DER BAUINGENIEUR

23. Jahrgang 20. Januar 1942 Heft 3/4

DER DURCHLAUFENDE TRÄGER UND RAHMEN AUF ELASTISCH SENKBAREN STÜTZEN.

Von Prof. Dr.-Ing. **Franz Dischinger**, Berlin.

DK 531.25

Vorwort. Auf dem Gebiet des Stahlbaues hat der Träger auf elastisch senkbaren Stützen eine sehr große Bedeutung. Die Veranlassung zur Lösung dieses Problems boten die Schiffsbrücken sowie der Oberbau der Reichsbahnen, bei denen die Schienen elastisch gelagerte durchlaufende Träger darstellen. Schon Ende des letzten Jahrhunderts werden deshalb die Theorien des durchlaufenden Trägers auf elastischen Stützen weitgehend geklärt. Eine ausführliche Darstellung dieser Theorien findet sich in dem Werke von Müller-Breslau [1].

Auch die Fachwerkträger mit biegungsfestem Obergurt, die bei den Kranbahnträgern eine große Rolle spielen, fallen in dieses Gebiet, da der biegungsfeste Obergurt einen durchlaufenden Träger auf elastischen Stützen darstellt. Die Theorie dieser Fachwerkträger mit biegungsfestem Obergurt (s. Abb. 1) wurde eingehend von G. Worch [2] behandelt.

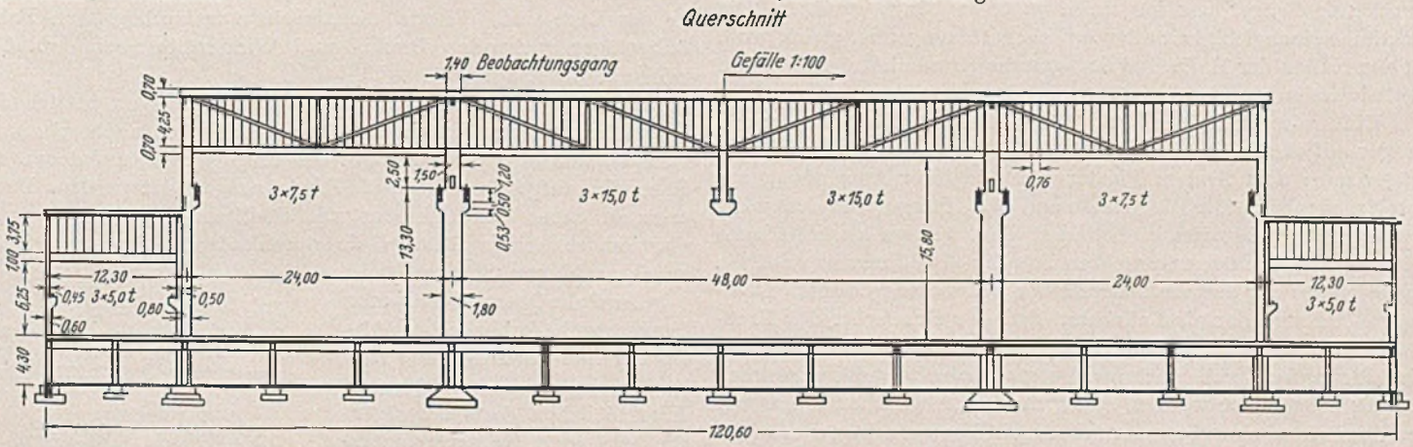
Abb. 1.

Auf dem Gebiet des Stahlbetonbaues hat früher die Theorie der Träger und Rahmen mit elastisch senkbaren Stützen keine Bedeutung gehabt, weil derartige Probleme wenig auftraten, bzw. ihnen nicht genügend Beachtung geschenkt wurde. Je mehr aber der Stahlbetonbau sich mit den weitgespannten Brücken und Hallen des Industriebaues beschäftigt, um so notwendiger wird es, daß auch die Stahlbetonstatiker sich mit der Theorie dieser elastisch nachgiebigen Tragwerke beschäftigen, um das bei diesen Tragwerken vorhandene Kräftespiel und die dabei auftretenden Spannungen richtig zu erfassen.

Es wird gezeigt werden, daß sowohl die Einflußlinien wie die Eigengewichtsmomente in geschlossenen Gleichungen dargestellt werden können, ohne daß es notwendig wird, das System der inhomogenen Gleichungen (Fünfmomentengleichungen) aufzulösen.

Die Veranlassung zu dieser Arbeit war die in Abb. 2 dargestellte Industriehalle, die durch Shedschalen mit 48 m Länge überdacht wird. Die Shedschalen bilden zusammen mit den in den Lichtflächen liegenden vorgespannten Stahlbetonfachwerkträgern Raumträger, durch die jeweils ein Hallenstreifen von 10 m Breite überdacht wird. Für die 240 m lange Halle sind demnach insgesamt 24 derartige Querträger notwendig. In Feldmitte dieser 48 m weitgespannten Querträger werden die Kranbahnträger aufgehängt, auf denen beiderseits jeweils drei schwere Krane mit 15 t Nutzlast laufen. Bei Verwendung von freiaufliegenden Kranbahnträgern mit 10 m Spannweite würde sich für jeden Aufhängepunkt aus Verkehrslast eine Belastung von 142 t ergeben, die von den 48 m weitgespannten Stahlbetonquerträgern nach den Längsfronten der Halle übertragen werden müßte und wodurch in diesen Biegungsmomente aus Verkehr ausgelöst würden in annähernd der gleichen Größenordnung wie die gesamten Eigengewichtsmomente.

Wenn es auch keine Schwierigkeiten bereiten würde, diese großen Verkehrslastmomente aufzunehmen, so ist damit doch ein unnötiger Materialaufwand verbunden. Zu diesen wirtschaftlichen Nachteilen treten aber noch konstruktive hinzu, die von wesentlich größerer Bedeutung sind.



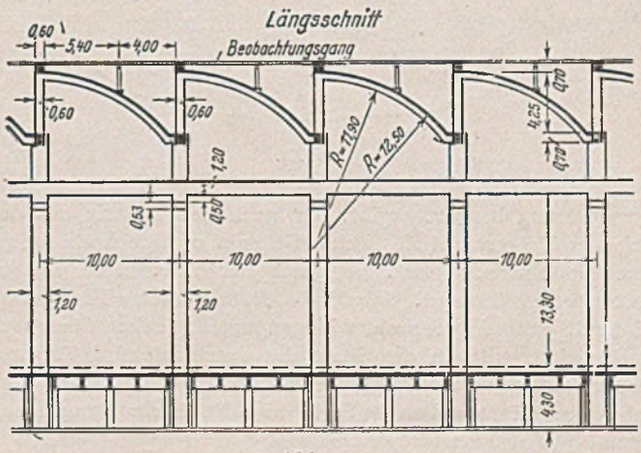


Abb. 2.

Bei freiaufliegenden Kranbahnträgern sind die relativen Durchbiegungen der belasteten Querträger gegenüber den unbelasteten sehr groß. Damit ergeben sich für die in der Längsrichtung verlaufenden Aussteifungen der Schalenträger große Ver-

[1] Müller-Breslau: Die graphische Statik der Baukonstruktionen, Bd. II, 2. Abtlg. Leipzig 1908 (s. auch die dort angegebene weitere einschlägige Literatur).

[2] G. Worch: Die Berechnung der Fachwerkträger mit festem Obergurt.

formungen, denen ständig wechselnde Biegungsmomente entsprechen, wodurch die Dauerfestigkeit dieser Versteifungen und damit auch die der Schalen beeinträchtigt wird.

Wählt man dagegen an Stelle der freiaufliegenden durchlaufende Versteifungsträger, dann können diese wegen der elastischen Nachgiebigkeit der Aufhängepunkte nicht mehr nach der Theorie der durchlaufenden Träger auf starren Stützen berechnet werden. Je größer die Steifigkeit der nur 10 m weit gespannten Kranbahnträger im Verhältnis zu den 48 m weit gespannten Querträgern angenommen wird, um so mehr werden sie in die Lage versetzt, die örtlich angreifenden großen Lasten der Laufkrane auf mehrere dieser Querträger zu verteilen, wodurch deren Biegungsmomente aus Verkehrslast entsprechend abgemindert und diese leichter ausgebildet werden können.

Abb. 3.

Der Ersparnis an den Querträgern steht dann allerdings ein Mehraufwand für die steiferen Kranbahnträger gegenüber, der aber im Verhältnis zu den Ersparnissen gering ist. Abgesehen davon tritt aber in diesem Falle, wie ich schon ausgeführt habe, die Frage der Wirtschaftlichkeit gegenüber der viel wichtigeren besseren konstruktiven Lösung vollständig zurück.

Bei derartig weitgespannten Hallen empfiehlt es sich, zwecks Verminderung des Eigengewichtes die Kranbahnträger in Stahl auszuführen, da sich hierbei bei geringem Gewicht sehr große Steifigkeiten erzielen lassen. In dem vorliegenden Falle werden für die 24 Felder lange Halle vier sich über je sechs Felder erstreckende Träger mit insgesamt je 60 m Länge gewählt. Die elastische Nachgiebigkeit aller Zwischenstützungen ist gleich groß, an den Enden der Halle sind dagegen die Kranbahnträger auf den Giebelwänden starr gelagert.

Ein weiteres Beispiel für die Theorie der durchlaufenden Träger auf elastischen Stützen sind die vorgespannten Fachwerkträger nach dem System Finsterwalder in ihrer Anwendung auf den Brückenbau. Die Diagonalen und der Untergurt, in denen die vorgespannten Zugeisen einbetoniert sind, werden hierbei ebenso wie die auf Druck beanspruchten Ständer als dünne, sich auf die ganze Breite der Brücke erstreckende Wände ausgebildet. Demgegenüber muß der als Fahrbahn dienende Druckgurt des Fachwerkes, der neben den Druckkräften auch die örtlich wirkenden Verkehrslasten durch Plattenwirkung aufnehmen muß, wesentlich stärker ausgebildet werden, wodurch sich in gleicher Weise wie bei dem Kranbahnträger der Abb. 1 ein Fachwerkträger mit bie-

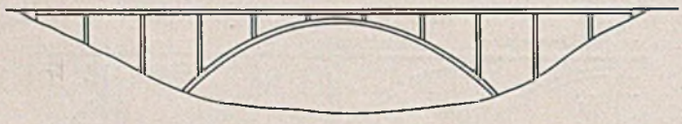


Abb. 4.

gungsfestem Obergurt ergibt, der nach der Theorie des durchlaufenden Trägers auf elastischen Stützen zu berechnen ist, wobei jetzt die elastische Nachgiebigkeit der Stützungen an jedem Knoten verschieden ist. Sobald die Ständer dieses Fachwerks wie bei dem System Finsterwalder biegungssteif mit dem Obergurt verbunden sind, tritt an die Stelle des durchlaufenden Trägers auf elastisch senkbaren Stützen ein durchlaufender Rahmen auf elastisch senkbaren Stützen und an die Stelle der n-Fünfmomentengleichungen treten 2n-Sechsmomentengleichungen.

Ein wesentlich schwierigeres Problem stellen die auf den Gewölben aufgeständerten Fahrbahnen gemäß Abb. 4 dar. Auch hier handelt es sich um durchlaufende Rahmen auf elastisch senkbaren Stützen; die Berechnung wird aber dadurch erschwert, daß bei Belastung einer Stütze sich auch alle übrigen Stützen elastisch senken oder heben.

Solange die Stützweiten der Fahrbahnträger klein sind im Verhältnis zur Bogenspannweite und demgemäß gegenüber dem Gewölbe nur eine geringe Steifigkeit besitzen, kann diese gegenseitige Beeinflussung der Fahrbahnlängsträger und des Bogens vernachlässigt werden. Aber wir müssen uns darüber klar sein, daß auch in diesem Falle die Fahrbahnlängsträger infolge der elastisch senkbaren Rahmenstützen höher beansprucht werden als nach der üblichen Rahmenberechnung, während die Entlastung des Gewölbes durch diese Zusatzmomente der Fahrbahnträger ohne wesentliche Bedeutung ist.

Sobald aber die Fahrbahnen bei weitgespannten Gewölben entsprechend Abb. 4 nur auf wenigen Stützen oder Wänden gelagert werden, wobei die Fahrbahnlängsträger eine annähernd gleiche Konstruktionshöhe wie das Gewölbe selbst erhalten, kann diese gegenseitige Beeinflussung des Gewölbes und der Fahrbahnträger nicht mehr vernachlässigt werden, weil damit eine nicht unerhebliche Abwanderung der Biegungsmomente von dem Bogen nach den ebenfalls sehr steifen Fahrbahnträgern verbunden ist.

Diese Abwanderung der Biegungsmomente nach den Fahrbahnträgern ist sehr unangenehm, weil diese im Gegensatz zu den Gewölben keine Druckvorspannungen besitzen. Günstiger liegen die Verhältnisse, wenn die Fahrbahnträger vorgespannt werden, weil sie dann die zusätzlichen Biegungsmomente aus dieser Abwanderung der Momente infolge der vorhandenen Druckvorspannungen leichter aufnehmen können. Man kann natürlich diesem Problem der Abwanderung der Biegungsmomente von dem Bogen nach den Fahrbahnträgern auch dadurch aus dem Wege gehen, daß man für die Fahrbahnträger nur freiaufliegende Träger verwendet. Die hierbei entstehende Gelenkkette kann den Verformungen des Bogens ohne weiteres folgen. Das setzt natürlich voraus, daß die Stützen als steife Wände ausgebildet werden, die in der Lage sind, die auf die einzelnen freiaufliegenden Fahrbahnträger wirkenden Brems- und Windkräfte nach dem Gewölbe zu übertragen.

Eine Verminderung der Zwängungsspannungen infolge der elastischen Nachgiebigkeit der Stützen läßt sich auch schon erreichen, wenn die Stützen bzw. die Trägerwände, auf denen die Fahrbahn aufgeständert ist, als Pendel ausgebildet werden. Dann tritt an Stelle des Rahmens mit elastisch eingespannten und elastisch senkbaren Stützen ein durchlaufender Träger auf elastisch senkbaren Stützen.

Auch die Querträger unserer Stahlbetonbalkenbrücken (Abbild. 5) sind durchlaufende Träger mit elastischer Stützung. Hierbei haben die Querträger, die auf den weitgespannten Längsträgern elastisch gelagert sind, die Aufgabe, die Einzellasten möglichst gleichmäßig auf alle Längsträger zu verteilen. Je größer die Steifigkeit der Querträger im Verhältnis zu den vielfach weiter gespannten Längsträgern ist, um so besser können sie ihre Aufgabe erfüllen. Sobald die Steifigkeit der Querträger im Verhältnis zu der der Längsträger sehr groß ist, kann die Verteilung der Lasten auf die einzelnen Längsträger mit hinreichender Genauigkeit nach dem Geradliniengesetz angenommen werden. Das wird der Fall sein bei großen Brückenspannweiten und wenn zugleich die Querträger eine annähernd gleich große Konstruktionshöhe wie die Längsträger besitzen.

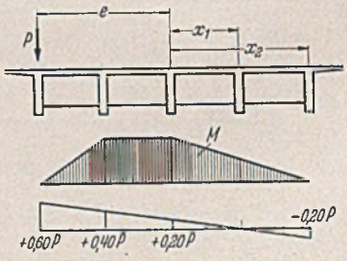


Abb. 5. Verteilung der Momente und Auflagerkräfte bei unendlich starrem Querträger.

Genau genommen haben wir es hierbei nicht mit dem Problem des Trägers auf elastischen Stützen, sondern mit dem Problem des Trägers auf elastisch senkbaren und drehbaren Stützen zu tun, wenn wir auch die Verdrehungssteifigkeit der Längsträger in Rechnung stellen, die einen nicht unwesentlichen günstigen Einfluß ausübt. Wenn deshalb bei sehr steifen Querträgern mit dem Geradliniengesetz gearbeitet wird, sollte die Verdrehungssteifigkeit der Längsträger nicht außer acht gelassen werden.

In dem Abschnitt A wird nun zunächst die Theorie des durchlaufenden Trägers auf elastischen Stützen behandelt. Da hierbei meistens gleich große Feldweiten vorliegen, wird die Theorie zunächst hierfür bearbeitet, aber bei Berücksichtigung veränderlichen Trägheitsmomentes und verschiedenartiger elastischer Nachgiebigkeit der einzelnen Stützen. Anschließend wird dann die Theorie auch für ungleiche Öffnungen erweitert. Im Abschnitt B wird das Problem des Rahmens mit elastisch senkbaren Stützen bearbeitet werden.

Für den Fall A erhält man bei n Zwischenstützen n Fünfmomentengleichungen, für den Fall B dagegen 2 n Sechsmomentengleichungen. Das neuartige an dem nachfolgenden Rechenverfahren besteht darin, daß sowohl die Einflußlinien wie auch die Biegemomente bei Eigengewichtsbelastung oder feldweis konstanter Last nur auf Grundlage des homogenen Gleichungssystems ermittelt werden. Zugleich wird aber auch die Auflösung des homogenen Systems der Fünf- bzw. Sechsmomentengleichungen durch Einführen der Abklingungszahlen erleichtert und dadurch gelingt es, für alle in Frage kommenden Belastungsfälle geschlossene Formeln abzuleiten.

A. Die Theorie des durchlaufenden Trägers auf elastisch senkbaren Stützen.

Entsprechend den Darlegungen des Vorworts wird zunächst der wichtigere Fall des durchlaufenden Trägers mit gleichen Öffnungen behandelt.

Bei einem durchlaufenden Träger mit starren Stützen erhält man bekanntlich ein System von Dreimomentengleichungen, wenn man als statisch unbestimmte Größen die Stützmomente einführt. Aus der Bedingung, daß an der n-ten Stütze die Summe aller Winkeldrehungen gleich Null sein muß, folgt die Dreimomenten-Gleichung, die ebensooft angeschrieben werden kann als Mittelstützen, d. h. statisch unbestimmte Momente, vorhanden sind. Aus dem Momentenbild der Abb. 6 folgt:

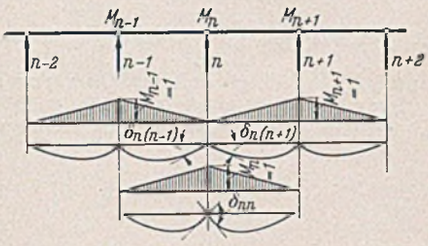


Abb. 6.

$$M_{n-1}\,\delta_{n\,(n-1)} + M_n\,\delta_{nn} + M_{n+1}\,\delta_{n\,(n+1)} + \delta_{no} = 0.$$

Die Größe der Winkeldrehungen δ_n an der Stütze n folgt aus der Arbeitsgleichung:

$$\delta_{ik} = \int M_i\,M_k \frac{dx}{EJ},\quad \delta_{kk} = \int M_k\,M_k \frac{dx}{EJ}.$$

Für den Sonderfall konstanten oder feldweis konstanten Trägheitsmoments ergibt sich hieraus:

$$E\,J_c\,\delta_{ik} = E\,J_c\,\delta_{ki} = \frac{1}{6}\frac{J_c}{J},\quad E\,J_c\,\delta_{kk} = \frac{1}{3}\frac{J_c}{J}.$$

Das Belastungsglied enthält den Einfluß der äußeren Belastung bekannter Stützensenkungen und ungleichmäßiger Temperaturänderung der oberen und unteren Fasern.

Für die Ermittlung der Einflußlinien benötigen wir nur das System der homogenen Gleichungen. Hierzu betrachten wir einen unbelasteten Träger nach Abbild. 7, der nur durch ein Randmoment beansprucht wird. Da hierbei die Belastungsglieder δ_{no} wegfallen, erhalten wir für die einzelnen Stützmomente nachstehendes homogenes Gleichungssystem:

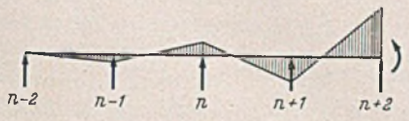


Abb. 7.

$$M_1\,\delta_{11} + M_2\,\delta_{12} = 0$$
$$M_1\,\delta_{21} + M_2\,\delta_{22} + M_3\,\delta_{23} = 0 \text{ usw.}$$
$$M_{n-1}\,\delta_{(n-1)n} + M_n\,\delta_{n,n} + M_{n+1}\,\delta_{n\,(n+1)} = 0,$$

aus dem sich feste Beziehungen zwischen den einzelnen Stützmomenten ableiten lassen:

$$M_1 = -\frac{\delta_{12}}{\delta_{11}} M_1 = \mu_1 M_2 \text{ und } M_2 = -\frac{\delta_{23}}{\delta_{22} + \mu_1\delta_{12}} M_3 = \mu_2 M_3 \text{ bezw.}$$

allgemein $M_n = \mu_n M_{n+1}$, wobei $\mu_n = -\dfrac{\delta_{n\,(n+1)}}{\delta_{n\,n} + \mu_{n-1}\,\delta_{(n-1)n}}$.

Bei dem durchlaufenden Träger mit gleichen Öffnungen und gleichbleibenden Trägheitsmomenten konvergieren die Abklingungszahlen sehr rasch zu einem Grenzwert, der für den Träger mit unendlich vielen Öffnungen maßgebend ist. Man erhält $\mu_1 = -0{,}2500$, $\mu_2 = -0{,}2667$, $\mu_3 = -0{,}2679$, wobei μ_3 schon in der vierten Dezimale mit der Abklingungszahl des Trägers mit unendlich vielen Öffnungen übereinstimmt.

Hieraus folgt, daß entsprechend der Abb. 7 die Momentenlinie alternierend verläuft und immer durch bestimmte Punkte J, die sogenannten Festpunkte, hindurchgeht, unabhängig davon, an welcher Stütze das Randmoment angreift. Greift das Randmoment an den linken Trägerrand an, so verläuft die alternierende Momentenlinie durch die Festpunkte K, die bei einem symmetrischen ausgebildeten Träger das Spiegelbild zu den J-Festpunkten darstellen. Jede Mittelöffnung besitzt demnach zwei Festpunkte.

Mit Hilfe der Abklingungszahlen bzw. der diese ersetzenden Festpunkte lassen sich die Einflußlinien sehr rasch gewinnen. Um die Einflußlinien des Stützmomentes der r-ten Stütze zu erhalten, trennen wir den Gesamtträger durch ein Einfügen eines Gelenkes an der Stelle r in zwei durchlaufende Träger, die wir für die weitere Rechnung als Grundsystem auffassen.

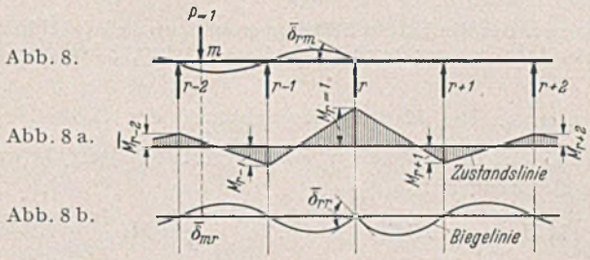


Abb. 8.
Abb. 8 a.
Abb. 8 b.

Durch eine Last P = 1 an der Stelle m (Abb. 8) ergibt sich an der Stelle r eine Verdrehung der beiden Balkenenden um δ_{rm}, die wir durch das Moment X_r wieder rückgängig machen. Die Größe des Momentes X_r folgt aus:

$$X_r = -\frac{\bar{\delta}_{rm}}{\bar{\delta}_{rr}} = -\frac{\bar{\delta}_{mr}}{\bar{\delta}_{rr}}. \tag{1}$$

Hierbei ist $\bar{\delta}_{rr}$ die gegenseitige Verdrehung der beiden Balkenenden infolge des Doppelmomentes $M_r = 1$. Zum Unterschied von den Verschiebungsgrößen δ_{12}, δ_{22} bei Verwendung eines statisch bestimmten Grundsystems bezeichnen wir jetzt bei Verwendung eines statisch unbestimmten Grundsystems die zugehörigen Verschiebungen mit einem Querstrich. Des weiteren bezeichnen wir das Moment der Einflußlinie mit X_r zwecks Unterscheidung von den Momenten M der Zustandslinie.

Nun ist nach dem Maxwell'schen Satz die Verdrehung $\bar{\delta}_{rm}$ im Punkte r infolge P = 1 im Punkte m gerade so groß wie die Durchbiegung $\bar{\delta}_{mr}$ an der Stelle m infolge des Momentes $M_r = 1$ im Punkte r. Infolgedessen erhalten wir die Einflußlinie, indem wir zu der Zustandslinie $M_r = 1$, deren Verlauf durch die Festpunkte bzw. durch die Abklingungszahlen festliegt, die Biegelinie berechnen und diese durch $\bar{\delta}_{rr}$ dividieren. Die Biegungsmomente der Zustandslinie bestehen in jeder Öffnung aus der Summe bzw. Differenz zweier dreiecksförmigen Momentenlinien, denen Biegelinien in Form von kubischen Parabeln entsprechen. Das Rechnen mittels Festpunkten bei den durchlaufenden Trägern oder Rahmen entspricht demnach einer schrittweisen Auflösung der hierbei auftretenden homogenen Dreimomentengleichungen.

In der gleichen Weise wie oben für den Träger auf starren Stützen lassen sich auch für den Träger auf elastisch senkbaren Stützen die Einflußlinien nur mit Hilfe der homogenen Gleichungen, die durch Abklingungszahlen ersetzt werden, gewinnen.

1. Die Einflußlinien des durchlaufenden Trägers auf elastischen Stützen.

Bei dem Träger auf elastisch senkbaren Stützen treten an Stelle der Dreimomentengleichungen des starr gelagerten Trägers nunmehr Fünfmomentengleichungen, weil die Winkeländerungen an der Stütze n jetzt nicht nur durch die Verbiegungen des Trägers in den beiden der n-ten Stütze benachbarten Öffnungen, sondern auch durch die Senkungen der beiden benachbarten Stützen beeinflußt werden. Wir bezeichnen die elastischen Senkungen der Stützen $n-1$, n und $n+1$ infolge der Last $P = 1$ mit ω_{n-1},

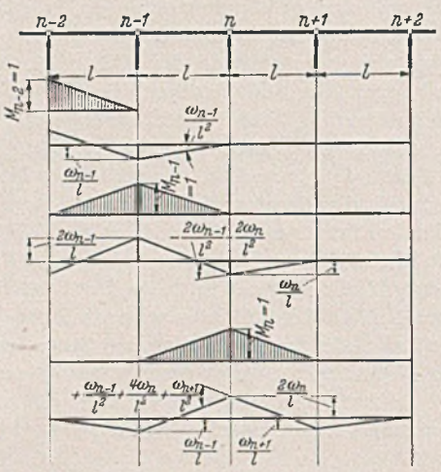


Abb. 9 bis 9c. Der Einfluß der Stützenmomente auf die Winkeldrehungen an der Stützen, bedingt durch die elastische Nachgiebigkeit der Stützen.

ω_n bzw. ω_{n+1}. Das Maß ω entspricht also der Größe $\frac{h}{EF}$ (h = Stützenhöhe). In allgemeiner Form ergibt sich jetzt δ_{ik} aus der Arbeitsgleichung zu:

$$\delta_{ik} = \int M_i M_k \frac{dx}{EJ} + \Sigma C_i C_k \frac{h}{EF} \text{ bzw. } \delta_{kk} = \int M_k M_k \frac{dx}{EJ} + \Sigma C_k C_k \frac{h}{EF},$$

wobei C_i und C_k die Stützendrücke sind, die durch den Belastungszustand $M_i = 1$ und $M_k = 1$ ausgelöst werden und $\frac{h}{EF} = \omega$ ist.

Übersichtlicher als mittels der Arbeitsgleichung erhält man diese Winkeldrehungen, wenn man sie der Abb. 9 entnimmt.

Danach wird bei dem statisch bestimmten System durch das Stützmoment $M_{n-2} = 1$ die Stütze $n-1$ durch den Auflagerdruck $\frac{1}{l}$ belastet, hierdurch ergibt sich eine Senkung dieser Stütze um $\frac{\omega_{n-1}}{l}$, wodurch sich an der Stütze n ein Drehwinkel in der Größe von $+\frac{\omega_{n-1}}{l^2}$ ergibt (Abb. 9a).

Ebenso wie bei der Aufstellung der Dreimomenten-Gleichung wurden die Drehwinkel an den Stützen positiv berechnet, wenn sie eine nach oben ausspringende Ecke bedingen. Dieser Festlegung entspricht, daß die Durchbiegungen nach unten positiv gezählt werden. In gleicher Weise bedingt das Stützmoment $M_{n+2} = 1$ eine Verdrehung an der Stütze n in Größe von $+\frac{\omega_{n+1}}{l^2}$.

Durch das Moment $M_{n-1} = 1$ senkt sich nach Abb. 9b die Stütze n um das Maß $\frac{\omega_n}{l}$, während sich die Stütze $n-1$ um das Maß $2\frac{\omega_{n-1}}{l}$ hebt, wodurch sich an der Stütze n eine Winkeldrehung in Größe von $-2\left(\frac{\omega_{n-1}}{l^2} + \frac{\omega_n}{l^2}\right)$ ergibt. In gleicher Weise erzeugt auch das Moment $M_{n+1} = 1$ eine Winkeldrehung von $-2\left(\frac{\omega_{n+1}}{l^2} + \frac{\omega_n}{l^2}\right)$ an der Stütze n.

In der Abb. 9c ist der Einfluß des Momentes $M_n = 1$ dargestellt. Hierdurch hebt sich die Stütze n um das Maß $2\frac{\omega_n}{l}$, während sich die benachbarten Stützen um die Maße $\frac{\omega_{n-1}}{l}$ und $\frac{\omega_{n+1}}{l}$ senken, womit an der Stütze n eine Winkeldrehung in Größe von $+\left(\frac{\omega_{n-1}}{l^2} + 4\frac{\omega_n}{l^2} + \frac{\omega_{n+1}}{l^2}\right)$ ausgelöst wird.

In allgemeiner Form lautet demnach die homogene Fünfmomentengleichung:

$$(2) \quad M_{n-2}\,\delta_{n(n-2)} + M_{n-1}\,\delta_{n(n-1} + M_n\,\delta_{nn} + M_{n+1}\,\delta_{n(n+1)} + M_{n+2}\,\delta_{n(n+2)} = 0,$$

wobei die Drehwinkel δ_{ik} gegeben und durch die Gleichungen

$$(2a) \quad d_{ik} = \delta_{ki} = \int M_i M_k \frac{dx}{EJ} + \Sigma C_i C_k \omega, \qquad \delta_{kk} = \int M_k M_k \frac{dx}{EJ} + \Sigma C_k C_k \omega.$$

Für den Fall feldweis konstanten Trägheitsmomentes können die Integrale, wie oben angegeben, ausgewertet werden. Setzt man zugleich für die Summenausdrücke, die den Einfluß der Stützensenkungen darstellen, die nach Abb. 9 ermittelten Werte ein, so ergeben sich:

$$EJ_c\,\delta_{n(n-2)} = EJ_c\frac{\omega_{n-1}}{l^2}, \quad EJ_c\,\delta_{n(n-1)} = \frac{1}{6}\frac{J_c}{J_{n-1,n}} - 2EJ_c\left(\frac{\omega_{n-1}}{l^2} + \frac{\omega_n}{l^2}\right)$$

$$EJ_c\,\delta_{n(n+2)} = EJ_c\frac{\omega_{n+1}}{l^2}, \quad EJ_c\,\delta_{n(n+1)} = \frac{1}{6}\frac{J_c}{J_{n+1,n}} - 2EJ_c\left(\frac{\omega_{n+1}}{l^2} + \frac{\omega_n}{l^2}\right)$$

$$EJ_c\,\delta_{nn} = \frac{1}{3}\frac{J_c}{J_{n-1,n}} + \frac{1}{3}\frac{J_c}{J_{n+1,n}} + EJ_c\left(\frac{\omega_{n-1}}{l^2} + 4\frac{\omega_n}{l^2} + \frac{\omega_{n+1}}{l^2}\right)$$

$J_{n-1,n}$ und $J_{n+1,n}$ sind die Trägheitsmomente der Öffnungen $n-1,n$ und $n+1,n$. Die Verhältnisse $\frac{J_c}{J_{n-1,n}}$ und $\frac{J_c}{J_{n+1,n}}$ bezeichnen wir mit $\lambda_{n-1,n}$ und $\lambda_{n+1,n}$. Zur weiteren Abkürzung setzen wir $\frac{6EJ_c}{l^3}\omega_n = k_n$, $\frac{6EJ_c}{l^3}\omega_{n+1} = k_{n-1}$ usw. und erhalten damit:

$$\frac{6EJ_c}{l}\,\delta_{n(n-2)} = \delta^+_{n(n-2)} = k_{n-1},$$

$$\frac{6EJ_c}{l}\,\delta_{n(n-1)} = \delta^+_{n(n-1)} = \lambda_{n-1,n} - 2k_{n-1} - 2k_n,$$

$$\frac{6EJ_c}{l}\,\delta_{n(n+2)} = \delta^+_{n(n+2)} = k_{n+1},$$

$$\frac{6EJ_c}{l}\,\delta_{n(n+1)} = \delta^+_{n(n+1)} = \lambda_{n+1,n} - 2k_{n+1} - 2k_n,$$

$$\frac{6EJ_c}{l}\,\delta_{nn} = \delta^+_{nn} = 2\lambda_{n-1,n} + k_{n-1} + 4k_n + k_{n+1} + 2\lambda_{n+1,n}.$$

Die δ^+ sind nunmehr die $\frac{6EJ_c}{l}$-fachen Einheitsdrehwinkel. An Stelle der Gl. (2) tritt jetzt nach Kürzung durch $\frac{6EJ_c}{l}$ die Gleichung

$$(3) \quad M_{n-2}\,\delta^+_{n(n-2)} + M_{n-1}\,\delta^+_{n(n-1)} + M_n\,\delta^+_{nn} + M_{n+1}\,\delta^+_{n(n+1)} + M_{n+2}\,\delta^+_{n(n+2)} = 0,$$

wobei die δ^+ die $\frac{6EJ_c}{l}$-fachen Einheitsdrehwinkel sind, deren Größe gegeben ist

$$(3a) \quad \begin{cases} \delta^+_{n(n-2)} = k_{n-1}, & \delta^+_{n(n-1)} = \lambda_{n-1,n} - 2k_{n-1} - 2k_n \\ \delta^+_{n(n+2)} = k_{n+1}, & \delta^+_{n(n+1)} = \lambda_{n+1,n} - 2k_{n+1} - 2k_n \\ \delta^+_{nn} = 2\lambda_{n-1,n} + k_{n-1} + 4k_n + k_{n+1} + 2\lambda_{n+1,n}. \end{cases}$$

$$(3b) \quad k_{n-1} = 6EJ_c\frac{\omega_{n-1}}{l^3}, \quad k_n = 6EJ_c\frac{\omega_n}{l^3}, \quad k_{n+1} = 6EJ_c\frac{\omega_{n+1}}{l^3}.$$

Bei feldweis konstantem Trägheitsmoment sind die Größen von λ durch die Verhältnisse der Trägheitsmomente gegeben:

$$(3c) \quad \lambda_{n-1,n} = \frac{J_c}{J_{n-1,n}}, \qquad \lambda_{n+1,n} = \frac{J_c}{J_{n+1,n}}.$$

Bei gleichbleibendem Trägheitsmoment wird $\lambda_{n-1,n} = \lambda_{n+1,n} = 1$.

Wenn der durchlaufende Träger auf elastisch senkbaren Stützen nur durch Randkräfte beansprucht wird, so daß die einzelnen Öffnungen unbelastet sind, ergeben sich ebenso wie bei dem durchlaufenden Träger auf starren Stützen zwischen den einzelnen Stützmomenten bestimmte Beziehungen. Diese erhalten wir, wenn wir für den Träger der Abb. 10, der an der r-ten Stütze endet und der am Rand durch ein Randmoment M_R oder eine Randkraft P_R beansprucht wird, von links beginnend, das System der homogenen Gleichungen anschreiben. Diese lauten:

$$M_1\,\delta_{11}^{+} + M_2\,\delta_{12}^{+} + M_3\,\delta_{13}^{+} = 0$$

$$M_1\,\delta_{21}^{+} + M_2\,\delta_{22}^{+} + M_3\,\delta_{23}^{+} + M_4\,\delta_{34}^{+} = 0$$

$$M_1\,\delta_{31}^{+} + M_2\,\delta_{32}^{+} + M_3\,\delta_{33}^{+} + M_4\,\delta_{34}^{+} + M_5\,\delta_{35}^{+} = 0,$$

bzw. allgemein für die Stütze n:

$$M_{n-2}\,\delta_{n(n-2)}^{+} + M_{n-1}\,\delta_{n(n-1)}^{+} + M_n\,\delta_{nn}^{+} + M_{n+1}\,\delta_{n(n+1)}^{+} + M_{n+2}\,\delta_{n(n+2)}^{+} = 0$$

usw. bis zur Stütze r — 1

$$M_{r-3}\,\delta_{(r-1)\,(r-3)}^{+} + M_{r-2}\,\delta_{(r-1)\,(r-2)}^{+} + M_{r-1}\,\delta_{(r-1)\,(r-1)}^{+} + M_r\,\delta_{(r-1)\,r}^{+} + M_{r+1}\,\delta_{(r-1)\,(r+1)}^{+} = 0.$$

Durch die Wahl der Größe von M_r sowie des außerhalb des Trägerrandes liegenden ideellen Stützmomentes M_{r+1} können wir am Trägerrand ein beliebiges Randmoment M_R und eine beliebige Randlast P_R erzeugen.

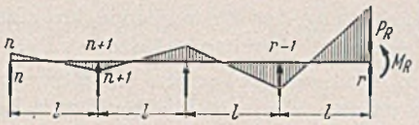


Abb. 10.

Aus der Auflösung des obigen homogenen Gleichungssystems ergibt sich die nachstehende Beziehung zwischen drei aufeinander folgenden Stützmomenten.

(4) $$M_n = \mu_n\,M_{n+1} + \nu_n\,M_{n+2}\,.$$ Hierbei bedeuten

(5) $$\mu_n = -\frac{\delta_{n(n+1)}^{+} + \nu_{n-1}\,\delta_{n(n-1)}^{+} + \mu_{n-2}\,\nu_{n-1}\,\delta_{n(n-2)}^{+}}{\delta_{nn}^{+} + \mu_{n-1}\,\delta_{n,n-1}^{+} + (\mu_{n-1}\,\mu_{n-2} + \nu_{n-2})\,\delta_{n(n-2)}^{+}}$$

$$\nu_n = -\frac{\delta_{n(n+2)}^{+}}{\delta_{nn}^{+} + \mu_{n-1}\,\delta_{n(n-1)}^{+} + (\mu_{n-1}\,\mu_{n-2} + \nu_{n-2})\,\delta_{n(n-2)}^{+}}\,.$$

Da infolge der freien Endauflagerung des Trägers die Abklingungszahlen μ_0 und ν_0 gleich Null sind, ergeben sich für die Werte μ_2, ν_2 und μ_1, ν_1 folgende Vereinfachungen

(5a) $$\mu_2 = -\frac{\delta_{23}^{+} + \nu_1\,\delta_{21}^{+}}{\delta_{22}^{+} + \mu_1\,\delta_{23}^{+}} \qquad \nu_2 = -\frac{\delta_{24}^{+}}{\delta_{22}^{+} + \mu_1\,\delta_{21}^{+}}$$

(5b) $$\mu_1 = -\frac{\delta_{21}^{+}}{\delta_{11}^{+}} \qquad \nu_1 = -\frac{\delta_{23}^{+}}{\delta_{11}^{+}}\,.$$

Anfangend mit μ_1 und ν_1 lassen sich fortschreitend sämtliche Abklingungszahlen für jede Öffnung sehr rasch berechnen. In gleicher Weise ergeben sich auch die Abklingungszahlen für eine am linken Rand wirkende Randbelastung, die wir jedoch so gut wie nie benötigen, weil derartige Träger auf elastisch senkbaren Stützen fast immer symmetrisch ausgebildet sind, so daß für die Randbelastung links sich im Spiegelbild dieselben Abklingungszahlen ergeben. Die einzige Ausnahme dürfte bei langen Kranbahnen vorliegen, die aus mehreren aneinander gereihten durchlaufenden Trägern bestehen können und wobei der erste durchlaufende Träger an der Giebelwand starr, am Übergang zum nächsten durchlaufenden Träger dagegen elastisch gelagert ist. Diese Verschiedenheit der Endauflagerung kann man aber in sehr einfacher Weise, wie später gezeigt wird, durch eine kurze Zusatzrechnung berücksichtigen.

Ebenso wie bei dem durchlaufenden Träger auf starren Stützen konvergieren bei konstantem Trägheitsmoment die Abklingungszahlen wieder sehr rasch zu festen Grenzwerten, die dem durchlaufenden Träger mit unendlich vielen Öffnungen entsprechen. Das zeigt uns die später folgende Zahlentafel 1, in der die Abklingungszahlen für zahlreiche Steifigkeitswerte k zusammengestellt sind.

Durch $k = \infty$ ist der Grenzfall gekennzeichnet, daß die Steifigkeit des Trägers im Verhältnis zu den Stützen unendlich groß wird. Hier ist die Konvergenz schlecht, denn erst nach 25 Feldern ergeben sich gleichbleibende Abklingungszahlen μ und ν. Da in diesem Fall jedoch die Verteilung der Randlasten auf die einzelnen Stützen nach dem Gradliniengesetz erfolgt, können wir den Verlauf der Stützmomente aus den jetzt statisch bestimmten Auflagerdrücken ohne Abklingungszahlen ermitteln.

Für den Sonderfall des Trägers auf starren Stützen wird $\delta_{n,n+2}^{+}$ und damit $\nu_n = 0$ zu Null, womit die Gl. (3) und (4) wieder in die schon anfangs abgeleiteten Gleichungen des Trägers auf starren Stützen überführt werden:

$$M_n = \mu_n\,M_{n+1}, \qquad \text{wobei} \qquad \mu_n = -\frac{\delta_{n(n+1)}^{+}}{\delta_{nn}^{+} + \mu_{n-1}\,\delta_{n(n-1)}^{+}}$$

bedeutet.

Während bei dem durchlaufenden Träger auf starren Stützen das Verhältnis zweier aufeinander folgenden Momente $\frac{M_n}{M_{n+1}}$ durch die Abklingungszahl μ festliegt, ist bei dem Träger auf elastisch senkbaren Stützen das Biegungsmoment M_n gemäß Gl. (4) von den beiden nachfolgenden Momenten M_{n+1} und M_{n+2} und damit von den Querkräften der Öffnung n + 1, n + 2 abhängig. Um das zu erkennen, schreiben wir die Gl. (4) um:

$$M_n = \mu_n\,M_{n+1} + \nu_n\,M_{n+2} = (\mu_n + \nu_n)\,M_{n+1} + \nu_n\,(M_{n+2} - M_{n+1}) = (\mu_n + \nu_n)\,M_{n+1} + \nu_n\,Q_{n+1,\,n+2}\,l,$$

woraus wir ersehen, daß M_n auch als Funktion des Momentes M_{n+1} und der Querkraft $Q_{n+1,\,n+2}$, die an die Stütze n + 1 abgegeben wird, dargestellt werden kann. Bei den Zustandslinien, die wir für die Ermittlung der Einflußlinien benötigen, zeigt sich nach Abb. 11 der Unterschied nur darin, daß bei dem Träger auf elastisch senkbaren Stützen die Momentennullpunkte der Zustandslinien für M_n und M_{n+1} nicht in einer Senkrechten liegen wie bei dem Träger auf starren Stützen nach Abb. 11a. Man kann deshalb bei dem Träger auf elastisch senkbaren Stützen diese Momentennullpunkte nicht mehr als Festpunkte bezeichnen. Im übrigen bleibt aber das an Hand der Abb. 8 gezeigte Verfahren der Ermittlung der Einflußlinien aus den Zustandslinien gemäß Gl. (1) unverändert.

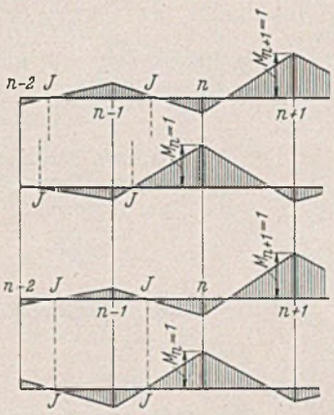


Abb. 11. Die Zustandslinien des Trägers auf elastisch senkbaren Stützen, wobei die Momenten-Nullpunkte J keine Festigkeitspunkte darstellen.

Abb. 11a. Die Zustandslinien des Trägers auf starren Stützen mit den Festpunkten J für ein Abklingen nach links, den Festpunkten K für ein Abklingen nach rechts.

Noch ein weiterer Unterschied zeigt sich in dem Verhalten der beiden Trägerarten bei großen Steifigkeiten. Bei kleinen Steifigkeiten verlaufen die Zustandslinien des Trägers auf elastisch senkbaren Stützen ebenso wie die des Trägers auf starren Stützen alternierend, nur rücken die Momentennullpunkte J bzw. K näher an die Stützen heran. Bei großen Steifigkeitszahlen k dagegen fallen die Momentennullpunkte schon in das benachbarte Feld und an Stelle des alternierenden Momentenverlaufs tritt ein monotoner (Abb. 12a).

Für die Ermittlung der Zustandslinien für $M_r = 1$ und der Zustandslinie infolge von Randbelastungen M_R bzw. P_R bedarf die Gl. (4) noch einer Ergänzung. Wir behandeln zunächst den Fall der Ermittlung der Zustandslinien nach Abb. 12a.

a) Die Ermittlung der Zustandslinien bei Belastung der r-ten Mittelstütze durch ein Doppelmoment $M_r = 1$ (Abb. 12a).

Wie schon in Abb. 8 gezeigt wurde, bringen wir an der r-ten Stütze ein Gelenk an, wodurch wir den Gesamtträger in zwei durchlaufende Träger zerlegen. An diesem Gelenk greift das Doppelmoment $M_r = M_s = 1$ an. Bei dem linksseitigen Träger bezeichnen wir von links beginnend die Stützen mit o bis r, bei dem rechtsseitigen Träger dagegen von rechts beginnend mit o

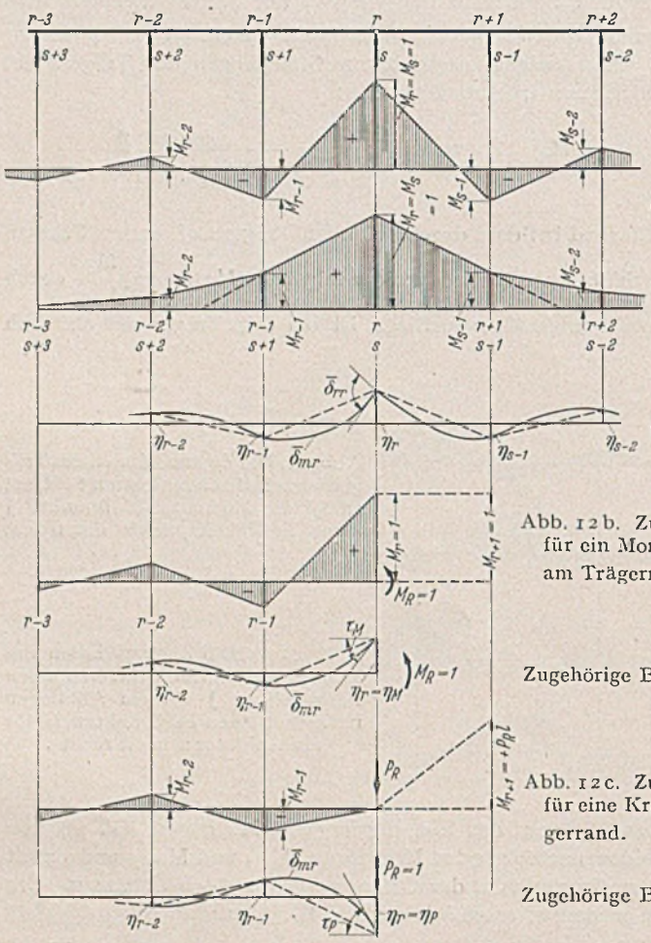


Abb. 12.

Abb. 12a. Zustandslinie für $M_r = M_s = 1$.

α) Alternierender Verlauf.

β) Monotoner Verlauf.

γ) Biegelinie zu α.

Abb. 12b. Zustandslinie für ein Moment $M_R = 1$ am Trägerrand.

Zugehörige Biegelinie.

Abb. 12c. Zustandslinie für eine Kraft P_R am Trägerrand.

Zugehörige Biegelinie.

bis s, so daß $M_r = M_s$ ist. Für das Abklingen des Momentes $M_r = M_s = 1$ nach links sind die Abklingungszahlen μ_{r-1}, ν_{r-1} und μ_{r-2}, ν_{r-2} usw. und für das Abklingen nach rechts die Zahlen μ_{s-1}, ν_{s-1} und μ_{s-2}, ν_{s-2} usw. maßgebend.

Nach Gl. (4) ist nun:

$$M_{r-1} = \mu_{r-1} M_r + \nu_{r-1} M_{r+1}$$

und

$$M_{s-1} = \mu_{s-1} M_s + \nu_{s-1} M_{s+1}.$$

Bekannt ist $M_r = M_s = 1$, nicht bekannt dagegen M_{r+1} und M_{s+1}. Nun ist aber $M_{r+1} = M_{s-1}$ und $M_{s+1} = M_{r-1}$. Damit erhalten wir aus der ersten Gleichung:

$$M_{r-1} = \mu_{r-1} M_r + \nu_{r-1} (\mu_{s-1} M_r + \nu_{s-1} M_{r-1}),$$

und hieraus

$$(4a) \quad \begin{cases} M_{r-1} = M_r \dfrac{\mu_{r-1} + \mu_{s-1} \nu_{r-1}}{1 - \nu_{r-1} \nu_{s-1}} = \varrho_{r-1} M_r \quad \text{bzw.} \\ M_{s-1} = M_s \dfrac{\mu_{s-1} + \mu_{r-1} \nu_{s-1}}{1 - \nu_{r-1} \nu_{s-1}} = \varrho_{s-1} M_s, \\ \text{wobei } M_r = M_s = 1 \text{ ist.} \end{cases}$$

Der weitere Verlauf der Stützmomente ist nunmehr durch die Gl. (4) bestimmt:

$$M_{r-2} = \mu_{r-2} M_{r-1} + \nu_{r-2} M_r$$

bzw.

$$M_{s-2} = \mu_{s-2} M_{s-1} + \nu_{s-2} M_s \quad \text{usw.}$$

Damit haben wir die Zustandslinie für $M_r = 1$ gewonnen, mit deren Hilfe wir unter Benutzung der Gl. (1)

$$X_r = -\frac{\bar{\delta}_{rm}}{\bar{\delta}_{rr}} = -\frac{\bar{\delta}_{mr}}{\bar{\delta}_{rr}}$$

die Einflußlinie errechnen können.

b) Die Ermittlung der Zustandslinien für ein am Trägerrand angreifendes Moment M_r, Abb. 12 b.

Dieses Randmoment kann entweder am rechten Trägerrand mit dem Index r oder am linken Trägerrand mit dem Index s, wobei dann von rechts nach links gezählt wird, angreifen. In diesem Fall ist rechts des Trägerrandes das Moment konstant, d. h. $M_r = M_{r+1} = M_R$, und wir erhalten für ein am rechten bzw. am linken Trägerrand angreifendes Moment M_R

$$(4\,b) \quad \begin{cases} M_{r-1} = (\mu_{r-1} + \nu_{r-1}) M_R \quad \text{bzw.} \\ M_{s-1} = (\mu_{s-1} + \nu_{s-1}) M_R. \end{cases}$$

Der weitere Verlauf der Stützenmomente ist wiederum durch die Gl. (4) gegeben:

$$M_{r-2} = \mu_{r-2} M_{r-1} + \nu_{r-2} M_R$$

bzw.

$$M_{s-2} = \mu_{s-2} M_{s-1} + \nu_{s-2} M_R.$$

c) Die Ermittlung der Zustandslinie für eine am Trägerrand angreifende Randlast P_R.

Diese Randkraft wird positiv gezählt, wenn sie nach unten wirkt. Um die Randkraft P_R zu erzeugen, müssen wir gemäß Abb. 12c das Moment M_r an der Randstütze r gleich Null setzen und an der ideellen Stütze r + 1 ein Moment $M_{r-1} = P_R l$ angreifen lassen. Aus der Gl. (4) folgt dann, da $M_r = 0$ ist

$$(4\,c) \quad \begin{cases} \text{für } P_R \text{ am rechten Trägerrand} \\ M_{r-1} = \nu_{r-1} M_{r+1} = \nu_{r-1} P_R l \\ M_{r-2} = \mu_{r-2} M_{r-1} \text{ und} \\ M_{r-3} = \mu_{r-3} M_{r-2} + \nu_{r-3} M_{r-1} \\ \text{für } P_R \text{ am linken Trägerrand} \\ M_{s-1} = \nu_{s-1} M_{s+1} = \nu_{s-1} P_R l \\ M_{s-2} = \mu_{s-2} M_{s-1} \text{ und} \\ M_{s-3} = \mu_{s-3} M_{s-2} + \nu_{s-3} M_{s-1}. \end{cases}$$

Wie aus der Abb. 12 ohne weiteres zu erkennen ist, ist der zuerst behandelte Belastungsfall a eine Kombination der beiden Belastungsfälle b und c.

Aus den Zustandslinien der Belastungsfälle a, b und c ermitteln wir nun die Biegelinien. Die Durchbiegungen setzen sich aus zwei Einflüssen zusammen, den Verbiegungen durch die Biegungsmomente und den Stützensenkungen. Die Stützensenkungen erhalten wir aus den Stützendrücken durch Multiplikation mit den ω-Zahlen.

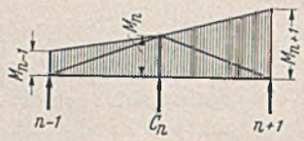


Abb. 13

Nach Abb. 13 ergeben sich die Stützendrücke einer Mittelstütze

$$(6) \quad C_n = + \frac{1}{l} (M_{n-1} - 2 M_n + M_{n+1})$$

(Stützendrücke werden positiv gerechnet).

Hieraus ergibt sich die zugehörige Stützensenkung durch Multiplikation mit ω_n zu

$$\eta_n = + \frac{\omega_n}{l} (M_{n-1} - 2 M_n + M_{n+1}).$$

Wir setzen wieder $\frac{6 E J_c}{l^3} \omega_n = k_n$ und rechnen mit dem $\frac{6 E J_c}{l}$-fachen Durchbiegungen $\overset{+}{\eta}_n$. Damit erhalten wir

$$(6\,a) \quad \frac{6 E J_c}{l} \eta_n = \overset{+}{\eta}_n = + k_n l (M_{n-1} - 2 M_n + M_{n+1}).$$

Stützensenkungen werden positiv, Stützenhebungen dagegen negativ gezählt.

Nun sind wir auch in der Lage, die Drehwinkel auszurechnen, die den drei obigen Fällen einer Randbelastung nach Abb. 13 entsprechen.

Zu a) Der Auflagerdrehwinkel und die zugehörige Stützensenkung für den Belastungsfall $M_r = M_s = 1$ (Abb. 12 a).

Bei diesem Belastungsfall können wir den Drehwinkel $\bar{\delta}_{rr}$ des statisch unbestimmten Systems, den wir für die Berechnung der Einflußlinie aus der Zustandslinie nach Gl. (1) $X_r = -\frac{\bar{\delta}_{mr}}{\bar{\delta}_{rr}}$ benötigen, direkt aus den Verschiebungsgrößen δ_{ik} des statisch bestimmten Systems berechnen.

Einfluß auf den Drehwinkel $\bar{\delta}_{rr}$ an der Gelenkstelle haben außer M_r selbst die benachbarten uns ebenfalls bekannten Stützenmomente M_{r-1}, M_{r-2} und $M_{r+1} = M_{s-1}$, $M_{r+2} = M_{s-2}$. Damit ergibt sich $\bar{\delta}_{rr}$ als Funktion der Verschiebungsgrößen δ_{ik} des statisch bestimmten Systems zu:

$$\bar{\delta}_{rr} = M_{r-2}\,\delta_{r(r-2)} + M_{r-1}\,\delta_{r(r-1)} + M_r\,\delta_{rr} + M_{s-1}\,\delta_{s(s-1)} + M_{s-2}\,\delta_{s(s-2)}\,.$$

An Stelle der Drehwinkel δ_{ik} führen wir wieder die $\frac{6\,EJ_c}{l}$-fachen Drehwinkel $\delta_{ik}^{+} = \frac{6\,EJ_c}{l}\,\delta_{ik}$ ein und erhalten damit

$$(7)\qquad \frac{6\,EJ_c}{l}\,\bar{\delta}_{rr} = \bar{\delta}_{rr}^{+} = M_{r-2}\,\delta_{r(r-2)}^{+} + M_{r-1}\,\delta_{r(r-1)}^{+} + M_r\,\delta_{rr}^{+} + M_{s-1}\,\delta_{s(s-1)}^{+} + M_{s-2}\,\delta_{s(s-2)}^{+},$$

wobei nach Gl. (4) und (4 a):

$$M_{r-1} = \varrho_{r-1}\,M_r\,,\ M_{s-1} = \varrho_{s-1}\,M_s \quad \text{und} \quad M_r = M_s = 1$$
$$M_{r-2} = \mu_{r-2}\,M_{r-1} + \nu_{r-2}\,M_r \quad \text{und} \quad M_{s-2} = \mu_{s-2}\,M_{s-1} + \nu_{s-2}\,M_s\,.$$

Der Drehwinkel $\bar{\delta}_{rr}$ kann auch mittels der späteren Gl. (10 a) berechnet werden, wobei $\bar{\delta}_{rr}$ als Funktion der Senkungen η_n und der Zustandsmomente M_n dargestellt ist. Die zugehörige Stützenhebung folgt aus der Gl. (6 a).

$$(7\text{ a})\qquad \frac{6\,EJ_c}{l}\,\eta_r = \eta_r^{+} = k_r\,l\,(M_{r-1} - 2\,M_r + M_{r+1}) = k_r\,l\,(\varrho_{r-1} - 2 + \varrho_{s-1})\,.$$

Zu b) Die Verdrehung und Senkung des Trägerrandes infolge eines Randmomentes $M_R = 1$.

Infolge der Stützensenkungen ergibt sich nach Abb. 12 b bei Beachtung, daß nach oben ausspringende Drehwinkel sowie die Stützensenkungen positiv gewählt werden:

$$\tau_M' = -\frac{\eta_r - \eta_{r-1}}{l} = \frac{1}{6\,JE_c}\left[-k_r\,(M_{r-1} - 2\,M_r + M_{r+1}) + k_{r-1}\,(M_{r-2} - 2\,M_{r-1} + M_r)\right].$$

Hierzu kommt noch der Drehwinkel infolge der Verbiegung des Balkens r, r—1:

$$\tau_M'' = \left(\frac{M_r}{EJ_c}\,\frac{1}{3} + \frac{M_{r-1}}{EJ_c}\,\frac{1}{6}\right)\frac{J_c}{J_{r-1,\,r}} = \frac{l}{6\,EJ_c}\,\lambda_{r-1,\,r}\,(2\,M_r + M_{r-1})\,,$$
$$\lambda_{r-1,\,r} = \frac{J_c}{J_{r-1,\,r}}\,.$$

Damit ergibt sich der gesamte Drehwinkel τ_M zu

$$\frac{6\,EJ_c}{l}\,\tau_M = \tau_M^{+} = -M_{r+1}\,k_r + M_r\,(2\,k_r + k_{r-1} + 2\,\lambda_{r-1,\,1}) + M_{r-1}\,(\lambda_{r-1,\,r} - k_r - 2\,k_{r-1}) + M_{r-2}\,k_{r-1}\,.$$

Nun ist für diesen Belastungsfall $M_R = 1$, $M_r = M_{r+1} = M_R$. Demnach ergibt sich:

$$(8)\qquad \frac{6\,EJ_c}{l}\,\tau_M = \tau_M^{+} = M_R\,(2\,\lambda_{r-1,\,r} + k_r + k_{r-1}) + M_{r-1}\,(\lambda_{r-1,\,r} - k_r - 2\,k_{r-1}) + M_{r-2}\,k_{r-1}\,.$$

Hierbei ist $M_R = 1$, und die Zusammenhänge von M_{r-1} und M_{r-2} mit $M_R = 1$ sind durch die Gl. (4 b) und (4) gegeben:

$$\left.\begin{aligned} M_{r-1} &= (\mu_{r-1} + \nu_{r-1})\,M_R \\ M_{r-2} &= \mu_{r-2}\,M_{r-1} + \nu_{r-2}\,M_R \end{aligned}\right\}\ M_R = 1\,.$$

Die zugehörige Stützensenkung infolge des Randmomentes folgt aus der Gl. (6 a):

$$\eta_M = \eta_r = \frac{l}{6\,EJ_c}\,k_r\,l\,(M_{r+1} - 2\,M_r + M_{r-1})\,,\quad M_{r+1} = M_r = M_R = 1.$$

$$(8\text{ a})\qquad \frac{6\,EJ_c}{l}\,\eta_M = \eta_M^{+} = -k_r\,l\,(M_R - M_{r-1}) = -k_r\,l\,(1 - \mu_{r-1} - \nu_{r-1})\,M_R\,.$$

Die Gl. (8) und (8a) gelten auch für ein Randmoment am linken Trägerrand, wenn der Index r durch den von rechts aus zählenden Index s ersetzt wird.

Zu c) Die Verdrehung und die Senkung des Trägerrandes infolge einer Randkraft $P_R = 1$ (Abb. 12 c).

Den Drehwinkel erhalten wir aus der obigen noch ganz allgemeinen Gleichung:

$$\frac{6\,EJ_c}{l}\,\tau_P = \tau_P^{+} = -M_{r+1}\,k_r + M_r\,(2\,k_r + k_{r-1} + 2\,\lambda_{r-1,\,r}) + M_{r-1}\,(\lambda_{r-1,\,r} - k_r - 2\,k_{r-1}) + M_{r-2}\,k_{r-1}\,.$$

Wenn wir die für diesen Belastungsfall maßgebenden Momente einsetzen:

$$M_{r+1} = +P_R\,l,\ M_r = 0 \ (\text{wobei } P_R = 1),$$

erhalten wir:

$$(9)\qquad \frac{6\,EJ_c}{l}\,\tau_P = \tau_P^{+} = -P_R\,l\,k_r + M_{r-1}\,(\lambda_{r-1,\,r} - k_r - 2\,k_{r-1}) + M_{r-2}\,k_{r-1}\,,$$

wobei nach Gl. (4 c)

$$M_{r-1} = \nu_{r-1}\,M_{r+1} = +\nu_{r-1}\,P_R\,l$$
$$M_{r-2} = \mu_{r-2}\,M_{r-1} = +\mu_{r-2}\,\nu_{r-1}\,P_R\,l,\ P_R = 1.$$

Die zugehörige Auflagerhebung des Trägerrandes η_P infolge $P_R = 1$ folgt aus Gl. (6 a):

$$\eta_P = \eta_r = \frac{l}{6\,EJ_c}\,k_r\,l\,(M_{r-1} - 2\,M_r + M_{r+1}) \qquad M_r = 0,$$
$$M_{r+1} = P_R\,l\,.$$

$$(9\text{ a})\qquad \frac{6\,EJ_c}{l}\,\eta_P = \eta_P^{+} = +k_r\,l\,(P_R\,l + M_{r-1}) = +k_r\,l\,(1 + \nu_{r-1})\,P_R\,l \ \text{wobei } P_R = 1\,.$$

Die Gl. (9) und (9 a) gelten auch für eine am linken Trägerrand angreifende Randkraft, wenn der Index r durch den von rechts aus zählenden Index s ersetzt wird.

Um nun mittels der Gl. (1) $X_r = -\frac{\bar{\delta}_{mr}}{\bar{\delta}_{rr}}$ die Einflußlinie berechnen zu können, benötigen wir noch die Biegelinie $\bar{\delta}_{mr}$ zu der Zustandslinie $M_r = 1$. Diese setzt sich zusammen aus den Stützensenkungen und aus den Durchbiegungen infolge der Balkenmomente (s. Abb. 14).

Für eine beliebige Öffnung n, n+1 beträgt der Anteil aus den Stützensenkungen

$$\eta_{n,\,n+1} = \eta_n\,\frac{x_1}{l} + \eta_{n+1}\,\frac{x}{l} = \frac{l}{6\,EJ_c}\,(\eta_n^{+}\,\xi_1 + \eta_{n+1}^{+}\,\xi)\,,$$

wobei $\xi = \frac{x}{l}$, $\xi_1 = \frac{x_1}{l}$.

Hierzu kommt noch der Anteil ζ aus der Balkenbiegung. Den dreiecksförmigen Momentenflächen infolge der Stützmomente M_n und M_{n+1} entsprechen Biegelinien, die bekanntlich ebenso wie bei dem Träger auf starren Stützen nach kubischen Parabeln verlaufen.

$$\zeta_{n,\,n+1} = \frac{l^2}{6\,EJ_c}\,[M_n\,(\xi_1 - \xi_1^3) + M_{n+1}\,(\xi - \xi^3)].$$

Demnach beträgt die Gesamtdurchbiegung $\bar{\delta}_{mr} = \eta_{n,n+1} + \zeta_{n,n+1}$ für das beliebige Feld n, n + 1.

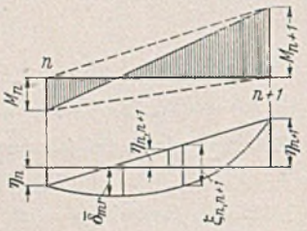
$$(10)\quad \frac{6\,E\,J_c}{l}\,\bar{\delta}_{mr} = \overset{+}{\delta}_{m}{}^{r} = (\overset{+}{\eta}_n\,\xi_1 + \overset{+}{\eta}_{n+1}\,\xi) + l\,[M_n\,(\xi_1 - \xi_1^3) + M_{n+1}\,(\xi - \xi^3)],$$

wobei die Werte $(\xi_1 - \xi_1^3)$ und $(\xi - \xi^3)$ der Zahlentafel 2 zu entnehmen sind.

Die dieser Biegelinie $\bar{\delta}_{mr}$ entsprechende Verdrehung der beiden Balkenenden $\bar{\delta}_{rr}$ hatten wir schon in der Gl. (7), und zwar als Funktion der Drehwinkel $\bar{\delta}_{ik}$ des statisch bestimmten Systems ermittelt. Wir können $\bar{\delta}_{rr}$ aber auch durch die Stützensenkungen darstellen. Aus der Abb. 12 a ergibt sich $\bar{\delta}_{rr}$ als Funktion der Stützensenkungen und der Balkenverbiegungen zu:

$$\bar{\delta}_{rr} = -\frac{\eta_r - \eta_{r-1}}{l} - \frac{\eta_r - \eta_{r+1}}{l} + \frac{1}{6\,E\,J_c}\,\lambda_{r-1,\,r}\,(2\,M_r + M_{r-1}) + \frac{1}{6\,E\,J_c}\,\lambda_{r,\,r+1}\,(2\,M_r + M_{r+1}).$$

Abb. 14



$$(10\,a)\quad \frac{6\,E\,J_c}{l}\,\bar{\delta}_{rr} = \bar{\delta}_{rr}^{+} = \frac{1}{l}\,(\overset{+}{\eta}_{r-1} - 2\,\overset{+}{\eta}_r + \overset{+}{\eta}_{r+1}) + M_{r-1}\,\lambda_{r-1,\,r} + 2\,M_r\,(\lambda_{r-1,\,r} + \lambda_{r,\,r+1}) + M_{r+1}\,\lambda_{r,\,r+1}$$

bzw. auch entsprechend Gl. (7)

$$(10\,b)\quad \frac{6\,E\,J_c}{l}\,\bar{\delta}_{rr} = \bar{\delta}_{rr}^{+} = M_{r-2}\,\overset{+}{\delta}_{r,\,r-2} + M_{r-1}\,\overset{+}{\delta}_{r,\,r-1} + M_r\,\bar{\delta}_{rr}^{+} + M_{r+1}\,\overset{+}{\delta}_{r,\,r+1} + M_{r+2}\,\overset{+}{\delta}_{r,\,r+2},$$

wobei die Drehwinkel δ_{ik} durch die Gl. (3 a) gegeben sind.

Aus dem Quotienten von $\bar{\delta}_{mr}$ und $\bar{\delta}_{rr}$ ergibt sich die Einflußlinie:

$$(11)\quad X_r = -\frac{\bar{\delta}_{mr}}{\bar{\delta}_{rr}} = -\frac{\bar{\delta}_{mr}^{+}}{\bar{\delta}_{rr}^{+}}.$$

Den grundsätzlichen Unterschied des Verlaufs der Einflußlinien des Trägers auf elastisch senkbaren gegenüber dem auf starren Stützen zeigt die Abb. 15. Während bei dem letzteren die Einflußordinaten an den Stützen zu Null werden, ergeben sich für den Träger auf elastisch senkbaren Stützen an den Stützenquerschnitten um so größere Ordinaten, je steifer der Träger ist bzw. je größer die Steifigkeitszahl k ist. Je größer k wird, um so geringer wird der Einfluß der Balkenbiegung gegenüber dem der Stützensenkungen, d. h. die Krümmung der Einflußlinie wird bedeutungslos. Die Einflußlinie zwischen den einzelnen Stützen verläuft annähernd nach geraden Linien. (Siehe hierzu auch die Abbildungen der Zahlenbeispiele.)

Für den Stützenquerschnitt r selbst ergibt sich X_r aus der Stützensenkung der Gl. (7 a):

$$(11\,a)\quad X_r = -\frac{1}{\bar{\delta}_{rr}^{+}}\,k_r\,l\,(M_{r-1} - 2\,M_r + M_{r+1}) = -\frac{1}{\bar{\delta}_{rr}^{+}}\,(\varrho_{r-1} - 2 + \varrho_{s-1}).$$

Zusammengefaßt ergeben sich die Einflußlinien auf nachstehende einfache Weise. Man ermittelt zunächst die Abklingungszahlen μ und ν mittels der Gl. (5) und (4a) (bei konstantem Trägheitsmoment können diese der Zahlentafel 1 entnommen werden). Hieraus können wir mittels der Gl. (4) bzw. (4a) die der Zustandslinie $M_r = 1$ entsprechenden Stützmomente und hieraus mittels der Gl. (6a) die Stützsenkungen berechnen. Hieraus und aus den Werten der Zahlentafel 2 ergeben sich die Durchbiegungen $\bar{\delta}_{mr}$ (Gl. 10). Durch Division der Durchbiegungen $\bar{\delta}_{mr}$ durch die Nennerdeterminante Gl. (10a) erhält man die Einflußordinaten, ohne daß es notwendig ist, ein Gleichungssystem aufzulösen. Aus den Einflußlinien für die Stützmomente ermittelt man die Einflußlinien für die Feldmomente, der Querkräfte und der Stützendrücke in gleicher Weise wie bei dem durchlaufenden Träger, so daß sich weitere Darlegungen hierüber erübrigen. Die lastverteilende Wirkung des Trägers auf elastisch senkbaren Stützen zeigt sich vor allem bei den Einflußlinien der Stützendrücke. Bei dem Träger auf starren Stützen hat die Einflußlinie für C_r an der Stelle r bekanntlich den Wert 1,0 P. Setzen wir k = 1, sinkt dieser Wert auf etwa 0,5 P ab.

In den meisten Fällen haben wir es mit konstantem Trägheitsmoment und gleichbleibender Nachgiebigkeit der Stützen zu tun. Für diesen Sonderfall werden im Abschnitt 2 die vorstehenden Gleichungen vereinfacht und die Abklingungszahlen μ und ν können der Zahlentafel 1 entnommen werden. Auch den Sonderfall, daß die Endstützen abweichend von den Mittelstützen starr gelagert sind, kann man durch eine einfache Zusatzrechnung auf den Fall gleichbleibender Stützenelastizität zurückführen.

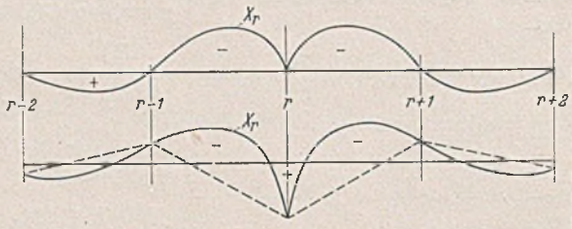


Abb. 15. Einflußlinie des Stützmomentes des Trägers auf starren Spitzen.

Abb. 15a. Einflußlinie für das Stützmoment des Trägers auf elastisch nachgiebigen Stützen.

Dagegen muß bei dem Fachwerkträger mit biegungssteifem Obergurt die obige allgemeine Darstellung benutzt werden, da hierbei jede Zwischenstützung eine andere elastische Nachgiebigkeit besitzt und sich meistens auch das Trägheitsmoment von Feld zu Feld ändert.

2. Die Ermittlung der Einflußlinien für den Sonderfall konstanten Trägheitsmoments und gleichbleibender Stützenelastizität.

Bei konstantem Trägheitsmoment wird $\lambda_{n-1,\,n} = \lambda_{n+1,\,n} = 1$ und infolge gleichbleibender Nachgiebigkeit der Stützen $k_{n-1} = k_n = k_{n+1} = k$. Die Verschiebungsgrößen des statisch bestimmten Systems ergeben sich zu (Gl. 3a):

$$(3a)\quad \overset{+}{\delta}_{n(n-2)} = \overset{+}{\delta}_{n(n+2)} = k,\quad \overset{+}{\delta}_{n(n-1)} = \delta_{n(n+1)} = 1 - 4\,k,\quad \overset{+}{\delta}_{nn} = 4 + 6\,k,$$

womit sich folgende homogene Fünfmomentengleichung ergibt:

$$(3)\quad M_{n-2}\,k + M_{n-1}\,(1 - 4\,k) + M_n\,(4 + 6\,k) + M_{n+1}\,(1 - 4\,k) + M_{n+2}\,k = 0.$$

An den Gleichungen für die Ermittlung der Stützenmomente der Zustandslinien Gl. (4) bis (4c) ändert sich nichts. Auch die Gl. (5) für die Ermittlung der Abklingungszahlen, die in der nachstehenden Zahlentafel 1 für alle in Frage kommenden Steifigkeitszahlen $k = \frac{6\,E\,J_c}{l^3}\,\omega$ ausgerechnet sind, bleiben dieselben. Bei der Gl. (6) für die Ermittlung der Stützensenkungen ist k_n durch k zu ersetzen. Die Gl. (7) zur Ermittlung der Nennerdeterminante vereinfacht sich zu:

$$(7)\quad \frac{6\,E\,J_c}{l}\,\bar{\delta}_{rr} = \bar{\delta}_{rr}^{+} = M_{r-2}\,k + M_{r-1}\,(1 - 4\,k) + M_r\,(4 + 6\,k) + M_{s-1}\,(1 - 4\,k) + M_{s-2}\,k$$

$$(7a)\quad \frac{6\,E\,J_c}{l}\,\eta_r = \overset{+}{\eta}_r = k\,l\,(M_{r-1} - 2\,M_r + M_{r+1}).$$

Die Gl. (8) und (9) vereinfachen sich zu:

$$(8)\quad \frac{6\,E\,J_c}{l}\,\tau_M = \overset{+}{\tau}_M = M_R\,2\,(1 + k) + M_{r-1}\,(1 - 3\,k) + M_{r-2}\,k$$

$$(8a)\quad \frac{6\,E\,J_c}{l}\,\eta_M = \overset{+}{\eta}_M = -k\,l\,(M_R - M_{r-1}) = -k\,l\,(1 - \mu_{r-1} - \nu_{r-1})$$

$$(9)\qquad \frac{6\,E\,J_c}{l}\,\tau_P = \tau_P^{+} = -\,P_R\,l\,k + M_{r-1}\,(1 - 3\,k) + M_{r-2}\,k$$

$$(9a)\qquad \frac{6\,E\,J_c}{l}\,\eta_P = \eta_P^{+} = k\,l\cdot(P_R\,l + M_{r-1}) = k\,l\,(1 + \nu_{r-1})\,P_R\,l\,.$$

Die Gl. (10), (11) und (11a) zur Ermittlung der Einflußlinien bleiben unverändert. Aus den Einflußlinien der statisch unbestimmten Stützmomente ermittelt man die Einflußlinien der Feldmomente, der Querkräfte und der Stützendrücke in der gleichen Weise wie bei dem durchlaufenden Träger auf starren Stützen.

Aus der nachfolgenden Zahlentafel, in der die Abklingungszahlen μ und ν für gleichbleibendes Trägheitsmoment und gleichbleibende Nachgiebigkeit der Stützen für alle in Frage kommenden Steifigkeitszahlen k zusammengestellt sind, geht hervor, daß diese sehr rasch zu dem Grenzwert des Trägers mit unendlich vielen Öffnungen konvergieren. Bei kleinen Werten k ist dies ebenso wie bei dem Träger auf starren Stützen schon nach drei Öffnungen der Fall.

Bei $k = \infty$, d. h. bei den Trägern, deren Steifigkeit im Verhältnis zu der der Stützen unendlich ist, wird die Konvergenz schlecht und tritt erst nach 25 Feldern ein. In diesem Falle benötigen wir jedoch die Abklingungszahlen nicht, weil jetzt die Ver-

Zahlentafel 1 der Abklingungszahlen μ und ν.

	n =	1	2	3	4	5	6	7	8	∞
k = 0,00	μ =	—0,2500	—0,2667	—0,2679						—0,2679
	ν =	—0,0000	—0,0000	—0,0000						—0,0000
k = 0,05	μ =	—0,1860	—0,1905	—0,1905						—0,1905
	ν =	—0,0116	—0,0120	—0,0121						—0,0121
k = 0,10	μ =	—0,1304	—0,1298	—0,1298						—0,1298
	ν =	—0,0217	—0,0221	—0,0221						—0,0221
k = 0,15	μ =	—0,0816	—0,0797	—0,0798						—0,0798
	ν =	—0,0306	—0,0308	—0,0308						—0,0308
k = 0,20	μ =	—0,0385	—0,0370	—0,0371						—0,0371
	ν =	—0,0385	—0,0385	—0,0386						—0,0386
k = 0,25	μ =	—0,0000	—0,0000	—0,0000						—0,0000
	ν =	—0,0455	—0,0455	—0,0455						—0,0455
k = 0,30	μ =	+0,0345	+0,0327	+0,0329						+0,0329
	ν =	—0,0617	—0,0518	—0,0519						—0,0519
k = 0,40	μ =	+0,0938	+0,0887	—0,0892						+0,0892
	ν =	—0,0625	—0,0631	—0,0632						—0,0632
k = 0,50	μ =	+0,1429	+0,1354	+0,1363						+0,1363
	ν =	—0,0714	—0,0729	—0,0731						—0,0731
k = 0,60	μ =	+0,1842	+0,1756	+0,1767						+0,1767
	ν =	—0,0789	—0,0817	—0,0819						—0,0819
k = 0,80	μ =	+0,2500	+0,2424	+0,2434	+0,2435					+0,2435
	ν =	—0,0909	—0,0970	—0,0971	—0,0972					—0,0972
k = 1,00	μ =	+0,3000	+0,2967	+0,2971	+0,2974	+0,2974				+0,2974
	ν =	—0,1000	—0,1099	—0,1099	—0,1100	—0,1101				—0,1101
k = 1,50	μ =	+0,3846	+0,3993	+0,3979	+0,3986	+0,3987				+0,3987
	ν =	—0,1154	—0,1354	—0,1356	—0,1358	—0,1359				—0,1359
k = 2,00	μ =	+0,4375	+0,4734	+0,4711	+0,4718	+0,4720				+0,4720
	ν =	—0,1250	—0,1546	—0,1556	—0,1558	—0,1559				—0,1559
k = 3,00	μ =	+0,5000	+0,5758	+0,5752	+0,5753	+0,5758	+0,5754			+0,5754
	ν =	—0,1364	—0,1818	—0,1861	—0,1861	—0,1863	—0,1863			—0,1863
k = 4,00	μ =	+0,5357	+0,6440	+0,6488	+0,6482	+0,6488	+0,6490			+0,6490
	ν =	—0,1429	—0,2004	—0,2089	—0,2090	—0,2092	—0,2093			—0,2093
k = 6,00	μ =	+0,5750	+0,7302	+0,7500	+0,7493	+0,7495	+0,7499	+0,7500		+0,7500
	ν =	—0,1500	—0,2241	—0,2417	—0,2430	—0,2430	—0,2432	—0,2433		—0,2433
k = 8,00	μ =	+0,5962	+0,7826	+0,8180	+0,8192	+0,8190	+0,8194	+0,8197		+0,8197
	ν =	—0,1538	—0,2387	—0,2645	—0,2680	—0,2680	—0,2681	—0,2683		—0,2683
k = 10,00	μ =	+0,6094	+0,8179	+0,8676	+0,8720	+0,8716	+0,8719	+0,8722	+0,8732	+0,8723
	ν =	—0,1562	—0,2485	—0,2815	—0,2876	—0,2878	—0,2879	—0,2880	—0,2881	—0,2881
k = 20,00	μ =	+0,6371	+0,8994	+0,9972	+1,0230	+1,0261	+1,0259	+1,0261	+1,0264	+1,0264
	ν =	—0,1613	—0,2715	—0,3269	—0,3465	—0,3506	—0,3509	—0,3509	—0,3510	—0,3512
k = ∞	μ =	+0,6667	+1,0000	+1,2000	+1,3333	+1,4286	+1,5000	+1,5556	+1,6000	+2,0000
	ν =	—0,1667	—0,3000	—0,4000	—0,4762	—0,5357	—0,5833	—0,6222	—0,6545	—1,0000

teilung der Auflagerdrücke nach dem Gradliniengesetz erfolgt, wodurch das Problem statisch bestimmt wird. Ein Zahlenbeispiel wird den hierzu maßgebenden Rechnungsgang zeigen.

Zahlentafel 2. Werte $(\xi_1 - \xi_1^3)$ und $(\xi - \xi^3)$.

$\xi =$	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
$\xi_1 =$	0,00	0,90	0,80	0,70	0,40	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,00
$\xi_1 - \xi_1^3 =$	0,000	0,1710	0,2880	0,3570	0,3840	0,3750	0,3360	0,2730	0,1920	0,0990	0,000
$\xi - \xi^3 =$	0,000	0,0990	0,1920	0,2730	0,3360	0,3750	0,3840	0,3570	0,2880	0,1710	0,000

Die Zahlentafel 1 der Abklingungszahlen μ und ν zeigt uns, daß bei kleinen Steifigkeitszahlen k der Einfluß der ν-Werte gering ist, woraus hervorgeht, daß sich ein derartiger durchlaufender Träger auf elastischen Stützen noch ganz ähnlich verhält wie einer auf starren Stützen. Je größer aber k wird, um so mehr steigt der Einfluß der ν-Werte, während zugleich die μ-Werte kleiner und bei $k = 0{,}25$ zu Null werden und für $k > 0{,}25$ ihr Vorzeichen wechseln. Bei noch größer werdenden k-Zahlen wächst der Einfluß der jetzt positiven μ-Zahlen sehr stark gegenüber den negativen ν-Werten. Hieraus folgt, daß bei großen Werten k der alternierende Momentenverlauf der Zustandslinien des Trägers auf starren Stützen verlorengeht und durch monotonen Verlauf ohne Vorzeichen ersetzt wird und für $k = \infty$ ergibt sich das Gradliniengesetz.

Des weiteren ersehen wir aus der Zahlentafel, daß bei kleinen k-Werten die Abklingungszahlen schon nach drei Feldern die Grenzwerte des Trägers mit unendlich vielen Feldern erreichen, so daß bei Trägern mit mehr als sechs Öffnungen die Mittelfelder abzüglich der drei Endfelder auf jeder Seite sich wie die eines Trägers mit unendlich vielen Feldern verhalten.

Auf dieser Erkenntnis aufbauend, hat Müller-Breslau für den Träger mit acht Öffnungen fertige Zahlentafeln für die Werte der

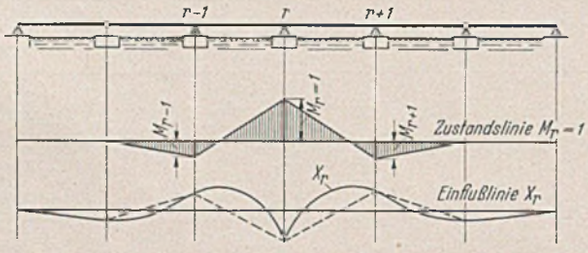


Abb. 16.

Einflußlinien ausgearbeitet, die für alle Träger mit acht oder mehr Öffnungen verwendet werden können, dagegen aber nicht für die Mittelstützen der Träger mit weniger als sieben Öffnungen.

3. Die Anwendung der Theorie der Abschnitte 1 und 2 für einige Sonderfälle des Trägers auf elastisch senkbaren Stützen.

a) Der durchlaufende Träger auf elastisch senkbaren Stützen mit gelenkig angeschlossenen Endöffnungen (Abb. 16).

Diese Trägerform ist für Schiffsbrücken von Bedeutung, bei denen an die Mittelöffnungen gelenkig Seitenöffnungen mit einer abweichenden Spannweite l_0 angeschlossen sind, die am Ufer starr gelagert werden. Die elastische Nachgiebigkeit k, die durch die Tragfähigkeit der Pontons bestimmt ist, ist bei Verwendung gleicher Pontons dieselbe, so daß für die Berechnung die Gleichungen des Abschnittes 2 maßgebend sind. Die Größe der elastischen Nachgiebigkeit ist bei Pontons gegeben durch $\omega = \frac{1}{\gamma F}$, wobei F die Querschnittsfläche des Pontons und γ das spezifische Gewicht der Flüssigkeit bedeuten. Demnach ist $k = \frac{6 E J_c}{l^3} \frac{1}{\gamma F}$. Mit Hilfe der Abklingungszahlen ermitteln wir die Zustandslinie für $M_r = 1$ und hieraus die Biegelinie δ_{mr}. Hieraus erhalten wir nach Division mit δ_{rr} die Einflußlinie für das Stützmoment X_r. Der Einfluß der gelenkig angeschlossenen und am Ufer starr gelagerten Endfelder zeigt sich nur darin, daß die Stützen unter den Gelenken infolge des Zustandes $M_r = 1$ eine Durchbiegung aufweisen, und als Folge davon erstreckt sich die Einflußlinie auch über die Endfelder. Da die gelenkig angeschlossenen Endfelder statisch bestimmt sind, verläuft in diesem Bereich die Einflußlinie geradlinig.

b) Der durchlaufende Träger auf elastisch senkbaren Stützen bei starrer Lagerung auf einer oder beiden Enstützen.

Diese Trägerform mit einer oder zwei starren Endstützen, die bei langen Kranbahnträgern häufig auftritt, kann nach der allgemeinen Theorie des Abschnittes 1, bei der wechselnde k-Werte berücksichtigt sind und die Abklingungszahlen für jeden Einzelfall bestimmt werden müssen, berechnet werden. Man kann aber auch von dem Sonderfall des Trägers nach Abschnitt 2 mit gleichbleibender Stützenelastizität ausgehen, wobei wir den Endstützen vorerst die gleiche Stützenelastizität erteilen. Für diesen Träger mit gleichbleibender Stützenelastizität ermitteln wir nun ge-

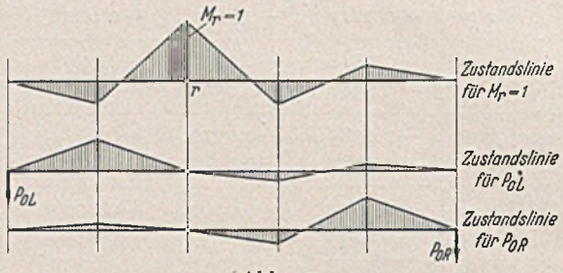


Abb. 17.

mäß Abb. 17 die Zustandslinien für das Stützenmoment $M_r = 1$. Aus der Zustandslinie für $M_r = 1$ folgen nach Gl. (6a) die Senkungen der linken und rechten Endstützen η_{oL} und η_{oR}. Diese Durchbiegungen werden durch Randkräfte P_{oL} und P_{oR} zu Null gemacht. Die Durchbiegungen infolge der Kräfte $P_{oL} = 1$ und $P_{oR} = 1$ berechnen wir mittels der Gl. (9a) und ermitteln die Größe der notwendigen Randkräfte, deren Zustandslinien wir zu der Zustandslinie für $M_r = 1$ hinzuzählen. Für die hieraus gewonnene neue Zustandslinie, die den Randbedingungen starrer Endlagerung entspricht, ermitteln wir nun die Biegelinie und damit die Einflußlinie X_r.

Wenn beide Endstützen starr gelagert sind, dann handelt es sich bei der Erfüllung der beiderseitigen Randbedingungen genau genommen um ein zweifach statisch unbestimmtes Problem, bei

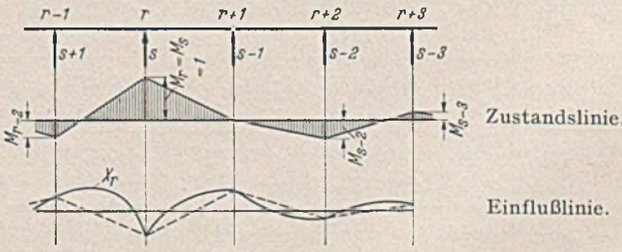


Abb. 18.

dem sich die beiden Randkräfte P_{oL} und P_{oR} gegenseitig beeinflussen. Da aber bei vier oder mehr Öffnungen eine Kraft P_{oL} die rechte Randstütze in ihrer Höhenlage nur ganz unwesentlich beeinflußt, kann man jede Randstörung ohne wesentlichen Fehler für sich beseitigen.

c) Die gegenseitige Beeinflussung der aneinandergereihten Durchlaufträger auf elastischen Stützen, wenn der Stoß an einer Stütze erfolgt.

Wenn die beiden durchlaufenden Träger nach Abb. 18 an einer Zwischenstütze aneinanderstoßen, so kann mittels der Gl. (4) bzw. (4c) der Verlauf der Zustandslinie im Bereich des

Nachbarträgers ermittelt werden. Es ergibt sich:

$$M_{s-2} = \nu_{s-2} M_s = \nu_{s-2} M_r \quad \text{und} \quad M_{s-3} = \mu_{s-3} M_{s-2}.$$

Aus der Zustandslinie ergibt sich dann der Verlauf der Einflußlinie in gleicher Weise wie bisher.

Der Verlauf der Zustandslinien in dem rechten Durchlaufträger infolge von $M_{r-1} = 1$, $M_{r-2} = 1$ usw. ist der gleiche wie für $M_r = 1$, nur sind alle Ordinaten entsprechend der dann maßgebenden Größe von M_r kleiner.

d) Die gegenseitige Beeinflussung von Durchlaufträgern auf elastischen Stützen, die durch Gelenke in den Öffnungen miteinander verbunden sind (Abb. 19).

Die Berechnung für diese Trägerform, die insbesondere bei Schiffsbrücken in Frage kommt, ist etwas umständlicher als bei c.

Hierbei ermittelt man zuerst die Zustandslinie für $M_r = 1$ unter Vernachlässigung der Gelenke, d. h. man betrachtet das gesamte Tragwerk als einen einzigen Durchlaufträger und beseitigt nachträglich die Randstörung an den Gelenken, indem man an dieser Gelenkstelle das infolge $M_r = 1$ vorhandene Moment M_c durch ein entgegengesetztes Moment vernichtet. Zugleich muß man aber an dem Gelenk auch eine Querkraft Q_c anbringen, deren Größe aus der Bedingung zu bestimmen ist, daß die Durchbiegung der beiden an dem Gelenk gestoßenen Durchlaufträger gleich groß ist.

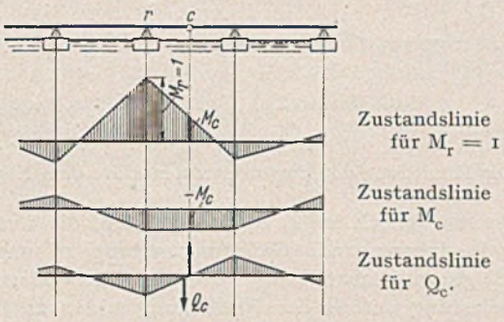


Abb. 19.

Diese Durchbiegung der beiden Trägerenden ist eine Funktion des Zustandes $M_r = 1$ bei Vernachlässigung der Gelenke, eine Funktion des bekannten Momentes $-M_c$ und der unbekannten Querkraft Q_c. Aus dem Gleichsetzen der beiden Durchbiegungen ergibt sich Q_c. Tatsächlich beeinflussen sich alle durch Gelenke verbundenen Durchlaufträger. Sobald aber jeder Durchlaufträger wenigstens vier Öffnungen besitzt, kann mit hinreichender Genauigkeit diese gegenseitige Beeinflussung außer acht gelassen werden, und die Gleichung für die gemeinsame Durchbiegung zweier benachbarter Durchlaufträger kann für jedes Gelenk getrennt angeschrieben werden.

Nach Ermittlung von Q_c addiert man die drei Zustandslinien für $M_r = 1$, $-M_c$ und Q_c und erhält damit eine Zustandslinie, die den durch die Gelenke gekennzeichneten Randbedingungen entspricht. Aus dieser Zustandslinie ergibt sich dann die maßgebende Einflußlinie.

4. Die Anwendung der Theorie des durchlaufenden Trägers auf elastisch senkbaren Stützen für die Berechnung der Einflußlinien der biegungssteifen Obergurte von Fachwerkträgern.

Mit der Theorie des Abschnittes 1 bei feldweis verschiedenem Trägheitsmoment und ungleicher Stützenelastizität läßt sich auch das Problem des Fachwerkträgers mit biegungssteifem Obergurt in sehr einfacher Weise lösen, soweit es sich um einfache Fachwerke nach Abb. 20 und 21 handelt, bei denen wir höchstens auf Fünfmomentengleichungen stoßen.

Um das System statisch bestimmt zu machen, werden in dem biegungssteifen Obergurt an jedem Knoten Gelenke angeordnet und als statisch unbestimmte Größen die Stützungsmomente des biegungssteifen Obergurtes eingeführt.

Die Größe dieser Stützmomente folgt demnach wiederum aus der Bedingung, daß die Summe aller Winkeldrehungen an den eingefügten Gelenken gleich Null ist. Wir erhalten demnach wiederum Elastizitätsgleichungen in der Form der früheren Gl. (2):

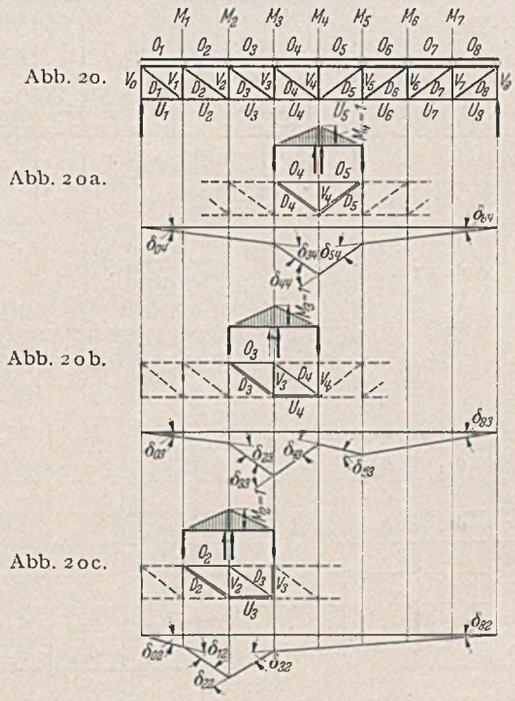
$$M_{n-2}\,\delta_{n(n-2)} + M_{n-1}\,\delta_{n(n-1)} + M_n\,\delta_{nn} + M_{n+1}\,\delta_{n(n+1)} + M_{n+2}\,\delta_{n(n+2)} = 0,$$

wobei die δ_{ik} und δ_{kk} die Winkeldrehungen an dem statisch bestimmten System infolge der verschiedenen Stützmomente sind.

Bei dem durchlaufenden Träger auf elastisch senkbaren Stützen wurden die Winkeldrehungen δ_{ik} und δ_{ii} des statisch bestimmten Systems mittels der Gl. (2) zu

$$\delta_{ik} = \delta_{ki} = \int M_i M_k \frac{ds}{EJ} + \sum C_i C_k \frac{h}{EF},$$

$$\delta_{kk} = \int M_k M_k \frac{ds}{EJ} + \sum C_k C_k \frac{h}{EF}$$



	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7
1	δ_{11}	δ_{21}	δ_{31}				
2	δ_{12}	δ_{22}	δ_{32}				
3		δ_{23}	δ_{33}	δ_{43}	δ_{53}		
4			δ_{34}	δ_{44}	δ_{54}		
5			δ_{35}	δ_{45}	δ_{55}	δ_{65}	
6					δ_{56}	δ_{66}	δ_{76}
7						δ_{67}	δ_{77}

Abb. 20d.

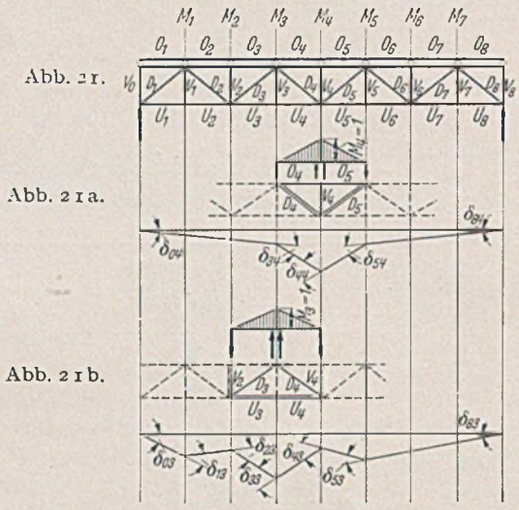
berechnet. Sie setzen sich zusammen aus einem Biegungsglied und dem Einfluß der Stützensenkungen. Bei dem Fachwerkträger mit biegungssteifem Obergurt ändert sich nichts an dem Biegungsglied, an Stelle des Einflusses der Stützensenkungen tritt dagegen der Einfluß der Stabdehnungen.

Die Arbeitsgleichung für die Berechnung der Winkeldrehung im statisch bestimmten Zustand lautet demnach:

$$(12)\quad \left|\begin{aligned} \delta_{ik} = \delta_{ki} &= \int M_i M_k \frac{ds}{EJ} + \sum S_i S_k \frac{s}{EF}, \\ \delta_{kk} &= \int M_k M_k \frac{ds}{EJ} + \sum S_k S_k \frac{s}{EF}. \end{aligned}\right.$$

Ebenso wie wir für den biegungssteifen durchlaufenden Obergurtträger feldweis konstantes Trägheitsmoment voraussetzten, rechnen wir auch mit einer konstanten Querschnittsfläche der einzelnen Fachwerkstäbe. Die Summen erstrecken sich auf alle durch den Zustand $M_n = 1$ in Spannung gesetzten Fachwerkstäbe einschließlich die des Obergurts.

In den Abb. 20a, b und c und 21a und b sind für die typischen Knotenpunkte die durch $M_n = 1$ in Spannung gesetzten Stäbe durch ausgezogene Striche dargestellt. Zur Unterscheidung sind die gezogenen Stäbe durch einfache, die gedrückten Stäbe durch Doppelstriche gekennzeichnet. Die durch $M_n = 1$ nicht gespannten Stäbe sind punktiert. Da der Belastungszustand $M_n = 1$ zwei sich im Gleichgewicht befindlichen Kräftepaaren entspricht, werden hierdurch nur die sich im Bereich des Momentes $M_n = 1$ befindlichen Stäbe zweier Felder berührt. Die darunter gezeichneten Biegelinien zeigen die dabei auftretenden Anteile der Biegewinkel δ_{ik} bzw. δ_{ii} infolge der Stabkräfte, während die Anteile aus der Verbiegung der Obergurtkräfte, gekennzeichnet durch die Integrale



	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7
1	δ_{11}	δ_{21}	δ_{31}				
2	δ_{12}	δ_{22}	δ_{32}				
3	δ_{13}	δ_{23}	δ_{33}	δ_{43}	δ_{53}		
4			δ_{34}	δ_{44}	δ_{54}		
5			δ_{35}	δ_{45}	δ_{55}	δ_{65}	δ_{75}
6					δ_{56}	δ_{66}	δ_{76}
7					δ_{57}	δ_{67}	δ_{77}

Abb. 21c.

$\int M_i M_k \frac{ds}{EJ}$, die gleichen sind wie bei dem durchlaufenden Träger auf elastischen Stützen im Abschnitt 1. Dem Belastungszustand $M_4 = 1$ entsprechen bei beiden Fachwerken Abb. 20a und 21a nur die Drehwinkel δ_{34}, δ_{44} und δ_{45}, d. h. eine Dreimomentengleichung. Der Zustand $M_3 = 1$ der Abb. 20b erzeugt dagegen die Drehwinkel δ_{23}, δ_{33}, δ_{43} und δ_{53}, d. h. eine Viermomentengleichung, der Zustand $M_3 = 1$ der Abb. 21b bedingt die Drehwinkel δ_{13}, δ_{23}, δ_{33}, δ_{43} und δ_{53}, d. h. eine Fünfmomentengleichung. In der Abb. 20d und 21c ist jeweils das Schema der Elastizitätsgleichungen angegeben, das sich z. T. aus Fünfmomenten-, Viermomenten- bzw. Dreimomentengleichungen zusammensetzt. Die dicke Umrandung zeigt, daß wir es demnach ebenso wie bei dem durchlaufenden Träger auf elastisch senkbaren Stützen mit einem System fünfgliedriger Momentengleichungen zu tun haben und daß die Ermittlung der Einflußlinien in gleicher Weise wie im Abschnitt 1 erfolgen kann. Der Wegfall einiger δ_{ik}-Werte und die damit verbundene teilweise Verstümmelung der Fünfmomentengleichungen bringt insofern eine Vereinfachung, daß einige Abklingungszahlen ν zu Null werden. So ergibt sich z. B. für das Raster der Abb. 21

$$M_1 = \mu_1 M_2 + \nu_1 M_3$$
$$M_2 = \mu_2 M_3$$
$$M_3 = \mu_3 M_4 + \nu_3 M_5$$
$$M_4 = M_4 M_5 \quad \text{usw.}$$

Damit ist die Ermittlung der Einflußlinien der biegungssteifen Obergurte von Fachwerkträgern auf die Theorie des durchlaufenden Trägers auf elastisch senkbaren Stützen zurückgeführt. Der weitere Rechnungsgang ist genau der gleiche wie im Abschnitt 1 und bedarf deshalb keiner weiteren Erörterung. Der einzige Unterschied zwischen den beiden Tragwerken besteht in der abweichenden Ermittlung der Drehwinkel δ_{ik} und δ_{kk} des statisch bestimmten Systems, wobei an Stelle der Arbeitsgleichung Gl. (2a) die Gl. (12) tritt, wobei aber der Einfluß der Verbiegungen in beiden Gleichungen derselbe ist.

Auch die Ermittlung der Biegungsmomente infolge Eigengewicht, die im nächsten Abschnitt durchgeführt wird, ist bei beiden Tragwerken gleich.

5. Die Ermittlung der Biegungsmomente infolge der Eigengewichtsbelastung bzw. bei feldweiser Verkehrsbelastung.

In dem Abschnitt 1 wurde gezeigt, daß die Einflußlinien nur mittels des homogenen Systems der Elastizitätsgleichungen mit Hilfe der Abklingungszahlen, die einer schrittweisen Auflösung des homogenen Gleichungssystems entsprechen, berechnet werden können. Bei Eigengewichtsbelastung oder feldweiser Verkehrsbelastung treten an Stelle der homogenen nun die inhomogenen Gleichungen.

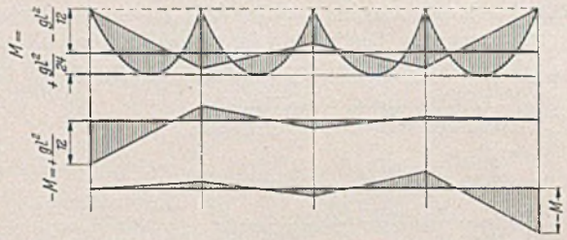


Abb. 22. Die Ermittlung der Biegungsmomente aus dem Eigengewicht.

Es bereitet jedoch keine Schwierigkeiten, die umständliche Auflösung des inhomogenen Gleichungssystems zu umgehen und auch die Biegungsmomente infolge Eigengewichts- oder feldweiser Verkehrsbelastung mittels der Abklingungszahlen zu berechnen. Besonders einfach ist die Aufgabe bei konstantem Trägheitsmoment und gleichbleibenden k-Werten.

a) Die Ermittlung der Eigengewichtsmomente des durchlaufenden Trägers auf elastisch senkbaren Stützen bei konstantem Trägheitsmoment, gleichen Feldweiten und gleichbleibender Stützenelastizität.

Zu einer einfachen und sehr übersichtlichen Lösung kommen wir, wenn wir von dem durchlaufenden Träger mit unendlich vielen gleichen Öffnungen ausgehen. Bei diesem sind alle Stützmomente gleich groß und gleich denen eines beiderseits fest eingespannten Balkens, den wir als Grundsystem benutzen. Die Stützmomente des Grundsystems bezeichnen wir mit $\mathfrak{M} = -\frac{gl^2}{12}$. Nun schneiden wir aus dem Träger mit unendlich vielen Öffnungen einen durchlaufenden Träger mit der gewünschten Anzahl Stützen 0 bis 1 heraus, bei dem jetzt aber die beiderseitigen Randbedingungen einer freien Auflagerung nicht erfüllt sind. Wir stellen diese her, indem wir am Trägerrand gemäß Abb. 22 ein negatives Moment $M_0 = M_r = -\mathfrak{M} = +\frac{gl^2}{12}$ angreifen lassen, dessen Verlauf uns nach den Darlegungen des Abschnittes 1 entsprechend der Gl. (4) und (4a) durch die Abklingungszahlen bekannt ist. Diese Biegungsmomente infolge der beiderseitigen Randmomente M_0 und M_r zählen wir zu denen des Trägers mit unendlich vielen Öffnungen hinzu und gewinnen damit die tatsächlichen Eigengewichtsstützmomente des durchlaufenden Trägers auf elastischen Stützen als Funktion von

$$M = \varkappa \mathfrak{M} = -\varkappa \frac{gl^2}{12}. \tag{13}$$

Diese Ermittlung der Stützmomente zeigt uns zugleich, warum bei dem Träger auf starren Stützen und ebenso auch bei dem auf elastisch senkbaren Stützen bei kleinen Steifigkeitsverhältnissen die

Stützmomente M_1 und M_{r-1} größer als $\frac{gl^2}{12}$, die der anschließenden Stützen dagegen kleiner als $\frac{gl^2}{12}$ werden müssen, während sie bei den Mittelstützen sehr genau mit denen des Trägers mit unendlich vielen Feldern übereinstimmen.

Im Gegensatz dazu werden bei Steifigkeitszahlen $k > 0{,}4$ die Stützmomente M_1 und M_{r-1} kleiner als die des beiderseits eingespannten Balkens. Mit dem weiteren Anwachsen von k nehmen diese Stützmomente immer weiter ab und sie können bei sehr großen Werten von k sogar positiv werden. Diese interessanten Übergänge werden bei den Zahlenbeispielen des Abschnittes C noch eingehend an Hand von Abbildungen gezeigt werden.

b) Der allgemeine Rechnungsgang zur Ermittlung der Stützmomente bei feldweis konstanter Belastung und für durchgehende Eigengewichtslasten.

Bei dem durchlaufenden Träger mit gleichbleibendem Trägheitsmoment und gleichbleibender elastischer Nachgiebigkeit beseitigen wir die Eigengewichtsrandmomente des Balkens auf unendlich vielen Stützen durch Anbringen von entgegengesetzt gleichen Momenten und vermeiden dadurch die Auflösung des inhomogenen Gleichungssystems. Dies entspricht vollständig dem Verfahren, das man bei den Raumproblemen der Schalenträger anwendet.

Bei veränderlichen Trägheitsmomenten und Steifigkeitszahlen ist diese einfache Methode nicht anwendbar. Trotzdem kann man aber auch hier die Auflösung des inhomogenen Gleichungssystems umgehen und mit Hilfe der Abklingungszahlen zu geschlossenen Gleichungen gelangen.

Wir gehen hierbei von der Gleichung für die Einflußlinie Gl. (11) aus, $X_r = -\frac{\bar{\delta}^+_{mr}}{\bar{\delta}^+_{rr}}$, wobei $\bar{\delta}^+_{mr}$ mittels der Gl. (10a) zu

$$\bar{\delta}^+_{mr} = \eta^+_n \xi_1 + \eta^+_{n+1} \xi + [M_n l (\xi_1 - \xi_1^2) + M_{n+1} l (\xi - \xi^3)]$$

bestimmt wird. Hieraus ergibt sich bei Belastung des Feldes n, n + 1 mit einer konstanten Last p durch Integration von $\xi = 0$ bis $\xi = 1$ bzw. $\xi_1 = 0$ bis $\xi_1 = 1$.

$$X_r = -\frac{1}{\bar{\delta}^+_{rr}} \frac{pl}{2} \left[(\eta^+_n + \eta^+_{n+2}) + \frac{l}{2} (M_n + M_{n+1}) \right]. \tag{14}$$

Damit haben wir das Stützmoment X_r an der r-ten Stütze bei Belastung des Feldes n als Funktion der bekannten Stützensenkungen und der zugehörigen Momente M_n und M_{n+1} infolge des Zustandes $M_r = 1$ gefunden. Hieraus erhalten wir das Stützmoment X_r infolge Belastung aller Felder durch Eigengewicht, indem wir die Summierung über alle Felder ausdehnen.

$$X_r = -\frac{1}{\bar{\delta}^+_{rr}} gl \left[\sum \eta^+ + \frac{l}{2} \sum M \right], \tag{14a}$$

wobei die Summen über alle Stützensenkungen und Stützmomente gemäß Abb. 12a, die durch den Zustand $M_r = 1$ ausgelöst werden, zu erstrecken sind. Die Werte η^+ und M sind bekannt, so daß die Größen der verschiedenen Stützmomente X_r infolge Eigengewicht nur durch eine Summenbildung angegeben werden können.

Bei dem durchlaufenden Träger auf starren Stützen werden die Stützensenkungen η^+ zu Null und die Gl. (14a) vereinfacht sich zu

$$X_r = -\frac{1}{\bar{\delta}^+_{rr}} \frac{gl^2}{2} \sum M, \tag{14b}$$

wobei die Zusammenhänge der einzelnen Momente M_n infolge der Zustände $M_r = 1$ durch die Abklingungszahlen μ gegeben sind.

Dieses Verfahren der Ermittlung der Stützmomente für feldweise oder durchgehende Belastung (Eigengewicht), wozu nur die Abklingungszahlen ermittelt werden müssen, ist für den durchlaufenden Träger auf starren Stützen von grundlegender Bedeutung, da sich damit ohne jede Auflösung von Gleichungen sofort geschlossene Ausdrücke für die Stützmomente angeben lassen und zwar bei jedem beliebigen Verlauf der Trägheitsmomente und auch bei Streckenlasten oder Gruppen von Einzellasten und bei Belastung der für die Maximal- und Minimalmomente maßgebenden Öffnungen. Hierauf komme ich in einer späteren Veröffentlichung zu sprechen.

6. Die Erweiterung der Theorie auf den durchlaufenden Träger mit ungleichen Öffnungen bei feldweis konstantem Trägheitsmoment.

Da dieser Träger nur ganz selten zur Anwendung kommt, beschränke ich mich hier auf die Wiedergabe der grundlegenden Gleichungen. Die Elastizitätsgleichungen Gl. (2) bzw. Gl. (3) bleiben unverändert, nur die Anteile der Verschiebungsgrößen δ_{ik} infolge der Stützensenkungen müssen wegen der wechselnden Spannweiten neu entwickelt werden. Die Auflager werden wie bisher mit den Indizes 0 bis r bezeichnet und dementsprechend erhalten die Feldweiten die Bezeichnungen $l_{n,n+1}$ usw. Auf Grund der früheren Abb. 8 können wir die $\frac{6 E J_c}{l}$-fachen Verschiebungen δ_{ik} des statisch bestimmten Systems ohne weiteres anschreiben. An Stelle der Gl. (3a) treten die folgenden Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned}
\delta^+_{n\,(n-2)} &= \frac{\omega_{n-1}}{l_{n-2,n-1}\, l_{n-1,n}}, \quad \delta^+_{n\,(n-1)} = \lambda_{n-1,n} - \frac{\omega_{n-1}}{l_{n-1,n}} \cdot \\
&\quad \cdot \left(\frac{1}{l_{n-2,n-1}} - \frac{1}{l_{n-1,n}} \right) - \frac{\omega_n}{l_{n-1,n}} \left(\frac{1}{l_{n-1,n}} + \frac{1}{l_{n+1,n}} \right) \\
\delta^+_{n\,(n+2)} &= \frac{\omega_{n+1}}{l_{n+2,n+1}\, l_{n+1,n}}, \quad \delta^+_{n,(n+1)} = \lambda_{n+1,n} - \frac{\omega_{n+1}}{l_{n+1,n}} \cdot \\
&\quad \cdot \left(\frac{1}{l_{n+2,n+1}} - \frac{1}{l_{n+1,n}} \right) - \frac{\omega_n}{l_{n+1,n}} \left(\frac{1}{l_{n+1,n}} + \frac{1}{l_{n-1,n}} \right) \\
\delta^+_{nn} &= 2\lambda_{n-1,n} + \frac{\omega_{n-1}}{l^2_{n-1,n}} + \omega_n \left(\frac{1}{l_{n-1,n}} + \frac{1}{l_{n+1,n}} \right)^2 + \\
&\quad + \frac{\omega_{n+1}}{l^2_{n+1,n}} + 2\lambda_{n+1,n}.
\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Die weiteren Entwicklungen bleiben dieselben, nur werden die Gleichungen in ihrem Aufbau durch die wechselnden Spannweiten geringfügig beeinflußt. Da jedoch der Fall ungleicher Öffnungen bei den Trägern mit elastisch senkbaren Stützen selten vorkommt, wird auf eine weitere Durcharbeitung verzichtet. (Fortsetzung folgt.)

VERSCHIEDENE MITTEILUNGEN.

Steinkohlenteer-Sonderpeche.

Von einem großen Teil der Fachkollegen unbemerkt hat sich in den letzten Jahren eine Entwicklung angebahnt, die geeignet ist, das Anwendungsgebiet des Steinkohlenteerpeches im Bauwesen ganz erheblich zu erweitern. Normales Steinkohlenteerweichpech findet schon von jeher unter der Bezeichnung „Teerklebemasse", „Goudron" und dergl. für die Herstellung von Abdichtungen gegen Sicker- und Grundwasser Verwendung. Hierbei ist als Klebemasse für Grundwasserabdichtungen gemäß dem Normblatt DIN 4031 ein Weichpech zu wählen, dessen Erweichungspunkt nach Kraemer-Sarnow zwischen 35 und 45° liegen soll. Einen aufschlußreichen Beweis der Geeignetheit von Teerklebemasse für diese Zwecke lieferte die vor einiger Zeit im Zusammenhang mit Erweiterungsbauten erfolgte Freilegung einer rd. 30 Jahre in Wirksamkeit gewesenen Klebedichtung am Berliner Untergrundbahnnetz: die Teerpappe war frisch und unverändert, die Klebemasse noch durchaus „lebendig". Für Abdichtungen solcher Art, bei denen infolge der fast gleichbleibenden Grundwassertemperatur zusätzliche Beanspruchungen durch starke Erwärmung oder Abkühlung nicht auftreten, wird auch weiterhin normales Weichpech wegen seiner guten Beständigkeit gegen Bodenwässer seine Bedeutung behalten.

Falls es sich jedoch z. B. um dünnwandige Bauteile (aufgelöste Stützmauern, Eisen- und Eisenbetonbrücken), Kühlhäuser, Heizkanäle

oder dergl. handelt, muß die Abdichtung bei Wärme standfest und in der Kälte schmiegsam bleiben. Diese Anforderungen, denen normales Weichpech nicht genügt, werden von den seit einigen Jahren entwickelten Sonderpechen erfüllt. Dabei ist darauf hinzuweisen, daß für die Herstellung der Sonderpeche nur solche Verfahren angewendet werden dürfen, bei denen der Verbesserung der physikalischen Eigenschaften keine Minderung der Beständigkeitseigenschaften gegenüber steht, z. B. keine Vergrößerung der bei normalen Steinkohlenteerpechen äußerst geringen Wasseraufnahme.

Die Verbesserung der physikalischen Eigenschaften läßt sich durch eine Reihe bekannter Prüfverfahren leicht feststellen, die Standfestigkeit in der Wärme z. B. durch die Ablaufprüfung der AIB. oder die Feststellung der Fließlänge nach DIN 1996 U 65, die Kältebeständigkeit durch die Biegeprüfung nach AIB. oder die Kugelfallprüfung nach DIN 1996 U 66.

Eine Verbesserung der Wärme- und Kältebeständigkeit bituminöser Massen läßt sich auch in bekannter Weise durch Beigabe faseriger oder mehlartiger Füllstoffe erzielen. Während aber bei normalen Weichpechen die durch Beigabe von Steinmehl erreichbare Beeinflussung in verhältnismäßig engen Grenzen bleibt, wird bei den Sonderpechen der Erweichungspunkt durch Beigabe von Füllern ganz erheblich erhöht und damit zugleich die Standfestigkeit in der Wärme stark verbessert. Von dieser Erscheinung wird bei der Herstellung gefüllter Sonderpeche weitgehend Gebrauch gemacht.

Aus bekannten Gründen stehen die ungefüllten und gefüllten Sonderpeche zur Zeit nicht in unbeschränktem Umfang zur Verfügung. Immerhin dürfte aber die Möglichkeit gegeben sein, für Arbeiten, bei denen die verbesserten physikalischen Eigenschaften von Wichtigkeit sind, die notwendigen Mengen zu beschaffen, wobei noch die für die Zukunft wichtige Gelegenheit gegeben ist, die Kenntnis der Eigenschaften dieser Sonderpeche einem möglichst großen Kreis von Fachkollegen zu vermitteln. Deubner, Essen.

Bauarbeiter-Unfall auf einem Zechenbahnhof.

(Sicherungspflicht trifft in erster Linie den Bauunternehmer.)

Anläßlich eines Unfalls von Bauarbeitern, die auf einem Zechenbahnhofe im Hamborner Bezirk mit Bauarbeiten beschäftigt waren, führt das Reichsgericht zu der im Schadensersatzprozeß erhobenen Behauptung, die beklagte Bergwerksgesellschaft hätte mit Rücksicht auf die Gefährlichkeit des Verkehrs auf dem Gelände ihres Zechenbahnhofes dafür sorgen müssen, daß die Bauarbeiter die Wege zwischen Baubude und Arbeitsstelle gefahrlos hätten zurücklegen können, folgendes aus:

Mit Bauarbeiten auf dem Gelände eines Zechenbahnhofes sind nun einmal für die Bauarbeiter gewisse Gefahren verbunden, die in erster Linie die betreffenden Arbeiter selbst durch eigene Vorsicht zu vermeiden suchen müssen. Im übrigen ist es nicht Aufgabe des Besitzers der Zeche, der einem Bauunternehmer einen Bau übertragen hat, den einzelnen Bauarbeitern Anweisungen darüber zu geben, wie sie sich im einzelnen Falle zu verhalten haben. Das ist vielmehr Sache des Bauunternehmers, der seine Arbeiter auf der Zeche in dem gefährlichen Gelände arbeiten läßt und der am besten beurteilen kann, wann und in welcher Weise seine Arbeiter bei Ausführung seiner Aufträge den ihm bekannten Gefahren des Zechenbetriebes ausgesetzt werden und wie er die Arbeiter am besten vor den mit der Ausführung seiner Aufträge verbundenen Gefahren schützen kann. „Reichsgerichtsbriefe". (V 7/41. — 12. 9. 1941). K. Misslack, Leipzig.

BUCHBESPRECHUNGEN.

Pelou, M.: Die Stähle französischer Erzeugung. Mit 115 Strichzeichnungen u. 9 Bildtafeln. Paris: Ch. J. Heudelot 1940. 122 S. Gr. 25 × 32 cm. Preis: 100 Frs.

Das Buch faßt eine Aufsatzreihe zusammen, die in den Jahren 1935 bis 1937 in der Zeitschrift „Metaux et Machines", deren Name später in „Mécanique" geändert wurde, erschienen ist. Nach weitgehender Überarbeitung und Ergänzung ist nunmehr bereits die dritte Auflage herausgekommen. Der Verfasser wendet sich mit der übersichtlichen Zusammenstellung sämtlicher Stähle französischer Erzeugung vorzugsweise an den Verbraucher und den Konstrukteur, denen das Buch mit Hilfe seiner klaren, methodischen Einteilung die Handhabe geben soll, für jeden allgemeinen und besonderen Zweck schnell und sicher eine geeignete Stahlsorte herauszufinden, die den geforderten Ansprüchen genügt. Die hierzu notwendige Klasseneinteilung sämtlicher in Frankreich hergestellten Stahlsorten hat der Verfasser auf neuartige Weise gelöst, indem er die beiden Hauptteile „Konstruktionsstähle" und „Werkzeugstähle" in je zwei mit Buchstaben A und B bzw. a und b bezeichnete Unterteile gliederte, die wiederum in mit Ziffern bezeichnete Gruppen, Klassen, Kategorien und Nuancen aufgeteilt sind. Daraus ergibt sich, daß ein Stahl, der z. B. die Bezeichnung B 3112 trägt, aus der Unterteilung B: „Konstruktionsstähle" für Sonderzwecke, Gruppe B 3: rostfreie Stähle, Klasse B 31: halb rostfrei, Kategorie B 311: kupferlegiert, Nuance 3112: kupfermolybdänhaltig, herausgenommen ist. Für jede Nuance gibt das Buch die chemische Zusammensetzung, mechanische Eigenschaften, Wärmebehandlung, Verarbeitungsregeln, Anwendungsgebiete und die handelsüblichen Firmenbezeichnungen an. Für Konstruktionsstähle werden diese Angaben darüber hinaus durch physikalische Eigenschaften, mechanische Eigenschaften in der Wärme und Korrosionsbeständigkeit vervollständigt. Die einzelnen Gebiete werden im Text besprochen, durch graphische Darstellungen ergänzt und am Schluß eines jeden Kapitels in übersichtlichen Tabellen zusammengefaßt. Einige Aufnahmen von Anwendungsbeispielen und Gefügebilder runden die Darstellung ab. Die französischen Stahlwerke, die das Buch in einer besonderen Liste aufführt, haben die früher meist geheimgehaltenen Unterlagen in großzügiger Weise zur Verfügung gestellt, die eine so zusammenfassende und erschöpfende Übersicht überhaupt erst möglich machten.

Es wäre wünschenswert, wenn dem Verbraucher ein ähnliches, umfassendes Nachschlagewerk für die in Deutschland erzeugten Stahlsorten zur Verfügung gestellt werden könnte, was aber wohl auch weiterhin an der Zurückhaltung der Stahlerzeuger scheitern wird.

A. Matting, Hannover.

Niemeyer, R.: Kleine Baustoff-Chemie, u. Sautter, L.: Bautenschutzmittel. Berlin: Bauwelt-Verlag 1941. 160 S. DIN A 5. Preis kart. RM 2,80.

Das Buch ist in zwei Hauptteile unterteilt. Der erste Hauptteil behandelt die Baustoffchemie, der zweite Hauptteil die Bautenschutzmittel.

Die „Kleine Baustoff-Chemie" ist wiederum in 4 Teile unterteilt, von denen der 3. und 4. Teil die „wichtigsten Stoffe und Vorgänge" und eine „Liste chemischer Verbindungen" in alphabetischer Reihenfolge aufgezählt enthalten. Die beiden ersten Teile behandeln in sehr kurzer Form die chemischen Grundbegriffe und die Baustoffuntersuchungen. Diese beiden Teile der „Kleinen Baustoff-Chemie" sind wohl für Lehrende und Lernende des Baufaches an Technischen Hochschulen und Fachschulen geeignet, um auf ihnen den Unterricht in der Baustoffkunde aufzubauen. Jedoch für Baufachleute, die in der Praxis stehen und keine großen Vorkenntnisse in der Chemie besitzen, werden die Ausführungen der beschriebenen Versuche mancherlei Schwierigkeiten bereiten, da chemische Reaktionen und Analysen nicht immer so glatt verlaufen, wie es den Ausführungen des Verfassers nach den Anschein hat. Um derartige chemische Untersuchungen und Analysen durchführen zu können, bedarf man jedoch gründlicher chemischer Vorkenntnisse.

In dem zweiten Hauptteil des Buches „Bauten-Schutzmittel" werden die große Zahl der Bautenschutzmittel in Gruppen und Untergruppen eingeteilt behandelt. Bei den einzelnen Schutzmitteln sind jeweils ihre Bezugsquellen und Anwendungsbereiche angegeben. Durch diesen Teil des Buches wird den Baufachleuten ein Nachschlagewerk in die Hand gegeben, das ihnen erlaubt, sich in kurzer Zeit über die Schutzmittel, die beim Bauen oft benötigt werden, zu orientieren.

Dr.-Ing. Kurt Alberti, Braunschweig.

Mohr, O.: Mechanische Kläranlagen für Städte und Gemeinden. Bauelemente und betriebliche Maßnahmen auf Grund der Abwasserzusammensetzung und des Verhaltens der verschiedenartigen Schmutzstoffe. Mit 47 Abb. München u. Berlin: Verlag von R. Oldenbourg 1941. 52 S. Gr. 8°. Preis geh. RM 2,—.

Von dem 1931 herausgegebenen Buch liegt eine Neuauflage vor, die die Erfahrungen der Zwischenzeit bei ausgeführten Kläranlagen berücksichtigt. Auch die Neuauflage bleibt in dem bisherigen Rahmen. Sie ist keine Zusammenstellung von Berechnungswerten, sondern beschränkt sich auf Erfahrungen und Grundsätze für mechanische Kläranlagen von mittleren und kleineren Städten und Gemeinden. Da diese klar und eindeutig dargestellt werden, wird das Buch für den Ingenieur in der Praxis und auch in der Ausbildung von Nutzen sein. Märksch, Berlin.

Emperger, F. v. und F. Rinagl: Die Beweglichkeit der Bewehrung im Beton und der Haftwiderstand. Mit 43 Abb. Berlin: Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn 1941. IV, 56 S. Gr. 8°. Preis geb. RM 5,20.

Die Abhandlung geht davon aus, daß im Widerspruch zu vielfach vertretenen Anschauungen bei unseren normalen Stahlbetonkonstruktionen eine Bewegung der Eiseneinlagen gegenüber dem umhüllenden Beton eintritt. Die Endhaken erzwingen zwar die erforderliche Tragfähigkeit, der der Berechnung zugrundeliegende Spannungsverlauf wird jedoch nicht eingehalten. Dies gilt besonders bei großen Rundeisendurchmessern, bei denen die Bruchhaftspannung erheblich geringer ist als bei kleinen Durchmessern. Es besteht also das Bedürfnis, den Haftwiderstand künstlich zu erhöhen.

Es wurden vier Versuchsreihen durchgeführt mit Stahlbetonbalken, die teils mit glattem Rundeisen und teils mit Torstahl (28 mm ⊗) bewehrt waren. Die Eisen der Versuchsreihen a hatten Endhaken, die der Versuchsreihen b hatten keine Endhaken. Bei den letzteren betrug der

Haftwiderstand beim Torstahl 18,8 kg/cm², während er beim glatten Rundeisen nur etwa 12,5 kg/cm² betrug. Die vielfach befürchtete Sprengwirkung des Torstahls wurde nicht beobachtet.

Es besteht u. U. die Möglichkeit, für Stähle mit künstlich erhöhtem Haftwiderstand höhere Spannungen zuzulassen als für glatte Stähle. Weitere Versuche erscheinen hierfür jedoch erforderlich.

Grüning, Berlin.

Abstecken und Vermarken von Bogen nach dem Winkelbildverfahren. Deutsche Reichsbahn. Hilfshefte für das dienstliche Fortbildungswesen. Lehrfach h 501. 2. überarbeitete und erweiterte Aufl. Mit zahlr. Abb. Leipzig: Verkehrswissenschaftl. Lehrmittelgesellschaft Reinhold Rudolph 1941, 212 S., DIN A 5.

Die erste Auflage des Heftes, die sich ausschließlich auf Gleisbogen beschränkte, wurde im Bauingenieur 19 (1938) S. 249 besprochen. Das dort Gesagte gilt in erweitertem Sinne auch für die zweite Auflage. Das Heft bildet infolge seiner vielfachen sachlichen und praktischen Hinweise über seinen Bestimmungszweck als Unterrichts- und Lehrheft hinaus ein wertvolles Handbuch für alle mit der Absteckung von Trassierungsbogen nach dem Winkelbildverfahren befaßten Stellen.

In der Neuauflage sind die Reichs-Oberbauvorschriften von 1939 berücksichtigt, und es ist die 400g-Teilung des Kreises eingeführt worden, deren Verwendung für den gesamten reichsdeutschen Vermessungsdienst seit 1937 zwingend vorgeschrieben ist.

Durch die Überarbeitung des Heftes hat die Klarheit der Darstellung noch gewonnen und die beabsichtigte Hinleitung auf die Praxis ist weiter gefördert worden.

Hinsichtlich der Erweiterungen über den Rahmen der ersten Auflage ist besonders der neu hinzugefügte Abschnitt X: „Abstecken neuer Linien. Bogengeometrie" zu nennen. Es wird dort für die Absteckung neuer Trassen ein knapper Ausschnitt aus der allgemeinen Bogengeometrie gegeben. Besondere Gleichungen werden für Kreisbogenteile herausgestellt, in denen nach örtlichen Besonderheiten gewisse Stücke von vornherein fest gegeben sind. Bei der Besprechung der kubischen Parabel $y = x^3 : (6 \cdot l \cdot H)$ kommen die Sprünge, die bei der Verwendung langer Übergangsbogen beim Übertritt zum Kreisbogen störend in Erscheinung treten, etwas zu kurz. Als Mittel zu ihrer Vermeidung wird nur geschildert das Verfahren von Helmert (1872), das Aufnahme in die jetzigen Oberbauvorschriften von 1939 gefunden hat, und erwähnt die Anwendung der kubischen Parabel nach Peters (1920), die besondere Bedeutung dadurch erlangte, daß Höfer sie in seinen bekannten Bogentafeln (Berlin 1938) benutzte. Auf praktische Vor- und Nachteile der Verfahren wird nicht eingegangen. Im Hinblick auf den großen Benutzerkreis des Heftes wäre eine etwas eingehendere Behandlung wohl erwünscht. — Herausgestellt wird für den Straßenbau und auch für die erste Absteckung von Eisenbahntrassen die Verwendung von kreisförmigen Vorbogen als Näherungskurven für die strengen Übergangsbogen (insgesamt entstehen Korbbogen). Für die Wahl der Vorbogen werden verschiedene Gesichtspunkte angegeben. Von den Vorbogen können die strengen Übergangsbogen durch kleine Abstandsbeträge abgesteckt werden.

Die neue Herausgabe des Lehrheftes kann nur begrüßt werden.

F. R. Jung, Berlin.

Lentz, A.: Glühkopfmotoren für Schlepper. Mit 16 Abb. 17 S. Berlin: Technischer Verlag M. Krayn. Gr. 14 × 21 cm. Bezug kostenlos.

Das Heft ist ein Sonderdruck der im Automobiltechnischen Handbuch, 14. Auflage, abgedruckten Abhandlung des Verfassers. Unter besonderer Berücksichtigung des Lanz-Bulldog-Schleppers wird in sachlich gedrängter Form der jetzige Entwicklungsstand der Glühkopfmotoren beschrieben (Verbreitung, Arbeitsverfahren, Düsen, Brennstoffpumpe und Regler, Spülung, Kühlung, Schmierung, Anlaßvorrichtungen, Brennstoffe für Glühkopfmotoren). Im abschließenden Abschnitt (Glühkopf-Gasmotoren) wird auf die Geeignetheit des Lanz-Glühkopf-Gasmotors für flüssige und gasförmige Brennstoffe eingegangen. — Das Bildmaterial ist außerordentlich gut.

Rathsmann, Vordamm (Nm.).

Gestrich-Rabe, W.: Neue Wege im Baubetrieb. Band 2 der ZU-GLEICH-Schriftenreihe des „Deutschen Baumeisters" zur Leistungssteigerung in der Bauwirtschaft, herausgegeben im Auftrag des Generalbevollmächtigten für die Regelung der Bauwirtschaft. Mit 48 Abb. Berlin: Otto Elsner Verlagsgesellschaft 1941. 96 S. Gr. 15,5 × 22,5 cm. Preis kart. RM. 3,80.

Die mit einem 1. Preise des von der Fachgruppe Bauwesen im NS.-Bund Deutscher Technik veranstalteten Wettbewerbs ausgezeichnete Arbeit des Verfassers stellt Anregungen auf den materiellen und ideellen Gebieten des Baubetriebs mit der Zielsetzung, an der Lösung der Aufgabe der Betriebserziehung und -schulung mitzuhelfen, zusammen. Der in 3 Hauptabschnitte (I. Vom Betrieb zur Betriebsgemeinschaft. II. Der Appell. III. Aus der Praxis.) gegliederte Inhalt bringt Gedanken über die Leistungssteigerung in der Betriebsgemeinschaft, Beispiele und Vorschläge organisatorischer, technischer und betriebswirtschaftlicher Art sowie Kritiken an leistungshemmenden Gepflogenheiten und bürokratischen Auswüchsen.

Rathsmann, Vordamm (Nm.).

Bauch-Enderlein-Prange: Die Preisbildung in der Bauwirtschaft. Loseblatt-Sammlung der für die Bauwirtschaft geltenden Preisvorschriften mit Erläuterungen. Berlin: Otto Elsner Verlagsgesellschaft 1941. 382 S. Gr. 18 × 23 cm. Preis 9,60 RM.

Die in vier Abschnitte gegliederte Sammlung der vom Reichskommissar für die Preisbildung erlassenen Baupreisvorschriften (Abschnitt I: Allgemeine Preisbildungsvorschriften; Abschnitt II: Die Verordnung über die Baupreisbildung; Abschnitt III: Die Leitsätze für die Preisermittlung auf Grund der Selbstkosten bei Bauleistungen für öffentliche Auftraggeber (LSBÖ); Abschnitt IV: Die Verordnung über Höchstmieten für Baugeräte) berät die Bauunternehmer und bauvergebenden Stellen bei allen Fragen der Baupreisbildung und Baupreisprüfung. Die Preisbehörden unterstützt es bei der Baupreisüberwachung. Das Buch ist ein Ratgeber für die praktische Arbeit; ihm liegt der Gedanke, daß der angemessene Baupreis zugleich der höchstzulässige ist, zugrunde.

Rathsmann, Vordamm (Nm.).

Fauser, O.: Kulturtechnische Bodenverbesserungen. Bd. II.: Bewässerung, Ödlandkultur, Umlegung. Mit 67 Abb. 3. neubearb. Aufl. Berlin: Walter de Gruyter & Co. 1941. 147 S. Sammlung Göschen, Bd. 692. Preis geb. RM 1,62.

Dem vor mehreren Jahren in Neubearbeitung erschienenen ersten Bändchen ist nunmehr das zweite ebenfalls neubearbeitet und umgestaltet gefolgt.

Die Notwendigkeit der Sicherung und Erweiterung unserer Ernährungsgrundlage durch intensive Bodenbewirtschaftung einerseits sowie der Erhaltung und weitschauenden Gestaltung unserer Landschaft andererseits ist heutzutage keine umstrittene Frage mehr. Dem Bauingenieur, der sich doch meist in irgend einer Form mit diesen Problemen als Grenzgebiet seiner Arbeit mehr oder weniger befassen muß, bietet das Werk alles Wesentliche über Bewässerung, Berieselung, Beregnung, ferner über Moor- und Heidekultur und im letzten Hauptstück über die Umlegung. Ein umfassendes Schrifttumsverzeichnis ergänzt das knapp und flüssig geschriebene Bändchen in erwünschter Weise.

Dr.-Ing. Musterle, Gräfenwarth/Th.

Dezimal-Klassifikation. Deutsche Kurzausgabe. 2. erweiterte und verbesserte Aufl. Nach der Deutschen Gesamtausgabe der Dezimal-Klassifikation. Berlin: Beuth-Vertrieb G. m. b. H. 1941. 182 S. DIN A 4. Preis kart. RM 6,50.

Die Dezimalklassifikation ist eine einheitliche Stoffeinteilung für alle Wissensgebiete. Sie wurde in den letzten Jahren immer weiter ausgebaut und findet zunehmend Anwendung.

Der Deutsche Normenausschuß hat nunmehr die Deutsche Kurzausgabe der Dezimalklassifikation, die ungefähr 1/10 des Umfangs der Deutschen Gesamtausgabe umfaßt, in 2. erweiterter und verbesserter Auflage herausgegeben. Die Kurzausgabe erleichtert durch eine allgemeine Einführung in das System die Anwendung der Dezimalklassifikation. Sie erleichtert auch die Benutzung der Gesamtausgabe, da sie infolge ihrer straffen Zusammenfassung leichter übersehbar ist und daher als Führer durch die Gesamtausgabe dienen kann, die in einzelnen Lieferungen beziehbar ist. Die Kurzausgabe enthält eine klare und übersichtliche Einleitung mit Benutzungsregeln, den systematisch geordneten Teil (76 S.) sowie ein alphabetisches Verzeichnis (ungefähr 100 Druckseiten), das ungefähr 12 000 Stichwörter umfaßt.

Kopf, Berlin-Charl.

Blum, O.: Die Entwicklung des Verkehrs. 1. Bd.: Die Vergangenheit und ihre Lehren. Mit 26 Abb. Berlin: Springer-Verlag 1941. VI, 261 S. 4⁰. Preis geb. RM 18,30, geh. RM 16,80.

In Zeiten großer verkehrstechnischer und verkehrspolitischer Umwälzungen, wie sie zurzeit das gesamte Verkehrswesen beherrschen, ist es gut, das Werden des Verkehrs im Leben der Völker sich rückschauend vor Augen zu führen, um eine Beurteilungsgrundlage für das organische Wachsen der Dinge zu schaffen. Diesem Zweck dient der erste Band des vorliegenden Werkes, während der zweite Band die Zukunft und die Aufgaben des Verkehrs behandeln soll. Es besteht kein Zweifel, daß der Verfasser als bekannter Pionier des Verkehrswesens in erster Linie in der Lage ist, diese große und umfassende Aufgabe zu lösen.

Der vorliegende erste Band ist in 3 Hauptabschnitte gegliedert, denen in einer Einführung die Grunderscheinungen des Verkehrs für jedermann verständlich vorausgeschickt sind. Im einzelnen beschäftigen sich die Hauptabschnitte mit der Geschichte des Verkehrs und seiner Technik, den Verkehrsmitteln und den Wirkungen der fortschreitenden Verkehrsentwicklung. Es wird demnach auf der einen Seite die besondere Kunst einer richtigen Gestaltung der Verkehrsmittel zur Erschließung der Räume in historischer und technischer Schau behandelt und auf der anderen Seite wird das Ringen veranschaulicht, in dem Ingenieure, Volkswirte und Staatsmänner versucht haben, den Verkehr zu einem besonders nützlichen Organ im menschlichen Gesellschaftsleben zu entwickeln und einzusetzen.

Es ist unmöglich, die außerordentlich vielschichtigen, im einzelnen wohl begründeten und nach allen Seiten beleuchteten Erscheinungen im Verkehrswesen der Vergangenheit und Gegenwart, wie sie der Verfasser sieht und beurteilt, für sich erschöpfend zu besprechen.

Großer Gedankenreichtum und umfassende Tatsachenkenntnis auf

den Gebieten der Verkehrstechnik, Geographie, Geschichte, Politik und Wirtschaft machen das Studium des Werkes zu einem besonderen Genuß. Mit erfrischender Deutlichkeit werden die positiven und negativen Seiten der verschiedenen Verkehrsmittel: Seeschiffahrt, Binnenschiffahrt, Eisenbahnen, Straßenverkehr, Luftverkehr und Nachrichtenverkehr klar dargelegt und in ihrer Bedeutung für Staat, Volk und Wirtschaft kritisch untersucht. Die Klärung der Gegenwart und die Ergründung der Vergangenheit im Verkehr liegen in dieser überzeugenden und erschöpfenden Form erstmalig vor. So bietet das Werk eine wichtige Grundlage für die Maßnahmen zur weiteren gesunden Entwicklung des Verkehrs, mit denen sich die Männer der Verkehrsanstalten, des Staats und der Wirtschaft zu befassen haben und auf die sich der Nachwuchs im Verkehrswesen einstellen muß. Dieser zukünftigen Entwicklung ist der zweite Band gewidmet, dessen Erscheinen nach dem wohlgelungenen ersten Band mit besonderer Spannung erwartet werden darf.

Es ist besonders begrüßenswert, daß der Verlag das Buch in ausgezeichneter Form während des Krieges herausbringen konnte.

Prof. Dr.-Ing. Pirath, Stuttgart.

PATENTBERICHTE.

Bekanntgemachte Anmeldungen.

Bekanntgemacht im Patentblatt Nr. 37 vom 11. September 1941 und von demselben Tage auf drei Monate im Reichspatentamt ausgelegt.

Kl 37 a, Gr 3. K 153367. Erfinder, zugleich Anmelder: Wilhelm Krämer, Hochelten bei Emmerich a. Rh. Putzträger aus verschweißten Drähten und Verfahren zu seiner Herstellung. 6 11 39. Protektorat Böhmen und Mähren.

Kl. 37 a, Gr. 6. V 36103. Erfinder, zugleich Anmelder: Adolf Veit, Pöttmes, Obb. Sattel- oder Sparrendach. 3. VIII. 39.

Kl. 37 b, Gr. 3/02. M 142033. Erfinder: Wilhelm Sommer, Düsseldorf. Anmelder: Mannesmannröhren-Werke, Düsseldorf. Geschweißte Rohrkonstruktion. 23. VI. 38.

Kl. 42 k, Gr. 21/02. W 103676. Erfinder: Dr.-Ing. Georg Wazau, Berlin-Tempelhof. Anmelder: Anna Wazau, Berlin-Tempelhof und Irene Lehnhoff, geb. Troll, Halle a. S. Kraftmeßvorrichtung, insbesondere für Baustoffprüfmaschinen mit zwei gleichachsig angeordneten Druckkolben. 8. VI. 38.

Kl. 81 e, Gr. 126. L 93215. Erfinder: Dr.-Ing. Ludwig Rasper, Cleverbrück bei Bad Schwartau. Anmelder: Lübecker Maschinenbau-Gesellschaft, Lübeck. Absetzgerät mit je einem Aufnahmeförderer auf jeder Seite. 7. IX. 37. Österreich.

Bekanntgemachte Anmeldungen.

Bekanntgemacht im Patentblatt Nr. 38 vom 18. September 1941 und von demselben Tage an auf drei Monate im Reichspatentamt ausgelegt.

Kl. 19 d, Gr. 6/01. M 144087. Erfinder: Friedrich Knorr, Mainz. Anmelder: Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg A.-G., Nürnberg. Zerlegbare Eisenbahnbrücke. 2. II. 39. Protektorat Böhmen und Mähren.

Kl. 19 e, Gr. 1. S 122 572. Spreng- und Tauchgesellschaft m. b. H., Berlin-Schöneberg. Verfahren zum Verdrängen von Moorboden. 6. V. 36.

Kl. 37 b, Gr. 5/01. D 70 168. Deutsche Kahneisen-Gesellschaft m. b. H. Berlin-Lichtenberg. Vorrichtung zur Befestigung der Haltebolzen von Lagerböcken u. dgl. 17. IV. 35.

Kl. 37 b, Gr. 6. V 36 429. Erfinder: Dr. Rudolf Haefner und Theo Deschauer, Frankfurt a. M. Anmelder: Vereinigte Deutsche Metallwerke A.-G., Frankfurt a. M.-Heddernheim. Bauwerksabdichtung. 16. I. 40. Protektorat Böhmen und Mähren.

Kl. 37 f, Gr. 1/02. O 23 506. Erfinder: Waldemar Eduard Oelsner, Kopenhagen. Anmelder: Waldemar Oelsner & Co., Kopenhagen; Vertr.: Dr. G. Döllner, E. Maemecke, Dr. W. Kühl und Dipl.-Ing. M. Rüffle, Pat.-Anwälte, Berlin SW 61. Schalldämpfende, mechanisch-akustische Drosselkette aus mehreren hintereinander liegenden Dämpfungsschichten für Wände und Decken. 31. III. 38. Dänemark 1. IV. 37. Österreich.

Kl. 42 c, Gr. 10/03. F 86 686. Erfinder, zugleich Anmelder: Florenz Flemming, Breslau. Verfahren zum Feststellen von sichtbaren Veränderungen an Objekten aller Art, insbesondere von sichtbaren Veränderungen im Gelände. 26. IV. 39.

Kl. 80 b, Gr. 3/23. F 89 573. Erfinder, zugleich Anmelder: Dr.-Ing. Josef Fritsch, Berlin-Halensee. Verfahren zum Bestimmen der nach der Verarbeitung zu erwartenden Eigenschaften von unter dem Einfluß von Bindemitteln erhärtenden Baustoffen, insbesondere Betonmischungen. 28. II. 41.

Kl. 80 b, Gr. 22/05. D 78 611. Erfinder: Dr.-Ing. Johannes Eicke, Gelsenkirchen. Anmelder: Deutsche Eisenwerke A.-G., Mülheim, Ruhr. Verfahren zur Herstellung einer Mischung von Zement und Schlackenwolle. 5. VIII. 38.

Kl. 81 e, Gr. 48. W 106 826. Erfinder, zugleich Anmelder: Reinhard Wüster, Essen. Ummantelte Wendelrutsche ohne Mittelsäule aus Beton, Hartbeton, Steingut oder einem ähnlichen Werkstoff. 29. I. 40.

Kl. 84b, Gr. 1. M 136 096. Erfinder: Dr.-Ing. e. h. Theodor Becher, Wiesbaden. Anmelder: Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg A.-G., Nürnberg. Segmentverschluß für Wasserdurchlässe an doppelwandigen Schleusentoren; Zus. zum Pat. 691 481. 22. X. 36.

Kl. 84 b, Gr. 1. P 78 568. Erfinder, zugleich Anmelder: Friedrich Wilhelm Peilert, Magdeburg-Sudenburg. Schleusenhaupt mit getrennten seitlichen Umläufen. 27. I. 39. Protektorat Böhmen und Mähren.

Kl. 85 e, Gr. 2. N 40 120. Erfinder, zugleich Anmelder: Dipl.-Ing. Georg Neidl, Berlin. Schaltanordnung für Abwasserpumpwerke. 5. XII. 36.

PERSÖNLICHES.

Ministerialdirektor Karl Gallwitz 60 Jahre.

Am 29. Januar beging Karl Gallwitz, Ministerialdirektor im R. L. M. und Chef der Luftwaffenbauverwaltung, seinen 60. Geburtstag.

Karl Gallwitz, geborener Oberschlesier, studierte 1902 bis 1906 an den Technischen Hochschulen in Darmstadt und Berlin. Nach Ablegung der großen Staatsprüfung trat er 1912 in die damalige Heeresbauverwaltung ein und wurde 1933 mit der Leitung der Luftwaffenbauverwaltung betraut.

Die ihm hier gestellte Aufgabe war einmalig; ihre Eigenart bestand darin, neben den Unterkünften für die Truppe auch die bauliche Bodenorganisation der deutschen Luftwaffe zu gestalten. Hierzu gehören der Bau weitgespannter Flugzeughallen, die bauliche Gestaltung von flug-, funk- und peiltechnischen Anlagen, Aufgaben wasserbaulicher Art bei den Seefliegerhorsten, Bauten für die Treibstofflagerung, Munitionsherstellung und Lagerung, Anlagen der Energieversorgung und zahlreiche weitere technische Aufgaben.

Jeder, der mit Gallwitz dienstlich in Berührung kam, hatte den Eindruck einer starken und aufgeschlossenen Persönlichkeit, die allen guten neuen Ideen zugänglich und zugleich befähigt war, eine harmonische Zusammenarbeit aller Zweige der Technik zu sichern. Es ist ihm gelungen, straff zu führen und trotzdem seinen Mitarbeitern in vertrauensvoller Zusammenarbeit die erforderliche Freiheit zu geben und gerade dadurch die besten Leistungen zu erzielen.

Wenn die Luftwaffenbauverwaltung in den wenigen Jahren des Aufbaues ihrer großen Aufgabe gerecht wurde, der Luftwaffe die für ihre Ausbildung und für ihren Einsatz erforderliche Bodenorganisation zur Verfügung zu stellen, so hat Gallwitz hieran ein hervorragendes Verdienst.

Die Fachwelt wünscht dem Sechzigjährigen weiterhin die jugendliche Spannkraft, um auch die kommenden Aufgaben mit dem gleichen Erfolg durchführen zu können.

Dischinger, Berlin.

F. v. Emperger 80 Jahre alt.

Am 11. Januar 1942 feierte Oberbaurat Dr.-Ing. e. h. v. Emperger, Wien, seinen 80. Geburtstag. Der Führer hat v. Emperger aus diesem Anlaß in Würdigung seiner Verdienste um die Entwicklung des Stahlbetonbaus die Goethe-Medaille für Kunst und Wissenschaft verliehen. Vom Deutschen Beton-Verein wurde v. Emperger durch die Verleihung der Emil-Mörsch-Denkmünze geehrt.

Wir wünschen dem Jubilar, daß er sich noch recht lange seiner guten Gesundheit und großen Schaffenskraft erfreuen möchte.

Eine ausführliche Würdigung v. F. v. Emperger wurde gegeben im Bauing. 13 (1932) S. 36. Man vgl. auch Beton u. Eisen 31 (1932) S. 1 u. 36 (1937) S. 1.

INHALT: Der durchlaufende Träger und Rahmen auf elastisch senkbaren Stützen. Von Prof. Dr.-Ing. Franz Dischinger, Berlin S. 15. — Verschiedene Mitteilungen S. 27. — Steinkohlenteer-Sonderpeche. — Bauarbeiter-Unfall auf einem Zechenbahnhof. — Buchbesprechungen S. 28. — Patentberichte S. 30. — Persönliches S. 30. — Ministerialdirektor Karl Gallwitz 60 Jahre alt. — F. v. Emperger 80 Jahre alt.

Für den Inhalt verantwortlich: Prof. Dr.-Ing. F. Schleicher, Berlin-Charlottenburg. — Springer-Verlag, Berlin W 9.
Druck von Julius Beltz in Langensalza. L/0490.