23. Jahrgang 20. April 1942 Heft 17/18

INGENIEURKULTUR.

Von Prof. Dr. R. Grün, Düsseldorf.

DK 624 + 72

Das Ingenieurbauwerk ist schön, es braucht weder Schmuck, noch Zutaten, noch Verblendung. Frauen schmücken sich, und es kann sein, daß wir diesen Schmuck lieben. Unsere Bauwerke brauchen keinen Schmuck, sie sprechen durch ihre Form, durch den Konstruktionsgedanken, den der Fachmann versteht, der Laie ahnt und empfindet.

Wir sehen begeistert die Schöpfungen eines Balthasar Neumann, die geschwungenen, überquellenden, goldglänzenden Formen des Barock, ahnen das Genie, das sie schuf, und begeistern uns an dem Überschwang, der hier zu Stein und Stuck geworden ist. Aber wir können nicht mehr in Barock bauen, wir leben in einer anderen Zeit, die diese Formen nicht mehr nachzuschaffen vermag. Wir kleiden uns auch nicht wie die Leute aus der Zeit Friedrich des Großen in rote und blaue Röcke mit breiten Schößen und goldener Stickerei. Unsere Zeit ist nüchtern geworden wie unsere Kleidung, unser Lebensstil ist streng und einfach. Die herrlichen Menuette eines Mozart hören wir gern und mit Begeiste-



Abb. 1. Brücke über den Strom mit burgähnlichen Aufbauten, um sie — in vollkommen mißverständlicher Weise — der Gegend, nämlich den Burgen anzupassen.

rung, wir tanzen sie aber nicht mehr; es würde uns schlecht anstehen, mit tiefen Bücklingen und tänzelnden Schritten um unsere Frauen herumzuscharwenzeln wie der Kavalier in Escarpins mit dem Zierdegen um seine Schönen im Reifrock und Krinoline.

Wir mögen es bedauern, daß diese Romantik einer vergangenen Zeit dahin ist, wir brauchen es aber nicht zu beklagen, an Stelle dieser Romantik ist anderes, Neues getreten: das Wissen um Naturgesetze, gewaltige Schöpfungen der Technik und unsere Bauwerke. Und ebensowenig, wie wir uns mit goldenen Fransen schmücken, brauchen diese Bauwerke Schnörkel und Zutaten.

Es ist merkwürdig, wie lange der Mensch braucht, "um sich umzustellen", wie lange abgetragene, verbrauchte Formen mitgeschleppt werden. Jahrzehnte nachdem sie ausgedient haben, bezeichnen wir sie noch als schön, wenn sie längst nicht mehr schön, sondern nur noch gewöhnt sind. Es ist ein gewaltiger Unterschied zwischen Schönheit und Gewohnheit, verwechseln wir die beiden nicht. Hüten wir uns, das Neue nur deshalb abzulehnen, weil wir es nicht gewohnt sind. Hüten wir uns weiter, das als schön zu bezeichnen, was uns nur noch gewohnt ist und längst aufgehört hat, schön zu sein. Schön kann für unser Denken nur das sein, was auch zweckmäßig ist. Unzweckmäßiges, schlecht konstruiertes, falsch gebautes Blendwerk ist für den heutigen Menschen immer häßlich, wenn es ihn auf den ersten Blick auch einmal zu täuschen vermag.

Es ist gar nicht lange her, daß wir das erkannten. Beispiele gibt es genug. Täglich stoßen wir auf sie. Noch um die Jahr-



Abb. 2. Schlößchen in der Nähe der Brücke (Abb. 3); die Brücke sollte diesem Schlößchen angepaßt werden. Man hielt damals diese Anpassung für besonders romantisch, kulturvoll und traditionsgebunden.

hundertwende baute man die Rheinbrücken als Burgen und fand sie schön. Kopfschüttelnd mußte der Bauingenieur es sich gefallen lassen, daß seine Eisenkonstruktionen mitleidig durch gewaltige Steinbauwerke verdeckt wurden. Zur Brücke (Abb. I) mußte sich die Burg zum Fluß selbst vom Berg herabbemühen, um das Werk des Stahlbauers zu verschönern. Romantisch steigen klotzige, mittelalterliche Türme aus der geduldigen, grünen Flut, Türme, dazu bestimmt, das Eisenbauwerk in die Gegend einzupassen, es anzugleichen den Ruinen, die rings von den Burgen aus einer vergangenen Zeit erzählen. Nicht Eingliederung in die Landschaft ist dies steingewordene Mißverständnis, sondern Kitsch.

In Stadtnähe steht ein herrliches Schlößchen, ein reizender Barockbau im verschlafenen Park (Abb. 2). Als die Strombrücke in der Nähe gebaut wurde, glaubten eifrige Architekten, dieses Bauwerk einer neuen Zeit der Landschaft und der Umgebung angleichen zu müssen, und schon wurden als Einfahrtstore zu der Stahlkonstruktion Barocktempelchen gebaut, natürlich hübsch modernisiert, um dem Zeitgeschmack Rechnung zu tragen (Abb. 3). Fortan rasten die Schnellbahnen durch barocke

115

Tore, ehe sie über die Brücke donnerten, und jahrzehntelang verdarben die aus bestem Sandstein gefügten Mißgeburten den Leuten den Geschmack. Erst vor wenig über einem Jahrzehnt haben verständige Söhne ohne viel Aufhebens den verrußten, verkehrshindernden Irrtum der Väter beseitigt, und heute schwingt sich der Stahlbogen kühn und selbstständig über den ewigen Fluß. Jetzt



Abb. 3. Die dem Schlößchen (Abb. 2) angepaßte Brücke mit Eingangshäuschen, die dem Schlößchen entsprachen und so eine Verbindung herstellen sollten.

Beispiel einer vollkommen mißverstandenen sog. Tradition.)



Abb. 4. Die Brücke von Abb. 3 nach Beseitigung der architektonischen Zutaten. Die Brücke wirkt jetzt sachlich, echt und verbrämt sich nicht mehr mit einem falschen Mäntelchen.



Abb. 5. Sachlich und doch schön wirkende Stahlbetonbrücke ohne überflüssige und "lügende" Zutaten.

kann er zeigen, daß er gerade ohne Barockbrückenhäuschen, die sich als Tradition ausgaben und Reaktion waren, schön ist (Abb. 4).

Unsere Ingenieure können froh sein, daß das ingenieurmäßige Denken sich durchgesetzt hat, daß sie es nicht mehr nötig haben, sich von würdigen Großvätern in wallenden Vollbärten Kulissen vor ihre Konstruktionen setzen zu lassen. Die Autobahnbrücke (Abb. 5), die Hängebrücke (Abb. 6) tragen weder Schmuck noch

Schnörkel, sie sind Stahl und Stein gewordene Baugedanken, freuen wir uns ihrer, wie sie schmucklos und doch schön von einer neuen Zeit erzählen. Sie sind Kultur in reinster, bester, selbständiger Form, Kultur, die der Bauingenieur schuf. Und zu dem Thema Ingenieurkultur noch eines zum Schluß:

Erinnern wir uns auch derer, die sie bauten. Welch Geschrei über ein neues Bändchen des unsterblichen Dichters Müller, über einen neuen Roman des heroischen Schriftstellers Meyer und über ein Bild des "Meisters der Farbe" Kunze. Wie schwärmen die Backfische bis zu 50 Jahren für den Mann mit der goldenen Stimme, den Tenor Verdinini, für den ersten Liebhaber Amorski und den



Abb. 6. Hängebrücke aus Stahl. Auch hier hat man auf Zutaten nach Art der Abb. 3 glücklicherweise verzichtet. Das technische Bauwerk spricht auch ohne diese für sich und ist schön.

Boxer Biceps. Sogar der Architekt Säulensteller und der berühmte Chirurg Appendix sind bekannte Erscheinungen in der Kulturwelt. Vom unbekannten Konstrukteur weiß keiner etwas. Der sitzt hinter seinem Reißbrett, rechnet und zeichnet und buhlt nicht um den Beifall der Menge. Das soll er auch nicht. Aber anerkannt soll er werden als Kulturschaffender, der er ist. Die deutschen Ingenieure wollen keinen Wettlauf mit Bühnensternen und Tagesgrößen. Eines aber wollen sie: sie wollen, daß nicht immer und immer wieder behauptet wird, alles, was Kultur heißt, wüchse im Künstleratelier, auf der Bühne oder im Dichterstübchen. Sie wollen dagegen, daß ihr Tun geachtet wird als das, was es ist, als Kultur allerersten Ranges. Die deutschen Ingenieure werden der Zukunft ihr Gesicht, den Straßen und Brücken ihre Formen und der Zeit ihr Gepräge geben. Und dies Gepräge ist Kultur. Die Kulturschaffenden der Zukunft sind die deutschen Techniker.

DAS VERFAHREN VON H. NEUKIRCH ZUR BERECHNUNG DER HÄNGEBRÜCKE BEI DURCHLAUFENDEM VERSTEIFUNGSBALKEN.¹

Von Dr.-Ing. K. A. Müller, Stettin.

DK 624.52:043

Übersicht: Anwendung des von H. Neukirch für die Berechnung von Hängebrücken unter Berücksichtigung der Systemverfornung entwickelten Verfahrens auf den Fall des durchlaufendden Versteifungsbalkens. Für die Berücksichtigung der Hängerlängung wird eine exaktere Form des von Neukirch gegebenen allgemeinen Ansatzes empfohlen. Mehrarbeit gegenüber freiaufliegenden Versteifungsbalken.

Das Verfahren von H. Neukirch zur Berechnung der Hängebrücke unter Berücksichtigung der Kabelverformung² beruht grundsätzlich auf der Bestimmung der durch eine bestimmte Belastung erzeugten Hängerkräfte P_k sowie des Horizontalzuges H. Die Aufgabe führt auf ein System drei- bzw. fünfgliedriger Gleichungen und verlangt wegen der großen Anzahl der unbekannten Kräfte P_k erheblichen Rechenaufwand. Eine beliebige Veränderlichkeit des Versteifungsbalken-Trägheitsmomentes sowie die Berücksichtigung der Hängerlängung verursacht jedoch keine Mehrarbeit, weshalb sich das Verfahren besonders bei hohen Ansprüchen an Genauigkeit lohnt. Neukirch gibt drei mögliche Rechnungsgänge an, von denen der zweite bereits genügende Genauigkeit auch bei hohen Anforderungen verbürgt. Auf diesen Rechnungsgang ist die nachstehende Erweiterung des Verfahrens auf den durchlaufenden Versteifungsbalken aufgebaut.



Abb. I. Bezeichnungen am unverformten und verformten Kabel.

Nach Abb. 1 errechnet sich das Biegungsmoment im Punkte k des Versteifungsbalkens zu

(1) $\mathfrak{M}_{k} = M_{ok}^{g} + M_{ok}^{p} - (H_{g} + H_{p}) (h_{k} + y_{k}) + XX_{k}^{I} + YY_{k}^{I}$. Darin bedeuten:

M^g_{ok}, M^p_{ok} die Biegungsmomente am freiaufliegenden einfachen Balken infolge Eigengewicht und Verkehr.

- X_k^{I} das Moment an der Stelle k des freiaufliegenden Balkens infolge des Stützenmomentes X = I.
- Y_k^{I} das Moment an der Stelle k des freiaufliegenden Balkens infolge des Stützenmomentes Y = I.

Da in der Regel die Montage in der Weise vorgenommen wird, daß der Versteifungsbalken unter der ständigen Belastung spannungsfrei bleibt, kann Gl. (1) mit $M_{ok}^g - H_g \cdot h_k = o$, $M_{ok}^p = M_k^o$ und mit $H_g + H_p = H$ geschrieben werden:

(1a) $\mathfrak{M}_k = M_k^{o} - H_p \cdot h_k - H \cdot y_k + XX_k^{I} + YY_k^{I}$. Der das Moment des einfachen Balkens entlastende Anteil infolge der Aufhängung am Kabel ist

[5]
$$\begin{cases} M_k = H_p \cdot h_k + H \cdot y_k \text{ oder mit } H \cdot y_k = \overline{M}_k \\ M_k = H_p \cdot h_k + \overline{M}_k \end{cases}$$

und bedeutet das Moment aus den Hängekräften P_k . Die unbekannten Werte \overline{M}_k ermittelt nun Neukirch aus dem punktweisen Vergleich der Winkelverdrehungen an der verformten Seillinie mit denen am Versteifungsbalken und erhält damit für jeden Punkt k

eine dreigliedrige Gleichung für \overline{M}_k , abhängig von H_p und im vorliegenden Falle auch von X und Y. Da die Beiwerte von \overline{M}_k ebenfalls von H abhängig sind, kann die Auflösung nur für feste Annahmen von H erfolgen.

Die Winkelverdrehungen bei der Verformung des Kabels errechnen sich als Differenzen benachbarter Neigungswinkel am Polygonzug der Biegungslinie des Kabels. Mit den Bezeichnungen der Abb. 1 und mit

E' = E-Modul des Kabels

- $F_k = Kabelfläche$
- ε = Temperaturausdehnungszahl
- t = Temperaturerhöhung in ° Celsius
- L = Stützweite des Kabels
- △L = Änderung der Kabelstützweite zwischen zwei Auflagerpunkten des Kabels

 $\triangle V =$ Änderung des gegenseitigen Höhenunterschiedes zwischen zwei Auflagerpunkten des Kabels

ist der Neigungswinkel der Biegelinie des Kabels zwischen k - 1 und k nach Neukirch:

$$\begin{bmatrix} \frac{\eta_{k} - \eta_{k-1}}{a_{k}} = \frac{\overline{M}_{k} - \overline{M}_{k-1}}{a_{k}} \frac{\cos^{2} \alpha_{k}}{H} + H_{p} \frac{\operatorname{tg} \alpha_{k}}{E' F_{k} \cos \alpha_{k}} - \left(\frac{\bigtriangleup L}{L} \operatorname{tg} \gamma - \frac{\bigtriangleup V}{L}\right) \cos^{2} \alpha_{k} + \varepsilon \cdot t \cdot \operatorname{tg} \alpha_{k}.$$

Die Winkelverdrehung am Versteifungsbalken im Punkte k ist gleich dem W-Gewicht aus der Belastungsfläche

 $\frac{\mathfrak{M}_k}{\mathrm{E} J_k}$ im Pk, wobei J_k das Trägheitsmoment des Versteifungsbalkens zwischen k — 1 und k dar-

stellt.

Bekanntlich ist

$$V_{k} = \mathfrak{M}_{k-r} \frac{a_{k}}{6 E J_{k}} + \frac{\mathfrak{M}_{k}}{3} \left(\frac{a_{k}}{E J_{k}} + \frac{a_{k+r}}{E J_{k+r}} \right) +$$

 $\frac{\mathfrak{M}_{k+r}}{6} \frac{a_{k+r}}{E J_{k+r}} \text{ oder in abgekürzter Schreibweise nach Neukirch:}$

(2) W = (k, k - 1)
$$\mathfrak{M}_{k-1}$$
 + (k, k) \mathfrak{M}_{k} + (k, k + 1) \mathfrak{M}_{k+1} .
Mit Gl. (1a) und [5] wird dann

$$\begin{split} & W_{k} = (k, k-1) M_{k-1}^{o} + (k, k) M_{k}^{o} + (k, k+1) M_{k+1}^{o} \\ & - \left[(k, k-1) \overline{M}_{k-1} + (k, k) \overline{M}_{k} + (k, k+1) \overline{M}_{k+1} \right] \\ & - \left[(k, k-1) h_{k-1} + (k, k) h_{k} + (k, k+1) h_{k+1} \right] \cdot H_{p} \\ & + \left[(k, k-1) X_{k-1}^{i} + (k, k) X_{k}^{i} + (k, k+1) X_{k+1}^{i} \right] \cdot X \\ & + \left[(k, k-1) Y_{k-1}^{i} + (k, k) Y_{k}^{i} + (k, k+1) Y_{k+1}^{i} \right] \cdot Y \\ & + W_{k}^{t+dt} \qquad (Vgl. [11']) \end{split}$$

oder

(22

$$\begin{cases} W_{k} = W_{k}^{0} \\ - \cdot \left[(k, k - 1) \overline{M}_{k-1} + (k, k) \overline{M}_{k} + (k, k+1) \overline{M}_{k+1} \right] \\ - \cdot W_{k}^{0} \cdot H_{p} \\ + W_{k}^{x} \cdot X \\ + W_{k}^{y} \cdot Y \\ + W_{k}^{t+1} \cdot . \end{cases}$$

Darin sind $W_{k'}^{o}$, W_{k}^{h} , $W_{k'}^{x}$, $W_{k'}^{y}$, $W_{k'}^{t+\Delta t}$ zahlenmäßig für jeden Punkt unabhängig von H_p, X und Y ausrechenbare Ausdrücke.

Den Gl. (2a) sind nunmehr die aus [19"] zu errechnenden Winkeländerungen am Kabel gleichzusetzen, für die sich unter Berücksichtigung der Verlängerung der Hänger um die Längen $\triangle s_k$ die Form ergibt:

$$[9] \begin{cases} W_{k} = \frac{\eta_{k} - \eta_{k-1}}{a_{k}} - \frac{\eta_{k+1} - \eta_{k}}{a_{k+1}} + \frac{\Delta s_{k} - \Delta s_{k-1}}{a_{k}} - \frac{\Delta s_{k+1} - \Delta s_{k}}{a_{k+1}} - \frac{\Delta s_{k+1} - \Delta s_{k}}{a_{k+1}} \end{cases}$$

Neukirch gibt die Hängerlängung, deren Einfluß an und für sich

¹ Die Arbeit hat ihren Ursprung in Untersuchungen, die im Büro der Arbeitsgemeinschaft Nord-Süd, Elbehochbrücke Hamburg, durchgeführt wurden. Es sind hierbei grundsätzliche Gedanken von Herrn Dr. Spiegel mit eingearbeitet.

Dr. Spiegel mit eingearbeitet. ² H. Neukirch: "Berechnung der Hängebrücke bei Berücksichtigung der Verformung des Kabels". Ing.-Archiv 7 (1936) S. 140. Der Hinweis auf Formeln dieser Arbeit erfolgt mit [].

DER BAUINGENIEUR 23 (1942) HEFT 17/18.

auf das Ergebnis gering ist, näherungsweise an zu $\Delta s_k = \frac{\Pi_p}{E_s F_s}$ $s_k (tg \alpha_k - tg \alpha_{k+1}) + \varepsilon \cdot s_k \cdot t$, worin E_s , F_s den E-Modul und die Querschnittsfläche des Hängers bezeichnet. Nun kann aber hierzu auch noch die durch die Winkeländerung bei der Verformung des Kabels erzeugte zusätzliche Vertikalkomponente aus H_g - bei großen Kräften H_g - einen nicht vernachlässigbar kleinen Anteil H_p

 $zu\,\frac{H_p}{E_sF_s}\,(tg\,\alpha_k-tg\,\alpha_{k\,+\,r})$ geben, so daß für $\bigtriangleup\,s_k$ genau anzuschreiben ist:

$$(3) \left\{ \begin{array}{l} \bigtriangleup s_{k} = \frac{H_{p}}{E_{s}F_{s}} (\operatorname{tg} \alpha_{k} - \operatorname{tg} \alpha_{k+1}) + \frac{H_{g}}{E_{s}F_{s}} \cdot s_{k} (\operatorname{tg} \alpha_{k}' - \operatorname{tg} \alpha_{k} - \operatorname{tg} \alpha_{k+1}' + \operatorname{tg} \alpha_{k+1}) + \varepsilon \cdot s_{k} \cdot t. \end{array} \right.$$

Die Winkeländerung $tg \alpha_k - tg \alpha_k - tg \alpha_{k+1} + tg \alpha_{k+1} = \Delta tg \alpha_k$ ist darin wieder als W-Gewicht im Punkte k zu deuten und läßt sich dementsprechend in Abhängigkeit von M, Hp, X und Y darstellen. Zu diesem Zwecke ist sie in der Form von Gl. (2a) in die Gl. (3) und mit dieser weiter in Gl. [9] einzusetzen. Dieses Verfahren führt jedoch dazu, daß man in der neu gewonnenen Gleichung M_k in fünf Gliedern mit M_{k-2} bis M_{k+2} crhält, so daß man es schließlich mit einem fünfgliedrigen Gleichungssystem Mk zu tun hat. Man ersieht daraus, daß die exakte Berücksichtigung der Hängerlängung beim Rechnungsgang 3 nach Neukirch keine Mehrarbeit verursachen würde, da man hier ohnehin ein fünfgliedriges Gleichungssystem zu lösen hat. Beim Rechnungsgang 2 jedoch ist der Aufwand, den die Lösung eines fünf- statt dreigliedrigen Systems verlangt, bei dem geringen Einfluß der Hängerlängung auf das Endergebnis selbst nicht gerechtfertigt. Deshalb wird hier, um bei gleichem Rechenaufwand den Beitrag $H_g \ {\bigtriangleup} \ tg \ \alpha_k$ überhaupt angenähert berücksichtigen zu können, folgende Annahme getroffen: Die Hänger in den Punkten k-I, k, k + I erhalten aus der zusätzlichen, durch die Kabelverformung erzeugten Vertikalkomponente von Hg gleich großen Kraftzuwachs. Geometrisch würde das besagen, daß die Biegelinie des Kabels im betrachteten Bereich eine Parabel beschreibt. Der Anteil der Kräfte H_g · ∆tg α_k zum W-Gewicht des Versteifungsträgers erscheint dann proportional zu den Differenzen benachbarter Hängerlängen.

Es ist dann

$$\Delta \mathbf{s}_{k} = \frac{\mathbf{H}_{p} \mathbf{s}_{k}}{\mathbf{E}_{s} \mathbf{F}_{s}} \left(tg \, \alpha_{k} - tg \, \alpha_{k+1} \right) + \frac{\mathbf{H}_{g}}{\mathbf{E}_{s} \mathbf{F}_{s}} \cdot \mathbf{s}_{k} \, \mathbf{w}_{k} + \varepsilon \cdot \mathbf{s}_{k} \cdot \mathbf{t}$$
und in Gl. [9] eingesetzt

$$\begin{split} W_{k} &= \frac{\eta_{k} - \eta_{k-1}}{a_{k}} - \frac{\eta_{k+1} - \eta_{k}}{a_{k+1}} \\ &+ \frac{H_{p}}{E_{s}F_{s}} \bigg\{ - \frac{s_{k-1}}{a_{k}} \left(tg \, \alpha_{k-1} - tg \, \alpha_{k} \right) \\ &+ s_{k} \left(tg \, \alpha_{k} - tg \, \alpha_{k+1} \right) \left(\frac{I}{a_{k}} + \frac{I}{a_{k+1}} \right) - \\ &- s_{k+1} \left(tg \, \alpha_{k+1} - tg \, \alpha_{k+2} \right) \frac{I}{a_{k+1}} \bigg\} \\ &+ \frac{H_{g}}{E_{s}F_{s}} \bigg\{ \frac{s_{k} - s_{k-1}}{a_{k}} - \frac{s_{k+1} - s_{k}}{a_{k+1}} \bigg\} \cdot \bigg\{ W_{k}^{0} - \left[(k, k-1) \, \overline{M}_{k-1} + \\ &+ \left(k, k \right) \, \overline{M}_{k} + \left(k, k+1 \right) \, \overline{M}_{k+1} \right] - W_{k}^{h} H_{p} + W_{k}^{x} X + W_{k}^{y} Y + \\ &+ W_{k}^{t+.1t} + \varepsilon \cdot t \cdot \left(\frac{s_{k} - s_{k-1}}{a_{k}} - \frac{s_{k+1} - s_{k}}{a_{k+1}} \right) \bigg\} \end{split}$$

oder in abgekürzter Schreibweise

$$\left\{ \begin{array}{l} W_{k} = \frac{\eta_{k} - \eta_{k-1}}{a_{k}} - \frac{\eta_{k+1} - \eta_{k}}{a_{k+1}} + \frac{H_{p}}{E_{s}F_{s}}[s_{k}] + \frac{H_{g}}{E_{s}F_{s}}[s_{k}'] \left\{ W_{k} \right\} + \\ + \varepsilon \cdot t \cdot [s_{k}']. \end{array} \right.$$

Setzt man nun Gl. (4), in welcher $\frac{\eta_k - \eta_{k-1}}{a_k} - \frac{\eta_{k+1} - \eta_k}{a_{k+1}}$

mittels Gl. [19"] ausgedrückt ist, identisch Gl. (2), so erhält man die gesuchte dreigliedrige Gleichung in \overline{M} für den Punkt k.

Mit der Anordnung, daß auf der linken Seite der Gleichung die Summe aus Werten \overline{M}_{k-1} , \overline{M}_{k} und \overline{M}_{k+1} steht und auf der rechten

die Summe der Ausdrücke H_p , X, Y, t, $\triangle L$, $\triangle V$, W_k^o und $W_k^{t+\Delta t}$, lauten die Beiwerte (vgl. [20], [21]) von

linke Seite)
$$\overline{\mathbf{M}}_{\mathbf{k}-\mathbf{r}}$$
: (k, k — I) $\left(\mathbf{I} - \frac{\mathbf{H}_{g}}{\mathbf{E}_{s} \mathbf{S}_{s}} [\mathbf{s}'_{k}]\right) - \frac{\cos^{2} \alpha_{k}}{\mathbf{H} \cdot \mathbf{a}_{k}}$
 $\overline{\mathbf{M}}_{\mathbf{k}}$: (k, k) $\left(\mathbf{I} - \frac{\mathbf{H}_{g}}{\mathbf{E}_{s} \mathbf{F}_{s}} [\mathbf{s}'_{k}]\right) + \frac{\cos^{2} \alpha_{k}}{\mathbf{H} \cdot \mathbf{a}_{k}} + \frac{\cos^{2} \alpha_{k+\mathbf{r}}}{\mathbf{H} \cdot \mathbf{a}_{k+\mathbf{r}}}$
 $\overline{\mathbf{M}}_{\mathbf{k}+\mathbf{r}}$: (k, k + I) $\left(\mathbf{I} - \frac{\mathbf{H}_{g}}{\mathbf{E}_{s} \mathbf{F}_{s}} [\mathbf{s}'_{k}]\right) - \frac{\cos^{2} \alpha_{k+\mathbf{r}}}{\mathbf{H} \cdot \mathbf{a}_{k+\mathbf{r}}}$.

 $\begin{array}{ll} \text{(rechte Seite)} & H_{p}: \frac{-\operatorname{tg} \alpha_{k}}{\mathrm{E}' \operatorname{F}_{k} \cos \alpha_{k}} + \frac{\operatorname{tg} \alpha_{k+1}}{\mathrm{E}' \operatorname{F}_{k} \cos \alpha_{k+1}} - \frac{[\mathbf{s}_{k}]}{\mathrm{E}_{s} \operatorname{F}_{s}} \\ & - \operatorname{W}_{k}^{h} \left(\mathbf{I} - \frac{H_{g}}{\mathrm{E}_{s} \operatorname{F}_{s}} \left[\mathbf{s}_{k}' \right] \right) \\ & X: \operatorname{W}_{k}^{x} \left(\mathbf{I} - \frac{H_{h}}{\mathrm{E}_{s} \operatorname{F}_{s}} \left[\mathbf{s}_{k}' \right] \right) \\ & Y: \operatorname{W}_{k}^{y} \left(\mathbf{I} - \frac{H_{g}}{\mathrm{E}_{s} \operatorname{F}_{s}} \left[\mathbf{s}_{k}' \right] \right) \\ & t: \varepsilon \left\{ (\operatorname{tg} \alpha_{k} - \operatorname{tg} \alpha_{k+1}) - [\mathbf{s}_{k}'] \right\} \\ & - \frac{\Delta L}{L} \operatorname{tg} \gamma - \frac{\Delta V}{L}: \cos^{2} \alpha_{k} - \cos^{2} \alpha_{k+1} \\ & \operatorname{W}_{k}^{0}: \left(\mathbf{I} - \frac{H_{g}}{\mathrm{E}_{s} \operatorname{F}_{s}} \left[\mathbf{s}_{k}' \right] \right) \\ & \operatorname{W}_{k}^{t+dt}: \left(\mathbf{I} - \frac{H_{g}}{\mathrm{E}_{s} \operatorname{F}_{s}} \left[\mathbf{s}_{k}' \right] \right) \right. \end{array}$

Benennt man abkürzend die Faktoren von \overline{M}_{k-r} , \overline{M}_k und \overline{M}_{k+r} der r-ten Gleichung mit $a_{r,k-r}$, $a_{r,k}$, $a_{r,k+r}$, die Faktoren von H_p , X und Y mit $b_{r,h}$, $b_{r,x}$ und $b_{r,y}$ und die von H_p , X und Y unabhängigen restlichen Zahlenwerte mit R_r , so läßt sich das Gleichungssystem

$$\begin{array}{l} a_{11}\,\bar{M}_{1} + a_{12}\,\bar{M}_{2} &= b_{1h}\,H_{p} + b_{1x}\,X + b_{ry}\,Y + R_{r} \\ a_{21}\,\bar{M}_{1} + a_{22}\,\bar{M}_{2} + a_{23}\,\bar{M}_{3} &= b_{2h}\,H_{p} + b_{2x}\,X + b_{2y}\,Y + R_{2} \\ & \cdots \\ a_{r,k-r}\,\bar{M}_{k-r} + a_{r,k}\,\bar{M}_{k} + a_{r,k+r}\,\bar{M}_{k+r} &= b_{rh}\,H_{p} + b_{rx}\,X + \\ & + b_{ry}\,Y + R_{r} \end{array}$$

 $a_{n,m-x} \operatorname{M}_{m-x} + a_{n,m} \operatorname{M}_{m} = b_{nh} \operatorname{H}_{p} + b_{nx} \operatorname{X} + b_{ny} \operatorname{Y} + \operatorname{R}_{n}$

in bekannter Weise in ein Zahlenrechteck

$b_{rh}H_p + b_{rx}X + b_{ry}X + R_r$	$b_{2h} H_p + b_{2x} X + b_{2y} Y + R_2$	$\begin{array}{c} b_{rb} H_p \\ + b_{rx} X \\ + b_{ry} Y \\ + R_r \end{array}$	$\begin{array}{c} b_{nh} H_p \\ + b_{nx} X \\ + b_{ny} Y \\ + R_n \end{array}$	
an	α12	αιΓ	α _{in}	Μı
a21	α22	α _{2r}	a _{2n}	$\overline{\mathrm{M}}_{2}$
aki	α_{k_2}	α _{kr}	α_{kn}	$\overline{\mathrm{M}}_{\mathbf{k}}$
amr	$\alpha_{\rm m2}$	α _{mr}	amn	Mm

derart auflösen, daß daraus \underline{M}_k in Abhängigkeit von $H_p, \; X \; und \; Y$ folgendermaßen abgelesen werden kann:

(5)
$$\begin{cases} \overline{\mathbf{M}}_{\mathbf{k}} = \mathbf{H}_{\mathbf{p}} \sum \mathbf{b}_{\mathbf{r}\mathbf{h}} \cdot \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{k}\mathbf{r}} + \mathbf{X} \sum \mathbf{b}_{\mathbf{r}\mathbf{x}} \cdot \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{k}\mathbf{r}} + \mathbf{Y} \sum \mathbf{b}_{\mathbf{r}\mathbf{y}} \, \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{k}\mathbf{r}} \\ + \sum \mathbf{R}_{\mathbf{r}} \cdot \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{k}\mathbf{r}} \, . \end{cases}$$

Die weitere Aufgabe besteht nun darin, geeignete Bestimmungsgleichungen für H_p , X und Y aufzustellen.

Mit dem bekannten Ansatz, daß sich zwischen zwei Auflagerpunkten des Kabels die Summe der Horizontalprojektionen der Elemente des verformten Kabels von der Summe der Horizontalprojektionen der Elemente des unverformten Kabels um ΔL unterscheidet, gilt für den vorliegenden Fall nach Neukirch:

24]
$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} H_{p} \sum \frac{l_{k}}{E' F_{k}} + \varepsilon \cdot t \cdot L - \bigtriangleup L \left(I - tg \gamma \sum \frac{a_{k}}{L} \cdot \frac{tg \alpha_{k}}{I + tg^{2} \alpha_{k}} \right) \\ & - \bigtriangleup V \sum \frac{a_{k}}{L} \frac{tg \alpha_{k}}{I + tg^{2} \alpha_{k}} = \frac{I}{H} \sum \left(\overline{M}_{k} - \frac{\overline{M}_{k-I}}{I + tg^{2} \alpha_{k}} \right) \\ & - \overline{M}_{k-I} \frac{tg \alpha_{k}}{I + tg^{2} \alpha_{k}} . \end{array}$$

Die unbekannten Stützmomente X und Y ergeben sich aus den Kontinuitätsbedingungen über der Stütze, wonach die Summe der Winkelverdrehungen rechts und links von der Stütze verschwinden muß. Die Winkelverdrehungen errechnen sich als die Auflagerdrücke aus den W-Gewichten links bzw. rechts der Stütze, so daß angeschrieben werden kann:

$$A_W^1 = -A_W^r$$
.

Grundsätzlich ergibt sich $A_W = \sum W \cdot \frac{x}{L}$, worin x die Entfernung der Lage des W-Gewichtes von der dem zu bestimmenden Stützmoment abgekehrten Auflagerung des Versteifungsbalkens mißt.

Mit Gl. (2) wird

$$A_{W} = \sum \frac{x}{L} \left\{ (k, k-1) \mathfrak{M}_{k-1} + (k, k) \mathfrak{M}_{k} + (k, k+1) \mathfrak{M}_{k+1} \right\},\$$

was nach weiterer Umrechnung zu

$$A_{W} = \sum \mathfrak{M}_{k} \left\{ \frac{x_{k-1} \left(k, k-1\right) + x_{k} \left(k, k\right) + x_{k+1} \left(k, k+1\right)}{L} \right\}$$

führt. Der Ausdruck in {} läßt sich darin für jeden Punkt k als Festwert fk errechnen, so daß

$$A_{w} = \sum_{i}^{r} \mathfrak{M}_{k} f_{k}$$

geschrieben werden kann.

Zur weiteren Auswertung von Gl. (6) wird für \mathfrak{M}_k die Beziehung Gl. (1a) eingeführt; dann wird

$$\mathbf{A}_{\mathbf{w}} = \sum \mathbf{M}_{\mathbf{k}}^{\mathbf{0}} \mathbf{f}_{\mathbf{k}} - \sum \mathbf{H}_{\mathbf{p}} \mathbf{h}_{\mathbf{k}} \mathbf{f}_{\mathbf{k}} - \sum \mathbf{\overline{M}}_{\mathbf{k}} \mathbf{f}_{\mathbf{k}} + \sum \mathbf{X} \mathbf{X}_{\mathbf{k}}^{\mathsf{T}} \mathbf{f}_{\mathbf{k}} + \sum \mathbf{Y} \mathbf{Y}_{\mathbf{k}}^{\mathsf{T}} \mathbf{f}_{\mathbf{k}}$$

und unter Berücksichtigung von Gl. (5)

(7)
$$\begin{cases} A_{w} = \sum f_{k} (M_{k}^{o} - \sum R_{r} \alpha_{kr}) - H_{p} \sum f_{k} (h_{k} + \sum b_{rh} \cdot \alpha_{kr}) + \\ + X \sum f_{k} (X_{k}^{r} - \sum b_{rx} \alpha_{kr}) + Y \sum f_{k} (Y_{k}^{i} - \sum b_{ry} \alpha_{kr}). \end{cases}$$

Damit lassen sich nun die beiden Stützbedingungen des Verstei-

fungsbalkens aufstellen, die zusammen mit Gl. [24] schließlich zur zahlenmäßigen Bestimmung von H_p , X und Y führen.

Im ganzen gesehen bringt die Berechnung nach dem Neukirchverfahren beim durchlaufenden Versteifungsträger nicht unverhältnismäßig viel Mehrarbeit als beim freiaufliegenden. Im ersten Abschnitt des Rechnungsganges, der sich mit der öffnungsweise getrennt durchzuführenden Aufstellung und Auflösung des Gleichungssystems von Mk befaßt, sind beim Durchlaufträger zusätzlich zu den Koeffizienten von M_k , H_p und R_r die Beiwerte b_{rx} , b_{ry} und entsprechend dazu in den Lösungsgleichungen für M die $\sum b_{rx} \alpha_{kr}, \sum b_{ry} \alpha_{kr}$ zu bestimmen. Im zweiten Abschnitt der Rechnung treten zur H_p-Gleichung zusätzlich noch die beiden Bedingungsgleichungen für X und Y auf, deren Aufstellung und Auflösung die Rechnung ebenfalls nicht wesentlich erschwert. Es ist zu bedenken, daß in allen Gleichungen des Verfahrens sämtliche Faktoren von Mk, Hp, X und Y sowie auch die Auflösung des Gleichungssystems für Mk vom Belastungsfall unabhängig sind und daher nur einmal ausgerechnet zu werden brauchen. Unter diesem Gesichtspunkt betrachtet, zeigen die entwickelten Gleichungen ohne weiteres, daß der Mehraufwand, den der Durchlaufträger gegenüber dem freiaufliegenden Versteifungsträger nach sich zieht, durchaus in den Grenzen der normalen zahlenmäßigen Durcharbeitung liegt.

ZUR BERECHNUNG MEHRSTIELIGER STOCKWERKRAHMEN AUF WINDDRUCK.

Von Prof. Dr.-Ing. Pohl, Technische Hochschule Berlin.

Die genaue Berechnung mehrstieliger Stockwerkrahmen auf Winddruck ist praktisch nur nach dem Drehwinkelverfahren möglich. Bei n Feldern und p Stockwerken würden nach dem Regelverfahren mit Elastizitätsgleichungen 3 n p Unbekannte X einzuführen sein, wenn keine Gelenke vorhanden wären, das Drehwinkelverfahren benutzt nur p (n + 1) Knotendrehwinkel ν und p Stabdrehwinkel µ. Letztere lassen sich aus dem Gleichungssystem eliminieren, so daß nur ein System von (n + 1) p Gleichungen übrig bleibt, deren Zahl sich bei vorhandener Symmetrie des Tragwerks weiter vermindern läßt. Immer erfordert die Auflösung des Gleichungssystems eine recht mühselige Rechenarbeit, selbst wenn das Iterationsverfahren benutzt wird. Es hat nicht an Versuchen gefehlt, das Gleichungssystem für eine bequemere Auflösungsart umzubauen, erwähnt sei die von Engesser¹ vorgeschlagene Methode der Stamm- und Zuschlagwerte für die Unbekannten ν und μ und das Verfahren von Michnik², der durch zulässige Vereinfachungen die Gleichungen in dreigliedriger Form erhält, wodurch die Auflösung ähnlich wie beim durchlaufenden Balken geschehen kann. Auch die Anwendung der Festpunktmethode und das Momentenverteilungsverfahren von Croß gehören hierher, beide müssen aber noch ein System von p Gleichungen auflösen, und der Umfang der Zwischenrechnungen ist nicht gering.

In der Praxis hilft man sich meist durch Annahme eines Momentennullpunktes oder Gelenkes in jedem Stabe, meist in der Stabmitte, in den Stützen des untersten Stockwerks auch höher. Diese Vereinfachung ist nicht unberechtigt, wenn man bedenkt, daß der Belastungsfall auf Winddruck überhaupt recht willkürlich ist. Nicht nur, daß die Verteilung des Winddrucks nach Höhe und Frontlänge des Tragwerks keineswegs gleichmäßig ist, die Mitwirkung der Decken wird auch dann nicht ohne günstigen Einfluß sein, wenn diese nicht ausdrücklich als waagrechte Balken die gesammelten Windlasten eines Stockwerks auf feste Giebeloder Zwischenwände übertragen, wodurch die Rahmen selbst frei vom Winddruck bleiben.

¹ "Der Eisenbau" 11 (1920) S. 81. ² "Der Bauingenieur" 13 (1932) S. 74.

Mit der Annahme eines Gelenkes in jedem Stabe, also

DK 624.072.333:042.41

$$(n + 1) p + n p = p (2 n + 1)$$

Gelenken bleibt das System nach p (n-2)-fach statisch unbestimmt. Um die Vorteile auszunutzen, die mit der Berechnung eines statisch bestimmten Tragwerks verbunden sind, müssen noch ebensoviel, d. h. in jedem Stockwerk n-2 Annahmen gemacht werden. Dies kann auf verschiedene Weise geschehen.

I. Häufig nimmt man die Normalkräfte S der Stützen eines Stockwerks nach dem Dreieckgesetz an, d. h. proportional dem Abstand der Stütze von der Symmetrieachse oder einer -- bei unsymmetrischen Rahmen --- gleichwertigen "neutralen Achse". Hierbei wird das Tragwerk gewissermaßen als ein lotrecht stehender eingespannter Freiträger angesehen, die "Freiträger"-(cantilever)Methode. Haben die Stützen eines Querschnitts verschiedenes F, so wird diese Annahme für die Spannungen $\sigma = S : F$ gemacht, die Stützenkräfte $S = F \sigma$ bilden dann keine gerade Linie. Bei einem symmetrischen vierstieligen Rahmen ist dann beispielsweise $S_b = \rho S_a$, eine Momentengleichung um irgend einen Drehpunkt auf der Waagrechten durch die Gelenkreihe r' des r-ten Stockwerks liefert aus dem Moment Mr' der Windkräfte die Stützenkraft Abb. 1:

$$S_{ar} = \frac{M_{r}'}{1 + \varrho l_{b}}$$
, hieraus S_{br} .

Aus den Differenzen der S unter und über einem Riegel erhält man den Riegelquerkräfte Var und Vbr und damit die Riegeleinspannungsmomente. Vom obersten Riegel beginnend, kann man nun die Einspannungsmomente der Stützen aus der Gleichgewichtbedingung $\sum M = o$ für jeden Knoten berechnen, die an jedem Stützenende entgegengesetzt gleich angenommen werden, $M^{\circ} = -M^{u}$, da in Stützenmitte M = o ist. Im untersten Stockwerk ist die abweichende Lage des Gelenkes zu beachten. Die Querkräfte in den Stützen sind dann

$$\mathbf{H}_{ar} = (\mathbf{M}_{ar}^{o} + \mathbf{M}_{ar}^{u}) : \mathbf{h}_{r} = 2 \mathbf{M}_{ar} : \mathbf{h}_{r},$$

wenn Mar das oben und unten gleichgroße Einspannungsmoment der Stütze a im Stockwerk r bedeutet. Gebraucht werden diese

Werte nicht. Das Verfahren ist äußerst bequem, gebraucht werden nur die für lotrechte Belastung vorher überschläglich berechneten Querschnitte der Stützen zur Berechnung von ϱ , das für alle Stockwerke gleich angenommen wird. Wir werden nachher sehen, daß amerikanische Ingenieure noch ein bestimmtes Verhältnis J_{br}: J_{ar} (Trägheitsmomente der Riegel des r-ten Stockwerks im äußeren und inneren Feld) fordern, um die Voraussetzungen der "Freiträger"-Methode zu sichern. Die Ergebnisse einer solchen Berechnung sind bei großer Stockwerkzahl in den mittleren Stockwerken recht gut, oben und unten schlechter. Sie sind umso besser, je höher und schlanker der Rahmen ist, wie zu erwarten ist. Bei ganz geringer Stockwerkzahl ist das Verfahren unbrauchbar, wie aus der bekannten Tatsache hervorgeht, daß bei einem einstöckigen, mehrstieligen Rahmen mit Fußgelenken die lotrechten Reaktionen infolge einer waagrechten Einzellast am Riegel ab-



II. Vom anderen Ende her geht eine andere Gruppe von Näherungsverfahren vor, die über die H-Kräfte eines Stockwerks verfügen. Man kann die Querkraft

$$Q_r = \sum_r^p W$$

auf alle Stützen gleichmäßig verteilen oder nach den Trägheitsmomenten der Stützen, was bei ∞ starren Riegeln streng richtig wäre. Dann bleiben nämlich die Endtangenten der verformten Stützen lotrecht (alle $\nu = 0$), und es wird

$$H_{br}: H_{ar} = \frac{J_{bs}}{h_r}: \frac{J_{as}}{h_r} \text{ oder } = J_{bs}: J_{as}.$$

Aus den Gleichgewichtbedingungen der T- und kreuzförmigen Elemente des Rahmens, Abb. 2, erhält man dann die Querkräfte V_{ar} , V_{br} . . . der Riegel und kann dann, von oben nach unten gehend, die Stützenkräfte berechnen. Vergleicht man die S mit den Normalspannungen σ eines biegungsfesten Freiträgers, so stellen die H-Kräfte die Schubspannungen τ vor, über die man nach diesem Verfahren verfügt. Es eignet sich mehr für größere Felder- und geringe Stockwerkzahl.

Im amerikanischen Stahlskelettbau handelt es sich sehr oft um Tragwerke von 20, 30 und mehr Stockwerken, bei deren Berechnung ähnliche Näherungsmethoden wie die beschriebenen unentbehrlich sind. Wir entnehmen zwei Heften der "Proceedings of the American Society of Civil Engineers" vom Juni 1939 und Juni 1941 hierüber einige interessante Einzelheiten. Zunächst, daß neben der beschriebenen "Freiträger"-Methode noch eine "Portalmethode" viel benutzt wird, beide 1913 von Robins Fleming angegeben. Bei der Portalmethode werden die Reaktionen R sämtlicher Innenstützen = o gesetzt, was darauf hinausläuft, daß die Riegelquerkräfte $V_a = V_b =$. . . gleichgroß werden. Tatsächlich ergeben sich nach genauen Rechnungen in Fällen, wo die Rahmenhöhe die doppelte Breite nicht überschreitet, die Reaktionen der inneren Stützen kleiner als nach dem Dreieckgesetz, wodurch die Annahme $R_b = o$ vertretbar erscheint. Bei der Anwendung der "Freiträger"-Methode wird empfohlen, die J der Riegel dem Werte Vl² verhältnisgleich zu machen, um Zusatzmomente zu vermeiden, die von den Längenänderungen der Stützen herrühren. Diese Regel, die bei einem großen Mittelfeld eine bedeutende Vergrößerung der praktisch erforderlichen Trägheitsmomente zur Folge haben kann, läßt sich m. E. folgendermaßen begründen:

Die Riegel des Rahmentragwerks entsprechen den Querschnittebenen des homogenen auf Biegung beanspruchten Stabes. Ebenso wie diese als eben bleibend angenommen werden, soll die infolge der Längenänderung der Stützen entstehende geneigte Verbindungslinie der Knotenpunkte eines Riegels eine Gerade bleiben und überall senkrecht zur Verbindungslinie der Knotenpunkte einer Stütze. Abb. 3.

Das bedeutet für die Biegungslinie eines Riegels (Abb. 4): $\beta_a = \alpha_b = \text{Knotendrehwinkel } \nu.$

Da die Nullpunkte der Momentenfläche in Riegelmitte angenommen werden, ist in jedem Felde $M^1 = M^r$ und

$$\beta_{a} = \frac{M_{a} l_{a}}{6 E l_{a}}, \alpha_{b} = \frac{M_{b} l_{b}}{6 E l_{b}}$$

Da nun

$$M_a=V_a\frac{l_a}{2},\ M_b=V_b\frac{l_b}{2}$$



so erfordert die Stetigkeit der Biegelinie eines Riegels und die Geradlinigkeit der Verbindungslinie ihrer Knotenpunkte, daß alle v eines Riegels gleichgroß sein müssen und

$$\frac{V_{a} l_{a}^{2}}{I2 E J_{a}} = \frac{V_{b} l_{b}^{2}}{I2 E J_{b}} = \frac{V_{c} l_{c}^{2}}{I2 E J_{c}} \text{ usw., hieraus } \frac{J_{b}}{J_{a}} = \frac{V_{b} l_{b}^{2}}{V_{a} l_{a}^{2}},$$

oder es muß in jedem Felde J prog. Vl² sein.

Das unten mitgeteilte Zahlenbeispiel wird die Anwendung dieser Regel erläutern.

Beschränkt man der Einfachheit wegen die Betrachtung auf vierstielige symmetrische Rahmen, so besteht die grundlegende Annahme der Freiträgermethode in der Wahl des Verhältnisses S_b : S_a³, da dies Verhältnis als gleichbleibend angenommen wird, was bei einer Elastizitätsberechnung natürlich durchaus nicht der Fall ist, da es, wie erwähnt, nach oben hin kleiner wird. Professor Witmer von der Universität Philadelphia hat den Wert o R_b: R_a für eine große Zahl von Rahmen genau bestimmt und im ersten Heft die Ergebnisse in Kurventafeln zusammengestellt. Berücksichtigt wurden: das Verhältnis lb : la der Feldweiten, das Verhältnis JbR : JaR der Trägheitsmomente der inneren und äußeren Riegel und das Verhältnis JbS : JaS der Trägheitsmomente der inneren und äußeren Stützen. Dabei sind die vier J-Werte jedesmal die Mittelwerte aus sämtlichen Stockwerken. Hierbei hat Witmer festgestellt, daß der Quotient $\sum V_b : \sum V_a$ praktisch dieselben Werte annimmt wie in einem dreistöckigen Rahmen, dessen Querschnitte den Mittelwerten des gegebenen Rahmens entsprechen und der mit einer waagrechten Einzellast nur am oberen Riegel belastet ist. Auf Grund seiner Ergebnisse empfiehlt er zur Bestimmung des maßgebenden Wertes g folgendes "Verfahren der k-Prozente":

I. Man berechnet das mittlere J für alle Riegel eines Feldes und alle Stützen eines Stranges.

2. Man nimmt einen dreistöckigen Vergleichsrahmen an mit den richtigen Feldweiten I und der mittleren Höhe $h = \sum h : p$, den Stäben dieses Rahmens schreibt man die unter I. gefundenen Mittelwerte J zu und berechnet für jeden Stab k = J : l.

3. An jedem Ende der Riegel des Vergleichsrahmens trägt man die Prozente ein, welche die k eines Riegels beitragen zur Σ k aller in diesem Punkt zusammenstoßenden Stäbe. (Diese k-Prozente sind dasselbe wie die "Verteilungszahlen φ " der Festpunkt- oder der Cross-Methode).

³ S_b : S_a = ϱ = R_b : R_a (Auflagerkräfte).

4. Nun multipliziert man die φ der Riegel bei einer Stütze mit dem Verhältnis des k-Wertes dieser Stütze zum k-Wert der Außenstütze oder mit dem Verhältnis der J_s-Werte, was bei gleichem h dasselbe ist.

5. Man addiert die verbesserten φ -Werte an beiden Enden sämtlicher Riegel eines Feldes und dividiert durch die Feldweite. Diese Quotienten sind dann proportional ΣV in jedem Felde. Hieraus erhält man Verhältniszahlen für die Windreaktionen R, nämlich

$$\begin{split} R_{a} &= \sum V_{a}, \ R_{b} = \sum V_{b} - \sum V_{a}, \ R_{c} = \sum V_{c} - \sum V_{b}, \ \dots \end{split}$$
und kann hieraus die Verhältniszahlen
$$\varrho_{b} &= \frac{R_{b}}{R_{a}}, \ \varrho_{c} = \frac{R_{c}}{R_{a}} \dots \end{split}$$

berechnen. Bei vierstieligen symmetrischen Rahmen gibt es natürlich nur einen Wert ϱ . Die Handhabung dieser Regeln wird am Ende des Zahlenbeispiels gezeigt. Eine Begründung des Verfahrens wird nicht gegeben, doch läßt sich der wahrscheinliche Gedankengang etwa folgendermaßen wiedergeben:





und

Die Querkraft in jedem Riegel ist gleich der Summe der Endmomente dividiert durch l, diese sind wieder den Verteilungszahlen φ (k-Prozenten) verhältnisgleich, zur Bestimmung des relativen Wertes $\sum V$ aller Riegel eines Feldes werden daher alle 6 Werte φ des Vergleichsrahmens addiert. Die Riegelmomente entstehen aus der Verteilung der Stützenendmomente $M_a^u M_b^u$... des darüberliegenden Stockwerks, Abb. 5, diese sind wieder

$$\frac{1}{2}$$
 H_ah, $\frac{1}{2}$ H_bh .

Die Werte H erhält man durch Verteilung der Q im Verhältnis der Trägheitsmomente J_{aS} J_{bS} ... der Stützen (gilt nur für starre Riegel, siehe oben), also muß man die Verteilungszahlen der Riegel neben der Stütze b mit J_{bS} : J_{aS} multiplizieren, die neben der Stütze c mit J_{cS} : J_{aS} usw., erst dann werden alle 6 φ -Werte addiert.

Zahlenbeispiel. Abb. 6. Dreifeldriger, zehnstöckiger symmetrischer Rahmen, für Windbelastung nach der "Freiträgermethode" zu berechnen. Die bequemen Zahlen des Originals sind durch

runde metrische Zahlen ersetzt worden, z. B. 20 Fuß = 6 m. $l_a = 6 m (20'), l_b = 9 m (30'), h gleichbleibend = 6 m (20'), Rahmen$ abstand 4,5 m (15'). Windbelastung = 166,7 kg/m² (33¹/₃ Pfd. $je Quadratfuß), W = 6,0 \cdot 4,5 \cdot 166,7 = 4 500 kg (10 kip zu je$ 1000 Pfd.). Die Front wird etwas überhöht angenommen, umdie oben angenommene Windlast W zu rechtfertigen.

Gesamtbelastung sämtlicher Decken aus $g + p = 1000 \text{ kg/m}^2$ (200 Pfd. je Quadratfuß). Auflagerkräfte infolge lotrechter Lasten:

$$R_{a} = \frac{0}{2} \cdot 4,5 \cdot 1000 \cdot 10 = 135 \text{ t},$$

$$R_{b} = \frac{(6+9)}{2} \cdot 4,5 \cdot 1000 \cdot 10 = 337,5 \text{ t}.$$

 σ_{zul} für lotrechte Belastung allein = 844 kg/cm² (12 kip je Quadratzoll), mit Biegung σ_{zul} = 1266 (18 kip je Qu.).

$$F_{erf} = 135\ 000:844 = 160\ cm^2,$$

337 500:844 = 400 cm².

Gewählt für die Außenstütze ein 12-Zoll I Profil mit $\mathrm{F_a}$ = 161 cm²,

,, ,, Innenstütze ,, 14- ,, ,, ,, F_b = 408 cm². Bei der später erfolgenden Berücksichtigung der Biegungsmomente können sich die gewählten Querschnitte noch ändern. Die Normalspannungen infolge der Windbelastung werden nach dem Dreieckgesetz angenommen. Dann ist

$$\frac{T_b}{T_a} = \frac{4.5}{10.5}, \frac{R_b}{R_a} \frac{F_a}{F_b} = \frac{3}{7} \text{ und } R_b = R_a \cdot \frac{408}{161} \cdot \frac{3}{7} = \sim 1.09 \text{ R}_a, \varrho = 1.09.$$
Die Verhältniszahlen für die Ouerkräfte der Riegel sind

$$V = R = t c$$
; $V = R + R = a c c$

$$V_a = R_a = 1,0, V_b = R_a + R_b = 2,09.$$

Um die Freiträgerwirkung zu erzielen, soll in jedem Felde das Trägheitsmoment der Riegel J_R prop. Vl² sein, daher muß sein

$$J_{bR} = J_{aR} \cdot \frac{v_b}{v_a} \frac{l_b^2}{l_a^2} = J_{aR} \cdot 2,09 \cdot \frac{9^a}{6^a} = 4,70 J_a.$$

Dieses Verhältnis kann sich bei der Bemessung der Riegel etwas ändern, soll aber nach Möglichkeit verwirklicht werden. Für die weitere Berechnung wird in der Mitte eines jeden Stabes ein Gelenk angenommen, ausgenommen bei den untersten Stützen, dort 0,6 h von unten. Auf die Gelenkpunkte der Stützen werden die Momente M'_r der Windlasten bezogen. In irgendeinem Stockwerk r mit dem Windmoment M'_r ist dann die Spannkraft der Außenstütze M'

$$S_{ar} = \frac{M_r}{1 + \varrho l_b}$$
, $S_{br} = \varrho S_{ar}$,

 ϱ überall = 1,09 gesetzt.

Das Einspannungsmoment eines Außenriegels ist (vgl. Abb. 2)

In Zahlen wird mit $1 + \varrho l_b = 2I + 1,09 \cdot 9 = 30,81$ m

$$\begin{split} M_{ar} &= \frac{(M'_r - M'_{r+1})}{30.81}, \quad 3 = 0.09737 \quad (M'_r - M'_{r+1}), \\ M_{br} &= 2.09 \frac{(M'_r - M'_{r+1})}{30.81} \cdot 4.5 = 0.30526 \quad (M'_r - M'_{r+1}). \end{split}$$

Von oben beginnend, berechnet man dann die Einspannungsmomente $M^0 = --M^u$ der Stützen. Es wird (Abb. 7)

Im ersten Stockwerk angelangt, findet man auf diese Weise M_{a1}^{0} und M_{b1}^{0} . Statt nun mit Hilfe des angenommenen Nullpunktes in den unteren Stützen M_{a1}^{u} und M_{b1}^{u} zu berechnen, wird die Querkraft Q im Verhältnis der J_s auf die Stützen verteilt und M^{u} aus Hh — M⁰ bestimmt.

Die ganze Berechnung ist in der folgenden Zahlentafel durchgeführt.

r	Q	$Q\frac{h}{2}$	M'	Sa	Sb	$\triangle M'$	Ma	M _b	M_a^{ou}	Ma ^{ou}
10	4,5	13,5	13,5	0,44	0,48	13,5	1,31	4,12	1,31	5,43
9	9,0	27,0	54,0	1,75	1,91	40,5	3,94	12,36	2,63	10,87
8	13,5	40,5	121,5	3,49	3,81	67,5	6,57	20,60	3,94	16,30
7	18,0	54,0	216,0	7,0I	7,64	94,5	9,20	28,85	5,26	21,75
6	22,5	67,5	337,5	10,95	11,94	121,5	11,83	37,09	6,57	27,17
5	27,0	81,0	486,0	15,8	17,2	148,5	14,46	45,33	7,89	32,62
4	31,5	94,5	661,5	21,5	23,4	175,5	17,09	53,57	9,20	38,04
3	36,0	108,0	864,0	28,0	30,6	202,5	19,72	61,81	10,52	43,49
2	40,5	121,5	1093,5	35,5	38,7	229,5	22,35	70,06	11,83	48,92
r	45,0	(108,0 (162,0)	1323,0	42,9	46,8	229,5	22,35	70,06	(10,52 17,74	43,49 63,26
]	$M_0 = -$	162,0	tm,	$(M_o =$	10 · 4,	5 - 5,5	• 6 =	1485 ti	n).

Im ersten Stock ist $Q_1 = 45$ t. Die Trägheitsmomente der untersten Stützen sind $J_{as} = 30 100$ cm⁴ und $J_{bs} = 113 630$ cm⁴, hieraus

$$\begin{split} H_{a} &= 22,5 \cdot 30\,100: 143730 = 4,71\,t, \ H_{a}\,h = 4,71\cdot 6 = 28.26\,tm\\ M_{a1}^{u} &= 28,26-10,52 = 17,74\,tm,\\ H_{b} &= 22,5\cdot 113630: 143730 = 17,79\,t, H_{b}\,h = 17,79\cdot 6 = 106,75\,tm \end{split}$$

$$M_{b1}^{u} = 106,75 - 43,49 = 63,26 \text{ tm}.$$

Die angenommene Lage des Momentennullpunktes wird hierdurch nur wenig verändert.

Es folgt nun die Bemessung der Querschnitte, die hier übergangen werden kann. Zum Schluß soll die Berechnung des maß-



gebenden Wertes $\varrho = R_b : R_a$ nach der "Methode der k-Prozente" von Witmer gezeigt werden, welche dieser als am besten übereinstimmend mit den Ergebnissen von Elastizitätsberechnungen erprobt hat. Abb.8 zeigt den dreistöckigen Vergleichsrahmen mit den Werten k = J : l, die aus den Mittelwerten J jeder Stabgruppe gebildet sind, Abb.9 die k-Prozente (Verteilungszahlen φ) $= k : \sum k$ an den Riegelenden. Die neben Stütze b stehenden Werte werden mit dem Faktor 132 : 34 = 3,88 multipliziert. Dann erhält man

$0,753 + 2 \cdot 0,605 + 3,88 (0,180 + 2 \cdot 0,147) = 3,802.$	
$R_a = V_a$ proportional 3,802 : 6 = 0,634.	
$3,88 \cdot 2 (0,592 + 2 \cdot 0,482) \dots \dots \dots \dots = 12,075.$	
V_b proportional 12,075:9 = 1,342.	
$R_b = V_b - V_a$ proportional 0,708.	
$a = \frac{R_b}{R_b} = \frac{0.708}{0.708} = 1.12$ anstatt 1.00 wie angenowm	er

$$\varrho = \frac{1}{R_a} = \frac{1}{0.634} = 1.12$$
 anstatt 1.09 wie angenommen.

Ist die Abweichung zu groß, so kann man die neuen Werte S und M schnell finden, da nur die den Wert ϱ enthaltenden Zahlenfaktoren vor M'_r und $M'_r - M'_{r+1}$ geändert zu werden brauchen.

Der Vergleich der vorstehend berechneten statischen Größen mit den Ergebnissen einer Elastizitätsberechnung zeigt, daß die Werte im mittleren Teil der Rahmenhöhe bis auf wenige Hundertel genau sind, dagegen oben und unten Abweichungen bis zu 26% vorkommen. Wegen der willkürlichen Annahme der Nullpunkte in den Stützen ist auch nichts anderes zu erwarten. Während aber in den obersten Stockwerken selbst grobe Abweichungen unbedenklich sind, da die Werte absolut genommen klein sind und von den Beiträgen der lotrechten Lasten überdeckt werden, empfindet Witmer selbst die Unzuverlässigkeit der Ergebnisse besonders im untersten Stockwerk, wenn er empfiehlt, für dieses eine zusätzliche genauere Berechnung, etwa nach Cross, anzustellen. Hierbei müßte man am Riegel 1 außer der waagrechten Last Q_1 noch in den Punkten a b b a die Einspannungsmomente $M_{az}^{u}, M_{bz}^{u} \dots$ als Lastmomente anbringen.

Witmer empfiehlt sein Verfahren besonders zur Nachrechnung der Spannungen infolge Wind in bestehenden Bauwerken⁴). Für Neuberechnungen schlägt er vor, die Querschnitte zunächst für lotrechte Lasten allein zu bestimmen, mit den erhaltenen Werten die V,R und ϱ zu berechnen und damit die Berechnung des Windeinflusses wie beschrieben durchzuführen. Die Bemessung der Stäbe kann nun für q + w durchgeführt werden, mit den erhaltenen Werten wird ϱ von neuem bestimmt. Nur wenn sich der zweite Wert von ϱ vom ersten wesentlich unterscheidet, muß die Berechnung für Wind wiederholt werden.

Abschließend sei noch einmal darauf hingewiesen, daß die Witmersche Berechnungsart, die Anspruch darauf macht, den Elastizitätsverhältnissen Rechnung zu tragen, davon ausgeht, daß für $S_b: S_a, V_b: V_a, H_b: H_a$ konstante Verhältnisse bestehen, unabhängig von der Lage des Stockwerks. Der Vergleich mit den entsprechenden Verhältniszahlen eines genau durchgerechneten Rahmens von ähnlichen Verhältnissen zeigt, daß dies durchaus nicht zutrifft, was Witmer selbst im ersten der beiden besprochenen Hefte zugibt. Es handelt sich bei der "Methode der k-Prozente" von Witmer also um ein Näherungsverfahren, bei dem die Steifigkeitsverhältnisse der Stäbe wenigstens nicht außer acht gelassen sind.

⁴ Er zeigt im ersten Heft auch noch die Berechnung der Werte ϱ bei sechsstieligen und bei unsymmetrischen Rahmen (Bestimmung der "neutralen Achse" aus der Schwerlinie der Stützen-k-Werte).

DIE BERECHNUNG DER SOHLDRUCKVERTEILUNG UNTER GRÜNDUNGSKÖRPERN.

Von Joh. Ohde, Neuenhagen bei Berlin.

(Fortsetzung von S. 99 und Schluß.)

DK 624.131.522.3

In einigen Fällen sind allerdings die Abweichungen der Formänderungen des Untergrundes vom Gesetz der Verhältnisgleichheit zwischen Spannungen und Formänderungen so groß, daß genauere Berechnungen notwendig werden können. Wie bereits eingangs bemerkt, kommen für die Abweichungen von geradlinigem Verlauf der Senkungslinie folgende drei Ursachen in Betracht:

- a) die Abnahme der Zusammendrückbarkeit der Erdstoffe mit wachsendem Druck;
- b) die Vorbelastung der Erdschichten und
- c) die Überschreitung der Grenztragfähigkeit des Untergrundes am Rande der belastenden Fläche.

Während die erste Ursache bei wachsender Belastung eine abnehmende Neigung der Setzungslinie zur Folge hat (Abb. 13a), ist es bei den anderen beiden Ursachen umgekehrt (Abb. 13b u. c).

Zusammendrückungsversuche mit behinderter und unbehinderter seitlicher Ausdehnung zeigen, daß eine Verringerung der Zusammendrückbarkeit (Vergrößerung der Verdichtungszahl V und der Zusammendrückungszahl Z) mit wachsendem Druck

(Abb. 13a) nur eintritt, wenn die seitliche Ausdehnung der einzelnen Erdteilchen ganz oder teilweise behindert wird. Unmittelbar unter der Sohlfläche ist die seitliche Ausdehnung der Erdteilchen durch



Abb.13. Die verschiedenen Möglichkeiten für den Verlauf der Setzungslinie.

die bei einer waagrechten Bewegung sofort einsetzende Sohlreibung gänzlich behindert; mit zunehmender Tiefe wird die Behinderung der seitlichen Ausdehnung immer geringer, bis sie in einer Tiefe gleich der Lastflächenbreite praktisch ganz aufhört. Die Behinderung der seitlichen Ausdehnung, die mit zunehmendem Druck eine Verringerung der Zusammendrückbarkeit zur Folge hat (Abb. 13a), ist also nur in der Nähe der Lastfläche vorhanden.

Man hört mitunter den Einwand, die seitliche Ausdehnung eines Erdteilchens in größerer Tiefe sei doch durch die angrenzenden Erdteilchen ebenfalls behindert. Dieser Einwand ist jedoch nicht richtig, weil sich die Nachbarteilchen nicht nur lotrecht setzen, sondern — infolge der strahlenförmigen Druckausstrahlung von der Lastfläche her — sich auch waagrecht etwas verschieben (vgl. Abb. 14), wodurch dann die ungehinderte seitliche Ausdehnung ermöglicht wird. — Eine Behinderung der Seitendehnung ist bekanntlich immer mit einer Erhöhung der waagrechten Spannungen σ_x verbunden, denn diese zusätzlichen waagrechten Spannungen bewirken ja gerade erst das Ausbleiben der seitlichen Aus-



dehnung. Wie nun die Druckverteilungsformeln zeigen ¹⁶, nehmen die durch eine Belastung verursachten zusätzlichen Spannungen σ_x mit wachsender Tiefe unter der Lastfläche schnell ab, woraus ebenfalls folgt, daß eine Behinderung der seitlichen Ausdehnung nur in der Nähe der Lastfläche vorhanden ist.

Ähnlich ist es mit dem Überschreiten der Vorbelastung. Als Vorbelastung bezeichnet man den Höchstwert der Belastung, die eine Erdschicht seit ihrer Entstehung irgendwann einmal hinreichend lange zu tragen hatte (Belastung durch Gletschereis oder durch Erdschichten, die später wieder fortbewegt wurden, oder durch Kapillarkräfte infolge Austrocknung). Solange die Erdspannungen unterhalb der Vorlast bleiben, treten nur geringe federnde (elastische) Setzungen auf; erst nach dem Überschreiten der Vorbelastung kommt es zu größeren Setzungen (Abb. 13b). Hat also die Setzungslinie einen (leicht ausgerundeten) Knick, so



Abb. 15. Probebelastung auf schlickigem Feinsand.

ist das Überschreiten der Vorbelastung als die Ursache dieser Erscheinung anzusehen. — Wenn nun auch die zusätzlichen lotrechten Spannungen σ_z nach unten hin nicht ganz so schnell abklingen wie die waagrechten Spannungen σ_x , so werden sie mit zunehmender Tiefe doch bald so klein, daß auch eine geringe Vorbelastung nicht mehr überschritten wird. Die Abweichungen vom linearen Formänderungsgesetz sind also auch hier wieder auf die Nähe der Lastfläche beschränkt.

Bei stark belastetem Baugrund weichen die Erdschichten in der Nähe des Randes der Lastfläche bei weiterhin zunehmendem Druck immer stärker seitlich aus, weil der Erdwiderstand — vom Rande der Lastfläche her beginnend — für eine immer größere Breite überwunden wird. Es entsteht dadurch die in Abb. 13c gezeichnete Setzungskurve.

Vielfach wird man es nicht mit einem einzigen der aufgeführten Punkte zu tun haben, sondern mit einem Zusammenwirken von zwei oder drei Ursachen. So muß z. B. beim Vorliegen sowohl der ersten als auch der zweiten Ursache bei andauernd zunehmender Belastung schließlich die Grenzlast der Tragfähigkeit erreicht werden, wodurch der Setzungsverlauf nach Abb. 13c hinzukommt (Abb. 13e u. f). Schließlich können auch alle drei Ursachen gleichzeitig vorhanden sein (Abb. 13g).

Alle aufgeführten Typen von Setzungskurven kann man gelegentlich bei Probebelastungen des Baugrundes beobachten. So zeigt z. B. Abb. 15 eine Setzungskurve nach Abb. 13g. Es handelt sich um einen jungen humosen Feinsand der Nordseeküste, der in rd. 13m Tiefe im Senkkasten mit Hilfe einer Betonplatte 90×90 cm belastet wurde.

Die Umrechnung der bei einer Probebelastung erhaltenen Daten auf Bauwerkgröße setzt eine einwandfreie Deutung der Probebelastung nach den in Abb. 13 veranschaulichten Einflüssen voraus. Zu diesem Zweck muß versucht werden, die einzelnen Einflüsse rechnerisch zu erfassen, was nach dem heutigen Stande der Erdbau-Forschung auch schon befriedigend möglich ist. Aus dem eingangs genannten Grunde kann in diesem Aufsatz auf solche Berechnungen aber nicht ausführlich eingegangen werden; es können nur die nachstehenden Andeutungen gemacht werden.

Am einfachsten kann der Einfluß der Überschreitung der Tragfähigkeit am Rande der Lastfläche (Abb.13c) rechne-



risch berücksichtigt werden. Wenn im Randbereich der Lastfläche der größtmögliche Widerstand des Baugrundes erreicht wird (Ausweichen der Erde auf kurvenförmigen Gleitflächen), so kann der Sohldruck in diesem Randbereich bei weiterhin zunehmender Belastung nicht mehr anwachsen. Er wirkt damit gleichsam wie eine konstante äußere Last. Schätzt man also auf Grund einer überschläglichen Berechnung die Breite der beiden Sohlstreifen, die für das Ausweichen des Untergrundes etwa in Frage kommt (Abb. 16a), und setzt die Randstreifen-Grenzlasten vorweg als äußere Kräfte ein¹⁷, so kann dann die Berechnung der Sohldrücke für den restlichen Teil der Sohlfläche nach den bisherigen Formeln durchgeführt werden. Nur müssen die durch die "Randlasten" verursachten Einsenkungen & des mittleren Teiles der Sohlfläche (Abb. 16b) berücksichtigt werden. Man rechnet also gleichsam mit einem um die Randstreifen verkürzten Grundkörper (Abb. 16c). Die früheren Gl. (3) sind damit zu ersetzen durch:

(3b)
$$\begin{cases} \zeta_1 = \zeta_1' + c_0 q_1 + c_1 q_2 + c_2 q_3 + \cdots \\ \zeta_2 = \zeta_2' + c_1 q_1 + c_0 q_2 + c_1 q_3 + \cdots \end{cases}$$

Hierdurch verändern sich natürlich auch die Gl. (8) und (9). Die linke Seite der Gl. (9) bleibt unverändert, nur daß an Stelle von α wieder der Wert

usw.

$$\overline{\alpha} = \frac{a^4b}{EJ}$$

einzusetzen ist (auch rechts); die rechte Seite der Gl. (9) dagegen

¹⁷ Die Grenzbelastung (Grenze der Tragfähigkeit) kann durch Probebelastung des Baugrundes oder — bei bekanntem Gleitwiderstand — rechnerisch mit Hilfe kurvenförmiger Gleitflächen ermittelt werden.

¹⁶ Fröhlich, O. K.: Druckverteilung im Baugrunde. Wien 1934 - Ohde, J.: Bauing. 20 (1939) S. 451.

ist zu ergänzen durch die Werte

 $\begin{array}{c} -\zeta_2'' \text{ für die 1. Gl., } -\zeta_3'' \text{ für die 2. Gl., } -\zeta_4'' \text{ für die 3. Gl., usw.} \\ & \text{mit } \zeta_n'' = 2\,\zeta_n' - \zeta_{n-1} - \zeta_{n+1}'. \end{array}$

Für M_1 ist einzusetzen: $M_1 = P' \cdot x$, wenn P' die "Randlast" und x die Entfernung der Randlast von dem betreffenden Punkt angibt, für den die Gleichung gilt (z. B. Punkt 2 für die 1. Gleichung).

Schwerer und vorerst wohl nur näherungsweise zu berücksichtigen ist der Einfluß der Vorlast (Abb.13 b) und der Einfluß der Zunahme der Zusammendrückungszahl Z mit wachsendem Druck (Abb. 13a). In grober Weise mag man sich durch gefühlsmäßiges Abändern der für mittlere Zusammendrückungswerte errechneten Sohldruckverteilungslinie helfen können, indem man diese in der Nachbarschaft der Größtwerte beim Überschreiten der Vorlast (Abb. 13b) etwas verkleinert, beim Vorliegen einer Zusammendrückungskurve nach Abb. 13a dagegen etwas vergrößert und den übrigen Teil der Verteilungslinie in geringem Maße so vergrößert oder verkleinert, daß die lotrechten Kräfte im Gleichgewicht bleiben.

Einwandfreier ist folgendes Vorgehen: Man ermittelt die Spannungsverteilung im Untergrund mit Hilfe des (nur noch näherungsweise gültigen) Grundsatzes einfacher Summierung der Einzelwirkungen, berechnet aber die Zusammendrückungen (Setzungen)



nach dem wirklichen Verlauf der Formänderungen. Die Setzungen nehmen dann allerdings nicht mehr geradlinig mit der Belastung zu, so daß die Gl. (3) wieder ihre Gültigkeit verlieren. Man kann sich aber durch Überlagerung von zwei Belastungszuständen helfen, von denen der erste möglichstnahe an das wirkliche Belastungsbild heranreicht, damit für den zweiten (ergänzenden) Belastungszustand nur kleine Änderungen der Sohlspannungen q übrigbleiben, für die die Setzungen genügend genau verhältnisgleich mit der

weiteren Belastung zunehmen. — Für den ersten Belastungszustand wird die Verteilung der Schlspannungen geschätzt (evtl. auf Grund einer vorläufigen Berechnung); am besten erfüllt man von vornherein die Bedingung des lotrechten Gleichgewichts. Die angenommenen Schlspannungen seien $\overline{q_1}, \overline{q_2}, \ldots, \overline{q_n}$ und die zugehörigen Einsenkungen $\overline{\zeta_1}, \overline{\zeta_2}, \ldots, \overline{\zeta_n}$. Letztere werden natürlich auf Grund der genauen (nicht linearen) Zusammendrückungskurven der Erdschichten bestimmt. Ebenso werden bei der Ermittlung der restlichen Einsenkungen $\Delta \zeta$ für den zweiten Lastzustand die durch die erste Belastung veränderten Formänderungszahlen zugrunde gelegt. Die hierzu gehörenden c-Werte für die Mittelpunkte der einzelnen Schlflächen können damit für alle Punkte verschieden ausfallen. Werden die Bezeichnungen nach Abb. 17 gewählt, so erhält man damit an Stelle der früheren Gl. (3):

$$(3c) \begin{cases} \zeta_{1} = \zeta_{1} + c_{01} \cdot \varDelta q_{1} + c_{12}' \cdot \varDelta q_{2} + c_{23}' \cdot \varDelta q_{3} + c_{24}' \cdot \varDelta q_{4} + \cdots \\ \zeta_{2} = \overline{\zeta_{2}} + c_{11} \cdot \varDelta q_{1} + c_{02} \cdot \varDelta q_{2} + c_{13} \cdot \varDelta q_{3} + c_{24}' \cdot \varDelta q_{4} + \cdots \\ \zeta_{3} = \overline{\zeta_{3}} + c_{21} \cdot \varDelta q_{1} + c_{12} \cdot \varDelta q_{2} + c_{03} \cdot \varDelta q_{3} + c_{14} \cdot \varDelta q_{4} + \cdots \\ \zeta_{4} = \overline{\zeta_{4}} + c_{31} \cdot \varDelta q_{1} + \cdots \text{ usw.} \end{cases}$$

Auf die daraus folgenden Veränderungen der Gl. (8) und (9) noch näher einzugehen, lohnt sich nicht, weil diese Gleichungen für jede Aufgabe neu durchgerechnet werden müssen.

Die vorstehend angedeutete Berechnungsweise ist insofern nur angenähert, als noch mit der Annahme linearer Spannungsüberlagerung gerechnet wurde. Wie eingangs schon bemerkt wurde, gilt diese Annahme nicht mehr genau, sobald die Zusammendrückungen der einzelnen Erdteilchen nicht mehr geradlinig mit der Belastung zunehmen (Abb. 13a u. b). Für eine genaue Berechnung müßte auch die Druckverteilung im Untergrund noch von den örtlich verschiedenen Formänderungen abhängig gemacht werden, wobei vom Grundsatz des Kleinstwertes der Formänderungsarbeit auszu-

gehen wäre. Voraussichtlich wird das vorstehend angedeutete Verfahren (Annahme linearer Spannungsüberlagerung) aber genügend genau sein, wenn man sich außerdem noch klar macht, nach welcher Richtung hin die genaue Berechnung von der näherungsweisen Ermittlung der Sohlspannungs-Verteilung abweicht. Es ist leicht einzusehen, daß die zusätzlichen Erdspannungen an den härteren Stellen mit geringerer Nachgiebigkeit etwas größer sein werden, als sie nach den Druckverteilungsformeln berechnet werden. Denn an den weniger nachgiebigen Stellen ist ein stärkerer Widerstand gegen Verformung - also eine Art innerer Abstützung - vorhanden, und die Formänderungsarbeit ist infolgedessen für den gleichen Spannungszuwachs geringer als in weicheren Bereichen. Umgekehrt werden die Erdspannungen an den Stellen, wo die Vorbelastung der Erdteilchen überschritten wird, etwas geringer sein als nach der Berechnung, denn durch das vermehrte Nachgeben nach dem Überschreiten der Vorlast wird der betr. Erdbereich nachgiebiger als die Nachbarbereiche, in denen die Vorlast noch nicht überschritten ist. - Die vorstehend ausgesprochene Feststellung, daß die rechnerisch erhaltenen Sohlpressungen von den genauen Werten in einer ganz bestimmten Richtung etwas abweichen, wird bei der Erörterung der Sicherheitsfrage wohl einen ausreichenden Anhaltspunkt ergeben.

Die räumliche Aufgabe.

Die statische Berechnung einer Platte ist bekanntlich weit schwieriger als die eines Balkens. Dasselbe gilt auch für die rechnerische Ermittlung der Sohldruckverteilung.

Die Berechnung einer biegsamen Platte wäre noch verhältnismäßig einfach, wenn man sie als Trägerrost berechnen dürfte. Dabei wird die Platte nach beiden Richtungen hin in eine Anzahl nebeneinander liegender Streifen zerlegt gedacht, die sich gegenseitig durchdringen, aber sich im übrigen bei den Formänderungen nur soweit beeinflussen, als sie in den Kreuzungspunkten die gleiche Durchbiegung haben. Unter dieser Annahme kann das mitgeteilte Verfahren für die ebene Aufgabe ohne weiteres auch auf die räumliche Aufgabe übertragen werden, indem die Dreimomentengleichungen für beide Grundriß-Richtungen x und y angeschrieben werden. Die äußere Belastung verteilt sich allerdings in einem zunächst unbekannten Verhältnis auf die Ersatzträger beider Richtungen. Wirkt z. B. an einer beliebigen Stelle der Platte auf einer (rechteckigen) Einzelfläche die äußere Belastung p, so belastet ein Teil $\psi \cdot p$ hiervon die Träger der x-Richtung, der Restteil $(1-\psi)p$ dagegen die Träger der y-Richtung. Der Anteil w.p ist dabei für jede Einzelfläche verschieden und zunächst unbekannt. Jedoch ist diese Schwierigkeit unschwer zu beheben; man braucht nur die y-Werte als neue Unbekannte anzusetzen und die Bedingungen gleicher Durchbiegung der Kreuzungspunkte der Ersatzträger in die Rechnung einzuführen. Dadurch erhält man zusammen mit den Gleichgewichtsbedingungen eine genügende Anzahl neu hinzukommender Gleichungen, mit deren Hilfe dann auch die w-Werte ermittelt werden können.

Bei der Annahme eines die Platte vertretenden Trägerrostes wird auf die Drillungsmomente der Platte keine Rücksicht genommen. Der Einfluß der Drillungsmomente darf aber nun leider nicht vernachlässigt werden, wie von der Plattentheorie her bekannt ist. Beispielsweise erhält man für einen quadratischen Trägerrost fast die doppelte Durchbiegung und etwa die 1 ½ fachen Werte der Größtmomente einer quadratischen Platte von gleichen Abmessungen. Die Drillungsmomente sind also immer zu berücksichtigen, wenn die Berechnung dadurch auch merklich umständlicher wird.

Die genaue Berechnung einer Platte ist nach dem Differenzenverfahren noch in verhältnismäßig einfacher Weise möglich, wie Marcus gezeigt hat¹⁸. Wollte man jedoch auch bei der Ermittlung der Sohldruck-Verteilung in dieser Weise vorgehen, so wird sich dabei m. E. die gleiche Unzulänglichkeit herausstellen, wie sie bei der Berechnung von Habel offenbar geworden ist: der

¹⁸ Marcus, H.: In Buchform: Die Theorie elastischer Gewebe und ihre Anwendung auf die Berechnung elastischer Platten. 2. Aufl. Berlin 1932. — Armierter Beton 12 (1919) S. 107. — Die vereinfachte Berechnung biegsamer Platten. 2. Aufl. Berlin 1928.

"Randeinfluß" läßt sich auf diese Weise nicht berücksichtigen. Es muß deshalb versucht werden, den Einfluß der Biegsamkeit einer Platte auf deren Sohldruck-Verteilung ebenso wie bei der ebenen Aufgabe mit Hilfe von Dreimomentengleichungen zu erfassen, wobei allerdings der Einfluß der Drillungsmomente nicht vernachlässigt werden darf. Eine solche Berechnung wird möglich, wenn man sich die Platte durch einen Trägerrost ersetzt denkt, dessen rechteckige "Träger" in den Seitenflächen Drillungsmomente besitzen, die jeden einzelnen Träger so verdrehen, daß seine Querneigung den Biegelinien-Tangenten der kreuzweise hierzu liegenden Träger entspricht (Abb. 18).

Das Verfahren kann hier nur kurz angedeutet werden. Die Einsenkungen des Untergrundes werden selbstverständlich in der gleichen Weise gefunden wie bei der ebenen Aufgabe nach Gl. (3) (vgl. Schleicher³). Auch die Dreimomentengleichungen (4) werden ebenso angeschrieben, und zwar sowohl für die x- als auch für die y-Richtung. Dagegen werden die Gl. (5) für die einzelnen Momente jetzt umständlicher, weil die Drillungsmomente mit einzubeziehen sind.



Der Zusammenhang zwischen der durch die Einsenkungen ζ gegebenen Plattenverformung und den Drillungsmomenten \overline{M} kann folgendermaßen gefunden werden (Bezeichnungen nach Abb. 19): der Unterschied der Biegelinientangenten der Träger 123 und 456 in den Punkten 2 und 5 muß der Verdrehung φ des Trägers 258 auf der Strecke 25 entsprechen. Hat das Drillungsmoment auf dieser Strecke den mittleren Wert \overline{M}'_{25} und die zugehörende Schubspannung der äußersten Fasern den Wert τ'_{25} , so gilt bekanntlich (mit h = Plattendicke):

(10)
$$\overline{M}'_{25} = \frac{1}{2} \tau'_{25} \cdot \frac{h}{2} \cdot a \cdot \frac{2}{3} h = \tau'_{25} \cdot \frac{ah^2}{6},$$

weil die Schubspannungen der Drillungsmomente die gleiche Verteilung haben wie die Biegespannungen¹⁸. Die gesamte Winkeländerung (Verdrehung) auf der Strecke 25 ist

$$\varphi = \frac{\Delta 1}{\frac{h}{2}}$$
 mit $\Delta 1 = \frac{\tau'_{25}}{G} \cdot b$, also $\varphi = \frac{2}{h} \cdot \frac{\tau'_{25} \cdot b}{G}$

oder nach Einsetzung von Gl. (10) und mit $J'' = \frac{ah^3}{12}$ (Trägheitsmoment der y-Träger):

(11)
$$\varphi = \frac{\mathbf{b} \cdot \mathbf{\overline{M}}'_{95}}{\mathbf{G} \cdot \mathbf{J}''}.$$

Andererseits ist aus Abb. 20 abzulesen:

$$g \alpha_2 = \frac{\xi_1}{a} - \frac{\zeta_2 - \zeta_1}{a}$$

Nun ist bekanntlich die Verbiegung ξ_1 gleich dem durch E J'₉ geteilten statischen Moment der Momentenfläche, bezogen auf Punkt 1

(J'9 = Trägheitsmoment der x-Träger), also

$$\xi_1 = \frac{1}{EJ'} \left(\frac{M_1 a}{2} \cdot \frac{a}{3} + \frac{M_2 a}{2} \cdot \frac{2}{3} a \right) = \frac{a^2}{6 EJ'} (M_1 + 2 M_2);$$

mithin gilt:

(12

ea)
$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{\zeta_1 - \zeta_2}{a} + \frac{a}{6 \to J'} (M_1 + 2 M_2).$$

Ebenso findet man für Punkt 5 der Abb. 19:

(12b)
$$\operatorname{tg} \alpha_5 = \frac{\zeta_4 - \zeta_5}{a} + \frac{a}{6 \operatorname{EJ}'} (\operatorname{M}_4 + 2 \operatorname{M}_5).$$

Wie bereits bemerkt, gilt nun:

$$\varphi = \iota g \alpha_2 -$$
oder mit Hilfe der Gl. (12):

(13)
$$\varphi = \frac{1}{a} (\zeta_1 - \zeta_2 - \zeta_4 + \zeta_5) + \frac{a}{6 \text{ EJ'}} (M_1 + 2 M_2 - M_4 - 2 M_5).$$

Die Gleichsetzung der Werte für φ nach Gl. (11) und (13) liefert

 $tg \alpha_5$

(14)
$$\frac{a b}{G \cdot I''} \cdot \overline{M}'_{25} = \zeta_1 - \zeta_2 - \zeta_4 + \zeta_5 + \frac{a^2}{6 E I'} (M_1 + 2 M_2 - M_4 - 2 M_5).$$

Dies ist die gesuchte Gleichung für die Ermittlung der Drillungsmomente, die für jedes Teilstück der Ersatzträger entsprechend angeschrieben werden kann. Z. B. gilt für den Trägerteil 58:

$$(14a) \ \frac{ab}{GJ''} \cdot \overline{M}'_{58} = \zeta_4 - \zeta_5 - \zeta_7 + \zeta_8 + \frac{a^2}{6 EJ'} (M_4 + 2M_5 - M_7 - 2M_8).$$

Abgesehen von der Querkraft-Beeinflussung, auf die man keine Rücksicht zu nehmen braucht, besteht der günstige statische

Einfluß der Drillungsmomente darin, daß der Unterschied der Drillungsmomente zu beiden Seiten eines gedachten Balkenstreifens einem Biegemoment des Balkens gleichkommt, d. h. durch den Unterschied der Drillungsmomente wird ein gewisser Anteil der Biegemomente des Balkens aufgenommen, so daß das Biegemoment M aus den Normalspannungen nicht mehr das ge-

(1



samte Biegemoment des Ersatzbalkens aufzunehmen hat, sondern nur noch den verbleibenden Restbetrag. Für Punkt 5 des Trägers 456 in Abb. 19 beträgt z. B. die Differenz D der Drillungsmomente auf der Strecke a ([Gl. (14 und (14a)]:

5a)

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{5}^{\prime} &= \overline{\mathbf{M}}_{25}^{\prime} - \overline{\mathbf{M}}_{58}^{\prime} = \frac{\mathbf{G}\mathbf{J}^{\prime\prime}}{\mathbf{ab}} [\zeta_{1} - \zeta_{2} - 2 (\zeta_{4} - \zeta_{5}) + \zeta_{7} - \zeta_{8})] + \\ &+ \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{6} \mathbf{b}} \cdot \frac{\mathbf{G}\mathbf{J}^{\prime\prime}}{\mathbf{E}\mathbf{J}^{\prime}} [\mathbf{M}_{1} + 2 \mathbf{M}_{2} - 2 (\mathbf{M}_{4} + 2 \mathbf{M}_{5}) + \mathbf{M}_{7} + 2 \mathbf{M}_{8}] \end{aligned}$$

und entsprechend für den Träger 258 auf der Strecke b:

$$\begin{array}{l} (15b) & D_5'' = \overline{M}_{45}'' - \overline{M}_{56}'' = \frac{GJ'}{ab} [\zeta_7 - \zeta_4 - 2 (\zeta_8 - \zeta_5) + \zeta_9 - \zeta_6] + \\ & + \frac{b}{6a} \cdot \frac{GJ'}{EJ''} [M_7 + 2 M_4 - 2 (M_8 + 2 M_5) + M_9 + 2 M_6] \,. \end{array}$$

Hierbei ist davon ausgegangen, daß in den Seitenflächen der einzelnen Ersatzbalken Schubspannungen wirken, deren Momente M genau genug den Mittelwerten nach Gl. (14) entsprechen. Für gleichbleibende Krümmung der Biegebalken gilt diese Annahme genau.

Die Werte (15) für die Drillungsmomente sind jetzt in den früheren Ansätzen (5) für die einzelnen Normalspannungsmomente als entlastende Momente einzuführen. Z. B. erhält man für M'_{7} nach Abb. 21 (Ersatzträger 5678):

(5 a)
$$M'_{\tau} = M_{5} + \psi_{5}(Q_{5} - P_{5}) a + \psi_{6}(Q_{6} - P_{6}) a - D'_{5} - D'_{6} - \frac{1}{2}D'_{\tau}$$

Das angedeutete Berechnungsverfahren erscheint ganz allgemein zur Berechnung von Platten geeignet. Es ist zwar umständlicher als das Verfahren von Marcus, hat aber den Vorteil, unmittelbar auf die zunächst gesuchten Durchbiegungen ζ loszusteuern, ohne die Vorstellung eines "elastischen Gewebes" zu benötigen.

Die Einspannung der Spundwände im Baugrund.

Eine mit der Berechnung der Sohldruck-Verteilung unter Gründungskörpern sehr verwandte Aufgabe ist die Ermittlung der Einspannungswirkung für tief gerammte Spundwände. Es ist ohne weiteres einzusehen, daß die Zusammendrückungszahl Z (oder Verdichtungszahl V) des Baugrundes hierbei die ausschlaggebende Rolle spielt; denn je stärker sich das Erdreich zusammendrücken läßt, um so weniger kann bei verankerten Spundwänden eine Einspannungswirkung zustande kommen, und um so größere Bewe-



Abb. 22. Natürlicher Erddruck auf eine verankerte Spundwand vor der Bewegung. Zur Verhinderung der waagrechten Bewegung kann man sich die angedeuteten Kräfte denken, die mit zunehmender Bewegung auf Null zurückgehen.

gungen sind bei unverankerten Spundwänden erforderlich, um die zum Widerstehen notwendigen Kräfte wachzurufen. Die Zusammendrückungszahl wird aber bei den bisher meist üblichen Verfahren¹⁹ nicht berücksichtigt, und es ist deshalb dringend erforderDrehpunktes der Wand und die Ausdehnung der "plastischen" Bereiche (d. s. die Wandstrecken, für die die Grenzwerte des Erddruckes und Erdwiderstandes in Frage kommen) vorweg nur unsicher einzuschätzen sind. Hinzu kommt noch, daß die Formänderungszahlen der Erde für Zusammendrückung (Belastung) und Ausdehnung (Entlastung) meistens stark voneinander verschieden sind; auch die Vorspannung des Erdreiches durch das Einrammen der Spundwand ist nicht sicher bekannt. Solange es sich nicht um außergewöhnlich tief gerammte Spundwände handelt (bei denen übrigens noch am ehesten nach dem für die Sohldruck-Verteilung der Grundkörper vorgeschlagenen Verfahren gerechnet werden könnte), sei deshalb die nachstehende schrittweise Näherungsermittlung für die Verteilung der Erdspannungen längs der Einspannungsstrecke vorgeschlagen.

Es läßt sich übersehen, daß bei unverankerten Spundwänden mit nicht allzu großer Biegsamkeit die Verteilung der Erdspannungen nur wenig von der absoluten Größe der Zusammendrückungszahl abhängig ist; letztere bestimmt lediglich die Größe der Bewegung der Wand, worauf aber meistens keine Rücksicht genommen wird. Es interessiert deshalb vom praktischen Standpunkte aus hauptsächlich nur die Ermittlung der Einspannungskräfte bei verankerten Spundwänden.

Auf die ursprünglich geradlinige, also zunächst noch unbelastete Spundwand wirkt zu beiden Seiten ein Druck, der um den durch das Eintreiben der Wand hinzugekommenen Druck größer ist als der natürliche Erddruck; es sei aber sicherheitshalber nur mit dem natürlichen Erddruck gerechnet. Bei der allmählichen Belastung der Spundwand — sei es durch Abgraben der Erde vor der Spundwand (Fall I nach Abb. 22 a) oder durch Erdauffüllung hinter der Spundwand (Fall II nach Abb. 22 b) — verändern sich



Abb. 23. Die nachgiebige Einspannung von Spundwänden.

lich, einwandfreiere Berechnungen durchzuführen, bei denen die Formänderungen des Erdreiches mit den Formänderungen der Spundwand übereinstimmen.

Eine genaue Berechnung im Sinne der vorstehenden Gedankengänge ist freilich bei Spundwänden schwierig, weil die Lage des die Erdspannungen im unteren Teil der Spundwand beträchtlich, wobei die Spundwand eine Bewegung ausführt, indem sie das angrenzende Erdreich in bestimmten Bereichen etwas beiseite drückt.

Diese zur Wachrufung des Einspannungsmomentes erforderliche seitliche Zusammendrückung des Erdreiches kann in derselben Weise berechnet werden, wie es bei der Ermittlung lotrechter Setzungen geschieht. Bei der Berechnung dieser Formänderungen dürfen selbstverständlich nur die zusätzlichen Erdspannungen angesetzt werden, die infolge der Belastung der Spundwand zum natürlichen Erddruck neu hinzukommen (in Abb. 23a geschrafft).

Oberhalb des Drehpunktes D ist die Verteilung des angreifen-

¹⁹ Siehe z. B. Lohmeyer, E.: Bautechn. 8 (1930) S. 60 oder Blum, H.: Einspannungsverhältnisse bei Bohlwerken. Berlin 1931. Neuerdings auch Jakoby, E.: Bautechn. 19 (1941) S. 88. Auf die Berechnung der Einspannungskräfte mit Hilfe von "Bettungsziffer"-Verfahren (siehe z. B. Freund, A.: Z. Bauwes. 69 (1919) S. 481 oder Rifaat, J.: Die Spundwand als Erddruckproblem. Zürich 1935) sei hier aus mehrfach genannten Gründen nicht weiter eingegangen.

den Erddruckes als gegeben zu betrachten, weil die Durchbiegung der Wand nur in Ausnahmefällen nicht ausreicht, um den unteren Grenzzustand eintreten zu lassen; ebenso ist vor der Spundwand unterhalb des Drehpunktes der Erddruck etwa umgekehrt dreieckförmig anzunehmen²⁰. Vor dem Fuß der Spundwand kann natürlich der Erdwiderstand nicht überschritten werden. Im übrigen kann die Verteilung der Erdspannungen im unteren Teil der Wand etwa nach Abb. 23a angenommen werden. Im Gegensatz zur Ermittlung der Sohldruck-Verteilung auf Grundkörper ist es nämlich nicht notwendig, die genaue Form der Verteilungslinie zu berechnen - was auch schwierig wäre -, es genügt schon, wenn man die Größe der widerstehenden Kräfte so ansetzt, wie es die Gleichgewichts- und Formänderungsbedingungen überschläglich erfordern. Dieser näherungsweise Ansatz der Erdspannungen ist etwa gleichbedeutend mit der Vernachlässigung der Krümmung der Biegelinie im unteren Teil der Wand,

Man geht am besten probeweise vor, indem man vorläufig eine nach Gutdünken geschätzte, die Gleichgewichtsbedingungen befriedigende Druckverteilung (einschließlich der zugehörenden Drehpunktslage) annimmt, hierfür sowohl die Biegelinie der Wand als auch das Nachgeben der Erde berechnet und dann nachsieht, ob die Formänderungen von Wand und Erdreich übereinstimmen. Ist das nicht der Fall, so muß die Erdspannungsverteilung solange abgeändert werden, bis die gewünschte Übereinstimmung erzielt ist. Da kleine Ungenauigkeiten keine Rolle spielen, genügt meistens schon eine zwei- oder dreimalige Wiederholung der Rechnung.

Die Biegelinie der Wand kann hierbei ohne weiteres nach bekannten Verfahren gefunden werden. Was die Formänderungen des Erdreiches anbelangt, so genügt es, die waagrechte Zusammendrückung für zwei Höhenlagen zu berechnen, die etwa durch die Schwerpunkte der in Abb. 23a eng geschrafften Spannungsflächen gegeben sind. Die Druckverteilung kann dabei genügend genau nach Abb. 23b u. c eingeschätzt werden²¹, womit sich für die seitlichen Zusammendrückungen des Erdreiches ergibt:

$$\xi_1 \approx 1.7 \cdot \frac{z_1 p_1}{V_1}$$
 und $\xi_2 \approx 0.7 \cdot \frac{d \cdot p_2}{V_2}$,

wenn V₁ und V₂ die mittleren Verdichtungszahlen (z. B. in kg/cm²) für die in Abb. 23 näher gekennzeichneten Schwerpunktshöhen angibt (strichpunktierte Linien, für die ξ_1 und ξ_2 ermittelt sind).

Der vorgeschlagene Ansatz der Einspannungskräfte des Erdreiches ist genauer, als es bei dem Näherungscharakter der Rechnung

²⁰ Vgl. Erddrucktheorie des Verfassers. Bautechn. 16 (1938) S. 758. ²¹ Die σ_x -Kurven sind nach Druckverteilungsformeln berechnet, auf die ich an anderer Stelle zurückkomme. zunächst erscheinen mag. Da hinsichtlich der Formänderungen grobe Widersprüche vermieden sind, können die wirklichen Kräfte nur noch wenig von den ermittelten abweichen. Besonders sei noch

darauf hingewiesen, daß das verschiedene Verhalten des Baugrundes für die beiden Fälle I und II nach Abb. 22 durch die Rechnung erfaßt wird 22. Aus diesem Grunde ist das empfohlene Vorgehen bedeutend zuverlässiger als die Berechnung nach den bisherigen Verfahren, bei denen man -- mit Ausnahme der Bettungsziffer-Verfahren --- jeden Nachweis darüber vermißt, ob die untere Dre-



Abb. 24. Grundsätzliche Abhängigkeit der Erddruck-Verteilung von der Höhenlage der früheren Geländelinie (schematisch).

hungsbewegung der Spundwand auch ausreicht, um die angesetzten Einspannungskräfte wirklich wachzurufen²³.

Eine genauere Berechnung wird möglich, wenn die seitliche Druckausbreitung eingehender verfolgt wird. Darauf komme ich an anderer Stelle zurück.

²² Im Falle I ist der natürliche Erddruck vor der Spundwand bedeutend größer als im Falle II, wodurch das Einspannungsmoment größer ausfällt. Auch die Verteilung des Erddruckes ist in beiden Fällen verschieden (vgl. Abb. 24). Im Falle II ist nämlich kaum damit zu rechnen, daß der Erdwiderstand im oberen Teil der Wand erreicht wird, weil sich die Wand schon teilweise durchgebogen hat, bevor die obersten Schichten der Auffüllung eingebracht worden sind. Man erkennt jedenfalls, daß die Verhältnisse im Falle I bedeutend günstiger liegen als im Falle II, was aber bei den bisher bekannten Berechnungs-Verfahren unberücksichtigt bleibt.

²³ Auszunehmen ist hier ein kürzlich von H. Schütte angegebenes Verfahren: Bauing. 22 (1941) S. 193 oder Jb. Hafenbautechn. Ges. 18/19 (1939/40). Schütte entnimmt den Erdwiderstandsversuchen von Franzius, "daß bei gleichartigem Boden ein gleichbleibendes, von der Wandhöhe unabhängiges Verhältnis zwischen dem Grenzwert Ep des Erdwiderstandes und der Verschiebung ζ_{gr} besteht, die mindestens eintreten muß, um diesen Grenzwert zu erreichen": $E_p = v \cdot \zeta_{gr}$ (v = ...,Verschiebungskennwert", durch Versuche zu ermitteln). Diese Annahme zum Kernpunkt der Ermittlung der unteren Einspannung von Spundwänden zu wählen, ist im Hinblick auf die sonst übliche Berechnung der Formänderungen von Erdkörpern sehr anfechtbar (der Widerstand des Untergrundes wird — wenn man von Versuchszahlen für den Erdwiderstand ausgeht — zu gering erhalten); es ist aber immerhin sicherer, mit Hilfe einer solchen durch Versuche gestützten Annahme die Berechnung einer Spundwand durchzuführen, als überhaupt nicht auf die Formänderungen des Untergrundes einzugehen.

BUCHBESPRECHUNGEN.

B u i s m a n, A., S. Keverling: G r o n d m e c h a n i c a. Teil IV von J. Klopper: Toegepaste Mechanica. Mit 201 Abb. Delft: Waltmann 1940. 294 S. Gr. 16×24 cm. Preis geb. Gulden 9,75, br. Gulden 8,50.

Der Verfasser faßt den wesentlichen Teil des Fachgebietes Bodenmechanik zusammen. Ausgehend von den Spannungen im Boden, den Korn- und Wasserspannungen, zieht der Verfasser einen Vergleich zu der Mechanik der festen Körper und weist auf die Eigenschaften hin, welche den Boden als Stoff von diesen unterscheiden. Die natürlichen Eigenschaften des Bodens - Kornform, Kornverteilung, Konsistenz, Lagerungsdichte, Durchlässigkeit - werden dargestellt, wobei auch die einschlägigen Versuche mit Versuchsergebnissen beschrieben werden. Ein besonderer Abschnitt wird den kapillaren Erscheinungen gewidmet. Bei den mit der Zusammendrückbarkeit des Bodens zusammenhängenden Fragen geht der Verfasser ausführlich auf alle bis in die neuere Zeit gewonnenen Erkenntnisse ein und bringt wichtige Versuchsergebnisse und Beispiele von Setzungsuntersuchungen für die Praxis. Der Abschnitt über Scherfestigkeit enthält neben den theoretischen Erörterungen ebenfalls Beschreibungen von Versuchen und Versuchsergebnissen. Die Ausführungen über die Druckverteilung im Boden gehen von den klassischen theoretischen Überlegungen aus; es werden hier Berechnungsarten angegeben und im Anschluß die Tragfähigkeit von Gründungen untersucht. Im Zusammenhang damit werden Bodenbelastungsversuche und Versuche zur Ermittlung der Tragfähigkeit beschrieben. Der Abschnitt über Erddruck und Erdwiderstand setzt die Kenntnis der klassischen Erddrucklehre voraus, die in den beiden ersten Teilen des Sammelwerkes von Klopper behandelt ist. Den Abschluß bilden Untersuchungen über die Standfestigkeit von Böschungen. — Das Werk ist außerordentlich sorgfältig bearbeitet und gibt über die angeschnittenen Fragen einen umfassenden Überblick. Es ist ein Gewinn für die technische Literatur. H. Petermann, Hannover.

1 mhoff, K.: Taschenbuch der Stadtentwässerung. Mit 90 Abb. 9., neubearbeitete Aufl. München und Berlin: R. Oldenbourg 1941. 298 S. Gr. 8⁰. Preis geb. RM 6,50.

Das jedem Stadtentwässerungs- und Abwasserfachmann bestens bekannte "Taschenbuch" von I m h of f ist nunmehr in der 9. Auflage erschienen. Es spricht für den Wert und die praktische Brauchbarkeit dieses Werkes, daß bereits 2 Jahre nach Erscheinen der letzten Ausgabe wieder eine neue Auflage herausgebracht werden mußte. Auch diesmal sind alle Abschnitte wieder überarbeitet und ergänzt worden. Das gilt besonders von den Abschnitten über Regenabfluß, Abwasseruntersuchung, Absetzverfahren, Sandfänge, Selbstreinigung der Gewässer u. a. Neu hinzugekommen sind die Abschnitte "Bodenfilter", "Geruch" und "Vorgänge der Abwasserreinigung". Der Umfang des Werkes ist gegenüber der letzten Auflage um 46 Seiten vergrößert worden. Von großer praktischer Bedeutung, besonders für den weniger mit dem Stoff Vertrauten, sind die zahlreichen gut ausgewählten Berechnungsbeispiele. Das ausgezeichnete Buch kann allen, die sich mit dem Gebiet der Stadtentwässerung und Abwasserreinigung zu befassen haben, nur bestens empfohlen werden. R o h d e, Essen.

PATENTBERICHT.

Bekanntgemachte Anmeldungen.

128

Bekanntgemacht im Patentblatt Heit 9 vom 26. Februar 1942 und von demselben Tage an auf drei Monate beim Reichspatentamt ausgelegt.

- 4 c, Gr. 35. Sch 110 165. Dipl.-Ing. Bruno Schäfer, Mainz. Starrer wasserloser Gasbehälter; Zus. z. Zus.-Pat. 690 433. 11. VI. 36.
- Kl. 18 c, Gr. 8/10. A 89 642. Erfinder, zugleich Anmelder: Dr.-Ing. Wilhelm Ahlert, Berlin-Tempelhof. Verfahren zur Beseitigung von Riffelbildung an Schienen. 5. VI. 39. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Kl. 35 a, Gr. 4. H 161 463. Erfinder, zugleich Anmelder: Ferdinand Hüllenkremer, Hagen. Bauaufzug. 29. I. 40.
- Kl. 84 c, Gr. 4. D 82 804. Erfinder: Konrad Glebe, Dortmund. Anmelder: Dortmund-Hoerder Hüttenverein A.-G., Dortmund. Führung für die Rammung von Spundbohlen. 18. VI. 40. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Kl. 85 d, Gr. 1. Sch 118 230. Schönebecker Brunnenfilter G. m. b. H., Hannover, u. Dipl.-Ing. Edward Supan, Falkenstein i. V. Rohrbrunnenfilter aus Holz und ähnlichen Werkstoffen. 21. IV. 39. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Kl. 85 d, Gr. 1. Sch 119 717. Erfinder: Hermann Malz, Jaslo, Generalgouvernement. Anmelder: Schönebecker Brunnenfilter G. m. b. H., Hannover. Brunnenfilter-Aufsatzrohr aus Holz oder ähnlichen Werkstoffen. 28. XII. 39. Protektorat Böhmen und Mähren.

PERSÖNLICHES.

Emil Mörsch 70 Jahre alt!

Am 30. April 1942 vollendet Professor Dr.-Ing. e. h., Dr. sc. techn. h. c. E. Mörsch sein 70. Lebensjahr. Mit unseren herzlichen Glückwünschen zu seinem Geburtstage verbinden wir den Dank für alles das, was er als Pionier des Stahlbetons, als Forscher und Hochschullehrer für die deutsche Technik geleistet hat. Im Jahr 1902 erschien in dem von Wayß & Frey-

tag A.-G. herausgegebenen Buch "Der Eisenbeton, seine Anwendung und Theorie" erstmals eine zusammengefaßte Darstellung der Berechnungsgrund-lagen des Eisenbetons, der ausgewerteten Versuchsergebnisse und der Erkenntnisse über das Zusammenwirken von Eisen und Beton. Aus dem kleinen Buch ist das heute viele Bände umfassende Lebenswerk von Professor Mörsch "Der Eisenbeton, seine Theorie und Anwendung" hervorgegangen, das Gemeingut der Bauingenieure geworden ist, auf jeder Seite von eigenstem Schaffen und Erleben zeugt, in seiner klaren, anschaulichen und geschlossenen Darstellung als klassisches Werk des Stahl-betonbaues bezeichnet werden darf und den Weltruf des Meisters des deutschen Stahlbetonbaues be-gründet hat. Daß die Stahlbetontechnik mehr und mehr zu einer angewandten Wissenschaft und unaufhaltsam zu der beherrschenden Stellung emporgewachsen ist, die sie heute im gesamten Bauwesen einnimmt, ist neben anderen bedeutenden Ingenieuren des In- und Auslandes in erster Linie Prof. Mörsch zu verdanken, der das wissenschaftliche Rüstzeug der Stahlbetonkonstrukteure geschaffen

hat. Im deutschen Ausschuß für Eisenbeton hat Prof. Mörsch die grundlegenden Bestimmungen für die Ausführung von Bauwerken in Beton und Stahlbeton entscheidend beeinflußt. An den Technischen Hochschulen Zürich und Stuttgart hat er eine fruchtbare Lehrtätigkeit entfaltet und durch seine wissenschaftlichen Arbeiten und die unter seiner Mitwirkung erstellten Bauten den Stahlbetonbau zu hohem Ansehen gebracht. Aus seiner Schule sind viele Bauingenieure hervorgegangen, die in seinem Sinne weiterarbeiteten, um unsere führende

> einmaligen, überragenden Leistungen hat der deutsche Beton-Verein zu Ehren von Emil Mörsch, dem hervorragenden Wissenschaftler und Bahnbrecher auf dem Gebiete des Beton- und Stahlbetonbaues und zur Erinnerung an die großen Verdienste, die er sich um die theoretische Entwicklung, die praktische Durchführung dieser Bauweise erworben hat, die "Emil-Mörsch-Denkmünze" gestiftet, die einmal in jedem Jahr durch den Vorsitzenden des deutschen Beton-Vereins an Männer verliehen wird, die durch ganz besondere Leistungen auf dem Gebiete des Beton- und Stahlbetonbaues sich ausgezeichnet und diesen gefördert haben. Auf der 41. Hauptversammlung des deutschen Beton-Vereins, am 8. März 1938, wurde die Emil-Mörsch-Denkmünze zum ersten Male verliehen und dem Manne überreicht, dessen Bild sie trägt und dessen Name mit der Entwicklung des deutschen Stahlbetons aufs engste verbunden ist.

> Alle Bauschaffenden, ganz besonders seine Fach-genossen, Freunde und Schüler gedenken des 70. Geburtstages ihres Altmeisters in tiefer Dankbarkeit und unwandelbarer Treue. Ihre Wertschätzung gilt nicht nur dem großen Ingenieur, Wegbereiter, Forscher und Lehrer, sondern auch dem schlichten,

aufrechten Menschen und guten Kameraden. Wir wünschen unserem verehrten Prof. Mörsch alles Gute und hoffen, daß dem schaffens-frohen und unermüdlich tätigen Siebziger noch recht viele Jahre fruchtbaren und segensreichen Wirkens in gewohnter geistiger Frische und ungebrochener Schaffenskraft beschieden sein mögen.

Dr. Schaechterle.

Conrad Matschoß †.

Am 21. März 1942 verschied im 71. Lebensjahre der langjährige Direktor des Vereins Deutscher Ingenieure im NSBDT., Prof. Dr.-Ing. e.h. Conrad Matschoß.

Am 9. Juni 1871 in Neutomischel (Posen) geboren, studierte Mat schoß an der Technischen Hochschule Hannover die Fachrichtung Maschinenbau. Er wandte sich frühzeitig der Geschichte der Technik zu. M. machte sich 1901 mit seinem ersten Buch über die Geschichte der Dampfmaschine bekannt. Am meisten beachtet wurde vielleicht seine im Jahre 1908 erschienene zweibändige "Entwicklung der Dampfmaschine", die bis heute eine der umfassendsten Darstellungen aus der Geschichte der Technik geblieben ist.

Matschoß trat 1906 ganz in den Dienst des Vereins Deutscher Ingenieure, dessen Direktor er von 1916 bis 1937 war. Es war in dieser Zeit ihm vergönnt, mancherlei für die deutschen Ingenieure zu leisten. Von seiner vielseitigen Tätigkeit seien weiter erwähnt die Bemühungen um die Ausbildung des Nachwuchses und seine Arbeiten im Deutschen Ausschuß für technisches Schulwesen. Viel konnte er zur Vermehrung des Ansehens deutscher Technik im Auslande beitragen. Bekannt sind auch seine Bemühungen um die Grundlagenforschung, ist doch "die Physik von heute die Technik von morgen".

Seine meisten Veröffentlichungen liegen auf dem Gebiet der Geschichte von Technik und Industrie. Matschoß gehörte auch dem Vorstand des Deutschen Museums von Meisterwerken der Naturwissenschaft und Technik in München an. Er war drei Jahrzehnte als Honorarprofessor Lehrer für Technikgeschichte an der Technischen Hochschule Berlin.

Die deutsche Technik verliert in Matschoß einen der Männer, die sich um ihr Ansehen und Verständnis in besonders hohem Maße verdient gemacht haben. Mit ihm ging der Altmeister der deutschen Technikgeschichte heim. Schleicher, Berlin.

INHALT: Ingenieurkultur. Von Prof. Dr. R. Grün, Düsseldorf, S. 115. --- Das Verfahren von H. Neukirch zur Berechnung der Hängebrücke bei durchlaufendem Versteifungsbalken. Von Dr.-Ing, K. A. Müller, Stettin, S. 117. - Zur Berechnung mehrstieliger Stockwerkrahmen auf Winddruck. Von Prof. Dr.-Ing. Pohl, Berlin, S. 119. - Die Berechnung der Sohldruckverteilung unter Gründungskörpern. Von Joh. Ohde, Neuenhagen b. Berlin. (Fortsetzung und Schluß), S. 122. — Buchbesprechungen S. 127. — Patentberichte S. 128. -Persönliches S. 128.



Fot, Transocean, Berlin,

Stellung zu behaupten und auszubauen. In dankbarer Anerkennung und Würdigungseiner