beta_{4,n} - \beta_{1,n})(\beta_{4,n} - \beta_{2,n})(\beta_{4,n} - \beta_{3,n})}. \end{aligned}$$

Daraus erhält man nach Integration

$$\begin{cases} A_n = \frac{1}{(\beta_{1,n} - \beta_{2,n})(\beta_{1,n} - \beta_{3,n})(\beta_{1,n} - \beta_{4,n})} \int e^{-\beta_1 n y} P_n(y) \, dy + J_n \\ B_n = \frac{1}{(\beta_{2,n} - \beta_{1,n})(\beta_{2,n} - \beta_{3,n})(\beta_{2,n} - \beta_{4,n})} \int e^{-\beta_2 n y} P_n(y) \, dy + K_n \\ C_n = \frac{1}{(\beta_{3,n} - \beta_{1,n})(\beta_{3,n} - \beta_{2,n})(\beta_{3,n} - \beta_{4,n})} \int e^{-\beta_3 n y} P_n(y) \, dy + L_n \\ D_n = \frac{1}{(\beta_{4,n} - \beta_{1,n})(\beta_{4,n} - \beta_{2,n})(\beta_{4,n} - \beta_{3,n})} \int e^{-\beta_4 n y} P_n(y) \, dy + M_n \end{cases}$$

wo J_n, K_n, L_n und M_n die neuen Integrationskonstanten sind. Durch Einsetzen der Werte A_n bis D_n aus (10) in (3a) erhält man die allgemeine Lösung für die Durchbiegung. Die Konstanten J_n bis M_n müssen so gewählt werden, daß die jeweiligen Auflagerbedingungen an den Rändern $y = \text{konst.}$ erfüllt sind.

4. Der Plattenstreifen mit auf einer Geraden stetig oder unstetig verteilter Belastung. Der Plattenstreifen sei durch die Geraden $x = 0$ und $x = a$ begrenzt. Auf ihn mögen längs der Geraden $y = 0$ (die keine Begrenzung bilden soll) nach irgendeinem Gesetz Lasten verteilt sein. Mit Hilfe der Lösung (3a) der homogenen Gl. (4) läßt sich der Formänderungszustand im Plattenstreifen in einfacher Weise angeben, der durch diese Belastung hervorgerufen wird. Von der Lösung (3a) kommen jedesmal nur zwei Glieder in Frage, je nachdem y positiv oder negativ ist. Im positiven Gebiet ($y > 0$) kommen die negativen Exponenten $\beta_{2,n}$ und $\beta_{4,n}$, im negativen Gebiet die positiven Exponenten $\beta_{1,n}$ und $\beta_{3,n}$ in Betracht. Die Lösung lautet also für $y > 0$

$$(11) \quad w_1 = \sum_{n=1}^{n=\infty} (B_n e^{\beta_2 n y} + D_n e^{\beta_4 n y}) \sin \alpha_n x$$

und für $y < 0$

$$(11a) \quad w_2 = \sum_{n=1}^{n=\infty} (A_n e^{\beta_1 n y} + C_n e^{\beta_3 n y}) \sin \alpha_n x.$$

Zur Bestimmung der Konstanten A_n bis D_n hat man zunächst die drei Bedingungen, daß die Durchbiegung w , die Neigung der Tangentialebene $\partial w / \partial y$ und das Biegemoment in der y -Richtung M_y für $y = 0$ in beiden Ausdrücken einander gleich sein müssen. Als vierte Bedingung ergibt sich, daß die Querkraft beim Durchgang durch die Linie $y = 0$ sich sprunghaft um den Betrag der Belastung längs dieser Linie ändern muß. Diese vier Bedingungen genügen gerade zur Bestimmung der vier Konstanten A_n bis D_n und liefern folgende Gleichungen

$$(12) \quad w_1 = w_2 \text{ für } y = 0: A_n - B_n - C_n - D_n = 0$$

$$(13) \quad \begin{cases} \frac{\partial w_1}{\partial y} = \frac{\partial w_2}{\partial y} \text{ für } y = 0: \beta_{1,n} A_n - \beta_{2,n} B_n + \beta_{3,n} C_n \\ - \beta_{4,n} D_n = 0. \end{cases}$$

$$M_{y,1} = M_{y,2} \text{ für } y = 0:$$

$$(14) \quad \begin{cases} (\beta_{1,n}^2 - \nu \alpha_n^2) A_n - (\beta_{2,n}^2 - \nu \alpha_n^2) B_n + (\beta_{3,n}^2 - \nu \alpha_n^2) C_n \\ - (\beta_{4,n}^2 - \nu \alpha_n^2) D_n = 0. \end{cases}$$

Die letzte Bedingung erfordert die Berechnung der Querkraft aus der allgemein geltenden Beziehung⁷

$$Q_y = \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial x} = -N (\Delta w)_y - N'_y (w''_{yy} + \nu w''_{xx})$$

wo

$$H = -(1 - \nu) N w''_{xy}$$

⁷ N a d a i, A.: Elastische Platten, S. 36. Berlin 1925.

das Torsionsmoment bezeichnet. Die Ausrechnung liefert

$$Q_{y,1} - Q_{y,2} = N_0 e^{-\mu y} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ A_n [\beta_{1,n} (\beta_{1,n}^2 - \alpha_n^2) - \mu (\beta_{1,n}^2 - \nu \alpha_n^2)] e^{\beta_{1,n} y} - B_n [\beta_{2,n} (\beta_{2,n}^2 - \alpha_n^2) - \mu (\beta_{2,n}^2 - \nu \alpha_n^2)] e^{\beta_{2,n} y} + C_n [\beta_{3,n} (\beta_{3,n}^2 - \alpha_n^2) - \mu (\beta_{3,n}^2 - \nu \alpha_n^2)] e^{\beta_{3,n} y} - D_n [\beta_{4,n} (\beta_{4,n}^2 - \alpha_n^2) - \mu (\beta_{4,n}^2 - \nu \alpha_n^2)] e^{\beta_{4,n} y} \sin \alpha_n x \right\}$$

Dieser Ausdruck stellt für $y = 0$ den Sprung der Querkraft dar und muß gleich der Belastung $p = p_0 f(x)$ längs der Linie $y = 0$ sein. Es muß also sein

$$\sum_n \left\{ [\beta_{1,n} (\beta_{1,n}^2 - \alpha_n^2) - \mu (\beta_{1,n}^2 - \nu \alpha_n^2)] A_n - [\beta_{2,n} (\beta_{2,n}^2 - \alpha_n^2) - \mu (\beta_{2,n}^2 - \nu \alpha_n^2)] B_n + [\beta_{3,n} (\beta_{3,n}^2 - \alpha_n^2) - \mu (\beta_{3,n}^2 - \nu \alpha_n^2)] C_n - [\beta_{4,n} (\beta_{4,n}^2 - \alpha_n^2) - \mu (\beta_{4,n}^2 - \nu \alpha_n^2)] D_n \right\} \sin \alpha_n x = \frac{p_0}{N_0} f(x)$$

Durch Anwendung des Fourierschen Kunstgriffs der Multiplikation mit $\sin \alpha_n x$ und Integration von $x = 0$ bis $x = a$ erhält man

$$(15) \begin{cases} [\beta_{1,n} (\beta_{1,n}^2 - \alpha_n^2) - \mu (\beta_{1,n}^2 - \nu \alpha_n^2)] A_n \\ - [\beta_{2,n} (\beta_{2,n}^2 - \alpha_n^2) - \mu (\beta_{2,n}^2 - \nu \alpha_n^2)] B_n \\ + [\beta_{3,n} (\beta_{3,n}^2 - \alpha_n^2) - \mu (\beta_{3,n}^2 - \nu \alpha_n^2)] C_n \\ - [\beta_{4,n} (\beta_{4,n}^2 - \alpha_n^2) - \mu (\beta_{4,n}^2 - \nu \alpha_n^2)] D_n = \frac{p_0}{N_0} b_n \end{cases}$$

mit

$$(16) \quad b_n = \frac{2}{a} \int_0^a f(x) \sin \alpha_n x \, dx$$

Das Gleichungssystem (12) bis (15) läßt sich nun sehr einfach lösen, indem die Gl. (14) und (15) etwas umgeformt werden. Wird nämlich Gl. (12) mit $\nu \alpha_n^2$ multipliziert und zu (14) addiert, so erhält man

$$(14a) \quad \beta_{1,n}^2 A_n - \beta_{2,n}^2 B_n + \beta_{3,n}^2 C_n - \beta_{4,n}^2 D_n = 0$$

Werden ferner Gl. (12) mit $-\mu \nu \alpha_n^2$, Gl. (13) mit α_n^2 und Gl. (14) mit μ multipliziert und zu Gl. (15) addiert, so ergibt sich

$$(15a) \quad \beta_{1,n}^3 A_n - \beta_{2,n}^3 B_n + \beta_{3,n}^3 C_n - \beta_{4,n}^3 D_n = 0$$

womit schließlich folgendes Gleichungssystem entsteht

$$(8b) \begin{cases} A_n - B_n + C_n - D_n = 0 \\ \beta_{1,n} A_n - \beta_{2,n} B_n + \beta_{3,n} C_n - \beta_{4,n} D_n = 0 \\ \beta_{1,n}^2 A_n - \beta_{2,n}^2 B_n + \beta_{3,n}^2 C_n - \beta_{4,n}^2 D_n = 0 \\ \beta_{1,n}^3 A_n - \beta_{2,n}^3 B_n + \beta_{3,n}^3 C_n - \beta_{4,n}^3 D_n = \frac{p_0}{N_0} b_n \end{cases}$$

Dieses Gleichungssystem ist somit auf das System (8a) zurückgeführt. Die Lösung lautet demnach

$$(17) \begin{cases} A_n = \frac{p_0 b_n}{N_0 (\beta_{1,n} - \beta_{2,n}) (\beta_{1,n} - \beta_{3,n}) (\beta_{1,n} - \beta_{4,n})} \\ B_n = \frac{p_0 b_n}{N_0 (\beta_{2,n} - \beta_{1,n}) (\beta_{2,n} - \beta_{3,n}) (\beta_{2,n} - \beta_{4,n})} \\ C_n = \frac{p_0 b_n}{N_0 (\beta_{3,n} - \beta_{1,n}) (\beta_{3,n} - \beta_{2,n}) (\beta_{3,n} - \beta_{4,n})} \\ D_n = \frac{p_0 b_n}{N_0 (\beta_{4,n} - \beta_{1,n}) (\beta_{4,n} - \beta_{2,n}) (\beta_{4,n} - \beta_{3,n})} \end{cases}$$

Die Durchbiegung läßt sich also für $y > 0$ schreiben

$$(18) \quad w = \frac{p_0}{N_0} \sum_n \frac{b_n}{\beta_{1,n} - \beta_{2,n}} \left[\frac{e^{\beta_{1,n} y}}{(\beta_{1,n} - \beta_{1,n}) (\beta_{1,n} - \beta_{3,n})} - \frac{e^{\beta_{2,n} y}}{(\beta_{4,n} - \beta_{1,n}) (\beta_{4,n} - \beta_{3,n})} \right] \sin \alpha_n x$$

und für $y < 0$

$$(18a) \quad w = \frac{p_0}{N_0} \sum_n \frac{b_n}{\beta_{1,n} - \beta_{2,n}} \left[\frac{e^{\beta_{1,n} y}}{(\beta_{1,n} - \beta_{2,n}) (\beta_{1,n} - \beta_{4,n})} - \frac{e^{\beta_{3,n} y}}{(\beta_{3,n} - \beta_{2,n}) (\beta_{3,n} - \beta_{4,n})} \right] \sin \alpha_n x$$

Im folgenden sei die Linie $y = 0$ auf einer Strecke, die von $x = u$ bis $x = v$ reicht, gleichmäßig mit $p = p_0$ belastet (Abb. 1). Nach Gl. (16) wird

$$(19) \quad b_n = \frac{2}{a} \int_u^v \sin \alpha_n x \, dx = \frac{2}{\pi n} \left(\cos \frac{\pi n}{a} u - \cos \frac{\pi n}{a} v \right)$$

Führt man

$$\varphi = \frac{u+v}{2}, \quad c = \frac{u-v}{2}$$

in (19) ein, so erhält man nach einer elementaren Rechnung⁸

$$(20) \quad b_n = \frac{4}{\pi n} \sin \frac{\pi n c}{a} \sin \frac{\pi n \varphi}{a}$$

Beispiel 1: Die Belastung sei von $x = 0$ bis $x = a$ gleichmäßig verteilt. Dann ist $c = \varphi = a/2$ und

$$(20a) \quad b_n = \frac{4}{\pi n}$$

($n = 1, 3, 5, \dots$).

Die Platte habe für $y = 0$ die Dicke h_0 , für $y = a$ sei die Dicke gleich $h_0/2$. Der Parameter μ ergibt sich damit zu

$$\mu = \frac{3}{a} \ln \frac{h_0}{h_1} = \frac{2,07945}{a}$$

wofür angenähert

$$\mu = \frac{2}{a}$$

gesetzt werde. Ferner sei die Querdehnungszahl $\nu = 0,16$ angenommen, ein Wert, der für Beton gut zutrifft. In der folgenden Zahlentafel 1 sind für $n = 1, 3$ und 5 die Werte β_n sowie die Konstanten A_n bis D_n zusammengestellt.

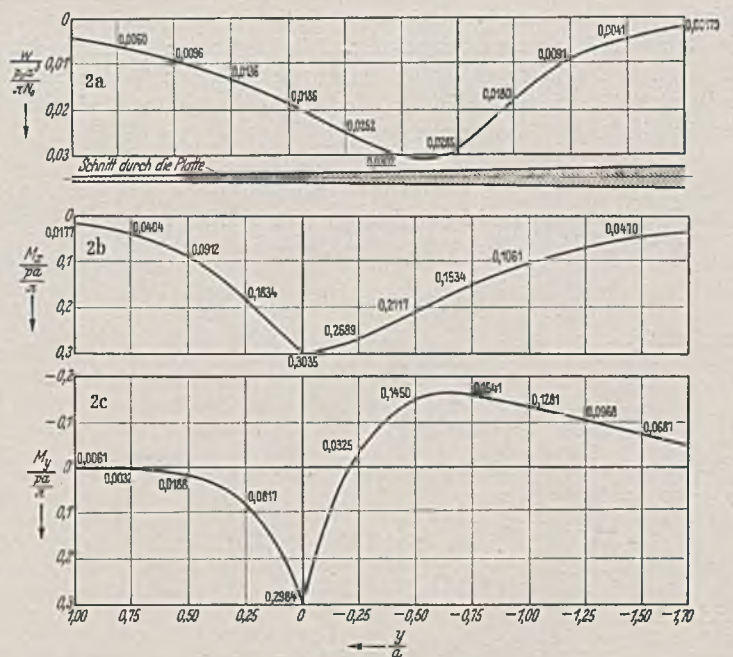


Abb. 2. Durchbiegung und Biegemomente längs des Schnittes $x = a/2$ infolge einer konstanten Wandlast längs $y = 0$.

Die Konstanten A_n bis D_n sind dabei noch mit $p_0 a^3 / \pi N_0$ zu multiplizieren.

⁸ N a d a i, A.: Elastische Platten, S. 80. Berlin 1925.

Zahlentafel 1. Zusammenstellung der Werte $\beta_{1,n}a$ und A_n bis D_n für $\mu a = 2$ und $\nu = 0,16$.

n	$\beta_{1,n}a$	$\beta_{1,n}a$	$\beta_{3,n}a$	$\beta_{4,n}a$	A_n	B_n	C_n	D_n
1	4,657	— 2,657	3,890	— 1,890	0,1089	— 0,1089	— 0,1378	0,1378
3	10,87	— 8,870	10,07	— 8,070	0,01337	— 0,01337	— 0,01455	0,01455
5	17,06	— 15,06	16,25	— 14,25	0,000982	— 0,000982	— 0,00103	0,00103

Zahlentafel 2. Durchbiegungen $w/\frac{p_0 a^3}{\pi N_0}$ bzw. $w/\frac{Pa^2}{2 N_0}$ im Mittelschnitt der Platte ($x = a/2$).

y/a	1,50	1,00	0,75	0,50	0,25	0,00	— 0,25	— 0,50	— 0,75	— 1,00
$w/\frac{p_0 a^3}{\pi N_0}$	0,0060	0,0136	0,0186	0,0252	0,0302	0,0285	0,0180	0,0091	0,0041	0,00179
$w/\frac{Pa^2}{2 N_0}$	0,0060	0,0136	0,0187	0,0253	0,0307	0,0303	0,0184	0,0091	0,0041	0,00179

Zahlentafel 3. Biegemomente M_x und M_y bezogen auf pa/π im Mittelschnitt $x = a/2$.

y/a	1,00	0,75	0,50	0,25	0,00	— 0,25	— 0,50	— 0,75	— 1,00
$M_x/\frac{pa}{\pi}$	0,0177	0,0404	0,0912	0,1834	0,3035	0,2689	0,2117	0,1534	0,1061
$M_y/\frac{pa}{\pi}$	— 0,0461	0,0032	0,0188	0,0817	0,2984	— 0,0325	— 0,1450	— 0,1541	— 0,1281

Zahlentafel 4.

Durchbiegung im Schnitt $y = 0$ infolge gleichmäßiger Last und Einzellast.

x =	0,1a	0,2a	0,3a	0,4a	0,5a	0,6a	0,7a	0,8a	0,9a	Bemerkungen
$w/\frac{p_0 a^2}{2 N_0}$	0,00594	0,01105	0,01490	0,01735	0,01821	0,01735	0,01490	0,01105	0,00594	P = pa
$w/\frac{P a^2}{2 N_0}$	0,00823	0,01586	0,02275	0,02817	0,03034	0,02817	0,02275	0,01586	0,00823	P = P ₀
w/w _{max}	0,3262	0,6068	0,8184	0,9529	1,0000	0,9529	0,8184	0,6068	0,3262	P = pa
w/w _{max}	0,2714	0,5226	0,7497	0,9285	1,0000	0,9285	0,7497	0,5226	0,2714	P = P ₀

Die Durchbiegung wurde für den mittleren Längsschnitt der Platte ($x = a/2$) und verschiedene Werte y/a ausgerechnet und in Zahlentafel 2 zusammengestellt. Die Durchbiegungskurve ist in Abb. 2a aufgetragen, wobei die angeschriebenen Zahlen noch mit $p_0 a^2/\pi N_0$ zu multiplizieren sind. Die größte Durchbiegung ergibt sich für $y = 0$, 1,474a zu

$$w_{max} = 0,0373 \frac{p_0 a^2}{\pi N_0}$$

Das Biegemoment in Schnitten $x = \text{konst.}$ ist für $y > 0$

$$M_x = -N_0 e^{-\nu y} \sum_n [(\nu \beta_{2,n}^2 - \alpha_n^2) B_n e^{\beta_{2,n} y} + (\nu \beta_{4,n}^2 - \alpha_n^2) D_n e^{\beta_{4,n} y}] \sin \alpha_n x$$

und für $y < 0$

$$M_x = -N_0 e^{-\nu y} \sum_n [(\nu \beta_{1,n}^2 - \alpha_n^2) A_n e^{\beta_{1,n} y} + (\nu \beta_{3,n}^2 - \alpha_n^2) C_n e^{\beta_{3,n} y}] \sin \alpha_n x$$

Entsprechend kommt für das Biegemoment in Schnitten $y = \text{konst.}$ für $y > 0$

$$M_y = -N_0 e^{-\nu y} \sum_n [(\beta_{2,n}^2 - \nu \alpha_n^2) B_n e^{\beta_{2,n} y} + (\beta_{4,n}^2 - \nu \alpha_n^2) D_n e^{\beta_{4,n} y}] \sin \alpha_n x$$

und für $y < 0$

$$M_y = -N_0 e^{-\nu y} \sum_n [(\beta_{1,n}^2 - \nu \alpha_n^2) A_n e^{\beta_{1,n} y} + (\beta_{3,n}^2 - \nu \alpha_n^2) C_n e^{\beta_{3,n} y}] \sin \alpha_n x$$

Die Biegemomente wurden für den mittleren Längsschnitt der Platte ($x = a/2$) und verschiedene Werte y/a ausgerechnet und in Zahlentafel 3 angeschrieben. In Abb. 2b und 2c sind die Kurven dieser Biegemomente dargestellt.

Die größten Momente treten naturgemäß unmittelbar unter der Belastung auf. Im Gebiet $y < 0$ treten negative Momente M_y auf, d. h. die größere Plattendicke hat dieselbe Wirkung wie eine Einspannung.

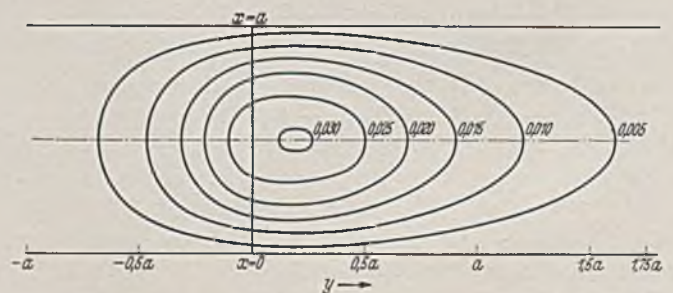


Abb. 3. Schichtenplan der Durchbiegung infolge der Wandlast.

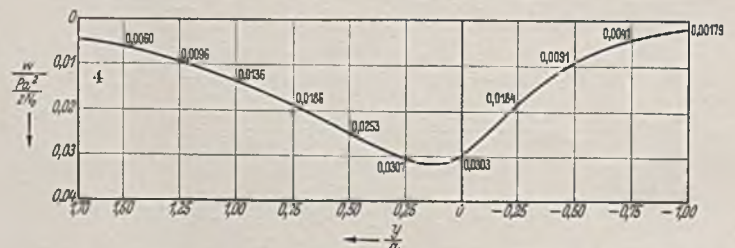


Abb. 4. Durchbiegung längs des Schnittes $x = a/2$ infolge einer Einzellast P im Punkte $(a/2, 0)$.

In Abb. 3 sind in einem Schichtenplan die Kurven konstanter Durchbiegung eingezeichnet, und zwar in Abständen von $0,005 p_0 a^2/\pi N_0$.

Beispiel 2: Die Belastung sei durch eine Einzellast P_0 in der Mitte des Plattenstreifens gegeben. Dann ist $\varphi = a/2$, während c gegen Null geht. Die rechte Seite der Gl. (15) lautet dann

$$\frac{P_0 b_n}{N_0} = -(-1)^{(n+1)/2} \frac{2 P_0}{a N_0} \quad (n = 1, 3, 5, \dots)$$

Die Integrationskonstanten ergeben sich

für $n = 1$: $A_1 = B_1 = -0,1089 \frac{P_0 a^2}{2 N_0}$, $C_1 = D_1 = 0,1378 \frac{P_0 a^2}{2 N_0}$

für $n = 3$: $A_3 = B_3 = -0,01337 \frac{P_0 a^2}{2 N_0}$, $C_3 = D_3 = 0,01455 \frac{P_0 a^2}{2 N_0}$

für $n = 5$: $A_5 = B_5 = -0,00491 \frac{P_0 a^2}{2 N_0}$, $C_5 = D_5 = 0,00517 \frac{P_0 a^2}{2 N_0}$

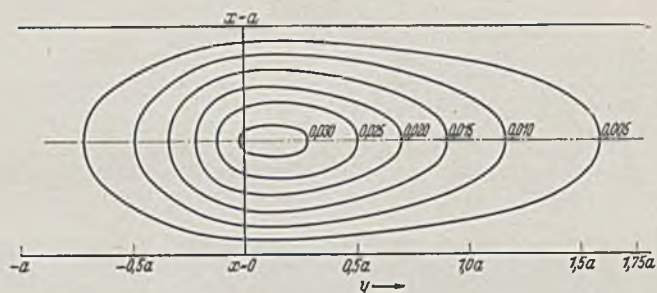


Abb. 5. Schichtenplan der Durchbiegung infolge der Einzellast.

Für den mittleren Längsschnitt ($x = a/2$) wurde die Durchbiegung bei verschiedenen Werten y/a ausgerechnet und in der dritten Zeile der Zahlentafel 2 angeschrieben. Die Durchbiegungskurve ist in Abb. 4 dargestellt, wobei die Zahlen mit $P_0 a^2/2 N_0$ zu multiplizieren sind. Wie bei der gleichmäßig verteilten Linienlast wurde ein Schichtenplan gezeichnet (Abb. 5).

Zum Vergleich der Durchbiegungen in Schnitten $y = \text{konst.}$ sind diese für $y = 0$ bei gleichmäßiger Belastung und bei Einzellast berechnet. Die Durchbiegungen sind in beiden Fällen auf $P_0 a^2/2 N_0$ bezogen, um sie unmittelbar vergleichen zu können, wobei $p_0 a = P_0$ gesetzt wurde. In Zahlentafel 4 sind die auf $P_0 a^2/2 N_0$ bezogenen Durchbiegungswerte für beide Belastungsfälle angegeben.

Die beiden letzten Zeilen der Zahlentafel enthalten die auf den Biegungspeil w_{max} bezogenen Durchbiegungen. Wie zu erwarten war,

verläuft die Durchbiegungskurve infolge der Einzellast spitzer als diejenige infolge gleichmäßig verteilter Belastung (Abb. 6). Das Verhältnis der größten Durchbiegungen beträgt ziemlich genau 0,6. Wie aus der Zahlentafel 2 hervorgeht, beträgt das Verhältnis der Durchbiegungen in großer Entfernung von der Belastung $2/\pi = 0,637$.

5. Zusammenfassung. Es wird gezeigt, daß die Lösung für die Durchbiegung einer Platte von exponentiell veränder-

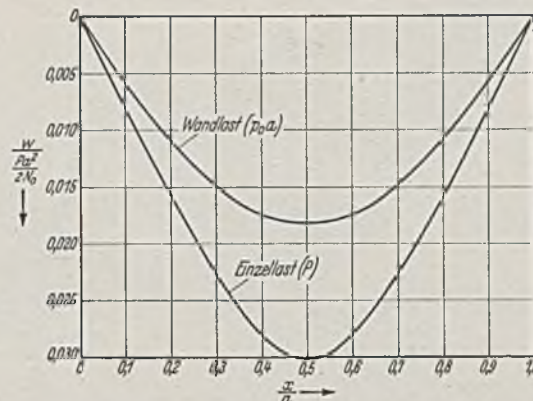


Abb. 6. Durchbiegung längs des Schnittes $y = 0$ infolge Wandlast und Einzellast.

licher Dicke bei gelenkiger Auflagerung zweier gegenüberliegender Ränder durch eine nach Produkten von trigonometrischen und Exponentialfunktionen fortschreitenden unendlichen Reihe gegeben ist. Die Lösung bei beliebig belasteter Platte läßt sich nach der Methode der Variation der Konstanten ebenfalls in sehr einfacher Weise angeben, indem nur Quadraturen elementarer Funktionen auszuführen sind. Als Anwendung wird der Plattenstreifen mit auf einer Geraden stetig oder unstetig verteilten Belastung untersucht. Insbesondere werden für gleichmäßig verteilte Belastung die Durchbiegung sowie die Biegemomente längs des mittleren Längsschnittes des Plattenstreifens berechnet. Ferner wird die Durchbiegung für eine Einzellast in der Mitte des Streifens zahlenmäßig angegeben und die Durchbiegungskurven längs der belasteten Geraden in beiden Fällen miteinander verglichen.

KURZE TECHNISCHE BERICHTE.

Die Eupener Talsperre.

Etwa fünf Kilometer flußaufwärts von Eupen ist an der Weser eine Gewichtsstauwehr im Bau, die ein Becken von 24,8 hm³ Inhalt aufstauen wird. Die Talsperre war bisher geplant zur Versorgung der Stadt Eupen und eines Teiles der Provinz Lüttich mit Trink- und Industrie-Nutzwasser (Tuchfabriken!). Ferner soll sie das Niedrigwasser des durch die Einleitung von Industrie-Abwässern stark verunreinigten Weser-Flusses auflösen.

Der Untergrund besteht sowohl an der Sperrstelle als auch im Staugebiet aus Sandstein und Schiefer. Bei der Gründung stieß man auf eine Verwerfungsspalte und erlebte die Überraschung, daß der Aushub statt der erwarteten 95 000 m³ zum Schluß 250 000 m³ betrug. — Für die wasserwirtschaftlichen Untersuchungen benützte man hauptsächlich die seit dem Jahre 1880 an der in der Nähe liegenden Talsperre Gileppe durchgeführten Messungen. Von der Weser selbst lagen nur Messungen aus zwei Jahren vor.

Das Stauwerk ist eine Gewichtsmauer, die den Fluß um 56,75 m aufstaut (s. Abb. 1). Sie ist nach einem Halbmesser von 375 m gekrümmt. Die Krone ist ohne das Überfallbauwerk 350 m lang. Sie ist 8 m breit und trägt vermittels luftseitiger Auskragungen eine Straße von 11 m Breite. Die wasserseitige Neigung des Querschnitts beträgt 5%, die luftseitige (sehr reichlich!) 80%.

Die Mauer wird an der Wasserseite durch senkrechte Aussparungen im Beton entwässert, die einen oberen Längsstollen, der unter der Straße liegt, mit einem ebensolchen, der etwas über der Gründungssohle liegt, verbinden. Die Aussparungen sind 3,75 m voneinander entfernt und erhalten abwechselnd 30 und 80 cm Ø. Sie nehmen sowohl das Straßenwasser als auch das Sickerwasser auf und können diese Wassermengen in den unteren Stollen und durch diesen ins Unterwasser abführen.

Zur Verbindung des Betons der Stauwehr mit dem Felsen der Gründung wurde in die Gründungssohle, nachdem in mindestens 5 m

Höhe darüber betoniert war, unter 5 at Druck Zementmilch eingepreßt. Dieses Dichtungssystem fand an der Wasserseite seinen Abschluß durch eine mittels Einpressungen hergestellte senkrechte Dichtungsschürze (s. Abb. 1). Im Abstand von 4 m wurden 10 m lange Bohrlöcher von 50 mm Ø erstellt, die schrittweise von oben nach unten fortschreitend abgepreßt wurden. Es war vorgeschrieben, daß beim Abpressen die Mauer an der entsprechenden Stelle schon eine Höhe von mindestens 10 m haben mußte.

Um die Dichtigkeit dieser Schürze prüfen zu können und um ferner den Unterdruck unter dem Bauwerk herabzusetzen, werden von dem unteren Besichtigungsstollen aus noch Löcher von 100 mm Ø gebohrt. Diese Bohrungen werden in vom Hauptstollen zur Wasserseite hin verlaufenden kurzen Stichstollen angesetzt. Von hier aus können gegebenenfalls auch Nachdichtungen an der unteren Dichtungsschürze vorgenommen werden, indem man schräg verlaufende neue Löcher bohrt und abpreßt. Der untere Besichtigungsstollen ist so groß gewählt worden, daß in ihm die Bohrgeräte befördert werden können. Der Beton wird an der Wasserseite mit einem Zementgehalt von 350 kg je m³ Fertigbeton hergestellt, im übrigen Mauerkörper mit 230 kg/m³. Die Zuschlagstoffe wurden in vier Korngrößenstufen beigegeben (max. Korngröße: 150 mm). Für den wasserseitigen Vorsatzbeton wird als Zuschlagstoff Porphyrt verwendet, im übrigen Mauerkörper Sandstein oder Quarzit.

Um die ungünstige Wirkung des Schwindens herabzusetzen, wird wie üblich, in Blöcken betoniert (s. Abb. 2). Die Blöcke haben 15 × 6 m Grundfläche und 2—3 m Höhe. Die Dehnungsfugen haben im allgemeinen 30 m, teilweise auch 20 m Abstand. Zwischen zwei Dehnungsfugen liegt eine senkrechte Arbeitsfuge, die stark verzahnt angeordnet wird. Um die Bildung von Wasserwegen längs der Arbeitsfugen möglichst zu verhindern, sind die Fugen auch in der Horizontalen immer abgesetzt, was dadurch erreicht wird, daß ein und derselbe Block nicht eine gleichbleibende Höhe aufweist.

Die stark verzahnten Dehnungsfugen werden an der Wasserseite mit Kupferblech abgedichtet. Die Blechstreifen von 2,5 mm Stärke und

30 cm Länge haben die Form eines Z, dessen Enden diesseits und jenseits der Fuge im Beton verankert sind. Die Wirksamkeit der Kupferdichtung kann überwacht werden mittels einer unterwasserseits davon eingebauten

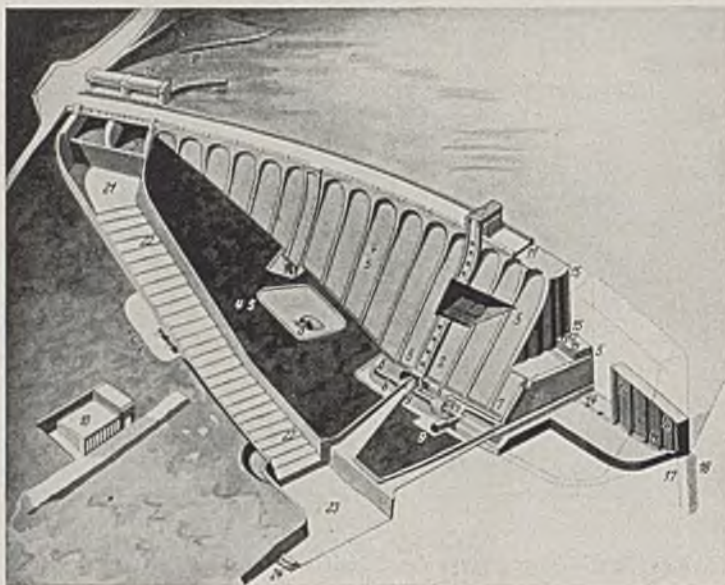


Abb. 1. Eupener Talsperre — Gesamtübersicht.

- | | |
|---|--|
| 1 Bedienungshäuschen. | 12 Entwässerungsschächte \varnothing 800 mm. |
| 2 Grundablaß \varnothing 1500 mm, rechts. | 13 Entwässerungsschächte \varnothing 300 mm. |
| 3 Grundablaß \varnothing 1500 mm, links. | 14 Unterer Entwäss.- und Beobachtungs-Stollen. |
| 4 Entnahme \varnothing 950 mm, rechts. | 15 Dehnungsfuge mit Kupferdichtung. |
| 5 Entnahme \varnothing 950 mm, links. | 16 Injektionsschürze. |
| 6 Verbindungsrohr zur rechten Fassung \varnothing 950 mm. | 17 Sohlenentwässerung. |
| 7 Verbindungsrohr zur linken Fassung \varnothing 950 mm. | 18 Einlaufkanal. |
| 8 Zweigleitung zum Wasserwerk. | 19 Schützenbedienungshäuschen. |
| 9 Zweigleitung zum Kraftwerk. | 20 Erstes Tosbecken. |
| 10 Wasserwerk. | 21 Zweites Tosbecken. |
| 11 Oberer Stollen mit Straßenentwässerung und Zugang zu den Entwässerungsschächten. | 22 Absturztreppe. |
| | 23 Unteres Tosbecken. |
| | 24 Gegenwehr mit Meßeinrichtung. |



Abb. 2. Eupener Talsperre. Blick vom linken Ufer. Man sieht die starke Verzahnung sowohl in vertikaler als auch in horizontaler Richtung.

gelochten Rohrleitung von 150 mm \varnothing , die in den unteren Beobachtungsstollen mündet. Sollte es sich als notwendig herausstellen, so kann die Fuge durch Zementeinpressungen in dieses Rohr gedichtet werden. Das Ganze kann noch weiter überwacht werden durch einen der oben bereits erwähnten Schächte von 80 cm \varnothing , die die beiden Beobachtungsstollen miteinander verbinden. Auch die Fuge zwischen dem Dichtungsbeton der Wasserseite und dem übrigen Mauerbeton wird sowohl in vertikaler als auch in horizontaler Richtung stark verzahnt. Um die innige Verbindung noch zu verbessern, werden in 6 m Abstand Zementeinpressungen vorgenommen, die jeweils nach 6 m Betonhöhe ausgeführt werden.

Die Hochwasser-Entlastungsanlage ist am rechten Flußufer vorgesehen. Sie ist für 230 m³/s bemessen, d. s. 3,32 m³/s je km² des 69,2 km² großen Einzugsgebietes. Aus den 60jährigen Beobachtungen an der Talsperre Gileppe kam man zur Annahme eines Katastrophen-Hochwassers von 100 m³/s. Die vorsichtige Bemessung für mehr als das Doppelte dieser Menge erfolgte mit Rücksicht auf die Gefährdung der 5 km talabwärts liegenden Stadt Eupen.

Das Wasser wird im Grundriß in einem ziemlich scharfen Bogen um die Talsperre herum in die Absturztreppe geleitet (s. Abb. 1). Diese ungünstige Form und weiter die Schwierigkeiten, die die Energieumwandlung bei 230 m³/s Wassermenge und rd. 60 m Fallhöhe bereitet, machten umfangreiche Modell-Untersuchungen erforderlich, die im Wasserbau-Laboratorium zu Antwerpen durchgeführt wurden. Der Modellmaßstab war 1:20. Die ausgeführte Form sieht zur besseren Wasserführung eine ein beträchtliches Stück in den See vorgestreckte Leitmauer

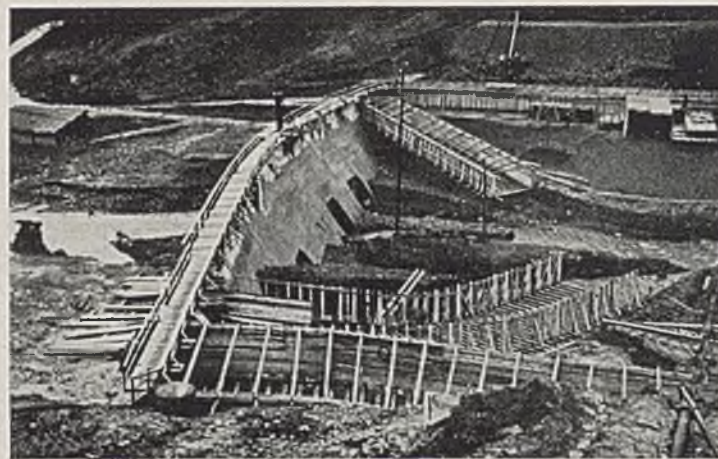


Abb. 3. Oberer Fangedamm mit Grundablässen und Gerinnen für Umleitung und Hochwasserentlastung.

vor. Ferner ist der Einlauf durch eine Zwischenwand in zwei 12,50 m breite Öffnungen unterteilt. Gleich hinter den Schützen, die bis zu Wassermengen von 150 m³/s automatisch arbeiten, sind mit zwei Abstürzen von je 9 m zwei Tosbecken vorgesehen, so daß die Geschwindigkeit des Wassers beim Eintritt in das Absturzgerinne nur gering ist. Die Absturztreppe ist so ausgebildet, daß ein Größtmaß an Turbulenz entsteht. Das wird durch eine besondere Ausbildung der Stufen erreicht, durch die nacheinander das Wasser zur Treppenmitte und dann wieder zu den Wänden geworfen wird (s. Abb. 1 u. 7). Die Absturztreppe mündet in ein unteres Tosbecken, in das auch die Grundablässe münden. Das Tosbecken enthält keinerlei besondere Vorkehrungen zur Energieumwandlung. Die Versuche zeigten, daß die beste Lösung in der Schaffung eines Wasserpolsters besteht, das durch ein besonderes Wehr, das auch zu Meßzwecken dient, gebildet wird. Der Bau des Hochwasserüberfalls war Anfang dieses Jahres fertiggestellt.

Auf Höhe + 308 wurden zwei Grundablässe eingebaut. Sie bestehen aus Rohren von 1500 mm \varnothing , die in Rohrstellen verlegt sind. Die wasserseitigen Verschlüsse bestehen aus einer automatisch betriebenen Drosselklappe und einer zweiten Drosselklappe dahinter als Regulierschluß. Bei Vollstau leistet jeder Grundablaß 35 m³/s.

Die Wasserfassungen befinden sich auf Höhe + 324. Die Einläufe liegen über den Grundablaßeinläufen, der eine in der Mauermitte, der andere 27 m seitwärts. Die Rohrleitungen liegen in Rohrstellen. Am rechten Ufer unterfährt der Stollen die Absturztreppe, um etwas flußabwärts im Wasserwerk zu endigen. Die Rohrleitungen haben Durchmesser von 950 mm und leisten je 1,0 m³/s unter 1,50 m Druckhöhe. An den beiden Stellen in der Mauer, die den Grundablaß und die Wasserentnahme enthalten, befinden sich an der Luftseite zwei Mauerpfeiler, die auf der Krone sich fortsetzen in Bedienungshäuser, die die Straße überbrücken. In diesen Pfeilern sind Treppenanlagen vorgesehen, durch die man die verschiedenen Besichtigungs- und Rohrstellen erreichen kann. Im Wasserwerk ist eine Entsäuerungsanlage geplant.

Zwischen den beiden Grundablaß-Ausläufen wird ein kleines Kraftwerk erstellt, das die vertragsgemäß dauernd in das Unterwasser abzuführenden Wassermengen ausnutzt. Der Strom dient zur Eigenversorgung der Betriebseinrichtungen der Anlage und zur Hebung von Nutzwasser in höher gelegene Teile des Versorgungsnetzes.

Mit der Bauausführung wurde Ende 1935 begonnen. Ende 1940 denkt man die Betonarbeiten beenden zu können. Nachdem man im Winter 1935/36 das Baugebiet abgeholzt hatte, begann man Anfang 1936 mit dem Aushub und mit dem Bau des oberwasserseitigen Fangedammes. Dieser besteht aus einer Gewichtstaumauer in Beton (s. Abb. 3). Das Wasser fließt von hier durch zwei hölzerne Gerinne von 6×2 m Querschnitt, von denen jedes eine größte Wassermenge von $40 \text{ m}^3/\text{s}$ ableiten kann. Die Gerinne wurden erst Anfang 1938 in Betrieb genommen, als mit dem Aushub im Flußbett begonnen wurde. Die Gerinne überschreiten die Baugrube auf Höhe $+ 312$, d. i. ungefähr 8 m über Flußsohle und ungefähr 15 m über der Gründungssohle (s. Abb. 5 u. 6). Auf der Höhe der Flußsohle waren in der Fangedamm-Mauer

gut wurde schon vorher abgesondert. Zum größten Teil konnte der Aushub mit Löffelbaggern getätigt werden. Gesprengt wurden nur die Quarzitbänke. Die Sprengladungen durften 300 g je Bohrloch nicht überschreiten. Angesetzt wurden die Sprengmittel in etwa 1 m Tiefe.

Anfang 1937 erreichte man die planmäßig vorgesehenen Gründungstiefen. Da der freigelegte Felsen den Erwartungen nicht entsprach, machte man von hier aus nochmals umfangreiche Bohrungen. Nach den Bohrergebnissen hatte man etwas tiefer durchaus gesunden Felsen zu erwarten, weshalb die Aushubarbeiten fortgesetzt wurden. Als man im Winter 1937—38 aber an verschiedenen Stellen des Hanges Risse ent-



Abb. 4. Überblick über den Hangaushub (rechtes Ufer). Angriffsstellen in verschiedenen Höhen (März 1937).



Abb. 5. Gerinne am rechten Ufer. — Die Gründungssohle ist zum Betonieren vorbereitet (September 1937).

Grundablaß-Öffnungen von 4×4 m Querschnitt vorgesehen, durch die außergewöhnlich große Hochwassermengen zum Abfluß kommen sollten, die dann die Staumauer-Baustelle überschwemmen. Diese Grundablässe wurden durch Gleitschützen bedient. Für den Fall, daß bei außerordentlichen Hochwässern die Grundablässe aus irgendeinem Grunde versagen, sind in der Fangedamm-Mauer noch an jedem Ufer je ein Hochwasser-

deckte, mußte man nochmals Untersuchungen anstellen und zwar taufte man diesmal an beiden Ufern Schächte ab und trieb Stollen. Auf diese Weise entdeckte man eine Verwerfungsspalte, die man bei den Bohrungen des vorhergehenden Jahres nicht festgestellt hatte. Da seitlich der Spalte nur sehr geringe Felsmengen durch die Verwerfung in Mitleidenschaft gezogen waren, begnügte man sich damit, nur für den mittleren,

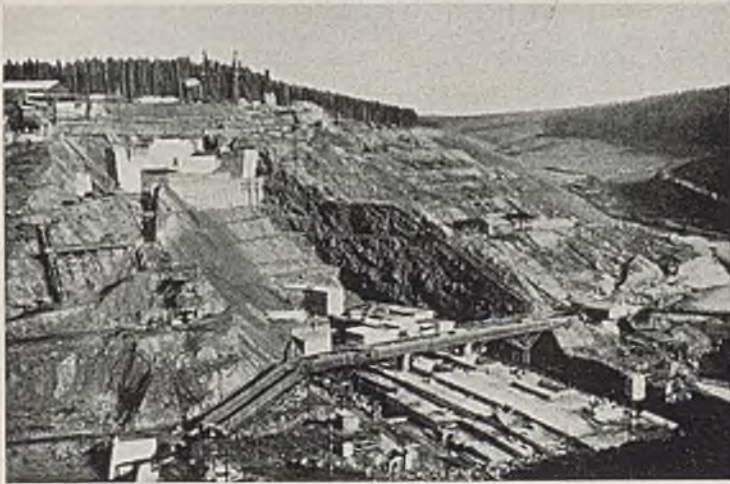


Abb. 6.
Übersicht über die Baustelle im November 1938.



Abb. 7. Übersicht über die Baustelle im November 1939. Die Hochwasserentlastungsanlage ist bereits fertiggestellt.

überfall angeordnet. Die Einläufe zu den Überfällen werden durch automatische Klappen freigegeben. Das Wasser stürzt dann durch steile Holzgerinne zum Flußbett ab (s. Abb. 3). Die Umleitungsgerinne sind in der Baugrube durch je zwei hohe gemauerte Pfeiler abgestützt. Diese Gerinne wurden Ende 1939 außer Betrieb genommen, als der Mauerbeton bis $+ 312$ hochgeführt war und es dadurch möglich wurde, die endgültigen Grundablässe ($+ 308$) in Betrieb zu nehmen.

Die Angriffsstellen für den Aushub an den Hängen wurden mit 5 m Höhenunterschied angesetzt (Abb. 4). Von dort wurde das Aushubgut mit Kippwagen in flußabwärtiger Richtung verfahren, dort auf besonderen Gerüsten in Trichter gekippt, von denen aus es auf Schurren nach unten abgeführt wurde. Unten wurde es in größere Wagen abgefüllt und mit Lokomotiven zu einer etwa 400 m unterhalb der Staumauer gelegenen Halde gefahren. Für die Betonbereitung brauchbares Ausbruch-

hohen Teil der Staumauer die Spalte tiefer auszuräumen, während man sie an den Hängen einfach überbrückte.

Die Baustelle ist durch eine 6 km lange Bahn an die Strecke Eupen—Raeren angeschlossen. Der Bahnanschluß gestattet die tägliche Anfuhr von 3000 t Baustoffe. Die Zuschlagstoffe werden angeliefert: Sandsteinschotter aus den Brüchen der Ourthe, Porphyrschotter aus den Brüchen von Lessines, Grobsand von der unteren Maas, Feinsand aus Montzen. Die Züge entladen in unterhalb der Entladeanlage befindliche Silos. Von dort werden sie dem Bedarf entsprechend von Löffelbaggern auf Förderbänder geladen und auf diesen zur Betonieranlage befördert. Für Zement sind Lagerungsmöglichkeiten für 3500 t geschaffen, welche Menge etwa dem Bedarf von 8 bis 10 Tagen entspricht. Der Zement wird vom Lager zur Betonaufbereitung mittels Schnecken gefördert. Die Betonbereitungsanlage enthält 3 Mischer von 1000 l Inhalt und einen

Mischer von 1600 l Inhalt. Verwendet wird Hochofenzement, dessen Kalkgehalt auf 50 Gewichtsteile begrenzt ist. Zur Einbaustelle wird der Beton teils durch Förderbänder und Rinnen gebracht, zum größten Teil aber durch zwei Kabelkrane. Den Kabelkrane werden die Kübel auf Plattformwagen zugefahren. Die beiden Kabelkrane haben 462 m Spannweite, 5 t Tragkraft, 50 m/min Hubgeschwindigkeit, 320 m/min Katzenfahrgewindigkeit, 90 PS-Hubmotore und 90 PS-Fahrmotore. Der Arbeiter an der Einbaustelle und der Kranführer verständigen sich mittels Mikrophon und Lautsprecheranlage. Die Kabelkrane haben eine Leistungsfähigkeit von je 250 m³ in 8 Stunden. Zusammen mit den anderen Betoniereinrichtungen wurde eine größte Tagesleistung von 1500 m³ in 16 Stunden erzielt. Der Beton wird eingerüttelt. Wegen der großen Zuschlagstoffe wich man von der üblichen Umdrehungszahl von 3000 U/min ab und erhöhte sie auf 6000 U/min. Durch das Rütteln erreicht man die geforderten Dichtigkeiten, die dauernd überwacht wurden. Für den Sandstein-Beton darf die Porenzahl im Fertigbeton 10% des Volumens nicht überschreiten, beim Porphyrbeton (als Vorsatzbeton verwendet) 8%.

Der Beton war Anfang 1940 bis auf Ordinate + 336 eingebracht und man glaubt, Ende 1940 die Betonarbeiten abschließen zu können. [Nach Techn. d. Trav. 16 (1940) S. 65]. Orth, Berlin.

Die Rißbildung beim Eisenbeton.

Die Frage der Rißbildung im Eisenbeton interessiert besonders im Hinblick auf die neuerliche Verwendung hochwertiges Eisens. Die Versuche *Consideres* über die Dehnbarkeit des Eisenbetons, die eine Steigerung gegenüber unbewehrtem Beton um das Zehn- bis Zwanzigfache ergaben, haben die Frage der Schwindung nicht berücksichtigt.

Später haben die Zeit und die Erfahrung gelehrt, daß die Kapillarisse als Folge des Schwindens unter normalen Bedingungen den Bestand eines Bauwerks nur gefährdeten, wenn sie die Eisen in größerem Umfang bloßlegten.

Diese Frage gewann jedoch mit dem Auftreten hochwertiges Stahles eine neue Bedeutung, zumal die geringe Erhöhung des Preises dieser Eisensorten erhebliche wirtschaftliche Vorteile verspricht. Da indessen der Elastizitätsmodul dieses Eisens gleich geblieben ist, treten mit der Erhöhung der Spannungen auch größere Dehnungen auf, die der Beton nicht mitmacht, ohne in erhöhtem Maße zu reißen, so daß in bestimmten Fällen hochwertiges Eisen nicht ausgenutzt werden kann. Eine große Rolle spielt also hierbei der Zement. Dabei hat sich zwar die Druckfestigkeit der Zemente in den letzten Jahren im Mittel um 70% steigern lassen, die Zugfestigkeit jedoch nur um ca. 30%. Die Sprödigkeit hat demnach zugenommen. Die Zemente sind es also, die durch ihre Sprödigkeit und das gleichzeitige Anwachsen der Schwindung dem Fortschritt des Eisenbetons im Wege stehen.

Henry Lossier hat, um die hiermit zusammenhängenden Fragen zu klären, *J. Faury* beauftragt, eine Reihe Versuche durchzuführen, bei denen die Rißbildung am Eisenbeton bei reiner Zugbeanspruchung wie auch infolge Biegung studiert werden sollte. Die verschiedensten Eisensorten und von Bindemitteln gewöhnliche und Aluminiumzemente sowie „nichtschrindender“ Zement und quellende Bindemittel sollten verwendet werden.

Das Ziel der ersten Untersuchungen war die Feststellung, unter welchen Bedingungen sich die ersten Risse bilden und schließlich bis zu den Eisen fortpflanzen, um daraus einige praktische Regeln für Konstrukteure und Zementfabrikanten und möglichst einfache Versuchsmethoden zu gewinnen.

Es sollten dabei hauptsächlich die Zugkräfte festgestellt werden, denen gezogene Eisenbetonkörper auf die Dauer widerstehen können, wenn gleichzeitig Witterungs- und andere Einflüsse zur Wirkung kommen, die ein Rosten des Eisens hervorrufen. Die Versuche, die sich zunächst nur auf reine Zugversuche erstreckten, wurden in den Laboratoires du Batiment et des Travaux publics durchgeführt.

Wenn die Bewehrung ausreichend, jedenfalls größer als 1,2% ist, und die Eisen außerdem gut im Betonquerschnitt verteilt sind, erscheinen die ersten Risse, die nur oberflächlich sind und nur die die Eisen überdeckende Schicht zu berühren scheinen, ohne die äußersten Eisen zu erreichen, unter der Last z. Vergrößert man die Last, dann erweitern sie sich gegen die Eisen zu, bis die wichtigsten schließlich bei einer Last Z praktisch die Eisen erreichen. Diese Last Z ist als die kritische Rißlast anzusprechen. Bei ihr beginnt in Gegenwart aggressiver Flüssigkeiten oder Dämpfe die Gefahr der mehr oder weniger schnellen Zerstörung des Betons infolge Rostens der Armierung.

Es ist klar, daß die Lebensdauer des armierten Betons 1. von der Stärke der korrodierenden Angriffe und 2. von der Höhe eines Sicherheitskoeffizienten K abhängt, wenn K das Verhältnis von Z zu P, der zugelassenen Belastung des Bauteils, bedeutet. Praktisch wird dieser um so höher sein müssen, je höher die Nutzlasten im Verhältnis zum Eigengewicht und je stärker die unter 1. genannten Einflüsse sind.

Im allgemeinen hängt die Rißsicherheit von einer ganzen Anzahl Faktoren ab, und zwar den folgenden:

1. von der Sorgfalt der Herstellung
2. von den Eigenschaften des Zements und dem Mischungsverhältnis
3. von der Kornzusammensetzung des Betons
4. von der Eisensorte, seiner Oberfläche und der Verteilung der Eisen im Beton.

Gegenstand der Untersuchungen war daher die Prüfung dieser Faktoren bezügl. ihres Einflusses auf die Rißsicherheit gezogenen Eisenbetons.

Obwohl vom Gesamtprogramm zunächst nur ein Teil durchgeführt werden konnte, werden dessen Ergebnisse, die in mancher Hinsicht lehrreich sind, in folgendem mitgeteilt:

An Probekörpern wurden 2 Sorten verwendet

1. Prismen von quadratischem Querschnitt, veränderlicher Seitenlänge d (3—9 cm) und bewehrt mit einem Rundeisen \varnothing 10 mm, dessen Enden beiderseits aus dem Prisma herausragten und mit Gewinde zur Befestigung an der Versuchsapparatur versehen waren. Der Bewehrungsprozentsatz betrug je nach der Seitenlänge d zwischen 1 und 10%.
2. plattenförmige Versuchskörper, bewehrt mit zwei oder drei Rundeisen von 8—14 mm \varnothing . Die Eisen waren in einer Reihe, im übrigen wie bei den Prismen eingebaut. Die Überdeckung betrug 2—2,5 cm. Der Einbau der Probekörper in die Apparatur war derart, daß eine gleichmäßige Verteilung der Zuglasten auf die Eisen gewährleistet war.

Schließlich wurde die Länge der Prüfkörper gegenüber dem Querschnitt groß genug gewählt, um sicher zu gehen, daß die Beanspruchungen in der mittleren Partie auf eine ausreichende Strecke als gleichmäßig verteilt anzusehen waren, solange noch keine Risse aufgetreten waren, und die Haftfestigkeit nicht erreicht war.

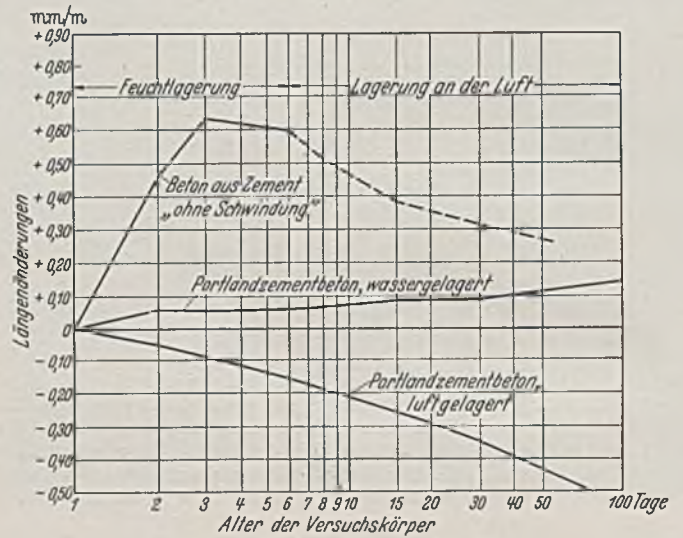


Abb. 1.

Es wurde Handelsrundeisen mit einer Elastizitätsgrenze von 2400 kg/cm² und einer Bruchlast von 3800—4200 kg/cm² verwendet.

Der Beton aus Seine-Kies, für alle Probekörper mit einheitlicher Kornzusammensetzung und einem Zementanteil von 300 kg/m³, wurde plastisch in die Schalungen eingebracht. Als Zement wurde normaler Portlandzement verwendet. Je zur Hälfte wurden die Probekörper an der Luft und im Wasser gelagert, um den Einfluß des Schwindens einzubeziehen zu können. Eine Reihe Versuchskörper wurde mit einem sog. „nichtschrindenden“ Zement hergestellt, die nach Fabrikvorschrift sieben Tage unter feuchten Tüchern, dann an der Luft gelagert wurden.

Die an nicht armierten Prismen gemessenen Längenänderungen infolge Schwindens bzw. Schwellens sind in Abb. 1 dargestellt.

Die mittlere Zugfestigkeit des verwendeten Portlandzementbetons ergab sich nach 28 Tagen zu 22 kg/cm², die im Augenblick des Bruchs vorhandene größte Dehnung zu 0,085 mm/m.

Während der Zugversuche an den bewehrten Versuchskörpern wurden bis zum Auftreten des ersten Risses die Dehnungen mit Hilfe von Huggenbergerschen Apparaten gemessen, die bei einer Meßstrecke von 20 cm noch 1/1200 mm anzeigen.

Um die ersten Risse leicht erkennen zu können, wurden die Prismen mit einer plastischen Harzfarbe gestrichen, auf der sich selbst der feinste Riß als weiße Linie abzeichnete. Schwieriger war es, die Tiefe der Risse festzustellen. Hierzu wurde die Methode von *Mariani* benutzt, die darin besteht, daß der Riß unter Last mit einer alkoholischen Lösung von Phenolphthalein ausgespritzt wird, die vermöge ihrer geringen Oberflächenspannung leicht in ihn eindringt und sich bei Berührung mit frischen Bruchflächen infolge der Alkalität des Betons rot färbt. Es mußte also jedes der unter sich gleichen Prismen bei einer anderen Laststufe in der beschriebenen Weise behandelt und danach die Rißtiefen nach dem Zerbrechen an der Rotfärbung festgestellt werden. Es ergaben sich so Bruchflächen wie in Abb. 2 dargestellt.

Die Kurven der Abb. 3 geben die Resultate sämtlicher Prüfungen an den mit einem Eisen bewehrten Prismen wieder. Als Abszissen sind die Seitenlängen der quadratischen Querschnitte, als Ordinaten die Betondehnungen im Augenblick der Entstehung des ersten Risses aufgetragen. Man erkennt aus der Kurve 1 für an der Luft erhärteten Beton,

daß in keinem Fall die an den nicht armierten Probekörpern festgestellte Dehnung von 0,085 mm/m erreicht wurde. Dagegen weist die Kurve 2 für wassergelagerten Beton um so höhere Dehnungen auf, je kleiner die Seitenlänge des Querschnitts ist, je näher also die gezogenen Fasern dem Eisen liegen. Die Kurve 3, entstanden durch Differenzbildung von 2 und 1, gibt augenscheinlich die während der Lufterhärtung durch Schwindung der Oberfläche bereits eingetretenen Formänderungen wieder. Da sie bei den kleinen Querschnitten größer als 0,085 mm/m sind, müssen hier bereits plastische Formänderungen eingetreten sein und der Beton vor der Prüfung bis nahe an seine Zugfestigkeit beansprucht gewesen sein. Die Kurve 3 nähert sich mit wachsendem Betonquerschnitt asymptotisch der Abszisse und erreicht diese etwa bei dem Wert $d = 12$ cm. Man kann daraus den Schluß ziehen, daß der ein Eisen umgebende Betonquerschnitt, der durch die verhinderte Schwindung auf Zug beansprucht wird, ein Zylinder mit dem Durchmesser von 12 cm ist, an dessen Peripherie die Spannung 0 ist, während sie am Eisen ihren Höchstwert erreicht.

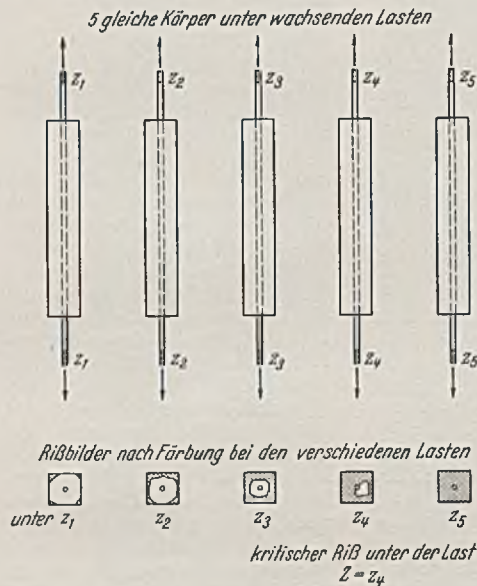


Abb. 2.

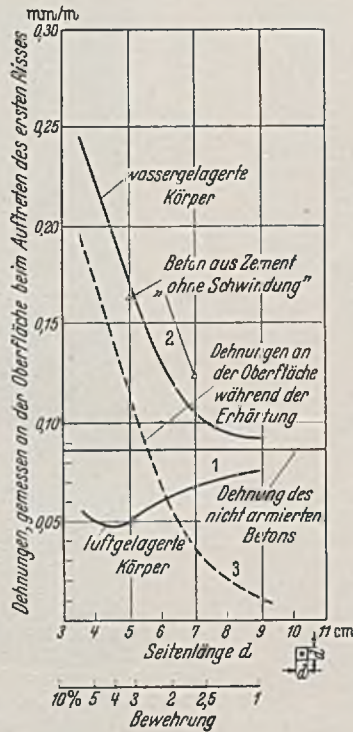


Abb. 3.

Die kritische RiBlast ist also

$$Z = Fb \cdot kbz + Fe \cdot 100 \left(3 + \frac{40}{e} - \frac{e^2}{100} \right)$$

Diese Beziehung besagt für die Praxis, daß für gezogene Eisenbetonstäbe die Durchmesser der Bewehrungsseisen klein und, soweit dies die Verarbeitung des Betons gestattet, mit möglichst geringen gegenseitigen Abständen vorgesehen werden müssen, um eine größtmögliche Sicherheit zu erzielen.

An zwei Beispielen soll die Anwendung der gefundenen Abhängigkeit gezeigt werden. Bezeichnet man mit $K = \frac{Z}{P}$ die Sicherheit in dem behandelten Sinn, wo P die zulässige Belastung bedeutet, dann ist

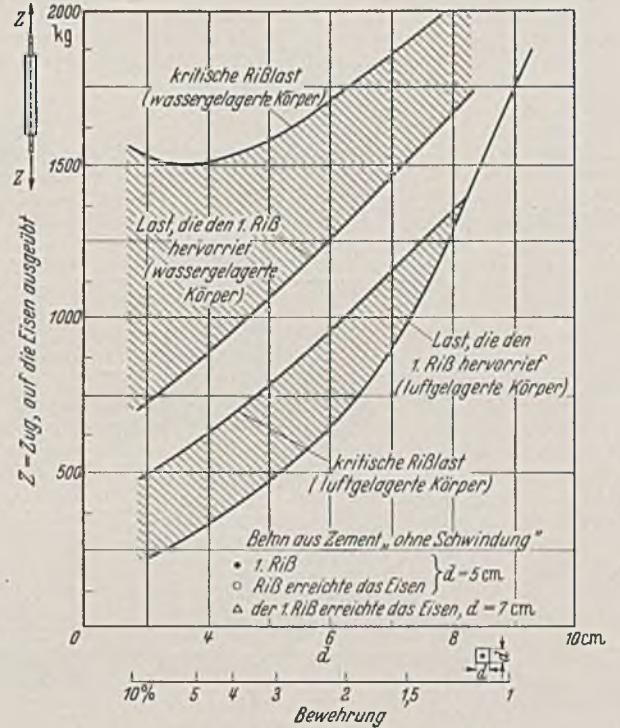


Abb. 4.

Die Abb. 4 zeigt die RiBlasten als Mittelwerte für den ganzen untersuchten Bereich; als untere Grenze die Werte, bei denen die ersten Risse auftraten und als obere diejenigen, bei denen die Risse das Eisen erreichen, also für den Bestand des Eisenbetons gefährlich werden. Auch hier fällt der Einfluß der Schwindung deutlich ins Auge. Die Ausschaltung der Schwindeinflüsse durch Wasserlagerung erhöhte die kritischen RiBlasten um 100% bei einer Bewehrung von 4,5% und um 200% bei einer 10 proz. Bewehrung. Für den an der Luft erhärteten Beton ergibt sich jedoch auch, daß bei einer Bewehrung von 1,2% und weniger kein Unterschied mehr ist zwischen Anriß- und kritischer RiBlast, d. h. wenn ein RiB auftritt, erreicht er sofort auch das Eisen, während bei höheren Bewehrungsprozentsätzen ein erheblicher Lastunterschied zwischen diesen beiden Stadien vorhanden ist.

Da der Beton ungefähr bei der seiner Zugfestigkeit entsprechenden Belastung reißt, würde beispielsweise ein auf Zug beanspruchter Eisenbetonstab mit 1 proz. Bewehrung bei einer Belastung reißen, die eine Betonzugspannung von 20 kg/cm² hervorrufen würde. Das Eisen hätte von da an die gesamte Last zu tragen, und seine Spannung würde bereits 2000 kg/cm² betragen, also nahe der Elastizitätsgrenze liegen. Es empfiehlt sich also, in solchen Fällen den Bewehrungsprozentsatz zu 1,5 oder 2 zu wählen. Der erste RiB würde sich zwar bei der gleichen Last bilden, er würde jedoch das Eisen nicht erreichen, also auch nicht gefährlich werden können.

Mit der Prüfung der Versuchskörper, bewehrt mit zwei oder drei Eisen, sollte die Rolle festgestellt werden, die der lichte Abstand der Eisen voneinander für die RiB-sicherheit spielt. In Abb. 5 sind die Ergebnisse aufgetragen. Als Abszisse ist der Abstand e, als Ordinate der Ausdruck

$$\frac{Z - Fb \cdot kbz}{Fe}$$

gewählt. Es ergaben sich wieder vier Kurven, die paarweise zusammengehören; die oberen für wassergelagerte, die unteren für an der Luft erhärtete Körper. Für letztere ergab sich die kritische Grenzkurve mit alleiniger Abhängigkeit von e zu

$$\frac{Z - Fb \cdot kbz}{Fe} = 100 \left(3 + \frac{40}{e} - \frac{e^2}{100} \right)$$

für einen Bereich $3 < e < 20$ cm und die untersuchten Eisenstärken $\varnothing 8-14$.

$$K = \frac{kbz}{P} + \frac{100 \left(3 + \frac{40}{e} - \frac{e^2}{100} \right)}{P \cdot Fe}$$

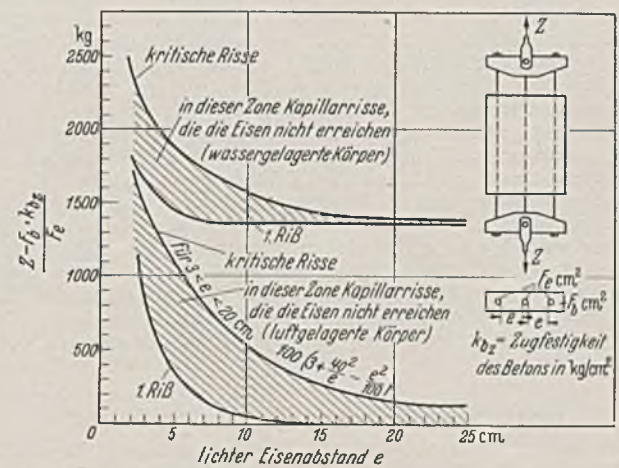


Abb. 5.

Im Falle der Hängesäule kann nach einer Formel von Lossier die zulässige Belastung $P = 20 \cdot (Fb + 35 Fe)$ gesetzt werden, wenn der Achsabstand der Eisen zu 8—10 cm gewählt wird. Hat der Beton, wie bei den untersuchten Probekörpern, eine Zugfestigkeit $kbz = 20$ kg/cm², dann ist $P = Fb \cdot kbz + Fe \cdot 700$ und

$$K = \frac{Fb \cdot kbz + Fe \cdot 100 \left(3 + \frac{40}{e} - \frac{e^2}{100} \right)}{Fb \cdot kbz + Fe \cdot 700}$$

Wenn man annimmt, daß die Formel auch für größere Eisendurchmesser als 14 mm gilt, dann ergibt sich nach der Formel von Lossier

bei Rundeisen $\varnothing 25$ und Eisenachsabstand = 10 cm eine Sicherheit von 1,1, und von 1,34 bei einem Abstand von 8 cm. Für Rundeisen 40 mm \varnothing erreicht man eine Sicherheit $K = 1,26$ bzw. 1,75. Es sind dies ausreichende Sicherheiten, wie die Erfahrungen an einer Anzahl ausgeführter Bauwerke gezeigt haben.

Eine größere Sicherheit wird für Behälterwandungen oder Druckrohre zu fordern sein, weil hier Risse, die durch den Beton hindurchgehen, zu Flüssigkeitsverlusten führen und sich erfahrungsgemäß auch durch Quellung des Zements nur schwer selbst dichten. Gewöhnlich wird die Querschnittsbemessung so vorgenommen, daß der Beton für sich bei einer Beanspruchung von 15–25 kg/cm² und ebenso der Eisenquerschnitt bei einer Spannung von 1000–1200 kg/cm² für sich die ganze Zugkraft aufzunehmen vermögen. Es ist in diesem Falle also zu fordern, daß die Anordnung so getroffen wird, daß sie der folgenden Gleichung genügt:

$$K = \frac{kbz}{P} + \frac{100 \left(3 + \frac{40}{e} - \frac{2^2}{100} \right)}{\frac{P}{F_b} \frac{P}{F_e}} \geq 1,5$$

Aus der Abb. 6 sind für diese Sicherheit $K = 1,5$ und für einen Beton mit der Zugfestigkeit $kbz = 20$ kg/cm² die Zusammenhänge zwischen $\frac{P}{F_b}$, $\frac{P}{F_e}$ und e dargestellt.

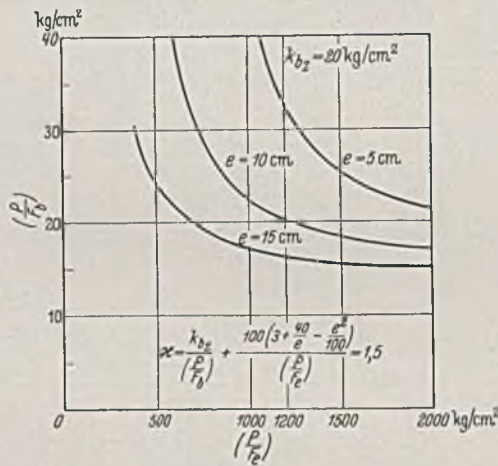


Abb. 6.

Zusammenfassend ist zu sagen, daß die Untersuchungen gezeigt haben, daß die Rißerscheinungen am Eisenbeton u. a. einmal von der Verteilung der Eisen und zum anderen in starkem Umfang von den Eigenschaften des Zements, insbesondere seinem Schwindmaß, abhängen. Die ermittelte Formel kann zunächst natürlich nur im untersuchten Bereich als geltend angesehen werden und bedarf der weiteren Prüfung hinsichtlich eines größeren Geltungsbereichs und vor allem auch der Einschaltung des Faktors Zeit. Aus der Tatsache, daß nach den Prüfungen der Wert der kritischen Rißlast sich bei den Körpern mit 2 bis 3 Proz. Bewehrung annähernd verdoppelt, sobald der Schwindeinfluß durch Wasserlagerung der Versuchskörper ausgeschaltet wurde, ergibt sich die eindeutige Forderung für die Zementindustrie, ihre Bemühungen auf die Schaffung von Zementen ohne Schwindung oder gar mit einer Volumenvergrößerung während der Erhärtung zu richten. Es wäre daher wünschenswert, daß die Prüfung von Zement und Beton, die für Eisenbeton bestimmt sind, auf die Rißsicherheit ausgedehnt wird, etwa nach den von Faury entwickelten oder anderen gleichwertigen Methoden, da die nach dieser Prüfung von den Konstrukteuren getroffene Auswahl einen besonderen Anreiz für die Zementfabrikanten bilden würde, ihre Fabrikate in diesem Sinne zu vervollkommen. [Nach Annales de l'institut technique du batiment et des travaux publics 4 (1939) S. 52.]

Merkle, Breslau.

Außermittig belastete Eisenbetonsäulen.

Man hat in Stützenköpfen von Eisenbetonrahmen, deren Riegel stärker war als die Pfosten, eine Art plastischer Entspannung in der Nähe des Bruchzustandes beobachtet, welche die Tragfähigkeit des Rahmens zu vergrößern schien. Um diesem Problem nachzugehen, hat Thomas Untersuchungen an außermittig belasteten Eisenbetonstützen vorgenommen. Bei Reihe I wurde die Bruchfestigkeit unter konstanter Exzentrizität bestimmt. Bei Reihe II wurde die Exzentrizität derart geändert, daß eine höhere Bruchlast erzielt werden konnte.

In beiden Reihen bestanden die Probekörper aus mehreren Gruppen, teils bügelbewehrt, teils umschnürt, erstere nochmals nach Betongüte und Anordnung der Eisen unterschieden:

a) Bügelbewehrte Säulen 18 × 18 cm

1. mit Beton 1 : 6 geringer Festigkeit ($W_{b7} = 140$ kg/cm²; WZF = 0,66 n. Gew.), Zugbewehrung stärker als Druckbewehrung, so daß der Bruch durch Versagen des Betons erfolgen mußte;

2. mit Beton 1 : 6 mittlerer Festigkeit ($W_{b14} = 200$ kg/cm²; WZF = 0,66) und symmetrischer Bewehrung;

3. mit Beton 1 : 3 hoher Festigkeit ($W_{b7} = 440$ kg/cm²; WZF = 0,45) und symmetrischer Bewehrung.

b) Umschnürte Säulen mit Beton 1 : 6 mittl. Festigkeit, symm. Bewehrung ($\sigma_s = 2800$ kg/cm²) und hochwertigem Stahl ($\sigma_s = 5250$ kg/cm²) für die Spirale.

Bei den Versuchen wurde zwischen der gemessenen Exzentrizität c , dem Abstand des Kraftangriffs vom geometrischen Querschnittsmittelpunkt, und der wirklichen Exzentrizität c' , dem Abstand des Kraftangriffs vom Mittelpunkt des wirksamen Querschnitts, der von der Eisenverteilung, dem plastischen Verhalten des Betons, der Ausdehnung der Risse und anderen Faktoren abhängt, unterschieden.

Bei Säulenreihe I a 1 trat mit dem Wachsen des Moments eine praktisch lineare Minderung der Tragfähigkeit ein. Bruchursache war der versagende Beton. In Abb. 1 sind die Beziehungen zwischen Achsialkraft und Biegemoment beim Bruch in bügelbewehrten Säulen der Reihe I a 2 dargestellt. Vorausgesetzt ist lineare Abhängigkeit der Betonfestigkeit von der Säulenfestigkeit, die von 65% der Würfel Festigkeit bei reinem Druck zu 100% bei reiner Biegung wächst. Bei ungenügender Zugbewehrung ist die Streckgrenze für den Bruch maßgebend. Unter diesen Voraussetzungen zeigt sich, daß von A bis B die Tragfähigkeit mit steigendem Moment linear abnimmt; der ganze Querschnitt steht unter Druck. Bei B ist die Exzentrizität gerade ausreichend, um Risse auf einer Seite herbeizuführen. Der Mittelpunkt des wirksamen Querschnitts nähert sich mit wachsender Exzentrizität der Druckseite, und Last und Moment nehmen ab. Bei weiter steigender Exzentrizität wächst das Moment wieder. Zwischen B und C ist gleichwohl der Bruch dem Versagen des Betons zuzuschreiben. Die Stahlzugspannungen werden immer wichtiger, bis bei C der Bruch von der Zerstörung des Betons und dem Erreichen der Streckgrenze in den Längseisen abhängt. Zwischen C und D besteht eine lineare Beziehung zwischen Last und Moment; das Erreichen der Streckgrenze bedeutet den Bruch der Säule.

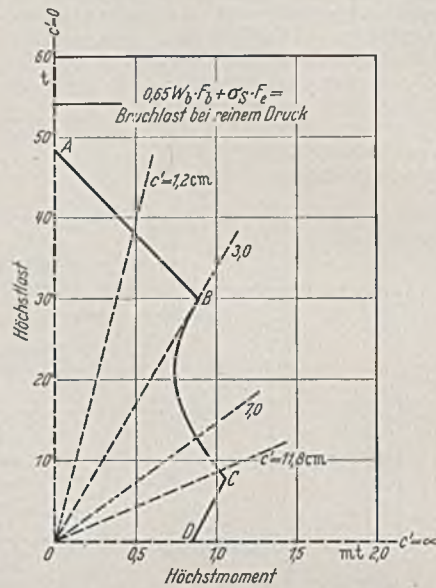


Abb. 1. Beziehungen zwischen Achsialdruck und Moment beim Bruch in bügelbewehrten Säulen Reihe I a 2.

Unter diesen Voraussetzungen zeigt sich, daß von A bis B die Tragfähigkeit mit steigendem Moment linear abnimmt; der ganze Querschnitt steht unter Druck. Bei B ist die Exzentrizität gerade ausreichend, um Risse auf einer Seite herbeizuführen. Der Mittelpunkt des wirksamen Querschnitts nähert sich mit wachsender Exzentrizität der Druckseite, und Last und Moment nehmen ab. Bei weiter steigender Exzentrizität wächst das Moment wieder. Zwischen B und C ist gleichwohl der Bruch dem Versagen des Betons zuzuschreiben. Die Stahlzugspannungen werden immer wichtiger, bis bei C der Bruch von der Zerstörung des Betons und dem Erreichen der Streckgrenze in den Längseisen abhängt. Zwischen C und D besteht eine lineare Beziehung zwischen Last und Moment; das Erreichen der Streckgrenze bedeutet den Bruch der Säule.

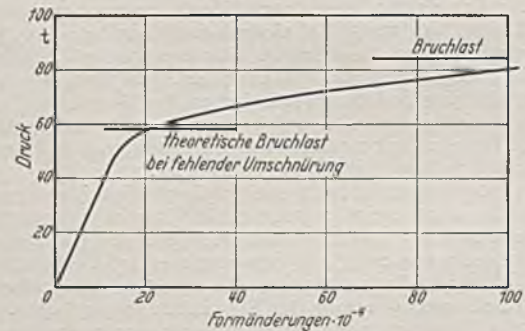


Abb. 2. Längenänderungen in umschnürten Säulen bei reinem Druck (Reihe Ib).

Bei den Säulen I a 1 mit mindermem Beton fehlt die Strecke CD, da der Bruch stets nur vom Versagen des Betons abhängig ist. Bei den Säulen I a 3 mit hochwertigem Beton erhält die Kurve BC eine noch ausgesprochenere Krümmung als in Abb. 1, und CD wird länger und weniger steil. Unterschiede in der Betongüte und dem Bewehrungsprozentsatz beeinflussen hauptsächlich Gestalt und Lage der Kurve BC.

Durch die Umschnürung sollte die Festigkeit der Säulen I b 1 um 60–70% gegenüber I a 1 gesteigert werden. Die Spirale tritt erst in Wirkung, wenn die Betondruckspannung sich der Bruchfestigkeit nähert, da erst dann die Querdehnungen des Betonkerns groß genug werden (vgl. Abb. 2). Bei starker Exzentrizität ist das nicht ohne Bedeutung. Die Tragfähigkeit kann durch die Umschnürung nur insoweit gesteigert werden, als die reine Betondruckspannung innerhalb der Spirale zunimmt. Wenn nun die Exzentrizität wächst, wird die Fläche des Druckbetons kleiner, und die Wirkung der Umschnürung verringert sich. Eine Spiralbewehrung hat demnach bei außermittig belasteten Säulen

nicht den gleichen Wert wie bei reinen Druckgliedern. Diese Überlegung wurde durch die Versuche mit den Säulen I b bestätigt.

Die Probekörper der Reihe II wurden in eine hydraulische Presse gestellt und zugleich durch verstellbare Zugfedern seitlich belastet, so daß die Beziehungen zwischen Drucklast und Moment von $c' = 0$ bis $c' = \infty$ beobachtet werden konnten (Abb. 3).

Beim Rahmenpfosten ist eine Änderung in der Exzentrizität von Änderungen der Verkehrslast oder Rückverteilung der Momente durch plastische Formänderungen des Betons oder der Eisen abhängig. Unter gebräuchlichen Spannungen kann diese plastische Entspannung vernachlässigt werden. In der Nähe der Bruchbelastung aber wird sie wichtig, da sich hier der Beton stark plastisch verformt.

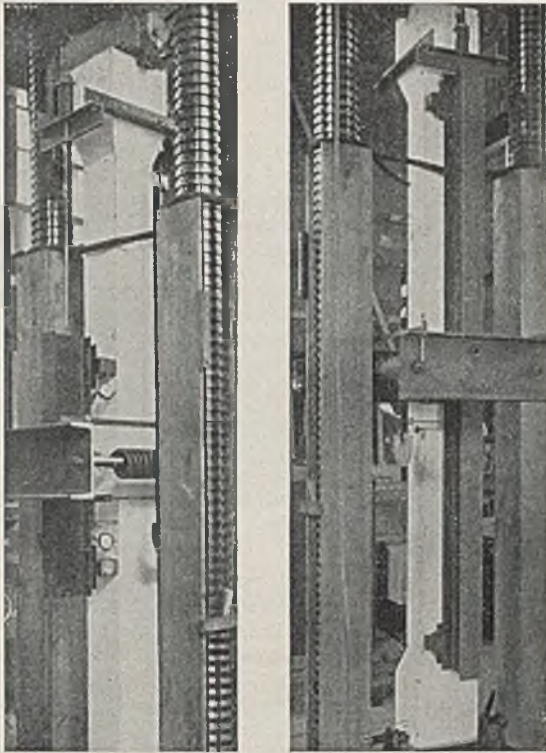


Abb. 3. Säulenreihe II unter kombinierter Belastung an den Enden und an der Seite.

Bei einer Säule der Reihe II a 1 mit geringwertigem Beton und größerer Zugbewehrung als Druckbewehrung wurde die Exzentrizität von etwa 12 cm schrittweise mit Steigerung der Drucklast bis 0 verringert. Die Bruchfestigkeit der Säule war ungefähr die gleiche wie bei einer gleichartigen, unter reinem Druck geprüften Säule.

Eine andere Säule derselben Beschaffenheit wurde bei gleich großer Exzentrizität bis in die Nähe des Bruches belastet; der Druckbeton begann sich stark plastisch zu verformen. Die seitliche Belastung wurde dann verringert, während die Drucklast unter Vermeidung des Bruches etwas anstieg. Wenn man aus den Formänderungen ersah, daß sich die Säule an den neuen Zustand gewöhnt hatte, wurde der Vorgang wiederholt. So wuchs die Last mit veränderlichem Moment und veränderlicher Exzentrizität, bis sie schließlich das Dreifache der Bruchlast erreichte, die sie bei unveränderter Anfangsexzentrizität erreicht hätte. Die Verminderung der Exzentrizität betrug hierbei im ganzen etwa 80%.

Das Verhalten dieser Säule mag in etwa dem einer schwachen Rahmenstütze in der Nähe des Bruchzustandes gleichen. Im allgemeinen aber entspricht die plastische Entspannung im Rahmenpfosten einer Verminderung der Exzentrizität um 50%, wie die Versuche mit den

Säulen II a 2 bewiesen. Für hochwertigen Beton mit $W_{b,7} = 420 \text{ kg/cm}^2$ betrug die Verminderung sogar nur 30%. [Nach Building Research, Technical Paper Nr. 23, Studies in Reinforced Concrete 1938.]

B u s c h, Mannheim.

Fortschritte in der Bauwesenforschung.

In dem vor einigen Monaten veröffentlichten Jahresbericht 1938 des englischen Ausschusses für Bauwesenforschung wird eine große Zahl von Untersuchungen auf verschiedensten Sondergebieten mitgeteilt. Eine kurze Besprechung kann nur auf einige dieser Versuche hinweisen, soweit solche auch für die deutsche Forschung Interesse haben.

Bei den Baustoffuntersuchungen nehmen verschiedene Versuchsreihen über Zementprüfungen einen bevorzugten Platz ein. Hervorzuheben ist die Herstellung sog. künstlicher Puzzolane aus schottischen Tonvorkommen, die nach langjährigen Versuchen nunmehr schrittweise erfolgt. Der Verwertung dieses hydraulischen Zuschlages kommt in England bei der häufigen Verwendung des Betons zu Seebauten erhöhte Bedeutung zu.

Von den Prüfungen an Bauteilen sind Versuche mit Eisenbetonplatten bemerkenswert. Sie wurden an Platten von quadratischer und rechteckiger Grundrißform für gleichmäßig verteilte Vollbelastung vorgenommen, und zwar bei vollständiger und teilweiser Einspannung der Ränder. Die Messungen haben das bekannte Ergebnis geliefert, daß vor Auftreten der ersten Risse die Spannungsmomente gegenüber den theoretisch ermittelten kleiner, die Momente in Plattenmitte dagegen größer festgestellt werden, eine Erscheinung, die auf die meist mangelhafte Sicherung der Unnachgiebigkeit der Ecken zurückzuführen ist. Nach der Ribildung zeigen Spannungen und Durchbiegungen größere Abweichungen gegenüber den nach der Plattentheorie errechneten Werten. Die Bruchlasten waren rund doppelt so groß als die theoretisch ermittelten Grenzlaster. Zur Bestimmung der Tragfähigkeit schlanker außermittig belasteter Säulen ist eine umfangreiche Versuchsreihe geprüft worden, von welcher im Bericht zunächst nur der erste Teil für Beton mit geringerer Festigkeit (200 kg/cm^2) besprochen ist. Aus den Versuchen wurde eine Formel abgeleitet, welche der in den deutschen Bestimmungen angegebenen für Säulen unter mittigem Druck entspricht. Dem außermittigen Kraftangriff wird durch Einführen eines besonderen Beiwertes Rechnung getragen. Die Größe dieser Abminderungsziffer wird mit 0,60 angegeben und dürfte wahrscheinlich nach Auswertung der zweiten Versuchsreihe mit Säulen höherer Betonfestigkeit eine Berichtigung im Sinne einer Herabsetzung erfahren.

Hervorzuheben sind ferner Untersuchungen über die Festigkeiten von Beton, welcher während der Abbindezeit durch Rütteln beeinflusst wird. Diese Versuche erstreckten sich auf eine größere Reihe voneinander abweichender Misch- und Steifeverhältnisse. Auch die Erzeugung der Schwingungen war unterschiedlich. Bei Laboratoriumsversuchen bediente man sich des Rütteltisches, während auf Baustellen Innenrüttler verschiedener Bauart und Leistung benützt wurden. Die Zunahme der Festigkeit, insbesondere bei längerer Einwirkung des Rüttlers — bis zu sechs Stunden — ist ganz außerordentlich und ergab Werte von über 450 kg/cm^2 Würfelfestigkeit nach sieben Tagen.

Sehr interessant sind die Mitteilungen über Messungen an Brücken. So wurde beispielsweise bei einer ziegelgemauerten Wölbbrücke von 6,70 l. W. und 10,20 m Breite die lastverteilende Wirkung verschieden hoher Auffüllungen sowie der Einfluß der Stirnmauern auf die Tragfähigkeit untersucht und schließlich die Durchbiegung des freigelegten Gewölbes bei unmittelbar aufgebrachtener Einzellast festgestellt. Die Beschreibung der Meßvorrichtungen und ihre durch Abbildungen erläuterte Anordnung läßt die Sorgfalt der Versuche erkennen. Außer dieser wurden noch 17 weitere Brücken untersucht. Es handelt sich hierbei um meist schiefe Straßenbrücken älterer Bauart von etwa 5 bis 17 m Spannweite aus Eisen, Mauerwerk und Eisenbeton. An entnommenen Proben und Tragwerksteilen wurden eine Reihe von Messungen über Elastizitätsziffern, Durchbiegungen u. dgl. vorgenommen.

Zum Schluß werden Mitteilungen aus Versuchsreihen über wichtige Fragen im Hochbau gebracht: Wärmedurchlässigkeit verschiedener Wandausbildungen, Heizung und Lüftung, Schalldämpfung, Beleuchtung u. a. m. [Nach Rep. Build. Res. Board 1938.]

l' A l l e m a n d, Dresden.

VERSCHIEDENE MITTEILUNGEN.

Vertragsbestimmungen und Gebührenordnung der Ingenieure.

Laut Beschluß des Vorstandes des Ausschusses für die Gebührenordnung der Ingenieure (AGO) vom 22. Mai 1940 haben die Vertragsbestimmungen und Gebührenordnung der Ingenieure vom 6. April 1937 unter Zustimmung des Fachamtes „Freie Berufe“ der DAF., des NS.-Bundes Deutscher Technik, der Reichsarbeitskammer, des Hauptamtes für Technik der Reichsleitung der NSDAP. und des Herrn Reichskommissars für die Preisbildung nachstehende Änderungen erfahren:

Seite 9, Ziff. 5: „Umfaßt ein Auftrag mehrere Werke nach dem gleichen Entwurf, so wird die Gebühr, mit Ausnahme derjenigen für die

Oberleitung der Bauausführung, für ein Werk voll berechnet. Für jede Wiederholung, jedoch höchstens für insgesamt zwanzig Ausführungen, wird je die Hälfte der Gebühr für den Vorentwurf in Ansatz gebracht. Die Oberleitung der Bauausführung wird jeweils nach der Gesamtherstellungssumme derjenigen Ausführungen berechnet, die gleichzeitig erfolgen“

s t a t t

„Umfaßt ein Auftrag mehrere Werke nach dem gleichen Entwurf, so wird die Gebühr für ein Werk voll berechnet. Für jede Wiederholung wird der Vorentwurf mit der Hälfte der anteiligen Gebühr in Ansatz gebracht; die übrigen Arbeiten werden den erforderlichen Leistungen

entsprechend berechnet. Voraussetzung hierfür ist, daß die Werke zu gleicher Zeit ausgeführt und hergestellt werden."

Seite 11 u. 12, Klasse 2, Zeile 6: gestrichen: „Bodenuntersuchungen“
Zeile 23: eingefügt „Luftschutzanlagen“
Klasse 3, Zeile 12: gestrichen: „Luftschutzanlagen“

Seite 18, Absatz 4: „Beziehen sich die Leistungen zu a) bis f) auf ein Bauwerk, das mehrfach zur Ausführung gelangt (z. B. Serienbauten), so ist die Gebühr für ein Bauwerk voll zu berechnen. Die Gebühr für die zweite und jede weitere Ausführung, jedoch nur für insgesamt fünf Ausführungen, ist mit der Hälfte der jeweiligen Gebühr für die vorhergehende Ausführung zu berechnen“

statt

„Beziehen sich die Leistungen zu a) bis f) auf einen Bau mit gleichartigen Abschnitten, so können die Gebühren für den zweiten und jeden

weiteren Abschnitt, jedoch nur für insgesamt fünf Ausführungen, auf je die Hälfte des vorhergehenden ermäßigt werden. Für gleichartige Deckenfelder, Stützzüge oder Binder in demselben Bauwerk gilt diese Ermäßigung nicht“.

Prof. Rehbock Ehrendoktor der Universität Budapest.

Geheimer Oberbaurat Prof. Dr.-Ing. e. h. Rehbock, der vor kurzem seinen 75. Geburtstag sowie sein 40jähriges Dozentenjubiläum feiern konnte, wurde zum Ehrendoktor der Palatin-Josef-Universität in Budapest promoviert. Die deutsche Fachwelt beglückwünscht zu dieser höchsten akademischen Würde der ungarischen Hochschule. Wir hoffen, daß es Prof. Rehbock noch lange Jahre möglich sein wird, sein außergewöhnlich umfangreiches Wissen und Können für die Allgemeinheit nutzbar zu machen.

BUCHBESPRECHUNGEN.

Deutsche Verkehrsgeschichte. Band I/1—2. Herausgegeben vom Reichsverkehrsministerium. Mit zahlr. Abb. Leipzig C. I. Konkordia-Verlag 1939. 112 S. Gr. 29,6 × 21 cm.

Mit dem vorliegenden Heft 1—2 sollen in bunter Folge geschichtliche Studien auf allen Gebieten des Verkehrswesens herausgegeben werden, die vielleicht später einmal als Mosaiksteine für ein geschichtliches Gesamtwerk verwertet werden sollen. Das Heft ist als Niederschlag der Jubiläumsereignisse des Jahres 1938 auf dem Gebiete des Eisenbahnwesens einem geschichtlichen Abschnitt des Schienenverkehrs gewidmet. Es enthält folgende Aufsätze:

1. Die Geschichte der Berlin-Potsdamer Eisenbahn.
2. Das Reichsbahn-Ausbesserungswerk Potsdam 1838—1938.
3. Die erste deutsche Staatsbahn Braunschweig-Wolfenbüttel.
4. Die Eisenbahn Düsseldorf-Elberfeld bis zum Jahre 1857.

Die äußerst anregend geschriebenen Aufsätze erhalten durch Bilder und durch die Wiedergabe von Dokumenten aus der Entstehungsgeschichte dieser Bahnen eine wertvolle Bereicherung. Das Heft dürfte daher allen, die Interesse an der Verkehrsgeschichte haben, sehr willkommen sein.

W. Müller, Berlin.

Schau, A. u. R. Schau: Eisenbahnbau II. Leitfaden für den Unterricht an den höheren technischen Staatslehranstalten, Staatsbauschulen und verwandten Anstalten sowie für die Praxis. Bahnhofsanlagen und Grundzüge des Signal- und Sicherungswesens. Mit 306 Abb. 6. Neubearb. Aufl. Berlin: Otto Elsner Verlagsgesellschaft 1940. 160 S. Gr. 8°. Preis geb. RM 6,40, kart. RM 5,40.

Die Neubearbeitung des bekannten Buches hat insbesondere auf dem Gebiete des Signal- und Sicherungswesens die eingetretenen Neuerungen berücksichtigt. Aber auch bezüglich der Bahnhofsanlagen ist der Stoff vermehrt und auf den neuesten Stand gebracht worden. So wird z. B. eine gute Anleitung zur Darstellung der Bahnhofspläne sowie für das Entwerfen der Gleisverbindungen gegeben. An einer großen Reihe von Abbildungen wird ferner die Anordnung der kleinen und mittleren Bahnhöfe sowie deren Einzelausbildung gezeigt. Auch gibt der Leitfaden einen guten Überblick über die Entwurfsgrundsätze der Verschiebebahnhöfe.

Wegen seines klaren Aufbaues ist das Buch insbesondere zur Einführung in das Studium der Bahnhofsanlagen und des Sicherungswesens geeignet, vor allem auch deshalb, weil es sowohl den schultechnischen Gesichtspunkten als auch denen der Praxis Rechnung trägt.

W. Müller, Berlin.

Fellenius, W.: Erdstatische Berechnungen mit Reibung und Kohäsion (Adhäsion) und unter Annahme kreiszylindrischer Gleitflächen. Mit

38 Abb. Berlin: Wilhelm Ernst & Sohn 1940. IV, 48 S. Gr. 8°. Preis geh. RM 4,80.

Das Buch hat etwa den Umfang der ersten Auflage, enthält aber wertvolle Ergänzungen. Für die Erdstatik wird die Kohäsion neben der Reibung wirkend angesetzt. Kohäsion ist nach der Begriffsbestimmung die vom Normaldruck unabhängige Schubfestigkeit, die eigentlich besser Adhäsion genannt sein sollte. Die statischen Untersuchungen werden unter Voraussetzung von nur allein wirkender Kohäsion und ferner von zusammenwirkender Reibung und Kohäsion angestellt, wobei ebene und kreiszylindrische Gleitflächen zugrundegelegt werden. Die Rechnung liefert die Größe des Erddruckes und die Höhe, bis zu welcher die Erdwand senkrecht frei stehen bleibt. Bei den krummen Gleitflächen ist sowohl der Verlauf durch den Fußpunkt der Wand als auch eine tiefere Lage berücksichtigt. Das Kapitel „Anwendungen“ befaßt sich mit einem Beispiel für Dammschüttungen, mit einer Kairutschung und einer Berechnung für senkrechte Last auf waagerechter Bodenfläche. Das Buch liefert eine wertvolle Grundlage zur Erddruckforschung.

Petermann, Hannover.

Preß, H.: Der Boden als Baugrund. Mit Ergebnissen eigener Versuche. Heft 9 der Mitteilungen aus dem Gebiete des Wasserbaues und der Baugrundforschung. 2. Aufl. Mit 64 Abb. Berlin: Wilhelm Ernst u. Sohn 1940. V, 49 S. Gr. 8°. Preis geh. RM 5,80.

Das Buch hat mit seiner ersten Auflage Anklang gefunden. Der Verfasser konnte es für die erforderlich werdende zweite Auflage bei Inhalt und Ausstattung der ersten Auflage bewenden lassen. [Vgl. Bauing. 21 (1940) S. 63]. Die Ausführungen zu den einzelnen Fachfragen gewinnen dadurch an Wert, daß jetzt durch vielfache Hinweise auf einschlägige Veröffentlichungen anderer Forscher dem Leser ein genaueres Studium einzelner Fragen erleichtert wird.

Petermann, Hannover.

Föppl, L.: Aufgaben aus Technischer Mechanik. Unterstufe. Statik, Festigkeitslehre, Dynamik. 2. Aufl. Mit 317 Abb. München: R. Oldenbourg 1939. 202 S. Gr. 8°. Preis kart. RM 10,—.

Die Föpplsche Aufgabensammlung erfreut sich bereits in den Kreisen unserer Studierenden und jüngeren Fachkollegen einer so großen Beliebtheit, daß weitere Bemerkungen sich erübrigen. Die neue Auflage ist gegenüber der ersten vom Jahre 1929 erweitert und sinnvoll ergänzt. Der vorzügliche pädagogische Aufbau der teilweise vollständigen, teilweise auf das Endresultat gekürzten Durchrechnung vermag nicht nur Studierenden, sondern auch in der Praxis stehenden Ingenieuren die Mechanik frisch und lebendig zu erhalten. Möge auch diese Auflage wieder ihren Weg in weiteste Kreise der Technik nehmen!

Tölké, Charlottenburg.

PATENTBERICHTE.

Bekanntgemachte Anmeldungen.

Bekanntgemacht im Patentblatt Nr. 27 vom 4. Juli 1940 und von demselben Tage an im Reichspatentamt ausgelegt.

- Kl. 18 b, Gr. 10. D 79 213. Erfinder: Dr.-Ing. Roland Wasmuth, Dortmund-Reichsmark. Anmelder: Dortmund-Hoerder Hüttenverein Akt.-Ges., Dortmund. Geschweißte Bauteile. 4. XI. 38.
- Kl. 37 b, Gr. 1/01. G 95 764. Erfinder, zugleich Anmelder: Engelbert Gräwer, Leipzig. Stein für Hohlsteindecken; Zus. z. Pat. 686 355. 2. VII. 37. Österreich.
- Kl. 74 d, Gr. 8/63. B 184 813. Erfinder: Karl Martin, Rathenow a. H. Anmelder: Emil Busch Akt.-Ges., Optische Industrie, Rathenow a. H. Verkehrsspiegel. 3. X. 38.
- Kl. 80 a, Gr. 36. Sch 115 629. Erfinder, zugleich Anmelder: Paul Schwarze, St. Gallen, Schweiz; Vertr.: Dr. Bromig, Rechts-

anwalt, Garmisch-Partenkirchen. Verfahren zum Herstellen von feuerfesten Besatzsteinen; Zus. z. Pat. 682 543. 26. IV. 38. Österreich.

- Kl. 80 b, Gr. 1/14. Sch 116 588. Erfinder, zugleich Anmelder: Erich Schrader, Berlin-Tempelhof. Verfahren zum Trocknen von mit einer Bitumenemulsion überzogenem Steinklein. 9. IX. 38.
- Kl. 80 b, Gr. 25/01. J 52 296. De jydsk Skaerfabriker, Aarhus, Dänemark; Vertr.: Dr. E. Wetzel, Pat.-Anw., Nürnberg. Verfahren zur Herstellung einer kalteinbaubaren Belagmasse für Straßen o. dgl. 9. V. 35. Dänemark 14. XI., 17. XII. 34, 13. III. u. 8. IV. 35.
- Kl. 84 a, Gr. 3/17. L 92 947. Dr.-Ing. Franz Lawaczek, Pöcking, Obb. In Zellenbauweise ausgeführtes Stauwehr, insbesondere Kraftwehr. 23. VII. 37. Österreich.