

DER BAUINGENIEUR

23. Jahrgang

5. März 1942

Heft 9/10

VEREINFACHTE BERECHNUNG DER RAHMENSTÜTZE.

Von Dipl.-Ing. H. Frhr. v. Haller, Rheinhausen, und Dipl.-Ing. R. Kranl, Rheinhausen.

DK 624.072.333

Übersicht. Auf der Grundlage des Momentenausgleichverfahrens [1] wird eine vereinfachte Berechnung für Rahmenstützen angegeben. Insbesondere ist der Fall der Seitenverschiebung des Tragwerks behandelt und an Hand von Zahlenbeispielen eingehend erörtert. Die Ergebnisse dieser Berechnungsweise werden verglichen mit jenen aus einem der üblichen genauen Verfahren.

A. Allgemeines.

Wenn man heute bei Neuentwürfen von Industriehallen häufiger als früher den Stützen die Rahmenform gibt statt sie als Fachwerke auszubilden, scheint diese Tatsache zwei Ursachen zu haben: Einmal die bessere Anpassung an den Betrieb der bei größeren Hallenbauten meist in Mehrzahl vorhandenen Laufkrane bzw. übereinanderliegenden Kranbahnen, und zweitens die gute architektonische Wirkung. Ersteres bezieht sich hier auf die Unterbringung der Laufstege, die für jede Kranbahn vorhanden und gegen den Laufkran hin durch ein Geländer abgegrenzt sein müssen. Liegen nun die Krangleisträger seitlich an oder auf einem auskragenden Riegel der Stütze und laufen sie an mehreren Stützen — also über mehrere Felder — durch, so kann man durch Anwendung der Rahmenbauweise ein Durchlaufen der Laufstege über die ganze Länge der Halle erreichen, indem man sie zwischen die beiden Pfosten durchführt. Bei Fachwerkstützen stehen dem die Diagonalstäbe im Wege oder bilden zumindest ein unliebsames Hindernis; deren häufig zu beobachtende Beschädigung beweist dies.

Die schwierigere Berechnung und der damit verbundene Zeitaufwand erschwert jedoch die verbreiterte Anwendung solcher vielfach statisch unbestimmter Systeme, wenn nicht zu Näherungslösungen gegriffen wird, z. B. mit Annahme von Gelenken. Letztere ergibt in vielen Fällen, besonders bei Unsymmetrie im Tragwerk oder Belastung nur ungenaue Werte. Da die Gelenke bei Belastung durch Seitenkräfte in der Regel in den Mitten der einzelnen Riegel und Säulen — im untersten Stockwerk in $\frac{3}{5}$ der Säulenhöhe — angenommen werden, treten auch dann größere Fehler auf, wenn der Rahmen zwar symmetrisch ist, aber bedeutende Unterschiede in den Trägheitsmomenten der Riegel aufweist (Abb. 2). Die Momentennullpunkte in den Säulen wandern dann gegen den jeweils „weicheren“ Riegel hin. Wechseln nun die Trägheitsmomente innerhalb eines Stabes, so besteht keine Möglichkeit, den Einfluß des variablen J auf den Momentenverlauf zu erfassen.

Im folgenden wird gezeigt, daß man die Momentenverteilung in einem derartigen Rahmensystem sowohl für lotrechte Belastung innerhalb eines Riegels als auch für Seitenkräfte und äußere, an einer Rahmenecke angreifende Momente mit großer Genauigkeit verhältnismäßig rasch und einfach finden kann, ohne die zeitraubende Auflösung eines umfangreichen Gleichungssystems.

Die verschiedenen Möglichkeiten der Belastung einer solchen Stütze kann man stets auf einen der vier Belastungsfälle zurückführen¹:

1. Senkrechte Belastung innerhalb eines Riegels,
2. Kräftepaar an einem Knoten,
3. Waagrechte Kraft in Höhe eines Riegels,
4. Waagrechte Belastung innerhalb eines Stiels.

¹ Für Stäbe mit beliebigen Strecken- und Einzellasten sind praktische Tafeln von Kaufmann [15] und Hahn [12] für die Volleinspannmomente aufgestellt.

Eine Berechnung dieses 15-fach statisch unbestimmten Systems nach der Drehwinkelmethode [11] würde die Auflösung von im Fall

1. 5 Gleichungen bei symmetrischer Belastung,
 2. 15 Gleichungen oder bei Zerlegung in eine symmetrische und eine antisymmetrische Belastung ein System von 5 Gleichungen für die sym. Belastung plus 10 Gleichungen für die antisymmetr. Belastung,
 3. 10 Gleichungen,
 4. 15 Gleichungen für den allgemeinsten Fall
- erfordern, ein Arbeits- und Zeitaufwand, der selbst bei Anwendung des Auflösungsverfahrens von Gleichungssystemen nach v. H a l a s z [13] noch beträchtlich bleibt.

B. Grundlagen.

Vorerst sei kurz der Grundgedanke des allgemeinen Ausgleichverfahrens nach C r o s s noch einmal dargestellt:

1. Man denke sich alle Knoten des Tragwerks gegen Verdrehung festgehalten und bestimme die Stabendmomente aus äußerer Belastung für diese Bedingung, d. h. also die Momente am volleingespannten Stab.

2. Man verteile an jedem Knoten das unausgeglichene Volleinspannmoment auf die angrenzenden Stäbe im Verhältnis ihrer Steifigkeiten. Hierbei bezeichnet die Steifigkeit das Moment, das am frei drehbaren Ende eines auf unnachgiebigen Stützen gelagerten Stabes die Winkeldrehung „Eins“ erzeugt, wenn das andere Ende voll eingespannt ist. Für $J = \text{const.}$ ist die Steifigkeit

$$k = \frac{4 E J}{L} \text{ bzw. proportional } \frac{J}{L}, \text{ vgl. [4].}$$

3. Man multipliziere das an jedem Knoten auf den Stab verteilte Moment mit dem Übertragungsfaktor γ für das betreffende Stabende und schreibe das Produkt dort an. Hierbei ist der Übertragungsfaktor das Verhältnis des Momentes am eingespannten Ende des unnachgiebig gelagerten Stabes zu dem am freien Ende angreifenden Verdrehungsmoment.

4. Man verteile diese eben übertragenen Momente.

5. Man wiederhole den Vorgang solange, bis die übertragenen Momente klein genug sind, um vernachlässigt zu werden.

6. Man addiere algebraisch alle Momente — Volleinspann-, verteilte und übertragene Momente — an jedem Stabende und erhält damit das endgültige Moment für das betreffende Stabende.

In den bekannten deutschen Aufsätzen über das C r o s s-Verfahren ist diese allgemeine Anwendung auf Durchlaufträger und Stockwerkrahmen ohne Seitenverschiebung ausführlich dargestellt [4, 6]. Es kann daher im weiteren das Verfahren für unverschiebliche Knoten als bekannt vorausgesetzt werden.

Mathematisch betrachtet bedeutet die Lösung mittels des C r o s s-Verfahrens eine schrittweise Annäherung. Das Verfahren konvergiert tatsächlich zu den genauen Werten, weshalb es unrichtig ist, von einem Näherungsverfahren schlechthin zu sprechen. An

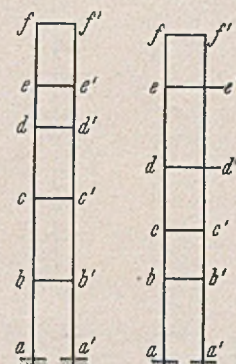


Abb. 1.

Abb. 2.

anderer Stelle wird gezeigt, daß man unter gewissen Voraussetzungen (Abb. 3) die exakten Endwerte erhalten kann; diese Möglichkeit besteht dann, wenn die Teilmomente (das sind die beim Momentenausgleich entstehenden ausgeglichenen und übertragenen Momente) nach einer geometrischen Progression abnehmen, deren genaue Summe sich dann leicht ermitteln läßt. Die Konvergenz des Verfahrens wird um so schneller vor sich gehen, je gleichmäßiger die Steifigkeiten der Stäbe innerhalb des Tragwerks sind. Für einen Stab, der eine wesentlich größere Steifigkeit als die Nachbarstäbe aufweist, wird der Momentenausgleich sehr oft durchgeführt werden müssen, bis man genügende Genauigkeit erhält. Im folgenden wird gezeigt, wie eine Abkürzung des Weges vom Volleinspannmoment zum Endmoment möglich ist.

Zahlentafel 1.

Stab	L in cm	J in cm ⁴	$\frac{J}{L}$ in cm ⁴
a—b			
a'—b'	430,0	359 700	837
b—c			
b'—c'	402,5	359 700	894
c—d			
c'—d'	369,5	280 700	760
d—e			
d'—e'	227,0	201 200	885
e—f			
e'—f'	316,0	201 200	636
b—b'	200,0	981 000	4 905
c—c'	200,0	7 724 000	38 620
d—d'	200,0	2 203 400	11 017
e—e'	200,0	149 400	747
f—f'	200,0	773 700	3 869

Zahlentafel 2.

Stab	L in cm	J in cm ⁴	$\frac{J}{L}$ in cm ⁴
a—b			
a'—b'	407,5	420 000	1 030
b—c			
b'—c'	280,0	320 200	1 140
c—d			
c'—d'	325,5	320 200	990
d—e			
d'—e'	408,5	221 000	540
e—f			
e'—f'	290,5	221 000	760
b—b'	200,0	315 400	1 580
c—c'	200,0	315 400	1 580
d—d'	200,0	4 128 000	20 600
e—e'	200,0	1 807 000	9 030
f—f'	200,0	534 300	2 670

Die in Abb. 1 dargestellte Stütze mit den in Zahlentafel 1 angegebenen Abmessungen und Steifigkeiten sei durch eine Einzelast P = 100 t in Mitte des Riegels d—d' belastet. Wir stellen uns die Knoten c, c', e und e' als vollkommen starr vor, so daß der über e—e' und unter c—c' liegende Teil der Rahmenstütze keinen Einfluß auf das nach Abb. 3 erhaltene System ausüben kann. Dadurch wird die aus den abgetrennten bzw. vorübergehend „stillgelegten“ Tragwerkteilen kommende, die geometrische Reihenentwicklung störende Einwirkung ausgeschaltet, denn die Volleinspannungen in c, c', e und e' halten alle dort eintreffenden Übertragungsmomente fest. Dadurch beschränkt sich der ganze Ausgleich auf den Knotenpunkt d, wo man für M_{dd'} folgende geometrische Reihen erhält:

$$\begin{aligned}
 &+ 25,00 + 25,00 \frac{0,87}{2} + 25,00 \left(\frac{0,87}{2}\right)^2 + \dots \\
 &- 21,75 - 21,75 \frac{0,87}{2} - 21,75 \left(\frac{0,87}{2}\right)^2 - \dots \\
 &\hline
 &+ 3,25 + 3,25 \cdot 0,435 + 3,25 \cdot 0,435^2 + \dots
 \end{aligned}$$

Die Summe dieser geometrischen Reihe ergibt

$$M_{dd'} = -M_{d'd} = \frac{3,25}{1 - 0,435} = + 5,752 \text{ tm.}$$

Auf gleiche Weise errechnet sich

$$M_{de} = -M_{d'e'} = \frac{-1,75}{1 - 0,435} = - 3,097 \text{ tm}$$

$$M_{le} = -M_{l'e'} = \frac{-1,50}{1 - 0,435} = - 2,655 \text{ tm.}$$

Die Momente an den Einspannstellen sind

$$M_{ed} = -M_{e'd'} = \frac{M_{de}}{2} = - 1,549 \text{ tm}$$

$$M_{cd} = -M_{c'd'} = \frac{M_{de}}{2} = - 1,328 \text{ tm.}$$

Diese für Abb. 3 gefundenen Werte stimmen mit den exakten Resultaten gut überein, so daß man sich in vielen Fällen der Praxis mit dieser Genauigkeit zufrieden geben wird. Sie nähern sich den wahren Werten um so mehr, je steifer die Riegel c—c' und e—e' sind.

Will man diese Momente M bis in die zweite Dezimalstelle genau haben, so betrachtet man sie als Ausgangsmomente für einen neuen Ausgleich (Abb. 4). In diesem Falle wird es genügen, das Gesamtsystem 2- oder 3 mal auszugleichen. Physikalisch gedeutet bedeutet dieser Vorgang ein schrittweises Lösen der Volleinspannungen in c, c', e, e' innerhalb des Gesamtsystems.

Berechnet man die Momente für eine Einzelast von 100 t am Riegel c—c' des Rahmensystems der Abb. 1 auf die oben beschriebene Art, so erhält man zunächst

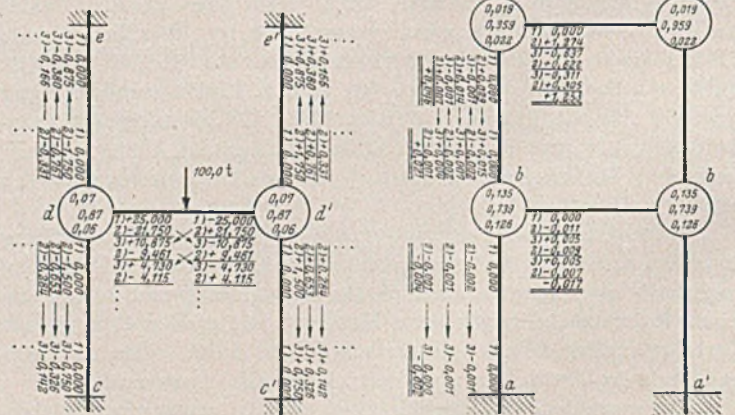


Abb. 3.

Abb. 4.

Die Zahlen in den Kreisen geben die prozentuale Verteilung des Knotenmomentes auf die entsprechenden Stäbe an $\left(\frac{K_r}{\sum K_r} = \lambda\right)$.

$$\begin{aligned}
 M_{cc'} = -M_{c'e} &= + 25,0 \cdot (1 - 0,959) \frac{1}{1 - 0,959/2} = \\
 &= \frac{25,0 \cdot 0,041}{1 - 0,4795} = \frac{1,025}{0,5205} = + 1,969 (+ 1,90)
 \end{aligned}$$

$$M_{cd} = -M_{c'd'} = \frac{-25,0 \cdot 0,019}{0,5205} = -0,913 \text{ (} -0,89 \text{)}$$

$$M_{cb} = -M_{c'b'} = \frac{-25,0 \cdot 0,022}{0,5205} = -1,057 \text{ (} -1,01 \text{)}$$

$$M_{dc} = -M_{d'e'} = \frac{M_{cd}}{2} = -0,456 \text{ (} -0,41 \text{)}$$

$$M_{bc} = -M_{b'e'} = \frac{M_{cb}}{2} = -0,528 \text{ (} -0,42 \text{)}$$

Die Werte M sind wieder für ein analog zu Abb. 3 eingespannt gedachtes System (und zwar in $b \ b' \ d \ d'$) berechnet. Will man die Genauigkeit erhöhen, so genügen wenige Ausgleichs am ganzen System (sinngemäß wie in Abb. 4), um dies zu erreichen; die Endergebnisse stehen hinter obigen Werten in Klammern.

Eine äußerst rasche Konvergenz gegen die endgültigen Momente läßt sich dadurch erzielen, daß man den aus Abb. 3 abgeleiteten Vorgang schrittweise an anderen Teilsystemen wiederholt (Abb. 5). Die vorübergehend als volleingespannt gedachten

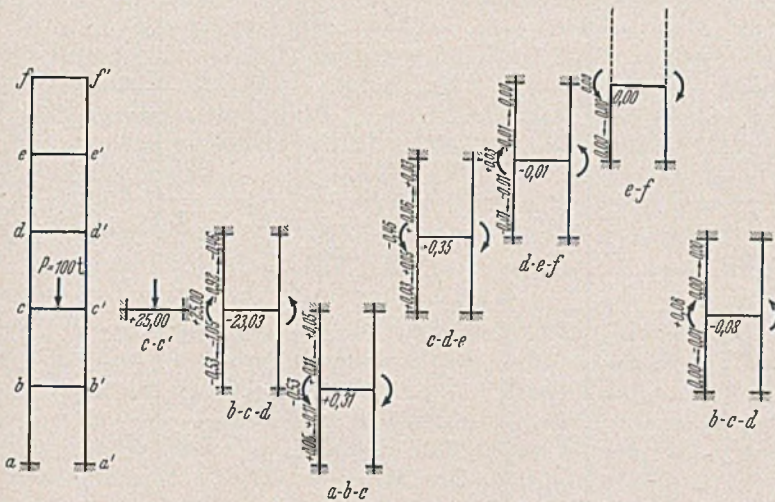


Abb. 5.

Knoten sind so zu wählen, daß die aus dem Cross'schen Momentenausgleich entstehenden ausgeglichenen und übertragenen Momente nach geometrischen Reihen abnehmen. Wie bereits nachgewiesen, ist diese Bedingung für ein Rahmensystem nach Abb. 3 erfüllt. Die Reihenfolge der nach diesen Gesichtspunkten zu wählenden Teilsysteme ist beliebig und nur dadurch bestimmt, daß die in den Volleinspannungen eines Teilbereiches erzeugten Momente bei dem nächsten Teilsystem als äußere Momente an den Knoten des Riegels erscheinen müssen.

Der Berechnungsvorgang wird am deutlichsten in Abb. 5 an Hand des oben behandelten Beispiels (100 t auf Riegel $c - c'$ der Rahmenstütze Abb. 1) veranschaulicht. Aus Symmetriegründen genügt es, die Momente nur an der einen Hälfte der Teilrahmen anzuschreiben.

Ausgehend vom Volleinspannmoment $M_{cc'} = +25,00 \text{ tm}$ des belasteten Riegels gelangt man zunächst zum Teilsystem $b - c - d$, an welchem $M_{cc'}$ als äußeres Moment am Knoten c angreift. Für diese Belastung werden nun die Stabendmomente als Summen unendlicher geometrischer Reihen ermittelt und sind in Abb. 5 eingetragen. Ihre Vorzeichen ergeben sich nach der an anderer Stelle erwähnten Regel, wonach ein positives Moment am abgetrennten Knoten im Uhrzeigersinn dreht. Damit werden sämtliche Momente der einen Hälfte des Systems $b - c - d$ negativ, die nicht angeschriebenen Werte der rechten Hälfte positiv, da das in c' angreifende Moment negatives Vorzeichen besitzt. Als nächstes Teilsystem wurde $a - b - c$ gewählt, an welchem nun am Knoten b das Volleinspannmoment $-0,53$ angebracht wird. Ebenso hätte man zunächst zu $c - d - e$ übergehen können. Der weitere Verlauf der Berechnung ist aus Abb. 5 ersichtlich, wobei zu beachten ist, daß sich bei $b - c - d$ das angreifende Moment $+0,08$ aus $+0,05$ (System $a - b - c$) und $+0,03$ (System $c - d - e$)

zusammensetzt. Das oberste Stockwerk $e - f$ wird grundsätzlich wie die übrigen Teilsysteme behandelt. Die endgültigen Stabendmomente ergeben sich durch algebraische Addition der an den Teilsystemen berechneten Werten. Auf sehr übersichtliche Weise läßt sich die Berechnung in einer Tabelle durchführen, an deren Kopf die Bezeichnungen der Stabenden angeschrieben sind, während jede waagrechte Reihe einem Teilsystem entspricht.

In Zahlentafel 3 ist die Berechnung für die beiden schon behandelten Beispiele durchgeführt, wobei die am Kopf der Tabelle angeführten Zahlen für beide Belastungsfälle Gültigkeit besitzen. Außer den Momentverteilungszahlen λ (in den Abb. 3, 4, 6, 8, 9 und 10 stehen diese Zahlen in Kreisen) sind hier noch die summenbildenden Multiplikatoren μ angeschrieben, die im folgenden als Funktionen von λ abgeleitet werden:

Es sei $(n - 1) - (n) - (n + 1) - (n - 1)' - (n)' - (n + 1)'$ ein beliebiges Teilsystem, an welchem die Momente $+M$ bzw. $-M$ an den Knoten n bzw. n' angreifen. Allgemein kann nach dem Cross'schen Momentenausgleich am Knoten n für den Stab $n - n'$ das Moment $M_{nn'}$ als Summe der Teilmomente angeschrieben werden (Abb. 6).

$$M_{nn'} = -M \cdot \lambda_{n'} + M \cdot \frac{\lambda_n}{2} - M \cdot \lambda_{n'} \cdot \frac{\lambda_n}{2} + M \cdot \frac{\lambda_{n'}}{2} \cdot \frac{\lambda_n}{2} - M \cdot \lambda_{n'} \cdot \frac{\lambda_n}{2} \cdot \frac{\lambda_{n'}}{2} + M \cdot \frac{\lambda_{n'}}{2} \cdot \frac{\lambda_n}{2} \cdot \frac{\lambda_n}{2} - \dots$$

Aus Symmetriegründen ist hier $\lambda_n = \lambda_{n'}$, $\lambda_{n+1} = \lambda_{(n+1)'}$ und $\lambda_{n-1} = \lambda_{(n-1)'}$, damit

$$M_{nn'} = -M \cdot \frac{\lambda_{n'}}{2} - M \cdot \left(\frac{\lambda_{n'}}{2}\right)^2 - M \cdot \left(\frac{\lambda_{n'}}{2}\right)^3 - \dots$$

$$= M \cdot \frac{\lambda_{n'}}{2 - \lambda_{n'}}$$

Entsprechend ergibt der Momentenausgleich am Knoten n für die übrigen Stäbe bei Symmetrie des Teilsystems die folgenden Reihen bzw. Summenausdrücke:

$$M_{n(n+1)} = -M \cdot \lambda_{n+1} - M \cdot \frac{\lambda_{n'}}{2} \cdot \lambda_{n+1} - M \cdot \left(\frac{\lambda_{n'}}{2}\right)^2 \cdot \lambda_{n+1} - \dots = M \cdot \frac{-2 \cdot \lambda_{n+1}}{2 - \lambda_{n'}}$$

$$M_{n(n-1)} = M \cdot \frac{-2 \cdot \lambda_{n-1}}{2 - \lambda_{n'}}$$

$$M_{(n+1)n} = \frac{1}{2} \cdot M_{n(n+1)}$$

$$M_{(n-1)n} = \frac{1}{2} \cdot M_{n(n-1)}$$

Setzt man

$$\frac{-\lambda_{n'}}{2 - \lambda_{n'}} = \mu_{n'}, \quad \frac{-2 \cdot \lambda_{n+1}}{2 - \lambda_{n'}} = \mu_{n+1}$$

und

$$\frac{-2 \cdot \lambda_{n-1}}{2 - \lambda_{n'}} = \mu_{n-1}$$

so lassen sich mit Hilfe von $\mu_{n'}, \mu_{n+1}, \mu_{n-1}$ und $\gamma = +\frac{1}{2}$ die genauen Momente in einem Teilsystem unmittelbar angeben. Die Übertragung der $M_{n(n+1)}$ und $M_{n(n-1)}$ mittels des Übertragungsfaktors $\gamma = +\frac{1}{2}$ in die volleingespannten Stielenden ist in Zahlentafel 3 durch waagrechte Pfeile angedeutet. Die algebraischen Summen der in den senkrechten Kolonnen stehenden Zahlen ergeben die endgültigen Stabendmomente.

Liegt der Fall einer bezüglich der Symmetrieachse unsymmetrischen Belastung vor, so kann man — solange die Belastung am Riegel noch innerhalb der Pfosten angreift — im allgemeinen ohne Bedenken das Cross'sche Verfahren und somit auch das oben gebrachte abgekürzte Berechnungsverfahren anwenden. Wegen der für solche Belastungsfälle geringen Seitenverschiebung wird

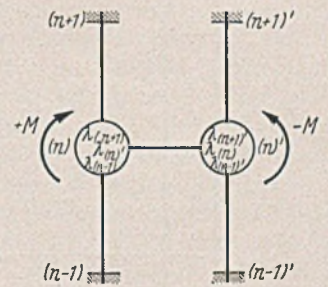


Abb. 6.

Zahlentafel 3. Einzellast P = 100t auf Mitte Riegel d—d'.

Stabende	ab	ba	bb'	bc	cb	cc'	cd	dc	dd'	de	ed	ee'	ef	fe	ff'
λ	0,126	0,739	0,135	0,022	0,959	0,019	0,060	0,870	0,070	0,390	0,329	0,281	0,141	0,859	
$\mu_{n'} = \frac{\lambda_{n'}}{2 - \lambda_{n'}}$		-0,586			-0,921				-0,770			-0,197			-0,753
$\mu_{n-1} = \frac{2 \cdot \lambda_{n-1}}{2 - \lambda_{n-1}}$															
$\mu_{n+1} = \frac{2 \cdot \lambda_{n+1}}{2 - \lambda_{n+1}}$		-0,200		-0,214	-0,042	-0,037	-0,106			-0,124	-0,467	-0,336	-0,247		
d—d'								+25,00							
c—d—e						-1,33 ←	-2,65		-19,25	-3,10 →	-1,55				
b—c—d				+0,03 ←	+0,06	+0,05 →	+0,03								
a—b—c	0,00 ←	0,00	-0,02	-0,01 →	-0,01										
d—e—f										+0,36 ←	+0,72	+0,31	+0,52 →	+0,26	
c—d—e						-0,02 ←	-0,04		-0,30	-0,05 →	-0,03				-0,20
e—f															
b—c—d				0,00 ←	0,00	0,00 →	0,00								
d—e—f										+0,02 ←	+0,03	+0,01	+0,02 →	+0,01	
e—f													0,00 ←	0,00	-0,01
c—d—e						0,00 ←	0,00		-0,02	0,00 →	0,00				
Stabendmomente	0,00	0,00	-0,02	+0,02	+0,05	+1,25	-2,66	+5,43	+5,43	-2,77	-0,83	+0,32	+0,51	+0,21	-0,21

Einzellast P = 100t auf Mitte Riegel c—c' (vgl. hierzu Abb. 5).

c—c'						+25,00									
b—c—d				-0,53 ←	-1,05	-23,03	-0,92 →	-0,46							
a—b—c	+0,05 ←	+0,11	+0,31	+0,11 →	+0,05										
c—d—e							+0,03 ←	+0,05	+0,35	+0,06 →	+0,03				
d—e—f										-0,01 ←	-0,01	-0,01	-0,01 →	0,00	
e—f														0,00 ←	0,00
b—c—d				0,00 ←	-0,01	-0,08	0,00 →	0,00							
Stabendmomente	+0,05	+0,11	+0,31	-0,42	-1,01	+1,89	-0,89	-0,41	+0,35	+0,05	+0,02	-0,01	-0,01	0,00	0,00

auch der begangene Fehler bedeutungslos sein. Allerdings ist es hier nicht mehr möglich, beim Ausgleich die Momente nur an einem Pfosten anzuschreiben wie z. B. in Abb. 4, da die Volleinspannmomente an den Enden des belasteten Stabes nicht mehr gleich sind, somit eine Symmetrie im Zahlenbild nicht zu erreichen ist.

Die Bestimmung der Momente für vom gesamten Rahmensystem durch starre Einspannungen abgetrennt gedachte Teilsysteme, welche so zu wählen sind, daß die an den Stabenden angeschriebenen verteilten Momente nach geometrischen Progressionen abnehmen, wird auch bei großen Stockwerkrahmen mit Vorteil angewandt.

Bei hohen, am Fuß eingespannten Rahmenstützen sind die seitlichen Verschiebungen, verursacht durch waagrechte Kräfte aus Kranbahnen, Dachrahmenbindern, Wind und dgl., von einer nicht zu vernachlässigenden Bedeutung. Auch außermittiger Kraftangriff, z. B. aus Konsollasten, ruft Seitenverschiebungen der Knotenpunkte des Tragwerks hervor. Das Crossverfahren in seiner ursprünglichen Form geht davon aus, daß die Knoten zwar Drehungen, jedoch keine seitlichen Bewegungen ausführen können. Cross selbst hat schon in seiner 1932 erschienenen Veröffentlichung [1] darauf hingewiesen, daß auch solche Tragwerke bzw. Belastungsfälle berücksichtigt werden können. In den Diskussionen anschließend an Cross's Darlegung seiner Berechnungsmethode [1] haben sich auch einige Verfasser mit dieser Frage beschäftigt und gelangten auf verschiedenen Wegen zum Ziel.

C. Berechnungsverfahren für Tragwerke mit Knotenverschiebungen.

a) Verschiedene auf Cross aufbauende Methoden.

Bei all den auf dem Momentenausgleich aufbauenden Berechnungsmethoden für Rahmensysteme, deren Knotenpunkte unter dem Einfluß der äußeren Kräfte Verschiebungen erleiden, geht man von einem System aus, in welchem sich die Knoten nicht verdrehen, dagegen translatorisch verschieben können. Durch diese erste Annahme erhält man also ein Rahmentragwerk mit unendlichen steifen Riegeln, für welches sich der Momentenverlauf für Horizontalkräfte bzw. waagrechte Verschiebungen der Riegel mit Hilfe der aus Abb. 7 abgeleiteten Beziehungen sofort angeben läßt. Die Summe aller Säulendmomente eines Stockwerks, weiterhin kurz mit „Stockwerkmoment“ bezeichnet, verteilt sich auf die einzelnen Säulen nach ihren $\frac{J}{h^2}$ -Werten und das auf eine Säule ent-

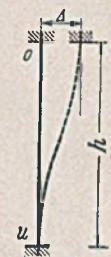


Abb. 7.

fallende Moment wieder zu gleichen Teilen auf das obere und untere Stabende. Würde man den endgültigen Verformungszustand des Rahmens unter dem Einfluß der gegebenen Belastung kennen, so könnte man das Tragwerk mit vorläufig unendlich steif gedachten Riegeln in diese Endlage überführen und dann den Momentenausgleich nach Cross vornehmen, wobei sich nun die Knoten verdrehen, aber nicht mehr verschieben dürfen. Da man über die Lage der Knotenpunkte im verformten Rahmen nur in Ausnahmefällen von vornherein Kenntnis besitzt, lassen sich die Momente im allgemeinen auf diese Weise nicht berechnen. Grundsätzlich geht man daher so vor, daß zunächst

für beliebige Seitenverschiebungen der Riegel der Momentenverlauf nach Cross bestimmt wird. Mit Hilfe der Verhältnisse aus den so errechneten zu den wahren Querkräften in den einzelnen Stockwerken lassen sich dann die wahren Momente angeben.

Durch schrittweise Annahme von beliebigen waagrechten Kräften an den Säulenköpfen der einzelnen Stockwerke entstehen in den unmittelbar unter der jeweils angreifenden Kraft liegenden Säulen Momente, die nach Cross ausgeglichen werden. Dieser Vorgang erfordert daher für jedes Stockwerk einen vollkommenen Momentenausgleich, und um das Richtigstellungsverhältnis für die Momente zu finden, ist die Lösung einer Reihe linearer Gleichungen notwendig; ihre Anzahl ist gleich jener der vorhandenen Stockwerke. Dieser von Pilkey entwickelte Gedankengang ist be-

reits ausführlich beschrieben worden [1, 4]. Er erfordert in seiner praktischen Anwendung bei mehrstöckigen Rahmen großen Zeitaufwand, insbesondere durch die Auflösung der Gleichungen.

Einfacher führt folgende Überlegung zum Ziel: Aus den waagrechten Seitenkräften — äußeren Lasten oder sogenannten „Festhaltekräften“ — ermittelt man für jedes Stockwerk den Stockwerkschub S und daraus das Stockwerkmoment. Letzteres wird wieder auf die einzelnen Stiele des betreffenden Stockwerks aufgeteilt und diese Teilmomente je zur Hälfte an den beiden Stielenden angeschrieben. Zum Unterschied von dem oben erwähnten Verfahren nach Pilkey geht man hier von der gleichzeitigen Verschiebung aller Riegel aus. Nach diesem ersten Schritt sieht man das Rahmensystem vorübergehend als unverschieblich an, während die Knoten schrittweise „losgelassen“ werden. Die Ergebnisse dieses Momentenausgleichs werden im allgemeinen fehlerhafte Stockwerkquerkräfte ergeben. Berechnet man nun aus letzteren die „Festhaltekräfte“, welche beim Momentenausgleich jede Seitenbewegung der Riegel verhindern, und ersetzt diese durch gleich große, aber entgegengesetzte Kräfte, so kann man mit diesen den ganzen Vorgang wiederholen. Man gelangt zu einer neuen Reihe von Festhaltekräften, die wesentlich kleiner sein werden als die erst berechneten. Die Rechnung läßt sich beliebig lange fortführen, bis ein Stand von genügender Genauigkeit erreicht ist. Diesen von Grinter [1, 7] vorgeschlagene Weg hat schon Fornerod [6] erwähnt. Morris [1] hat diesen Weg vereinfacht und an einem Beispiel erläutert.

In der gleichen Veröffentlichung [6] von Fornerod wird ein abgekürztes Ausgleichsverfahren nach Grinter angeführt. Es wurde für hohe, vornehmlich durch Windkräfte belastete Stockwerkrahmen entwickelt und setzt voraus, daß die Steifigkeitswerte der Säulen und Riegel proportional den Stockwerkquerkräften von unten nach oben abnehmen. Es werden die an den Säulenden anzuschreibenden Volleinspannmomente proportional bzw. gleich den K-Werten der Säulen gesetzt und hierauf ein Momentenausgleich über das ganze Tragwerk vorgenommen. Man nimmt also an, daß die übereinanderliegenden Knoten einer durchgehenden Säule auch nach der Verformung auf einer Geraden liegen, d. h. $\frac{\Delta}{h} = \text{konstant}$ in allen Stockwerken. Die endgültigen Momente

lassen sich aus den ausgeglichenen Momenten dann durch Multiplikation mit dem Verhältnis aus der wirklichen zur berechneten Querkraft finden. Der Rechenaufwand ist hier kaum größer als für Rahmen mit unverschieblichen Knoten, doch bleibt die Anwendung dieser Berechnungsmethode auf Rahmen mit „idealen“ Abmessungen beschränkt, in welchen Fällen auch die Berechnung mittels eingeführter Gelenke brauchbare Ergebnisse liefert.

Bei unregelmäßigen Tragwerken wird eine genauere Abschätzung der relativen Seitenverschiebungen der Riegel notwendig, da hier die Annahme einer Geraden als Verformungslinie der Säulen nicht mehr zutrifft. Die näherungsweise Bestimmung der Δ -Werte und somit auch der Volleinspannmomente wird nach Grinter [7] zweckmäßig in Tabellenform durchgeführt, wie sie auch von Fornerod [6] wiedergegeben wird.

In der praktischen Anwendung an der Rahmenstütze kann die Methode des Momentenausgleichs bei Auftreten von Knotenverschiebungen bedeutend vereinfacht werden, wie im Folgenden gezeigt wird.

b) Das vereinfachte Verfahren.

Wie bereits unter a) erwähnt, gleicht man die aus den Stockwerkquerkräften erhaltenen Volleinspannmomente nach Cross aus und erhält auf Grund der so gewonnenen Säulendmomente eine neue Reihe von Festhaltekräften, um mit diesen den Vorgang zu wiederholen. Es ist nun vorteilhaft, jeden Knoten nur einmal auszugleichen und die Festhaltekräfte aus den bisher angeschriebenen Volleinspann-, Ausgleichs- und Übertragungsmomenten zu bestimmen. Weiterhin zeigt es sich als unnötig, jedesmal alle Festhaltekräfte aus dem vorhergehenden Ausgleich zu berechnen, denn die Differenz zwischen der Summe aller ausgeglichenen Säulendmomente in einem bestimmten Stockwerk und der Summe aller

ursprünglichen Volleinspannmomente ist gleich der Summe der folgenden Reihe der Volleinspannmomente, die in diesem Stockwerk anzuschreiben sind.

Es ergeben sich dann für die Berechnung folgende Schritte:

1. Bestimmung der Volleinspannmomente aus den Seiten- oder Knotenfesthaltekräften.

Die waagrechten Verschiebungen der Säulenenden in einem Stockwerk müssen gleich sein, also $\Delta = \text{konstant}$. Die Summe aller Säulenmomente am Kopf und Fuß in einem Stockwerk sind gleich Stockwerkschub mal Stockwerkhöhe

$$(1) \quad \Sigma (M_o + M_u) = \Sigma M_s = S \cdot h.$$

Wenn die Knoten an einem Stab sich nicht drehen, aber seitlich verschieben können, treten an den Stabenden gleich große Momente auf (J sei konstant über die Stablänge). Nach Abb. 7 bestimmen sich diese aus der Drehwinkelgleichung

$$M_{kr} = \mathfrak{M}_{kr} + \frac{2 \cdot E \cdot J}{l} (2 \varphi_k + \varphi_r + 3 \psi_{kr})$$

für $\mathfrak{M}_{kr} = \varphi_k = \varphi_r = 0$, $l = h$ und $\psi = \frac{\Delta}{h}$

$$(2) \quad M_o = M_u = \frac{6 \cdot E \cdot J}{h^2} \cdot \Delta,$$

für E und $\Delta = \text{konstant}$ wird

$$(2a) \quad M_o = M_u = \frac{K}{h} \left(\text{bzw. prop. } \frac{K}{h} \right),$$

wobei $K = J/h$ die Steifigkeit des Stabes mit konstantem Querschnitt bedeutet.

Es verhalten sich also die Säulenmomente und Schubkräfte proportional den K/h -Werten der Säulen.

Allgemein ist das totale Säulenmoment M_{Sr} in einem Stockwerk mit n Säulen

$$(3) \quad M_{Sr} = S \cdot h \frac{K_r}{h_r} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{h_i}$$

Sind alle Säulen eines Stockwerks gleichhoch, so ist

$$(3a) \quad M_{Sr} = S \cdot h \sum_{i=1}^n K_i$$

2. Ausgleich der unter 1. bestimmten Volleinspannmomente. Die Momente $M_o = M_u = M_s/2$ werden an Kopf und Fuß der Säulen als Volleinspannmomente angeschrieben und sind nach Cross auszugleichen, wobei also die Knoten frei drehen, aber sich seitlich nicht verschieben können. Der Ausgleich wird nur einmal vorgenommen.

3. Übertragung der unter 2. ausgeglichenen Momente.

4. Bestimmung der 2. Reihe der Volleinspannmomente. Aus der Summe der Volleinspann-, Ausgleichs-, und Übertragungsmomente in einem Stockwerk ergibt sich die neue Stockwerkschubkraft S' . Die entgegengesetzt anzubringende Knotenfesthaltekraft ist gleich der Differenz des ursprünglichen Stockwerkschubes S zu S'

$$-\Delta S = S - S' \text{ oder } -\Delta S \cdot h = S \cdot h - S' \cdot h.$$

Die Summe der zweiten Reihe der Volleinspannmomente ist wie oben gleich dieser 2. Knotenfesthaltekraft mal Höhe der Säulen und damit gleich der negativen Summe der ausgeglichenen und übertragenen Momente in einem Stockwerk. Diese Summe der 2. Reihe der Einspannmomente ist wie oben proportional den K/h -Werten der Säulen zu verteilen. Allgemein ist das totale Säulenmoment der 2. Reihe in einem Stockwerk

$$(4) \quad M'_{Sr} = \Delta S \cdot h \frac{K_r}{h_r} = - \sum (M_a + M_u) \frac{K_r}{h_r} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{h_i}$$

(M_a bedeutet ausgeglichenes, M_u übertragenes Moment). Mit diesen 4 Schritten ist eine einfache Folge aufgestellt, die beliebig oft wiederholt werden kann, bis zu jedem gewünschten Grad der Genauigkeit. Am Schluß sind sämtliche Momente — Volleinspann-, Ausgleichs- und übertragene Momente — an den Enden der Stäbe algebraisch zu addieren und damit erhält man die endgültigen Werte.

c) Beispiele.

Die praktische Anwendung für verschiedene Belastungsfälle werde an Hand von Beispielen gezeigt.

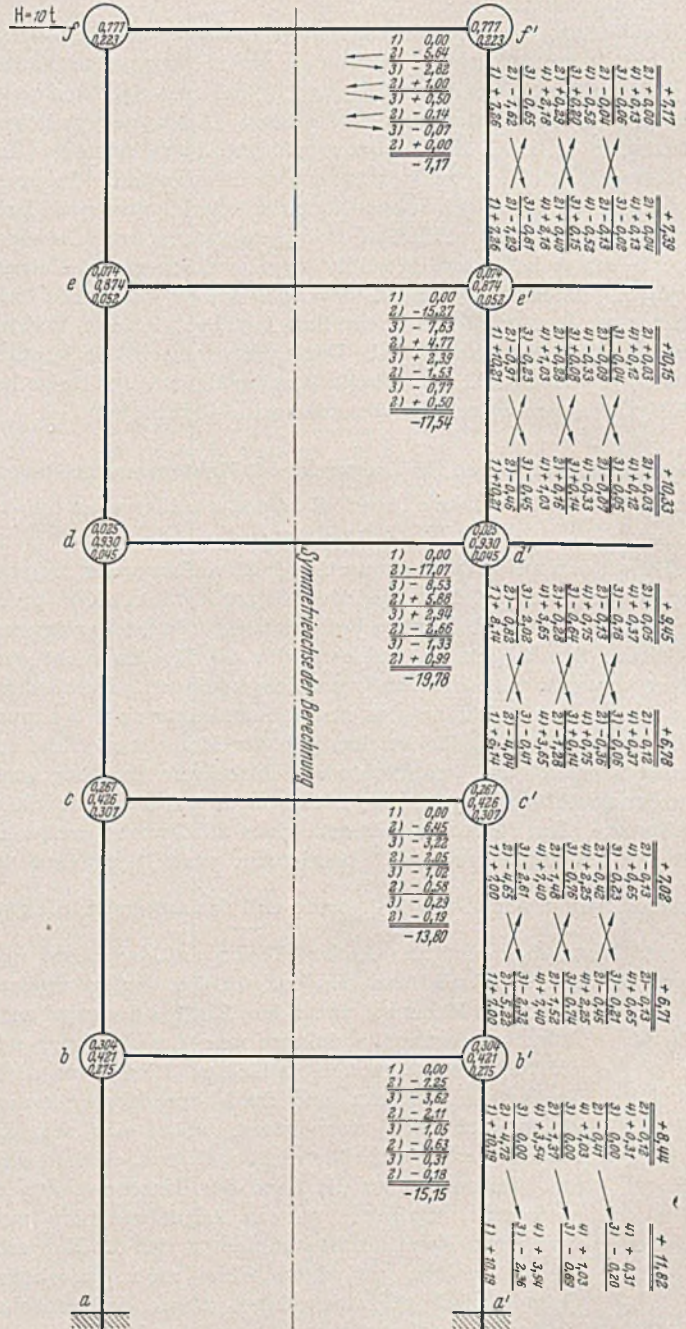


Abb. 8. (Hierzu Abb. 2 und Zahlentafel 2). Endgültige Momente in tm über bzw. unter den Doppelstrichen.

Voraussetzungen: Alle Stäbe haben der Einfachheit halber konstantes Trägheitsmoment auf ihre Länge, die relativen Steifigkeiten der Stäbe sind also $K = J/L$ und der Übertragungsfaktor für beide Stabenden $\gamma = + 1/2$. Für die Vorzeichen gelte die Uhrzeigerregel, wobei ein positives Moment am herausgeschnittenen Knoten im Uhrzeigersinn, an den Schnittstellen der angrenzenden Stäbe gegen den Uhrzeigersinn dreht.

1. Beispiel: Horizontalkraft $H = 10t$ in Höhe des obersten Riegels (Abb. 8).

Da sämtliche Stabfelder unbelastet sind, erhält man die Volleinspannmomente für den Ausgleich nur aus Gl. (3a). Aus der Gleichgewichtsbedingung $\Sigma H = 0$ ergibt sich die Schubkraft in allen Stockwerken mit $S = H$.

Die einzelnen nach Abschnitt b) bezeichneten Schritte sind:
1. Bestimmung der Volleinspannmomente.

Da für die Säulen eines Stockwerks $K_{\text{links}} = K_{\text{rechts}}$ ist, gilt Gl. (3a). Es ist also z. B.

$$M_{S_{ab}} = M_{S_{a'b'}} = S \cdot h_{ab} \cdot \frac{K_{ab}}{2 K_{ab}} = 10 \cdot 4,075 \cdot \frac{1}{2} = 20,38 \text{ tm}$$

$$M_{S_{bc}} = M_{S_{b'c'}} = S \cdot h_{bc} \cdot \frac{1}{2} = 10 \cdot 2,80 \cdot \frac{1}{2} = 14,00 \text{ tm}$$

usw.

Diese totalen Säulenmomente sind je zur Hälfte an Kopf und Fuß der Säulen anzuschreiben und zwar für H von links nach rechts wirkend an beiden Säulenreihen mit positiven Vorzeichen.

Die Rahmenmitte ist daher Symmetrieachse und die Momente brauchen nur auf einer Seite angeschrieben werden.

2. Ausgleich dieser Volleinspannmomente nach Cross.
3. Übertragung der einmal ausgeglichenen Momente mit dem Übertragungsfaktor $\gamma = + \frac{1}{2}$.
4. Die zweite Reihe der Volleinspannmomente ergibt sich nach dem unter Abschnitt b) Gesagten mit

$$M'_{S_{ab}} = - \sum_{ab} (M_a + M_b) = - (-4,72 - 2,36) = + 7,08 \text{ tm}$$

$$M'_{S_{bc}} = - \sum_{bc} (M_a + M_b) = - (-5,22 - 4,65) \frac{3}{2} = + 14,80 \text{ tm}$$

usw.

Diese Momente sind wieder an Kopf und Fuß der Säulen je zur Hälfte anzuschreiben.

Nach viermaligem Ausgleich (Abb. 8) erscheint die Genauigkeit als genügend. Die algebraische Addition sämtlicher Momente an den Stabenden liefert die endgültigen Werte.

Zahlentafel 4.

Moment M_{kr}	1. Beispiel: $H = 10 \text{ t}$			2. Beispiel; $w = 4 \text{ t m}$		3. Beispiel: $M_{e'} = 85 \text{ t m}$	
	Drehw.- methode	vereinf. Verf.	Gelenk- annahme	Drehw.- methode	vereinf. Verf.	Drehw.- methode	vereinf. Verf.
a—b	+ 11,86	+ 11,82	+ 12,22	+ 33,12	+ 32,78	0,00	0,00
b—a	+ 8,51	+ 8,44	+ 8,15	+ 23,77	+ 23,70	- 0,01	0,00
b—c	+ 6,84	+ 6,71	+ 7,00	+ 19,11	+ 18,82	+ 0,01	+ 0,01
c—b	+ 7,16	+ 7,02	+ 7,00	+ 20,05	+ 20,02	+ 0,03	+ 0,03
c—d	+ 6,84	+ 6,78	+ 8,14	+ 19,00	+ 18,99	- 0,05	- 0,05
d—c	+ 9,44	+ 9,45	+ 8,14	+ 26,20	+ 26,06	- 0,16	- 0,17
d—e	+ 10,30	+ 10,33	+ 10,21	+ 25,67	+ 25,67	+ 2,32	+ 2,30
e—d	+ 10,12	+ 10,15	+ 10,21	+ 14,65	+ 14,67	+ 3,54	+ 3,52
e—f	+ 7,36	+ 7,39	+ 7,26	+ 7,27	+ 7,33	+ 4,56	+ 4,59
f—e	+ 7,17	+ 7,17	+ 7,26	+ 2,15	+ 2,17	+ 2,35	+ 2,36
a'—b'				+ 33,12	+ 33,39	0,00	0,00
b'—a'				+ 23,78	+ 23,91	+ 0,01	0,00
b'—c'				+ 19,08	+ 19,08	- 0,01	- 0,01
c'—b'				+ 19,96	+ 20,29	- 0,03	- 0,03
c'—d'				+ 19,16	+ 19,36	+ 0,06	+ 0,06
d'—c'				+ 26,64	+ 26,61	+ 0,15	+ 0,15
d'—e'				+ 20,26	+ 20,27	- 1,50	- 1,50
e'—d'				+ 20,12	+ 20,11	- 4,37	- 4,36
e'—f'				+ 3,65	+ 3,58	- 5,67	- 5,71
f'—e'				+ 3,85	+ 3,81	- 1,24	- 1,24
b—b'	- 15,35	- 15,15	- 15,15	- 42,88	- 42,52	0,00	- 0,01
b'—b	- 15,35	- 15,15	- 15,15	- 42,87	- 42,99	0,00	+ 0,01
c—c'	- 14,00	- 13,80	- 15,14	- 39,05	- 39,01	+ 0,02	+ 0,02
c'—c	- 14,00	- 13,80	- 15,14	- 39,12	- 39,65	- 0,03	- 0,03
d—d'	- 19,74	- 19,78	- 18,35	- 51,88	- 51,73	- 2,17	- 2,13
d'—d	- 19,74	- 19,78	- 18,35	- 46,90	- 46,86	+ 1,35	+ 1,35
e—e'	- 17,48	- 17,54	- 17,48	- 21,92	- 22,00	- 8,11	- 8,11
e'—e	- 17,48	- 17,54	- 17,48	- 23,77	- 23,69	- 74,96	- 74,93
f—f'	- 7,17	- 7,17	- 7,26	- 2,15	- 2,17	- 2,35	- 2,36
f'—f	- 7,17	- 7,17	- 7,26	- 3,85	- 3,81	+ 1,24	+ 1,24

Es sei noch bemerkt, daß beim Fortpflanzen der Momente, die in der letzten Stelle eine ungerade Zahl aufweisen, die erhaltenen Übertragungsmomente im gleichen Stab abwechselnd nach oben und unten abgerundet wurden, sofern sie gleiche Vorzeichen besitzen. Die Summenbildung eliminiert dann die durch die Übertragung entstehenden unvermeidlichen Ungenauigkeiten in den letzten Dezimalstellen der Teilmomente.

2. Beispiel: Waagrecht wirkende Streckenlast $w = 4 \text{ t/m}$ an den beiden oberen Stockwerken angreifend (Abb. 9).

Die Berechnung muß in diesem Falle auf die ganze Stütze ausgedehnt werden, da die Symmetrie im Momentenbild nicht mehr vorhanden ist. Abb. 9 zeigt den Gang nach dem vereinfachten Verfahren. Aus den Stockwerkschüben $S_{fe} = 5,81 \text{ t}$, $S_{e'p} = 19,79 \text{ t}$ und $S_{de} = S_{cb} = S_{ba} = 27,96 \text{ t}$ bestimmen sich die Volleinspannmomente nach (3a) zu

$$M_{S_{fe}} = 5,81 \cdot 2,905 \cdot \frac{1}{2} = 8,46 \text{ tm}$$

usw.

Da hier Stabfelder belastet sind, müssen die Volleinspannmomente für die Streckenlast w mit angeschrieben werden. Diese haben die Werte $M_{ef} = -M_{fe} = 2,82 \text{ tm}$ und $M_{de} = -M_{ed} = 5,56 \text{ tm}$.

Im weiteren deckt sich der Rechnungsgang mit dem bei Beispiel 1 und ist aus der Abb. 9 ohne weiteres ersichtlich. Nach 3- bzw. 4maligem Ausgleich wurden die Stabendmomente berechnet und das vorhandene Stockwerkmoment bestimmt. Die Differenz gegen das tatsächliche Stockwerkmoment ($= S \cdot h$) wurde nochmals auf die Stabenden verteilt; dies entspricht dem 4. Schritt und ergibt eine ausreichende Genauigkeit.

3. Beispiel: Drehmoment $M_{e'} = 85 \text{ tm}$ am Knoten e' aus Kragarmbelastung (Abb. 10).

Das Moment $M_{e'}$ = 85,0 tm wird entsprechend den Steifigkeiten der in diesem Punkt zusammentreffenden Stäbe am Knoten e' verteilt und die so erhaltenen Ausgleichsmomente nach d' , e und f' fortgepflanzt. Der weitere Gang der Berechnung geht aus dem oben Gesagten hervor und ist aus Abb. 10 zu ersehen. Zu beachten ist hier, daß in jedem Stockwerk $S = 0$ sein muß. In Abb. 10 sind für jede Folge die Stockwerkmomente ΣM_S angegeben, die nach viermaligem Ausgleich überall ≈ 0 ergeben.

Für alle drei Beispiele wurden die genauen Stabendmomente mit Hilfe des Drehwinkelverfahrens unter Benutzung der zusammengefaßten Formeln von Guldán [11] ermittelt. In Zahlentafel 4 sind die nach dem vereinfachten Verfahren berechneten Resultate den genauen Werten gegenübergestellt und zeigen eine durchwegs befriedigende Genauigkeit, welche sich übrigens durch weiteres Ausgleichen beliebig erhöhen läßt.

D. Verallgemeinerungen.

a) Temperaturänderung.

Es kann hierbei auf die Veröffentlichung von Voegeli [19] hingewiesen werden, worin die Bestimmung der Volleinspannmomente aus der Temperaturwirkung angegeben ist. In der Rahmenstütze nach Abb. 1 und 2 entstehen bei gleichmäßiger Temperaturänderung aller Teile Volleinspannmomente nur in den Säulen des unteren Stockwerks. Ihre Bestimmung erfolgt nach Abb. 7, wobei Δ die halbe Längenänderung des Riegels $b—b'$ darstellt. Der weitere Verlauf der Rechnung bringt nichts Neues.

b) Unsymmetrie im Tragwerk.

In den obigen Beispielen war die symmetrische Ausbildung der Rahmenstütze Voraussetzung. Ist dies nicht der Fall, so ist der Ausgleich in allen Belastungsfällen auf das ganze System auszudehnen, wobei die Totalstockwerkmomente nicht mehr zu gleichen

Teilen, sondern entsprechend ihren $\frac{K}{h}$ -Werten auf die Säulen zu verteilen sind (Gl. 3). Die Einfachheit des Verfahrens bleibt auch unter diesen Umständen erhalten.

punkten die größten Beanspruchungen, während gegen die Stabmitten zu die Momente abnehmen und nur die Normal- bzw. Querkräfte von Bedeutung sind. Daher werden Verstärkungen der

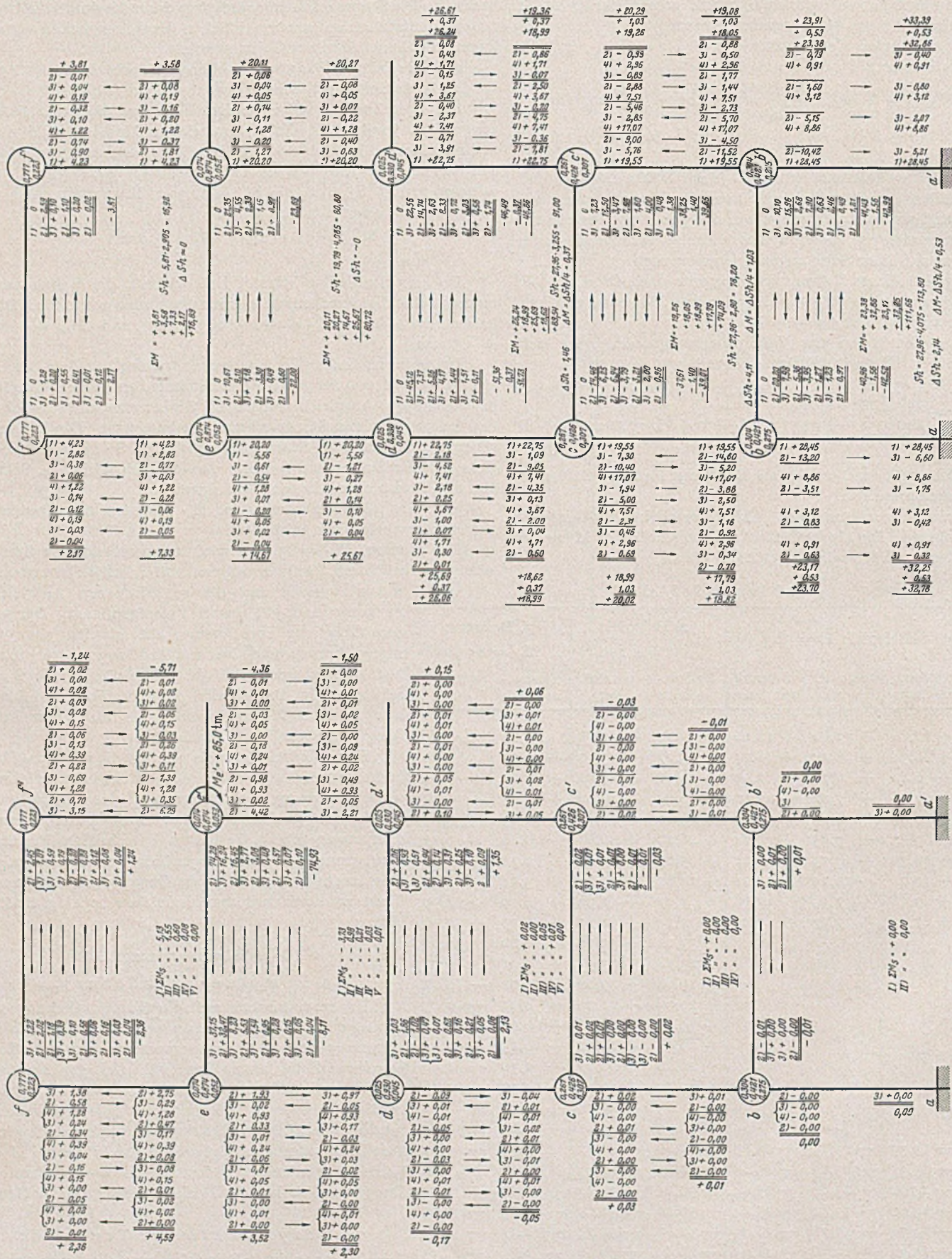


Abb. 9. Belastung mit Gleichstreckenlast $w = 4 \text{ t/m}$ von $d - e - f$ angehend. Endgültige Momente unterstrichen.

Abb. 10. Endgültige Momente in tm über bzw. unter den Doppelstrichen.

c) Wechselndes Trägheitsmoment.

Bisher war Voraussetzung, daß die Stäbe auf ihre Länge konstantes Trägheitsmoment aufweisen. Rahmenstützen, die vorwiegend mit Seitenkräften belastet sind, erleiden an den Knoten-

Riegel- und Stielenden einen besseren Ausnutzungsgrad herbeiführen lassen.

Das vorliegende vereinfachte Verfahren kann den Wechsel im Trägheitsmomentenverlauf ohne weiteres mitberücksichtigen.

Es ändern sich entsprechend den Cross'schen Definitionen die Volleinspannmomente sowie die Steifigkeits- und Übertragungsfaktoren, deren Ermittlung bei variablen J im allgemeinen den Hauptteil der Arbeit darstellt.

Es werden nachfolgend die fertigen Ausdrücke für diese Größen angegeben, deren Ableitung aus der allgemeinen Drehwinkelgleichung für veränderliches Trägheitsmoment gefunden werden kann. Hierfür werden die Auflagerdrücke des mit der $\frac{J_c}{J}$ -fach verzerrten Momentenfläche belasteten freiaufliegenden Stabes eingeführt:

Es bedeuten (Abb. 11)

α_a ... der linke Auflagerdruck des mit der $\frac{J_c}{J}$ -fach verzerrten M_{ab} -Fläche belasteten freiaufliegenden Stabes für $M_{ab} = 1$,

α_b ... der rechte Auflagerdruck bei Belastung mit der $\frac{J_c}{J}$ -fach verzerrten M_{ba} -Fläche für $M_{ba} = 1$,

β ... der rechte bzw. linke Auflagerdruck bei Belastung mit der $\frac{J_c}{J}$ -fach verzerrten M_{ab} - bzw. M_{ba} -Fläche, jeweils für M_{ab} und $M_{ba} = 1$,

α_a^0 und α_b^0 ... die Auflagerdrücke des mit der $\frac{J_c}{J}$ -fach verzerrten M^0 -Fläche belasteten freiaufliegenden Stabes.

Wenn allgemein der Trägheitsmomentenverlauf gegeben ist durch $J_x = f(x)$, so gelten die Beziehungen:

$$(5) \quad \alpha_a = \frac{J_c}{l^2} \int_0^1 \frac{(1-x)^2}{J_x} dx,$$

$$(6) \quad \alpha_b = \frac{J_c}{l^2} \int_0^1 \frac{x^2}{J_x} dx,$$

$$(7) \quad \beta = \frac{J_c}{l^2} \int_0^1 \frac{(1-x) \cdot x}{J_x} dx,$$

$$(8) \quad \alpha_a^0 = \frac{J_c}{l} \int_0^1 \frac{M_x^0 \cdot (1-x)}{J_x} dx,$$

$$(9) \quad \alpha_b^0 = \frac{J_c}{l} \int_0^1 \frac{M_x^0 \cdot x}{J_x} dx.$$

Die Volleinspannmomente lauten dann:

$$(10) \quad \begin{cases} M_{ab} = + \frac{\alpha_a^0 \cdot \alpha_b - \alpha_b^0 \cdot \beta}{\alpha_a \cdot \alpha_b - \beta^2} \\ M_{ba} = + \frac{\alpha_a^0 \cdot \beta - \alpha_b^0 \cdot \alpha_a}{\alpha_a \cdot \alpha_b - \beta^2} \end{cases}$$

Die Steifigkeitsfaktoren:

$$(11) \quad \begin{cases} K_{ab} = \frac{E J_c \cdot \alpha_b}{\alpha_a \cdot \alpha_b - \beta^2} \\ K_{ba} = \frac{E J_c \cdot \alpha_a}{\alpha_a \cdot \alpha_b - \beta^2} \end{cases}$$

und die Übertragungsfaktoren:

$$(12) \quad \gamma_{ab} = \frac{\beta}{\alpha_b} \quad \gamma_{ba} = \frac{\beta}{\alpha_a}.$$

Die Volleinspannmomente für Seitenverschiebung ($\Delta = 1$) bei festen Knoten lauten:

$$(13) \quad M_{ab} = \frac{(\alpha_b + \beta) E J_c}{(\alpha_a \cdot \alpha_b - \beta^2) \cdot l} \quad M_{ba} = \frac{(\alpha_a + \beta) E J_c}{(\alpha_a \cdot \alpha_b - \beta^2) \cdot l},$$

damit wird Gl. (3) zu

$$(14) \quad M_{Sr} = S \cdot h \cdot \frac{\left(\frac{\alpha_a + \alpha_b + 2\beta}{(\alpha_a \cdot \alpha_b - \beta^2) \cdot l} \right)_r}{\sum_1^n \left(\frac{\alpha_a + \alpha_b + 2\beta}{(\alpha_a \cdot \alpha_b - \beta^2) \cdot l} \right)_i},$$

und die Momente an Kopf und Fuß der Stiele sind nicht mehr gleich dem halben Totsäulenmoment, sondern:

$$(15) \quad \begin{cases} M_{ab_r} = S \cdot h \cdot \frac{\left(\frac{\alpha_b + \beta}{(\alpha_a \cdot \alpha_b - \beta^2)} \right)_r}{\sum_1^n \left(\frac{\alpha_a + \alpha_b + 2\beta}{(\alpha_a \cdot \alpha_b - \beta^2) \cdot l} \right)_i} \\ M_{ba_r} = S \cdot h \cdot \frac{\left(\frac{\alpha_a + \beta}{\alpha_a \cdot \alpha_b - \beta^2} \right)_r}{\sum_1^n \left(\frac{\alpha_a + \alpha_b + 2\beta}{(\alpha_a \cdot \alpha_b - \beta^2) \cdot l} \right)_i} \end{cases}$$

Es sind also bei wechselndem Trägheitsmoment innerhalb eines Stabes vorab jeweils die 6 Größen (10), (11) und (12) für das allgemeine Cross-Verfahren zu bestimmen und bei Seitenverschiebung die Volleinspannmomente nach (15).

Bei Rahmenstützen wird der Querschnitt vorwiegend gerade oder parabolische Vouten an den Enden aufweisen. Für die Werte α_a , α_b , β , α_a^0 und α_b^0 werden dann mit Vorteil die Hilfstafeln nach Straßner [18], Göttlicher [9] oder Jakobsen [14] verwendet. Für die Darstellung des Trägheitsmomentenverlaufs in Integralform sei auf Dašek [2] hingewiesen.

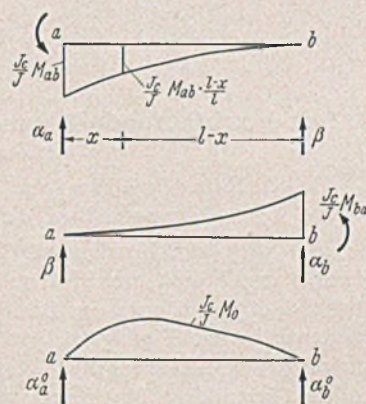


Abb. 11.

d) Berücksichtigung der Verformung aus Quer- und Normalkräften.

Im allgemeinen wird sich diese als unnötig erweisen, es kann jedoch das Cross-Verfahren ganz entsprechend hierfür ausgedehnt werden. Hier soll nicht näher darauf eingegangen werden, es sei nur auf die Veröffentlichung von Floris [5] hingewiesen.

Zusammenfassung.

Vorstehendes Verfahren bringt nichts grundsätzlich Neues, sondern vielmehr Vereinfachungen für Fälle, in denen eine genaue Rechnung meist ziemlich langwierig wird. Nach Ansicht der Verfasser bringt das Momentenausgleichsverfahren mit seinen Erweiterungen so viele Vorteile an Einfachheit, Schnelligkeit und ausreichender Genauigkeit der Lösung wie an Vielseitigkeit der Anwendung auf statisch unbestimmte Tragwerke mit sich, daß dessen verbreiterte Anwendung gerechtfertigt erscheint. Landes hat schon früher allgemein das Cross-Verfahren in Vergleich zu den sonst üblichen Methoden gestellt [16] und vorliegend ist gezeigt, daß auch bei unregelmäßigen Tragwerken und bei Seitenverschiebung das Ausgleichsverfahren mit Erfolg angewendet werden kann. Von Vorteil erscheint auch die leichte Erkenntnis der Wirkung der Steifigkeit der einzelnen Stäbe auf das gesamte Tragwerk, ebenso wie das Fehlen aller Formelgrößen und undurchsichtiger Koeffizienten, soweit es sich um feldweise konstantes Trägheitsmoment handelt.

Literaturhinweis.

[1] Cross, H.: Analysis of Continuous Frames by Distributing Fixed-end Moments, Transactions Amer. soc. civ. Eng. 96 (1932) S. 1 bis 156.

[2] Dašek, V.: Zur Berechnung dchld. Träger und Rahmen mit unsymmetrischen Schrägen, Beton u. Eisen 35 (1936) S. 410.

[3] Ders.: Das abgekürzte und verallgemeinerte Momentenverteilungsverfahren, Beton u. Eisen 39 (1940) S. 286.
 [4] Darnedde, W.: Näherungsweise Berechnung von dchlfd. Trägern und Rahmen, Bauing. 19 (1938) S. 45.
 [5] Floris, A.: Verallgemeinertes Momentenausgleichverfahren, Beton u. Eisen 38 (1939) S. 172.
 [6] Fornerod, M.: Berechnung mehrstöckiger Rahmen durch die Methode der algebr. Momentenverteilung, Schweiz. Bauztg. 102 (1933) S. 223.
 [7] Grinter, L.: Wind Stress Analysis Simplified, Transact. 99 (1934) S. 610.
 [8] Ders.: Analysis of Continuous Frames by Balancing Angle Changes, Proc. Amer. Soc. Civ. Eng. 62 (1936) S. 995—1011 und 1608—17.
 [9] Göttlicher, H.: Berücksichtigung des veränderlichen Trägheitsmoments bei Berechnung von Stockwerkrahmen, Bauing. 20 (1939) S. 175.
 [10] Ders.: Die Anwendung des Näherungsverfahrens nach Cross-Takabeya bei Berechnung hochgradig statisch unbestimmter Stockwerkrahmen, Bauing. 22 (1941) S. 130.

[11] Guldán, R. Rahmentragwerke und Durchlaufträger, Wien 1940.
 [12] Hahn, A.: Einflußzahlen der Einspannmomente eines Balkens auf zwei Stützen, Beton u. Eisen 40 (1941) S. 102.
 [13] Halasc, R.: Anschauliches Iterationsverfahren zur Auflösung von Elastizitätsgleichungen, Bautechn. 18 (1940) S. 233 und *Zuschrift Bautechn.* 19 (1941) S. 264.
 [14] Jakobsen, A.: Zur Berechnung dchlfd. Träger und Rahmen mit Schrägen, Beton u. Eisen 35 (1936) S. 236.
 [15] Kaufmann, A.: Beitrag zur Bestimmung der Einspannmomente, Beton u. Eisen 39 (1940) S. 306.
 [16] Landes, P.: Zur Berechnung von Stockwerkrahmen und dchlfd. Trägern, Beton u. Eisen 38 (1939) S. 152 und *Zuschrift* S. 331.
 [17] Ders.: Berechnung der elastischen Einspannung von Stützengrundkörpern nach dem Verfahren von Cross, Bautechnik 19 (1941) S. 261.
 [18] Straßner, : Neuere Methoden Bd. I, Berlin 1937.
 [19] Voegeli, H.: Näherungsweise Untersuchung von Stockwerkrahmen auf Temperaturänderung und Schwinden, Beton u. Eisen 39 (1940) S. 125 und *Zuschrift* S. 339.

DER DURCHLAUFENDE TRÄGER UND RAHMEN AUF ELASTISCH SENKBAREN STÜTZEN.

Von Prof. Dr.-Ing. Franz Dischinger, Berlin.

DK 624.072.233

(Fortsetzung von S. 15 und Schluß.)

B. Der durchlaufende Rahmen mit elastisch senkbaren Stützen.

1. Die Einflußlinien des durchlaufenden Rahmens bei starrer Lagerung.

Bei dem durchlaufenden Träger auf elastisch senkbaren Stützen ergab sich ein System von Fünfmomentengleichungen, und es konnten sowohl die Einflußlinien wie auch die Biegemomente infolge Eigengewicht ohne Auflösung des Systems der inhomogenen Gleichungen mittels des Gaußschen Algorithmus und der komplexen Matrix nur mit Hilfe der Abklingungszahlen in Form von geschlossenen Gleichungen ermittelt werden. Derselbe Weg kann auch bei Gleichungssystemen bei einer größeren Anzahl von Unbekannten angewandt werden.

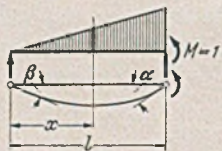


Abb. 23.

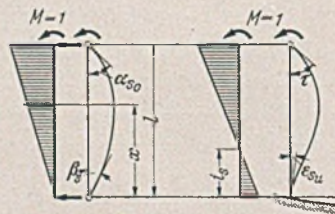


Abb. 23 a. Säule statisch bestimmt gelagert.

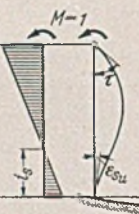


Abb. 23 b. Säule am Fuß elastisch eingespannt.

Bei dem Rahmen ohne elastisch senkbare Stützen erhält man ebenso wie bei dem durchlaufenden Träger auf starren Stützen ein System von Dreimomentengleichungen, nur mit dem Unterschied, daß an jeder Stütze zwei unbekannte Stützmomente auftreten. Infolgedessen lassen sich diese Tragwerke auch mittels des Festpunktverfahrens lösen, wobei allerdings eine waagrechte Stützenkopfverschiebung in einer Zusatzrechnung berücksichtigt werden muß.

Wir stellen zunächst wieder die Gleichungen ohne Berücksichtigung der elastischen Senkungen auf. Wir setzen hierbei gleiche Spannweiten und gleichartige Balken für die einzelnen Öffnungen voraus, berücksichtigen aber eine Veränderlichkeit der Trägheitsmomente der einzelnen Felder. Außerdem setzen wir voraus, daß der Balkenriegel in waagrechter Richtung festgehalten ist.

Gemäß Abb. 23 bezeichnen wir die Auflagerdrehwinkel des Balkens mit veränderlichem Trägheitsmoment mit α und β , den Drehwinkel der am Fuß elastisch eingespannten Tragsäule infolge eines am Kopf angreifenden Momentes dagegen mit τ . Da-

bei wird ebenfalls veränderliches Trägheitsmoment der Säule vorausgesetzt (Abb. 23b).

Die Größe der Drehwinkel folgt aus

$$\alpha = \frac{1}{l} \int_0^l \frac{x}{x} \frac{dx}{EJ}, \quad \beta = \frac{1}{l} \int_0^l \frac{x}{x_1} \frac{dx}{EJ}.$$

Wir setzen

$$\frac{x}{l} = \xi_1 \frac{x_1}{l} = \xi_1$$

und erhalten:

$$(16) \quad \frac{6EJ_c}{l} \alpha = \alpha^+ = 6 \int \xi^2 \frac{J_c}{J} d\xi, \quad \frac{6EJ_c}{l} \beta = \beta^+ = 6 \int \xi \xi_1 \frac{J_c}{J} d\xi.$$

Dieselben Gleichungen gelten auch für die Drehwinkel α_s und β_s der am Kopf und Fuß gelenkig gelagerten Säule, bei der wir jedoch wegen der unsymmetrischen Ausbildung zwischen den Winkeln am Kopf und Fuß unterscheiden müssen.

$$(16a) \quad \frac{6EJ_c}{l} \alpha_{s0} = \alpha_{s0}^+ = 6 \int \xi^2 \frac{J_c}{J} d\xi, \quad \frac{6EJ_c}{l} \alpha_{su} = \alpha_{su}^+ = 6 \int \xi_1^2 \frac{J_c}{J} d\xi$$

(Abb. 23a)

und

$$\frac{6EJ_c}{l} \beta_s = \beta_s^+ = 6 \int \xi \xi_1 \frac{J_c}{J} d\xi$$

(nach Maxwell ist $\beta_{s0} = \beta_{su} = \beta_s$). Damit kann nun auch der Drehwinkel am Säulenkopf τ der am Fuße elastisch eingespannten Säule bestimmt werden (Abb. 23b). $\tau = \alpha_{s0} - \beta_s \frac{i_s}{h_s - i_s}$,

wobei die Lage des Festpunktes J eine Funktion des elastischen Drehwinkels ϵ_{su} des Säulenfußes ist. $i_s = \frac{h_s \beta_s}{\alpha_{su} + \beta_s + \epsilon_{su}}$.

$$(16b) \quad \frac{6EJ_c}{l} \tau = \tau^+ = \alpha_{su}^+ - \beta_s^- \frac{i_s}{h_s - i_s} \quad \text{und} \quad i_s = h_s \frac{\beta_s}{\alpha_{su} + \beta_s + \epsilon_{su}}$$

Damit sind wir nun in der Lage, die Dreimomentengleichungen für den Rahmen der Abb. 24 bei seitlich festgehaltenem Riegel aufzustellen. Wir machen das System statisch bestimmt, indem wir in den Riegeln zu beiden Seiten der Säule Gelenke einfügen, an denen die statisch unbestimmten Stützmomente angreifen. Jeder Stütze entsprechen demnach 2 statisch unbestimmte Stützmomente, woraus sich 2n Dreimomentengleichungen ergeben. Diese folgen wieder aus der Bedingung, daß an jedem Gelenk die Summe aller Drehwinkel gleich Null sein muß. Jeweils die erste Dreimomentengleichung verbindet den Riegel mit der rechts an-

schließenden Säule, die zweite dagegen die Stütze mit dem rechts anschließenden Riegel. Wie früher benötigen wir wiederum nur die homogenen Gleichungen. Diese ergeben sich auf Grund der Abb. 24, wobei die statisch unbestimmten Momente fortlaufend mit M_1, M_2 usw. numeriert sind. Dementsprechend müssen die Felder mit 1—2, 3—4, 5—6, $n—(n+1)$ usw., die Säulen dagegen mit 0, 1, 2, 3 $n—1, n$ usw. gekennzeichnet werden.

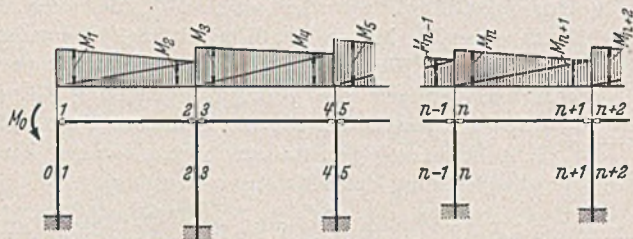


Abb. 24.

Abb. 24 a.

$$\begin{aligned}
 & M_1 (\alpha^+ + \tau_{01}^+) + M_2 \beta^+ = 0 \\
 & + M_1 \beta^+ + M_2 (\alpha^+ + \tau_{23}^+) - M_3 \tau_{23}^+ = 0 \\
 & - M_2 \tau_{23}^+ + M_3 (\alpha^+ + \tau_{34}^+) + M_4 \beta^+ = 0 \\
 & + M_3 \beta^+ + M_4 (\alpha^+ + \tau_{45}^+) - M_5 \tau_{45}^+ = 0 \\
 & - M_{n-1} \tau_{n-1,n}^+ + M_n (\alpha^+ + \tau_{n-1,n}^+) + M_{n+1} \beta^+ = 0 \\
 & + M_n \beta^+ + M_{n+1} (\alpha^+ + \tau_{n+1,n+2}^+) + M_{n+2} \tau_{n+1,n+2}^+ = 0
 \end{aligned}$$

für die erste Öffnung, für die zweite Öffnung, für die Öffnung $n—(n+1)$, wobei zu beachten ist, daß n immer eine ungerade Zahl ist.

Bei Einführen der Verschiebungsgrößen δ_{ik} lauten die Dreimomentengleichungen:

$$(17a) \quad M_{n-1} \delta_{n(n-1)} + M_n \delta_{nn} + M_{n+1} \delta_{n(n+1)} = 0 \\
 M_n \delta_{(n+1)n} + M_{n+1} \delta_{(n+1)(n+1)} + M_{n+2} \delta_{(n+1)(n+2)} = 0.$$

Aus diesem homogenen Gleichungssystem ergeben sich wiederum nachstehende Beziehungen zwischen den einzelnen Momenten:

$$(17b) \quad M_n = \mu_n M_{n+1} \quad \text{und} \quad M_{n+1} = \nu_{n+1} M_{n+1}.$$

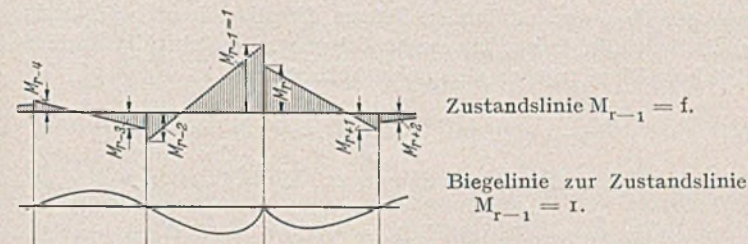


Abb. 25.

Hierbei ist nach Abb. 25 μ eine Abklingungszahl, die uns angibt, in welchem Ausmaß ein Biegemoment von der rechten nach der linken Seite einer Öffnung abklingt, ν dagegen ist eine Verteilungszahl, die uns sagt, welcher Anteil eines rechts des Säulenkopfes angreifenden Stützenmomentes auf die linke anschließende Öffnung übergeht, während der Rest $(1 - \nu)$ von der Säule übernommen wird.

für den Punkt n

$$\begin{aligned}
 a) & \text{ infolge } M_{n-2}, \quad \delta = -\frac{\omega_{n-1,1}}{l^2} M_{n-2} \\
 b) & \text{ infolge } M_{n-1}, \quad \delta = +\frac{\omega_{n-1,n}}{l^2} M_{n-1} \\
 c) & \text{ infolge } M_n, \quad \delta = +\left(\frac{\omega_{n-1,n}}{l^2} + \frac{\omega_{n+1,n+2}}{l^2}\right) M_n \\
 d) & \text{ infolge } M_{n+1}, \quad \delta = -\left(\frac{\omega_{n-1,n}}{l^2} + \frac{\omega_{n+1,n+2}}{l^2}\right) M_{n+1} \\
 e) & \text{ infolge } M_{n+2}, \quad \delta = -\frac{\omega_{n+1,n+2}}{l^2} M_{n+2} \\
 f) & \text{ infolge } M_{n+3}, \quad \delta = +\frac{\omega_{n+1,n+2}}{l^2} M_{n+3}
 \end{aligned}$$

zahl, die uns sagt, welcher Anteil eines rechts des Säulenkopfes angreifenden Stützenmomentes auf die linke anschließende Öffnung übergeht, während der Rest $(1 - \nu)$ von der Säule übernommen wird. Durch die Abklingungszahlen, die immer negativ sind, und die positiven Verteilungszahlen werden in gleicher Weise wie bei dem durchlaufenden Balken auf starren Stützen Festpunkte J und K gekennzeichnet, mit deren Hilfe wir die Zustandslinien für ein Moment $M_{r-1} = 1$ bzw. $M_r = 1$ aufzeichnen können. Aus der zugehörigen Biegelinie erhalten wir wieder nach Gl. (1) die Einflußlinien (Abb. 25). Der gleiche Weg führt auch bei dem Rahmen auf elastisch senkbaren Stützen zum Ziele, nur treten an Stelle der 2n Dreimomentengleichungen 2n Sechsmomentengleichungen.

2. Die Einflußlinien des durchlaufenden Rahmens auf elastisch senkbaren Stützen.

Um diese zu ermitteln, werden zunächst an Hand der Abb. 26 die Einflußlinien der elastischen Stützensenkungen auf die Drehwinkel an den Gelenken n und $n+1$ infolge der statisch bestimmten Stützmomente ermittelt. Zu diesen Drehwinkeln müssen dann die aus der Verbiegung gemäß Gl. (17) hinzugezählt werden.

Für den Punkt n ergeben sich nach Abb. 26 und in gleicher Weise als Spiegelbild für den Punkt $n+1$ nachstehende Drehwinkel als Folge der Stützensenkungen (siehe links unten):

Die beiden Sechsmomentengleichungen für das Feld $n—(n+1)$ lauten demnach in allgemeiner Form:

$$(18) \quad \begin{cases} M_{n-2} \delta_{n(n-2)}^+ + M_{n-1} \delta_{n(n-1)}^+ + M_n \delta_{nn}^+ + M_{n+1} \delta_{n(n+1)}^+ + M_{n+2} \delta_{n(n+2)}^+ + M_{n+3} \delta_{n(n+3)}^+ = 0 \\ M_{n-3} \delta_{(n+1)(n-2)}^+ + M_{n-1} \delta_{(n+1)(n-1)}^+ + M_n \delta_{(n+1)n}^+ + M_{n+1} \delta_{(n+1)(n+1)}^+ + M_{n+2} \delta_{(n+1)(n+2)}^+ + M_{n+3} \delta_{(n+1)(n+3)}^+ = 0 \end{cases}$$

Hierbei setzen sich die Verschiebungsgrößen aus den Verbiegungen nach Gl. (17) und den obigen Anteilen aus den Stützensenkungen zusammen. An Stelle der Verschiebungsgrößen δ_{ik} arbeiten wir

wieder mit $\frac{6EJ_c}{l}$ -fachen Verschiebungsgrößen $\frac{6EJ_c}{l} \delta_{ik} = \delta_{ik}^+$, wo mit die ω -Werte in die Steifigkeitszahlen k übergehen:

$$(18a) \quad \frac{6EJ_c}{l^3} \omega = k$$

und an Stelle der Winkel α, β, τ der Gl. (17) die $\frac{6EJ_c}{l}$ -fachen Winkel $\alpha^+, \beta^+, \tau^+$ treten. Die Werte der Verschiebungsgrößen δ_{ik}^+ betragen demnach:

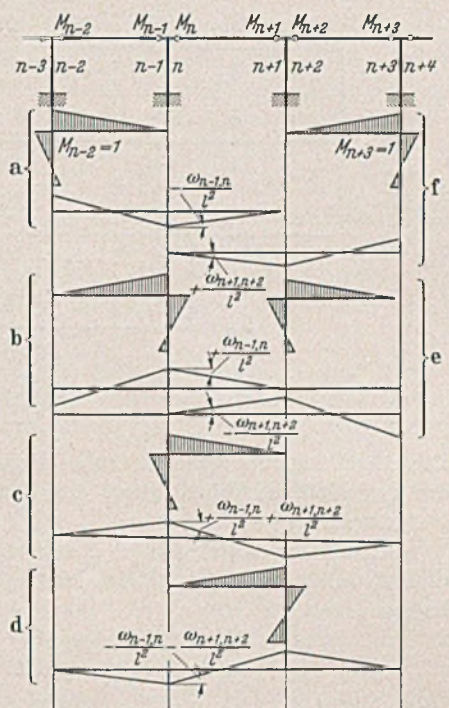


Abb. 26.

$$(18b) \left\{ \begin{array}{l} \delta_n^{+(n-2)} = -k_{n-1,n} \\ \delta_n^{+(n-1)} = +k_{n-1,n} - \tau_{n-1,n}^+ \\ \delta_{nn}^+ = +k_{n-1,n} + k_{n+1,n+2} + \alpha^+ + \tau_{n-1,n}^+ \\ \delta_n^{+(n+1)} = -k_{n-1,n} - k_{n+1,n+2} + \beta^+ \\ \delta_n^{+(n+2)} = -k_{n+1,n+2} \\ \delta_n^{+(n+3)} = +k_{n+1,n+2} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \delta_{(n+1)(n-2)}^+ = +k_{n-1,n} \\ \delta_{(n+1)(n-1)}^+ = -k_{n-1,n} \\ \beta_{(n+1)n}^+ = -k_{n-1,n} - k_{n+1,n+2} + \beta^+ \\ \delta_{(n+1)(n+1)}^+ = +k_{n-1,n} + k_{n+1,n+2} + \alpha^+ + \tau_{n+1,n+2}^\times \\ \delta_{(n+1)(n+2)}^+ = +k_{n+1,n+2} - \tau_{n+1,n+2}^+ \\ \delta_{(n+1)(n+3)}^+ = -k_{n+1,n+2} \end{array} \right.$$

Wir schreiben nun die Sechsmomentengleichungen, beginnend mit der ersten Öffnung, an und erhalten damit die nachstehende Matrix der homogenen Gleichungen:

	M ₁	M ₂	M ₃	M ₄	M ₅	M ₆	M ₇	M ₈	M ₉	M ₁₀
1	δ ₁₁	δ ₁₂	δ ₁₃	δ ₁₄						
2	δ ₂₁	δ ₂₂	δ ₂₃	δ ₂₄						
3	δ ₃₁	δ ₃₂	δ ₃₃	δ ₃₄	δ ₃₅	δ ₃₆				
4	δ ₄₁	δ ₄₂	δ ₄₃	δ ₄₄	δ ₄₅	δ ₄₆				
5			δ ₅₃	δ ₅₄	δ ₅₅	δ ₅₆	δ ₅₇	δ ₅₈		
6			δ ₆₃	δ ₆₄	δ ₆₅	δ ₆₆	δ ₆₇	δ ₆₈		
7					δ ₇₅	δ ₇₆	δ ₇₇	δ ₇₈	δ ₇₉	δ ₈₍₁₀₎
8					δ ₈₅	δ ₈₆	δ ₈₇	δ ₈₈	δ ₈₉	δ ₉₍₁₀₎

Die Gleichungen zeigen, daß es auch in diesem Falle möglich ist, die gegenseitige Abhängigkeit der Stützenmomente durch Abklingungszahlen darzustellen.

Mittels der Gl. (1) und (2) der ersten Öffnung drücken wir M₀ und M₁ durch die nachfolgenden Momente M₂ und M₃ aus. Wir erhalten:

$$\begin{aligned} M_1 &= \mu_1 M_2 + \nu_1 M_3 \\ M_2 &= \mu_2 M_3 + \nu_2 M_4 \end{aligned}$$

Diese Werte von M₀ und M₁ setzen wir in die Gl. (3) und (4) ein und erhalten:

$$\begin{aligned} M_3 &= \mu_3 M_5 + \nu_3 M_6 \\ M_4 &= \mu_4 M_5 + \nu_4 M_6 \end{aligned}$$

In allgemeiner Form lauten die Beziehungen:

$$(19) \begin{aligned} M_n &= \mu_n M_{n+2} + \nu_n M_{n+3} \\ M_{n+1} &= \mu_{n+1} M_{n+2} + \nu_{n+1} M_{n+3} \end{aligned} \quad \text{wobei zu beachten ist, daß } n \text{ eine ungerade Zahl ist.}$$

Es wird davon abgesehen, geschlossene Gleichungen für die Abklingungszahlen aufzustellen, da der Rechenvorgang hierdurch wegen des Umfangs dieser Gleichungen nur erschwert wird. Man ermittelt diese leichter bei Einsetzen der Zahlenwerte, wozu für jede Öffnung die beiden zueinander gehörenden Gleichungen mit 2 Unbekannten aufzulösen sind.

Mit Hilfe der Abklingungszahlen μ und ν sind wir nun in der Lage, die Zustandslinien des (n-1)fach statisch unbestimmten Tragwerks für ein links oder rechts des Rahmenstieles $\nu-1, r$ angreifendes Moment $M_{r-1} = 1$ bzw. $M_r = 1$ zu berechnen und hieraus mittels der Gl. (1) die Biegelinien und damit die Einflußlinien der Stützmomente zu ermitteln.

a) Die Ermittlung der Zustandslinie für $M_{r-1} = 1$ nach Abb. 27.

Hierzu bringen wir an dem Knoten $r-1$ das statisch bestimmte Moment $M_{r-1} = 1$ an, womit die Elastizitätsgleichung

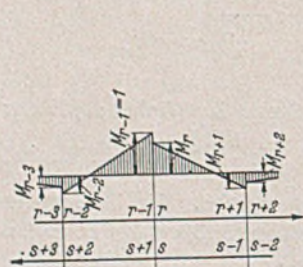


Abb. 27.

	M _{r-3}	M _{r-2}	M _{r-1}	M _r	M _{r+1}	M _{r+2}
r-3	-	-	+	-	-	-
r-2	-	-	-	+	-	-
r-1	-	-	-	-	+	-
r	-	-	-	-	-	+
r+1	-	-	-	-	-	-
r+2	-	-	-	-	-	-

Abb. 27 a.

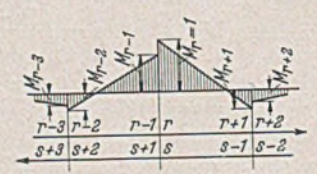


Abb. 27 b.

dieses Knotens ihre Gültigkeit verliert, dafür fällt aber auch M_{r-1} als Unbekannte weg. Die Matrix der Elastizitätsgleichung ist in der Abb. 27a dargestellt. Für die Ermittlung des Stützmomentes

M_r können wir die Rekursionsgleichung Gl. (19) wegen der durch das Gelenk bedingten Unstetigkeit nicht benutzen. Wir müssen hierzu von der Elastizitätsgleichung des Knotens r ausgehen.

$$(20) \begin{aligned} M_{r-3} \delta_{r(r-3)} + M_{r-2} \delta_{r(r-2)} + M_{r-1} \delta_{r(r-1)} + M_r \delta_{rr} \\ + M_{r+1} \delta_{r(r+1)} + M_{r+2} \delta_{r(r+2)} = 0 \end{aligned}$$

Die Stützmomente M_{r-3} und M_{r-2} ergeben sich aus den Gleichungen der Knoten $r-3$ und $r-2$ mit Hilfe der Rekursionsgleichung Gl. (19) zu:

$$(20a) \begin{aligned} M_{r-3} &= \mu_{r-3} M_{r-1} + \nu_{r-3} M_r \\ M_{r-2} &= \mu_{r-2} M_{r-1} + \nu_{r-2} M_r \end{aligned}$$

In gleicher Weise lassen sich auch die Momente M_{r+1} und M_{r+2} mittels der Knotengleichung $r+1$ und $r+2$ unter Benutzung der Rekursionsgleichung der Gl. (19) auszudrücken.

$$(20b) \begin{aligned} M_{r+2} &= M_{s-2} = \mu_{s-2} M_s + \nu_{s-2} M_{s+1} = \mu_{s-2} M_r + \nu_{s-2} M_{r-1} \\ M_{r+1} &= M_{s-1} = \mu_{s-1} M_s + \nu_{s-1} M_{s+1} = \mu_{s-1} M_r + \nu_{s-1} M_{r-1} \end{aligned}$$

Die Werte der Gl. (20a) und (20b) setzen wir nun in die Gl. (20) ein und erhalten hieraus M_r als Funktion des statisch bestimmten Momentes $M_{r-1} = 1$. Alsdann ermitteln wir mit Hilfe der Gl. (20a) und (20b) die übrigen Momente M_{r-3} , M_{r-2} und M_{r+1} , M_{r+2} . In gleicher Weise ergeben sich aus den Rekursionsformeln der Gl. (19) auch die weiter entlegenen Stützmomente.

b) Die Ermittlung der Zustandslinie für $M_r = 1$ nach Abb. 27b ist die gleiche wie oben und bedarf keiner weiteren Erläuterung.

c) Aus den Zustandslinien entwickeln wir nun in gleicher Weise wie bei dem durchlaufenden Träger die Biegelinien und damit auch die Einflußlinien. Hierzu benötigen wir zunächst die Stützendrucke. Diese ergeben sich nach Abb. 28 zu

$$(21) \quad c_{n-1,n} = \frac{1}{1} (M_{n-2} - M_{n-1} - M_n + M_{n+1})$$

Hieraus folgt die Stützensenkung durch Multiplikation mit $\omega_{n-1,n}$

$$\eta_{n-1,n} = \frac{\omega_{n-1,n}}{1} (M_{n-2} - M_{n-1} - M_n + M_{n+1})$$

Wir setzen wiederum zur Abkürzung $\frac{6E J_c}{l^3} \omega_{n-1,n} = k_{n-1,n}$ und

rechnen mit den $\frac{6E J_c}{1}$ -fachen Durchbiegungen η^+ . Damit erhalten wir

$$(21a) \quad \frac{6E J_c}{1} \eta_{n-1,n} = \eta_{n-1,n}^+ = +k_{n-1,n} (M_{n-2} - M_{n-1} - M_n + M_{n+1})$$

Die Werte ω und k und damit auch die Stützensenkungen η haben wir bisher ebenso wie die Stützen mit Doppelindizes bezeichnet. Der Einfachheit und besseren Übersicht wegen werden

wir den Stützensenkungen im folgenden die gleichen Indices wie denen der unbekanntenen Stützenmomente geben. Den Stützenmomenten X_{r-1} und X_r bzw. M_{r-1} und M_r , die zu der Stütze h_{r-1}, r gehören, entsprechen demnach die gleichgroßen Stützensenkungen $\eta_{r-1} = \eta_r$ bzw. $\eta_{r-1}^+ = \eta_r^+$.

Die Einflußlinien X_{r-1} bzw. X_r ergeben sich wiederum aus der Gl. (1) bzw. Gl. (11) des $(z-1)$ -fach statisch unbestimmten Grundsystems zu

$$(22) \quad X_{r-1} = -\frac{\bar{\delta}_{m(r-1)}^+}{\bar{\delta}_{(r-1)(r-1)}^+} \quad \text{bzw.} \quad X_r = -\frac{\bar{\delta}_{mr}^+}{\bar{\delta}_{rr}^+}.$$

Die Größe der $\frac{6EJ_c}{1}$ -fachen Verdrehung $\bar{\delta}_{(r-1)(r-1)}^+$ und $\bar{\delta}_{rr}^+$ an den Gelenkstellen des $(z-1)$ -fach statisch unbestimmten Tragwerkes können wir aus der Zustandslinie der Abb. 29 ohne weiteres ablesen. Sie ergibt sich als Funktion der Stützensenkungen und der Drehwinkel α und β des statisch bestimmt gelagerten Balkens zu

$$(23) \quad \bar{\delta}_{(r-1)(r-1)}^+ = \frac{1}{1} (\eta_{r-2}^+ - \eta_{r-1}^+ - \eta_r^+ + \eta_{r+1}^+) + \frac{6EJ_c}{1} (M_{r-2} \beta + M_{r-1} \alpha + M_r \alpha + M_{r+1} \beta).$$

Bei konstantem Trägheitsmoment ist $\beta = \frac{1}{6EJ_c}$, $\alpha = \frac{1}{3EJ_c}$ und damit erhalten wir

$$(23a) \quad \bar{\delta}_{(r-1)(r-1)}^+ = \frac{1}{1} (\eta_{r-2}^+ - \eta_{r-1}^+ - \eta_r^+ + \eta_{r+1}^+) + (M_{r-2} + 2M_{r-1} + 2M_{r+1}).$$

Die Gl. (23a) entspricht der früheren Gl. (10a) des durchlaufenden Trägers auf elastisch senkbaren Stützen. Die Ordinaten M und η^+ sind hierbei der Zustandslinie für $M_{r-1} = 1$ zu entnehmen. Die Gl. (23) und (23a) gelten auch für $\bar{\delta}_{rr}^+$, jedoch sind in diesem Falle die Ordinaten M und η^+ der Zustandslinie $M_r = 1$ zu entnehmen. Die Biegelinien $\bar{\delta}_{m(r-1)}^+$ und $\bar{\delta}_{mr}^+$ des beliebigen Feldes $l_{n,n+1}$ ergeben sich ebenfalls als Funktion der Stützensenkungen und der Balkenbiegung. Siehe hierzu die Abb. 8 in Verbindung mit der Abb. 14. Der Einfluß der $\frac{6EJ_c}{1}$ -fachen Stützensenkungen ist ebenso wie bei der Gl. (10) durch $(\eta_n^+ \xi_1 + \eta_{n+1}^+ \xi)$ gegeben. Den Anteil der Balkenbiegung wollen wir durch die Drehwinkel des statisch bestimmt gelagerten Balkens ausdrücken. Infolge der Belastung des Balkens $l_{n,n+1}$ durch $P = 1$ ergeben sich die Auflagerdrehwinkel $\psi_{n,n+1}$ an dem linken und $\psi_{n+1,n}$ an

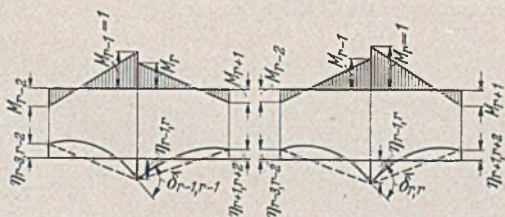


Abb. 29.

Abb. 29a.

dem rechten Auflager. Diese Auflagerdrehwinkel ψ bei veränderlichem Trägheitsmoment können für dreieck- und parabelförmige Balkenverstärkungen dem neuen, demnächst im Springer-Verlag erscheinenden Taschenbuch für Bauingenieure, Abschnitt Massivbau, entnommen werden. Entsprechend dem Maxwellschen Satze ergibt sich die Größe der Balkenbiegung zu $(M_n \psi_{n,n+1} + M_{n+1} \psi_{n+1,n})$, da hiernach die Durchbiegung infolge $M_{n+1} = 1$ gerade so groß ist wie der Auflagerdrehwinkel $\psi_{n+1,n}$ infolge $P = 1$ und die Durchbiegung infolge $M_n = 1$ gerade so groß ist wie der Drehwinkel $\psi_{n,n+1}$ infolge $P = 1$ (siehe hierzu die Abb. 14). Demnach

betragen die $\frac{6EJ_c}{1}$ -fachen Durchbiegungen infolge der Stützensenkungen und der Balkenbiegung

$$(24) \quad \bar{\delta}_{m(r-1)}^+ = (\eta_n^+ \xi_1 + \eta_{n+1}^+ \xi) + \frac{6EJ_c}{1} (M_n \psi_{n,n+1} + M_{n+1} \psi_{n+1,n}).$$

Für konstantes Trägheitsmoment ist $\psi_{n,n+1} = \frac{l^2}{6EJ_c} (\xi_1 - \xi_1^2)$ und

$$\psi_{n+1,n} = \frac{l^2}{6EJ_c} (\xi - \xi^2) \quad \text{und damit erhalten wir}$$

(24a) $\bar{\delta}_{m(r-1)}^+ = (\eta_n^+ \xi_1 + \eta_{n+1}^+ \xi) + l[M_n (\xi_1 - \xi_1^2) + M_{n+1} (\xi - \xi^2)]$. Die Gl. (24a) stimmt mit der Gl. (10) des durchlaufenden Trägers auf elastisch senkbaren Stützen bei konstantem Trägheitsmoment überein. Die Ordinaten M und η^+ sind hierbei der Zustandslinie $M_{r-1} = 1$ (Abb. 29) zu entnehmen. Die Gleichungen für $\bar{\delta}_{mr}^+$ sind dieselben wie für $\bar{\delta}_{m(r-1)}^+$, nur sind in diesem Fall die Ordinaten M und η^+ der Zustandslinie für $M_r = 1$ (Abb. 29a) zu entnehmen.

Damit sind wir nun in der Lage, die Einflußlinien X_{r-1} und X_r der Stützenmomente des Rahmens mit veränderlichem Trägheitsmoment und elastisch senkbaren Stützen mittels der Gl. (22) zu berechnen.

Hierzu benötigen wir die Auflagerdrehwinkel ψ des statisch bestimmten Balkens, die bei veränderlichem Trägheitsmoment fertigen Zahlentafeln entnommen werden können, und die Zustandslinien der statisch unbestimmten Größen, die sich mittels der Abklingungszahlen aus dem homogenen Gleichungssystem ergaben.

Aus den Einflußlinien der Stützmomente ergeben sich die der Feldmomente, der Querkräfte und der Stützendrücke wiederum nach der Theorie des durchlaufenden Trägers auf starren Stützen. Die Einflußlinien der Stützenkopfmomente ergeben sich als Differenz der Stützenmomente links und rechts jeder Säule $(X_r - X_{r-1})$. Hieraus ergeben sich die Stützenfußmomente durch Multiplikation mit $\frac{i_s}{h_s - i_s}$.

3. Die Lösung für Eigengewichtslasten bzw. feldweis konstante Last.

Die Auflagerdrehwinkel des statisch bestimmt gelagerten Balkens $l_{n,n+1}$ infolge einer beliebigen oder gleichbleibenden Belastung bezeichnen wir mit $\varphi_{n,n+1}$ und $\varphi_{n+1,n}$. Bei veränderlichem Trägheitsmoment können diese Winkel für eine gleichbleibende Feldbelastung p ebenfalls den erwähnten Zahlentafeln des Taschenbuches Schleicher entnommen werden.

Die Stützenmomente X_{r-1} und X_r bei gleichbleibender Belastung des Feldes $l_{n,n+1}$ erhalten wir aus der Gl. (22) durch Integration, wobei die Auflagerdrehwinkel ψ infolge der Last $P = 1$ in die Winkel φ bei beliebiger Belastung übergehen. Damit erhalten wir:

$$(25) \quad \left\{ \begin{aligned} X_{r-1} &= -\frac{1}{\bar{\delta}_{(r-1)(r-1)}^+} \left[\frac{pl}{2} (\eta_n^+ + \eta_{n+1}^+) + \frac{6EJ_c}{1} (M_n \varphi_{n,n+1} + M_{n+1} \varphi_{n+1,n}) \right] \\ X_r &= -\frac{1}{\bar{\delta}_{rr}^+} \left[\frac{pl}{2} (\eta_n^+ + \eta_{n+1}^+) + \frac{6EJ_c}{1} (M_n \varphi_{n,n+1} + M_{n+1} \varphi_{n+1,n}) \right]. \end{aligned} \right.$$

Bei der Gleichung für X_{r-1} sind die Ordinaten M und η^+ der Zustandslinie $M_{r-1} = 1$ (Abb. 29), bei der Gleichung für X_r dagegen der Zustandslinie für $M_r = 1$ (Abb. 29a) zu entnehmen.

Bei konstantem Trägheitsmoment ist $\varphi_{n,n+1} = \varphi_{n+1,n} = \frac{pl^3}{24EJ_c}$

und es vereinfachen sich die Gl. (25) zu

$$(25a) \quad \begin{cases} X_{r-1} = -\frac{1}{\delta_{(r-1)}^+} \frac{Pl}{(r-1)} \left[(\eta_n^+ + \eta_{n+1}^+) + \frac{1}{2} (M_n + M_{n+1}) \right] \\ X_r = -\frac{1}{\delta_{rr}^+} \frac{Pl}{2} \left[(\eta_n^+ + \eta_{n+1}^+) + \frac{1}{2} (M_n + M_{n+1}) \right] \end{cases}$$

Werden zugleich mehrere Felder belastet, dann ist vor die eckige Klammer der Gl. (25) und (25a) das Summenzeichen zu setzen und die Summe ist über alle belasteten Felder zu erstrecken.

Die Stützenmomente infolge einer sich auf alle Felder erstreckenden gleichmäßigen Eigengewichtsbelastung erhalten wir aus der Gl. (25), indem wir die Summe auf alle Felder erstrecken. Da wir gleiche Felder vorausgesetzt haben, ist des weiteren $\varphi_{n,n+1} = \varphi_{n+1,n} = \varphi$

$$(26) \quad \begin{cases} X_{r-1} = -\frac{1}{\delta_{(r-1)}^+} \frac{Pl}{(r-1)} \left[g \frac{1}{2} \Sigma \eta^+ + \frac{6EJ_c}{1} \varphi \Sigma M \right] \\ X_r = -\frac{1}{\delta_{rr}^+} \frac{Pl}{2} \left[g \frac{1}{2} \Sigma \eta^+ + \frac{6EJ_c}{1} \varphi \Sigma M \right] \end{cases}$$

Ebenso wie zu jeder Stütze n zwei Stützenmomente M_{n-1} und M_n gehören, sind auch an jeder Stütze die beiden jedoch gleichgroßen Stützensenkungen $\eta_{n-1}^+ = \eta_n^+$ vorhanden.

Bei konstantem Trägheitsmoment ist $\varphi = g \frac{l^3}{24}$ und damit vereinfacht sich die Gl. (26):

$$(26a) \quad \begin{cases} X_{r-1} = -\frac{1}{\delta_{(r-1)}^+} g \frac{1}{2} \left[\Sigma \eta + \frac{1}{2} \Sigma M \right] \\ X_r = -\frac{1}{\delta_{rr}^+} g \frac{1}{2} \left[\Sigma \eta + \frac{1}{2} \Sigma M \right] \end{cases}$$

Damit haben wir in den Gl. (25) und (26) geschlossene Gleichungen der Stützenmomente des Rahmens auf elastisch senkbaren Stützen bei veränderlichem Trägheitsmoment entwickelt, mittels derer wir bei Belastung einer beliebigen Anzahl von Öffnungen die Stützenmomente sofort angeben können. Zur Auswertung dieser Gleichungen benötigen wir nur die sich aus den Abklingungszahlen ergebenden Zustandslinien der statisch unbestimmten Größen, die sich aus dem homogenen System der Elastizitätsgleichungen er-

geben. Die Gleichungen gelten in gleicher Weise auch für die Rahmen auf starren Stützen. Hierbei vereinfachen sich die Gleichungen durch Wegfall der η^+ enthaltenden Glieder.

Dieses auf den Zustandslinien aufbauende Rechenverfahren gestattet es bei beliebigen Tragwerken, so z. B. bei den Stockwerksrahmen mit und ohne seitliche Festhaltung der Riegel, auch bei veränderlichem Trägheitsmoment geschlossene Gleichungen der statisch unbestimmten Stützenmomente zu entwickeln. Dies wird in einer gesonderten Veröffentlichung erfolgen.

4. Schlußwort

Bei den in Form von durchlaufenden Rahmen auf den Bogenbrücken aufgeständerten Fahrbahnkonstruktionen ist die Berechnung des Einflusses der elastischen Stützensenkungen noch verwickelter, weil bei Belastung einer Säule nicht nur die betreffende Stütze selbst, sondern zugleich auch alle übrigen sich elastisch heben oder senken. Damit wird die strenge Berechnung sehr umfangreich, weil damit an Stelle der Matrix der Gl. (18c) eine vollbesetzte tritt. Auch müssen bei einer strengen Lösung nicht nur die elastischen Senkungen der Rahmenstützen, sondern auch die elastische Nachgiebigkeit der Säulenfüße in waagrechter Richtung und deren elastische Verdrehung berücksichtigt werden.

Auf rein mathematischem Wege kommt man am raschesten mittels der stufenweisen Annäherung (Iteration) zum Ziele. Dieses Rechenverfahren soll in der oben schon erwähnten, abgetrennten Arbeit gezeigt werden.

Mittels des Modellverfahrens von Schaechterle³ lassen sich die Einflußlinien der statisch unbestimmten Schnittkräfte dieser komplizierten Tragwerke verhältnismäßig einfach ermitteln. Trotzdem liegt ein großes Interesse an einer mathematischen Lösung des Problems vor, weil damit auch die plastischen Einwirkungen des Kriechens und Schwindens erfaßt werden können, die durch Modellversuche nicht zu ermitteln sind, weil es sich um mit der Zeit verlaufende Vorgänge handelt. Auf Grundlage der mathematischen Lösung der elastischen Vorgänge lassen sich aber auch die zu Differentialgleichungen führenden plastischen Vorgänge ohne Schwierigkeiten erfassen.

³ Siehe Schaechterle: Wirklichkeitsgetreue Erfassung des Kräftefelds in räumlichen Tragwerken. Vortrag auf der Hauptversammlung des Deutschen Beton-Vereins in Wien 1939. Bautechn. 17 (1939), S. 521.

KURZE TECHNISCHE BERICHTE.

Vollständige Regulierung des Grand River-Abflusses in USA. durch das Pensacola-Wasserkraft-Projekt.

Durch den Bau der Pensacola-Staumauer im Staate Oklahoma der USA. wird der Grand River mit einem Zuflußgebiet von 27 000 km²

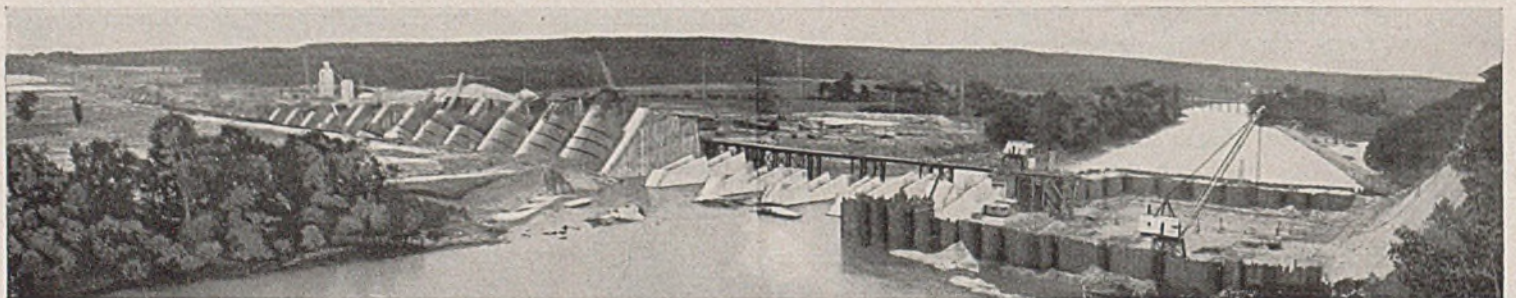


Abb. 1.

unter die vollständige Kontrolle des Ingenieurs gestellt; die bis zu 6000 m³/s betragenden Hochwasser des Grand River werden künftig in einer rd. 2 Mia m³ fassenden Talsperre aufgefangen werden und es ist beabsichtigt, den Grand River-Abfluß mit 85 m³/s gleichmäßig über das Jahr zu verteilen. Die an der Staumauer ausnutzbare Fallhöhe von 35 m ermöglicht eine jährliche Stromerzeugung von 200 Mio kWh.

lichte Gewölbspannweite von nur 18 m ergibt. Gewölberinge und Pfeilerlamellen werden in Schichthöhen von 4,5 m hochgeführt, wobei die Arbeitsfugen für die Gewölbe senkrecht zu den Erzeugenden und für die Pfeiler mit 1:4 zur Oberwasserseite geneigt verlaufen (Abb. 2). Es scheint, daß man in Amerika von den gekrümmten Arbeitsfugen, parallel zu den Hauptspannungslinien der Pfeilerscheiben, allmählich wieder ab-

kommt. Um die genannten Arbeitsfugen-Neigungen einhalten zu können, konnte der Beton nur noch schwach plastisch verarbeitet werden; der Wasserzementfaktor betrug 0,62 für die Fundamente und Anschlußgewichtsmauern, 0,576 für die Pfeiler und 0,56 für die Gewölbe.

Sämtliche Schalungs- und Beton-Einbringungsarbeiten an den bis zu 45 m hohen Gewölben und Pfeilern werden durch fahrbare Drehkrane

wurden im Brunnen Gründungsverfahren erstellt. Der Brunnendurchmesser konnte trotz der großen Tiefen klein gehalten werden, weil der Aushub vollständig maschinell erfolgte. Ein kräftiger Stahlbetonbalken verbindet die Säulenköpfe miteinander und verteilt die Lasten gleichmäßig. Die Auflagerung der Rahmen auf diesem Balken ist sorgfältig als Gelenk ausgebildet, damit keine Momente auf die Säulen übertragen werden. Jedoch müssen die Säulenköpfe horizontale Bewegungen bei Verschiebungen der Gelenke besonders bei Temperaturänderungen mitmachen können.

Das im Unterbeton der Straße eingebaute Zugband wurde so bemessen, daß es den ganzen Horizontalschub aufnehmen kann ohne Berücksichtigung einer Verminderung durch aktiven oder passiven Erddruck der Hinterfüllung oder Verbiegungswiderstand der Gründungssäulen. Es wurden Vorkerhungen getroffen, um den Unterbeton der Straße bei stärkeren Setzungen durch Unterpressungen heben zu können.

Das Gesamtgewicht der im Überbau und im Zugband eingebauten Bewehrung betrug 374 t bei einem Gesamtbetoninhalt von 2000 m³, d. i. 187 kg je m³ Beton. Der Einbau der sehr dicht und in großen Längen verlegten Bewehrung war recht schwierig.

An diesem Bauwerk wurden eingehende Messungen vorgenommen. Man wollte dadurch die wirklich auftretenden Spannungen feststellen, um bei diesem etwas ungewöhnlichen Bauwerk sicher zu gehen. Dabei hat man die errechneten Werte den gemessenen gegenübergestellt. Aus den Ergebnissen soll das Wichtigste mitgeteilt werden.

Gemessen wurden Durchbiegungen im Scheitel, waagrechte Bewegungen der Gelenkpunkte, Temperaturen des Betons an verschiedenen Stellen, verglichen mit der Lufttemperatur, und hauptsächlich Dehnungen bzw. Spannungen der Hauptbewehrung. Die Spannungsmessungen wurden am mittleren der 13 Rahmen und am östlichen Randrahmen vorgenommen. Gemessen wurde an 28 Meßstellen, die sich im Riegel auf der Mitte, den Viertelpunkten und an der Rahmenecke befanden, ferner im Stiel und im Zugband. Mit besonders für diesen Zweck umgebauten Dehnungsmessern stellte man an 50 cm langen Meßstrecken die Dehnungen des vom Beton freigelegten Stahles fest. Die Stahlspannungen unter dem Eigengewicht der Brücke stellte man fest durch Einmessen der durch die Entfernung des Lehrgerüsts entstandenen Dehnungen des Stahles. Damit sind aber noch nicht die gesamten Spannungen aus Eigengewicht, Temperatur, Schwinden, Erddruck und Biege widerstand der Gründung bekannt. Um diese festzustellen, entfernte man unter mehrfachem gleichzeitigen Messen den ganzen einen Stab auf eine Meßlänge umgebenden Beton und schnitt das Meßstück mittels eines Verfahrens, das keine Änderungen der Temperatur des Stabes zur Folge hat, heraus. So kann daraufhin die Länge des spannungslosen Stabes zwischen den Meßpunkten bestimmt werden. Der Stab wird nachher wieder eingeschweißt und kann, allerdings nur zum geringen Teil, wieder an der Kraftaufnahme teilnehmen.

Die Temperaturmessungen ergaben für den Beton Schwankungen zwischen +25,5° und -9° C bei entsprechenden Außentemperaturen zwischen +35,5° und -26° C. Dabei zeigte es sich, daß die Betontemperaturen wegen der geringen Stärke der Konstruktionsteile nur mit einer geringen zeitlichen Verschiebung den Änderungen der Außentemperatur folgten. Für das Zugband ergaben sich größte Unterschiede gegenüber dem Überbau von nur 3°. Bei Abfallen der Lufttemperaturen unter den Gefrierpunkt nahm die Betonwärme bei weitem nicht so stark ab wie es bei Temperaturabfall über 0° der Fall war. Der Grund ist wohl in der wärmeaufspeichernden Wirkung der Hinterfüllung zu suchen. Als die Außentemperatur auf -25° C fiel, zwei Tage auf diesem Stand blieb und dann weitere sieben Tage auf i/M -23,5° C blieb, ging die Betonwärme im Riegel nur bis auf -9° C zurück, verblieb aber dann längere Zeit ungefähr auf dieser Höhe, bis die Außentemperatur wieder über 0° C anstieg.

Die Messung der horizontalen Bewegungen der Gelenke unter dem Einfluß der Temperatur ergab, daß diese zeitlich genau dem Temperaturverlauf im Beton folgten und auch die der Bauwerkslänge und den Temperaturunterschieden entsprechenden Größen aufwiesen. Daraus ergibt sich, daß das Bauwerk fast keine Spannungen aus Wärme und Schwinden erhält. Das zeigten auch die Spannungsmessungen an, denn die am herausgeschnittenen Rundeseisen ermittelten Spannungen waren ebenso groß wie die bei normaler Dehnungsmessung unter dem bloßen Einfluß des Eigengewichts festgestellten Werte. Daraus ergibt sich, daß

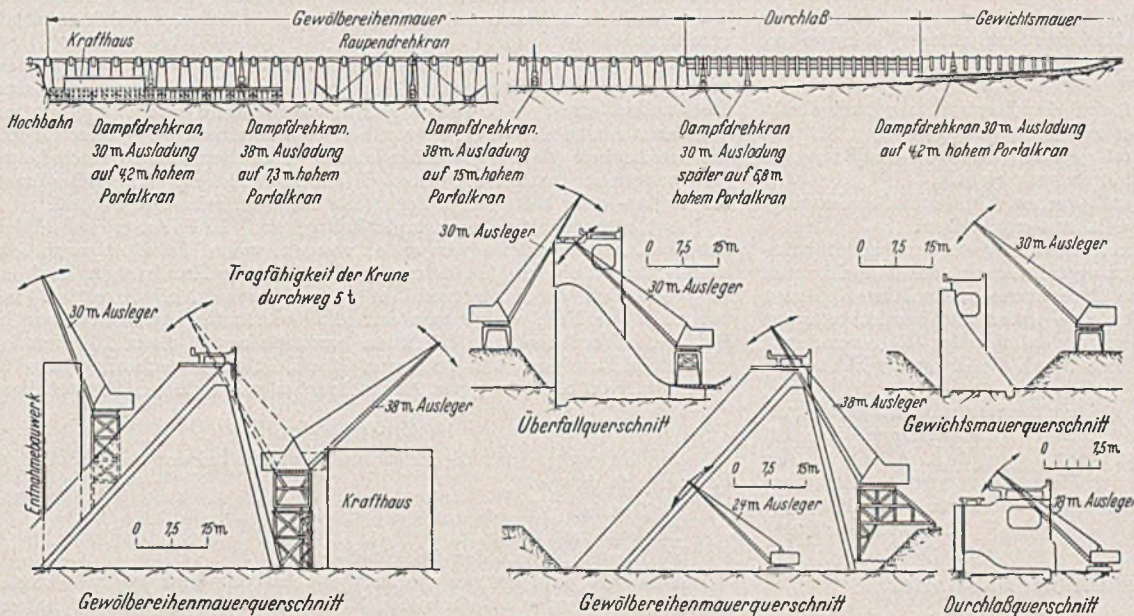


Abb. 2.

mit bis zu 38 m langen Auslegern durchgeführt; die näheren Einzelheiten sind aus den Strichskizzen der Abb. 2 ersichtlich. Für die Trockenhaltung der Baugrube sind die in Amerika sehr gebräuchlichen Zellenfangdämme verwendet; die Umschließung umfaßt jeweils die halbe Talbreite (Abb. 2). [Nach Civ. Engng. 9 (1939) S. 529].

Tölke, Charlottenburg.

Messungen an einer Stahlbeton-Rahmenbrücke.

Die neue North Avenue-Brücke in Chicago dient der Kreuzung zweier wichtiger Straßen. Der unten liegende Straßenzug konnte wegen des hohen Grundwasserstandes nicht im Einschnitt verlegt werden, während für die darüber führende Ausfallstraße die Längen und Neigungen der Rampen begrenzt waren. Daraus ergab sich eine sehr niedrige Bauhöhe, die nur ein Rahmenbauwerk zuließ.

Der Untergrund besteht an der Baustelle aus Feinsandschichten verschiedener Stärke, unterbrochen von Schichten eines blaubraunen Tones. Der Ton war den Bohrungen zufolge sehr feucht und plastisch und zur Aufnahme ernsthafter Lasten ungeeignet. Versuche ergaben, daß besonders die Gründung der geplanten Rahmenbrücke auf diesen Tonschichten unzulässig war. In fast 30 m Tiefe steht darunter ein dolomitischer Kalkstein an. Nach eingehenden Überlegungen, wobei man anfangs auch eine Pfahlgründung erwog, kam man zum Entschluß, die Lasten mittels zylindrischer Stahlbetonsäulen bis auf den Kalkstein zu leiten. Zum Schutz der Gründungssäulen vor der Beanspruchung durch den vollen Horizontalschub wird der Unterbeton der Straße mit besonderer Bewehrung als Zugband ausgebildet.

Der Kreuzungswinkel der Brücke mit der unten liegenden Straße beträgt 55°. Die lichte Weite zwischen den Rahmenstielen (schief gemessen) beträgt 30,80 m, die Entfernung der Gelenke 32,0 m. Die Brücke ist rd. 32,50 m breit (senkrecht zur Fahrriichtung gemessen). Der Überbau wurde nicht als Platte ausgeführt, sondern in aufgelöster Bauweise, wobei als wichtigster Grund angegeben wird, daß man den Spannungsverlauf in einem schiefen Rahmengebilde, das aus Einzelrahmen besteht, besser verfolgen kann als bei einem nicht aufgelösten Gebilde. In den Rahmenecken ist eine untere Druckplatte vorgesehen, wodurch sich dort ein Kastenquerschnitt ergibt. Dadurch und besonders auch durch die Verringerung der Höhe nimmt das Trägheitsmoment zur Riegelmitte hin stark ab.

Die Brücke wurde für eine Verkehrslast von zwei hintereinander-fahrenden 24 t-Wagen, umgeben von Menschengedränge von 480 kg/m², bemessen. Der Stoßzuschlag wurde mit 22% angenommen. Als größter Temperaturunterschied zwischen dem Rahmen und dem Zugband wurde 14° in die Berechnung eingesetzt. Das Schwinden wurde durch 20° Temperaturrückgang berücksichtigt. Der günstige Einfluß des Erddruckes der Hinterfüllung auf die Spannungen im Überbau wurde nicht in Rechnung gestellt.

Die Stahlbetonsäulen der Gründung haben rd. 1 m Durchmesser und sind spiralbewehrt. Sie wurden nur für die Aufnahme senkrechter Drücke und nicht auf Biegung bemessen. Ihre Biegefestigkeit ist daher nur die sich aus dem derart bewehrten Querschnitt ergebende. Sie

der Biege- und Torsionswiderstand der Säulen und der aktive, aber sogar auch (bei Temperaturzunahme) der passive Erddruck der Hinterfüllung nahezu keinen Einfluß auf das statische Verhalten des Überbaues ausgeübt haben müssen.

Als Nutzlast wurde eine Streifenlast in der Längsrichtung auf dem mittleren Träger von insgesamt 79 t aufgebracht, die der Belastung durch den Lastzug entspricht. Dabei war die Brücke sonst unbelastet. Bei einem zweiten Versuch wurde bei sonst unbelasteter Brücke quer zu den Rahmen über deren Scheiteln verlaufend eine Streifenlast von insgesamt 160 t aufgebracht. Bei der Spannungsmessung unter diesen Nutzlasten stellte man fest:

1. Die Annahme beim Entwurf, daß das Bauwerk als Zweigelenrahmen mit Zugband wirkt, weil es auf genügend biegsamen Stützen gegründet ist, die keinen Widerstand gegen Dehnungen des Bauwerks unter Temperatur und Schwinden bieten, war richtig.

2. Die gemessenen Spannungen entsprechen mit ziemlicher Genauigkeit den nach den üblichen Rechenverfahren ermittelten.

3. Unter der Streifenlast auf dem Mittelträger wurde, obschon keine Querträger vorhanden sind, eine Lastverteilung auf die benachbarten Rahmen festgestellt. Das gemessene Mittenmoment im Riegel beträgt nur 71% des nach der Rechnung sich ergebenden und das Eckmoment sogar nur 50%. Die Querverteilung konnte dabei in der Mitte nur durch die Fahrbahnplatte, an der Ecke jedoch durch die Rahmenwirkung des Kastenquerschnitts, erfolgen.

4. Sowohl unter Eigengewicht als auch unter den aufgetragenen Nutzlasten zeigte sich, daß die schiefe Form der Brücke keinerlei Einfluß auf die Spannungen in den mittleren Rahmen ausübte. Aber auch der Einfluß auf die Randträger ist nach den Messungen so gering, daß diese wie bei einer geraden Brücke bemessen werden können. [Nach Proc. Amer. Soc. civ. Eng. (1941) S. 781.] Dr. Orth, Berlin.

Anstriche auf mineralische Baustoffe.

Im Anstrichwesen sind im Laufe der letzten Jahre viele Wandlungen eingetreten. Manche sind durch die z. T. kriegsbedingten Bauweisen verursacht, andere durch die Einschränkungen hinsichtlich der Anstrichstoffe. Insbesondere haben die Anordnungen der Reichsstelle für industrielle Fettversorgung und deren Neufassung vom 31. Januar 1941 Änderungen von weittragender Bedeutung zur Folge. Die Verwendung ölhaltiger Anstrichstoffe ist weiterhin eingeschränkt. Auch mit manchen anderen, aus organischen Rohstoffen hergestellten Anstrichstoffen müssen wir sparsam sein, selbst wenn es sich um die aus deutschen Rohstoffen gewonnenen Erzeugnisse der Industrie handelt. Das Augenmerk richtet sich jetzt beim Anstrich von Putz, Beton und Stein besonders auf Anstrichstoffe auf mineralischer Grundlage wie Kalk, Wasserglas und Zement. Die durch deren Verwendung eingesparten Anstrichstoffe auf organischer Grundlage stehen uns dann für Holz und Eisen in reichlicherem Maße zur Verfügung.

Neuerdings unterliegt auch die Verwendung von Wasserglas für Innenanstriche gewissen Einschränkungen. Beim Innenanstrich, soweit es sich um Verschönerungsarbeiten handelt, die später nachgeholt werden können, wird empfohlen, diese bis nach dem Kriege zu verschieben, um Werkstoffe und Arbeitskräfte zu sparen. Bei richtiger Anwendung der uns zur Verfügung stehenden Mal- und Anstrichstoffe lassen sich aber trotz der gegebenen Verhältnisse sehr gute Leistungen erzielen. Dabei ist besonders auf die Unterschiede zwischen Innen- und Außenanstrichen zu achten.

Innenanstriche haben im allgemeinen nur den Zweck der Verschönerung. Außenanstriche sollen daneben auch noch dem Bautenschutz dienen. Die Beanspruchung von Innenanstrichen beschränkt sich vielfach auf die Wischfestigkeit, erstreckt sich aber je nach der Verwendung der Räume auf Wasserfestigkeit und Waschfestigkeit. Außenanstriche müssen stets wetterbeständig sein. Außenanstrichtechniken können auch in Innenräumen zur Anwendung kommen und sind besonders dann notwendig, wenn die Ansprüche in bezug auf Waschfestigkeit sehr groß sind oder bei anderen entsprechenden Beanspruchungen, wie sie in Fabriken, Werkstätten, vorliegen, in denen Feuchtigkeit, Salznebel und ähnliche Einflüsse vorhanden sind (Färbereien, Wäschereien, Lebensmittelbetriebe usw.).

Voraussetzungen für die Herstellung dauerhafter Anstriche.

Für die Haltbarkeit aller Anstriche spielen verschiedene Umstände eine Rolle.

I. Beschaffenheit des Untergrundes.

II. Eignung der verwendeten Anstrichstoffe.

III. Art der Ausführung der Anstriche.

IV. Äußere Einwirkungen auf die fertigen Anstriche.

Schon bei der Auswahl der Anstrichstoffe ist auf die Art und Beschaffenheit des Untergrundes, auf den Zweck des Anstrichs, ob Schutz oder Verschönerung, auf die Art und Lage des Bauwerks und die dadurch bedingte Beanspruchung des Anstrichs sorgfältig zu achten. Andererseits ist auch schon bei der Wahl des Putzes darauf Rücksicht zu nehmen, ob später ein Anstrich erfolgen soll. Wichtig ist auch die

Unterscheidung von Neu- und Altbauten.

Bei Neubauten sind die alkalische Wirkung von Zement und Kalk und der hohe Feuchtigkeitsgehalt der Wände zu beachten. Anderer-

seits sind die Wandflächen rein und, abgesehen von Staub, frei von Schmutz.

Bei Altbauten ist zu unterscheiden zwischen ungestrichenen und bereits gestrichenen Wänden. Bei ungestrichenen Wänden kann die Oberfläche durch starke Verschmutzung als Anstrichgrund unbrauchbar sein. Bei manchen Putzen bilden sich auch harte Schalen, die nicht mehr fest auf dem Putz haften. Gründliche Reinigung oder Entfernung der Oberschicht kann dann notwendig sein. Dafür kommt u. U. das Sandstrahlgebläse in Frage.

Bei gestrichenen Wänden ist der alte Anstrich nur dann als Untergrund brauchbar, wenn er noch fest haftet. Leimfarbenanstriche sind stets zu entfernen, d. h. abzuwaschen, da nur dann ein sicheres Haften des neuen Anstriches gewährleistet ist. Ölfarbenanstriche dürfen nur mit ölfreien Lacken oder ölfreien Emulsionen gestrichen werden, auch Leimfarbenanstriche haften auf alten Ölfarbenanstrichen. Dagegen dürfen wasserglas- oder kalkhaltige Anstriche nicht aufgebracht werden.

Auf zementhaltige, wasserglashaltige und Kalk-Anstriche dürfen dieselben Anstrichstoffe verwendet werden, wenn die alten noch fest haften; ferner eignen sich Leimfarben und ölfreie Emulsionen, doch ist zu prüfen, ob der Untergrund schon vollkommen alkalifrei ist. Ist das nicht der Fall, so kommen nur alkalibeständige Anstrichfarben in Betracht. Voraussetzung bei allen Anstrichen auf alten Flächen ist gründliche Reinigung von Schmutz, Staub, Pflanzenwucherung (Moos), Ruß usw., von alten lockeren Anstrichresten und lockeren Putzteilen.

I. Untergründe:

Als Untergrund für die Anstriche kommen bei der heute üblichen Bauweise in Frage:

1. Beton.

Zu beachten sind:

a) Beschaffenheit der Oberfläche.

Diese ist glatt bis rauh je nach der Art der Schalung mit Blech, mit gehobelten oder ungehobelten Brettern. Manche Anstriche halten schlecht auf sehr glattem Beton. Schwierigkeiten können bei Verwendung mancher Schalungsöle eintreten, die die Haftung der Anstriche auf dem Beton beeinträchtigen, u. U. auch Fleckenbildung verursachen.

b) Saugfähigkeit des Betons.

Starke Saugfähigkeit bedingt entsprechende Grundierung.

c) Alkalische Wirkung des frischen Betons.

Bei der Auswahl der Anstrichstoffe muß Rücksicht auf die alkalische Wirkung des Betons genommen werden; sie müssen alkalibeständig sein, wobei zu beachten ist, daß die Wirkung bei Beton stärker und länger anhaltend ist als bei Kalkputz.

2. Ziegelmauerwerk.

Unverputztes Ziegelmauerwerk kommt selten als Anstrichgrund vor. Zu beachten sind:

a) Beschaffenheit der Oberfläche,

b) Saugfähigkeit der Ziegel,

c) Lösliche Stoffe, die zu Ausblühungen führen können,

d) Art des Fugenmörtels (vgl. Putz).

3. Putz.

Zur Verwendung kommen folgende Arten von Mörtel bzw. Putz:

a) Reiner Zementmörtel,

b) Verlängerter Zementmörtel,

c) Traßzementmörtel,

d) Weißkalkmörtel,

e) Mörtel aus hydraulischem Kalk,

f) Gipsmörtel und gipshaltige Mörtel,

g) Sonderputze, z. B. schalldämpfende Putze.

Die Anstrichstoffe und Techniken müssen je nach der Art des Putzes gewählt werden.

Zu beachten sind:

a) Beschaffenheit der Oberfläche.

Für manche Techniken sind glatte, für andere raue Putze vorzuziehen.

b) Saugfähigkeit des Putzes.

Bei manchen Putzen ist es notwendig, durch Grundieren einen dichten, nicht mehr saugenden Untergrund zu schaffen; bei dichter glasier Oberfläche kann es nötig sein, diese anzuzüchten.

c) Alkalische Wirkung des Putzes.

Alle frischen Putze mit Ausnahme von reinem Gipsputz sind stark alkalisch und wirken dann zerstörend auf manche Anstrichstoffe. Soll frischer Putz gestrichen werden, so ist es notwendig, ihn zu neutralisieren (Isolieren). Ein viel verwendetes Verfahren ist das Fluatieren, d. h. die Behandlung mit Lösungen von Salzen der Kieselflußsäure (meist als Fluat bezeichnet).

d) Gipsputz muß je nach der zu wählenden Anstrichtechnik vorbehandelt werden.

e) Lösliche Salze im Putz. Diese können Ausblühungen verursachen, was durch geeignete Vorbehandlung verhütet oder doch vermindert werden kann.

4. Leichtbau- und Dämmstoffplatten, Eternit und dergleichen.

Für diese liegen die Verhältnisse teils ähnlich wie bei Putz, teils sind besondere Arbeitsweisen nötig, die von Fall zu Fall verschieden sind.

5. Natursteine.

Bei diesen handelt es sich vielfach um Steinschutz gegen Verwitterung.

II. Anstrichstoffe.

Da die mineralischen Untergründe weder durch Temperaturschwankungen noch durch Feuchtigkeitsaufnahme ihr Volumen ändern, sind auch Anstrichstoffe geeignet, die spröde, unelastische Anstriche bilden. In Frage kommen:

1. Mineralische Anstrichstoffe:

a) Zementschlämme.

Grauer Zement für einfache Arbeiten, bei denen die graue Farbe nicht stört.

Weißer Zement (z. B. Dyckerhoff-Weiß) für weiße und hellfarbige Anstriche.

b) Kalkmilch und Kalkschlämme.

Kalk kommt nur für weiße oder ganz hellfarbige Anstriche in Betracht.

c) Wasserglashaltige Anstrichstoffe.

a) auf den Baustellen hergestellte Mischungen aus Farbkörper und Wasserglasbindemittel,

b) Sondererzeugnisse der Industrie, bei denen die Farbstoffe gegebenenfalls silikatbildende Zusätze enthalten.

c) Streichfertige Wasserglasfarben.

Bei Verwendung der Anstrichfarben nach a) ist große Vorsicht bei Auswahl der Farbstoffe nötig, da nicht alle mit Wasserglas gute Anstriche liefern. In diesem Fall, wie auch bei b) ist das Mischungsverhältnis vom Farbkörper zum Bindemittel (und dessen Konzentration) genau zu beachten. Um davon unabhängig zu sein, verwendet man streichfertige Wasserglasfarben, deren Lagerfähigkeit aber beschränkt ist. Auf Gipsputz sind wasserglashaltige Anstrichstoffe nicht zu empfehlen. Gegebenenfalls muß der Gipsputz mit Barytlösung behandelt werden.

d) Spachtelmassen.

Auf Grundlage von weißem Zement (Dyckerhoff-Weiß) werden Spachtelmassen hergestellt, die hart, wischfest und waschfest sind und sich besonders zur Herstellung von Sockeln und Wandverkleidungen eignen. Sie sind u. a. als Ersatz für Kachelverkleidung gut brauchbar. Andere Hartspachtelmassen werden mit Wasserglas als Bindemittel oder in der Art der Magnesiaemente hergestellt.

2. Halbmineralische Anstrichstoffe.

a) Emulsionen in Verbindung mit weißem Zement,

b) Wasserglasemulsionen.

Diese (a und b) enthalten organische, harzartige oder Bitumenstoffe und sind darum gegenwärtig schwer oder gar nicht zu erhalten. Die im Handel befindlichen Wasserglasemulsionen sind zur Zeit noch umstritten.

c) Kalkkaseinfarben.

Diese enthalten neben Kalkhydrat Kasein; der Kaseinkalk ist wetterbeständig. Kasein steht z. Z. nur in beschränktem Umfang zur Verfügung.

d) Zement und Kalk werden vielfach unter Zusatz von Glutolin verarbeitet. Andere Zellstoffleime sind für diesen Zweck ungeeignet.

3. Organische Anstrichstoffe.

a) Pflanzenleim und Zelluloseleim.

Diese sind für Anstrich von Wandflächen von Innenräumen bei normalen Verhältnissen geeignet, scheiden aber aus, wenn die Wände ständig oder durch Schweißwasserbildung vorübergehend feucht sind. Pflanzenleimhaltige Anstriche schimmeln und werden dadurch dunkelflechtig. Zelluloseleime schimmeln nicht, bleiben aber wasserlöslich. Kaseinfarben werden weniger in der Anstrichtechnik als in der Maltechnik verwendet.

b) Emulsionen.

aa) Anstrich: Nur ölfreie Emulsionen dürfen verwendet werden und diese nur mit Einschränkungen.

bb) Spachtelmassen. Mit Emulsionen lassen sich Spachtelmassen für fugenlose Wandverkleidungen herstellen.

c) Bitumenmassen.

Man verwendet diese in Form von a) Lösungen, b) Emulsionen. Sie dienen vorwiegend zur Herstellung von Schutzschichten gegen das Eindringen von Wasser in die Wände.

4. Dichtungsmittel.

Um gestrichene oder ungestrichene Wandflächen gegen das Eindringen von Wasser (Schlagregen) abzudichten, benutzt man Emulsionen von Kunstharzen, Paraffin oder wachsartigen Stoffen, für manche Zwecke auch deren Lösungen in Benzin oder dergl. Schmelzanstriche aus solchen Stoffen haben sich nicht bewährt.

Als Steinschutzmittel wäre Leinöl am besten, ist aber z. Zt. dafür nicht frei.

III. Ausführung der Anstriche.

Der Maler ist dafür verantwortlich, daß die Ausführung fachlich richtig und bei Sondererzeugnissen der Industrie genau nach Vorschrift erfolgt. Sind mehrere Arbeitsgänge vorgeschrieben, so sollen die Anstrichstoffe für die aufeinanderfolgenden Schichten sich in der Farbe etwas unterscheiden, um die Kontrolle zu erleichtern und gegebenenfalls nachprüfen zu können, ob die vorgeschriebene Zahl von Anstrichschichten vorhanden ist. Ein einmaliger dicker Anstrich deckt so gut wie zwei oder mehrere dünne, ist aber weniger haltbar.

Auf alle Fälle ist zu vermeiden, daß die Maler Arbeiten mit Werkstoffen ausführen, mit deren Verarbeitung sie nicht genügend vertraut sind. Eine Gewährleistungspflicht im Rahmen der durch die heutige Werkstofflage gezogenen Grenzen ist in den Leistungsverträgen aufzunehmen.

IV. Äußere Einflüsse als Ursache von Anstrichschäden.

Auf diese ist schon bei Ausführung der Anstriche Rücksicht zu nehmen. Sind z. B. die Räume noch sehr feucht, dann scheiden Anstriche, deren Bildung auf dem Verdunsten von Wasser beruht, aus, während sich Anstriche auf Zementgrundlage dann besonders gut eignen. Anstrichschäden in fertigen Bauten sind oft auf Schweißwasserbildung zurückzuführen. Diese kann einerseits durch Isolierung der Wände, andererseits durch Heizung oder sorgfältige Lüftung vermieden werden. Ob es bei sehr starker Abkühlung nicht isolierter Außenwände normalerweise gelingt, die Schweißwasserbildung völlig zu vermeiden, ist fraglich.

Bei Außenanstrichen ist vor allem zu berücksichtigen, wie die klimatischen und die Witterungsverhältnisse sind. Dem Schlagregen ausgesetzte Wände erfordern besonders geeignete Anstriche. Wind wirkt besonders in Verbindung mit Regen sehr nachteilig. In Industriegebieten und in eng bebauten Städten wirken Rauchgase besonders in Verbindung mit Nebel zerstörend auf Anstriche. Auch Flugasche, Sand und Staub bewirken in Verbindung mit Wind oft recht erhebliche Anstrichschäden.

Besondere Fälle:

Tarnanstriche:

Zweck der Tarnanstriche ist, die Bauten auf entsprechende Entfernung unsichtbar bzw. unkenntlich zu machen. Im allgemeinen kommen deshalb für Außenanstriche dunkle Anstriche in Frage. Im Winter natürlich u. U. auch weiße.

Nach den Bestimmungen des Erlasses des Reichsministers der Luftfahrt und Oberbefehlshabers der Luftwaffe vom 20. I. 1941 über die Anstriche der Außenflächen von Gebäuden sind diese dunkel zu halten und der Umgebung anzupassen. Unter Umständen kann die Anpassung an die Umgebung auch helle Anstriche notwendig machen.

Leuchtanstriche.

Seitdem es gelungen ist, billige und leicht zu verarbeitende, nachleuchtende Farbstoffe herzustellen, werden Leuchtanstriche in zunehmendem Maße verwendet. In Luftschutzräumen dienen sie vor allem dazu, bei plötzlichem Versagen des elektrischen Lichts das Aufkommen einer Panikstimmung zu verhindern. Wichtig sind sie auch für Operationssäle. Diese neuen nachleuchtenden Farbstoffe können mit allen handwerksüblichen Bindemitteln verarbeitet werden.

Für besondere Zwecke verwendet man auch Leuchtanstriche, die mit kurzwelligem Licht angeleuchtet werden müssen.

Dipl.-Ing. Dr. Dr. K. Würth, Schlebusch (Rhld.).

VERSCHIEDENE MITTEILUNGEN.

Zuschrift

zu dem Aufsatz Zimmermann: „Zur Theorie und praktischen Berechnung der einfach ausgesteiften (binderlosen) Sparrendächer“. Bauing. 22 (1941) S. 420 u. 445.

Manchem Leser der oben bezeichneten Abhandlung dürfte es erwünscht sein, zum Vergleich die Berechnungsmethode (mit Gebrauchsformeln) kennenzulernen, die ich in einem kurzen Aufsatz: „Das Sparrendach“ im Zentralblatt der Bauverwaltung 58 (1938) S. 284 veröffentlicht habe. Dr.-Ing. W. Schnidtmann, Stuttgart.

Speer Nachfolger Dr.-Ing. Todt's in allen Ämtern.

Der Führer hat an Stelle des tödlich verunglückten Parteigenossen Dr.-Ing. Todt den Parteigenossen Albert Speer zum Leiter des

Hauptamtes für Technik der NSDAP. und zum Leiter des NS.-Bundes Deutscher Technik ernannt.

Des weiteren hat Reichsmarschall Göring in seiner Eigenschaft als Beauftragter für den Vierjahresplan Reichsminister Speer zum Generalbevollmächtigten für die Regelung der Bauwirtschaft ernannt.

Mit diesen beiden Ernennungen ist Reichsminister Speer Nachfolger Dr. Todt's in allen Ämtern.

Ingenieur-Fortbildung.

Soeben erschien das 2. der vom NS.-Bund Deutscher Technik herausgegebenen Hefte „Ingenieur-Fortbildung“ mit der Ankündigung der Vorträge, Lehrgänge usw. für die Monate Januar bis Juni 1942. Auf dieses umfangreiche Verzeichnis (180 Seiten) sei ausdrücklich hingewiesen.

Die Gauverwaltungen des NS.-Bundes Deutscher Technik geben in Abständen ergänzte Verzeichnisse heraus, die auf Anforderung bei diesen zu erhalten sind.

Mitteilungen des Deutschen Normenausschusses.

Noch nicht endgültig!

Mischbinder

DIN
Vornorm
4207
Entwurf 1

Vorbemerkung:

Aus dem Bedürfnis heraus, einen zu erwartenden Mehrbedarf an Bindemitteln zu decken, und aus der Notwendigkeit, an Feuerungsmitteln zu sparen, wurden auf Veranlassung des Generalbevollmächtigten für die Regelung der Bauwirtschaft bereits 1939 im Ausschuß für die Neubearbeitung der Zementnormen beim Reichsverkehrsministerium Beratungen eingeleitet, die zur Aufstellung von Richtlinien für die Normung von Mischbindern führten. Durch Streckung der Normzemente durch Zusatz von fremden Stoffen sollte ein Binde- stoff geschaffen werden, der nur für Bauten untergeordneter Bedeutung zu verwenden ist. Zur Erlangung von Unterlagen, ob die in den Richtlinien 1939 aufgestellten Forderungen berechtigt wären, wurden Untersuchungen durchgeführt, deren Ergebnisse im Sonderausschuß „Mischbinder“ des Ausschusses „Bindemittel für Mörtel und Beton“ besprochen wurden. Die Führung des Sonderausschusses „Mischbinder“ hat Herr Professor Graf, Vorsitzender des Ausschusses „Bindemittel für Mörtel und Beton“ ist Herr Ministerialrat i. R. Dr.-Ing. Ellerbeck.

Der nunmehr aufgestellte Normblattentwurf DIN Vornorm 4207 „Mischbinder“ ist das Ergebnis der Verhandlungen einer Sitzung des Sonderausschusses „Mischbinder“ am 14. Januar 1942.

Einsprüche und Ergänzungen erbittet in doppelter Ausfertigung der Deutsche Normenausschuß, Berlin NW 7, Dorotheenstr. 40, bis zum 20. März 1942. Die Einspruchsfrist muß so kurz bemessen werden, weil das Normblatt dringend herausgegeben werden soll.

1. Benennung.

Mischbinder sind hydraulische Bindemittel, die den nachfolgenden Bestimmungen entsprechen müssen.

Die Bezeichnung Mischbinder darf für andere Bindemittel auch nicht in Wortverbindungen unter Verwendung dieser Bezeichnung benutzt werden, es sei denn, daß diese durch amtlich anerkannte Normen festgelegt werden.

2. Begriffserklärung.

Mischbinder werden hergestellt durch fabrikmäßiges Vermahlen von Portlandzementklinkern und hydraulischen Stoffen unter Zugabe von Gips (bis zu 6%) und Weißkalk (bis zu 6% zur Verbesserung der Verarbeitbarkeit der Mischbinder). Der Anteil an Portlandzementklinker nach DIN 1164 muß mindestens 10% betragen; er soll in der Regel 30% nicht überschreiten.

Hydraulische Stoffe im Sinne dieser Bestimmungen sind solche, die allein oder nach Zugabe von Anregern (Portlandzement, Gips und Kalk) erhärten.

3. Verpackung.

Die Verpackung muß in deutlicher Schrift die Bezeichnung und Güteklasse „Mischbinder 150“, das Bruttogewicht¹ und die Firma, die Marke und die Bezeichnung des erzeugenden Werkes tragen.

Für Mischbinder 150 sind bei Verpackung in Papiersäcken solche mit violetttem Aufdruck zu verwenden, die an den beiden Längsseiten je einen 4 cm breiten Streifen tragen, der von den Buchstaben M in Abständen von 6 cm unterbrochen wird.

4. Genehmigung zur Herstellung und Überwachung.

Die Herstellung von Mischbindern bedarf der Genehmigung durch den Generalinspektor für Wasser und Energie, Abtl. Reichswasserstraßen. Die Werke, die Mischbinder herstellen, müssen sich einer dauernden

¹ Abweichungen vom Sollgewicht bis zu 2% können nicht beanstandet werden.

Überwachung unterwerfen. Sie geschieht unter sinngemäßer Anwendung der Bestimmungen von DIN 1164, Teil A § 7².

5. Eigenschaften, Prüfgeräte und Prüfverfahren.

Die Mischbinder müssen nachstehende Eigenschaften aufweisen. Für den Normensand und die Prüfgeräte gelten die zugehörigen Bestimmungen von DIN 1164, Teil B und für die Prüfverfahren die von DIN 1164, Teil C.

a) Mahlfeinheit.

Der Mischbinder muß so fein gemahlen sein, daß er auf dem Sieb 0,09 DIN 1171 (4900 Maschen auf 1 cm²) höchstens 20% Rückstand hinterläßt.

b) Raumbeständigkeit.

Der Mischbinder muß raumbeständig sein; er ist raumbeständig, wenn aus ihm hergestellte Kuchen den Kochversuch DIN 1164 § 23, Ziffer 2) und den Kaltwasserversuch (DIN 1164 § 23, Ziffer 2) bestehen.

c) Erstarren.

Das Erstarren darf bei der Prüfung mit dem Nadelgerät (vgl. DIN 1164 § 10) frühestens eine Stunde nach dem Anmachen des Mischbinderbreies beginnen und soll spätestens 12 Stunden nach dem Anmachen beendet sein.

Der Erstarrungsbeginn kann auch durch den Eindrückversuch (DIN 1164 § 24 Ziffer 1) bestimmt werden. In Zweifelsfällen ist der Versuch mit dem Nadelgerät maßgebend.

d) Festigkeiten.

Der Mischbinder muß in der Mörtelmischung 1,00 Gewichtsteil Mischbinder + 1,00 Gewichtsteil Normensand Körnung I (fein) + 2,00 Gewichtsteile Normensand II (grob) + 0,60 Gewichtsteile Wasser folgende Festigkeiten erreichen:

Mörtelfestigkeit	nach	
	7 Tagen Wasserlagerung	28 Tagen Wasserlagerung
Biegezugfestigkeit kg/cm ²	15	35
Druckfestigkeit kg/cm ²	75	150

² Als Prüfstellen gelten:

- Staatl. Materialprüfungsamt Berlin-Dahlem,
- Versuchs- und Materialprüfungsamt a. d. Techn. Hochschule Dresden,
- Bautechn. Laboratorium an der Techn. Hochschule München,
- Materialprüfungsamt der Bayer. Landesgewerbeanstalt Nürnberg,
- Materialprüfungsanstalt an der Techn. Hochschule Stuttgart,
- Materialprüfungsanstalt an der Techn. Hochschule Wien,
- Verein Deutscher Portland-Zement-Fabrikanten e. V., Laboratorium Berlin-Karlshorst,
- Verein Deutscher Eisenportlandzement-Werke e. V., Forschungsinstitut Düsseldorf, Eckstr.,
- Verein Deutscher Hochofenzementwerke e. V., Forschungsinstitut der Hüttenzement-Industrie, Düsseldorf, Roßstraße.

PATENTBERICHTE.

Bekanntgemachte Anmeldungen.

Bekanntgemacht im Patentblatt Nr. 46 vom 13. November 1941 und von demselben Tage an im Reichspatentamt auf drei Monate ausgelegt.

Kl. 37 b, Gr. 5/03. St 59 755. Erfinder, zugleich Anmelder: Dr.-Ing. Alfred Streck, Hannover. Erdanker mit mehreren Ankerklötzen. 3. VI. 40.

Kl. 37 e, Gr. 9/04. S 135 096. Erfinder: Ernst Traub, Falkensee-Finkenkrug. Anmelder: Siemens-Bauunion G. m. b. H., Berlin-Siemensstadt. Gleitschalung zur Herstellung von Bauwerken. 20. XII. 38. Protektorat Böhmen und Mähren.

Kl. 37 e, Gr. 10/01. Sch 112 665. Erfinder, zugleich Anmelder: Hugo Schmidt, Königsberg i. Pr. Zerlegbarer, aus Bodenplatte und Seitenwänden bestehender Schalungskasten zur Herstellung von Stahlbetonträgern. 21. IV. 37.

Kl. 37 e, Gr. 10/02. D 75 490. Douglas Harold Green, London; Vertr.: Dr. K. Griesing u. Dr.-Ing. P. K. Holzhäuser, Pat.-Anwälte, Berlin SW 68. Verlängerbarer Holzträger für Bauarbeiten. 11. VI. 37. Großbritannien 17. IX. 36.

Kl. 84 a, Gr. 3/10. K 157 454. Erfinder: Heinrich Blume u. Willibald Wilk, Magdeburg. Anmelder: Fried. Krupp Grusonwerk

A.-G., Magdeburg-Buckau. Klappenwehr. 25. II. 39. Protektorat Böhmen und Mähren.

Bekanntgemachte Anmeldungen.

Bekanntgemacht im Patentblatt Nr. 47 vom 20. November 1941 und von demselben Tage an auf drei Monate im Reichspatentamt ausgelegt.

Kl. 20 g, Gr. 1/02. B 192 037. Erfinder, zugleich Anmelder: Erwin Bischoff, Berlin-Charlottenburg. Transportable Drehscheibe für Feldbahnlokomotiven. 7. X. 40.

Kl. 37 b, Gr. 1/01. Sch 116 093. Erfinder, zugleich Anmelder: Wilhelm Schröder, Köln. Großformatiger Einhandmauerstein. 29. VI. 38.

Kl. 80 b, Gr. 5/03. E 54 137. Erfinder: Dr. Rudolf Hayden, Gmunden, O.-Donau. Anmelder: Eternit-Werke Ludwig Hatschek, Vöcklabruck, O.-Donau. Verfahren zum Verhüten von Ausblühungen auf kalkhaltige oder kalkabspaltende Bindemittel enthaltenden Kunststeinen. 4. XI. 40.

Kl. 84 c, Gr. 1. B 190 674. Erfinder, zugleich Anmelder: Dipl.-Ing. Harry Bernhardt, Potsdam. Bohrgerüst zum Herstellen von Hohlräumen im Erdreich. 5. X. 36.

INHALT: Vereinfachte Berechnung der Rahmenstütze. Von Dipl.-Ing. Frh. H. v. Haller, Rheinhausen, und Dipl.-Ing. R. Kranl, Rheinhausen. S. 65. — Der durchlaufende Träger und Rahmen auf elastisch senkbaren Stützen. Von Prof. Dr.-Ing. Franz Dischinger, Berlin. (Fortsetzung und Schluß.) S. 74. — Kurze technische Berichte. S. 78. — Vollständige Regulierung des Grand Riverabflusses in USA. durch das Pensacola-Wasserkraft-Projekt. — Messungen an einer Stahlbeton-Rahmenbrücke. — Anstriche auf mineralische Baustoffe. — Verschiedene Mitteilungen. S. 81. — Zeitschrift. — Speer Nachfolger Dr.-Ing. Todts in allen Ämtern. — Ingenieur-Fortbildung. — Normblattentwurf für Mischbinder. — Patentberichte. S. 82.